

OD MODELU K PŘEDSTAVĚ

Sbírka úloh a námětů pro rozvoj geometrické představivosti



Příloha k diplomové práci

GEOMETRICKÁ PŘEDSTAVIVOST V PRIMÁRNÍ ŠKOLE
ANEB OD MODELU K PŘEDSTAVĚ

OBSAH

Seznam obrázků	3
ÚVOD.....	4
1 PLANIMETRIE	5
1.1 Polyomina	5
1.1.1 Hledání polyomin.....	5
1.1.2 Tetraminové dlaždice	6
1.1.3 Pokrývání obrazců.....	7
1.2 Tangram.....	7
1.2.1 Hrátky s Tangramem	8
1.2.2 Dotváření obrazců	8
1.3 Další hlavolamy	9
1.3.1 Kolumbovo vejce	10
1.3.2 Kouzelný kruh.....	10
1.3.3 Srdce.....	11
1.3.4 Evereto.....	11
1.3.5 Trojúhelníková skládanka.....	12
1.4 Práce s geometrickými útvary	12
1.4.1 Stavbyvedoucí.....	12
1.4.2 Tvůrci čtverců	13
1.4.3 Barevná hromádka	13
2 STEREOMETRIE	15
2.1 Tělesa z kostek	15
2.1.1 Stavby z kostek	15
2.1.2 Počítání kostek.....	16
2.1.3 Tvoříme krychle	16
2.1.4 Prostorová tetramina	17
2.1.5 Zakreslování pohledů na těleso.....	17
2.1.6 Kótované promítání.....	18
2.2 Sítě těles	19
2.2.1 Všechny sítě krychle	19
2.2.2 Oblékání krychle	20
2.2.3 Hrací kostka	21
2.2.4 Malované sítě	21
2.2.5 „Síťové“ pexeso	22
2.3 Pohyby tělesa.....	22
2.3.1 Najdi všechny možnosti	22
2.3.2 Kam se kostka odvalí?.....	23
2.3.3 Urči polohu	24
2.3.4 Najdi chybu.....	24
2.4 Geometrie povrchu tělesa.....	25
2.4.1 Hledání cesty	25
2.4.2 Hledání vrcholů.....	26
2.4.3 Kde jsem?	27
Seznam použitých zdrojů.....	28
Seznam příloh	29

Seznam obrázků

Obrázek 1: Ukázka úlohy – Pokrývání obrazců.....	7
Obrázek 2: Ukázka úlohy – Dotváření obrazců	9
Obrázek 3: Ukázka obrázků – Kolumbovo vejce (Krejčová 2014)	10
Obrázek 4: Ukázka obrázků – Kouzelný kruh (Krejčová 2014).....	10
Obrázek 5: Ukázka obrázků – Srdce (Krejčová 2014).....	11
Obrázek 6: Ukázka obrázků – Evereto (Krejčová 2014).....	11
Obrázek 7: Ukázka obrázků – Trojúhelníková skládanka (Krejčová 2014).....	12
Obrázek 8: Ukázka úlohy – Stavby z kostek	15
Obrázek 9: Ukázka stavebnice – SEVA	26

ÚVOD

Sbírka úloh a námětů *Od modelu k představě* je výsledkem praktické části mojí diplomové práce Geometrická představivost v primární škole aneb Od modelu k představě. Jak sám název napovídá, jedná se o soubor úloh a námětů, které mají sloužit k rozvoji geometrické představivosti v hodinách geometrie za využití nejrůznějších modelů. Je totiž všeobecně známo, že jedním z hlavních prostředků rozvoje geometrické představivosti je práce s modelem, ať už se jedná o manipulaci s ním, jeho vytváření, sestrojování apod.

Sbírka má sloužit především učitelům na 1. stupni základních škol. Úlohy a náměty jsou určeny pro žáky pátých tříd, nicméně po mírné modifikaci je možné je využít i v nižších ročnících.

Sbírka je rozdělena na dvě hlavní části. Část první se zabývá rozvojem geometrické představivosti v rovině, druhá část obsahuje úlohy na představivost v prostoru. Podkapitoly těchto částí se následně dělí podle tematiky úloh.

Součástí sbírky jsou i její poměrně rozsáhlé přílohy, jelikož řada uvedených úloh vyžaduje pro uplatnění ve výuce použití nejrůznějších obrázků a pracovních karet. Tvůrčí učitelé jistě uvedené úlohy upraví pro své účely, nicméně přílohy do značné míry ušetří čas, který je nutno věnovat přípravě před realizací ve výuce.

U každé úlohy jsou uvedeny potřebné pomůcky (popřípadě odkaz na příslušnou přílohu). V některých případech je uvedena i doba trvání činnosti, avšak ne všechny úlohy a náměty je možné vymezit určitým časovým horizontem.

Několik vybraných úloh a námětů bylo odzkoušeno v praxi. U názvů těchto úloh a námětů je pomocí hvězdiček vyobrazeno hodnocení daných činností žáky (★★★★ - velmi bavilo, ☆☆☆☆ - velmi nebavilo). U těchto činností jsou také popsány vlastní postřehy z jejich průběhu.

Snažila jsem se, aby sbírka byla co nejrozmanitější. Proto jsem se, kromě vlastních námětů, u některých úloh nechala inspirovat jinými autory, kteří jsou u jednotlivých úloh vždy uvedeni. I tehdy jsem se snažila převzaté náměty do jisté míry přetvořit, rozšířit či jinak pozměnit.

Doufám, že tato sbírka se stane přínosem pro učitele v hodinách geometrie a žáci budou díky zajímavým a poutavým úlohám nejen rozvíjet svou geometrickou představivost, ale zažijí i zajímavé a netradiční hodiny, které jim otevrou dveře do poutavého objevování geometrie.

1 PLANIMETRIE

Planimetrie je část geometrie zabývající se geometrickými útvary v rovině. Pro úspěšné zvládnutí této disciplíny je třeba mít dostatečně rozvinutou geometrickou představivost, která nám umožňuje poznávat jednotlivé geometrické útvary, určovat jejich vlastnosti a dokázat si je představit v nejrůznějších geometrických vztazích. Následující úlohy slouží k rozvoji geometrické představivosti v planimetrii.

1.1 Polyomina

Polyomino je rovinný geometrický obrazec, který vznikne spojením jednoho nebo více čtverců, které se vzájemně dotýkají alespoň jednou celou hranou. Spojením dvou čtverců vzniká domino, tři čtverců trimino, čtyř čtverců tetramino, pěti čtverců pentamino apod.

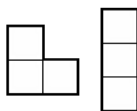
Následující náměty a úlohy mají za cíl především rozvíjení geometrické představivosti a orientace ve čtvercové síti.

1.1.1 Hledání polyomin

Pomůcky: čtverečkovaný papír, tužka

Doba trvání: 10 min

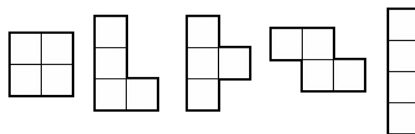
Zajímavým námětem je již samotné utváření polyomin. Žáci mají za úkol najít co nejvíce různých obrazců, které se skládají ze tří, čtyř nebo pěti stejných čtverců. Pro usnadnění práce jim slouží čtverečkovaný papír. Žáky je třeba upozornit, že obrazce, které se po otočení nebo převrácení překrývají, jsou stejné. Pro pochopení zadání úkolu je vhodné postup předvést na utváření trimin. Spojením tří čtverců totiž mohou vzniknout pouze dva obrazce.



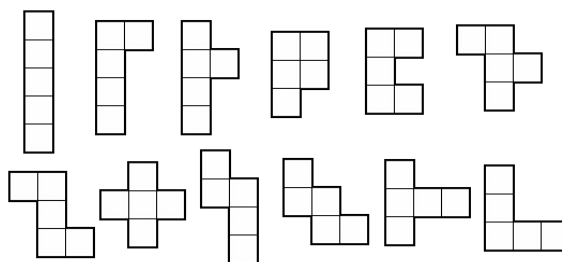
Posléze mohou žáci samostatně nebo ve dvojicích hledat tetramina a pentamina. V případě, že se dvojici nepodaří všechny obrazce najít, je možné spojit jednu nebo více dvojic dohromady, aby nalezené obrazce navzájem porovnali. Správnost řešení si žáci

ověří tím, že najdou požadovaný počet obrazců. Provést kontrolu správnosti řešení je možné i hromadně za pomoci tabule. Dle E. Krejčové (2014, s. 95 [05]) upraveno.

Úloha s tetraminy má 5 řešení:



Úloha s pentaminy má 12 řešení:



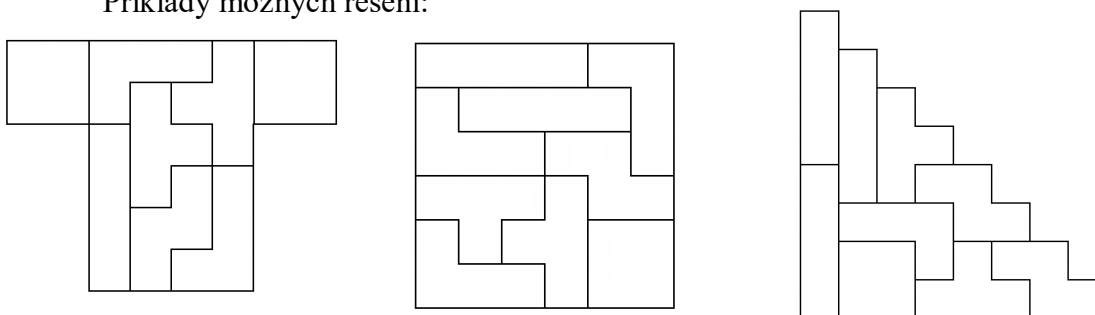
1.1.2 Tetraminové dlaždice

Pomůcky: pastelky, obrazce (příloha 1)

Doba trvání: 15 min

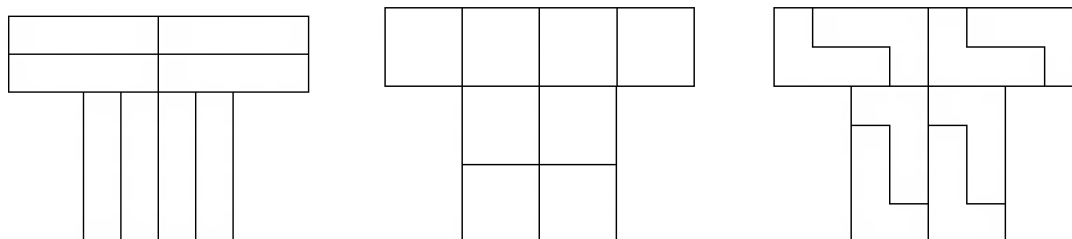
Úloha spočívá ve vyplnění daného obrazce dílky tetramina. Žáci však musí dodržet podmínku, že každý díl použijí alespoň jednou. Tetramina mohou libovolně otáčet a převracet. Obrazec musí být celý a žádný dílek nesmí přecházet. Dle M. Kaslové, R. Malé (2004, s. 12 [03]) upraveno.

Příklady možných řešení:



Tento námět lze různě obměňovat. Žáci mohou například zjišťovat, zda je možné obrazec vyplnit pouze dílky tetramina, které jsou stejné.

Příklady možných řešení:



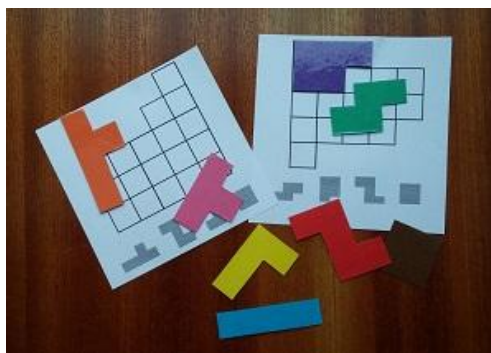
1.1.3 Pokrývání obrazců ★★★★★

Pomůcky: karty se čtvercovými sítěmi, barevné dílky (příloha 2)

Doba trvání: 10–20 min

Úloha spočívá v řešení krátkých hlavolamů, ve kterých se žáci snaží zaplnit celý obrazec dílky polyomina. Každý žák dostane sadu osmi barevných dílků a karty s obrazci, přičemž každý obrazec se dá složit právě ze čtyř předem určených dílků. Úkolem žáka je vyřešit co nejvíce těchto hlavolamů. (Vlastní námět.)

Úloha je inspirována hrou Ubongo, jejímž autorem je Grzegorz Rejchtmann a distributorem Albi Česká republika a.s.

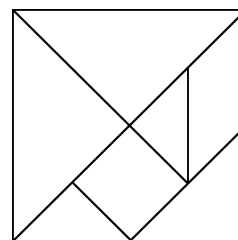


Obrázek 1: Ukázka úlohy – Pokrývání obrazců

Vlastní postřehy: Žáci úloha velmi bavila. Rychlejší žáci zvládli jeden hlavolam vyřešit do dvou minut. Někteří žáci naopak stihli během dvaceti minut vyřešit například pouze dva hlavolamy. V těchto případech jsem se snažila žáky navést umístěním jednoho dílku na správné místo. Nejtěžší bylo pro žáky do hlavolamu umístit největší dílky. Postupně zjišťovali, že musí tyto dílky umístit jako první a pak teprve umístit dílky menší. Stejně tak některým žákům ze začátku dělalo obtíže uvědomit si, že dílky je možné převracet.

1.2 Tangram

Tangram je jeden z nejznámějších mechanických hlavolamů. Jedná se o sedmidílnou skládanku, která se skládá z geometrických tvarů (1 čtverec, 1 kosodélník, 2 velké trojúhelníky, 1 střední trojúhelník a 2 malé trojúhelníky). Výhodou je, že hlavolam je možné zhotovit v běžných podmínkách, mohou si jej



dokonce žáci vytvořit sami podle návodu.

Při práci s Tangramem je nutné dodržovat následující pravidla:

1. V každém obrazci musí být použito všech sedm částí.
2. Dílky se vzájemně dotýkají stranou nebo vrcholem.
3. Všechny dílky se mohou libovolně převracet (mají na obou stranách stejnou barvu). (Krejčová 2014, s. 87,88 [05])

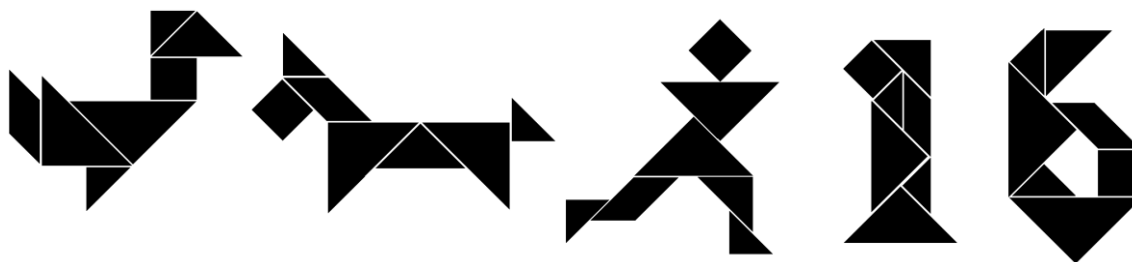
Následující náměty a úlohy mají za cíl především rozvíjení geometrické představivosti a manipulativních schopností. U jednotlivých úloh není uvedena doba trvání činnosti vzhledem k možnosti univerzálního pojetí činnosti a potřebě určité časové volnosti pro žáky na vyřešení úkolu.

1.2.1 *Hrátky s Tangramem*

Pomůcky: Tangram (příloha 3)

Námět pro tuto činnost je dosti otevřený a neomezený. Úkolem žáků je sestavovat obrázky podle vlastní fantazie. Žáci tak mohou uplatnit svou tvořivost a nápaditost. Je pouze na vyučujícím, jaký nastaví rámec činnosti.

Žáci mohou sestavovat jakékoliv obrázky podle jejich fantazie (zvířata, postavy, číslice, písmena, geometrické tvary atd.) nebo může vyučující zaměřit činnost žáků pouze na jednu z uvedených kategorií. Dle E. Krejčové (2014, s. 87–89 [05]) upraveno.

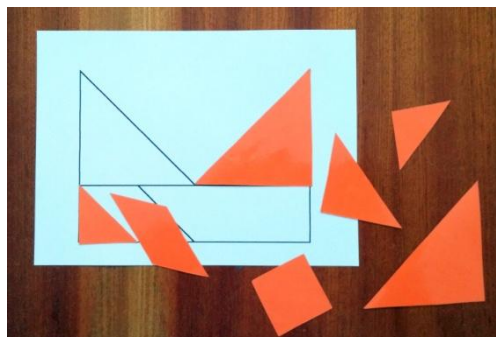


1.2.2 *Dotváření obrazců* ★★★★★

Pomůcky: Tangram, karty s obrazci (příloha 3)

Tento námět je vhodný pro žáky, kteří se s Tangramem seznamují a potřebují s hlavolamem získat určitou zkušenost.

