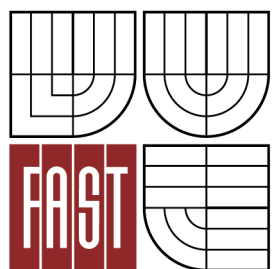




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ  
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

# SEISMICKÁ ANALÝZA KONSTRUKCÍ S VYUŽITÍM IRS REDUKCE

SEISMIC ANALYSIS OF STRUCTURES WITH IRS REDUCTION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

VÍT SVRČINA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. ZBYNĚK VLK, Ph.D.

BRNO 2013  
BRNO 2013



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

<b>Studijní program</b>	B3607 Stavební inženýrství
<b>Typ studijního programu</b>	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
<b>Studijní obor</b>	3647R013 Konstrukce a dopravní stavby
<b>Pracoviště</b>	Ústav stavební mechaniky

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

<b>Student</b>	Vít Svrčina
<b>Název</b>	Seismická analýza konstrukcí s využitím IRS redukce
<b>Vedoucí bakalářské práce</b>	Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.
<b>Datum zadání bakalářské práce</b>	30. 11. 2012
<b>Datum odevzdání bakalářské práce</b>	24. 5. 2013
V Brně dne 30. 11. 2012	

.....  
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.  
Vedoucí ústavu

.....  
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## **Podklady a literatura**

Anil K. Chopra : Dynamics of structures

Z.Bittnar, J. Šejnoha : Numerické metody 1,2

M.I. Friswell, S.D. Garvey and J.E.T. Penny, Model Reduction using Dynamic and Iterated IRS Techniques. Journal of Sound and Vibration, 186(2), 311-323, 1995.

Manuály k systému RFEM

Normy : ČSN EN 1998-1 - Eurokód 8

## **Zásady pro vypracování**

Cílem práce je osvojit si zásady modelování konstrukcí a zatížení se zaměřením na účinky zemětřesení, vytvořit prostorový model výškové budovy a provést spektrální analýzu budovy na zadané seismické zatížení. Spektrální analýza bude provedena jak na konstrukci bez využití IRS redukce, tak na konstrukcích s různou úrovní IRS redukce. Výsledky všech analýz budou přehledně porovnány.

## **Předepsané přílohy**

.....

Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.  
Vedoucí bakalářské práce

### **Abstrakt**

Tato bakalářská práce se zabývá srovnáním výsledků na výpočtových modelech konstrukcí bez využití a s využitím IRS redukce. Získané výsledky jsou srovnány s jednoduchými prutovými modely daných konstrukcí.

### **Klíčová slova**

Vlastní kmitání lineárních soustav, zemětřesení, faktory náhradních hmot, spektrum odezvy, redukce IRS, modální analýza, vlastní tvary, metoda výpočtu pomocí příčných sil, kritéria pravidelnosti po výšce, smyková síla v základu, citlivostní analýza odezvy, problém redukčních metod.

### **Abstract**

This thesis deals with comparison of the results of the computational models of the structures without use of and using the IRS reduction. The results obtained are compared with the simple whip models of the structures.

### **Keywords**

The vibrations of linear systems, earthquake, factors of spare materials, response spectrum, reduction IRS, modal analysis, custom shapes, using the method of calculation of lateral forces, regularity criteria for height, the shear force at the base, the response sensitivity analysis, problem of reduction methods.

### **Bibliografická citace VŠKP**

SVRČINA, Vít. *Seismická analýza konstrukcí s využitím IRS redukce*. Brno, 2013. 57 s., 2 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D..

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 14.5.2013

.....  
podpis autora  
Vít Svrčina

# PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY VŠKP

## **Prohlášení:**

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané práce je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 14.5.2013

.....  
podpis autora  
Vít Svrčina

## **Poděkování:**

Rád bych poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce, panu Ing. Zbyňku Vlkovi, Ph.D., za ochotu, pomoc, odborné vedení a cenné rady při tvorbě práce.

**OBSAH**

1. Úvod.....	9
2. Teorie.....	10
2.1 Vlastní kmitání lineárních soustav.....	10
2.1.1 Ortogonalita vlastních tvarů.....	11
2.1.2 Faktory náhradních hmot.....	11
2.2 Zemětřesení.....	12
2.2.1 Požadavky na konstrukce a kritéria jejich splnění.....	12
2.3 Spektrum odezvy.....	14
2.4 Metoda výpočtu pomocí příčných sil.....	16
2.4.1 Kritéria pravidelnosti po výšce.....	16
2.4.2 Smyková síla v základu.....	17
2.4.3 Rozdělení vodorovných seizmických sil .....	18
2.4.4 Torzní účinky.....	18
2.4.5 Modální analýza pomocí spektra odezvy.....	19
2.4.6 Kombinace odezvy v různých tvarech.....	19
2.4.7 Účinky krutu.....	20
2.5 Citlivostní analýza odezvy.....	20
2.6 Problém redukčních metod.....	20
2.7 Dynamická redukce pomocí IRS metody.....	22
2.8 Vytvoření vztahné matice $H$ .....	23
3. Konstrukce.....	24
3.1 Konstrukce 1.....	24
3.1.1 Prostorový plný model 1.....	24
3.1.2 Prutový model 1.....	26
3.2 Konstrukce 2.....	30
3.2.1 Prostorový plný model 2.....	30
3.2.2 Prutový model 2.....	31
3.3 Modely redukované metodou IRS.....	34
4. Modely a výpočty dynamické analýzy.....	35
4.1 Řešení u plných prostorových a redukovaných modelů.....	35
4.2 Řešení u prutových modelů.....	39
4.3 Ruční výpočet globálních posunů.....	40
5. Srovnání výsledků prostorových plných modelů, prutových modelů a redukovaných modelů.....	43
5.1 Konstrukce 1.....	43
5.2 Konstrukce 2.....	48
6. Závěr.....	53
Seznam použité literatury.....	54
Seznam použitých symbolů.....	55
Seznam příloh.....	57



## 1. Úvod

V dnešní době, kdy se počítají složité konstrukce, je snaha co nejvíce zjednodušit a urychlit výpočet těchto konstrukcí pomocí různých typů modelů. I když výkony dnešních hardware stále rostou, je při výpočtech kladen velký důraz na rychlost.

Cílem práce je srovnání výsledků prostorového plného modelu konstrukcí s prutovým modelem konstrukce a s modely vytvořené pomocí redukční metody IRS. Metoda IRS znamená Improved Reduced System, což v překladu znamená vylepšení redukovaného systému nebo lepší zjednodušení celého systému.

V následující kapitole bude představena základní teorie dynamiky jako je vlastní kmitání lineárních soustav, vlastní tvary a jejich ortogonalita, faktory náhradních hmot, metoda výpočtu příčných sil, smyková síla v základu, vodorovné účinky, torzní účinky, spektrum odezvy, citlivostní analýza odezvy, redukční metody, dynamická redukce pomocí IRS metody a zemětřesení působící na konstrukci.

Třetí kapitola obsahuje seznámení s dvěma řešenými konstrukcemi a jednotlivými modely. První je prostorový plný model. Druhým modelem je prutový model konstrukce a dalšími modely jsou redukované modely zjednodušující výpočty prostorového plného modelu.

Ve čtvrté kapitole je naznačeno řešení dynamické analýzy a jednotlivá řešení pro všechny modely.

Pátá kapitola obsahuje srovnání výsledků jednotlivých modelů v obou konstrukcích, srovnání vlastních frekvencí vlastních čísel, srovnání časové náročnosti výpočtu a srovnání globálních účinků vyvolaných zatížením konstrukce pomocí výsledků náhradních břemen dynamické analýzy.

## 2. Teorie

### 2.1 Vlastní kmitání lineárních soustav

Podle [1] se převádí řešení spojitých konstrukcí a konstrukčních systémů na řešení soustav s konečným počtem stupňů volnosti. Pohyb jednotlivých bodů soustavy způsobený vnějším zatížením nebo zadaným pohybem některých bodů řešené konstrukce je popsán maticovou diferenciální rovnicí

$$Kx + C\dot{x} + M\ddot{x} = p \quad (1)$$

Z hlediska dynamiky konstrukcí sledujeme dva základní případy kmitání:

- Vlastní kmitání
- Vynucené kmitání způsobené buď vnějším zatížením nebo pohybem některých bodů konstrukce

Velký význam při řešení úloh lineární dynamiky má řešení homogenní diferenciální rovnice s homogenními okrajovými podmínkami a s vynechaným členem  $C\dot{x}$ . Z hlediska mechaniky konstrukcí jde o úlohu vlastního netlumeného kmitání.

$$Kx + M\ddot{x} = 0. \quad (2)$$

Výpočtem  $\ddot{x}$  a dosazením obdržíme základní rovnici pro řešení vlastního netlumeného kmitání  $(-\omega^2 M + K)y = 0$ . Je nutné aby  $\det(-\omega^2 M + K) = 0$ .

Je-li řád matic  $M$  a  $K$   $n$ , pak lze vypočítat  $n$  vlastních frekvencí  $\omega_i$  a  $n$  vlastních tvarů  $y_i$ . Sestavíme-li vektory  $y_i$  do matice  $Y$  ( $y_i$  tvoří sloupce matice  $Y$ ) a kvadráty vlastních frekvencí do diagonální matice  $\Omega^2$ , můžeme všechna řešení rovnice zahrnout do jediné maticové rovnice:

$$KY = \Omega^2 MY \quad (3)$$

Matice  $K$  je symetrická a pozitivně definitní. Mohla by být semidefinitní, pokud by konstrukce měla možnost posuvu nebo natočení jakožto tuhé těleso. Matice  $K$  je vždy pásová. Matice hmotnosti může být buď pásová (konzistentní) nebo diagonální (soustředěné hmotnosti). Pásová matice  $M$  je vždy pozitivně definitní.

Jestliže  $K$  i  $M$  jsou pozitivně definitní, jsou všechna vlastní čísla kladná. Jestliže  $K$  je pozitivně semidefinitní, jsou vlastní čísla nezáporná. Jestliže  $M$  je diagonální s  $m$  prvky na diagonále rovnými nule, je  $m$  vlastních čísel rovných nekonečnu.

### 2.1.1 Ortogonalita vlastních tvarů

Vlastní vektory jsou ortogonální vzhledem k matici hmotností a zároveň jsou ortogonální také vzhledem k matici tuhosti. Vlastní vektory jsou určeny jen svým směrem.

Pro vlastní tvary platí vztahy:

$$\{y_{(j)}^0\}^T [m]_D \{y_{(k)}^0\} = 0 \quad \text{pro } j \neq k \quad (4)$$

$$\{y_{(j)}^0\}^T [m]_D \{y_{(k)}^0\} \neq 0 \quad \text{pro } j = k \quad (5)$$

kde  $\{y\}$  je vektor přemístění

$[m]_D$  je diagonální matice hmot

Tyto vztahy vyjadřují ortogonalitu s vahami, za něž se volí hmoty soustředěné v uzlech soustavy. Vlastní tvary kmitání, jako každé řešení homogenních soustav rovnic, jsou určeny až na násobnou konstantu. Z numerických důvodů je vhodné určit tuto konstantu tak, aby součin na levé straně byl rovný jedné. Jde o tzv. operaci normování. Příslušné funkce jsou pak nejen ortogonální, ale i normované neboli ortonormované vzhledem k uzlovým hmotám (a také k matici tuhosti).

### 2.1.2 Faktory náhradních hmot

Faktory náhradních hmot v sobě obsahují modální hmoty, podílové součinitele, náhradní hmotu a faktory náhradních hmot. Seřazují se podle vlastních tvarů. Součet těchto tvarů by měl podle EC 8 odpovídat alespoň 90% celkové hmoty konstrukce.

Participační faktor se určuje ze vztahu:

$$\Gamma_{(j)} = \frac{\{y_{(j)}^T\} * [M]_D * \{1\}}{\{y_{(j)}^T\} * [M]_D * \{y_{(j)}\}} = \{y_{(j)}^T\} * [M]_D * \{1\} = \{y_{(j)}^T\} * \{m\} \quad (6)$$

$$\Gamma_{(j)} = \frac{\sum_{i=1}^n y_{(j),i} * m_i}{\sum_{i=1}^n y_{(j),i}^2 * m_i} = \sum_{i=1}^n y_{(j),i} * m_i \quad (7)$$

Pro efektivní hmotu platí vztah:

$$M_{ef,(j)} = \Gamma_{(j)}^2 * M_{(j)} = \frac{\left( \sum_{i=1}^n y_{(j),i} * m_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n y_{(j),i}^2 * m_i} = \Gamma_{(j)}^2 \quad (8)$$

Faktor náhradních hmot se určí ze vztahu:

$$L_{(j)} = \frac{M_{ef,(j)}}{M_{tot}} \quad (9)$$

$$M_{tot} = \sum_{i=1}^n m_i \quad (10)$$

kde  $m_i$  jsou nepodepřené hmoty

Součty vztahů:

$$\sum_{j=1}^{nFreq} M_{ef,(j)} \rightarrow M_{tot} \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^{nFreq} L_{(j)} \rightarrow 1 \quad (12)$$

## 2.2 Zemětřesení

Norma předpokládá, že v konstrukci nenastane ani během výstavby, ani v jejím následujícím provozu žádná změna, která by nebyla řádně zdůvodněna a ověřena. Vzhledem ke specifické povaze seismické odezvy to platí i pro změny znamenající zvýšení odolnosti konstrukce.

Primární seismické prvky jsou prvky tvořící nosný systém, odolávající seismickému zatížení, modelujícímu pro výpočet seismickou návrhovou situací. Sekundární seismické prvky jsou prvky, které nejsou součástí systému odolávajícího seismickému zatížení a jejichž pevnost a tuhost se při seismickém namáhání zanedbává.

### 2.2.1 Požadavky na konstrukce a kritéria jejich splnění

Konstrukce v seismických oblastech musí být navrženy a provedeny tak, aby byly splněny následující požadavky, každý s příslušným stupněm spolehlivosti:

- Požadavek vyloučení zřícení

Konstrukce musí vydržet návrhovou hodnotu seismického zatížení bez zřícení celku nebo její části, aby si podržela svou konstrukční celistvost a zbytkovou únosnost po zemětřesení.

- Požadavek omezeného poškození

Konstrukce musí být navržena a provedena tak, aby vydržela seismické zatížení o větší pravděpodobnosti výskytu, než je návrhová hodnota seismického zatížení, beze škod a bez takových s nimi spojených omezení provozu, že by jejich cena byla neúměrně vysoká ve srovnání s cenou stavby.

### Kritéria splnění požadavků

Pro splnění požadavků musí být posouzen mezní stavy únosnosti a mezní stavy omezeného poškození.

### Základní vyjádření seismického zatížení

Pohyb při zemětřesení je v daném místě na povrchu popsán spektrem pružné odezvy na zrychlení podloží. Vodorovné seismické zatížení je popsáno dvěma kolmými složkami, předpokládá se, že jsou vzájemně nezávislé a mají stejná spektra odezvy. Pro tři složky seismického zatížení je možno použít buď jeden nebo více typů spekter odezvy podle zdroje a magnituda zemětřesení.

### Časový průběh pohybu

Seismický pohyb může být rovněž popsán časovým průběhem zrychlení podloží a s ním souvisejících veličin (rychlost a posun). Je-li třeba uvažovat prostorový model, musí být seismický pohyb složen ze tří současně působících akcelerogramů. Týž akcelerogram by neměl být použit pro oba vodorovné směry.

Výpočet zemětřesení je možno provést podle modální analýzy nebo metodou příčných sil jak bude uvedeno dále.

## 2.3 Spektrum odezvy

Spektrum pružné odezvy pro vodorovné složky seismického zatížení  $S_e(T)$  je definováno těmito výrazy:

$$0 \leq T \leq T_B : S_e(T) = a_g * S * \left[ 1 + \frac{T}{T_B} (\eta * 2,5 - 1) \right] \quad (13)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_e(T) = a_g * S * \eta * 2,5 \quad (14)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_e(T) = a_g * S * \eta * 2,5 \left[ \frac{T_C}{T} \right] \quad (15)$$

$$T_D \leq T \leq 4s : S_e(T) = a_g * S * \eta * 2,5 \left[ \frac{T_C * T_D}{T^2} \right] \quad (16)$$

kde  $S_e(T)$  je spektrum pružné odezvy

$T$  je perioda vlastních kmitů lineární soustavy s jedním stupněm volnosti

$a_g$  je návrhové zrychlení podloží typu A

$T_B$  je nejmenší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení

$T_C$  je největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení

$T_D$  je doba kmitů, při níž začíná obor konstantní hodnoty spektra pružného posunu

$S$  je součinitel podloží

$\eta$  je korekční součinitel útlumu, s referenční hodnotou  $\eta = 1$

Doby kmitů  $T_B, T_C$  a  $T_D$  a součinitel podloží  $S$ , které popisují tvar spektra pružné odezvy, závisí na typu základové půdy.

