UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Matematické soutěže pro žáky 2. stupně ZŠ a víceletých gymnázií

Hana Toufarová

Olomouc 2024

Mgr. David Nocar Ph.D.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci vypracovala samostatně pod vedením pana Mgr. Davida Nocara, Ph.D. Veškerou literaturu a další zdroje, z nichž jsem při zpracování čerpala, uvádím v seznamu použité literatury.

V Olomouci dne 15. dubna 2024 Hana Toufarová

....

Poděkování

Ráda bych poděkovala vedoucímu bakalářské práce Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D., za odborné vedení závěrečné práce a poskytování cenných rad.

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Hana Toufarová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D.
Rok obhajoby:	2024

Název práce:	Matematické soutěže pro žáky 2. stupně ZŠ a víceletých gymnázií
Název práce v angličtině:	Mathematical competitions for students of lower secondary schools
Zvolený typ práce:	Aplikační práce
Anotace práce:	Bakalářská práce se zabývá matematickými soutěžemi, které jsou určené pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídající ročníky víceletých gymnázií. Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. V teoretické části jsou charakterizovány jednotlivé matematické soutěže pořádané v České republice. Praktická část se věnuje návrhu vlastních úloh do soutěže Matematický klokan.
Klíčová slova:	matematika, matematické soutěže, matematická olympiáda, matematický klokan, soutěžící
Annotation:	The bachelor thesis deals with mathematical competitions intended for lower secondary school students. The thesis is divided into theoretical and practical parts. In the theoretical part, individual mathematical competitions organized in the Czech Republic are described. The practical part focuses on designing problems for the Mathematical Kangaroo competition.
Keywords:	mathematics, mathematical competitions, Mathematical Olympiad, Mathematical Kangaroo, contestants
Rozsah práce:	45 stran
Jazyk práce:	Český jazyk

OBSAH

ÚVOD

Říká se, že matematika patří k neoblíbeným školním předmětům. Žáci se v hodinách často nudí a nevidí smysl matematiky pro reálný život, proto je nutné žáky motivovat. Ideálním způsobem, jak probudit u žáků zájem o matematiku, je prostřednictvím matematických soutěží, které pomáhají budovat matematickou gramotnost. Matematické soutěže usilují o zvýšení obliby matematiky u žáků, snaží se žákům matematiku přiblížit zajímavým a hravým způsobem a poukázat na praktičnost matematiky v životě. A právě to je důvodem, proč jsem si dané téma zvolila. Chtěla bych získat přehled o soutěžích organizovaných v České republice, abych mohla své budoucí žáky do těchto soutěží aktivně zapojovat.

Tématem bakalářské práce jsou soutěže zabývající se matematikou, které rozvíjí matematické a logické myšlení žáků. Práce se specializuje na soutěže určené pro žáky mezi jedenácti až patnácti lety, navštěvující druhý stupeň základních škol, případně nižší ročníky víceletých gymnázií.

Cílem této práce je vytvořit přehled matematických soutěží realizovaných v České republice a poukázat na širokou škálu možností, jež se žákům druhého stupně nabízí v oblasti testování svých matematických znalostí. Cílem praktické části je vytvořit návrhy úloh do mezinárodní soutěže Matematický klokan,

Teoretická část se zabývá popisem jednotlivých soutěží, jejich charakteristikou, historií a pravidly. Zahrnuty jsou nejen nejznámější soutěže, mezi něž patří Matematická olympiáda či Matematický klokan, ale i mnoho dalších, méně známých soutěží. Jedna z kapitol se věnuje soutěžím finanční gramotnosti. V práci jsou také uvedeny korespondenční semináře, které se od klasických soutěží odlišují formou uskutečnění.

Praktická část bakalářské práce obsahuje návrhy úloh, které by mohly být vhodné pro soutěž Matematický klokan. Navrhované úlohy budou svým charakterem odpovídat kategorii Benjamín, určené pro žáky šestých a sedmých tříd a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií, a kategorii Kadet, stanovené pro osmý a devátý ročník základních škol a příslušných ročníků víceletých gymnázií. Pro každou kategorii bude vytvořeno několik úloh včetně řešení.

TEORETICKÁ ČÁST

1 Matematické soutěže na 2. stupni základních škol

Vědní obor matematika patří mezi elementární předměty základního i středního vzdělávání. Tento vědní předmět slouží k rozvoji matematického myšlení, osvojení si matematických termínů a poznatků a také k využití těchto poznatků k řešení úloh. *„Je třeba zdůraznit, že cílem vyučování matematice není jen seznámení s matematickými metodami pro řešení matematických úloh, ale zejména pěstování logického myšlení a schopnosti matematického vyjadřování.“* (Polák, 2016, s. 8)

Pro žáky druhého stupně základní školy je však matematika často neoblíbený a nezábavný předmět. Žákům totiž chybí motivace se matematiku učit, jelikož nevidí praktické využití získaných poznatků. Motivace je pro učení velmi důležitá. Žáci musí vědět, proč a k čemu se učit, a také to, kde mohou získané vědomosti v budoucnu dále využít. Jenom tak se žáci budou o danou problematiku zajímat a aktivně zapojovat v hodinách a výuka matematiky může být efektivní.

A právě proto by se žáci měli zapojovat do různých matematických soutěží, které se snaží zvyšovat zájem žáků o matematiku. Matematických soutěží je v České republice celá řada. Mezi nejznámější patří Matematická olympiáda a Matematický klokan, na výběr však mají žáci celou škálu soutěží, kterých se mohou zúčastnit. Cílem takovýchto soutěží je zvýšit oblibu předmětu matematiky, poukázat na využití poznatků v reálném životě a rozvíjet matematické a logické myšlení žáků. V neposlední řadě také usilují o hledání matematických talentů.

Cílem vzdělávacího procesu je vybavit žáka klíčovými kompetencemi, důležitými pro dobré fungování ve společnosti. Mezi klíčové kompetence patří kompetence k řešení problémů, pro kterou platí, že žák *„využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení, nenechá se odradit případným nezdarem a vytrvale hledá konečné řešení problému.“* (RVP ZV, 2023, s. 12). A právě zmíněné kompetence k řešení problému si žáci mohou zdokonalovat při účasti na matematických soutěžích, během nichž se snaží samostatně vyřešit zadané úlohy s pomocí vědomostí získaných v hodinách matematiky.

1.1 Matematická olympiáda

Nejstarší matematickou soutěží v České republice je Matematická olympiáda, která má u nás dlouholetou tradici. Matematická olympiáda se pořádá každoročně od roku 1951. Letos (v roce 2024) se koná již 73. ročník této velmi úspěšné a oblíbené soutěže. Matematická olympiáda se koná pro žáky základních a středních škol. Účastnit se mohou žáci od 5. tříd základních škol po žáky maturitních ročníků. Matematická olympiáda je určená především pro žáky se zájmem o matematiku. Soutěž se snaží přiblížit a zpřístupnit matematiku žákům.

Obrázek 1 - Logo Matematické olympiády

Matematickou soutěž pořádá Jednota českých matematiků a fyziků. Na tvorbě soutěže se podílí Matematický ústav Akademie věd ČR společně s českými univerzitami, zahrnující Univerzitu Karlovu a Univerzitu Palackého. Do roku 2022 vyhlašovalo Matematickou olympiádu Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR, v současnosti je v kompetenci organizátor soutěže, to znamená Jednota českých matematiků a fyziků. Soutěžící neplatí žádné poplatky za účast.

Pro žáky od 5. do 9. tříd a odpovídajících ročníků nižších gymnázií se Matematická olympiáda dělí do 5 kategorií na Z5, Z6, Z7, Z8 a Z9. Žáci se mohou účastnit soutěže v odpovídající nebo vyšší kategorii. Soutěžící prochází domácím a okresním kolem, pro kategorii Z9 následně také kolem krajským. Zájemci o účast v soutěži dostanou šest úloh, které během domácího kola musí vyřešit. Ke správnému vyřešení úloh, na kterém pracují žáci sami doma, jim mohou pomoci zveřejněné návodné a doplňující úlohy. Tyto návodné úlohy se nějakým způsobem týkají jednotlivých příkladů. Jsou formulovány tak, aby řešitelům přiblížily zadání a pomohly dojít ke správnému řešení soutěžních úloh. Žáci přihlášení do soutěže nejprve odevzdávají pověřenému učiteli první trojici vyřešených úloh a posléze, přibližně o dva měsíce později druhou trojici. Přesná data odevzdávání lze nalézt na oficiálních stránkách soutěže.

Na rozdíl od jiných soutěží, kde se vybírá jedna z nabízených odpovědí, v Matematické olympiádě jsou všechny úlohy otevřené. Soutěžící však neuvádí pouze vypočítaný výsledek, ale především postup řešení. Při hodnocení vyřešených úloh se klade velký důraz na postup řešení, který musí být jasný a přehledný. Správný postup se špatným výsledkem je hodnocen lépe než špatný postup, kterým se shodou okolností dojde ke správnému výsledku.

Úlohy jsou v soutěži zadávány co nejjednodušeji. Pro lepší pochopení jsou některé příklady vyjádřeny i graficky, obvykle ve formě grafu či názorného obrázku. Soutěžící by však měli mít na paměti, že obrázky jsou v zadání pouze ilustrační, a neměli by tudíž vyvozovat informace, které nejsou v zadání. Také je nutné si dát pozor, aby soutěžící opravdu odpovídal na soutěžní otázku.

Výsledky z domácího kola vyhodnocují pověření učitelé, kteří jednotlivé úlohy hodnotí na škále od jedné do tří (výborné – dobré – nevyhovující). Žáci, kteří získali nejméně u čtyř úloh hodnocení 1 nebo 2, úspěšně splnili domácí kolo. Výsledky posílá škola okresní komisi Matematické olympiády, která ze všech účastníků vybere ty s nejvyšším bodovým ohodnocením. Okresní komise Matematické olympiády pořádá okresní kolo, kde se sejdou nejúspěšnější řešitelé z domácího kola. Počet příkladů a čas na jejich vyřešení se odvíjí od soutěžní kategorie. Pro kategorii Z5 účastníci dostanou jednu a půl hodiny na vyřešení tří úloh, v kategoriích Z6, Z7 a Z8 mají na tři úlohy dvě hodiny a nejvyšší kategorie v rámci základních škol Z9 řeší čtyři úlohy za čtyři hodiny. Úspěšným v okresním kole je každý, kdo získá minimálně polovinu celkového počtu bodů. U kategorií Z5 – Z8 jsou úspěšnými řešiteli všichni, kteří získali alespoň devět bodů z osmnácti. Pro tyto kategorie je okresní kolo kolem posledním. U kategorie Z9 musí soutěžící dohádnout dvanáct bodů z čtyřiadvaceti, nejlepší řešitelé postupují do kola krajského, kde opět řeší čtyři úlohy za čtyři hodiny. Soutěžící, kteří i v tomto kole získali minimálně polovinu bodů se stávají úspěšnými řešiteli v matematické olympiádě.

Matematická olympiáda na středních školách se člení do 4 kategorií, které se dělí podle roku, kdy budou žáci skládat maturitní zkoušku. Kategorie A je určená pro žáky maturitních a předmaturitních ročníků, kategorie B pro žáky, kteří maturují za dva roky a kategorie C pro žáci maturující za tři a více let. Opět zde platí, že žáci se mohou účastnit soutěže i v kategorii vyšší než pro ně určené, zvláště, pokud byli soutěžící v minulých letech úspěšní. V roce 1985 byla do soutěže přidána i kategorie P zabývající se programováním. Tato kategorie je určená pro všechny žáky středních škol.