Žáci mohou pracovat samostatně nebo ve dvojicích. Jejich úkolem je pokrýt daný obrazec všemi dílky Tangramu. Umístění některých dílků je předem vyznačeno, což žákům poskytuje určitý návod na řešení. (Vlastní námět.)



Obrázek 2: Ukázka úlohy – Dotváření obrazců

Vlastní postřehy: Žáci úlohu velmi rychle pochopili. Při hledání řešení, jak pokrýt daný obrazec, dokonce jeden žák přišel na dvě řešení, z čehož měl velkou radost. Někteří žáci, kterým dosazení dílků do obrazce nesesedělo (dílky na některých místech přesahovaly), se uchýlovali k závěrům, že řešení úlohy neexistuje, své snažení vzdali a pokračovali v řešení jiného obrazce.

1.3 Další hlavolamy

Tangram není jediným mechanickým hlavolamem. E. Krejčová (2014, s. 90–95 [05]) uvádí hned několik dalších hlavolamů. Jsou jimi: Kolumbovo vejce, Kouzelný kruh, Srdce, Evereto a Trojúhelníková skládanka. Jednotlivé hlavolamy jsou podrobněji popsány v následujících podkapitolách. Se skládankami se pracuje podobně jako s Tangramem. I u nich je zapotřebí držet se stejných pravidel:

1. U každého obrázku musí být použity všechny dílky skládanky.
2. Dílky se vzájemně dotýkají vrcholem, stranou nebo její částí.
3. Dílky je možné libovolně převracet.

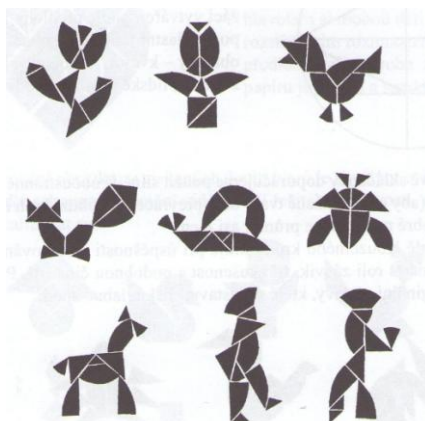
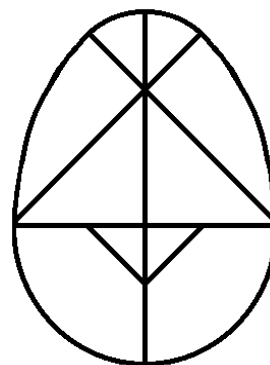
Úspěšnost žáků při těchto úlohách významně ovlivňuje dosavadní zkušenost s činnostmi podobného charakteru. Zkušenější žáci dokážou vytvořit zajímavé a originální obrázky.

Uvedené hlavolamy rozvíjejí geometrickou představivost a manipulativní schopnosti. Doba trvání činností se může značně lišit podle jejich pojetí. Žákům je zapotřebí poskytnout na vyřešení úkolu dostatečnou časovou volnost.

1.3.1 Kolumbovo vejce

Pomůcky: skládanka Kolumbovo vejce (příloha 4)

Kolumbovo vejce je desetidílná stavebnice, jejíž obrys je složen z částí kružnic. Díky tvarům, které jsou částečně zaoblené, mohou vznikat zajímavé obrázky zvířat, lidí, rostlin i předmětů.

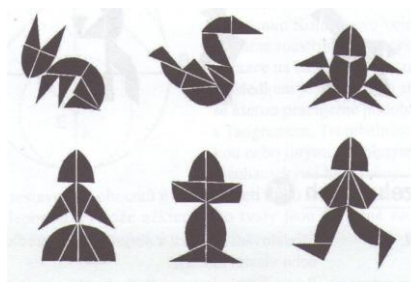
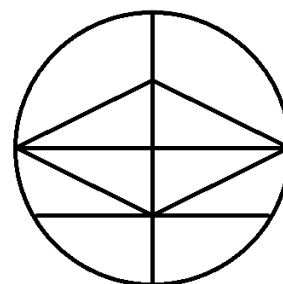


Obrázek 3: Ukázka obrázků – Kolumbovo vejce (Krejčová 2014)

1.3.2 Kouzelný kruh

Pomůcky: skládanka Kouzelný kruh (příloha 4)

Kouzelný kruh je desetidílná skládanka podobná Kolumbovu vejci. Díky zaobleným tvarům vznikají podobné obrázky jako u předchozí skládanky. Z důvodu dobré manipulace E. Krejčová (2014, s. 94 [05]) doporučuje, aby výchozí kruh měl průměr alespoň 8 cm.

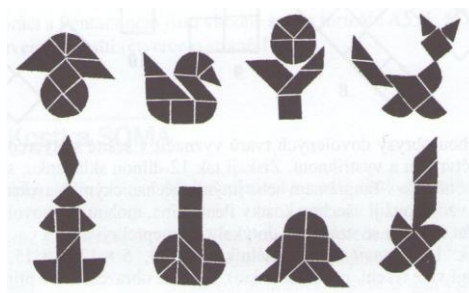
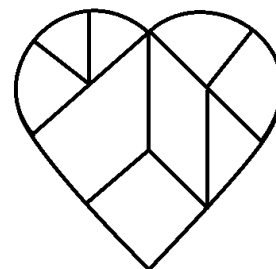


Obrázek 4: Ukázka obrázků – Kouzelný kruh (Krejčová 2014)

1.3.3 Srdce

Pomůcky: skládanka Srdce (příloha 4)

Srdce je devítidílný mechanický hlavolam, jehož jedinečnost se skrývá v různorodosti dílků. Jedná se o méně známou skládanku, při které je možné složit zajímavé a jedinečné obrázky.

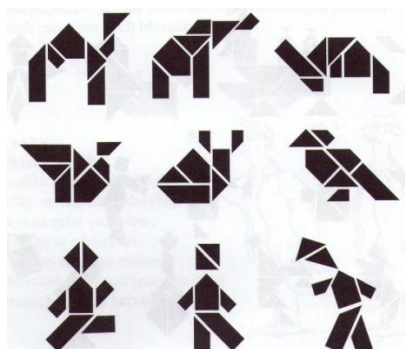
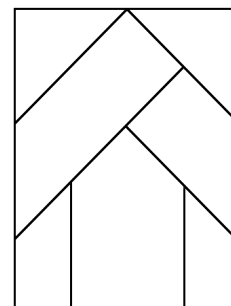


Obrázek 5: Ukázka obrázků – Srdce (Krejčová 2014)

1.3.4 Evereto

Pomůcky: skládanka Evereto (příloha 4)

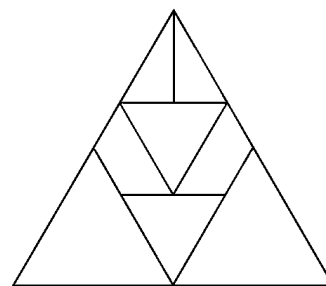
Evereto je sedmidílná skládanka. Při tvorbě tohoto hlavolamu je nutné zachovat poměr stran 5 : 4. Obecně je doporučováno pracovat s obdélníkem o rozměrech 10 x 8 cm.



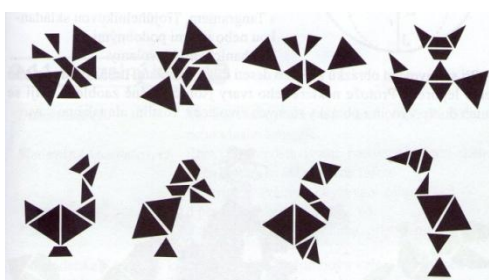
Obrázek 6: Ukázka obrázků – Evereto (Krejčová 2014)

1.3.5 Trojúhelníková skládanka

Pomůcky: Trojúhelníková skládanka (příloha 4)



Trojúhelníková skládanka je osmidílný hlavolam, který tvoří čtyři dvojice shodných útvarů. Výsledné obrázky mají podobný charakter jako obrázky vzniklé z hlavolamů Tangram a Evereto. Díky dvojicím shodných útvarů je možné tuto skládanku využívat k sestavování osově souměrných obrázků.



Obrázek 7: Ukázka obrázků – Trojúhelníková skládanka (Krejčová 2014)

1.4 Práce s geometrickými útvary

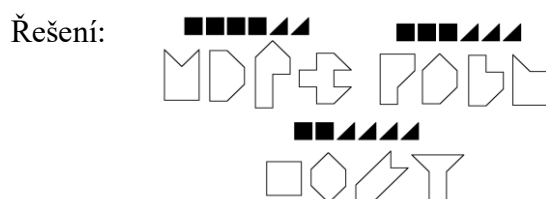
1.4.1 Stavbyvedoucí

Pomůcky: 12 obrázků se stavbami, 3 karty s materiálem (příloha 5)

Doba trvání: 10 min

Každý žák se stává stavbyvedoucím a obdrží obrázek se stavbou. Po třídě jsou rozmístěny 3 karty, na kterých je zobrazen materiál. Úkolem každého žáka je, aby si stoupl k té kartě s materiálem, který potřebuje, aby byl schopný stavbu postavit.

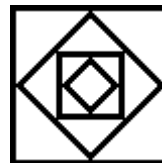
Při kontrole je vhodné využít toho, že je k dispozici pouze 12 staveb. Žáci se stejnými stavbami by měli stát u stejné karty s materiálem. Dle P. Cemerkové Golové aj. (2014, s. 8 [01]) upraveno.



1.4.2 Tvůrci čtverců

Pomůcky: tužka, papír, rýsovací potřeby, tabule

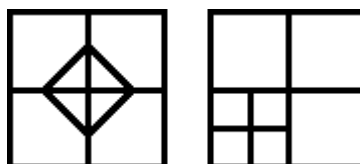
Doba trvání: 10 min



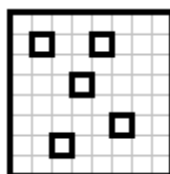
Vyučující narýsuje na tabuli následující obrázek:

Žáci mají za úkol spočítat, kolik čtverců se skrývá v obrázku, a ukázat na prstech ruky. (V obrázku jsou 4 čtverce.) Poté si žáci narýsují 2 čtverce, každý o straně 4 cm. Žáci musí vyplnit čtverce tak, aby v jednom obrázku bylo 6 čtverců a v druhém 9. Při kontrole je možné různé způsoby řešení, na které žáci přišli, zakreslovat na tabuli. (Vlastní námět.)

Příklad možného řešení:



Pozn.: K řešení úlohy není vhodné použít čtverečkovaný papír. Žáci jsou sice schopni rychleji narýsovat dané čtverce, nicméně je čtvercová síť může svádět k nevhodnému řešení úlohy.



1.4.3 Barevná hromádka

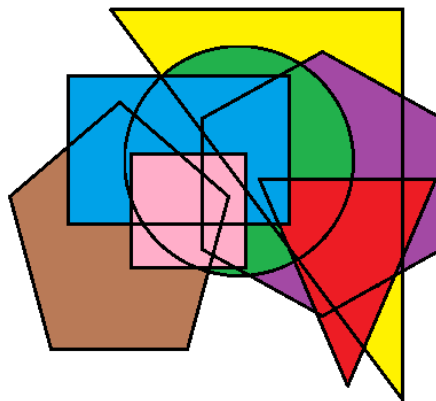
Pomůcky: pastelky, obrázek s geometrickými útvary (příloha 6)

Doba trvání: 10 min

Žáci pracují ve dvojicích. Oba žáci dostanou stejný obrázek se sedmi geometrickými útvary. Žáci nejprve společně všechny geometrické útvary vyhledají a správně pojmenují.

Poté si mezi sebe dají překážku tak, aby si navzájem na své obrázky neviděli. Žák A poté začne žákovi B diktovat geometrické útvary podle pořadí od spodu nahoru, jako kdyby byly položené na stole (to si žák A určuje sám). Žák A určí každému útvaru libovolnou barvu (dva útvary nesmějí mít stejnou barvu). Oba žáci tento postup zachycují pomocí vybarvování částí útvarů.

Příklad: Žlutý pravoúhlý trojúhelník, fialový šestiúhelník, hnědý pětiúhelník, zelený kruh, červený rovnoramenný trojúhelník, modrý obdélník, růžový čtverec. (Je vhodné žáky upozornit, že části útvarů se překrývají. Když tedy žák A zvolí jako první čtverec, který je celý zakrytý jinými útvary, nesmí vybarvit žádnou jeho část.)



Po dokončení žáci své obrázky porovnají a tím si zkontrolují správnost postupu. Dle M. Kaslové, R. Malé (2005, s. 27 [04]) upraveno.

2 STEREOMETRIE

Stereometrie je geometrie v prostoru. Zastoupení planimetrie ve výuce geometrie značně převažuje nad stereometrií, což má za následek nedostatečné rozvíjení geometrické představivosti.

Následující dělení úloh do kapitol je inspirováno dělením metodiky stereometrie profesora M. Hejného (1990, s. 367–387 [02]).

2.1 Tělesa z kostek

Hra s kostkami je jednou z oblíbených dětských činností. Manipulace s kostkami je přirozenou cestou poznávání stereometrie. Žáci prostřednictvím práce s kostkami získávají zkušenosti s vlastnostmi krychle.

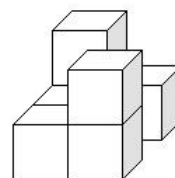
Cílem následujících činností je nejen rozvoj geometrické představivosti především té prostorové, ale i rozvoj tvořivosti a manipulativních dovedností.

2.1.1 Stavby z kostek ★★★★★

Pomůcky: kostky, obrázky staveb (příloha 7)

Žáci pracují ve dvojicích nebo samostatně. Jejich úkolem je podle obrázku stavby z krychlových těles postavit stejné těleso. Důležité je žáky upozornit, že u některých staveb existuje větší počet řešení, jelikož z obrázku není možné těleso vidět ze všech potřebných úhlů. Dle M. Hejného (1990, s. 369 [02]).

Vlastní postřehy: Stavby z kostek žáci hodnotili jako jednu z nejoblíbenějších úloh. Práce s kostkami v hodinách geometrie byla pro žáky velkým zpestřením. Žáci pracovali ve dvojicích a o umístění jednotlivých kostek spolu diskutovali. Nejčastěji svému spolužákovi vlastní navrhovaný způsob zdůvodňovali ukázáním prstu na danou krychli na obrázku.



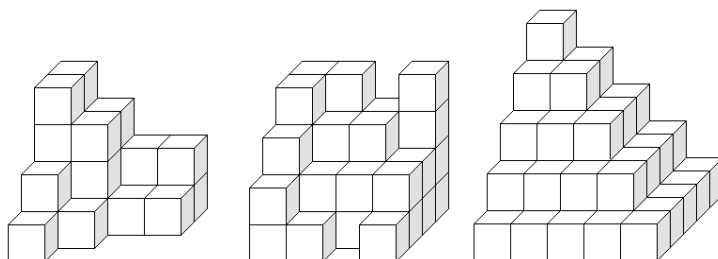
Obrázek 8: Ukázka úlohy – Stavby z kostek

2.1.2 Počítání kostek

Pomůcky: obrázky staveb (příloha 7), popřípadě kostky

Následující námět je možné pojmout nejrůznějšími způsoby. Hlavním úkolem žáků je určit počet krychlí, které jsou potřeba pro stavbu daného tělesa.

Pracovat je možné s obrázky. Při tomto způsobu může pracovat každý žák samostatně a kontrola učitele je zjednodušena tím, že již předem ví, s jakými tělesy budou žáci pracovat. Obrázky také mohou zobrazovat tělesa z většího počtu krychlí.



Druhý způsob je vhodný pro práci ve dvojicích. Jeden žák z krychlí postaví těleso (samozřejmě ví, kolik krychlí pro stavbu použil). Druhý žák má za úkol krychle spočítat. Výhodou této varianty je rozmanitost staveb, které díky žákům mohou vzniknout. Nevýhodou je, že jsou žáci omezeni počtem krychlí, které mají k dispozici. Je nepraktické, aby žáci stavěli těleso, které se skládá z více než 15 krychlí. (Vlastní námět.)

2.1.3 Tvoříme krychle

Pomůcky: obrázky s tělesy (příloha 8)

Doba trvání: 5 min

Každý žák obdrží jeden obrázek krychlového tělesa. Jejich úkolem je najít si takovou dvojici, aby krychlová tělesa po spojení na obrázcích tvořila krychli. Z obrázků uvedených v příloze je možné složit 6 dvojic. Pro více žáků je tedy nutné použít některé dvojice těles dvakrát. Na průběhu aktivity to ovšem nic nemění.