Korekční součinitel útlumu  $\eta$  lze určit z výrazu:

$$\eta = \sqrt{10 / (5 + \xi)} \geq 0,55 \quad (17)$$

kde  $\xi$  je poměrný viskózní útlum konstrukce, vyjádřený v procentech

Spektrum pružné odezvy posunu  $S_{De}(T)$  se může získat přímo ze spektra pružné odezvy zrychlení  $S_e(T)$  použitím vztahu:

$$S_{De}(T) = S_e(T) * \left[ \frac{T}{2\pi} \right]^2 \quad (18)$$

Spektrum svislé pružné odezvy

Svislá složka seismického zatížení je popsána spektrem pružné odezvy, pro které platí následující výrazy:

$$0 \leq T \leq T_B : S_{ve}(T) = a_{vg} * \left[ 1 + \frac{T}{T_B} (\eta * 3,0 - 1) \right] \quad (19)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_{ve}(T) = a_{vg} * \eta * 3,0 \quad (20)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_{ve}(T) = a_{vg} * \eta * 3,0 \left[ \frac{T_C}{T} \right] \quad (21)$$

$$T_D \leq T \leq 4s : S_{ve}(T) = a_{vg} * \eta * 3,0 \left[ \frac{T_C * T_D}{T^2} \right] \quad (22)$$

Návrhové spektrum pro výpočet v pružné oblasti

Schopnost nosných systémů odolávat seismickému zatížení přechodem do nelineární oblasti obvykle dovoluje navrhovat je z hlediska pevnosti na menší seismické síly, než by odpovídalo odezvě lineárně pružné.

Aby při navrhování nebylo nutné provádět nelineární výpočet konstrukce, zohledňuje se disipační schopnost konstrukce, dána plastickým chováním jejích prvků nebo jiných zařízení tak, že se provede výpočet lineární využívající spektra odezvy, které je vzhledem k pružnému spektru redukováno a označováno jako návrhové spektrum. Této redukce je dosaženo zavedením součinitele duktility  $q$ .

Součinitel duktility  $q$  představuje přibližně poměr seismických sil, kterým by konstrukce musela odolávat ve stavu dokonale pružném při útlumu 5%, k seismickým silám, které lze použít pro výpočet na konvenčním pružném modelu, a při nichž konstrukce bezpečně vyhoví. Hodnota součinitele duktility se může v různých vodorovných směrech konstrukce lišit, přestože třída duktility musí být pro jednu konstrukci ve všech směrech shodná.

Návrhové spektrum pro vodorovné složky seismického zatížení je definováno těmito výrazy:

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g * S * \left[ \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left( \frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (24)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g * S * \frac{2,5}{q} \quad (25)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) = a_g * S * \frac{2,5}{q} * \left[ \frac{T_C}{T} \right] \quad (26)$$

$$S_d(T) \geq a_g \beta$$

$$T_D \leq T \leq 4s : S_d(T) = a_g * S * \frac{2,5}{q} \left[ \frac{T_C * T_D}{T^2} \right] \quad (27)$$

$$S_d(T) \geq a_g \beta$$

## 2.4 Metoda výpočtu pomocí příčných sil

Metoda výpočtu příčných sil je jednou z metod, kterými se dá vypočítat zemětřesení. Dle normy se metoda používá u řešení pozemních staveb, jejichž odezva není v obou hlavních směrech výrazně ovlivněna tvary kmitání vyššími než základní tvar. Stavby musí mít základní periody vlastních kmitů  $T_I$  v obou směrech menší než  $4 T_C$  a zároveň menší než  $2s$ , kde:

- $T_C$  je největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení.

Stavby musí rovněž splňovat kritéria pravidelnosti po výšce, které jsou vysvětleny níže.

### 2.4.1 Kritéria pravidelnosti po výšce

Pro kritéria pravidelnosti po výšce platí, že všechny systémy odolávající příčnému zatížení jako jsou jádra, nosné stěny, rámy, musí probíhat bez přerušení od základu až k vrcholu stavby, nebo existují-li odsazení v různých výškách, k vrcholu příslušné části stavby. Příčná tuhost a hmotnosti jednotlivých podlaží musí zůstat konstantní, nebo se zmenšovat pozvolna, bez náhlých změn od základu k vrcholu stavby. V rámových konstrukcích pozemních staveb se poměr skutečné odolnosti podlaží k odolnosti požadovaném výpočtem nemá mezi sousedícími podlažími měnit neúměrně. Kromě toho



je třeba zahrnout zvláštní hledisko, týkající se rámu vyplněných zdí. Pozvolné odsazení, zachovávající osovou symetrii, nesmí být v žádném případě větší než 20% předcházejícího půdorysného rozměru podlaží ve směru odsazení. Jednotlivé odsazení menší než 15% celkové výšky stavby, nesmí být větší než 50% rozměru půdorysu předcházejícího podlaží. V takovém případě konstrukce se základnou tvořenou svislým průmětem obvodu horních pater, má být navržena tak, aby odolávala nejméně 75% vodorovných smykových sil, které by vznikly v této oblasti v podobné stavbě bez zvětšené základny. Jestliže odsazení nezachovávají symetrii, jejich součet ve všech patrech jedné fasády nesmí být větší než 30% půdorysného rozměru přízemí nad základem nebo na vrchu tuhého základu. Jednotlivá odsazení nesmějí být větší než 10% rozměru půdorysu.

#### 2.4.2 Smyková síla v základu

Dle normy se seizmická smyková síla v základu  $F_b$  pro každý vodorovný směr v kterém je počítána stanoví dle vztahu:

$$F_b = S_d(T_1) m \lambda \quad (28)$$

kde -  $S_d(T_1)$  je pořadnice návrhového spektra při periodě kmitu  $T_1$ .

-  $T_1$  je základní perioda vlastních kmitů vodorovného pohybu stavby v uvažovaném směru.

-  $m$  je celková hmotnost stavby nad základovou spárou nebo nad vrchem tuhého základu.

-  $\lambda$  je opravný součinitel.

K stanovení základní periody vlastních kmitů  $T_1$  stavby se použije některá z metod stavební mechaniky. Pro stavby do 40 m výšky může být hodnota  $T_1$  stanovena podle následujícího výrazu:

$$T_1 = C_t H^{3/4}, \quad (29)$$

kde -  $C_t$  je 0,085 pro prostorové ocelové rámy odolávající momentům, 0,075 pro prostorové betonové rámy a pro ocelové rámy s excentrickým ztužením a 0,050 pro ostatní konstrukce.

-  $H$  je výška stavby v metrech od základové spáry nebo od vrchu tuhého základu.

### 2.4.3 Rozdělení vodorovných seizmických sil

Základní tvary kmitání ve směrech vodorovných mohou být počítány metodami stavební dynamiky nebo mohou být přibližně uvažovány jako lineárně rostoucí po výšce stavby. Účinky seizmického zatížení musí být stanoveny použitím dvou rovinných modelů zatížených vodorovnými silami  $F_i$  ve všech podlažích.

$$F_i = F_b \frac{s_i \cdot m_i}{\sum_j s_j m_j} \quad (30)$$

- kde
- $F_i$  je vodorovná síla působící v  $i$ -tém podlaží
  - $F_b$  je seizmická smyková síla v základu
  - $s_i, s_j$  jsou posuny hmot  $m_i, m_j$  v základním tvaru
  - $m_i, m_j$  jsou hmotnosti podlaží

Jestliže základní tvar kmitání je přibližně vyjádřen jako lineárně rostoucí po výšce stavby, vodorovné síly  $F$  mají být stanoveny podle výrazu.

$$F_i = F_b \frac{z_i \cdot m_i}{\sum_j z_j m_j} \quad (31)$$

- kde
- $z_i, z_j$  jsou výšky hmot  $m_i, m_j$  nad úrovní, kde se vnáší seizmické zatížení

Vodorovné síly  $F$  stanovené podle tohoto článku, musí být rozděleny po nosném systému, odolávajícím příčnému zatížení za předpokladu, že podlaží jsou tuhá ve své rovině.

### 2.4.4 Torzní účinky

Jestliže příčná tuhost a hmota jsou symetricky rozloženy v půdorysu a mimořádná excentricita není zahrnuta do výpočtu přesnější metodou, náhodný účinek kroucení může být počítán násobením účinků zatížení v každém z nosných prvků součinitelem  $\delta$ .

$$\delta = 1 + 0,6 \frac{x}{L_e} \quad (32)$$

- kde
- $x$  je vzdálenost uvažovaného prvku od těžiště stavby v půdorysu, měřená kolmo ke směru seizmického zatížení

-  $L_e$  je vzdálenost mezi dvěma nejvzdálenějšími nosnými prvky, měřená kolmo ke směru seizmického zatížení

Jestliže jsou ve výpočtu použity dva rovinné modely, každý v jednom hlavním vodorovném směru, účinek krutu může být stanoven pomocí dvojnásobné náhodné excentricity  $e$ .

#### 2.4.5 Modální analýza pomocí spektra odezvy

Modální analýza pomocí spektra odezvy se používá u konstrukcí, které nevyhovují podmínkám pro použití metody příčných sil. Ve výpočtu výsledné odezvy musí být uvažovány všechny tvary kmitání, které odezvu výrazně ovlivňují. Tyto požadavky jsou splněny pokud součet efektivních modálních hmot vlastních tvarů kmitání, uvažovaných při výpočtu tvarů kmitání, je roven nejméně 90% celkové hmotnosti konstrukce nebo všechny tvary kmitání s efektivními modálními hmotami většími než 5% celkové hmotnosti jsou zahrnuty do výpočtu. Při použití prostorového modelu je třeba výše uvedené podmínky ověřit pro každý významný směr. Jestliže tyto požadavky nemohou být splněny, minimální počet  $k$  tvarů kmitání, vzatý do prostorového výpočtu, má splňovat obě následující podmínky:

$$\begin{aligned} k &\geq 3\sqrt{n} \\ T_k &\leq 0,20s \end{aligned} \tag{33,34}$$

- kde
- $k$  je počet tvarů kmitání použitých ve výpočtu
  - $n$  je počet podlaží nad základovou spárou nebo nad vrchem tuhého základu
  - $T_k$  je perioda  $k$ -tého vlastního tvaru kmitů

#### 2.4.6 Kombinace odezvy v různých tvarech

Odezvy ve dvou tvarech kmitání jsou považovány za vzájemně nezávislé, pokud periody  $T_i$  a  $T_j$  splňují následující podmínku:

$$T_j \leq 0,9T_i \tag{35}$$

Pokud tato podmínka není splněna, musí být použit přesnější způsob výpočtu kombinace modálních maxim.

Jestliže všechny významné tvary kmitání odezvy mohou být považovány za vzájemně nezávislé, maximální hodnota  $E_E$  účinku seizmického zatížení může být vyjádřena vztahem:

$$E_E = \sqrt{\sum E_{Ei}^2} \quad (36)$$

kde -  $E_E$  je uvažovaný účinek seizmického zatížení

-  $E_{Ei}$  je hodnota účinků seizmického zatížení při kmitání v  $i$ -tém tvaru

#### 2.4.7 Účinky krutu

Pokud použijeme k výpočtu prostorový model, pak náhodné účinky krutu mohou být stanoveny jako obálka účinků od statických zatížení, momentů krutu  $M$  okolo svislé osy každého podlaží  $i$ .

$$M_{ai} = e_{ai} F_i \quad (37)$$

kde -  $M_{ai}$  je moment působící na  $i$ -té podlaží k jeho svislé ose

-  $e_{ai}$  je náhodná excentricita hmoty  $i$ -tého podlaží

-  $F_i$  je vodorovná síla působící na  $i$ -té podlaží

Tyto účinky zatížení jsou zahrnuty do výpočtu bez ohledu na znaménko.

### 2.5 Citlivostní analýza odezvy

Pokud je odezva počítána použitím normálních metod, citlivostní analýza vyžaduje výpočet derivace vlastního tvaru s ohledem na proměnlivý design. Matematický vztah mezi vlastním tvarem a proměnlivým designem nemůže být obvykle vyjádřený uzavřeným tvarem z důvodu velikosti systému nebo komplikovaností počítačového programu.

### 2.6 Problém redukčních metod

Pohybová rovnice pro systém s více stupni volnosti má tvar:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F_e(t) \quad (38)$$

Redukce v souřadnicích z  $n$  souřadnic  $X(t)$  na  $k$  souřadnic  $\tilde{X}(t)$  může být vyjádřena:

$$X(t) = T\tilde{X}(t) \quad (39)$$

$$M\ddot{\tilde{X}}(t) + C\dot{\tilde{X}}(t) + K\tilde{X}(t) = F_e(t) \quad (40)$$

Po této transformaci souřadnic může být pohybová rovnice vyjádřena použitím redukováného souřadnicového systému:

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{X}}(t) + \tilde{C}\dot{\tilde{X}}(t) + \tilde{K}\tilde{X}(t) = \tilde{F}_e(t) \quad (41)$$

kde  $\tilde{M}$ ,  $\tilde{C}$ ,  $\tilde{K}$  a  $\tilde{F}_e$  jsou určeny použitím principu zachování energie. Energie v Kartézském souřadnicovém systému označená jako  $E_s(X(t))$  může být vyjádřena takto:

$$E_s(X(t)) = \frac{1}{2} X^T(t) K X(t) \quad (42)$$

Po dosažení:

$$E_s(X(t)) = \frac{1}{2} \tilde{X}^T(t) T^T K T \tilde{X}(t) \quad (43)$$

Energie je v redukováném uzlovém systému označeném jako  $E_s(\tilde{X}(t))$  určena:

$$E_s(\tilde{X}(t)) = \frac{1}{2} \tilde{X}^T(t) \tilde{K} \tilde{X}(t) \quad (44)$$

Energie v libovolném čase musí být stejné v obou uzlových systémech.

$$E_s(X(t)) = \frac{1}{2} \tilde{X}^T(t) T^T K T \tilde{X}(t) = E_s(\tilde{X}(t)) = \frac{1}{2} \tilde{X}^T(t) \tilde{K} \tilde{X}(t) \quad (45)$$

$$\tilde{X}^T(t) T^T K T \tilde{X}(t) \tilde{X}^T(t) \tilde{K} \tilde{X}(t) \quad (46)$$

$$\tilde{K} = T^T K T \quad (47)$$

Kinetickou energii je možno vidět podobným způsobem prvním definováním kinetické energie Kartézského souřadnicového systému, označeném jako  $E_k(X(t))$  je:

$$E_k(X(t)) = \frac{1}{2} \dot{X}^T(t) M \dot{X}(t) \quad (48)$$

Substitucí dostaneme:

$$E_k(X(t)) = \frac{1}{2} \dot{\tilde{X}}^T(t) T^T M T \dot{\tilde{X}}(t) \quad (49)$$

Navíc, kinetická energie v redukováném uzlovém systému, označeném jako  $E_k(\tilde{X}(t))$  je:

$$E_k(\tilde{X}(t)) = \frac{1}{2} \dot{\tilde{X}}^T(t) \tilde{M} \dot{\tilde{X}}(t) \quad (50)$$

Kinetická energie v libovolném čase má být nezávislá na uzlovém systému:

$$E_k(X(t)) = \frac{1}{2} \dot{\tilde{X}}^T(t) T^T M T \dot{\tilde{X}}(t) = E_k(\tilde{X}(t)) = \frac{1}{2} \dot{\tilde{X}}^T(t) \tilde{M} \dot{\tilde{X}}(t) \quad (51)$$

$$\tilde{X}^T(t) T^T M T \tilde{X}(t) = \tilde{X}^T(t) \tilde{M} \tilde{X}(t) \quad (52)$$

$$\tilde{M} = T^T M T \quad (53)$$

## 2.7 Dynamická redukce pomocí IRS metody

Myšlenkou dynamické redukce je vytvořit redukovaný dynamický model pro velký originální model. Velikosti modelů jsou následující:

no počet stupňů volnosti originálního modelu ( extrém může být  $\approx 3 \cdot 10^6$  )

nr počet stupňů volnosti redukovaného modelu ( extrém může být  $\approx 3000$  )