V Matematické olympiádě pro střední školy soutěžící prochází kolem domácím, školním, krajským a ústředním. Průběh soutěže probíhá analogicky jako pro žáky základních škol. Během domácího kola žáci řeší šest úloh. Ve školním kole mají žáci za čtyři hodiny vyřešit tři zadané úlohy. Pro postup do kola krajského je nutné získat minimálně deset bodů z osmnácti v kole školním. Na vyřešení úloh v krajském kole mají soutěžící čtyři hodiny. Kategorie B a C krajským kolem končí. Úspěšnými účastníky soutěže jsou ti, kteří získali minimálně osm bodů a patří do skupiny lidí, kteří získali více bodů než polovina všech soutěžících.

Pro kategorii A a P se následně pokračuje do kola ústředního. Ústřední komise matematické olympiády stanovuje počet bodů nutných pro postup do kola ústředního. Toto kolo probíhá ve dvou dnech, během každého z nichž mají soutěžící čtyři a půl hodiny na vyřešení tří úloh. Za každou úlohu je možné získat nejvýše sedm bodů, celkově tedy čtyřicet dva bodů. Úspěšnými řešiteli Matematické olympiády jsou soutěžící, jež získali nejméně polovinu, tedy jednadvacet bodů, z celkového počtu a počet úspěšných řešitelů nepřevyšuje polovinu všech účastníků tohoto kola. Nanejvýš polovina z úspěšných řešitelů se stávají celkovými vítězi soutěže. Při slavnostním vyhlašování výsledků jsou úspěšní řešitelé obdarováni diplomy.

Z nejlepších řešitelů ústředního kola jsou následně vybrány týmy, které se účastní Matematických olympiád na mezinárodní úrovni. K mezinárodním matematickým soutěžím patří Mezinárodní matematická olympiáda, Středoevropská matematická olympiáda a Evropská dívčí matematická olympiáda. Nejstarší z nich, Mezinárodní matematická olympiáda, známá pod zkratkou IMO (International Mathematical Olympiad), vznikla v roce 1959. Prvním rokem se soutěž konala v Rumunsku a zúčastnilo se jí sedm zemí. Soutěž se od té doby pořádá každoročně vždy v měsíci červenci. Československo bylo pořadatelem Mezinárodní matematické olympiády již třikrát. Obliba IMO stoupá, v současné době se jí účastní před sto zemí světa. Samostatná Česká republika dokázala od roku 1993 získat na Mezinárodní matematické soutěži sedm zlatých, sedmatřicet stříbrných a osmasedmdesát bronzových medailí.

1.2 Matematický klokan

Matematický klokan je mezinárodní soutěž určená pro žáky základních a středních škol. V České republice proběhne v roce 2024 již třicátý jubilejní ročník. Matematický klokan patří mezi nejznámější a nejoblíbenější soutěže z matematiky u nás. Organizátorem a vyhlašovatelem soutěže je Jednota českých matematiků a fyziků, do roku 2022 bylo vyhlašovatelem soutěže Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. Garantem soutěže je Univerzita Palackého v Olomouci, přesněji Katedra matematiky Pedagogické fakulty a Katedra algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého. Účast v soutěži je bezplatná.

Počátek této soutěže začíná v 80. letech v Austrálii, kdy australský učitel Peter O´Halloran vytvořil matematickou soutěž za účelem motivovat žáky. Na tuto soutěž navázali dva francouzští učitelé, André Deledicq a Jean Pierre, kteří v roce 1991 vytvořili soutěž nejprve pro žáky z Francie. Obliba této soutěže však u žáků rostla, a tak se tato matematická soutěž rozšířila do dalších zemí nejen Evropy, ale celého světa. Byla vytvořena asociace Kangourou sans Frontières sídlící v Paříži, která nejen připravuje úlohy pro mladé soutěžící, ale také stanovuje pravidla soutěže.

Asociace Kangourou sans Frontières je mezinárodní organizace, která sdružuje země z celého světa s cílem šířit matematické vzdělání. V současné době sdružuje sto deset států. Tato asociace každoročně připravuje soutěž Matematický klokan. Na tvorbě soutěžních úloh se podílí zástupci všech členských zemí.

V podzimním období se každoročně koná setkání zástupců pořadatelských států (Annual Meeting), na kterém se stanovuje obsahová náplň nadcházejícího ročníku. Místa setkání se mění, zatím poslední shromáždění (v roce 2023) se konalo v Severní Makedonii a v roce 2024 je setkání plánováno v Brazílii. Země se zde domlouvají na jednotném termínu soutěže. Důležitou součástí setkání je vytvořit soubor soutěžních úloh pro všechny kategorie. Jednotlivé země podávají návrhy úloh v anglickém jazyce, které se posuzují v oblasti přiměřenosti zařazení do kategorie, náročnosti a bodovém ohodnocení. Z těchto návrhů se poté hlasováním vyberou ty nejlepší, které se do následujícího ročníku použijí. Vybrané úlohy jsou následně překládány do národních jazyků. Kromě testových úloh v českém jazyce se v České republice v posledních letech připravuje zadání i v angličtině a ukrajinštině.

Při přípravě úloh do soutěže jednotlivé státy usilují o získání prestiže. Tu mohou získat tím, že vytvoří pro daný ročník nejvíce návrhů, tím, že z dané země bude vybráno nejvíce úloh, nebo tak, že země bude mít nejlepší poměr mezi zaslanými a vybranými úlohami. A právě z roku 2018 se může Česká republika pyšnit třetím místem v poměru zadaných a vybraných úloh do soutěže.

V České republice se Matematický klokan poprvé objevil v roce 1995, kdy se ho účastnilo 24 811 žáků. Od té doby účast v této soutěži razantně roste. V posledních letech dosahuje účast žáků České republiky kolem čtyři sta tisíc a v přepočtu zúčastněných soutěžících k počtu obyvatel patříme k nejlepším na světě.

Jelikož je soutěž původně z Austrálie, soutěž je pojmenovaná Matematický klokan podle symbolu Austrálie, klokanovi. Také logo soutěže je vytvořené z obrysu klokana.

Obrázek 2 - Logo Matematického klokana

Soutěž je rozdělená do šesti kategorií podle věku. Nejmladší soutěžící navštěvující 2. až 3. třídy základních škol jsou zařazeni do kategorie Cvrček. Úroveň klokánek patří pro 4. až 5. třídy, 6. a 7. ročníky jsou v kategorii Benjamín a 8. a 9. ročníky v kategorii Kadet. Dále jsou zde zařazeny dvě kategorie pro střední školy. Těmi jsou Junior, pro 1. až 2. ročník, a Student, určený pro 3. a 4. ročník středních škol.

Matematický klokan je koncipovaný jako didaktický test po osmnácti (pro kategorii Cvrček), respektive dvaceti čtyř úlohách (pro všechny zbylé kategorie). V testu se nachází pouze uzavřené otázky. Odpovědět lze výběrem jedné z pěti nabízených možností od A do E. Každý test je stejnoměrně rozdělený na třetiny, kde za správně zodpovězené úlohy mohou soutěžící získat tři, čtyři nebo pět bodů. Za nezodpovězení otázky se nezískává ani neubírá bod, avšak za špatné označení odpovědi se strhává jeden bod. Aby nedocházelo k tomu, že někteří soutěžící skončí s mínusovými body, na začátku soutěže má každý soutěžící osmnáct, respektive dvacet čtyři bodů. Nejhorší dosažený výsledek tedy může být nula bodů, oproti tomu nejlepší devadesát či sto dvacet bodů v závislosti na kategorii.

V testu se nachází úlohy zaměřené na znalost aritmetiky, algebry, geometrie a logiky. Testuje se, zda žáci dovedou aplikovat naučené vědomosti z těchto oborů matematiky a správně vyřešit zadání. Aritmetické úlohy ověřují znalost početních operací, jako jsou sčítání, odčítání, násobení či dělení. Typickou úlohou na procvičování aritmetiky je doplňování čísel do různých schémat podle nějakého pravidla, například, aby čísla splňovala rovnost, či všechna čísla měla stejný součet nebo součin. Úlohy, zaměřující se na geometrickou oblast, se zabývají geometrickými útvary a znalostí matematických vzorců na výpočet obvodů a obsahů útvarů. Pro lepší pochopení zadání bývá u těchto typů úloh přiložen jednoduchý ilustrativní obrázek. Mezi úlohy zaměřující se na geometrii například patří výpočet obsahu vyznačené plochy. S geometrií úzce souvisí prostorová představivost. Zadání na prostorovou představivost se zaměřuje na schopnost představit si obrazce z jiných úhlů pohledu. Další testové otázky se zaměřují na logiku a logické uvažování.

Test je sestaven tak, aby byli žáci schopni v daném čase vyřešit všechny úlohy. Úlohy by měly korespondovat s probíraným učivem ve škole, případně by měl žák pomocí logiky či pokusem přijít ke správnému výsledku. Některé typy příkladů lze vyřešit tím, že se vezmou nabízené odpovědi, které se aplikují do zadání a tím zjistí správnost či nevhodnost výsledku. Nelze však tento postup použít na všechny typy úloh. Při řešení úloh může účastník také využit takzvanou metodu pokus-omyl, při které zkouší pokusem dojít k výsledku. Ne vždy se však úlohy musí počítat, u některých druhů otázek lze pouze dobrou pozorností a zamyšlením se dojít ke správnému výsledku. Při řešení testu není dovoleno používat kalkulačku ani matematické tabulky.

Matematický klokan má rozsáhlou organizační síť. Na organizaci soutěže se společně podílí sekretariát soutěže, krajští a okresní důvěrníci, školní důvěrníci a konečně učitelé matematiky. Matematický klokan se každoročně koná v pátek po třetím čtvrtku v měsíci březnu. Všichni účastníci tedy vyplňují test v jednotný čas. Po odevzdání testů přichází na řadu kontrola a sčítání bodů učiteli. Výsledky testů jsou následně zpracovány okresními a krajskými důvěrníky a předány na sekretariát soutěže. Na konci zpracování výsledků jsou známi nejúspěšnější řešitelé, kteří jsou odměněni nejenom diplomy za účast v soutěži, ale také drobnými věcnými dary.

1.3 Pythagoriáda

Obrázek 3 - Logo Pythagoriády

Pythagoriáda, pojmenovaná po známém matematikovi Pythagorovi ze Samu, je matematická soutěž, která vznikla na Slovensku. Je určená pro žáky 2. stupně základních škol a odpovídající ročníky víceletých gymnázií. Je určená pro žáky od 6. do 9. tříd. Do roku 2019 však byla soutěž pořádaná pro 5. až 8. ročník. Pro každý ročník je odlišné zadání. Soutěž se zaměřuje na všechny žáky, nikoliv pouze na matematicky nadané, jak to mu je u některých soutěží. Cílem Pythagoriády je zvýšit zájem o matematiku.

Od roku 2019/2020 je organizátorem soutěže Základní škola Sirotkova v Brně. V minulosti (od roku 1978) byla soutěž připravována Výzkumným ústavem pedagogickým v Praze. V roce 2009 se stal garantem soutěže Národní institut dětí a mládeže Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy a od roku 2014 byl garantem Národní institut pro další vzdělávání. Na tvorbě úloh se podílí kolektiv učitelů základních škol a víceletých gymnázií. Úlohy jsou vytvářeny tak, aby nepřesahovaly Rámcový vzdělávací program.

Pythagoriáda je rozdělená do dvou kol – školní a okresní kolo. Obě kola se konají prezenční formou. Školní kolo probíhá v měsíci říjnu a okresní kolo se koná v listopadu. Organizátory školního kola jsou obvykle učitelé matematiky, ti zadávají test žákům. Řešitelé mají na vypracování jednu hodinu. V testu se nachází patnáct úloh s otevřenými otázkami, kam žáci vepisují své odpovědi. Je zakázáno používat tabulky či kalkulačku. Za správně zodpovězenou otázku se získává bod, při nevyplnění či chybné odpovědi se body neodčítají. Pro úspěšné řešení školního kola musí žák získat minimálně devět bodů. Výsledky jsou zpracovány organizátory školního kola a následně poslány organizátorům okresního kola.