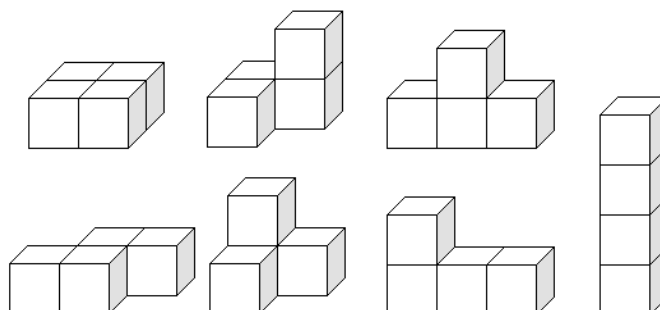
Jedná se o velmi krátkou aktivitu, která je vhodná například ve chvíli, kdy chceme žáky rozdělit náhodně do dvojic. Dle J. Perného (2009, s. 29 [07]) upraveno.

2.1.4 Prostorová tetramina

Pomůcky: kostky

Délka trvání: 15 min

Žáci pracují ve dvojicích. Jejich úkolem je utvořit všechna možná prostorová tetramina (krychlová tělesa ze 4 krychlí, které se dotýkají celou stěnou). Je možné vytvořit celkem 7 možných tetramin. Jedna dvojice tedy bude potřebovat 28 kostek. Je třeba žáky upozornit na to, že pokud jsou tělesa po otočení nebo převrácení stejná, jedná se o totéž tetramino. Dle J. Perného (2009, s. 29 [07]).

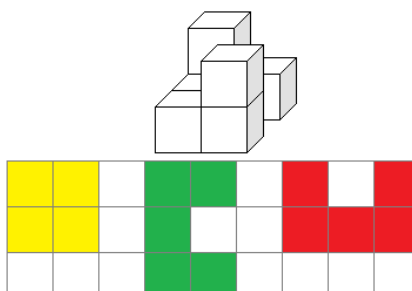


2.1.5 Zakreslování pohledů na těleso ★★★★★

Pomůcky: obrázky staveb (příloha 7), čtverečkový papír, pastelky

Doba trvání: 15 min

Úkolem žáků je zakreslit daná tělesa zepředu, shora a zprava. Je vhodné tyto pohledy odlišit jednotlivými barvami (například: zepředu žlutě, shora zeleně, zprava červeně). Žáci mohou zakreslovat pohledy na krychlové stavby, které jsou na obrázku, nebo pracovat podle sestaveného modelu. Úlohu je možné různě zkombinovat s některými úlohami předcházejícími (Stavby z kostek, Počítání kostek). Dle J. Perného (2004, s. 73 [06]).

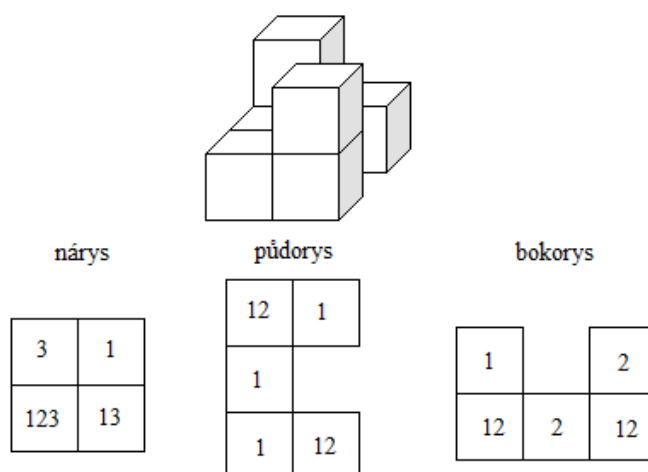


Vlastní postřehy: Zakreslování pohledu na těleso jsem v hodině geometrie spojila s úlohou Stavby z kostek. Žáci tedy ve dvojici stavbu postavili a následně každý samostatně zakreslil pohledy na těleso (zepředu žlutě, shora zeleně, zprava červeně). Tento způsob jsem volila, protože žáci měli při zakreslování tělesa k dispozici jak obrázek, tak model z kostek. Při zakreslování se žáci kolem modelu často různě pohybovali (stoupali si, těleso obcházeli atd.). Bylo tedy zřejmé, že pro zakreslení pohledu používají sestavený model. Nejtěžší pro žáky bylo zakreslit pohled zprava, naopak nejméně obtížné bylo pro ně zakreslit pohled shora. K zakreslení tohoto pohledu si žáci pomáhali právě tím, že si nad model tělesa stoupali.

2.1.6 Kótované promítání

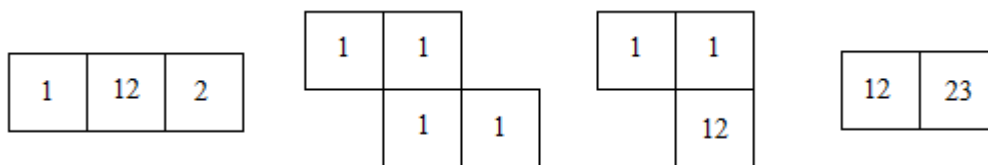
Pomůcky: tužka, papír, obrázky staveb (příloha 7), popřípadě kostky

Kótování je jednou ze zobrazovacích metod, která je vhodným způsobem zobrazování krychlových těles žáky na 1. stupni ZŠ. Jedná se o zakreslení pohledu na těleso zepředu, shora nebo zprava (nárýs, půdorys nebo bokorys tělesa), který je doplněn čísly, která určují počet vrstev krychle.



Tento zobrazovací způsob nabízí řadu námětů pro rozvoj geometrické představivosti. Žáci mohou zobrazovat tělesa, která jsou na obrázcích zachycena ve volném rovnoběžném promítání, nebo modely těchto těles. Také mohou stavět tělesa podle návodu v kótovaném zobrazení. Zajímavým námětem jsou i činnosti, ve kterých mají žáci určit, kolik různých krychlových těles je zobrazeno následujícími kótovanými zobrazeními.

Pro vysvětlení je uveden následující příklad.



Správným řešením je, že v případě prvního, druhého a čtvrtého zobrazení se jedná o totéž těleso. Dle J. Perného (2009, s. 36 [07]).

2.2 Síť těles

Práce se sítěmi těles je dětmi velmi oblíbená činnost, především u dětí ve věku 10 až 14 let. Poutavost těchto činností je nejspíše způsobena zejména střídáním myšlenkových a manuálních aktivit. Ačkoliv se může zdát, že u většiny úloh převažuje manuální aktivita, žák více zapojuje svou představivost.

2.2.1 Všechny sítě krychle ★★★★★

Pomůcky: kostky, sítě krychle, pracovní list (příloha 9)

Doba trvání: 20 min

Každý žák obdrží pracovní list. Nejprve zkusí samostatně určit, které z uvedených sítí jsou sítě krychle a které nikoliv. Označí tak do kolonky tip ano, nebo ne.

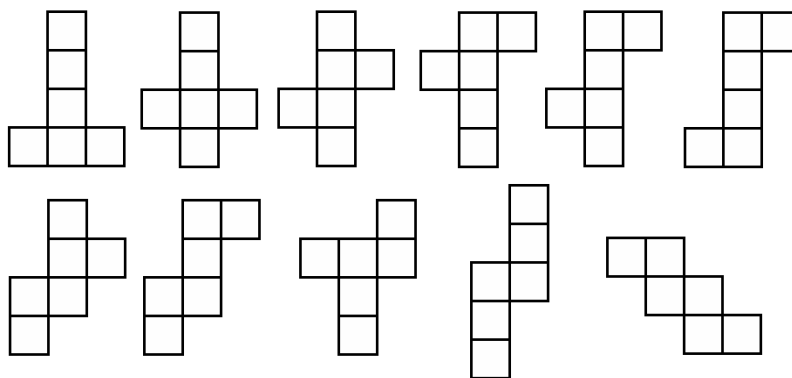
Následně jsou všem žákům rozdány kostky a sítě. Od každé sítě 1–15 uvedené v pracovním listě koluje po třídě stejná síť v takové velikosti, aby s ní šla kostka „obalit“. Každý žák postupně zkusí svou kostku „obalit“ všemi 15 sítěmi a přesvědčí se, zda se skutečně jedná o síť krychle, či nikoliv. Své zjištění si poznamená (je/není).

Žáci porovnají své odhady se skutečnými výsledky. Zjistí, že 11 z 15 uvedených sítí jsou opravdu sítě krychle. V závěru je nutné žákům sdělit, že síť krychle má právě 11 možných variant. (Vlastní námět.)

Vlastní postřehy: Před realizací této úlohy bylo nutné z tvrdého papíru nejprve vytvořit 15 sítí, kterými budou žáci obalovat dřevěné krychle o hraně 4 cm. Úloha žáky velmi zaujala. Byli vždy velmi nadšeni, když se jejich tip správně potvrdil. Naopak několikrát se stalo, že žáci tipovali, že uvedená síť je síť krychle, nicméně tomu tak neby-

lo. V tom případě se snažili krychli „obalit“ jiným způsobem (položili síť na lavici, na náhodné místo sítě položili kostku a „obalili“ ji; když zjistili, že jedna stěna zůstala nezakrytá, položili kostku na jiné místo sítě a postup zopakovali). To žáky vedlo ke zjištění, že na počáteční poloze kostky nezáleží.

11 variant sítě krychle.



2.2.2 Oblékání krychle

Pomůcky: čtverce z kartonu o straně přibližně 20 cm, lepicí páska, nůžky

Doba trvání: 20 min

Žáci se rozdělí do menších skupin po 3 až 4. Každá skupina má k dispozici 6 čtverců z kartonu, lepicí pásku a nůžky. Úkolem každé skupiny je z kartonových čtverců vytvořit síť krychle (jednotlivé čtverce spojují lepicí páskou). Je na žácích, jakou zvolí strategii postupu.

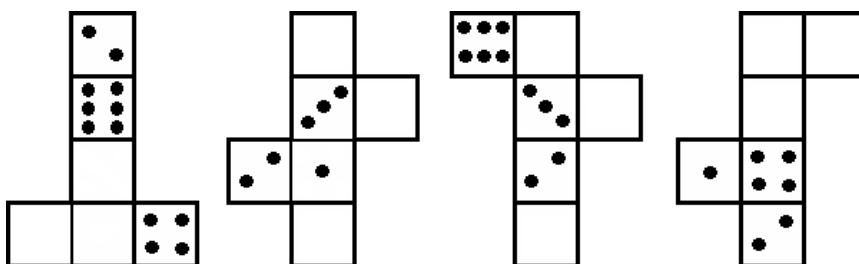
Ve chvíli, kdy budou mít všechny skupiny vytvořené síť krychle, shromáždí je na jedno místo a navzájem je porovnají. Je dosti pravděpodobné, že každá skupina vytvoří jinou variantu sítě krychle. O zvolených postupech práce je možné s žáky hovořit. (Vlastní námět.)

2.2.3 Hrací kostka

Pomůcky: hrací kostky, sítě hrací kostky

Každý žák obdrží hrací kostku. Pro následující úlohu je nutné, aby žáci znali pravidlo, že součet bodů dvou protilehlých stěn je vždy sedm. To lze vyvodit následujícím způsobem. Všichni žáci položí hrací kostku před sebe tak, aby stěna s šesti oky směřovala vzhůru. Úkolem žáků je zjistit, kolik ok je na stěně, která je protilehlá stěně s šesti oky, aniž by se žáci kostky dotkli. Poté si každý samostatně třikrát hodí kostkou a pokaždé určí počet ok na stěně, na které kostka stojí. Žáci se díky tomu blíže seznámí s rozmístěním čísel na hrací kostce. Poté pravidlo rozmístění čísel na kostce s žáky vyvodíme.

Následně obdrží sítě hracích kostek. Jejich úkolem je do sítí doplnit body tak, aby splňovali výše uvedené pravidlo. (Vlastní námět.)

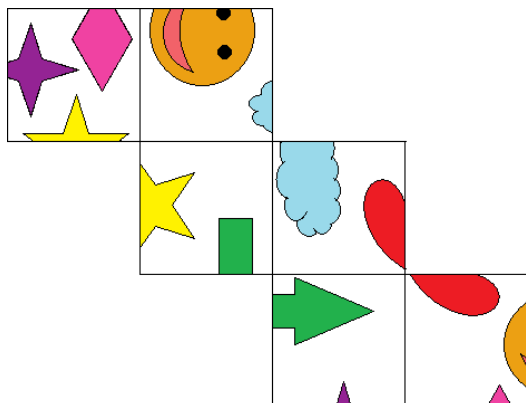


2.2.4 Malované sítě

Pomůcky: pastelky, sítě krychle (příloha 10)

Žáci mají za úkol vybarvit síť krychle tak, aby obrázky, které jednotlivé hrany krychle rozdělují, měly stejnou barvu. Po vybarvení si žáci správnost svého postupu jednoduše ověří tak, že síť krychle vystříhnou a složí. (Vlastní námět.)

Příklad možného řešení:

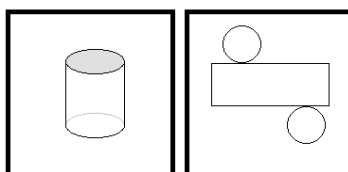


2.2.5 „Sít'ové“ pexeso

Pomůcky: pexeso s obrázky těles a jejich sítěmi (příloha 11)

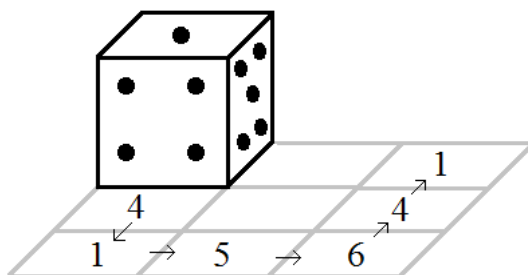
Doba trvání: 10 min

Žáci utvoří skupiny po dvou až po třech. Každá skupina obdrží pexeso s obrázky těles a jejich sítěmi. Pexeso se řídí pravidly běžného pexesa. Nicméně žáci nehledají dva stejné obrázky, ale jejich úkolem je najít ke každému obrázku tělesa obrázek s modelem jeho sítě. (Vlastní námět.)



2.3 Pohyby tělesa

Princip těchto činností spočívá v převalování hrací kostky po čtvercové síti takovým způsobem, že stěna kostky, která se dotýká čtvercové sítě, se do ní „otlačí“. Jelikož je značně obtížné správně zaznamenat polohu ok v případě čísel 2, 3 a 6, žáci do sítě zaznamenávají pouze čísla. Při řešení mají žáci hrací kostku v základní poloze před sebou, nicméně s ní nesmějí manipulovat. Hrací kostku musí převracet pouze ve své mysli. Cílem těchto námětů je rozvíjet geometrickou představivost a schopnost mentální manipulace s předměty. Následující úlohy patří k poměrně obtížným úlohám.

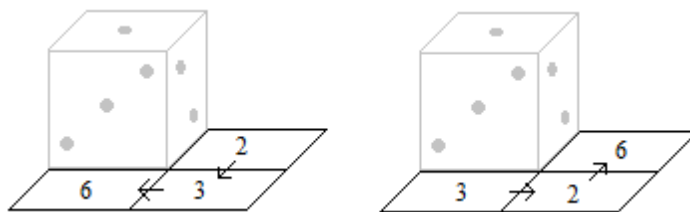


2.3.1 Najdi všechny možnosti

Pomůcky: čtvercová síť, hrací kostka

Žáci obdrží síť, na které je uvedena počáteční poloha kostky. Jejich úkolem je zjistit, kolik existuje možností odvalení kostky tak, aby síť byla vyplněna celá.

Jednou variantou je síť skládající se pouze ze čtyř políček. Pro úplný začátek je vhodné polohu krychle v počáteční poloze naznačit (tím se také značně omezí počet řešení). Dle M. Hejného (1990, s. 374, 375 [02]) upraveno.



Žáci také mohou dostat pouze počáteční pozici kostky zaznamenanou jednoduše číslicí prvního otisku. V tomto případě je možných 8 různých řešení.

6	

Úlohu je možné realizovat i s většími sítěmi, na kterých je již část cesty naznačena. Žáci musí najít všechny možnosti, jak danou cestu dokončit.