Vstupy jsou symetrické, pozitivně definitní matice tuhosti  $K_{[no \times no]}$  a diagonální hmotné matice  $M_{[no \times no]}$ . Třetím vstupem je matice  $H_{[no \times nr]}$ . V matici  $H$  není více než šest nenulových elementů v každé řadě. Matice  $H$  definuje lineární vztahy mezi silami redukovanými  $F_r$  a silami originálními  $F_o$  následující rovnicí:

$$F_o = H \cdot F_r \quad (54)$$

Proces redukce je následující. Vyřešit odezvu originální konstrukce na jednotkové síly v redukovaných stupních volnosti:

$$Z_{[no \times nr]} = K^{-1} \cdot H \quad (55)$$

Matice  $Z$  je plná. Řeší plnou symetrickou matici poddajnosti redukovaného modelu:

$$D_r_{[nr \times nr]} = H^T \cdot Z \quad (56)$$

Matice tuhosti redukovaného modelu:

$$K_r = D_r^{-1} \quad (57)$$

Aproximace plné transformační matice mezi originálními a redukovanými stupni volnosti ( $u_o = T_r \cdot u_r$ ):

$$T_r_{[no \times nr]} = Z \cdot K_r \quad (58)$$

Redukovaná matice hmot:

$$M_r = T_r^T \cdot M \cdot T_r \quad (59)$$

Obě matice jsou plné a malé ( $nr \times nr$ ). Nyní je možné vyřešit redukovaný vlastní problém přes redukovanou matici.

$$\{K_r, M_r\} \Rightarrow \{V_r, D\} \quad (60)$$

Výsledky jsou vlastní hodnoty  $D$ , které jsou aproximací vlastních hodnot originálního modelu a vlastních vektorů redukovaného modelu  $V_r$ . Vektor  $V_r$  je normován na hmotu redukovaného modelu.

$$V_r \cdot M_r \cdot V_r = E \quad (61)$$

Nakonec se vyřeší aproximace vlastních vektorů originálního modelu.

$$V = T_r V_r \quad (62)$$

## 2.8 Vytvoření vztažné matice $H$

Tvorba matice  $H$  je založena na následujícím principu. Některá  $j$ -tá skupina z  $n_j$  originálních uzlů bude redukovaná na  $j$ -tý redukovaný uzel. Tento  $j$ -tý uzel může být fiktivní. Pro zrychlení mezi originálním a redukovaným bodem platí:

$$\ddot{X}_i = R_i \cdot \ddot{X}_j \quad (63)$$

$$X_j = [x_j, y_j, z_j, \varphi_{xj}, \varphi_{yj}, \varphi_{zj}]^T \quad (64)$$

$$R_j = \begin{bmatrix} E_3 & \hat{r}_i \\ 0 & E_3 \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$\hat{r}_i = \begin{bmatrix} 0 & rz_i & -ry_i \\ -rz_i & 0 & rx_i \\ ry_i & -rx_i & 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

Pro síly v  $i$ -tém originálním uzlu s  $M_i$  maticí hmot platí:

$$F_i = M_i \cdot R_i \cdot \ddot{X}_j \quad (67)$$

Síla v redukovaném uzlu způsobená zrychlením v redukovaném uzlu je dána součtem sil v originálním modelu:

$$F_j = \sum_i^{n_j} R_i^T F_i = \left( \sum_i^{n_j} R_i^T M_i R_i \right) \cdot \ddot{X}_j = J_j \ddot{X}_j \quad (68)$$

Vyloučením  $\ddot{X}_j$  z této rovnice a dosazením do předchozí dostaneme :

$$F_i = M_i \cdot R_i \cdot J_j^{-1} \cdot F_j \quad (69)$$

Tímto nalezneme část matice  $H$ , která reprezentuje vztah mezi  $j$ -tým redukovaným uzlem a  $i$ -tým redukovaným uzlem:

$$H_{ij} = M_i R_i J_j^{-1} \quad (70)$$

$H$  je rozptýlená matice s šesti nenulovými elementy v každé řadě.

## **3. Konstrukce**

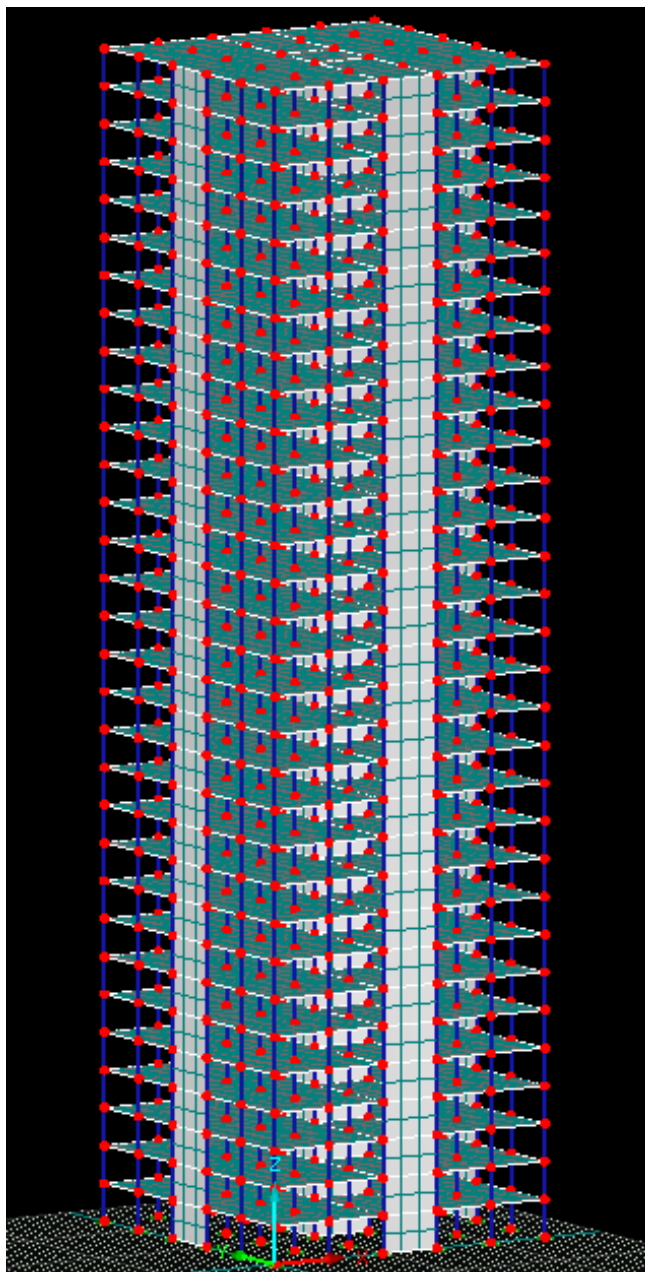
### **3.1 Konstrukce 1**

Konstrukce 1 představuje 30 patrovou budovu. Výška modelu je 90m. Půdorys modelu je 25x25 m. Model je tvořen sloupy IPE 300 a jako materiál je použita ocel S355. Sloupy jsou vetknuté do základu. Vzdálenost sloupů je 5 metrů v obou směrech. Sloupy mají délku 3m. Na každé podlaží je použito 36 sloupů. Na sloupy navazují betonové desky. Vodorovné desky mají tloušťku 200 mm a jsou vyrobeny z betonu C30/37. Ztužení modelu je provedeno pomocí ztužujícího betonového jádra z betonu C30/37, které má tloušťku 250 mm, šířku 5 metrů a délku 90 metrů, a dále ztužujícími bočními stěnami, které svou pozicí kopírují stěny jádra a mají šířku 5 metrů, tloušťku 250mm a délku 90 metrů. Schéma konstrukce je vidět v prostorovém plném modelu.

#### **3.1.1 Prostorový plný model 1**

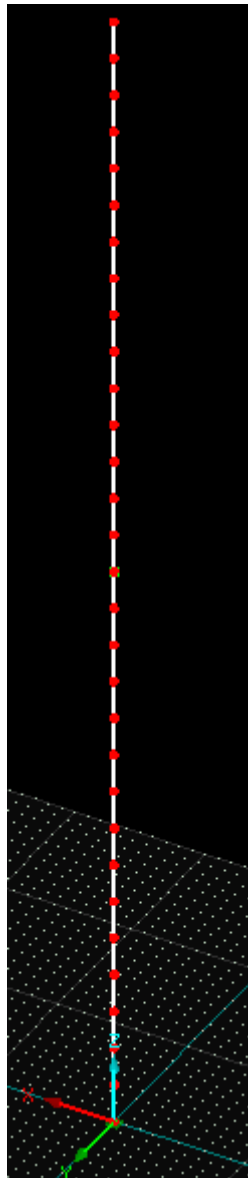
Model je základem pro výpočty s různou velikostí sítě. Na tomto modelu byla počítána dynamická analýza pro sítě prvků 1;1,5;2,5 a 10 m. Tento model je základem pro výpočet redukovaných modelů, tyto modely byly počítány pro sítě prvků 1; 1,5 a 2,5 metrů.





obr1:Model 1

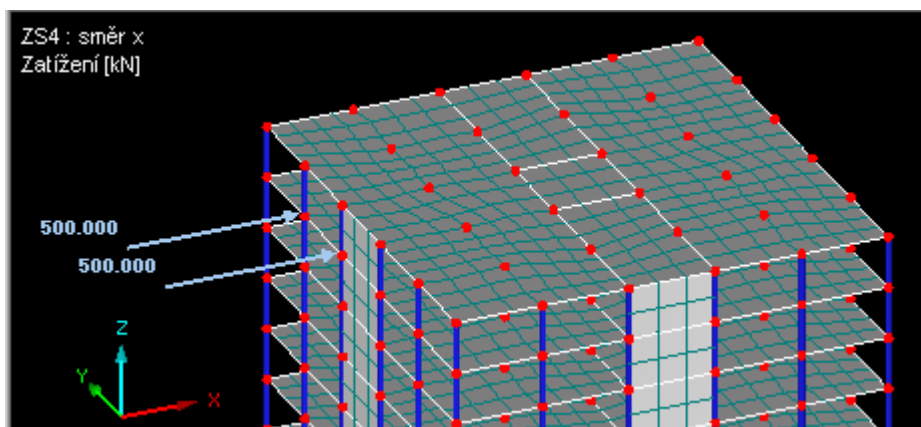
### 3.1.2 Prutový model 1



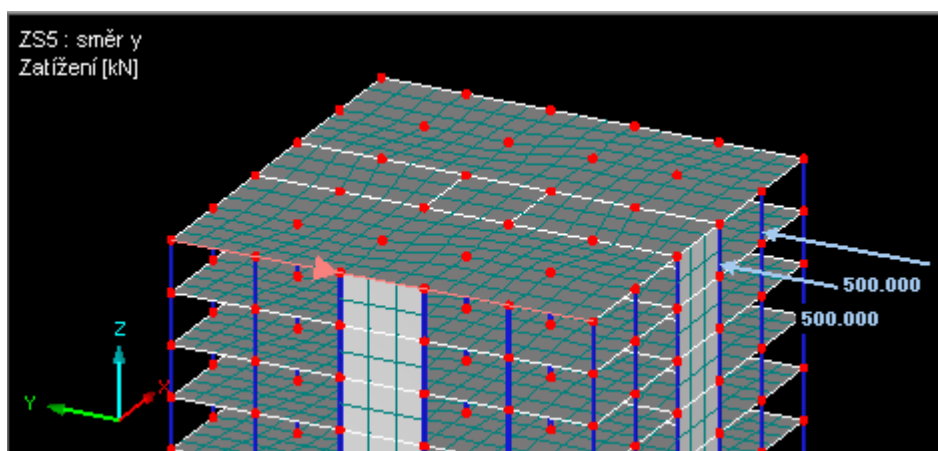
Obr.2: Prutový model 1

Tvorba modelu:

Cílem bylo vytvořit prutový model, který by měl obdobné statické a dynamické chování jako prostorový plný model. Tento prutový model představuje konzolu. Byl vytvořen pro kontrolu výsledků prostorového plného modelu. Úkolem bylo najít náhradní průřezové charakteristiky pro prutový model. Začalo se zatížením modelu 1 ve směru os  $x, y$  a  $z$  pomocí jednotkové síly o velikosti 1000 kN. Aby bylo zatížení symetrické, tak ve směru os  $x$  a  $y$  se síla rozdělila na dvě složky o velikosti 500 kN a každá z těchto sil působila v jednom z vrchních uzlů.



Obr.3:Zatížení modelu ve směru osy x



Obr.4:Zatížení modelu ve směru osy y

Výsledné posuny na prostorovém plném modelu byly:

$$\begin{aligned}x_z &= 0,5mm \\x_y &= 124,2mm \\x_x &= 87,8mm\end{aligned}$$

Vztah pro výpočet posunu :

$$x = \frac{Fl^3}{3EI} \tag{71}$$

- kde
- F je síla, která působí na konstrukci v nejvyšším bodě
  - l je výška konstrukce
  - E je modul pružnosti
  - I je moment setrvačnosti

Z tohoto vzorce se vyjádřil hledaný moment setrvačnosti:

$$I = \frac{Fl^3}{3Ex} \quad (72)$$

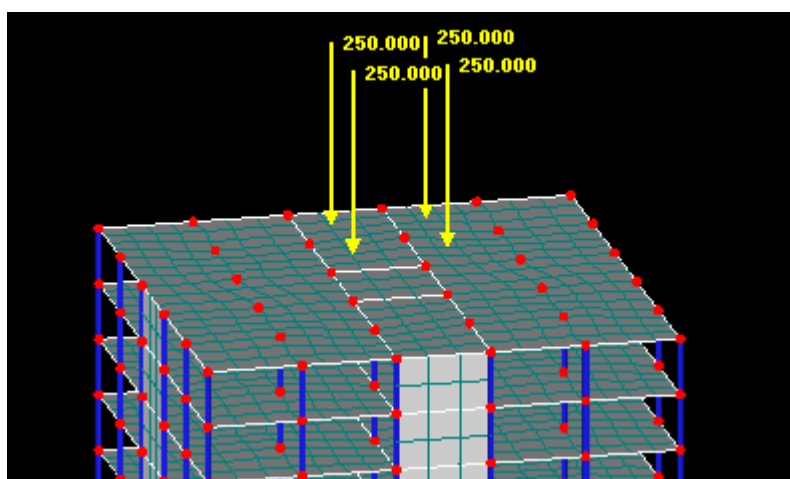
Po dosazení:

$$I_1 = \frac{1000 * 90^3}{3E * 878 * 10^{-4}} = \frac{2,768 * 10^9}{E} = 13,2m^4$$

$$I_2 = \frac{1000 * 90^3}{3E * 1242 * 10^{-4}} = \frac{1,957 * 10^9}{E} = 9,3m^4$$

Za E se dosadilo 210 GPa, kterých se následně při tvorbě prutu použilo jako modulu pružnosti prutového modelu a tím se vykrátilo. Tímto se získaly požadované momenty setrvačnosti pro prut.

Posun ve směru osy z se počítal podobným způsobem. Jednotková síla se rozložila na čtyři složky o hodnotách 250 kN a zatížily se s ní vrchní uzly jádra budovy.



Obr.5: Zatížení modelu ve směru osy z

Pomocí těchto sil byl vypočítán posun ve směru osy z užitím následujícího vztahu :

$$x = \frac{Nl}{EA} \quad (73)$$

- kde
- N je síla působící na konstrukci
  - l je výška konstrukce
  - E je modul pružnosti
  - A je plocha

Z tohoto vzorce se vyjádřila plocha:

$$A = \frac{Nl}{Ex} \quad (74)$$

Po dosazení:

$$A = \frac{1000 * 90}{E * 5 * 10^{-4}} = \frac{180 * 10^6}{E} = 8,57 * 10^{-1} m^2$$

Obr.6: Vytvoření vlastního průřezu v RFEMU

Při vytváření průřezu nebyl proveden výpočet torzního momentu. Na obr.6 je zadán jen kvůli nutnosti zadání nějaké hodnoty.

Po získání momentů setrvačnosti a plochy byl nadefinoval průřez a pomocí něj byl vytvořen prutový model konstrukce s výškou 90m a uzly ve vzdálenostech 3 m jako vzdálenosti podlaží v neredukovaném modelu.

Dalším úkolem pro vytvoření korektního modelu bylo vypočítání hmoty pater konstrukce. Hmota se určila následujícím způsobem. Spočítala se vlastní tíha konstrukce, která byla  $G=117\,790$  kN. Vlastní tíha byla vydělena počtem pater, takže síla na jedno patro byla  $F=3\,933,33$  kN. Tato hodnota se přepočítala na hmotu v kilogramech, která byla  $m=393\,330$  kg. Tato hodnota byla přiřazena uzlům prutového modelu.