Do okresního kola postupují žáci s nejvyšším počtem bodů splňující bodovou hranici devíti bodů. Za průběh okresního kola odpovídají jednotlivé krajské úřady. Princip testu je stejný. Žáci mají šedesát minut na vypracování patnácti úloh s cílem získat co nejvíce bodů. Úspěšnými řešiteli Pythagoriády jsou všichni účastníci se ziskem desíti a více bodů. Organizátor okresního kola vyhodnotí výsledky a zjišťuje vítěze jednotlivých kategorií. Pokud mají někteří účastníci stejný bodový zisk, body se přepočítávají podle obtížnosti úloh. Za všechny úlohy se sice dostává stejný počet bodů, ale prvních pět úloh jsou úlohy nízké obtížnosti, další pětice střední obtížnosti a zbytek jsou úlohy vyšší obtížnosti. Podle toho, kolik bodů z každé obtížnosti žáci získali, se rozdělí umístění vítězů. Úspěšní řešitelé jsou odměňovány diplomy a věcnými dary.

1.4 MaSo

MaSo, neboli Matematická soutěž, je týmová soutěž pro žáky druhého stupně základních škol. Tato soutěž je jedinečná tím, že se nejedná pouze o řešení úloh, ale je zde zakomponovaná i hra. Konání této soutěže probíhá dvakrát ročně, a to na jaře (květen) a na podzim (listopad). Registrace do soutěže začíná dva měsíce před konáním akce.

Obrázek 4 - Logo Matematické soutěže

Úlohy jsou tvořeny studenty a přáteli Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy, do spolupráce se zapojuje i korespondenční seminář Pikomat. V soutěži jsou zapojeni tzv. opravovatelé, kteří opravují správnost vyřešených úloh, měniči, kteří dávají soutěžícím nové příklady k řešení, a kresliči, kteří zakreslují pohyby týmu po herním poli.

Jak již bylo zmíněno, jedná se o týmovou soutěž. Týmy jsou tří až čtyřčlenné, složené ze žáků napříč druhým stupněm tak, aby součet ročníků, z kterých jsou účastníci, nepřesahoval dvaatřicet. Týmy proti sobě soupeří o to, kdo získá nejvíce bodů a vyhraje. Klání se koná v jednotný čas v několika městech po celé republice, mezi něž se řadí Praha, Brno, Plzeň nebo České Budějovice.

Na začátku hry dostane každý tým šest příkladů, herní mapu a projektor, na kterém získávají informace o průběhu hry. Hrací doba trvá devadesát minut, během nichž soutěžící počítají příklady a pohybují se po herním poli. Za každý správně vyřešený příklad dostává tým deset bodů a šest pohybů do hry. Pohyby poté mohou využít k přemisťování se po herní mapě, na které sbírají předměty. Za posbírané předměty získává tým cenné body.

Herní pole je vytvořeno do podoby bludiště s duchy, kteří se pohybují po cestách a škodí soutěžícím. Soutěžící se pohybují po poli a sbírají předměty, mezitím se snaží vyhýbat duchům. Předměty jsou ve hře po omezenou dobu, poté zmizí a na jiných místech se objeví předměty nové. Soutěžící mají informace o předmětech, kdy a kde se objeví, také ví, jak se pohybují duchové. Je tedy důležitá týmová spolupráce, plánování a kvalitní strategie.

Během hry je možné posbírat předmět maso, který se dá následně vyměnit za schopnost vysávání duchů. Za vysátí jednoho ducha se týmu připočítá pětadvacet bodů.

Soutěžící musí dodržovat pravidla soutěže, nepodvádět a nepomáhat si s jiným týmem. Mohou používat pouze papír a tužku, používat jiné pomůcky či technologie je proti pravidlům. Vyhrává tým s nejvyšším získaným skóre. Nejde tedy o to, kdo vypočítá nejvíce příkladů, ale kdo celkově nasbírá nejvíce bodů, jak z výpočtu příkladů, tak při sběru předmětů ve hře.

1.5 Pangea

Obrázek 5 - Logo soutěže Pangea

Pangea je matematická soutěž pořádaná pro žáky 4. až 9. tříd základních škol a příslušné žáky navštěvující víceletá gymnázia. Soutěž vznikla v roce 2007 v Německu, odkud se rozšířila do dalších evropských zemí včetně České republiky. Tato soutěž se u nás organizuje od roku 2014. Soutěžní úlohy jsou vždy tematicky zpracované na určité téma. Pangea je určená pro žáky, kteří rádi řeší matematické úlohy. Smyslem soutěže je budovat kladný vztah k matematice.

Pořadatelem soutěže je Meredian matematický spolek, což je nezisková organizace, která zajištuje průběh soutěže. Pangea není plně financována státem, je tedy závislá na sponzoringu partnerů soutěže. Mezi partnery této soutěže patří Národní muzeum, Zoo Praha nebo časopisy ABC a Učitel matematiky. Pro účastníky je soutěž bezplatná.

Každý rok se soutěž uskutečňuje na předem stanovené téma. Podle zvoleného tématu se vybírají patroni, jimiž jsou slavné osobnosti z oblasti dané tematiky, a pod jejichž záštitou je soutěž realizovaná. Pro aktuální ročník 2023/2024 je patronkou soutěže za téma sport profesionální tenistka Andrea Sestini Hlaváčková. V předchozích ročnících se mezi patrony objevil například František Kinský, potomek šlechtického rodu Kinských, moderátor Událostí České televize Martin Řezníček nebo český houslista Václav Hudeček.

Do soutěže se mohou registrovat jednotlivé školy v termínu od začátku října do konce ledna. Po registraci učitelé přihlásí jednotlivé soutěžící z řad žáků. Pangea je dvoukolová soutěž rozdělená na školní a finálové kolo, a je strukturována do kategorií po ročnících, První kolo probíhá na jednotlivých školách v předem stanoveném časovém intervalu a odpovědnost za průběh konání přebírá pedagog. Druhé kolo se následně koná v Praze v předem daném termínu. Harmonogram soutěže a důležitá data jsou zveřejněna na oficiálních stránkách soutěže.

Školní kolo může proběhnout v rozmezí od února do března, škola sama volí konkrétní datum konání. Od roku 2018 je možné realizovat školní kolo jak klasickou tištěnou formou, tak i online. Jediný rozdíl mezi oběma variantami je, že k takzvanému „offline“ konání je potřeba před samotným průběhem vytisknout zadání. Žáci tedy vyplňují test buď na papíře nebo u počítače či notebooku. Zadání se skládá z patnácti testových úloh, na jejichž vypracování mají žáci třičtvrtě hodiny. V případě tištěné verze musí odpovědný učitel zaslat vypracované testy pořadateli soutěže k vyhodnocení.

Soutěž je každý rok zaměřená na nějaké téma, podle něhož jsou následně vytvořené příklady. Před samotným položením otázek se obvykle napřed úryvkem uvede do daného tématu, který s otázkou souvisí. Správným výpočtem poté žáci mohou získat nové znalosti z oblastí, jako jsou dějepis, přírodopis nebo zeměpis. Soutěž tedy využívá mezipředmětové vztahy. Některé úlohy testují logické uvažování, prostorovou představivost, jiné jsou díky delším úryvkům zaměřeny na schopnost orientovat se v textu a z něj vyčíst důležité informace.

Během testu není povoleno používat kalkulačky, opisovat či jinak podvádět. Žáci řešící zadání v online prostoru nesmí opouštět stránku se zadáním. Vše je zaopatřeno proti podvodům, takže jakékoliv hledání informací na internetu vyústí v okamžité ukončení soutěže.

Na otázky lze odpovídat výběrem jedné z pěti uzavřených odpovědí. Obtížnost úloh v testu roste, úlohy jsou bodovány třemi až šesti body. Za správnou odpověď se přičítají body, za nezodpovězení či špatné odpovědi se body nestrhávají. Maximální zisk, jehož můžou účastníci dosáhnout je sedmdesát jedna bodů ve školním kole a devadesát bodů ve finálovým kole.

Do finálového, nebo také ústředního kola postupuje vždy nejlepší řešitel z kraje a republikově nejlepší účastníci. To znamená čtrnáct lidí z každého ročníku podle krajů a maximálně čtyřicet šest účastníků bez krajské příslušnosti. Kapacita pro finálové kolo je maximálně tři sta šedesát soutěžících, nanejvýš šedesát lidí z jedné kategorie. Jak již bylo poznamenáno, druhé kolo se koná v jednotný termín v Praze v Nové budově Národního muzea. Oproti školnímu kolu se zadání navýšilo o pět úloh a časový limit je jedna hodina. Zadání je v tištěné formě.

Po vyhodnocení výsledků se pořádá vyhlašování prvních tří nejlepších řešitelů za každý ročník. Vítězové získávají peněžitou i věcnou odměnu. Vyhlašuje se také absolutní vítěz soutěže, jimž se stává ten, kdo dohromady získá nejvíce bodů za školní i finálové kolo. Odměnou pro absolutního vítěze je pohár a čestné uznání Českého svazu vědeckotechnických společností. Všichni žáci, kteří se zúčastnili soutěže, dostávají účastnický certifikát.

2 Soutěže o finanční gramotnosti

2.1 Finanční gramotnost

Finance jsou nedílnou součástí lidského bytí. Neznalost základního fungování světa financí může způsobit nemalé komplikace. Proto je důležité klást důraz na vzdělávání v oblasti finanční gramotnosti.

Za oblast finančního vzdělávání je odpovědné Ministerstvo financí České republiky. To v roce 2020 vydalo Národní strategii finančního vzdělávání 2.0, které navazuje na předchozí strategii finančního vzdělávání z roku 2010. V této strategii upozorňuje na nedostatečnou finanční gramotnost obyvatel. Cílem této strategie je zvýšit finanční gramotnost celé populace. *„Finanční gramotnost je soubor znalostí dovedností a postojů nezbytných k dosažení finanční prosperity prostřednictvím zodpovědného finančního rozhodování.“* (Národní strategie finančního vzdělávání, 2019, s. 5). Do prioritní skupiny, která se má v oblasti financí vzdělávat, spadají žáci základních a středních škol.

Finanční gramotnost lze získat prostřednictvím finančního vzdělávání. Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy České republiky, které je zodpovědné za vydávání Rámcových vzdělávacích programů, zařazuje učivo finanční gramotnosti hned do několika vzdělávacích oblastí. Žáci by se s problematikou financí měli seznámit v rámci vzdělávacích oblastí Člověk a společnost, Člověk a jeho svět a Matematika a její aplikace.

Vyučování finanční gramotnosti je zásadní. Žáci by měli být schopní orientovat se ve světě financí, osvojit si základní finanční termíny a naučit se hospodařit s finančními prostředky. Finanční vzdělávání slouží jako prevence před negativními jevy, jako je zadlužování či finanční podvody.

V České republice se pořádá několik soutěží testující znalost žáků právě z oblasti financí. Cílem těchto soutěží je posilovat finanční gramotnost žáků a poukázat na důležitost a praktičnost těchto znalostí v reálném životě.

2.2 European Money Quiz

European Money Quiz je celoevropská soutěž, která již podle názvu napovídá, že se jedná o soutěž ve finanční gramotnosti. Účastnit se mohou žáci 7. – 9. tříd mezi třinácti až patnácti lety. Soutěž se pořádá od roku 2017 a jejím cílem je zlepšit finanční znalosti žáků. Účast na soutěži je bezplatná.

Obrázek 6 - Logo European Money Quiz

Organizátorem soutěže je Evropská bankovní federace se sídlem v Belgii, která sdružuje národní bankovní asociace evropských států. Do soutěže je zapojeno více než třicet států, mezi něž se kromě České republiky řadí také Slovensko, Německo, Itálie, Španělsko, Nizozemsko, Francie a samozřejmě Belgie. Jednotlivé národní bankovní asociace se podílí na koordinaci soutěže ve své zemi. U nás je koordinátorem soutěže Česká národní bankovní asociace.