6		
↓		
2 →		

2.3.2 Kam se kostka odvalí? ★★★★★

Pomůcky: hrací kostka, čtverečkový papír

Pro úlohu je vhodné použít síť s čtverci o straně 1 cm (sešit formát A5 č. 5110). Žákům je určena stopa odvalování hrací kostky a její počáteční poloha. Ve čtvercové síti, ve které bude kostku odvalovat, si žák zvolí počáteční políčko a označí ho příslušným číslem (první číslo ve stopě odvalování). Jeho úkolem je určit pozici posledního políčka daného odvalování. Dle M. Hejného (1990, s. 374, 375 [02]).

Příklad: Je dána stopa odvalování 654123 a počáteční poloha kostky je taková, že dole je 6, vpředu 4 a vpravo 5. Jaká je pozice kostky na posledním políčku?

6	+		
		+	
			+
			+
			3

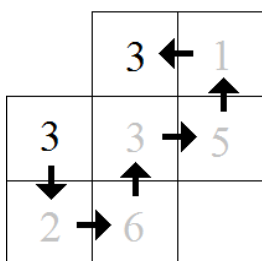
Vlastní postřehy: Při realizaci úlohy měl každý žák před sebou k dispozici hrací kostku, kterou si při řešení jednotlivé úlohy vždy nastavil do počáteční polohy. Na tabuli bylo zapsáno několik způsobů odvalování. První způsob byl využit pro demonstraci úlohy. Dál pracoval každý žák samostatně. Žáci měli často nutkání s hrací kostkou na stole manipulovat. Tento nedostatek si nahrazovali pohyby těla. Někteří žáci nakláněli tělo do strany, kam chtěli kostku odvalit, jiní si pomáhali pohyby rukou.

2.3.3 Urči polohu

Pomůcky: čtvercová síť, hrací kostka

V následující úloze mají žáci za úkol určit základní a koncovou polohu hrací kostky. Ve čtvercové síti je zaznamenána cesta odvalování hrací kostky, díky níž žáci tyto polohy určí. Dle M. Hejného (1990, s. 374, 375 [02]) upraveno.

Příklad:



výchozí poloha

koncová poloha

dole je 3

dole je 3

nahoře je 4

nahoře je 4

vpředu je 2

vpředu je 5

vzadu je 5

vzadu je 2

vpravo je 6

vpravo je 1

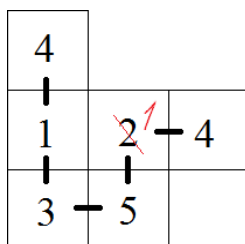
vlevo je 1

vlevo je 6

2.3.4 Najdi chybu

Pomůcky: hrací kostka, čtvercové sítě se záznamem odvalování (příloha 12)

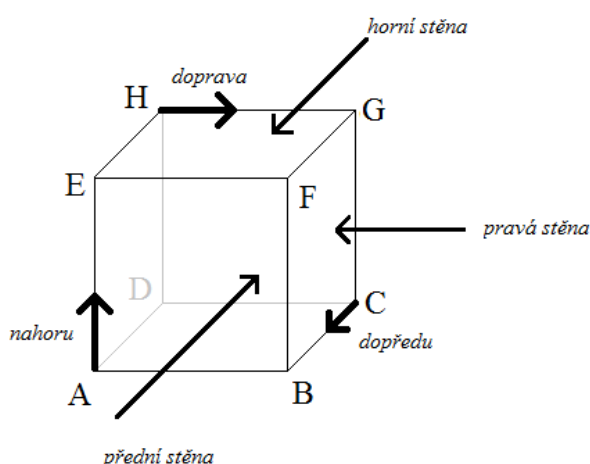
Každý žák dostane čtvercové sítě se záznamy odvalování hrací kostky. V každém záznamu se ale skrývá jedna chyba. Úkolem žáků je chybu odhalit a chybné číslo nahradit číslem správným. (Vlastní námět.)



2.4 Geometrie povrchu tělesa

V následujících úlohách mají žáci za úkol řešit různé problémové situace spojené s pohybem po krychli. Pohyb je možné provádět po hranách a po úhlopříčkách povrchu krychle. Tento pohyb je prováděn pouze myšlenkově, žák tedy nemá k dispozici žádný reálný model krychle. Cílem těchto úloh je především rozvoj geometrické představivosti a vizuální paměti.

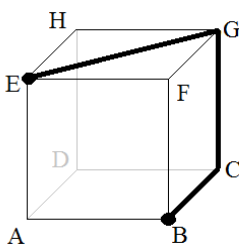
Před realizací jednotlivých úloh je zapotřebí s žáky dohodnout společnou terminologii. Je totiž zjištěno, že někteří žáci vnímají jako přední stěnu tu dále od sebe a tedy pohyb dopředu vnímají jako pohyb od sebe.



2.4.1 Hledání cesty ★★★★★

Žáci mají za úkol najít cestu z počátečního do koncového bodu, které jsou předem dané. Úlohu lze ztížit tím, že je žákům určena podmínka, z kolika kroků se daná cesta musí skládat.

Například: Najdi cestu ze tří kroků z bodu B do bodu E. Příklad možného řešení: dozadu, nahoru, napříč horní stěnou. Dle J. Perného (2004, s. 45 [06]) upraveno.



Vlastní postřehy: Pro žáky byla úloha spojená s pohybem po krychli něčím novým, proto jsem určitý čas věnovala osvojení výše uvedené terminologie. K tomu jsem využila dílky stavebnice SEVA. Každý žák si ze stavebnice sestavil krychli. Stavebnici SEVA jsem zvolila



Obrázek 9: Ukázka stavebnice – SEVA

z toho důvodu, že žáci pracovali se třemi druhy dílků, které zastupovaly vrcholy, hrany a stěny krychle. Na sestavených modelech jsme s žáky procvičili jednotlivé kroky po krychli.

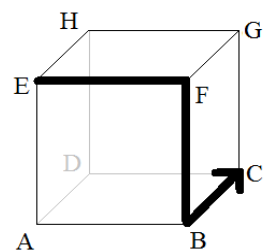
Poté modely rozebrali, aby je nemohli v průběhu úlohy využívat. Na tabuli byly zapsány tři dvojice bodů. Na kousek papíru měli žáci ke všem třem dvojicím napsat cestu, kterou by se dostali z počátečního do koncového bodu. Po společné kontrole pracovali ve dvojicích. Jeden žák určil výchozí a koncový bod, druhý určil správnou cestu. Poté si role vyměnili. Žáci, kteří se v úloze rychle zorientovali, si sami žádali ztížení úlohy určením přesného počtu kroků, které musí použít.

Žáci si chybějící reálný model nahrazovali improvizovanými modely (penál, guma apod.). Často si také pomáhali pohybem těla, nejčastěji pohybem ruky či prstu, který byl doprovázen pohybem očí.

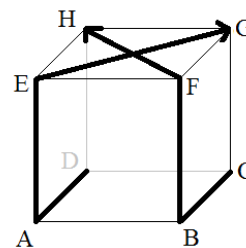
2.4.2 Hledání vrcholů

Oproti předcházející úloze mají žáci za úkol najít výchozí a koncový bod určené cesty.

Příklad: Jaký je výchozí a koncový bod cesty *doprava, dolů, dozadu*? První krok *doprava* je možné udělat pouze z bodů, které se nachází vlevo, výchozí bod bude tedy jedním z bodů A, D, E, H. Druhý krok *dolů* nám prozrazuje, že výchozí bod bude jedním z bodů horních, výběr se nám tedy zúžil na body E a H. Třetí a zároveň poslední krok *dozadu* je možné vykonat pouze v případě, že vyjdeme z předního bodu. Výchozím bodem je tedy bod E. V případě, že z bodu E jdeme *doprava, dolů a dozadu*, je koncový bod C. Cesta *doprava, dolů a dozadu* je tedy cesta z bodu E do bodu C.



Úloha může mít více řešení. Například pokud bude zadána cesta *dopředu, nahoru a napříč horní stěnou*, mohou být řešení následující: z bodu C do bodu H nebo z bodu D do bodu G. Dle J. Perného (2004, s. 46 [06])



2.4.3 Kde jsem?

Žáci se rozdělí do skupin po čtyřech. Jeden žák má za úkol vymyslet si cestu ze tří kroků, která povede z nějakého určitého bodu k jinému. Tuto svou cestu však žákům nesděljuje. Zbylí tři žáci se ho postupně ptají na jeho vymyšlenou cestu. Smějí podávat pouze takové otázky, na které lze odpovědět ano, nebo ne. Na konkrétní počáteční a koncový bod se smí každý zeptat pouze jednou. Pokud neřekne správné body, už se ptát nesmí. Úlohu vyřeší ten žák, který jako první řekne správný počáteční a koncový bod cesty. Jedná se o poměrně složitou úlohu, k jejíž realizaci je zapotřebí, aby měli žáci s procházkami po krychli dostatečné zkušenosti. (Vlastní námět.)

Příklad: Žák A si myslí cestu z bodu H *doprava, dopředu, napříč pravou stěnou* do bodu C.

Žáci postupně pokládají následující otázky:

Žák B: *Uděláš krok dolů?* Žák A: *Ne.*

Žák C: *Uděláš krok dopředu?* Žák A: *Ano.*

Žák D: *Bude krok dopředu tvým prvním krokem?* Žák A: *Ne.*

Žák B: *Bude krok dopředu tvým druhým krokem?* Žák A: *Ano.*

Žák C: *Uděláš krok nahoru?* Žák A: *Ne.*

Žák D: *Uděláš nějaký krok napříč?* Žák A: *Ano.*

Žák B: *Bude krok napříč tvým posledním krokem?* Žák A: *Ano.*

Žák C: *Uděláš krok doprava?* Žák A: *Ano.*

Žák D: *Je tvůj poslední krok napříč přední stěnou?* Žák A: *Ne.*

Žák B: *Je tvůj poslední krok napříč pravou stěnou?* Žák A: *Ano.*

Žák C: *Jdeš z bodu H do bodu C?* Žák A: *Ano.*

Seznam použitých zdrojů

- [01] CEMERKOVÁ GOLOVÁ, P., KALÁBOVÁ, N., MAREŠ, S., 2014. *Geometrie: Matematika a její aplikace, procvičování učiva matematiky pro 3. až 4. ročník ZŠ*. Praha: Raabe. ISBN 978-80-7496-150-2.
- [02] HEJNÝ, M., et al., 1990. *Teória vyučovania matematiky 2*. 2. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo. ISBN 80-08-01344-3.
- [03] KASLOVÁ, M., MALÁ, R., 2004. *Procvičujeme si...Geometrie a slovní úlohy: Matematika ve 3. ročníku ZŠ*. 1 vyd. Praha: SPN. ISBN 80-7235-278-4.
- [04] KASLOVÁ, M., MALÁ, R., 2005. *Procvičujeme si...Geometrie a slovní úlohy: Matematika ve 4. ročníku ZŠ*. 1 vyd. Praha: SPN. ISBN 80-7235-285-7.
- [05] KREJČOVÁ, E., 2014. *Hry a matematika na 1. stupni základní školy*. 2 vyd. Praha: SPN. ISBN 978-80-7235-548-8.
- [06] PERNÝ, J., 2004. *Tvořivostí k rozvoji prostorové představivosti*. 1. vyd. Liberec: Technická univerzita. ISBN 80-7083-802-7
- [07] PERNÝ, J., 2009. *Kapitoly z elementární geometrie I*. Liberec: Technická univerzita v Liberci. ISBN 978-80-7372-539-6.

Seznam příloh

Příloha 1: Tetraminové dlaždice

Příloha 2: Pokrývání obrazců

Příloha 3: Tangram

Příloha 4: Další hlavolamy

Příloha 5: Stavbyvedoucí

Příloha 6: Barevná hromádka

Příloha 7: Tělesa z kostek

Příloha 8: Tvoříme krychle

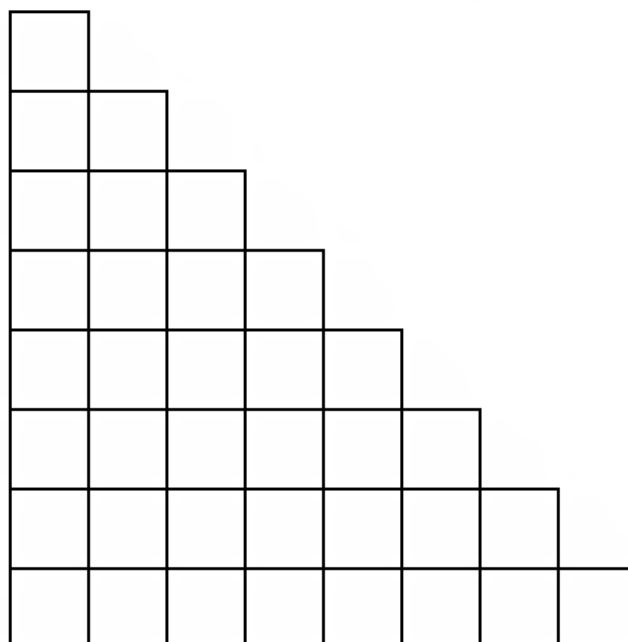
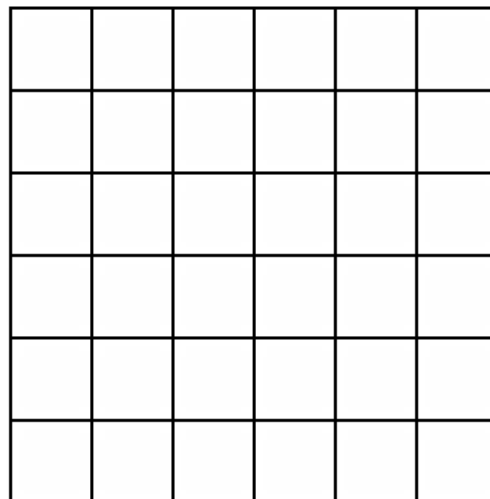
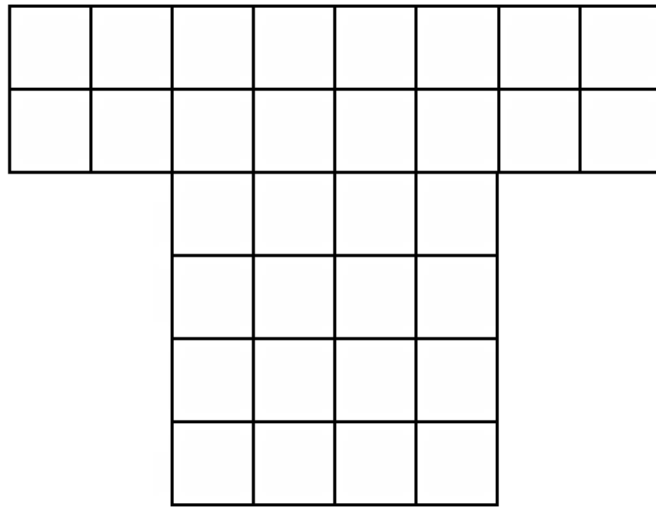
Příloha 9: Všechny sítě krychle