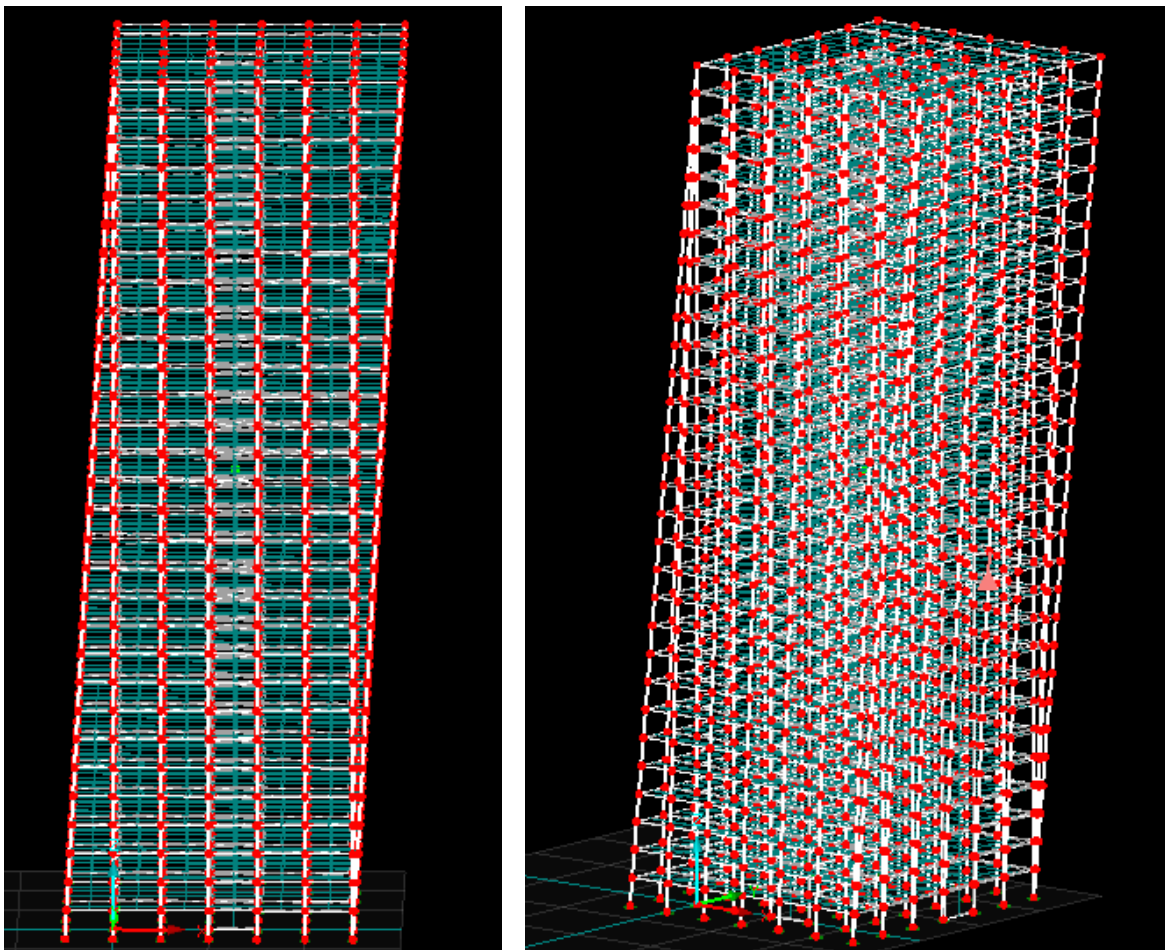
Poté se pro kontrolu prutový model zatížil silami 1000 kN ve směrech os x, y a z. Po tomto zatížení byly zjištěny stejné hodnoty deformací jako v prostorovém plném modelu.

## 3.2 Konstrukce 2

Konstrukce 2 byla vytvořena z konstrukce 1 vložením šikmých prutů po okrajích budovy, rozměry budovy byly zvětšeny na 30x30m. Sloupy, desky i vyztužení mají stejný průřez a rozměry jako v prostorovém plném modelu 1. Schéma konstrukce je znázorněno v prostorovém plném modelu 2.

### 3.2.1 Prostorový plný model 2

Tento model byl počítán pro síť prvků 1; 1,5; 2,5 a 10 m. Byl základem pro tvorbu prutového modelu a pro výpočet redukovaných modelů. Výpočty probíhaly na tomto modelu.

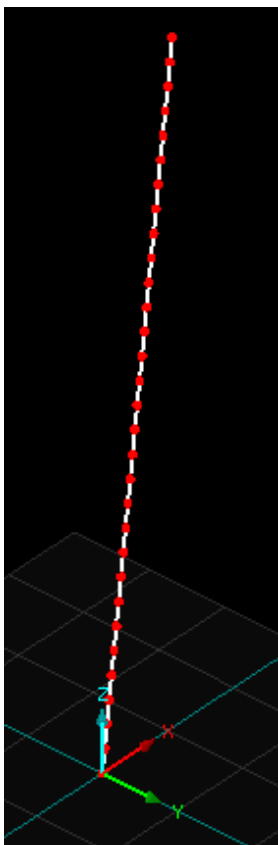


Obr.7 a 8:Prostorový plný model 2

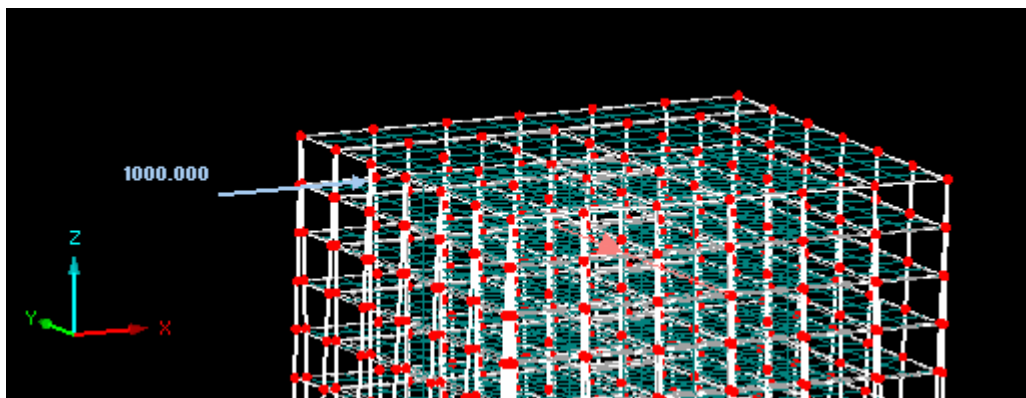
### 3.2.2 Prutový model 2

Tvorba modelu:

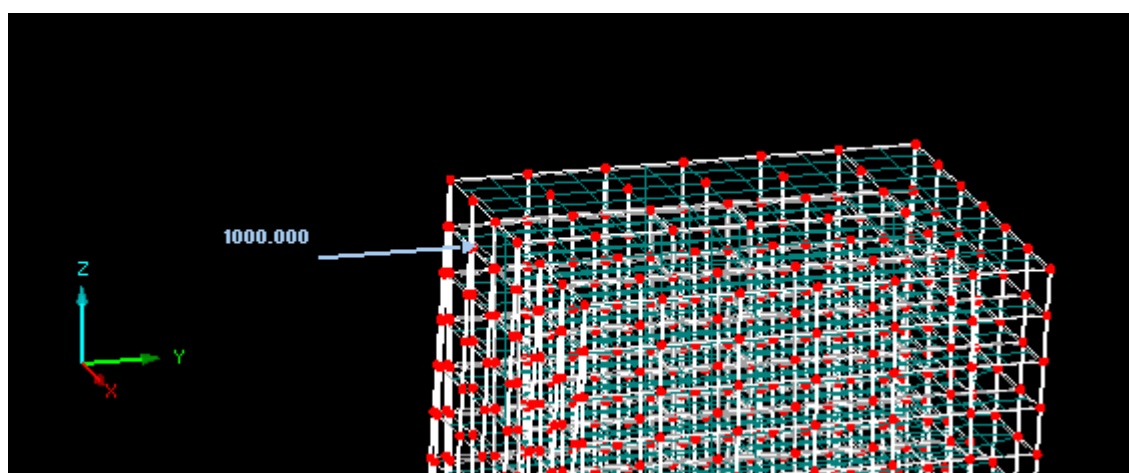
Model představuje konzolu. Byl vytvořen pro kontrolu hodnot získaných redukcí a výpočtů prostorového modelu 2. Model má stejný sklon jako krajní prut prostorového plného modelu 2. Model byl vytvořen stejným způsobem, který je popsán v prutovém modelu 1. Síly 1000 kN ve směrech os x, y a z se tentokrát nerozdělily, ale zatížily vždy střední uzel prostorového plného modelu, jak bude znázorněno na obr.10,11 a 12. Při tvorbě modelu byl problém s výpočtem deformací, který byl zapříčiněn špatným natočením průřezu modelu (průřezy byly v RFEM automaticky nakloněny šikmo). Po otočení průřezu o 45 stupňů, vyšly výsledky posunů shodné s výsledky posunů prostorového plného modelu.



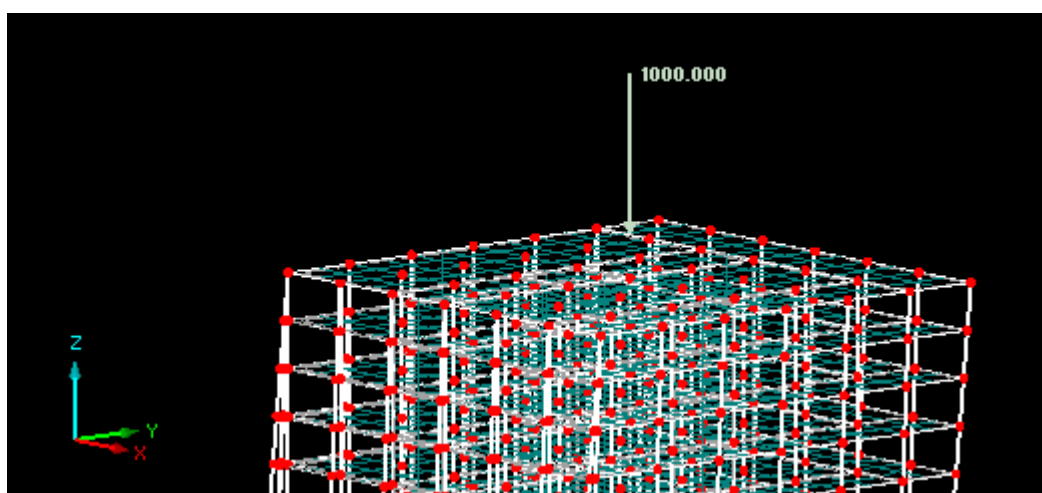
Obr.9:Prutový model 2



Obr.10:Zatížení modelu ve směru osy x za účelem získání posunu



Obr.11: :Zatížení modelu ve směru osy y za účelem získání posunu



Obr.12:Zatížení ve směru osy z za účelem získání posunu

Po zatížení modelu ve směrech os x, y a z vyšly následující posuny:

$$x_z = 0,5mm$$

$$x_y = 88mm$$

$$x_x = 64,3mm$$



Dále byl použit stejný vztah jako v prutovém modelu 1:

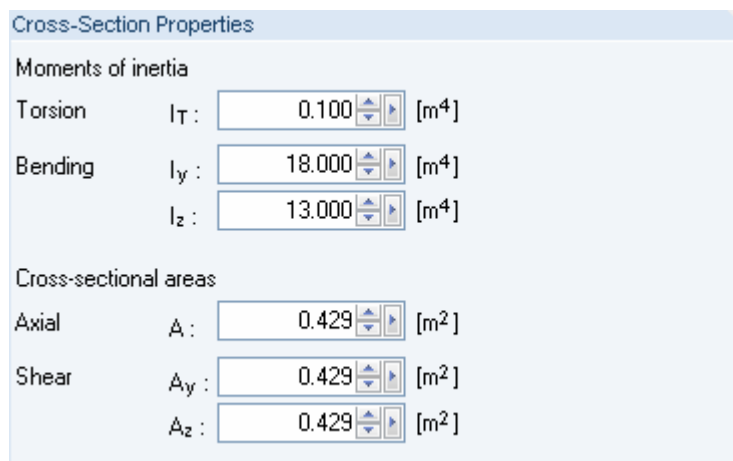
$$I_1 = \frac{1000 * 90^3}{3E * 64,3 * 10^{-3}} = \frac{3,779 * 10^9}{E} = 18m^4$$

$$I_2 = \frac{1000 * 90^3}{3E * 88 * 10^{-3}} = \frac{2,761 * 10^9}{E} = 13m^4$$

Stejně jako v prutovém modelu 1 se za E dosazilo 210 GPa, které byly při tvorbě prutu použity jako modul pružnosti prutového modelu a tím byly vykráceny. Takto byly zjištěny požadované momenty setrvačnosti pro prut.

Plocha byla počítána také stejně jako v prutovém modelu 1 a po dosazení:

$$A = \frac{1000 * 90}{E * 10 * 10^{-4}} = \frac{90 * 10^6}{E} = 4.29 * 10^{-1} m^2$$



Obr.13: Tvorba průřezu

Stejně jako v prutovém modelu 1, tak i tentokrát při vytváření průřezu nebyl proveden výpočet torzního momentu. Na obr.13 je zadán jen kvůli nutnosti zadání nějaké hodnoty. Po získání momentů setrvačnosti a plochy byl nadefinován průřez a pomocí něj byl vytvořen prutový model konstrukce s výškou 90m a uzly ve vzdálenostech 3 m jako vzdálenosti podlaží v prostorovém plném modelu.

Dalším úkolem pro vytvoření korektního modelu bylo vypočítání hmoty pater konstrukce. Hmoty byla určena stejně jako v prutovém modelu 1. Vlastní tíha konstrukce vyšla  $G=156\,190$  kN. Na každý uzel tedy působila síla  $5\,206,33$  kN, která byla zadána pomocí náhradních hmot v uzlech s hodnotou v kilogramech  $m=520\,630$  kg .

Poté byl pro kontrolu prutový model zatížen silami 1000kN ve směrech os x, y a z a pomocí tohoto zatížení byly získány stejné hodnoty posunů jako v prostorovém plném modelu 2. Takto bylo ověřeno statické chování konstrukce prutového modelu.