Soutěž European Money Quiz je organizovaná online formou, testové otázky jsou vytvořeny ve vzdělávací platformě Kahoot!. Hra Kahoot! je zpracována do formy kvízu, na otázky soutěžící zodpovídají označením jedné ze čtyř nabízených odpovědí. Vždy je pouze jedna odpověď správná. Některé otázky jsou formulovány tak, že se na ně dá odpovědět pouze pravda či nepravda. Na zodpovězení otázky je vždy určený časový limit. Obvykle se jedná o patnáct až dvacet otázek, na zodpovězení každé z nich mají účastníci od půl do jedné minuty v závislosti na obtížnosti. Body se získávají za správnou odpověď, roli hraje také rychlost odpovědi. Cílem soutěže je získat co nejvíce bodů a platí pravidlo, že čím rychleji a správně se odpoví, tím více bodů žák získá.

European Money Quiz testuje znalost soutěžících v oblasti financí. Otázky se zaměřují na finanční gramotnost a pojmy s tímto tématem spojené. Zjišťuje se znalost finančních pojmů jako jsou inflace, úrok, půjčka či akcie. Testuje se i znalost rozdílu podobných či často zaměnitelných pojmů, například rozdíl mezi hrubým a čistým příjmem či kreditní a debetní kartou. Některé otázky jsou výpočetního typu, soutěžící mají za úkol s pomocí kalkulačky vypočítat příklady na úročení vkladu či výpočet mezd. Předmětem testování je i znalost bezpečného chování na internetu a podvodných útoků.

Vyplňování soutěžních otázek probíhá přes mobilní telefon, počítač, notebook či jiné elektronické zařízení. Důležité je zajištění stabilního připojení k internetu. Kromě toho se doporučuje mít připravený papír, tužku a kalkulačku k pomocným výpočtům.

Soutěž je rozdělena do tří fází na kolo třídní, národní a celoevropské. V průběhu března až dubna probíhají první dvě fáze soutěže, celoevropské kolo se koná v květnu. Do soutěže registruje třídu učitel, který se poté stará o průběh a organizaci třídního kola. Nejúspěšnější dvojice z každé třídy poté utvoří tým a společně soutěží v kole národním. Učitel žáky motivuje a pomáhá jim se připravit například pomocí cvičných testů zveřejněných na internetu.

Národní kolo probíhá v jednotný čas online formou skrze platformu YouTube. Žáci vyplňují test obdobně jako v předchozím kole. První tři nejúspěšnější dvojice v národním kole jsou odměněny Českou bankovní asociací. Výherci získávají plaketu o účasti a finanční odměnu pro třídu. Nejlepší dvojice postupuje do kola evropského.

Celoevropské kolo se pořádá v Bruselu, v budově Evropské bankovní federace. V tomto kole mezi sebou soutěží týmy tvořené dvojicí vítězů z každé zúčastněné země. I když se jedná o evropské kolo a dalo by se čekat, že testové otázky budou v jednotném jazyce, není tomu tak. Test je pro soutěžící překládán do národních jazyků, aby nedošlo ke znevýhodnění některých soutěžící. Po vyhodnocení výsledků jsou výherci soutěže vyhlášeni Šampiony roku a získávají finanční odměnu.

2.3 Soutěž Finanční gramotnost

Další soutěží zaměřující se na oblast financí je celorepubliková soutěž Finanční gramotnost. Do této soutěže se mohou zapojit žáci základních a středních škol. Soutěž je čtyřfázová, rozdělená na školní, okresní, krajské a celorepublikové kolo. Soutěží se ve třech kategoriích, mezi žáky 1. stupně, žáky 2. stupně a odpovídající žáky víceletých gymnázií a žáky středních škol.

Obrázek 7 - Logo soutěže Finanční gramotnost

Soutěž Finanční gramotnost vznikla ze spolupráce Institutu pro další vzdělávání METODICA, EFPA Česká republika (European Financial Planning Associasion – evropská asociace finančního plánování) a kampaně Global Money Week, jež se zasazují o zlepšení finanční gramotnosti dětí a mládeže.

Soutěž se snaží prosadit výuku o finančním povědomí již od raného dětství a poukazuje na jeho důležitost do života. Otázky v soutěži se zabývají tématy ze světa financí, jako jsou inflace, zabezpečení na stáří, úročení, bezpečnosti v kyberprostoru a podvodné jednání na internetu.

Soutěž se pořádá celosvětově již od roku 2012. Od roku 2017 se soutěž pořádá i v České republice. Obliba této soutěže roste, v loňském 12. ročníku se do soutěže zapojila na 53 milionů dětí ze 176 zemí světa.

Do soutěže se mohou zapojit pouze žáci, kteří jsou zaregistrovaní. Žáky registruje pedagog školy a stává se tak organizátorem školního kola. Školní kolo probíhá mezi říjnem až prosincem. Žáci soutěží jednotlivě. Soutěž probíhá online formou, kde žáci odpovídají na otázky pomocí označení jedné z nabízených odpovědí. Časový limit na vyplnění testu je čtyřicet pět minut. Soutěž je jedinečná tím, že žáci během vyplňování mohou používat nejen kalkulačku, ale i internet. Netestují se tedy pouze znalosti, ale také schopnosti žáka vyhledávat a zpracovávat informace. Procvičuje se čtenářská gramotnost a pochopení textu.

Po vyhodnocení výsledků pověřený pedagog pro každou kategorii určuje tři nejlepší řešitele, kteří se spojí a dále soutěží jako tým. V okresním kole tudíž mezi sebou soutěží nejlepší týmy z přihlášených škol. Forma online testu je obdobná s tou předchozí, avšak v tomto kole může být více něž jedna odpověď správná. Nejlepší družstvo z každé kategorie následně postupuje do kola krajského.

Toto kolo je odlišné od předchozích dvou, jelikož týmy neskládají online test, ale mají za úkol vypracovat případovou studii na zadané téma. Krajské kolo je rozděleno do dvou částí. Nejprve soutěžící spolupracují na vytvoření případové studie, po ohodnocení prací odbornou komisí následně předstupují tři nejlepší týmy k obhajobě svých prací před komisí.

V posledním celostátním kole mezi sebou soupeří nejúspěšnější týmy z každého kraje z každé ze tří kategorií. Finále probíhá prezenční formou v budově České národní banky v Praze. Jsou vyhlášeni vítězové závěrečného kola, kteří získávají diplomy a věcné odměny.

3 Matematické korespondenční semináře

Kromě klasických matematických soutěží se žáci základních škol mohou zúčastnit také korespondenčních seminářů. Matematický korespondenční seminář je forma mimoškolního vzdělávání, cílená na žáky se zájmem o matematiku. Na rozdíl od standardních soutěží, během nichž všichni soutěžící řeší úlohy v jednotný čas na jednotném místě, korespondenční semináře probíhají v průběhu celého roku a úlohy se vyplňují z domova.

V minulosti docházelo ke komunikaci mezi organizátory semináře a jejich účastníků korespondenční formou, tedy skrze dopisy. Avšak v dnešní době se komunikace přesouvá do online prostoru v rámci elektronické komunikace, která zjednodušuje a usnadňuje průběh korespondenčních seminářů.

Žáci, kteří se zajímají o matematiku a kteří se chtějí do matematického korespondenčního semináře zapojit, se musí nejprve zaregistrovat. Zaregistrovaným účastníkům budou posléze v průběhu roku zasílány matematické úlohy, které mohou do stanoveného času vyplnit. Výhodou těchto korespondenčních seminářů je, že jsou průběžné, což znamená, že každý měsíc či jiném časovém intervalu obdrží úlohy a mohou tak průběžně zdokonalovat své matematické schopnosti. Vyplňování úloh je však dobrovolné, a proto záleží na zájmu jednotlivých studentů, zda se chtějí zapojit a rozvíjet v oblasti matematiky.

3.1 Pikomat

Pikomat je matematický korespondenční seminář, který vytváří matematické úlohy pro žáky základních škol. Je určen především pro žáky 6. až 9. tříd, nově je však vytvořen Pikomat Junior pro žáky již od 3. tříd. Cílem je rozšířit zájem o matematiku a umožnit žákům zdokonalovat matematické znalosti i mimo školu a budovat tak plnohodnotný koníček.

Obrázek 8 - Logo soutěže Pikomat

Počátek Pikomatu má kořeny na Slovensku, kde byl v minulém století vytvořen matematický korespondenční seminář pro žáky s cílem budovat matematické talenty. Na tvorbě se podíleli vysokoškolští studenti matematiky, kteří vytvářeli úlohy pro mladší žáky. Tímto modelem se inspirovali učitel Karel Blažek a jeho manželka Hana, kteří po vzoru Slovenska vytvořili Pikomat v Česku. První ročník se konal v roce 1986 a od té doby se organizuje každý rok. Letos se koná již 39. ročník matematického semináře. Název Pikomat je taktéž převzatý ze Slovenska, jedná se o zkratkové slovo vzniklé z názvu Pionýrského Korespondenčního Matematického semináře.

Pikomat organizuje Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy. Úlohy pro řešitele vytváří nejen studenti této fakulty, ale také bývalí účastníci Pikomatu. Pro každý rok je nutné vytvořit šest sérií zadání, každé po sedmi úlohách, které jsou zaregistrovaným účastníkům zasílány postupně, obvykle v intervalech po jednom měsíci. Organizátoři poté vyhodnocují zaslané vyřešené příklady, udělují získané body a sestavují výsledkové listiny všech účastníků a jejich pořadí.

Korespondenční seminář probíhá tak, že se nejprve žáci zaregistrují do systému a tím se zařadí mezi řešitele úloh. Každý měsíc poté chodí zaregistrovaným žákům série sedmi úloh, na jejichž vypracování mají žáci předem stanovený čas, do kterého musí poslat řešení zpět. Jedná se o korespondenční seminář, což znamená, že jednotlivý řešitelé vypracovávají úlohy sami, nezávisle na ostatních a následně posílají řešení organizátorům. Dříve probíhala výměna úloh korespondenčně ve formě dopisů, avšak dnes už vlivem technologického pokroku dochází k zasílání vyřešených úloh elektronicky.

Každý rok je vytvořen krátký příběh, který postupně propojuje všechny série. Každá série obsahuje sedm úloh, jednotlivé úlohy se vážou na daný příběh. Řešitelé Pikomatu se zabývají zadanými úlohami, které následně zasílají na hodnocení. Za každou úlohu mohou získat od nuly do pěti bodů, v závislosti na tom, jak správně příklad vyřešili. Úlohy jsou otevřené a vyžadují nejen správný výsledek, ale také postup řešení. I když je příkladů sedm, maximální počet získaných bodů za sérii je třicet, jelikož se vždy počítá výsledek šesti nejlepších úloh. Není tedy nutné odevzdat všechny příklady. Po vyhodnocení každé série získávají účastníci bodové ohodnocení a jsou vytvořeny výsledkové tabulky, kde je napsáno pořadí všech řešitelů. Následně jsou zveřejněny správné výsledky, podle nichž žáci získají návodný postup, jak se měly zadané úlohy řešit.

Cílem Pikomatu není pouze zvyšovat zájem o matematiku, ale především stmelovat lidi. Proto korespondenční matematický seminář organizuje různé akce, na kterých se mohou účastníci poznávat a sbližovat. Zaregistrovaní účastníci se mohou například účastnit pikovečerů či víkendovek, během nichž se realizují přednášky zaměřující se na určité téma z oblasti matematiky. Po přednáškách následují deskové hry. Pikomat také organizuje dvoutýdenní tábory, které nejsou pouze o učení se matematiky, ale také o zábavě a hledání si kamarádů. Do programu jsou zařazeny naučné přednášky a semináře, a také spousta her a zajímavých projektů.