Příloha 10: Malované sítě

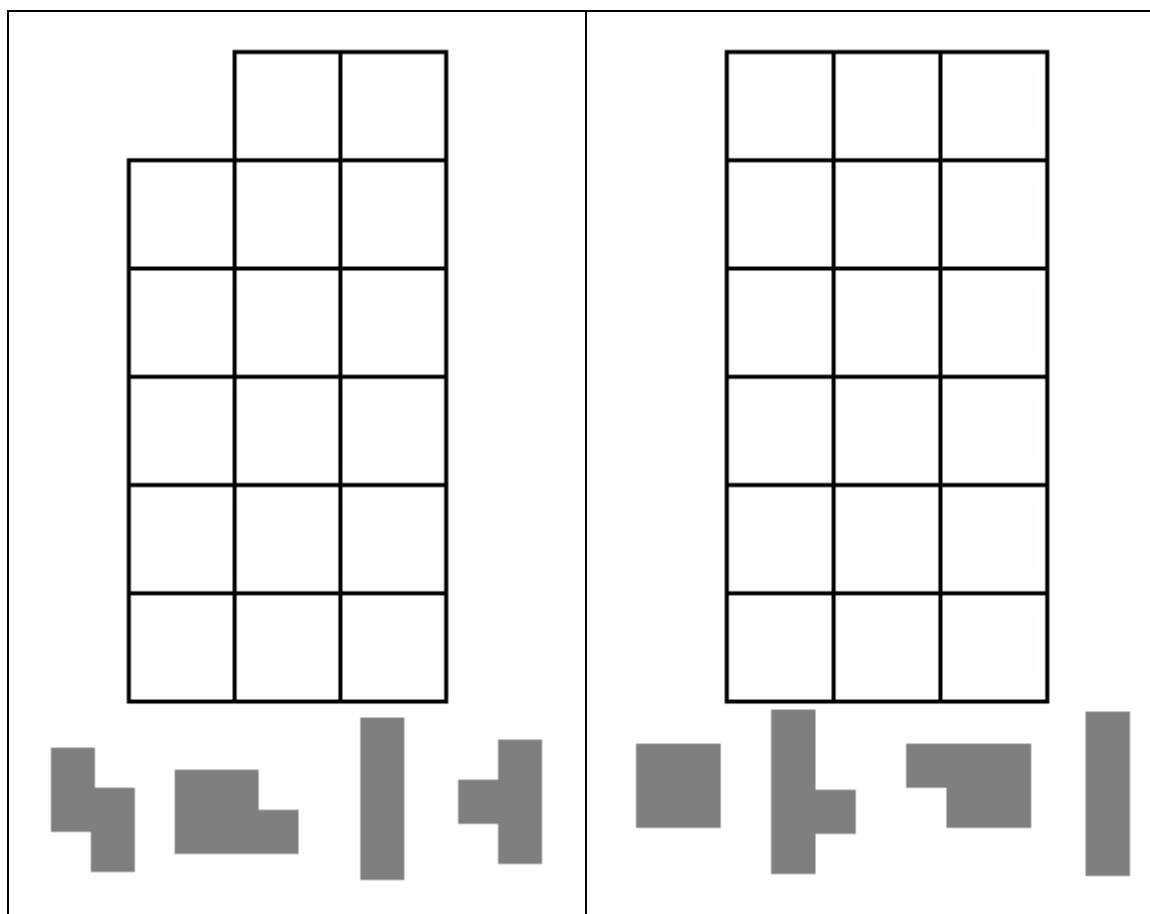
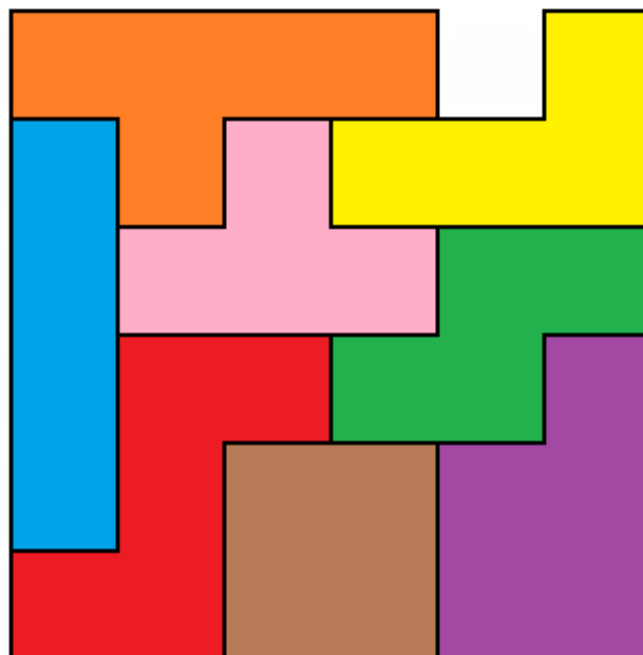
Příloha 11: Sít'ové pexeso

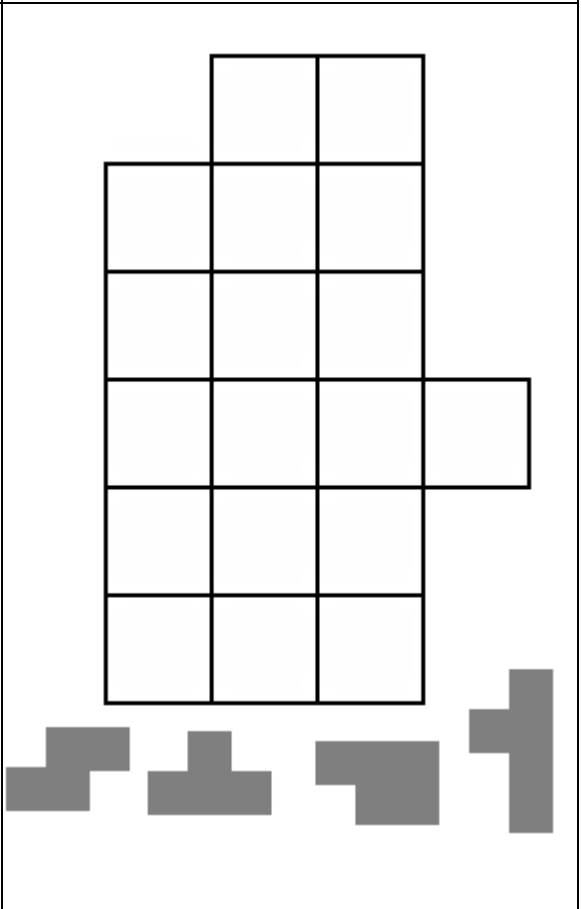
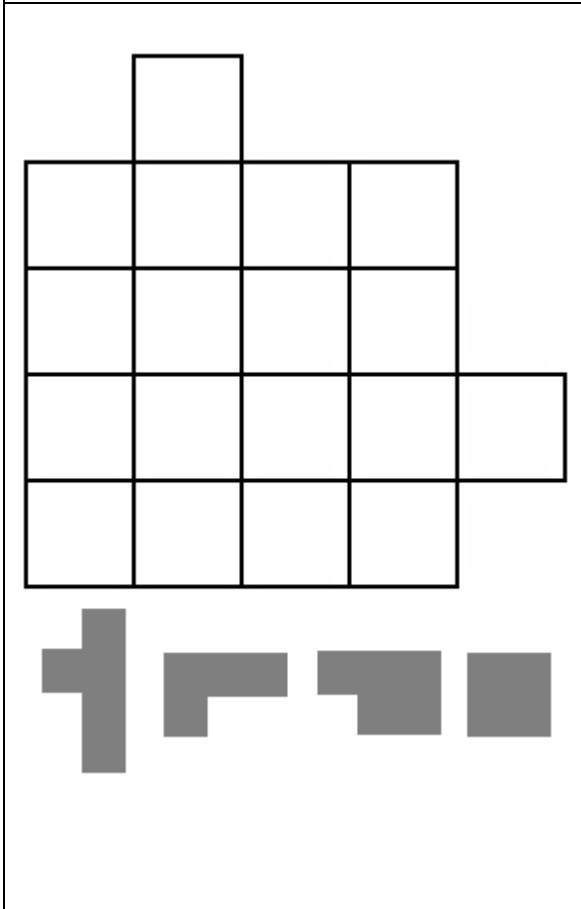
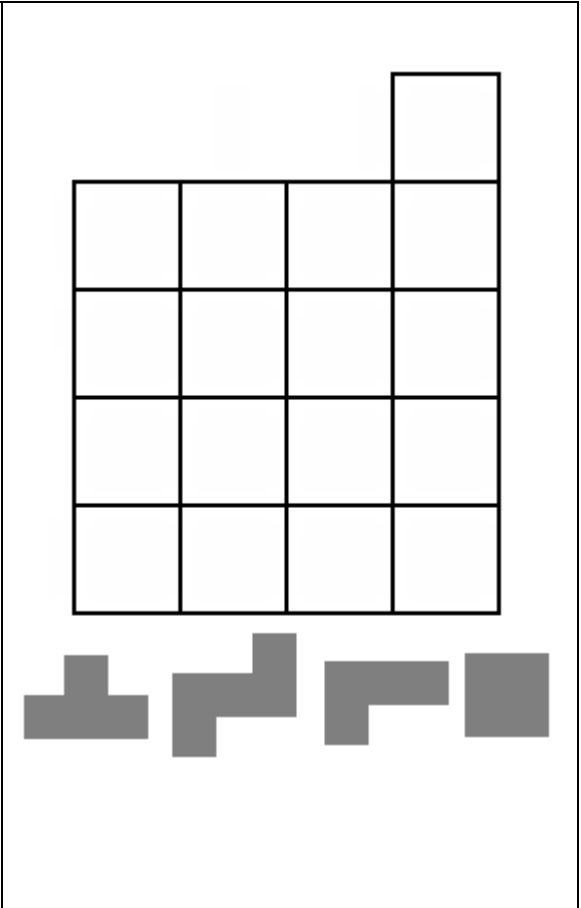
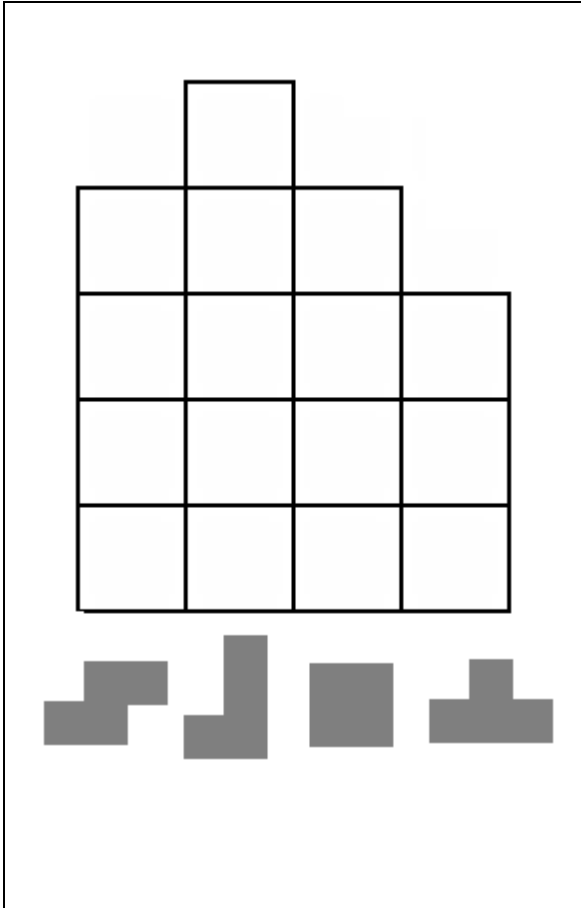
Příloha 12: Najdi chybu

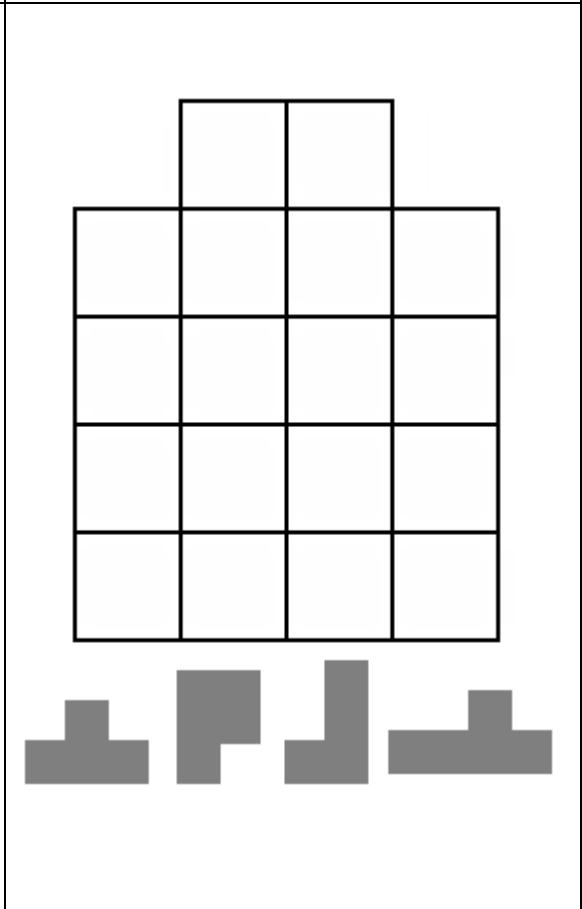
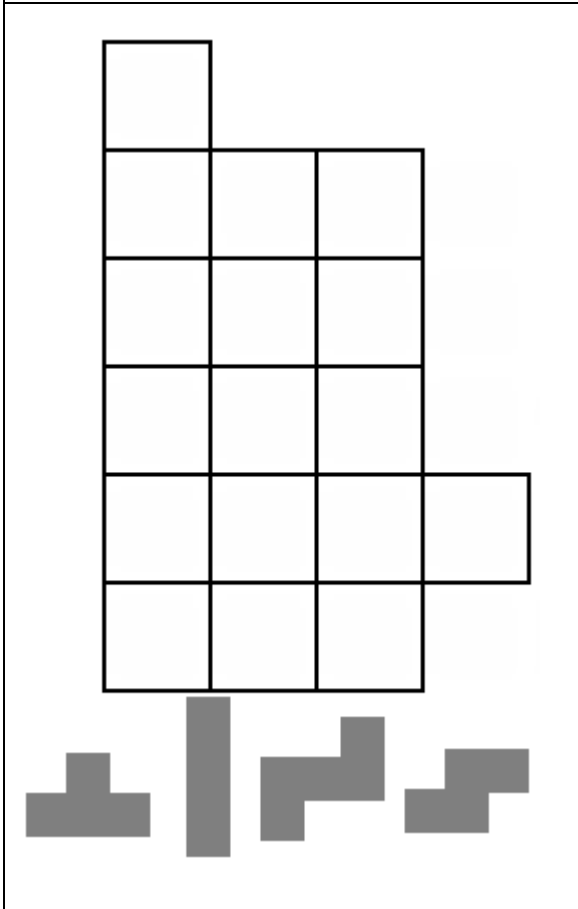
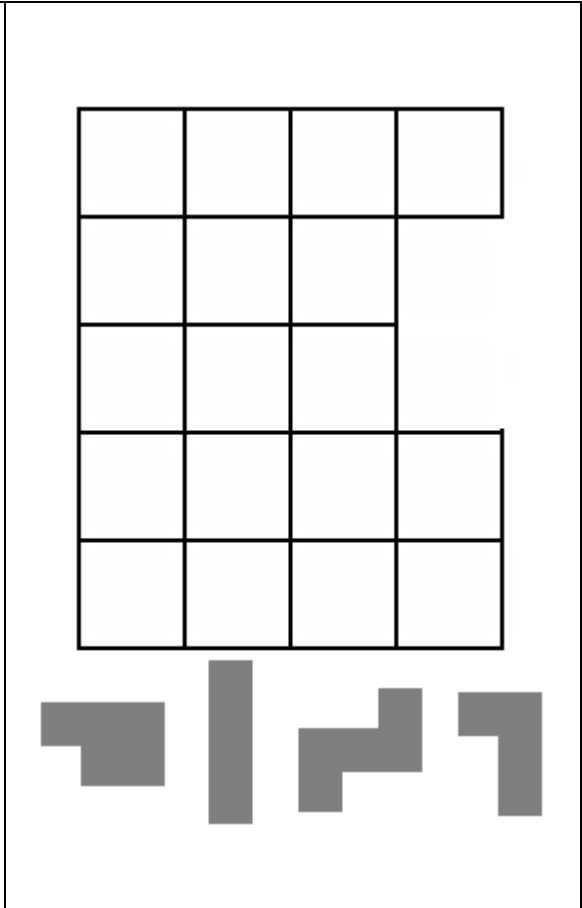
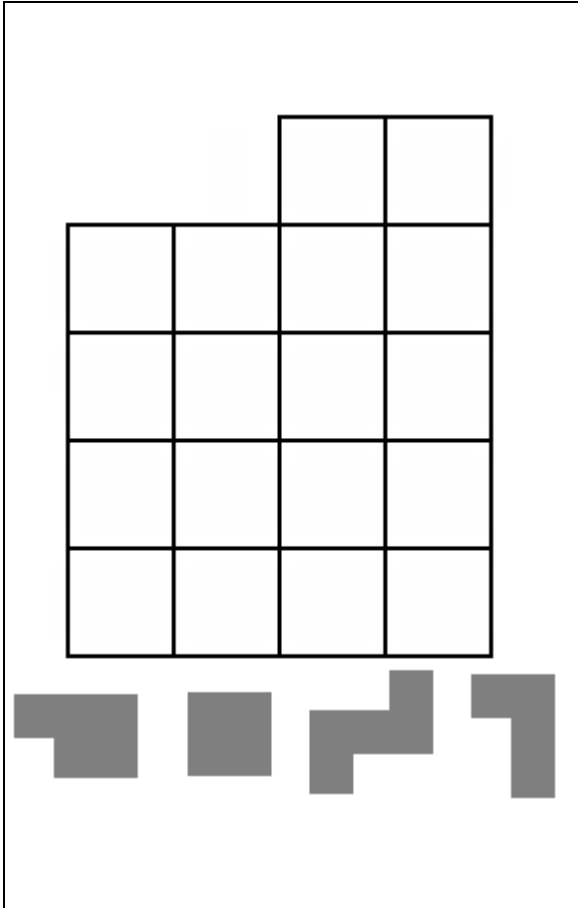
Příloha 1: Tetraminové dlaždice