### 3.3 Modely redukované metodou IRS

Tyto modely vycházejí z Prostorových plných modelů. Redukce byla dosažena vytvořením redukovanych uzlů v textových souborech. Zpočátku byly vytvořeny modely o 31, 4 a 2 uzlech (31 uzlů je v redukovaném prutovém modelu). Byl vytvořen také model o 124 uzlech (4 uzly byly na každé podlaží), který nefungoval, protože výpočet redukce je vytvořen pouze pro modely do velikosti 100 uzlů. Z důvodu časové náročnosti výpočtu modelu o 31 uzlech byl vytvořen poslední model o 16 uzlech, u kterého proběhl výpočet rychleji.

```
.....
$ File for definition of dynamic redution by IRS method
$ ASCII code
$ Some remarks after
BEGIN BULK
$ Reduction definition
$      1      2      3      4      5      6      7      8
$234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890

EIGIRS                                     0.85      100.

$ Nodes
RNODE      1      10      10      90.
RNODE      3      10      10      84.
RNODE      5      10      10      78.
RNODE      7      10      10      72.
RNODE      9      10      10      66.
RNODE     11      10      10      60.
RNODE     13      10      10      54.
RNODE     15      10      10      48.
RNODE     17      10      10      42.
RNODE     19      10      10      36.
RNODE     21      10      10      30.
RNODE     23      10      10      24.
RNODE     25      10      10      18.
RNODE     27      10      10      12.
RNODE     29      10      10      06.
RNODE     31      10      10      00.
ENDDATA
```

Obr.14:Tvorba redukce 16

## 4. Modely a výpočty dynamické analýzy

### 4.1 Řešení u plných prostorových a redukováných modelů

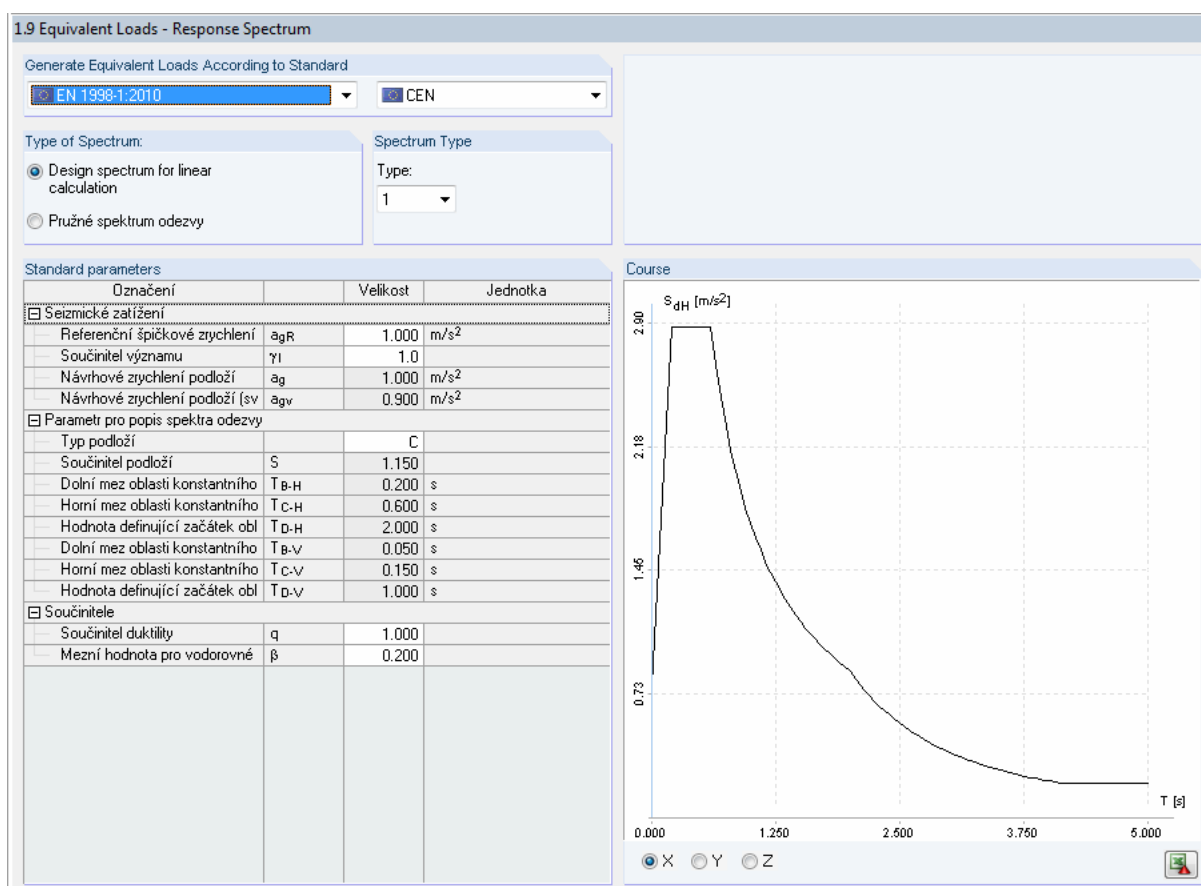
Po vytvoření modelů, včetně redukováných byly modely rozděleny podle sítě prvků. Prostorové plné modely byly počítány pro sítě prvků 1; 1,5; 2,5 a 10 m. Redukované modely byly počítány pro sítě prvků 1,5 a 2,5m. Pomocí náhradních břemen a sumy faktorů náhradních hmot byly získány hodnoty dokazující přesnost výpočtu, které jsou uvedeny v následující kapitole 5. Pro všechny tyto varianty byl důležitým faktorem čas výpočtu dvaceti vlastních tvarů. Dvacet vlastních tvarů bylo počítáno z důvodu požadavků normy, aby suma náhradních hmot konstrukce byla alespoň 90% z celkové hmoty konstrukce. Jedinou výjimkou při výpočtu vlastních tvarů byl redukováný model o 2 uzlech, který byl počítán pouze pro 12 vlastních tvarů. Výpočet pro více vlastních tvarů není možný, protože pro každý uzel je možno určit pouze 3 posuny a 3 pootočení.

The image shows a software interface for setting up a dynamic analysis. The main window is titled '1.1 General Data' and is divided into several sections:

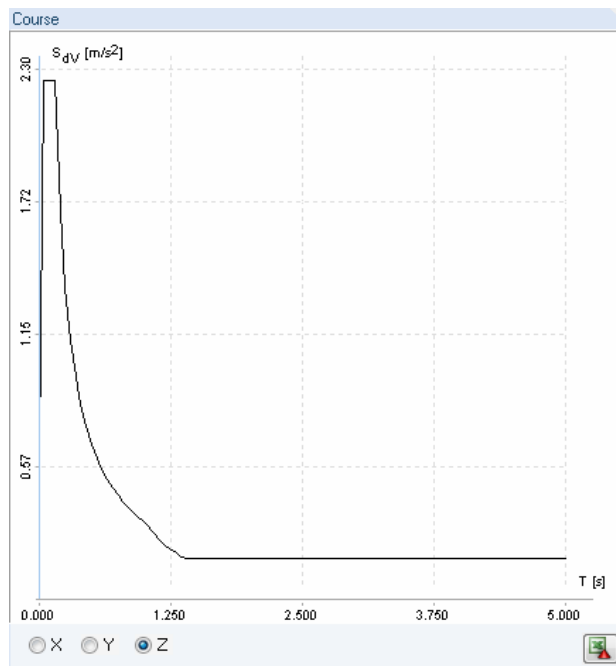
- Determination of:**
  - 1. Eigenvectors
    - Method by Lanczos
    - Root of the characteristic polynomial
    - Sub space iteration method
    - ICG - iteration method
  - 2. Forced vibrations
    - Time history analysis
    - Response spectrum method...
    - Multi-point response spectrum method...
  - 3. Equivalent loads...
- Settings:**
  - Počet nejmenších vlastních kmitání (vlastních čísel) pro výpočet: 20
  - Search for frequencies greater than: 10.0 [Hz]
  - Set self-weight as mass
    - Factor: 1.00
  - Activate influence due to axial forces
    - Import axial forces from LC or CO of RFEM: ZS1 - v.l.t.
  - Activate defined stiffness modifications
- Mass Considered:**
  - In direction:  X,  Y,  Z
  - About axis:  X,  Y,  Z
- Standardization of Eigenmodes:**
  - Standardization type:
    - Na 1 tak, že  $|u| = 1$
    - Na 1 tak, že  $\max\{u_x, u_y, u_z\} = 1$
    - Na 1 tak, že  $\max\{u_x, u_y, u_z, x_{px}, x_{py}, x_{pz}\} = 1$
    - Na hmoty tak, že  $\{u_j\}^T [M] \{u_j\} = 1$
- Type of Mass Matrix:**
  - Diagonal
  - Diagonal with torsion elements
  - Unit matrix
- Internal Division of Members:**
  - Activate...

Obr.9: Základní údaje pro Prostorový plný model

Výpočet byl proveden pomocí modální analýzy. Modální analýza pro všechny varianty byla počítána Lanczosovou metodou. Pro všechny varianty byla také určena náhradní břemena, která byla následně exportována jako zatěžovací stavy a rovněž byla vytvořena kombinace těchto zatěžovacích stavů. Pomocí této kombinace byly lineárním výpočtem zjištěny globální posuny konstrukcí. Při generování spektra odezvy byly účinky ve směru os x a y shodné, ve směru osy z se lišily.



Obr.10:Generování spektra odezvy



Obr.11: Směr osy z

Po výpočtu modální analýzy byly získány tyto hodnoty (pro prostorový plný model 1, síť prvků 2,5m):

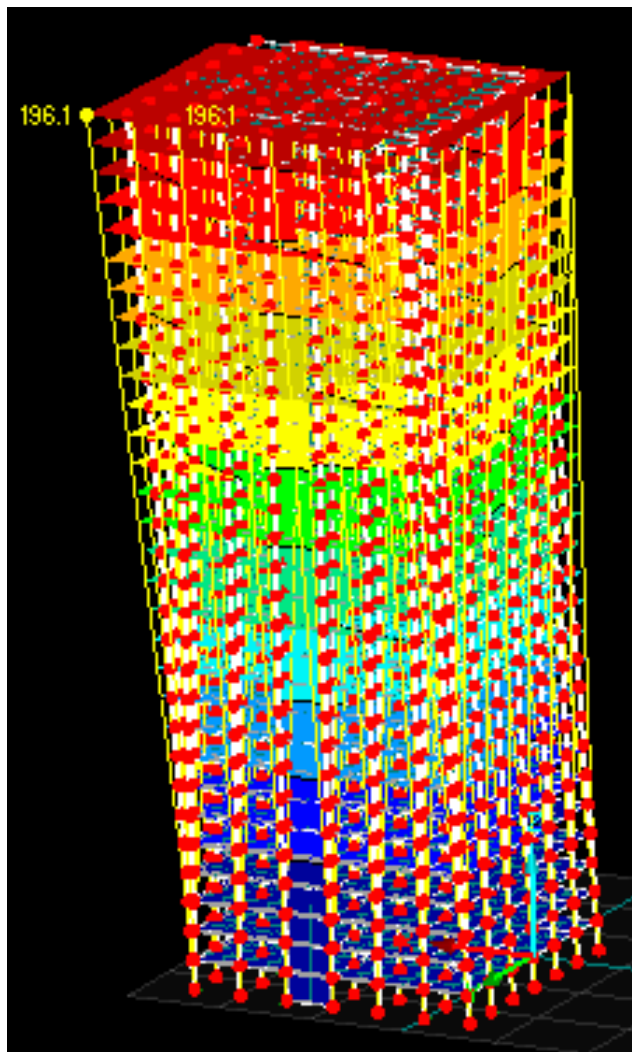
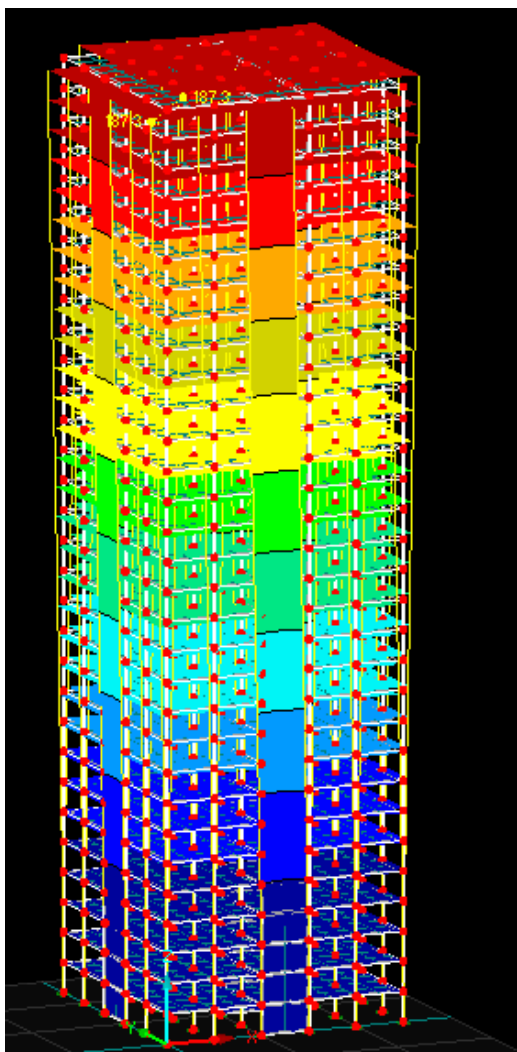
2.1 Eigenvalues, Natural Frequencies, and Periods				
Vl. tvar č.	A	B	C	D
	Vlastní číslo $\lambda$ [1/s <sup>2</sup> ]	Kruhová frekvence $\omega$ [rad/s]	Vlastní frekvence f [Hz]	Vlastní perioda T [s]
1	2.623	1.620	0.258	3.879
2	3.653	1.911	0.304	3.287
3	13.975	3.738	0.595	1.681
4	53.023	7.282	1.159	0.863
5	62.407	7.900	1.257	0.795
6	145.153	12.048	1.917	0.522
7	324.916	18.025	2.869	0.349
8	350.155	18.712	2.978	0.336
9	425.482	20.627	3.283	0.305
10	463.306	21.525	3.426	0.292
11	507.178	22.521	3.584	0.279
12	512.077	22.629	3.602	0.278
13	540.691	23.253	3.701	0.270
14	970.096	31.146	4.957	0.202
15	1065.718	32.645	5.196	0.192
16	1118.646	33.446	5.323	0.188
17	1206.839	34.740	5.529	0.181
18	1276.189	35.724	5.686	0.176
19	1333.466	36.517	5.812	0.172
20	1405.675	37.492	5.967	0.168

Obr.12: Vlastní čísla, frekvence a periody

2.7 Equivalent Mass Factors

Vl. tvar č.	A	B	C		D	F		G	H		
	Modální hmota M <sub>i</sub> [kg]	L <sub>ix</sub> [kg]	Podílový součinitel L <sub>iy</sub> [kg]	L <sub>iz</sub> [kg]	me <sub>x</sub> [kg]	Náhradní hmota me <sub>y</sub> [kg]	mez [kg]	f <sub>meX</sub> [-]	f <sub>meY</sub> [-]	f <sub>meZ</sub> [-]	
1	3504608.96	0.00	-5225845.8	0.00	0.00	7792442.53	0.00	0.000	0.663	0.000	
2	3664856.93	5397389.63	0.00	0.00	7948963.75	0.00	0.00	0.676	0.000	0.000	
3	1691670.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.000	
4	3394226.45	0.00	-2582990.0	0.00	0.00	1965643.01	0.00	0.000	0.167	0.000	
5	3389849.68	2507867.56	0.00	0.00	1855362.42	0.00	0.00	0.158	0.000	0.000	
6	1333746.77	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.000	
7	3716804.02	0.00	1643704.43	0.00	0.00	726905.23	0.00	0.000	0.062	0.000	
8	3553543.12	-1564291.6	0.00	0.00	688610.78	0.00	0.00	0.059	0.000	0.000	
9	1044097.40	0.00	0.00	2647163.62	0.00	0.00	6711514.90	0.000	0.000	0.571	
10	799335.32	0.00	-86201.50	0.00	0.00	9296.10	0.00	0.000	0.001	0.000	
11	802742.91	-135703.87	0.00	0.00	22940.77	0.00	0.00	0.002	0.000	0.000	
12	998987.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.000	
13	720801.51	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.000	
14	856454.98	0.00	0.00	-1383947.4	0.00	0.00	2236323.41	0.000	0.000	0.190	
15	4027044.70	0.00	-1235456.0	0.00	0.00	379025.24	0.00	0.000	0.032	0.000	
16	3708789.60	1154685.15	0.00	0.00	359496.74	0.00	0.00	0.031	0.000	0.000	
17	844307.38	-90359.87	0.00	0.00	9670.54	0.00	0.00	0.001	0.000	0.000	
18	1855472.09	0.00	0.00	-730721.26	0.00	0.00	287772.35	0.000	0.000	0.024	
19	1284458.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000	0.000	0.000	
20	750760.36	0.00	-24583.46	0.00	0.00	804.98	0.00	0.000	0.000	0.000	
Celkem					10885045.0	10874117.1	9235610.65	0.926	0.925	0.785	

Obr.13: Faktory náhradních hmot



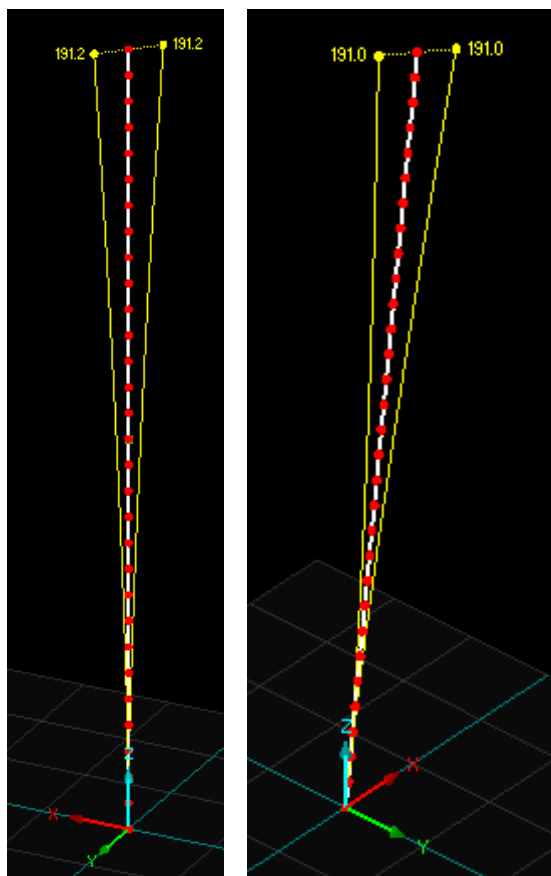
Obr.14 a 15: Globální posuny prostorového plného modelů 1 a 2 způsobené účinky náhradních břemen

## 4.2 Řešení u prutových modelů

Prutové modely byly počítány stejnými metodami, které byly uvedeny v minulé kapitole. Jediným rozdílem bylo nezahrnutí vlastní tíhy konstrukce prutu. Vlastní tíhu nahradila přídavná hmota v jednotlivých uzlech prutového modelu.