3.2 KoKoS

Koperníkův korespondenční seminář, známý pod zkratkou KoKoS, je další korespondenční seminář určený pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Pořádá se již řadu let, letos, v roce 2023/2024 se koná již 36. ročník. Cílem Koperníkova korespondenčního semináře je propagovat matematiku, rozšiřovat matematické a logické myšlení a také budovat mladé matematické talenty.

Obrázek 9 - Logo Koperníkova korespondenčního semináře

Tento seminář organizuje Gymnázium Mikuláše Koperníka v Bílovci, které se jmenuje po známém matematikovi a astronomovi Mikuláši Koperníkovi, a podle nějž také získal název tento matematický seminář. Úlohy KoKoSu připravují studenti gymnázia se zájmem o matematiku, kteří chtějí své nadšení předávat dál.

Pro účast v KoKoSu je nutná registrace. Po registraci budou žákům pravidelně v průběhu roku zasílány jednotlivé série. Koperníkův seminář má pět sérií, každá série obsahuje šest úloh. Do předem určeného času musí účastníci vyřešit a zaslat řešené úlohy organizátorům, kteří úlohy zkontrolují a ohodnotí. Bohové ohodnocení se u jednotlivých úloh liší. Nejvyšší dosažený počet bodů za sérii je čtyřicet bodů a za celý ročník maximálně dvě stě bodů. Úspěšným řešitelem je ten, kdo alespoň třikrát získá minimálně pětadvacet bodů.

Koperníkův korespondenční seminář je atraktivní a poutavý, jelikož se nejedná o prosté zadaní úlohy a počítání. Úlohy jsou v každé sérii propojené nějakým příběhem, který se průběžně vyvíjí a do nějž jsou zasazovány dané úlohy. Jde například o pohádkové příběhy, kde princezna zadává úlohy svým nápadníkům, nebo třeba detektivní příběh, během kterého se hledá pachatel.

Úlohy jsou tvořené z učiva na základních školách především z okruhu aritmetiky a geometrie, které prověřují schopnost žáků analyzovat a řešit zadané úlohy. U každé úlohy je poznamenáno bodové ohodnocení. Čím více bodů mohou za úlohu získat, tím obtížnější příklad je. Některé úlohy lehce přesahují rámec výuky ve škole.

Všechny úlohy jsou tvořeny ve formě otevřených otázek, vyžadujících postup řešení a výsledek. Po odevzdání série kontrolují organizátoři odevzdané úlohy. Nehodnotí pouze správnost výsledku, ale zejména vyhovující postup řešení. Postup musí být vždy pochopitelný a v logickém sledu, pro lepší přehlednost by se měla každá úloha řešit na zvláštní papír, řešení více úloh by se nemělo míchat.

Obdobně jako Pikomat, i KokoS organizuje pro zájemce o matematiku soustředění. Soustředění nazývané KoPr, neboli Koperníkovi prázdniny, se koná dvakrát ročně, na podzim a na jaře. Dříve se konaly pětidenní soustředění, v současnosti se jedná o dvoudenní víkendový program. Jedná se o matematicko-přírodovědné soustředění zabývající se nejen matematikou, ale i biologií, chemií, fyzikou či ekologií. Během KoPru se účastnící dozvídají nové poznatky z těchto oblastí, pořádají se přednášky a experimenty, které se prokládají zábavnými i poučnými hrami a pohybovými aktivitami, které si pro ně připravili studenti gymnázia. Ti se snaží mladší žáky zaujmout, předat jim zajímavé poznatky a ideálně nadchnout do přírodních věd.

3.3 Jáma lvová

Obrázek 10 - Logo soutěže Jáma lvová

Dalším matematickým korespondenčním seminářem, jež se mohou účastnit žáci nižšího sekundárního vzdělávání, je Jáma lvová. Soutěž je určená pro žáky 2. stupně a odpovídající ročníky víceletých gymnázií. Podle věku žáků se člení na dvě skupiny – mladší a starší. Mladší skupina je určena žákům 6. a 7. tříd, starší skupina je určena pro zbylé dva ročníky. Jáma lvová není pouze soutěž o matematice, matematiku totiž propojuje s informatikou. Cílem je zábavnou formou poukázat na užitečnost matematiky a jeho využití v jiných oborech.

Soutěž Jáma lvová pořádá České vysoké učení technické v Praze již od roku 2009. Od té doby se koná každoročně. V současnosti (2023/2024) se koná již 15. ročník. Soutěž organizují a úlohy vytváří studenti ČVUT.

Nejnovější ročník s sebou přináší několik změn. Doposud se každý ročník skládal ze tří kol, které od sebe dělí obvykle dva měsíce. Aktuálně však bude mít ročník celkem čtyři kola, což znamená více příkladů a více procvičování pro žáky. Další změnou je, že dříve obsahovalo každé kolo pět na sobě nezávislých úloh, které na sebe nijak nenavazovaly. Nově však každé kolo obsahuje tři úlohy, z toho dvě jsou klasické jako v předchozích letech. Poslední úloha, nazývaná Tématko, je obsáhlejší a složitější, obsahující několik podúloh. Tématko se vždy zabývá nějakým obtížnějším tématem, které je nejprve soutěžícím vysvětleno a na něž jsou následně tvořeny podúlohy. Tyto úlohy na sebe navazují v logické návaznosti od jednodušších po složitější. Pro obě kategorie, mladší a starší, je Tématko stejné a liší se pouze ve dvou prvních úlohách.

Prvním Tématkem bylo například téma dělení se zbytkem, nejprve byly vysvětleny termíny jako modulo, kongruence nebo zbytkové třídy, byl vysvětlen princip při řešení úloh s pomocí kongruence. Vše podstatné a nutné pro vyřešení zadaných podúloh bylo zmíněno a uvedeno na příkladech. Tím pádem by měli být žáci po prostudování a pochopení tématu schopní zadané podúlohy vyřešit a naučit se tak i něco mimo rámec základního vzdělávání.

Úlohy v Jámě lvové se zaměřují spíše na logické uvažování než na použití známých matematických vzorců. Některé úlohy vyžadují grafické znázornění či vytvoření tabulky pro snadnější orientaci. Pro vyřešení úloh je často užívána metoda pokus-omyl, při níž soutěžící náhodně zkouší různé možnosti a tímto způsobem se snaží přijít ke správnému výsledku. Mnohé úlohy jsou časově náročné, a proto mají účastníci dostatek času na vyřešení každého kola. Vypočítané úlohy se následně posílají buď poštou na adresu ČVUT nebo elektronickou formou skrze webové stránky soutěže.

U jednotlivých úloh jsou vyznačeny body, jež mohou soutěžící při správném vyřešení obdržet. Bodové ohodnocení se liší v závislosti na obtížnosti úlohy. Jako u předchozích korespondenčních seminářů, i zde platí pravidlo, že je nutné uvést postup řešení, díky němuž mohou účastníci získat maximální počet bodů. Uvedením pouze samotných výsledků, i když správných, žáci nezískají plný počet bodů, proto je důležité uvést myšlenky a proces řešení, aby bylo jasné, že příkladu soutěžící opravdu rozumí. Úlohy by měli žáci vypracovávat sami, ovšem vyhledávání informací na internetu je povoleno.

V průběhu letních prázdnin pořádají vyučující společně se studenty Českého vysokého učení technického tábor Jámy lvové. Každý rok se tohoto letního tábora účastní dvacet čtyři dětí, dvanáct řešitelů z mladší a dvanáct ze starší kategorie. Na tábor se mohou přihlásit všichni účastníci korespondenčního semináře, avšak kapacita je omezená a přednost mají řešitelé s vyšším bodovým ziskem. Během dvoutýdenního tábora se setkávají žáci z celé republiky, jejichž zálibou je matematika a kteří mají zájem dozvědět se něco nového. Pro účastníky táboru jsou připraveny vzdělávací přednášky z oblastí matematiky, informatiky nebo fyziky. Na programu dne jsou také sportovní aktivity, vycházky, hry či večerní tancování. Nechybí ani tradiční táborák.

PRAKTICKÁ ČÁST

4 Návrhy úloh pro soutěž Matematický klokan

Praktická část bakalářské práce bude věnována tvorbě úloh do velmi populární matematické soutěže Matematický klokan, které se jenom v České republice ročně účastní přibližně čtyři sta tisíc žáků. Práce se zabývá soutěžemi, kterých se mohou zúčastnit žáci druhého stupně. Matematický klokan je rozdělen do šesti kategorií, z nichž dvě, Benjamín a Kadet, jsou určeny právě pro žáky šestých až devátých tříd. Žáci 6.-7. ročníků spadají do kategorie Benjamín a pro 8.-9. ročníky je určena kategorie Kadet.

Tvorba úloh pro soutěž Matematický klokan není snadná, autoři musí dodržovat stanovená pravidla. Jednou z předních podmínek je, že úlohy musí být přiměřené věku řešitelů. Dále platí, že soubor úloh obsahuje pouze uzavřené otázky s výběrem odpovědí. Pro všechny úlohy musí být možné zformulovat výběr pěti odpovědí, z nichž pouze jedna je správná. Proto soutěž neobsahuje otázky, na něž by se dalo odpovědět prostým ano či ne. Navíc by mělo být zadání formulováno co nejjednodušším a nejkratším způsobem. V neposlední řadě musí být úlohy takové, které nevyžadují náročné matematické počítaní a jejichž řešení by měli být soutěžící schopni vyřešit do pěti minut.

U každé úlohy je vyznačeno, kolik bodů mohou soutěžící při správném vyřešení obdržet. Zpravidla platí, že čím vyšší počet bodů je možný získat, tím těžší úloha je. Za jednotlivé úlohy mohou řešitelé v soutěži obdržet tři až pět bodů, v závislosti na obtížnosti zadání. Úlohy za tři body jsou obvykle jednoduché a většinou se dají vyřešit z hlavy. Čtyřbodové úlohy jsou mírně obtížnější a nejsložitější na vyřešení jsou úlohy za pět bodů, u kterých většinou není na první pohled poznat, jakým způsobem se mohou vypočítat. Nejtěžší na těchto úlohách je tedy přijít na to, jakým způsobem úlohy řešit. Mohou to být také příklady, které jsou časově náročnější oproti méně bodově ohodnoceným úlohám. Jejich řešení by však nemělo trvat déle než pět minut.

Ve sbírce úloh jsou vytvořeny příklady pro obě zmíněné kategorie, jak pro Benjamína, tak pro Kadeta. Každá kategorie obsahuje celkem šest úloh. Na začátku každé úlohy je stanoveno bodové ohodnocení. Následuje samotné zadání úlohy, ve většině případů doplněné o obrázek, s výběrem možných odpovědí označených od (A) po (E). Pod zadáním je vypracován způsob, jak můžeme dospět k hledanému výsledku, u některých úloh se vyskytují dvě varianty řešení. V některých případech jsou také zmíněny nástrahy, kterým by řešitelé mohli čelit a kde by z jakého důvodu mohli špatně postupovat. Na konci řešení je vždy stanovena správná odpověď.

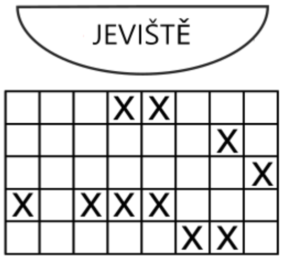
Sbírka úloh je koncipována různorodě, zahrnuje jak aritmetické, tak geometrické úlohy. Kolekce například ověřuje znalost a použití Pythagorovy věty, nejmenšího společného násobku, základní operace sčítání a násobení nebo práce se zlomky. Testováno je také logické myšlení a prostorová představivost. Typy úloh na prostorovou představivost ověřují, zda jsou řešitelé schopni si představit různé objekty z jiného úhlu pohledu či zobrazené podle os souměrnosti.