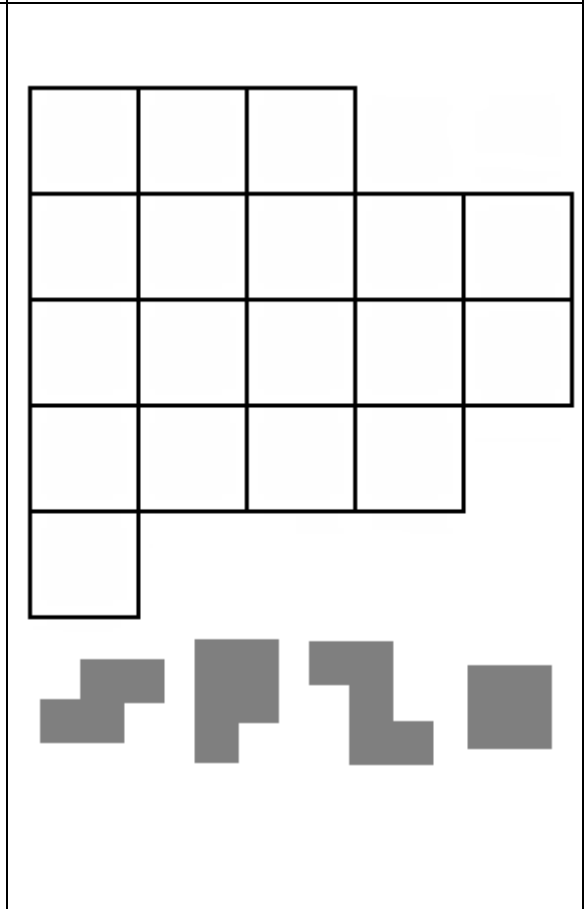
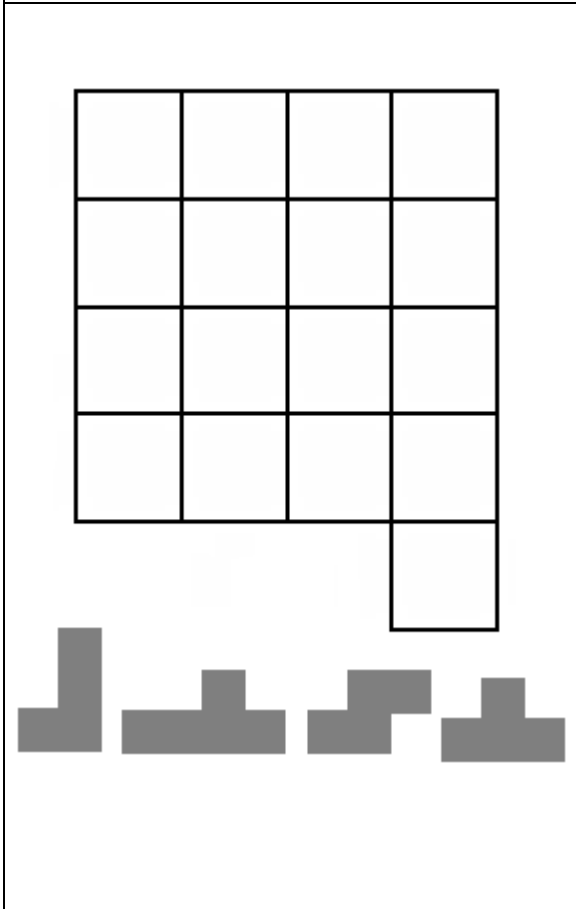
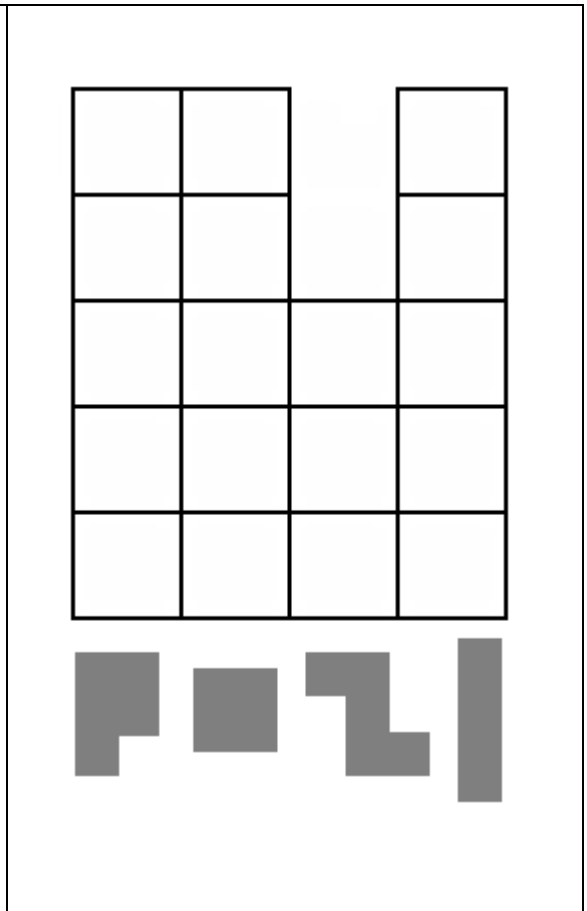
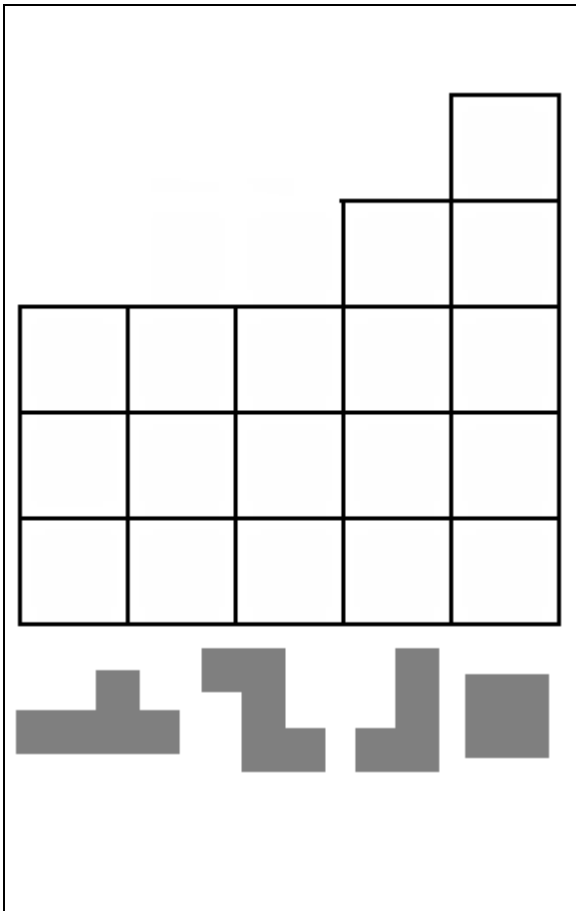


Příloha 2: Pokrývání obrazců

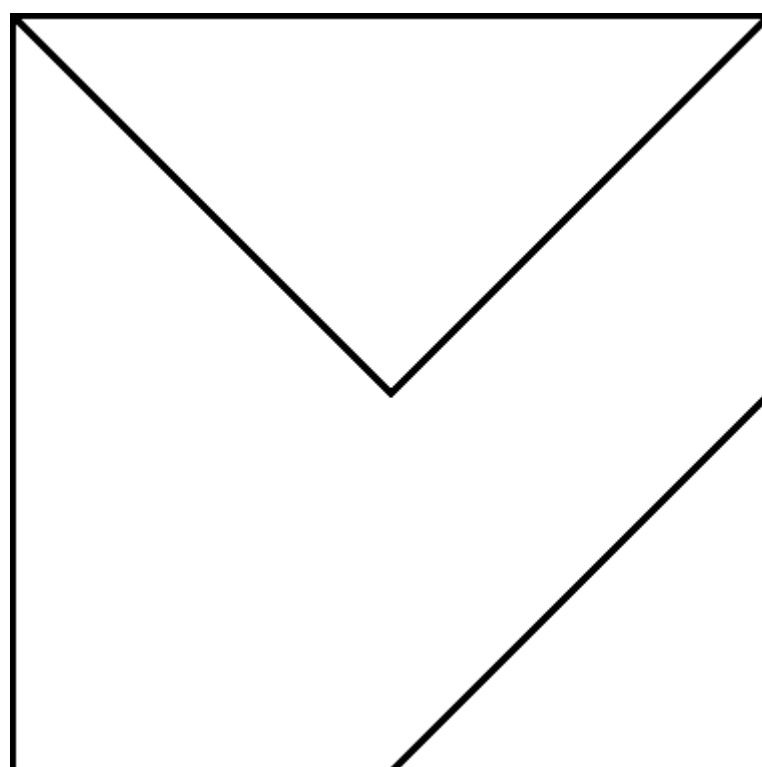
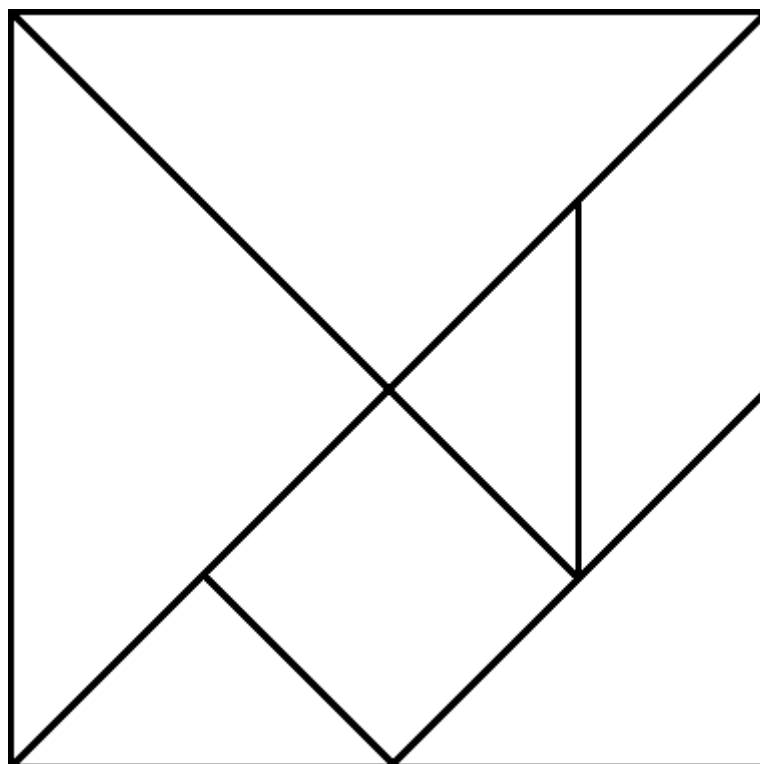


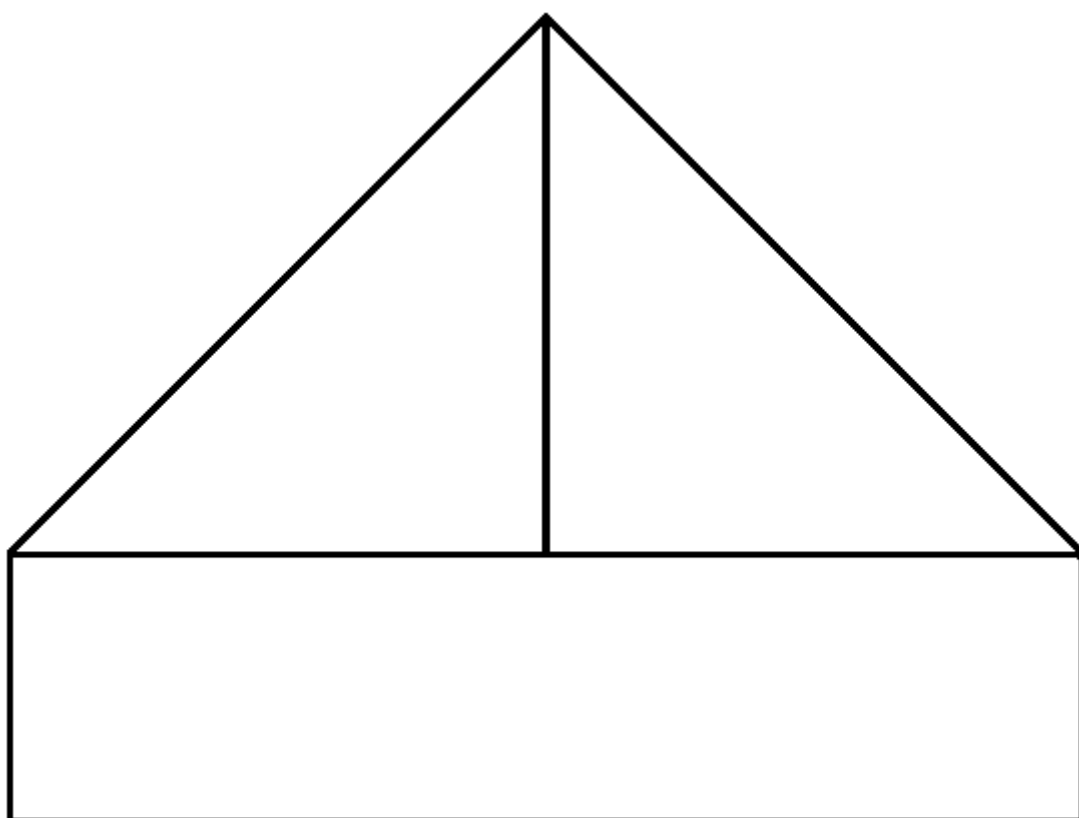
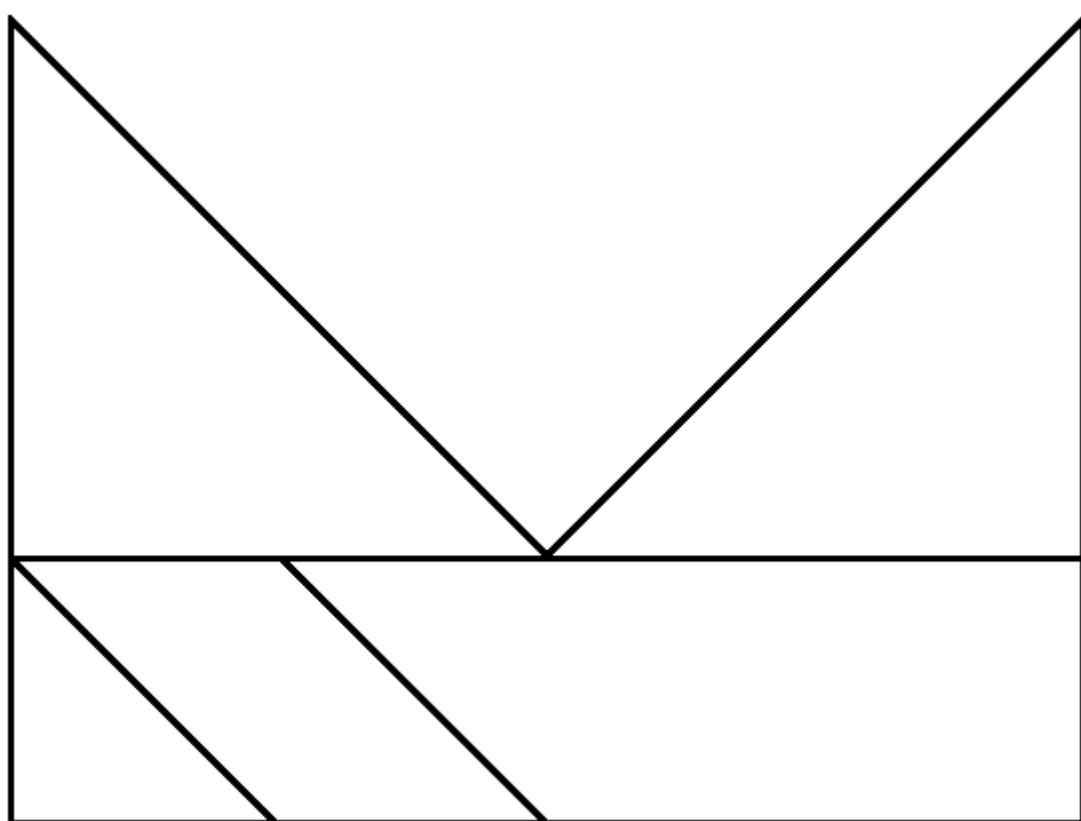