A	B	C	D
Seznam uzlů s hmotou	$m_x$ [kg]	Hmota $m_Y$ [kg]	$m_z$ [kg]
1,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,32,34,36,38,40,42,44,46,48,50,52,54,56,58,60	393330.00	393330.00	393330.00

Obr.16: Přídavné hmoty v uzlech



Obr.17 a 18: Globální posuny prutových modelů 1 a 2 způsobené účinky náhradních břemen

### 4.3 Ruční výpočet globálních posunů

Pro kontrolu výpočtu byl proveden ruční výpočet globálních posunů na prutových modelech. Z RFEM byla použita celková hmota konstrukce a hmota konstrukce na každé patro budovy. Dále byly z RFEM použity výsledky vlastní periody prvního vlastního tvaru konstrukce, které byly získány modální analýzou Lanczosovou metodou. Z normy byly použity ostatní hodnoty pro výpočet a dosazeny postupně do rovnic 27,28 a 29:

1. konstrukce:

Získání návrhového spektra odezvy:

$$S_d = a_g * S * \frac{2,5}{q} \left[ \frac{T_C * T_D}{T^2} \right] \geq a_g * \beta$$

$$S_d = 1 * 1 * \frac{2,5}{1} \left[ \frac{0,25 * 1,2}{3,876^2} \right] \geq 1 * 0,2$$

$$S_d = 0,0499 \geq 0,2 \Rightarrow S_d = 0,2$$

Získání smykové síly v základu:

$$F_b = S_d * m * \lambda = 0,2 * 11779000 * 0,85 = 2002,43kN$$

Pomocí smykové síly bylo získáno užitím vztahu 29 rozdělení vodorovných seismických sil (tab.1) a těmito silami byl zatížen prutový model ve směrech os x a y. Nejvyšší síla zatížila vrchní uzel prutového modelu.

Výsledné posuny měly hodnoty:

$$u_x = 139,2\text{mm}$$

$$u_y = 101,8\text{mm}$$

Tyto posuny byly použity do kvadratické superpozice a z kvadratické superpozice byla získána výsledná hodnota posunu požadovaného uzlu:

$$u = 172,452\text{mm}$$

Při srovnání hodnot s prutovým modelem počítaným celým v RFEMu, vychází odchylka od ručního výpočtu rovna 9,8%.



2. konstrukce:

Získání návrhového spektra odezvy pomocí vztahu:

$$S_d = a_g * S * \frac{2,5}{q} \left[ \frac{T_c * T_D}{T^2} \right] \geq a_g * \beta$$

$$S_d = 1 * 1 * \frac{2,5}{1} \left[ \frac{0,25 * 1,2}{3,870^2} \right] \geq 1 * 0,2$$

$$S_d = 0,0501 \geq 0,2 \Rightarrow S_d = 0,2$$

Získání smykové síly v základu:

$$F_b = S_d * m * \lambda = 0,2 * 15619000 * 0,85 = 2655,23kN$$

Rozdělení vodorovných sil bylo získáno stejným způsobem jako v konstrukci 1 (síly jsou uvedeny v tab.1.), poté byl opět model zatížen a vyšly tyto posuny:

$$u_x = 99,2mm$$

$$u_y = 140,8mm$$

Tyto posuny byly použity do kvadratické superpozice a získala se výsledná hodnota posunu požadovaného uzlu:

$$u = 172,236mm$$

Při srovnání hodnot s prutovým modelem počítaném celém v RFEM byla získána tato odchylka od ručního výpočtu rovna 9,8%.

Odchytky výsledků ručního výpočtu od výsledků v RFEM mohou být zapříčiněny zjednodušením, které bylo použito při ručním výpočtu. Při ručním výpočtu byl uvažován tvar posunů v kterémkoliv bodě konstrukce jako lineární, ale v RFEM výsledná křivka posunutí konstrukce lineární nebyla, jelikož od vetknutí po vrchní bod konstrukce neustále měnila svou křivost.

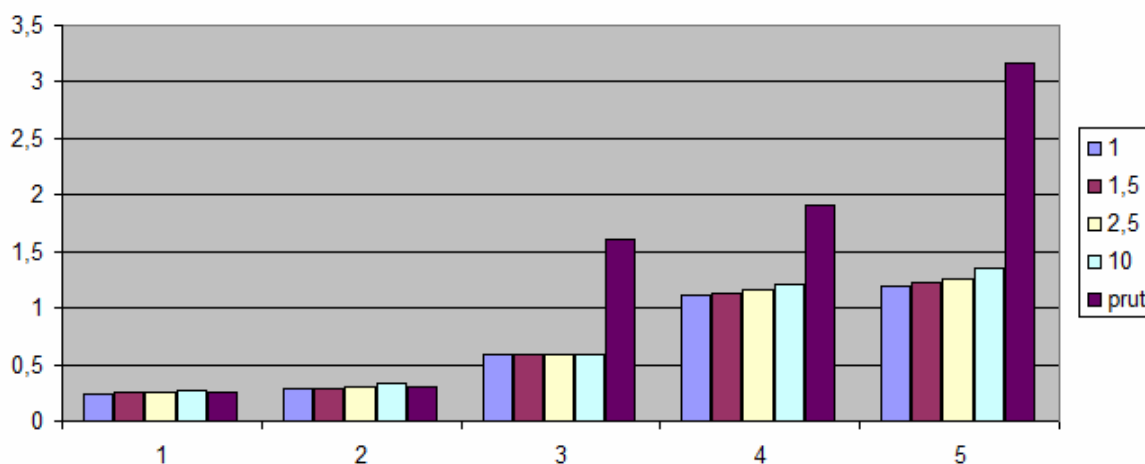
$F_{i,1}$	$F_{i,2}$
4,306	5,710
8,613	11,420
12,919	17,131
17,225	22,841
21,532	28,551
25,838	34,261
30,144	39,971
34,450	45,681
38,757	51,392
43,063	57,102
47,369	62,812
51,676	68,522
55,982	74,232
60,288	79,942
64,595	85,653
68,901	91,363
73,207	97,073
77,513	102,783
81,820	108,493
86,126	114,203
90,432	119,914
94,739	125,624
99,045	131,334
103,351	137,044
107,658	142,754
111,964	148,464
116,270	154,175
120,576	159,885
124,883	165,595
129,189	171,305

Tab.1: Výsledná rozdělení vodorovných seismických sil

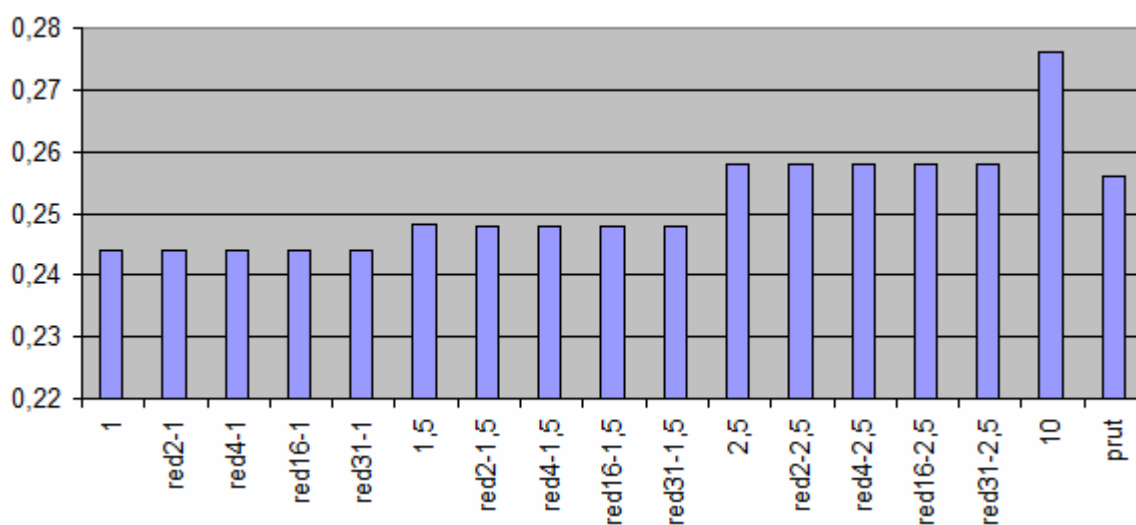
## 5. Srovnání výsledků prostorových plných modelů, prutových modelů a redukovaných modelů

### 5.1 Konstrukce 1

U prostorového plného modelu 1 se výsledky pro různé sítě prvků příliš nelišily, vesměs pro všechny vlastní tvary vycházely výsledky velmi podobně. V případě prutového modelu se výsledky od třetího vlastního tvaru vzdálily svou hodnotou prostorovým plným modelům (viz.graf 1).

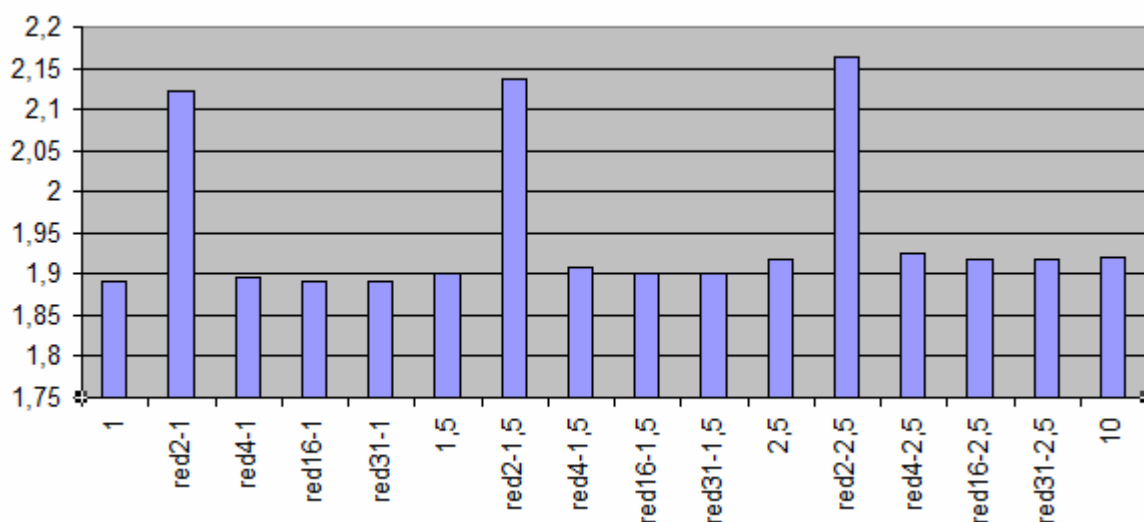


Graf 1: Srovnání výsledků mezi prostorovým plným modelem s různou sítí prvků a prutovým modelem

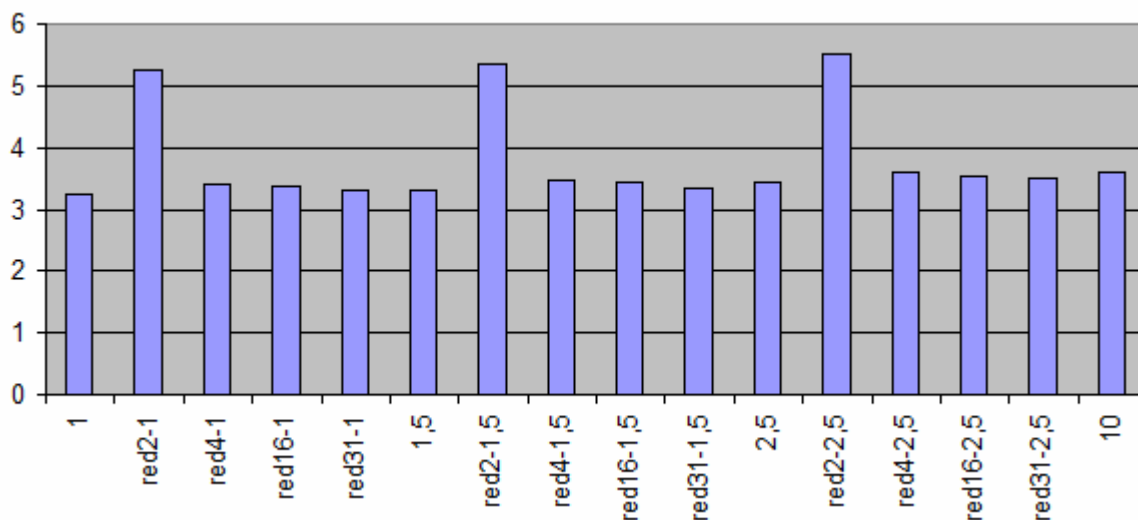


Graf 2: Srovnání výsledků vlastních frekvencí prvního vlastního tvaru

Z grafu 2 je patrné, že výsledky prvních vlastních tvarů redukovaných modelů vychází shodně s výsledky prostorových plných modelů. Zajímavý je výsledek prutového modelu, který pro první vlastní tvar má přibližně stejnou hodnotu jako model o síti prvků 2,5m. Rovněž je pěkně vidět odstupňování vlastních tvarů v závislosti na síti prvků. U prvních vlastních tvarů vychází nejodlišněji výsledek modelu s nejjednodušší sítí, který v dalších vlastních tvarech se velikostí odchylky bude spíše přibližovat modelům s hustší sítí. Výsledky redukovaných modelů o 2 uzlech začínají mít šestém vlastním tvaru výrazně odlišné vlastní frekvence než ostatní redukované i prostorové plné modely (viz. Graf 3). Při desátém vlastním tvaru se redukované modely o 2 uzlech liší frekvencí již o 2 Hz a proto nebudou dále zahrnuty (viz. Graf 4).