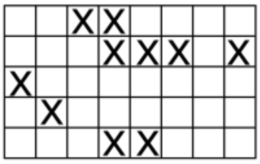
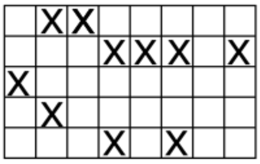
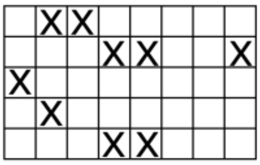
Použité obrázky jsou vytvořeny v programu Inkscape[1], vhodném pro vektorovou grafiku.

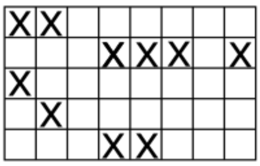
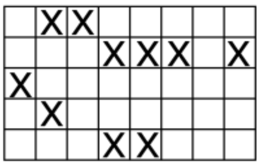
4.1 Kategorie Benjamín

Úloha za 3 body

Na plánku vidíš hlediště divadla, na němž jsou křížkem označena obsazená místa. Jak bude vypadat výhled na hlediště z pohledu herce stojícího na jevišti?



(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

Řešení:

Musíme si uvědomit, že herec stojící na jevišti vidí hlediště o 180 stupňů obrácené oproti plánku v zadání. Z toho důvodu bude první řada nejblíže jeviště (horní řada v zadání) i nejblíže

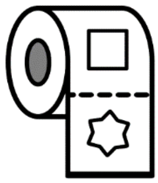
[1] https://inkscape.org/

hercova pohledu (dolní řada ve výsledcích) a naopak, nejvzdálenější řada od jeviště (dolní řada v zadání) bude nejdále od hercova výhledu (horní řada ve výsledcích). Obrácený bude i pohled zleva doprava. Plánek hlediště divadla je tedy dvakrát osově souměrný, jednou podle horizontální osy a podruhé podle osy vertikální.

Pro tento typ úlohy je ideální takový způsob řešení, že se podíváme do nabízených odpovědí a vyloučíme odpovědi s chybou. Na obrázku (A) si můžeme povšimnout, že ve dvou horních řadách sedí jedna dvojice diváků za sebou, avšak když se podíváme do zadání, ve dvou dolních řadách žádná dvojice diváků za sebou nesedí. Proto můžeme odpověď (A) vyloučit. Nepochybně můžeme vyřadit i (B), jelikož ve spodním řádku jsou dva diváci sedící jedno místo od sebe, kdežto v zadání sedí vedle sebe. V zadání vidíme, že je obsazených deset míst, v odpovědi (C) si však můžeme všimnout, že je obsazenou pouze míst devět, tudíž nesedí počet diváků s počtem v zadání, proto i odpověď (C) můžeme zamítnout. Chybný je také obrázek (D), jelikož v zadání nesedí žádní divák v rohu, zatímco (D) má levý horní roh obsazený. Vyloučením chybných odpovědí dostáváme, že správná odpověď je (E).

Úloha za 3 body

Na útržcích role papíru se pravidelně střídá 5 vzorů v pořadí hvězdička, čtvereček, kolečko, srdíčko, čtyřlístek. Jaký vzor bude mít 58. útržek?



(A) hvězdička (B) čtvereček (C) kolečko (D) srdíčko (E) čtyřlístek

Řešení:

1. Postup

Úloha je zaměřená na dělení se zbytkem. Víme, že pro dvě celá čísla můžeme vypočítat jejich neúplný podíl a zbytek. Máme tedy příklad 58 : 5 = 11 a zbytek jsou 3, což nám říká, že jedenáctkrát se zopakuje všech pět vzorů, a tím pádem, když vytrhneme 55 útržků papíru ($11 \cdot 5 = 55$), opět vidíme jako první vzor hvězdičku. K tomu však musíme připočítat zbytek 3. Když se tedy podíváme na v pořadí třetí útržek papíru, vidíme správnou odpověď, jíž je (C) kolečko.

2. Postup

Pokud žáci nepochopí, jakým způsobem by mohli úlohu vyřešit početně, mohou si pomoci vizuálně tím způsobem, že si vytvoří tabulku, do které budou vepisovat pořadí jednotlivých útržků toaletního papíru. Pokud si žák při vytváření tabulky všimne jisté pravidelnosti, může mu to usnadnit a urychlit proces řešení.

hvězdička	čtvereček	kolečko	srdíčko	čtyřlístek
1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.
…	…	…	…	50.
…	…	…	…	55.
56.	57.	58.		

Úloha za 3 body

Písař napsal na papír tučným písmem slovo KLOKAN, které se propilo na druhou stranu papíru. Která z nabízených možností představuje to, co můžeme vidět z druhé strany papíru?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Řešení:

1. Postup

Zadanou úlohu můžeme řešit tak, že se podíváme do nabídky výsledků a z ní vyřadíme ty, jež nejsou platné. Hned první odpověď můžeme označit za správnou, všechny písmena ve slově klokan jsou správně osově souměrná podle vertikální osy, proto bychom mohli zvolit (A) za správný výsledek.

Pro kontrolu však můžeme provést to, že se podíváme na zbylé výsledky a vyloučíme jejich platnost. Ve druhé odpovědi vidíme špatně otočené písmeno A, takže tato odpověď správná jistě nebude. Stejně jako v (B), i v odpovědi (C) si můžeme všimnout, že písmeno L je špatně otočeno oproti ostatním písmenům. Tudíž také (C) můžeme vyloučit. Odpověď (D) zachycují další nemožný výsledek takový, že jsou písmena K a L směřovány proti sobě. U poslední odpovědi (E) lze lehce vidět, že písmena K a L směřují od sebe, což samozřejmě nemůže nastat, a proto i (E) můžeme odmítnout. Zamítnutím všech odpovědi (B) – (E) můžeme s jistotou říct, že správným výsledek je odpověď (A).

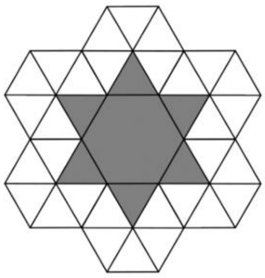
2. Postup

Pokud si žáci uvědomí, že propitý nápis je z druhé strany papíru osově souměrný s nápisem KLOKAN, stačí tedy pouze najít osově souměrné zobrazení z nabízených výsledků. Tím je pouze odpověď (A).

Úloha za 3 body

Jakou část obrazce znázorňuje tmavá plocha?

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{6}{13}$ (E) $\frac{15}{51}$



Řešení:

1. Postup

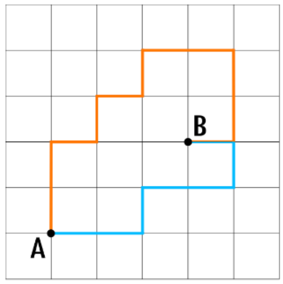
Při řešení stačí spočítat počet tmavých trojúhelníků a vydělit je počtem všech trojúhelníků obrazce. Máme šest tmavých trojúhelníků plus jeden šestiúhelník, který se skládá ze šesti trojúhelníků. Celkově tedy máme dvanáct tmavých částí. Vidíme, že se obrazec se skládá ze sedmi šestiúhelníků, každý obsahující šest trojúhelníků. Celkový počet všech trojúhelníků je $7 \cdot 6 = 42$. Po vydělení tmavých trojúhelníků celkovým počtem, získáme $\frac{12}{42} = \frac{2}{7}$. Správný výsledek je (B) $\frac{2}{7}$.

2. Postup

Na obrazec také můžeme nahlížet jako na sedm šestiúhelníků, z nichž dva (po přeskládání trojúhelníků) jsou vybarvené, jelikož šest trojúhelníků dává jeden šestiúhelník. Po dosazení do zlomku rovnou získáváme výsledek $\frac{2}{7}$.

Úloha za 4 body

Na čtvercové síti s jednotkou 1 cm je zakreslen plán trasy. Měřítko je 1:50 000. Jak dlouhá bude trasa z A do B, když z A do B půjdeme po oranžové trase a zpět z B do A po trase modré?



(A) 8,5 km (B) 9 km (C) 7 000 m (D) 9 500 m (E) 10 250 m

Řešení

Nejprve si spočítáme měřítko. Víme, že jeden centimetr na plánu trasy je 50 000 centimetrů ve skutečnosti. Takže jeden centimetr na plánku je půl kilometrů ve skutečnosti, což jsme zjistili převedením jednotek z centimetrů na kilometry, 50 000 cm = 0,5 km.

Nyní sečteme, jak je dlouhá trasa na plánku. Oranžová cesta jdoucí z A do B je dlouhá jedenáct centimetrů, ve skutečnosti je trasa z A do B vzdálená 5,5 kilometrů ($11 \cdot 0{,}5 = 5{,}5$). Zpět z B do A po modré trase jsme zjistili, že délka trasy na plánku je dlouhá sedm centimetrů, tedy 3,5 kilometru dlouhá ve skutečnosti.

Když máme vyřešené obě trasy, jak oranžovou, tak modrou, tak zbývá jen vypočítané dvě trasy sečíst a získáme hledaný výsledek. Správnou odpovědí je (B) 9 km, jelikož $5{,}5 + 3{,}5 = 9$.

U některých řešitelů by se v této úloze mohl vyskytnout problém s převodem jednotek, a tedy s vypočítáním měřítka. Další překážkou by mohlo být, že si někteří žáci nemusí uvědomit, že jeden centimetr na plánku musíme započítat jak do trasy oranžové, tak do modré, a tím pádem by mohli vypočítat, že celková trasa je o půl kilometru kratší a špatně tak označit odpověď (A).

Úloha za 5 bodů

Zámek Pohádka nabízí tři prohlídkové okruhy. První okruh začíná každých 60 minut, druhý každých 80 minut a třetí každé 2 hodiny. Všechny okruhy začínají v 9 hodin. V kolik hodin začnou všechny tři prohlídkové okruhy opět ve stejný čas?

(A) 12.00 (B) 12.40 (C) 13.00 (D) 13.30 (E) 14.00

Řešení:

1. Postup

Úloha se dá vyřešit nalezením nejmenšího společného násobku všech tří prohlídkových okruhů. Provedeme prvočíselný rozklad čísel 60, 80 a 120 (2 hodiny).

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5$

$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

Nejmenší společný násobek je roven součinu prvočísel s nejvyšší mocninou, tedy $n(60, 80, 120) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$.

Dostáváme, že nejmenší společný násobek prohlídkových okruhů je 240 minut, což odpovídá čtyřem hodinám. Všechny prohlídkové okruhy začínají v 9 hodin a po čtyřech hodinách budou znovu začínat společně, to znamená, že všechny tři prohlídkové opět začnou ve 13.00. Správná odpověď je (C).

2. Postup

Dalším způsobem, jak úlohu řešit, je pomocí úvahy. Známe pravidelnost, po kolika minutách jednotlivé prohlídkové okruhy znovu začínají. Můžeme si proto vypsat násobky čísel 60, 80 a 120 a najít takové nejmenší číslo, které se vyskytuje v násobcích všech tří čísel.

Násobky čísla 60 jsou 60, 120, 180, **240**, 300, 360 a tak dále.

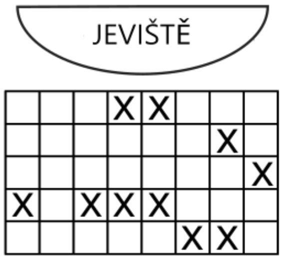
Násobky čísla 80 jsou 80, 160, **240**, 320, 400, 480 a tak dále.

Násobky čísla 120 jsou 120, **240**, 360, 480, 600 a tak dále.