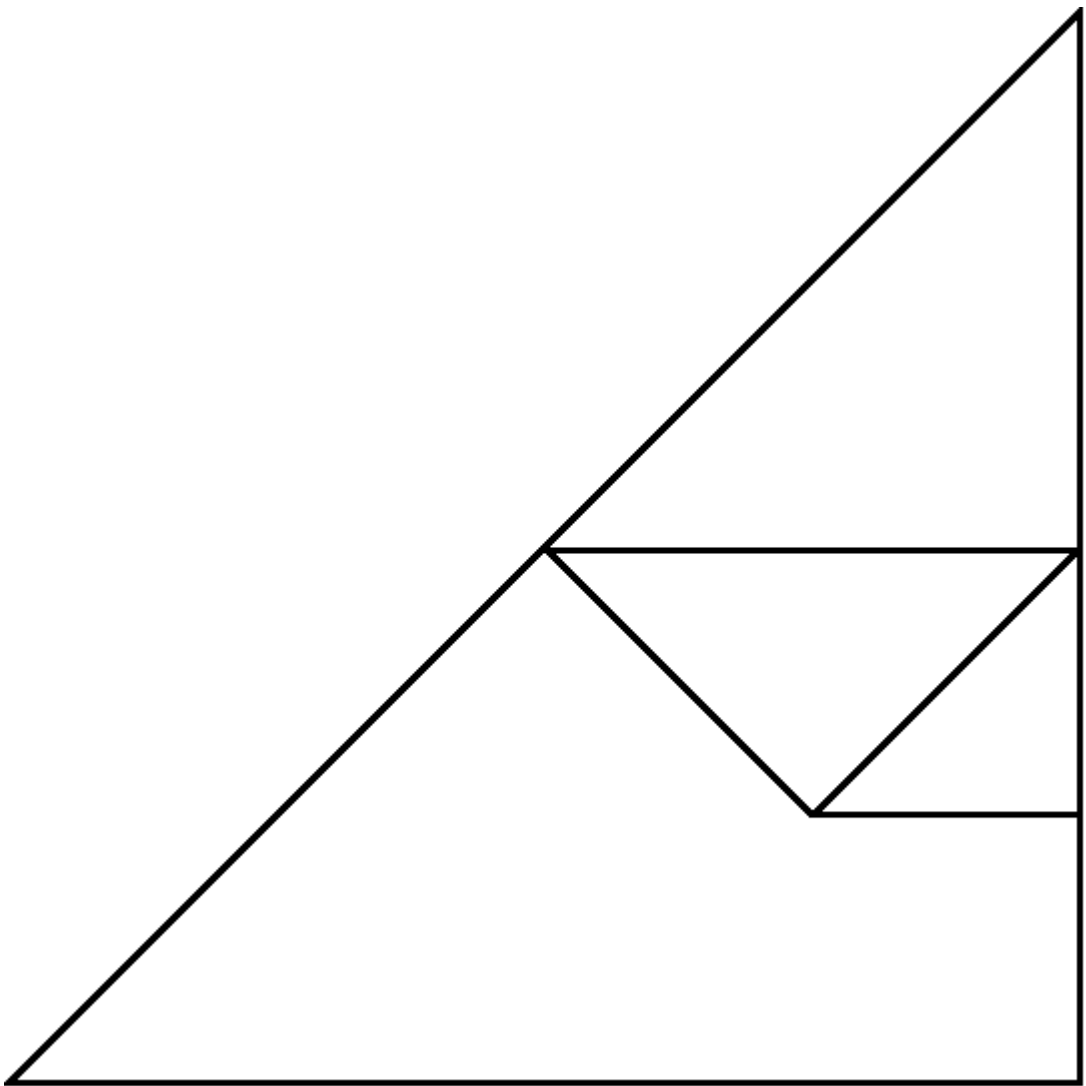
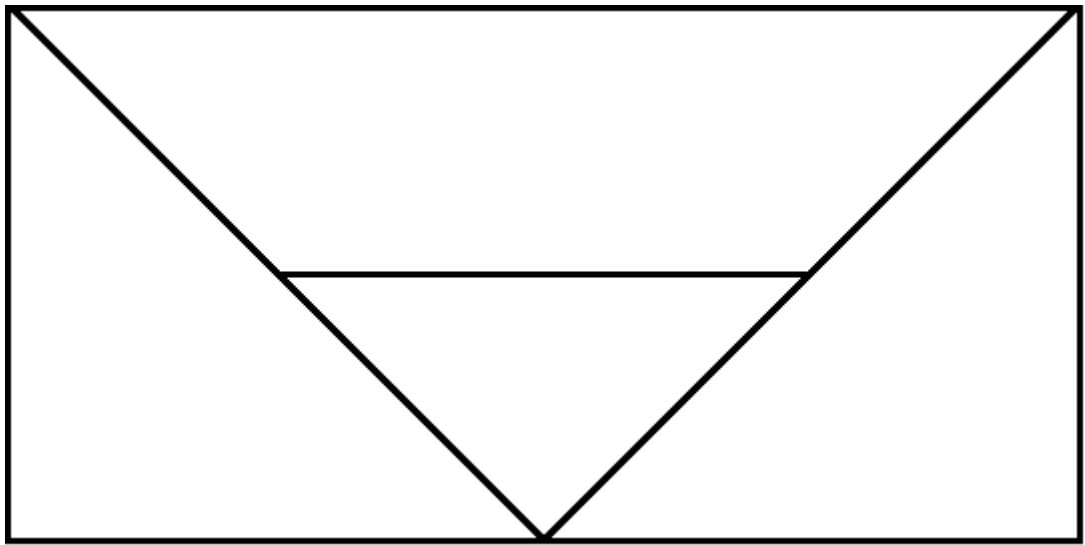