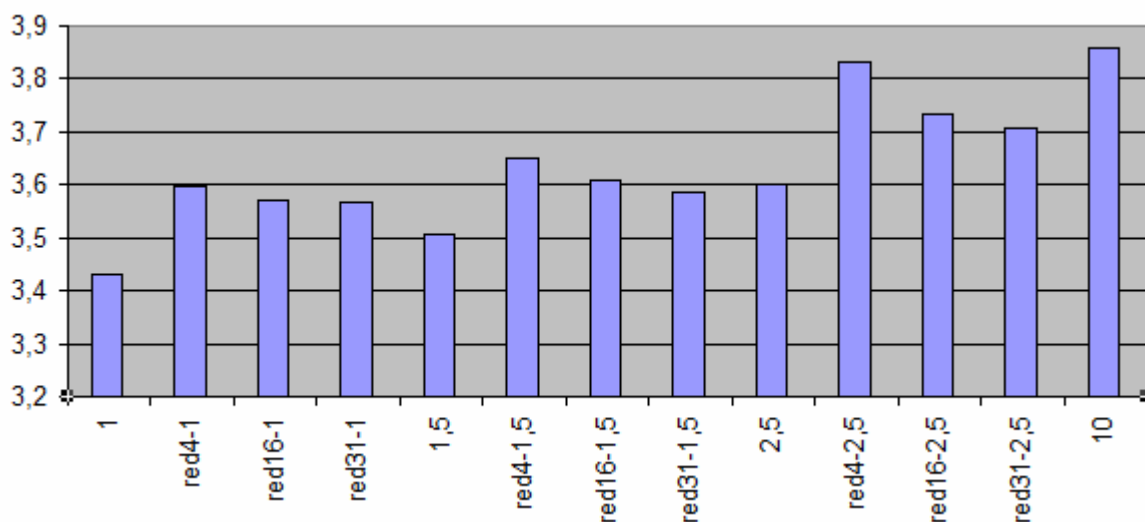


Graf 3: Srovnání výsledků vlastních frekvencí šestého vlastního tvaru



Graf 4: Srovnání výsledků vlastních frekvencí desátého vlastního tvaru

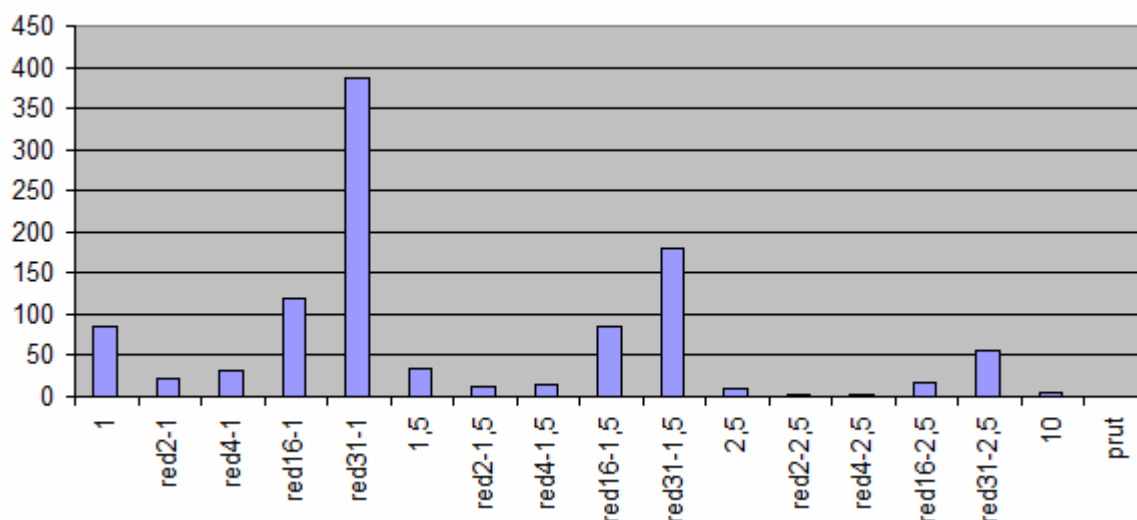
Z grafu 4 je vidět, že pro výpočet deseti vlastních tvarů je stále dobrou variantou použít redukovaný model o 4 uzlech, časově vychází lépe a dává podobné výsledky jako originální model. Výsledky redukovaného modelu o 2 uzlech nejsou v grafu 5 uvedeny, protože se svými hodnotami výrazně vzdálily ostatním modelům. Redukované modely dosahovaly přiměřeně podobných výsledků až po 12. vlastní tvar, od 13. vlastního tvaru se už hodnoty začaly výrazně lišit. U 12. vlastního tvaru je vidět přibližná shoda výsledků pro redukce 16 a 31. U posledního dvacátého vlastního tvaru je vidět, že pro výpočet velkého množství vlastních tvarů nelze použít výsledky získané na redukovaných modelech. Tyto výsledky se výrazně liší výsledkům Plného prostorového modelu 1.



Graf 5: Srovnání výsledků vlastních frekvencí dvanáctého vlastního tvaru



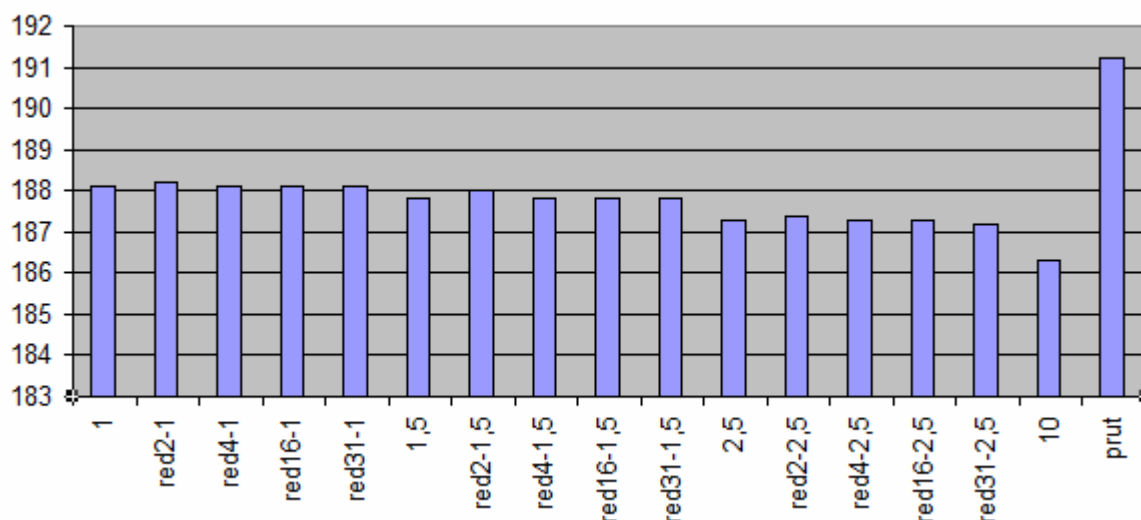
Graf 6: Srovnání výsledků vlastních frekvencí dvacátého vlastního tvaru



Graf 7: Graf zobrazující časovou náročnost výpočtů jednotlivých modelů Lanczosovou metodou

Při výpočtu byl kladen důraz na dobu výpočtu vlastních tvarů. Jak je vidět z grafu 7, tak vlastní redukce zabrala velmi mnoho času. Výpočet redukovaných modelů o 31 uzlech trval zhruba 5 krát déle než výpočet prostorového plného modelu 1 se stejnou velikostí sítě prvků. Ani redukce o 16 uzlech neproběhla rychleji než výpočet modelu bez redukce.

Výpočet prutového modelu byl hotov okamžitě, ale vytvoření prutového modelu bylo časově velmi náročné a pracné, přičemž výsledky byly odpovídající jen pro první 2 vlastní čísla. Výrazně odlišné byly i výsledky výpočtu globálních posunů, kde vstupními daty byla náhradní břemena z dynamické analýzy.

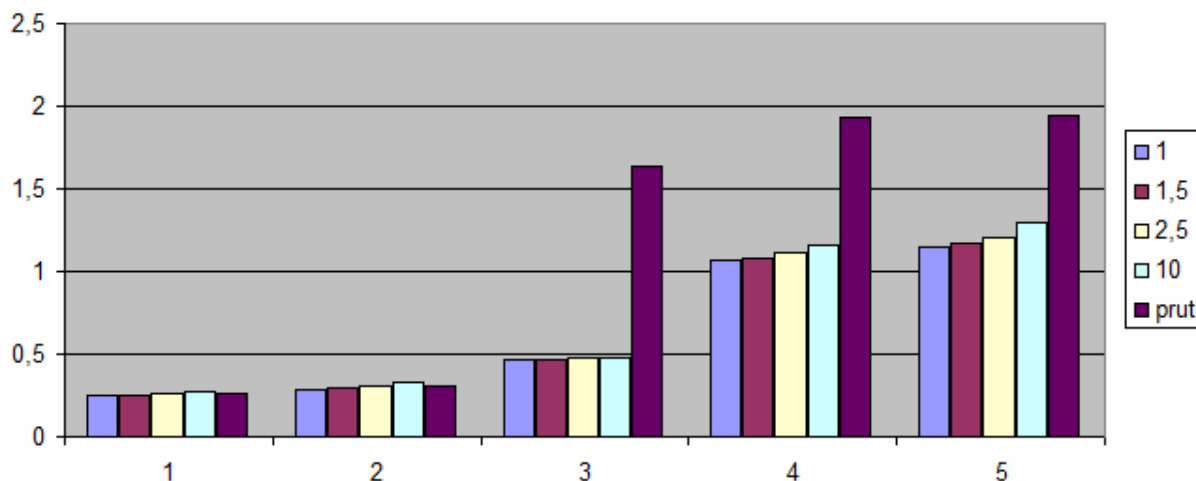


Graf 8: Globální posuny způsobené náhradními břemeny

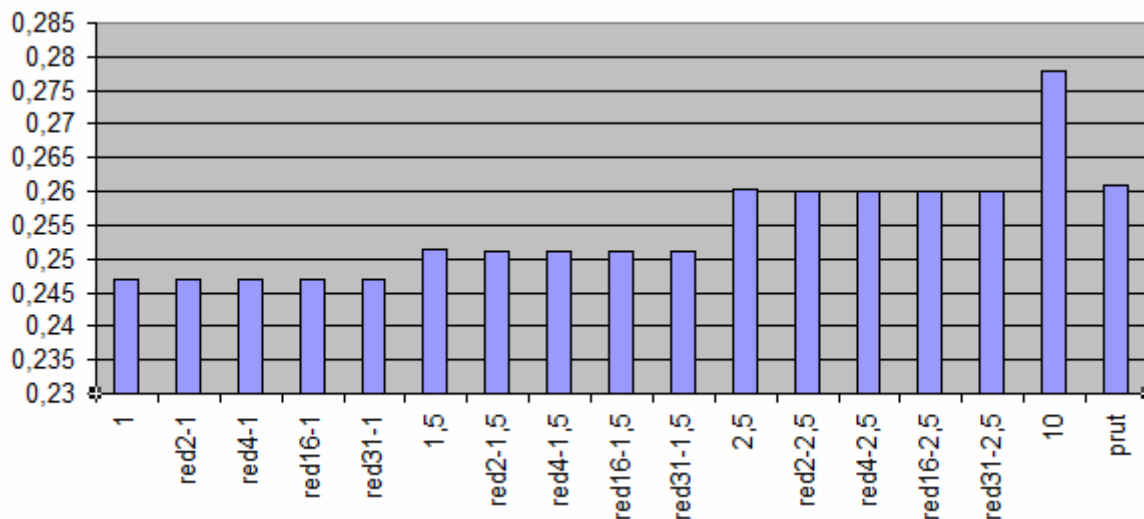
Z dynamické analýzy v RFEM byla získána náhradní břemena, ta byla použita pro zatížení a kvadratickou kombinaci. Lineárním výpočtem byly získány globální posuny v posuzovaném uzlu. Vyšly vodorovné posuny v posuzovaném uzlu konstrukce, které jsou vidět v grafu 8. Z grafu je vidět, že prut dosahuje nejodlišnějších výsledků. Odchylka od původního modelu činí 1,6%, což je stále přesná hodnota.

## 5.2 Konstrukce 2

Výsledky prostorového plného modelu 2 vycházely podobně jako výsledky prostorového plného modelu 1. Prutový model svými výsledky vyhovoval pouze v prvních 2 vlastních tvarech, jak můžeme vidět v grafu 9.



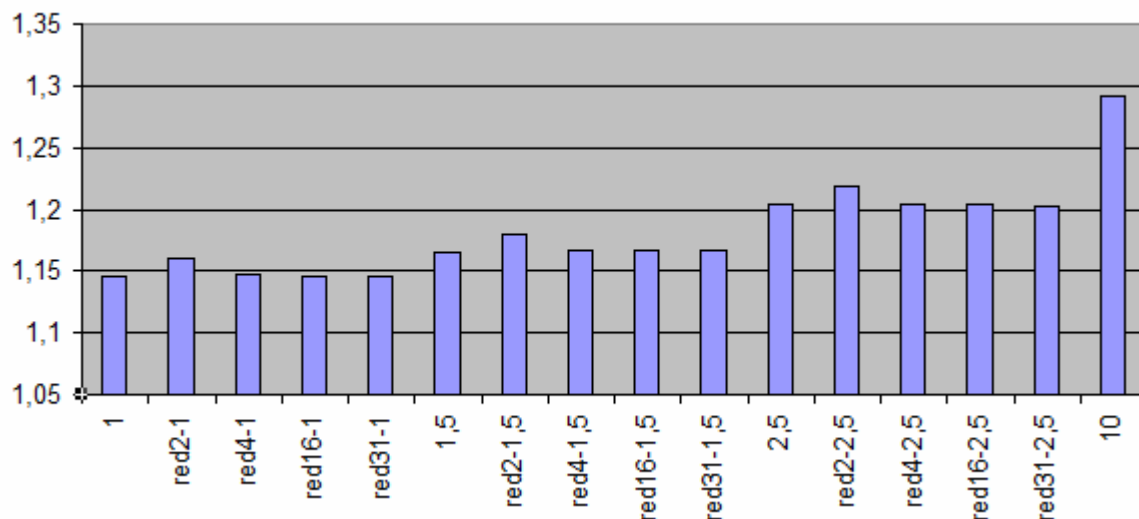
Graf 9: Porovnání mezi prostorovými plnými modely s různou sítí prvků a prutovým modelem



Graf 10: Srovnání výsledků vlastních frekvencí pro první vlastní tvar

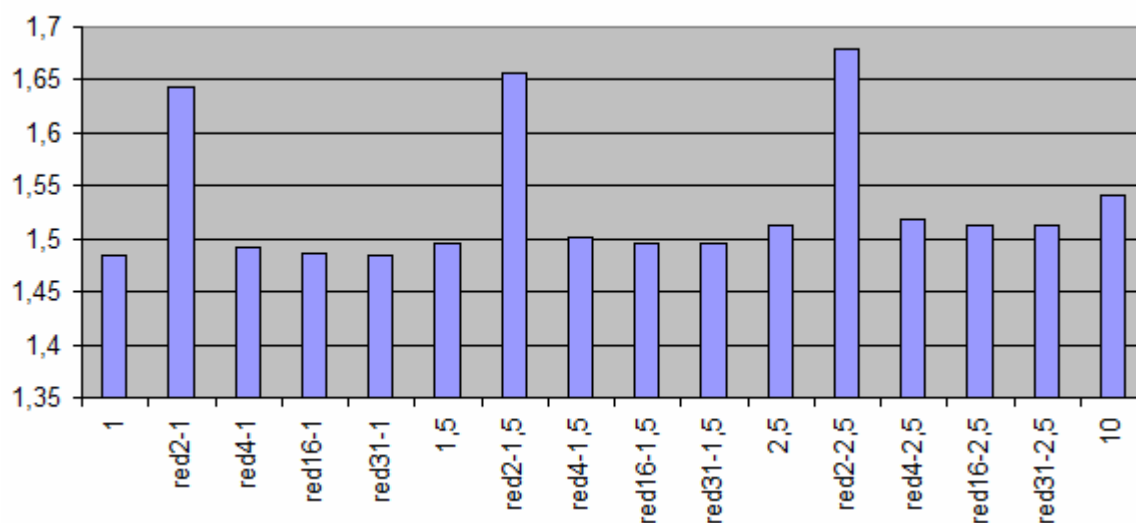
První vlastní tvar vychází podobně jako v prostorovém plném modelu 1. Je tady vidět shoda výsledků redukovaných modelů k modelům o stejné síti prvků bez použití redukce. Prutový model má opět podobné výsledky jako model o síti prvků 2,5m. Model o síti prvků 10m má největší výchylku.





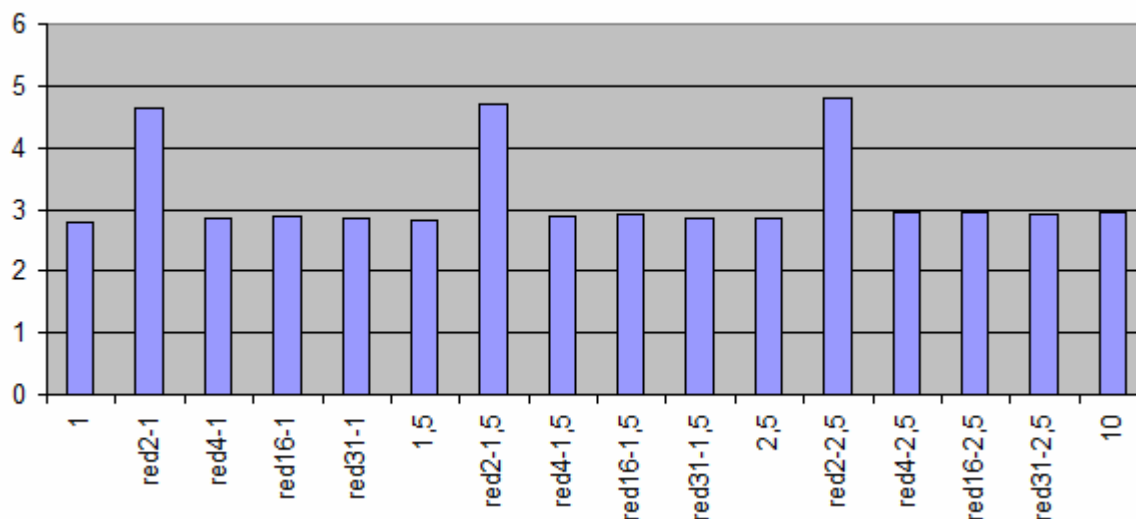
Graf 11: Srovnání výsledků vlastních frekvencí pro pátý vlastní tvar

Z grafu 11 jsou vidět podobné výsledky pro redukci pomocí 2 bodů. Tato redukce je nejrychlejší variantou pro výpočet 5 vlastních tvarů s podobnými výsledky. Jak je ale vidět v grafu 12, pro šestý vlastní tvar už začíná být redukce o 2 bodech nepřesná.