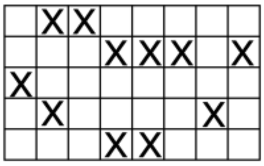
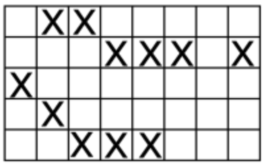
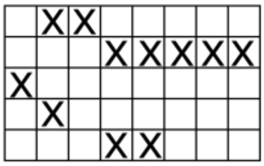
Hledaným číslem je číslo 240, které značí počet minut, které uběhnou od začátku prvních prohlídkových okruhů v 9 hodin a po kterých opět začnou všechny prohlídkové okruhy stejně. Převedením 240 minut dostáváme čtyři hodiny, které můžeme přičíst k počátečním devíti hodinám a získáváme výsledek (C) 13.00.

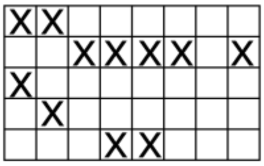
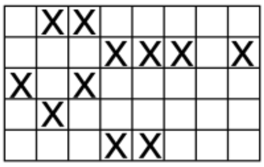
4.2 Kategorie Kadet

Úloha za 3 body



Na plánku vidíš hlediště divadla, na němž jsou křížkem označena obsazená místa. Lístek na představení si koupí ještě jeden člověk. Jak nemůže vypadat výhled na hlediště z pohledu herce stojícího na jevišti?

(A)  (B)  (C) 

(D)  (E) 

Řešení

Tato úloha je modifikací úlohy z kategorie Benjamín. Herec stojící na jevišti vidí hlediště o 180 stupňů obrácené oproti plánku v zadání. Z toho důvodu bude první řada nejblíže jeviště (horní řada v zadání) i nejblíže hercova pohledu (dolní řada ve výsledcích) a naopak, nejvzdálenější řada od jeviště (dolní řada v zadání) bude nejdále od hercova výhledu (horní řada ve výsledcích). Obrácený bude i pohled zleva doprava. Plánek hlediště divadla je tedy dvakrát osově souměrný, jednou podle horizontální osy a druhý podle osy vertikální.

Nyní bude hledat takové řešení, které herec dívající se směrem na hlediště určitě neuvidí. Toho docílíme tím, že se podíváme na všechny možnosti a vybereme ty, které by nastat mohly. Následně tyto možnosti vyloučíme, protože hledáme takovou odpověď, která nemůže nastat.

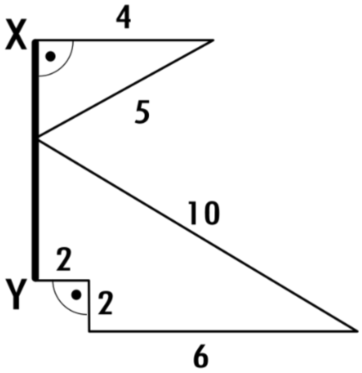
V odpovědi (A) vidíme, že je obrázek souměrný podle osy horizontální i vertikální. Navíc je zde do druhého řádku přidaný jeden divák, což splňuje zadaní a tato situace může nastat, proto můžeme (A) vyloučit. V (B) je opět navíc jeden divák, tentokrát v první řadě, proto i tuto možnost můžeme zamítnout. Výhled na hlediště (C) také může nastat, poslední divák si koupil místo do čtvrté řady mezi již obsazená místa. Proto i odpověď (C) je špatná. U odpovědi

(D) si můžeme všimnout, že chybí divák sedící na třetím místě v první horní řadě a místo toho jsou zvolena dvě extra sedadla, jedno hned první místo v první řadě od shora a druhé místo ve druhém řádku vedle obsazených míst. Jelikož nebylo řečeno, že by si některý divák mohl přesednout, toto uspořádání diváků v hledišti není možné. Otázkou je, jak nemůže vypadat výhled na hlediště z pohledu herce stojícího na jevišti, a proto je (D) správná odpověď, jelikož tato situace nastat nemůže. Zbývající nabízená odpověď může také nastat, poslední zvolené místo je ve třetí řadě. Takže i odpověď (E) je nevyhovující, a proto s jistotou můžeme zvolit odpověď (D).

Úloha za 3 body

Jakou velikost má úsečka XY?

(A) 5,5 (B) 7 (C) 8,5 (D) 9 (E) 11

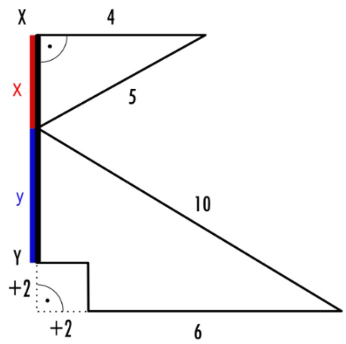


Řešení:

Úloha je zaměřená na použití Pythagorovy věty, ze které plyne vztah mezi délkami odvěsen a přepony $c^2 = a^2 + b^2$ a která platí pouze pro pravoúhlé trojúhelníky. Na obrázku máme geometrický útvar složený z dvou pravoúhlých trojúhelníků, ovšem jeden pravoúhlý trojúhelník má vyříznutý čtverec velikosti 2 × 2.

U horního pravoúhlého trojúhelníku budeme počítat odvěsnu. Čísla 4 a 5 dosadíme do vzorce $5^2 = 4^2 + x^2$, po upravení výrazu dostáváme výsledek x = 3.

Abychom mohli vyřešit zbylou část úsečky, musíme nejprve spodní trojúhelník doplnit o zbylé dvě strany vyříznutého čtverce, čímž nám vzniká druhý pravidelný trojúhelník, pro který opět použijeme Pythagorovu větu. Nesmíme zapomenout, že doplněním trojúhelníku jsme obě odvěsny zvětšili o dvě jednotky. Proto do vzorce dosazujeme místo původních šesti jednotek číslo osm. Vyřešením rovnice $10^2 = 8^2 + y^2$ dostáváme výsledek y = 6. Od výsledku šest odečteme dvojku, o kterou jsme původní útvar zvětšili, a dostáváme druhou část úsečky dlouhou čtyři jednotky.

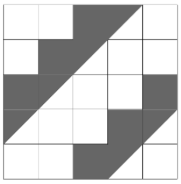
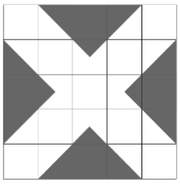
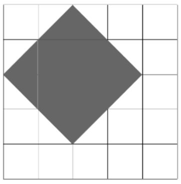
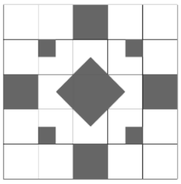
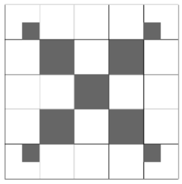


Sečtením obou výsledků 3 + 4 = 7 získáváme velikost úsečky XY. Správná odpověď je (B) 7.

Pokud by však někteří řešitelé zapomněli odečíst číslo dvě od spodní velikosti odvěsny, chybně by mohli zvolit za výsledek (D) 9. Další situací, která by vedla ke špatnému výsledku, by byla taková, že by si žáci po dokreslení spodního trojúhelníku neuvědomili, že musí hodnoty zvětšit o dvě jednotky. Tím pádem by vypočítali, že velikost odvěsny je osm a sečtením s odvěsnou vrchního trojúhelníku by došli k mylnému závěru, že velikost úsečky XY je (E) 11.

Úloha za 3 body

Která z tmavých ploch má nejmenší obsah?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

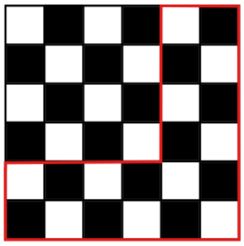
Řešení

Pro vyřešení této úlohy nám stačí si spočítat, kolik má každý obrazec tmavých částí. U každého obrazce tedy spočítáme, kolik má celých čtverečků, případně polovin a čtvrtin. Výsledkem bude takový obrazech, jehož počet tmavých ploch bude nejmenší, a tudíž bude nejmenší i jeho obsah.

Plocha (A) obsahuje šest celých čtverečků a šest polovin, tudíž celkově obsahuje $6 + 6 \cdot \frac{1}{2} = 9$ celých čtverečků. Ve druhém obrazci vidíme čtyři celé čtverečky, osm polovin a čtyři čtvrtiny čtverečku. Po vypočítání $4 + 8 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} = 9$ jsme zjistili, že plocha v odpovědi (B) také obsahuje devět celých čtverečků. Odpověď (C) má celkem osm celých čtverečků, na než jsme přišli sečtením čtyř celých a osmi polovičních čtverečků, tedy $4 + 8 \cdot \frac{1}{2} = 8$. Tmavá plocha v (D) zahrnuje pět celých a osm čtvrtinových čtverečků. Celkem tedy dostáváme sedm čtverečků, protože $5 + 8 \cdot \frac{1}{4} = 7$. Poslední plocha je složená z pěti celých a čtyř čtvrtin čtverečku. Po vypočítání $5 + 4 \cdot \frac{1}{4} = 6$ zjišťujeme, že odpověď (E) obsahuje pouze šest celých čtverečků, což je nejmenší počet ze všech nabízených možností, proto je správná odpověď (E).

Úloha za 4 body

Ze šachovnice 6 × 6 jsme vyřízli šachovnici 4 × 4. Zbylá oblast, vyznačená na obrázku, obsahuje 20 polí. Kolik černých polí zbyde, když ze šachovnice 10 × 10 vyřízneme šachovnici 8 × 8?



(A) 10 (B) 18 (C) 20 (D) 28 (E) 36

Řešení:

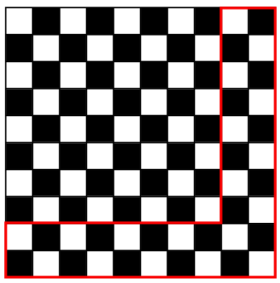
1. Postup

Jednodušší a rychlejší způsob řešení této úlohy je pomocí úvahy. Stačí si uvědomit, že šachovnice má vždy polovinu polí bílých a polovinu černých. Šachovnice 10 × 10 má celkem 100 polí. Z té vyřízneme šachovnici 8 × 8, která má 64 polí. Máme tedy 100 – 64 = 36. Celkem tedy zbylo 36 polí. Nás však zajímají pouze pole černá, což je polovina všech polí, takže po vydělení dvěma získáváme správný výsledek (B) 18.

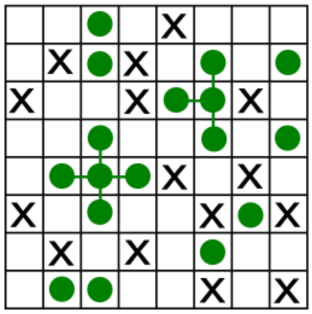
Při řešení této úlohy je nutné si uvědomit, že se ptáme pouze na černá pole, nikoliv na všechny. V zadání je totiž řečeno, že po vyříznutí šachovnice ze vzorového příkladu zbyde celkem 20 polí, jak bílých, tak černým. To by mohlo některé žáci zmást, a mohlo by to znamenat, že by odpovídali na celkový počet polí po vyříznutí místo dotazovaných černých, a tudíž chybně volit odpověď (E) 36.

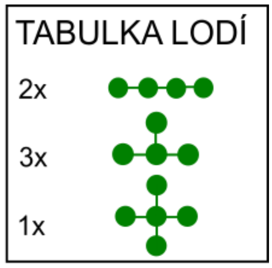
2. Postup

Další způsob, který by se mohl použít při řešení, je náčrtek. Načrtneme si šachovnici 10 × 10 a vyznačíme oblast po vyříznutí šachovnicí 8 × 8. Na náčrtku pak očividně vidíme počet černých polí ve vyznačené oblasti, jichž je 18.