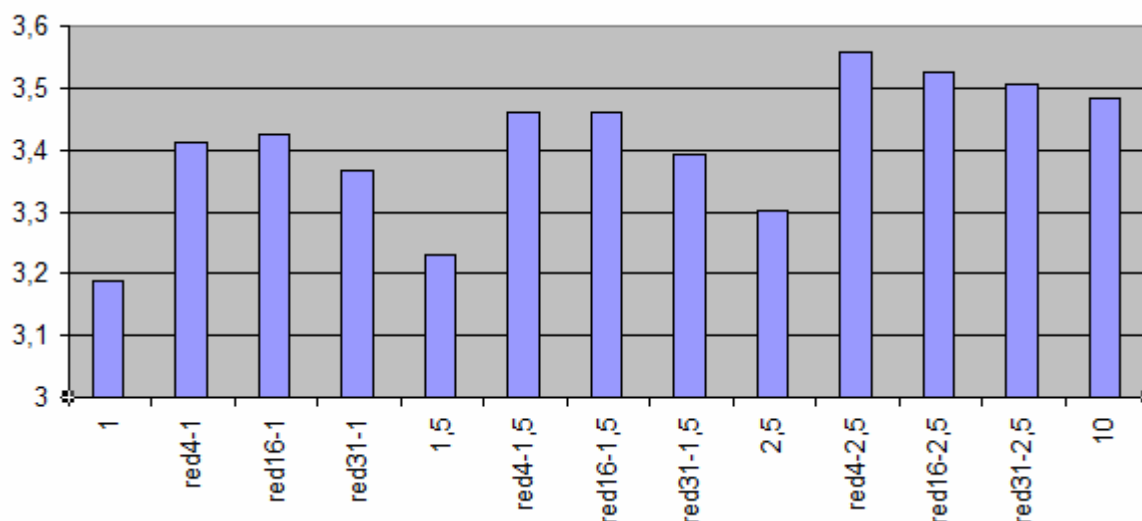


Graf 12: Srovnání výsledků vlastních frekvencí pro šestý vlastní tvar

Z grafu 13 je vidět, že redukovaný model o 2 uzlech pro výpočet desátého vlastního tvaru nemůže být použit. Redukovaný model o 4 tvarech má stále dobrou přesnost a ještě v desátém vlastním tvaru vychází přesněji než výsledky modelu s velmi řídkou sítí.

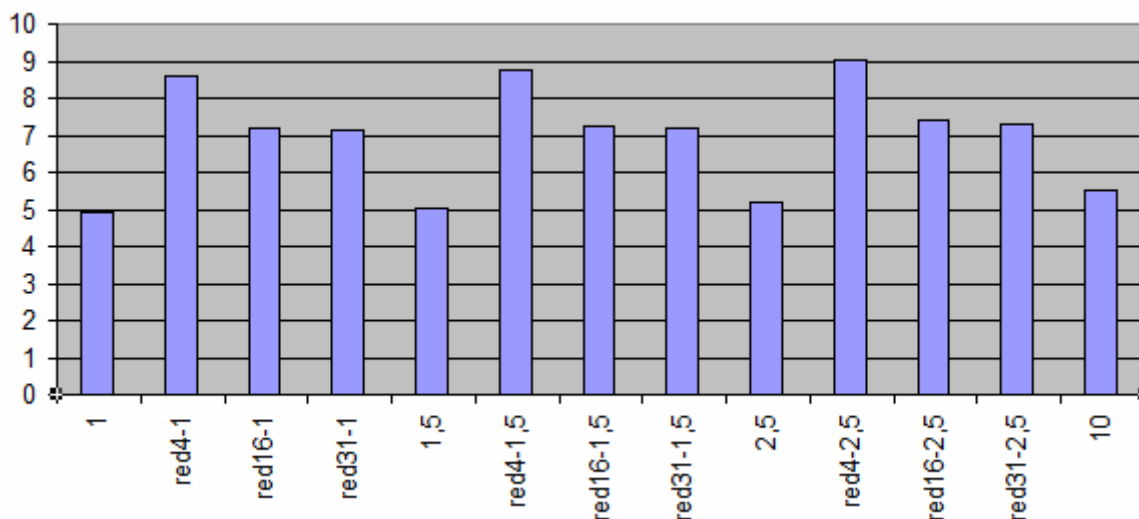


Graf 13: Srovnání výsledků vlastních frekvencí pro desátý vlastní tvar

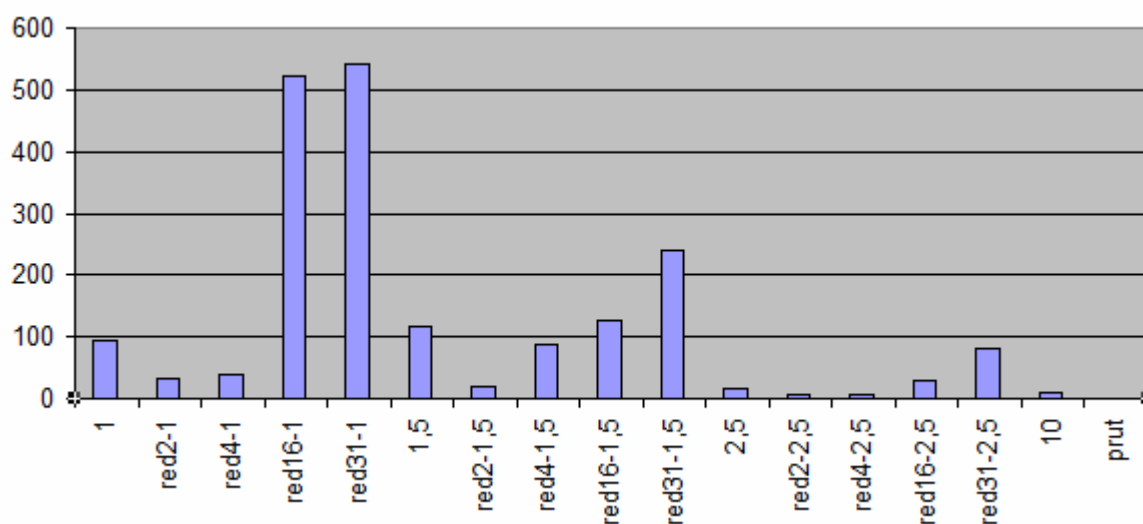


Graf 14: Srovnání výsledků vlastních frekvencí pro dvanáctý vlastní tvar

Z výsledků pro dvanáctý vlastní tvar je vidět, že redukované modely o síti prvků 2,5 m mají více odlišné výsledky než model o síti prvků 10m. Je vidět blízkost výsledků redukovaných modelů o 4 a 16 uzlech. Modely o 31 uzlech podávají přesnější výsledky. Po dvanáctém vlastním tvaru se však výsledky redukovaných modelů začnou výrazně lišit. Proto je lepší variantou pro výpočet více než 12 vlastních tvarů použít modely o řídké síti. V Grafu 15, posledního dvacátého tvaru, jsou vidět velké odchylky mezi výsledky originálních a redukovaných modelů.

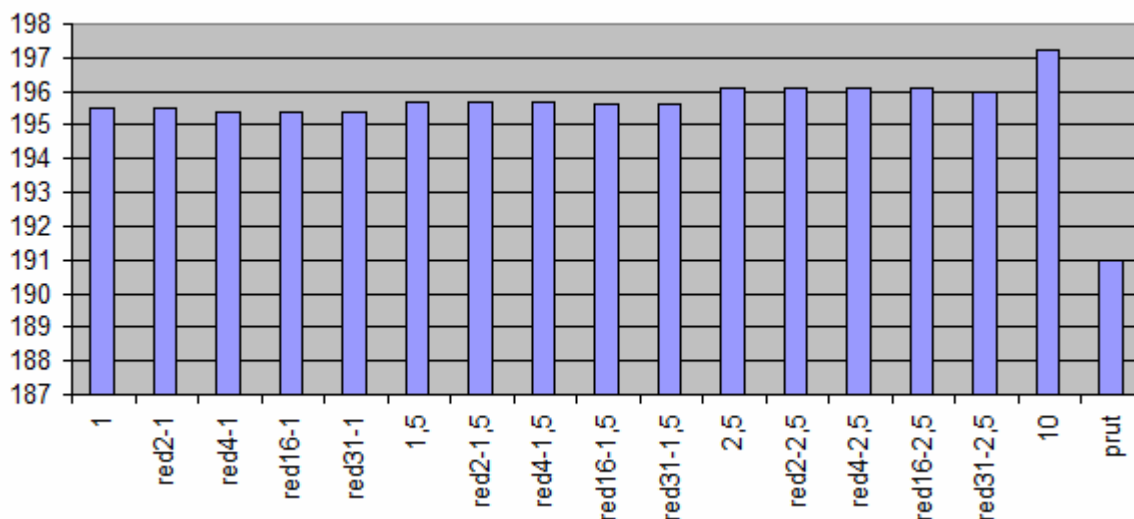


Graf 15: Srovnání výsledků vlastních frekvencí pro dvacátý vlastní tvar



Graf 16: Graf zobrazující časovou náročnost výpočtů jednotlivých modelů Lanczosovou metodou

S přihlédnutím k časové náročnosti výpočtu (graf 16) se výpočet konstrukce pomocí redukovaných modelů o 16 nebo 31 uzlech nevyplatí. Naopak vzhledem k získaným výsledkům bylo zjištěno, že tato metoda redukce dosahuje výborných výsledků do desátého vlastního tvaru a za lepší čas, pokud využijeme redukci o 4 bodech. Pro vyšší počet vlastních tvarů je ovšem přesnější metodou použití řidší sítě prvků.



Graf 17: Graf zobrazující globální posuny způsobené náhradními břemeny

Globální posuny byly určeny stejným způsobem jako v 1. konstrukci. Z dynamické analýzy konstrukce v RFEM byla získána náhradní břemena, ta byla použita pro zatížení a kvadratickou kombinaci. Lineárním výpočtem byly získány globální posuny v posuzovaném uzlu, které jsou uvedeny v grafu 17. Prut dosáhl opět největší výchylky, která v tomto případě činí 2,4%, což je stále přijatelná hodnota.

## 6. Závěr

Náplní této bakalářské práce bylo seznámení se s programem RFEM, s řešením příkladů v RFEM, seznámení se s dynamikou a dynamickými účinky působení dynamického zatížení (především seismického) na stavební konstrukce.

Zpočátku byly vytvořeny plné prostorové modely konstrukcí, které byly složeny z ocelových sloupů a betonových desek. Modely měly čtvercový půdorys. Poté, s pomocí výsledků plných prostorových modelů, byly vytvořeny prutové modely těchto konstrukcí, které svou tuhostí odpovídaly plným prostorovým modelům. Dále pomocí IRS redukce byly vytvořeny redukované modely o 2,4,16 a 31 uzlech.

Všechny tyto modely byly podrobeny modální analýze pomocí Lanczosovy metody. Seismické účinky na konstrukce byly simulovány pomocí náhradních břemen. Navíc byly plné prostorové modely ještě rozděleny na 4 modely s různou sítí prvků a redukované modely byly řešeny pro 2 sítě prvků.

Z porovnání výsledků vyplynulo, že časová náročnost výpočtu redukovaných modelů o 16 a 31 uzlech byla větší než časová náročnost plných prostorových modelů a odpovídala svými hodnotami pouze 12 vlastním tvarům těchto modelů. Prutový model konstrukcí dosáhl podobných výsledků jako prostorový plný model pouze pro první 2 vlastní tvary, ale vypočteny byly téměř okamžitě. Zajímavé také je srovnání obou prutových modelů mezi sebou, protože globální posuny vycházejí velmi podobně jak pro svislý, tak pro nakloněný prut. Model s nejjednodušší sítí zpočátku dosahoval nejjednodušších výsledků, ale tyto výsledky se pro všech 20 vlastních čísel nikdy nelišily výrazně. Redukované modely o méně uzlech však měly velmi podobné výsledky za nižší čas, takže jejich použití se vyplatí. Redukovaný model o 2 uzlech dosahoval podobných výsledků pro prvních 5 vlastních tvarů a redukovaný model o 4 uzlech dosáhl podobných výsledků u 10 vlastních tvarů. Kdyby byla provedena optimalizace, dala by se redukce použít i pro modely s více uzly. S přihlédnutím na výsledky globálních posunů způsobených náhradními břemeny vyplynulo, že všechny tyto modely u obou konstrukcí nemají výraznou výchylku těchto posunů. Z tohoto důvodu je možné pro výpočet dynamické analýzy konstrukcí využít všechny tyto modely.

## **Seznam použité literatury:**

- [1] BITTNAR, Z.;ŘEŘICHA, P. *Metoda konečných prvků v dynamice konstrukcí* Praha, SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1981.
- [2] VLK, Z. *Dynamické účinky strojů na stavební konstrukci* Brno, 1998. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky.
- [3] EUROKÓD 8 – *Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení* Praha, Český normalizační institut, 2006.
- [4] KABELÁČ,J.: *Dynamic reduction by modified IRS Metod* Brno, FEM Consulting s.r.o., 2012.

**Seznam použitých symbolů:**

K	matice tuhosti
X	posun
C	matice tlumení
M	matice hmotnosti
$\omega$	vlastní frekvence
y	vektor přemístění
Y	matice
$\Omega$	diagonální matice
$[m]_D$	diagonální matice hmot
$\Gamma$	participační faktor
$M_{ef}$	efektivní hmota
$L_{(j)}$	faktor náhradních hmot
$m_i$	nepodepřené hmoty
$S_e(T)$	spektrum pružné odezvy pro vodorovné složky seismického zatížení
T	perioda vlastních kmitů lineární soustavy s jedním stupněm volnosti
$a_g$	návrhové zrychlení podloží typu A
$T_B$	nejmenší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení
$T_C$	největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení
$T_D$	doba kmitů, při níž začíná obor konstantní hodnoty spektra pružného posunu
S	součinitel podloží
$\eta$	korekční součinitel útlumu
$S_{De}(T)$	spektrum pružné odezvy posunu
$S_{ve}(T)$	spektrum pružné odezvy pro svislou složku seismického zatížení
$S_d(T)$	návrhové spektrum pro vodorovné složky seismického zatížení
q	součinitel duktility
$T_1$	základní perioda vlastních kmitů
$F_b$	seismická smyková síla v základu
m	celková hmotnost stavby nad základovou spárou nebo nad povrchem tuhého základu
$\lambda$	opravný součinitel

$F_i$	vodorovná síla působící v $i$ -tém podlaží
$F_b$	seizmická smyková síla v základu
$s_i, s_j$	posuny hmot $m_i, m_j$ v základním tvaru
$m_i, m_j$	hmotnosti podlaží
$z_i, z_j$	výšky hmot $m_i, m_j$ nad úrovní, kde se vnáší seismické zatížení
$E_E$	uvažovaný účinek seismického zatížení
$E_{Ei}$	hodnota účinků seismického zatížení při kmitání v $i$ -tém tvaru
$M_{ai}$	moment působící na $i$ -té podlaží k jeho svislé ose
$e_{ai}$	náhodná excentricita hmoty $i$ -tého podlaží
$E_S(X(t))$	energie v redukovaném uzlovém systému
$E_S(\tilde{X}(t))$	energie v Kartézském souřadnicovém systému
$E_k(X(t))$	kinetická energie v Kartézském souřadnicovém systému
$E_k(\tilde{X}(t))$	kinetická energie v redukovaném uzlovém systému
no	počet stupňů volnosti originálního modelu
nr	počet stupňů volnosti redukovaného modelu
$F_o$	síly působící na originální konstrukci
$F_r$	síly působící na redukovanou konstrukci
$D_r$	matice poddajnosti
$K_r$	matice tuhosti redukovaného modelu
$T_r$	transformační matice
$M_r$	matice hmot na redukované konstrukci
$V_r$	vlastní vektory redukovaného modelu
V	vlastní vektor originálního modelu
$F_j$	síla v redukovaném uzlu



## **Seznam příloh:**

Příloha 1: Srovnání výsledků frekvencí u konstrukce 1

Příloha 2: Srovnání výsledků frekvencí u konstrukce 2