Úloha za 4 body





Na obrázku je zobrazeno herní pole a tabulka lodí, které se vyskytují na herním poli tak, že žádné lodě se nepřekrývají ani nedotýkají stranami. Lodě mohou být různě otočeny. Křížky vyznačují místa, na něž se hráč dotázal, ale která neobsahují žádnou část lodi, a zelené puntíky vyznačují již objevené části lodi. V herním poli jsou již dvě lodě objeveny. Jaký je minimální počet dotazů hráče, aby jednoznačně určil pozici všech lodí?

(A) 1 dotaz (B) 2 dotazy (C) 3 dotazy (D) 4 dotazy (E) 5 dotazů

Řešení:

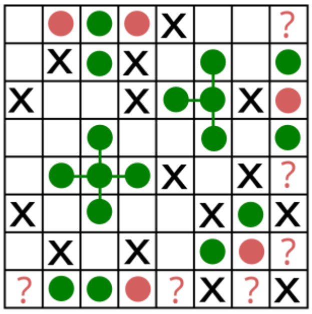
Na herním poli vidíme, že dvě lodě jsou již nalezeny a zbývá nám proto odhalit zbylé čtyři lodě. Podle tabulky lodí víme, že hledáme dvakrát první loď a dvakrát druhou loď v tabulce, obě o čtyřech bodech.

Když se podíváme na obrázek vlevo nahoře, vidíme dva již objevené body, k nimž hledáme zbylé dva. Kdybychom položili bod směrem dolů, tak se dvě lodě dotýkají, což je v rozporu s pravidly hry, proto jediná možnost je, že loď bude mít tvar druhé lodě v tabulce a hledané dva bodu budou nalevo a napravo od již nalezeného bodu nacházejícím se v prvním horním řádku. Pozici lodě tedy jednoznačně víme a nemusíme se dotazovat.

V horním pravém bodu se nachází další napůl objevená loď, která musí tvar první lodě v tabulce lodí. Jistě víme, že částí lodi bude i bod nacházející se na volném místě mezi dvěma zelenými body, ale nemůžeme s jistotou určit, zda poslední bod bude nahoru či dolu od těchto tří bodů. Proto musíme provést jeden dotaz, po němž už bude jasné, kde daná loď leží.

V dolní levé části obrázku vidíme dva body. Jistě víme, že bude tvaru první lodě v tabulce, jinak by se opět dvě lodě dotýkaly. S jistotou nemůžeme říct, zda oba dva hledané body se budou nacházet napravo od již nalezených bodů, nebo zda bude jeden bod nalevo a druhý napravo od vyznačených bodů. Pokud však provedeme jeden dotaz tak, že se zeptáme na pozici nalevo od dvou vyznačených bodů, poté budeme moci jednoznačně určit pozici lodě.

Poslední loď se nachází vpravo dole. Víme, že loď má tvar druhé lodě tabulky. Částí lodi bude určitě bod spojující dva již nalezené body. Jelikož však mohou být lodě různě natočeny, nevíme, kde se bude nacházet poslední bod. Abychom s jistotou určili pozici celé lodě, musíme se dotázat buď na bod nejvíce vpravo, anebo bod směrem dolů.



Celkově tedy musíme provést tři dotazy k tomu, abychom jednoznačně určili pozici všech lodí, a tím pádem je správná odpověď (C) 3 dotazy.

Úloha za 5 bodů

Doplň do tabulky čísla 1–6 tak, aby se čísla v každém řádku a sloupci neopakovala a aby se jejich součet rovnal hodnotám mimo tabulku. Jaké číslo se nachází na místě otazníku?

13	15	14	13	
	5		2	11
3			4	18
		?		13
4	1			13

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení:

Víme, že musíme do tabulky doplnit čísla tak, aby se v řádku ani sloupci neopakovala, navíc máme k dispozici, jaký bude součet čísel v každém řádku a sloupci. Jelikož můžeme doplňovat čísla od jedné po šest, největší součet bude $6 + 5 + 4 + 3 = 18$, což odpovídá druhému řádku tabulky. Trojka a čtyřka jsou již doplněny, proto nám zbývá doplnit 5 a 6. Jelikož se však v druhém sloupci již číslo 5 vyskytuje, na druhém místě vedle trojky musí být 6 a číslo 5 bude na třetím místě ve druhém řádku.

Po tomto doplnění vidíme, že do druhého sloupce stačí doplnit jedno číslo tak, aby součet odpovídal patnácti. Dostáváme rovnici $15 = 5 + 6 + x + 1$, z níž zjistíme, že x = 3, které doplníme do prázdného místa druhého sloupce tabulky.

Nyní doplníme první sloupec tabulky, Zatím známe pouze dvě čísla a dvě musíme doplnit, víme, že součet všech tří čísel bude 13. Vypočítáme součet zbylých dvou čísel: $13 - (3 + 4) = 6$. Číslo 6 dostaneme buď součtem $1 + 5$ nebo $2 + 4$, neuvažujeme o součtu $3 + 3$, jelikož se čísla nesmí opakovat. Jelikož už však řádek obsahuje číslo 4, součet $2 + 4$ můžeme zavrhnout a budeme doplňovat čísla 1 a 5. Díky tomu, že první řádek obsahuje číslo

5, jednoznačně víme, že na prvním místě tabulky bude 1 a na třetím řádku prvního sloupce bude číslo 5.

Bez toho, abychom doplňovali celou tabulku, bychom měli být schopní zjistit číslo, které bude na místě otazníku. Do třetího řádku musíme doplnit dvě čísla tak, aby jejich součet byl $13 - (5 + 3) = 5$. Číslo pět dostaneme buď součtem 1 a 4 nebo 2 a 3. Obdobně jako u předchozích úvah víme, že musíme doplnit čísla 1 a 4, protože se číslo 3 již v daném řádku vyskytuje. Číslo 4 nemůžeme napsat na poslední místo v řádku, jelikož číslo 4 se již nachází v daném sloupci, což by opět odporovalo zadání. Z toho důvodu musíme číslo 4 napsat na místo otazníku a dostáváme hledanou odpověď. Správně je tedy (D) 4.

13	15	14	13	
1	5	3	2	11
3	6	5	4	18
5	3	4	1	13
4	1	2	6	13

Pro získání odpovědi není nutné vyřešit celou tabulku, avšak doplnění všech čísel do tabulky může sloužit jako zkouška správnosti řešení. Při řešení také nemusíme postupovat striktně podle uvedeného postupu. Nejprve můžeme například vyřešit první řádek tabulky a pak analogicky pokračovat dál.

ZÁVĚR

Cílem bakalářské práce bylo seznámit se s matematickými soutěžemi pořádanými v České republice a představit možné varianty matematických soutěží, jež jsou vhodné pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídající ročníky víceletých gymnázií. Druhým cílem bylo vytvořit soubor úloh vhodných do soutěže Matematický klokan.

Teoretická část se věnovala popisu konkrétních soutěží, včetně vzniku, vývoje a pravidel soutěže. V první kapitole je popsáno pět soutěží, jimiž jsou Matematická olympiáda, Matematický klokan, Pythagoriáda, MaSo a Pangea. V úvodu druhé kapitoly je vysvětlen pojem finanční gramotnosti a následně jsou popsány dvě matematické soutěže, European Money Quiz a soutěž Finanční gramotnost, zaměřující se na oblast finanční matematiky. Poslední kapitola teoretické části se zabývá korespondenčními semináři, což je druh soutěží, během nichž žáci vyplňují zadané úlohy z domova a následně své odpovědi zasílají skrze elektronickou komunikaci organizátorům soutěže. Z matematických korespondenčních seminářů jsou v práci zahrnuty Pikomat, KoKos a Jáma lvová.

V praktické části byla vytvořena sbírka úloh do soutěže Matematický klokan. Na začátku praktické části jsou popsána pravidla pro tvorbu úloh, jimiž se musí autoři úloh pro soutěž Matematický klokan řídit. Následně je pak zhotoveno šest příkladů pro každou ze dvou kategorií, Benjamín a Kadet, odpovídající úrovni určené pro žáky šestých až devátých tříd. Jednotlivé úlohy byly označeny počtem bodů, jež mohou žáci v případě správného vyřešení získat, dále bylo uvedeno samotné zadání příkladů. Zahrnut byl samozřejmě i postup řešení se správnou odpovědí.

Bakalářská práce by mohla být přínosem pro učitele matematiky na základních školách, kteří by po přečtení tohoto textu měli získat povědomí o různých možnostech matematických soutěží, kterých se mohou jejich žáci zúčastnit. Sama bych získané vědomosti ráda využila ve své budoucí profesi.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

Association Kangourou sans Frontières. Online. Dostupné z: https://www.aksf.org/. [citováno 2024-02-20].

Česká bankovní asociace. *European Money Quiz.* Online. Dostupné z: https://www.europeanmoneyquiz.cz/. [citováno 2024-02-20].

ČVUT. *Jáma lvová.* Online. Dostupné z: https://jamalvova.cz/. [citováno 2024-02-20].

European Banking Federation. *European Money Quiz.* Online. Dostupné z: https://www.ebf.eu/priorities/financial-education/european-money-quiz/. [citováno 2024-02-20].

Finanční gramotnost. Online. Dostupné z: https://www.financnigramotnost.cz/. [citováno 2024-02-20].

International Mathematical Olympiad. Online. Dostupné z: https://www.imo-official.org/default.aspx. [citováno 2024-02-20].

MaSo. Online. Dostupné z: https://maso.mff.cuni.cz/2023_jaro/. [citováno 2024-02-20].

Matematická olympiáda. Online. Dostupné z: https://www.matematickaolympiada.cz/. [citováno 2024-02-20].

Matematická olympiáda – kategorie P. Online. Dostupné z: https://mo.mff.cuni.cz/p/osoutezi.html. [citováno 2024-02-20].

Matematický klokan. Online. Dostupné z: https://matematickyklokan.upol.cz/. [citováno 2024-02-20].

Ministerstvo financí České republiky. *Finanční gramotnost aneb Proč se finančně vzdělávat?.* Online. Dostupné z: https://financnigramotnost.mfcr.cz/cs/pro-odborniky/strategicke-dokumenty. [citováno 2024-02-20].

Ministerstvo financí České republiky. *Národní strategie finančního vzdělávání 2.0,* 2019. Online. Dostupné z: https://financnigramotnost.mfcr.cz/cs/pro-odborniky/strategicke-dokumenty. [citováno 2024-02-20].

MŠMT ČR, 2023. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Online. Dostupné z: https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/. [citováno 2024-02-20].

NOVÁK, Bohumil, MOLNÁR, Josef, NOVÁKOVÁ, Eva a Dita NAVRÁTILOVÁ, 2005. *Deset let s Matematickým klokanem*. Univerzita Palackého v Olomouci. ISBN 80-244-1179-2.

Pangea. Online. Dostupné z: https://www.pangeasoutez.cz/. [citováno 2024-02-20].

Pavel Trutman. *KoKoS.* Online. Dostupné z: http://kokos.gmk.cz/uvod. [citováno 2024-02-20].

Pikomat. Online. Dostupné z: https://pikomat.mff.cuni.cz/. [citováno 2024-02-20].

PINTRICH, Paul R. a Dale H. SCHUNK, 1996. *Motivation in Education: theory, research, and applications.* Prentice-Hall. ISBN 0-02-395621-6.

POLÁK, Josef, 2016. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně.* II. Část Obecná didaktika matematiky. 1. vyd. Fraus, 2016. ISBN 978-80-7489-326-1.

Pythagoriáda. Online. Dostupné z: https://www.pythagoriada.cz/. [citováno 2024-02-20].

VANĚK, Vladimír, CALÁBEK, Pavel a David NOCAR, 2018. *České stopy v Matematickém klokanovi*. Online. Matematika, fyzika, informatika, Vol. 27, No. 5, s. 334-346. Prometheus. ISSN 1210-1761. Dostupné z: http://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/425. [citováno 2024-02-20].

SEZNAM OBRÁZKŮ

Všechny obrázky v praktické části jsou vytvořeny autorkou bakalářské práce.