Příloha 3: Tangram

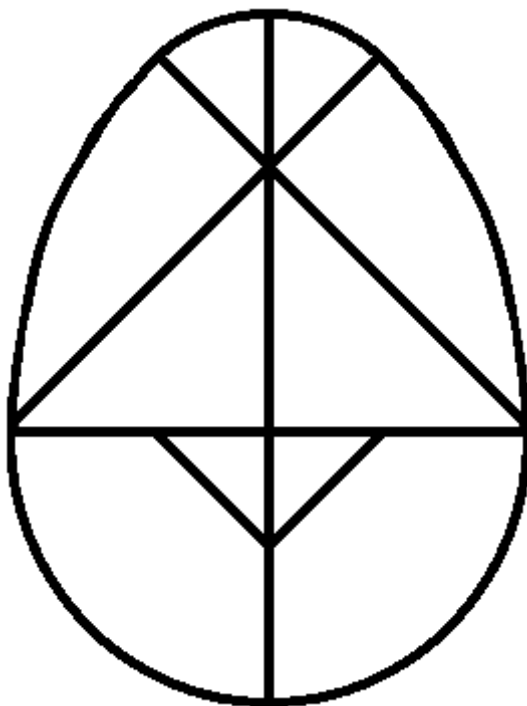




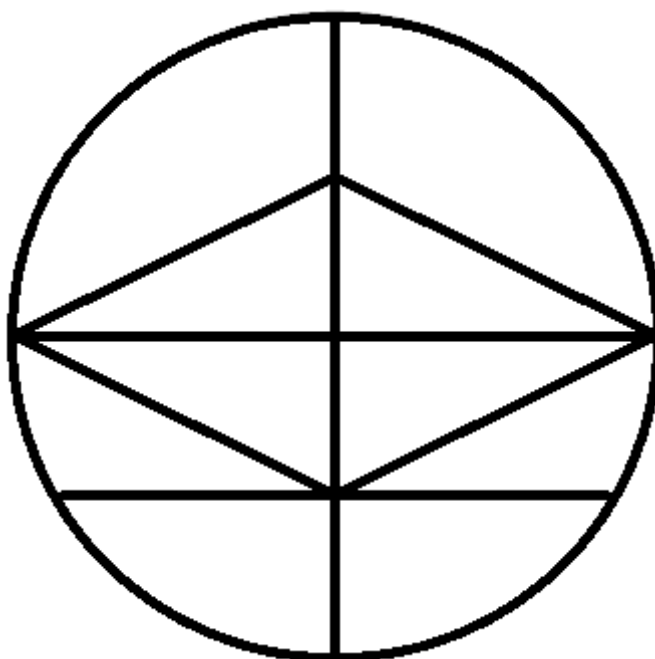


Příloha 4: Další hlavolamy

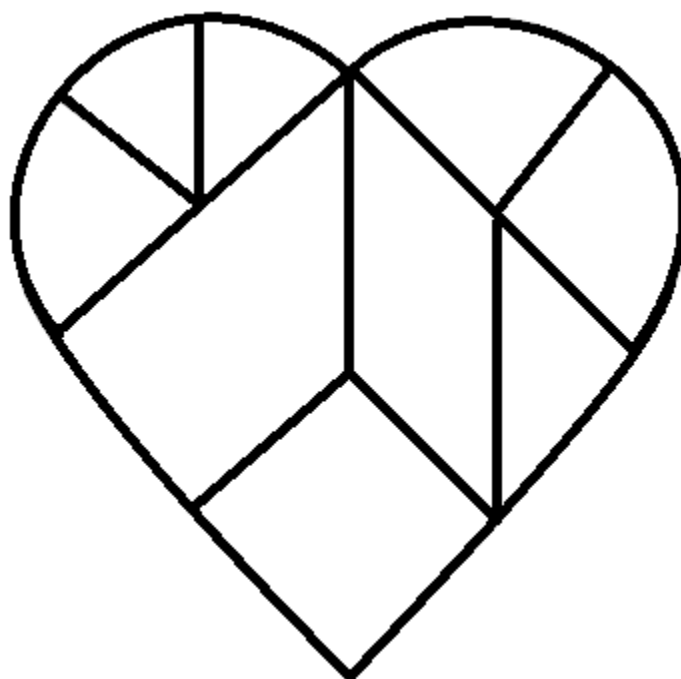
Kolumbovo vejce



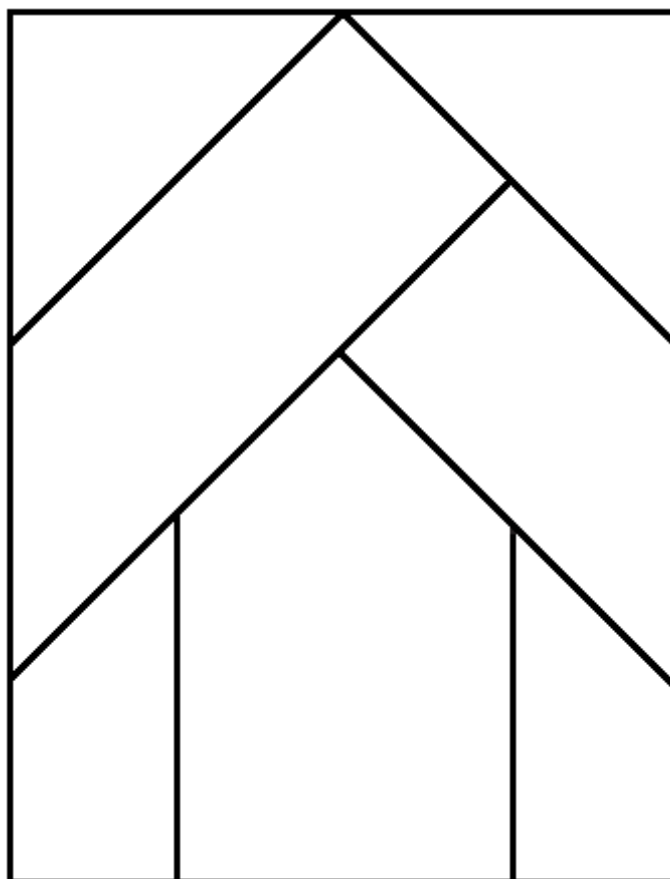
Kouzelný kruh



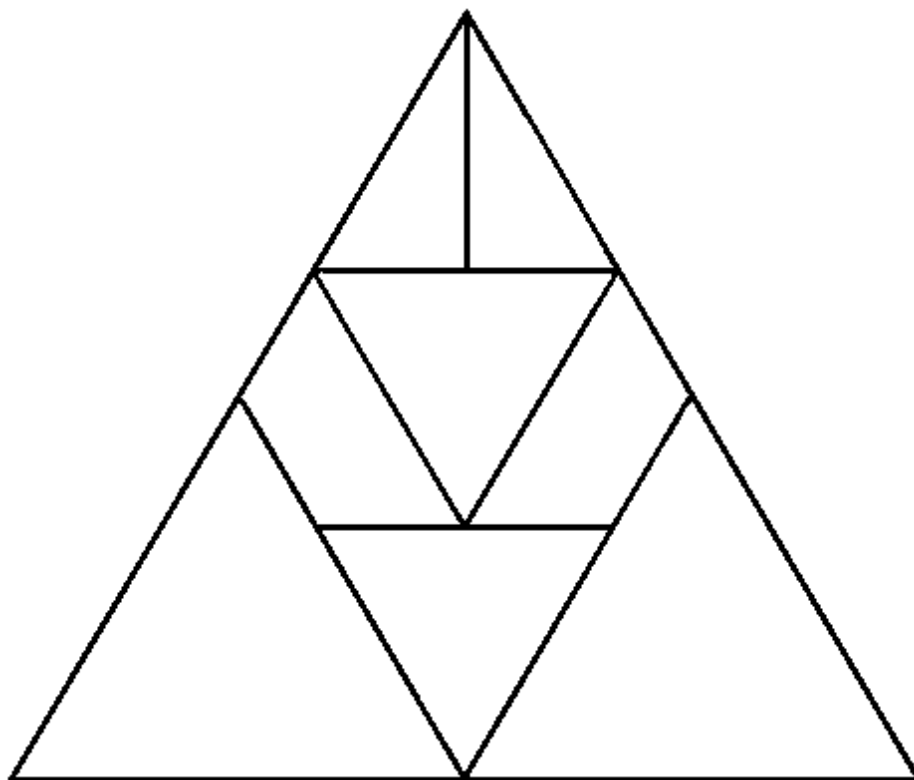
Srdce



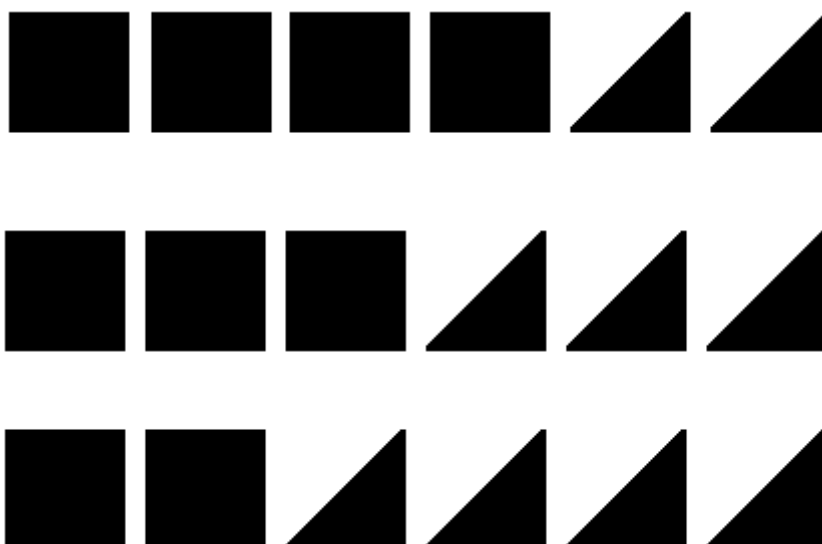
Evereto

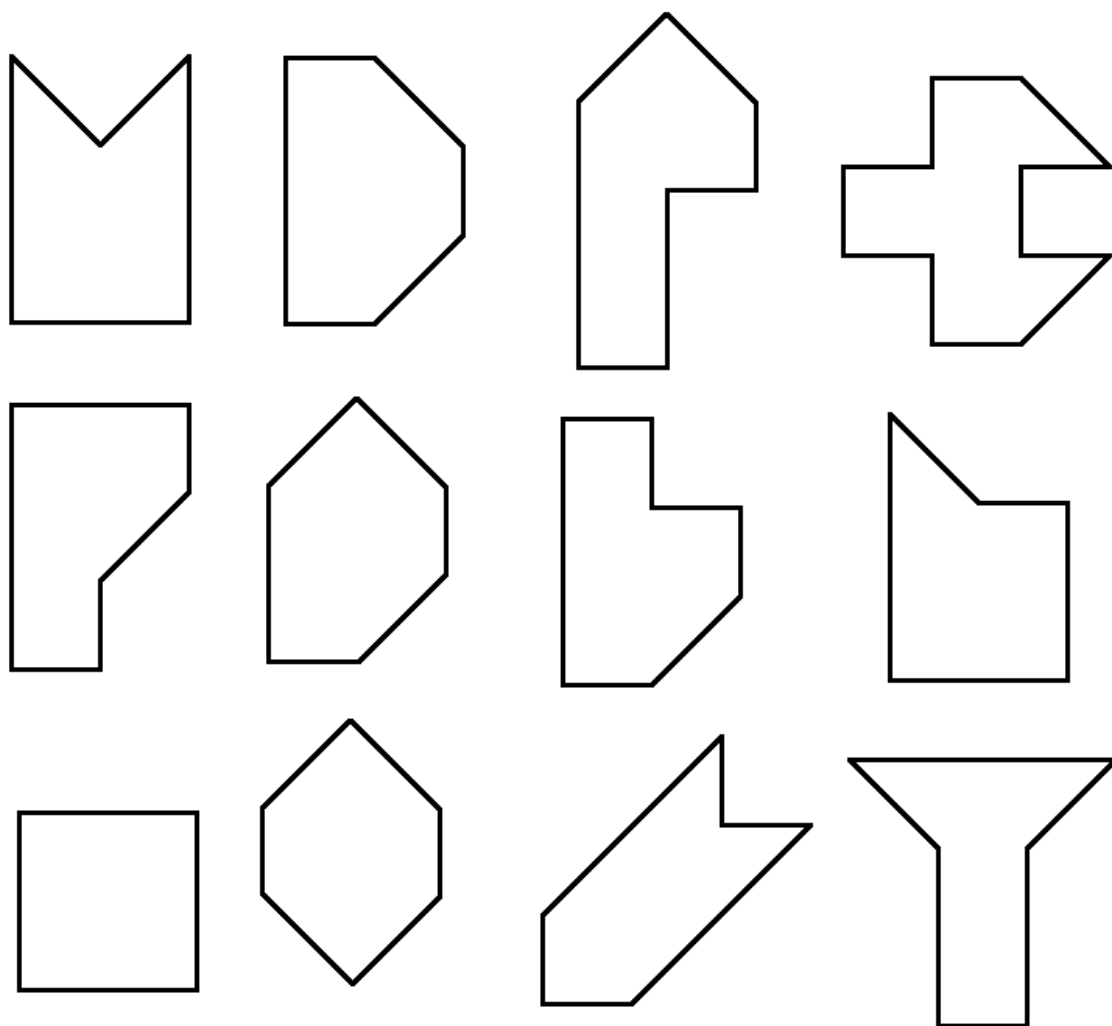


Trojúhelníková skládanka

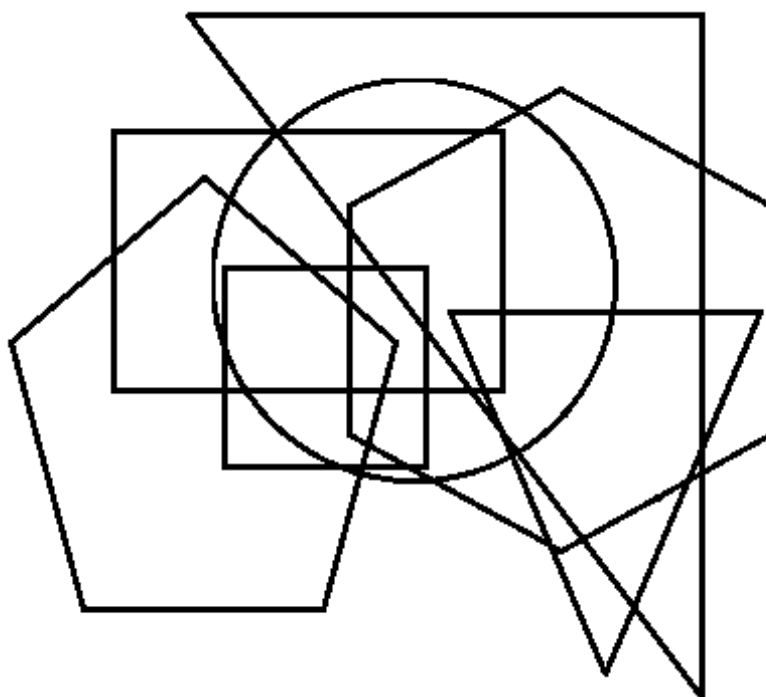


Příloha 5: Stavbyvedoucí

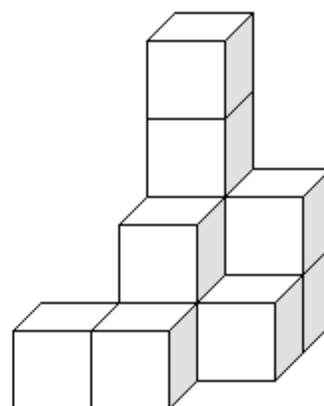
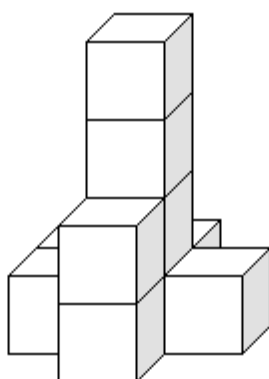
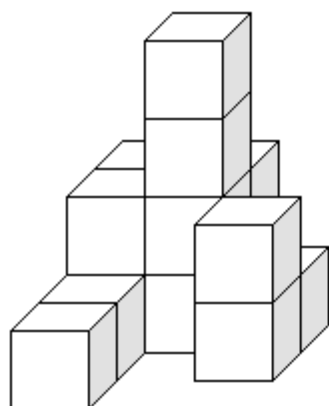
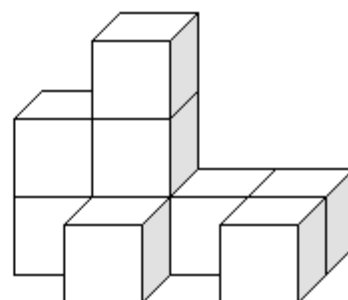
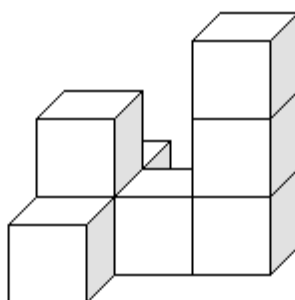
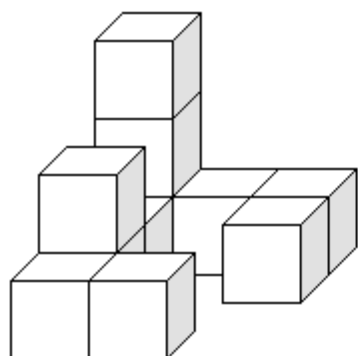
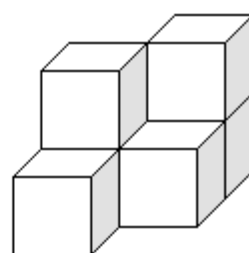
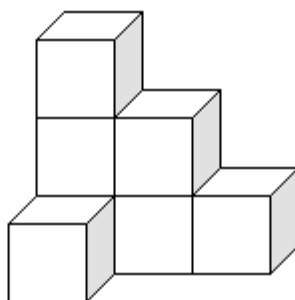
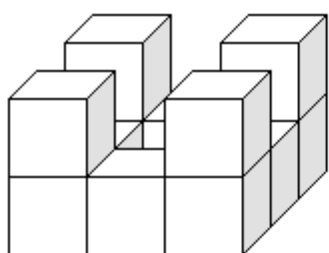
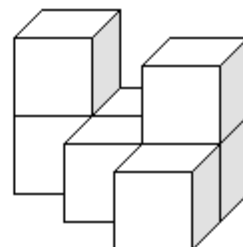
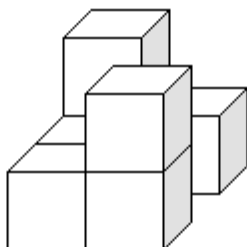
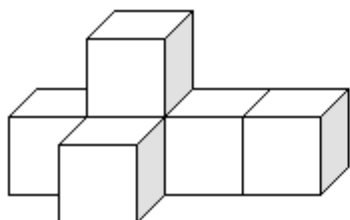


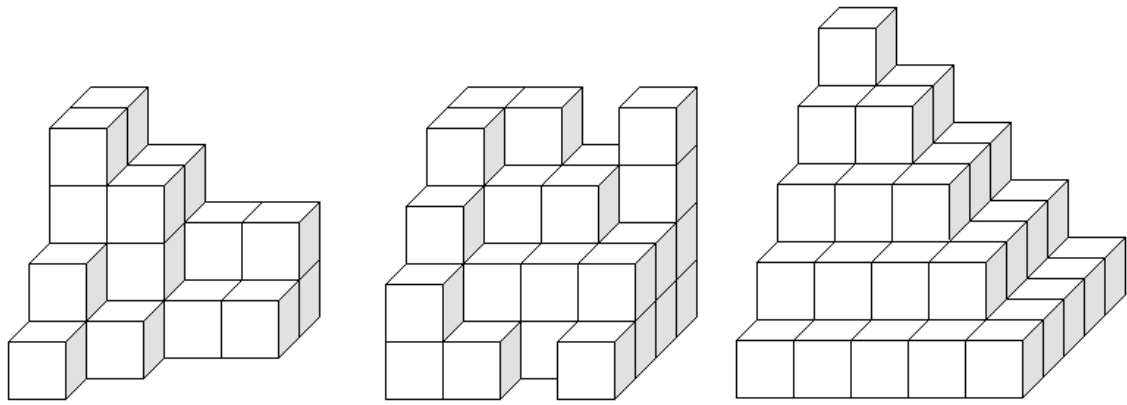


Příloha 6: Barevná hromádka

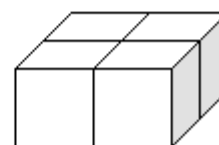
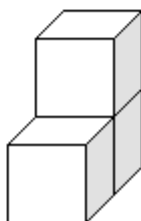
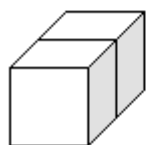
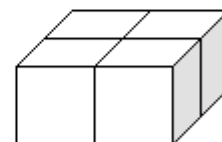
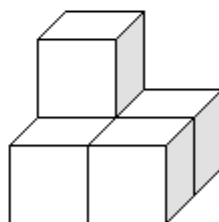
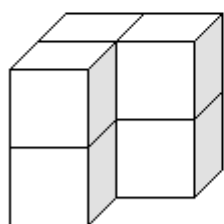
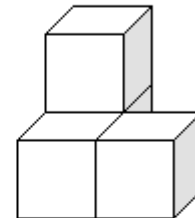
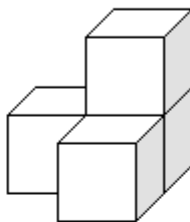
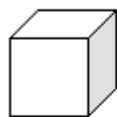
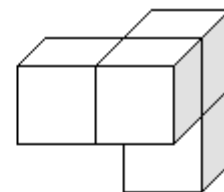
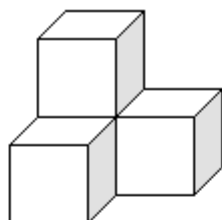
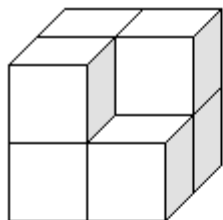


Příloha 7: Tělesa z kostek

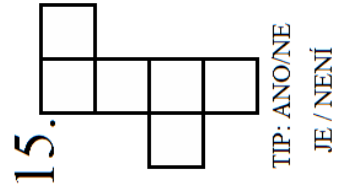
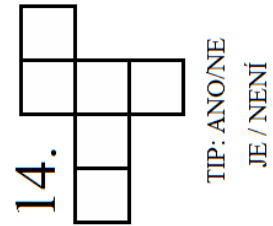
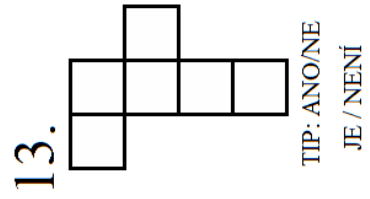
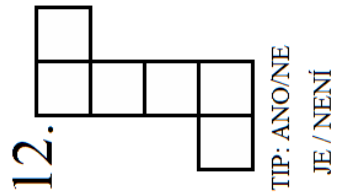
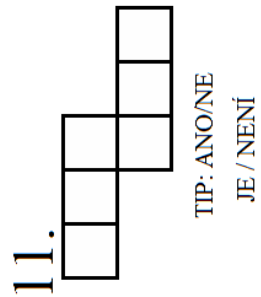
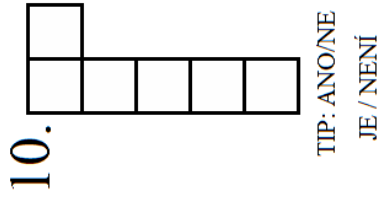
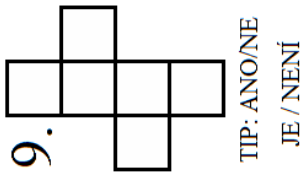
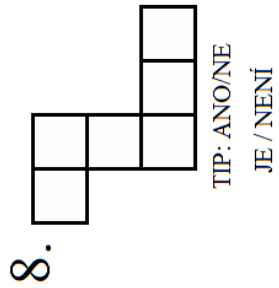
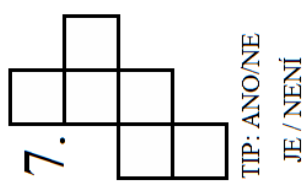
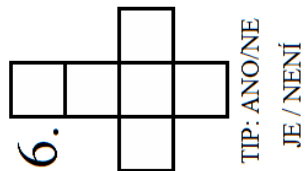
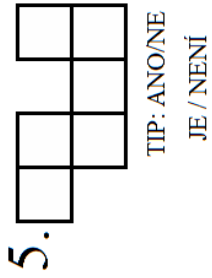
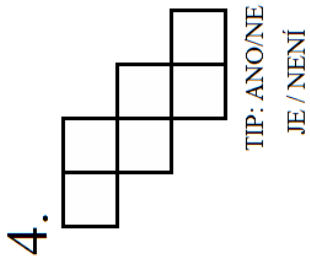
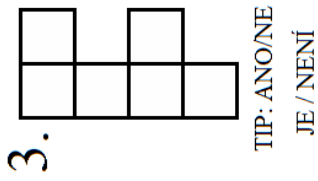
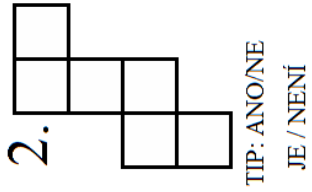
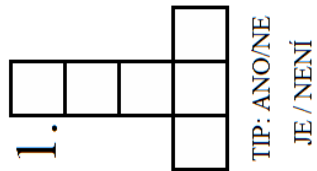




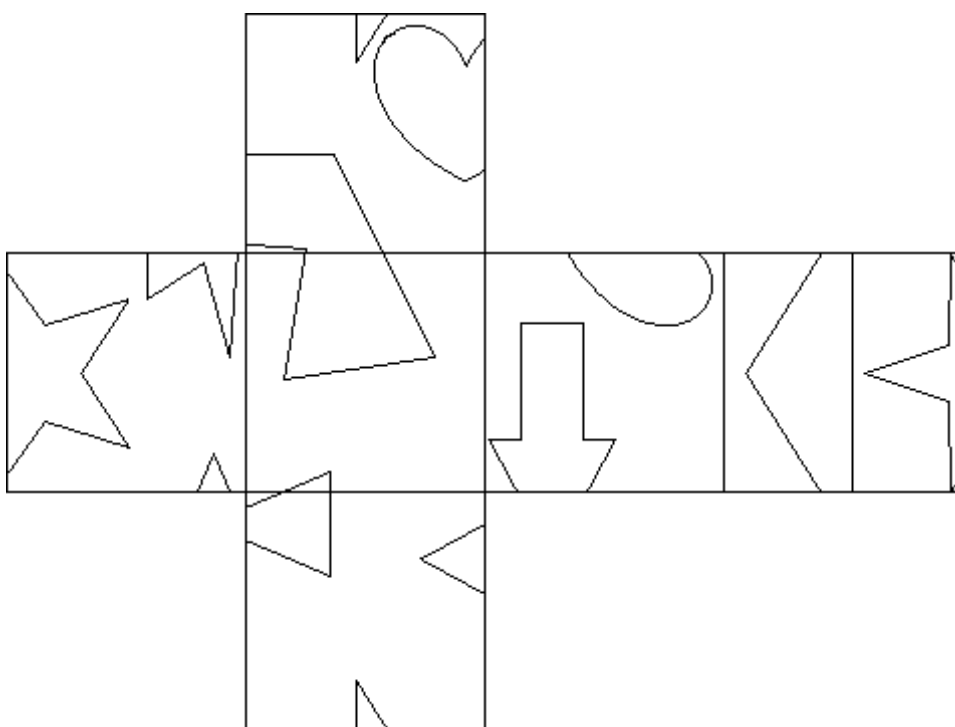
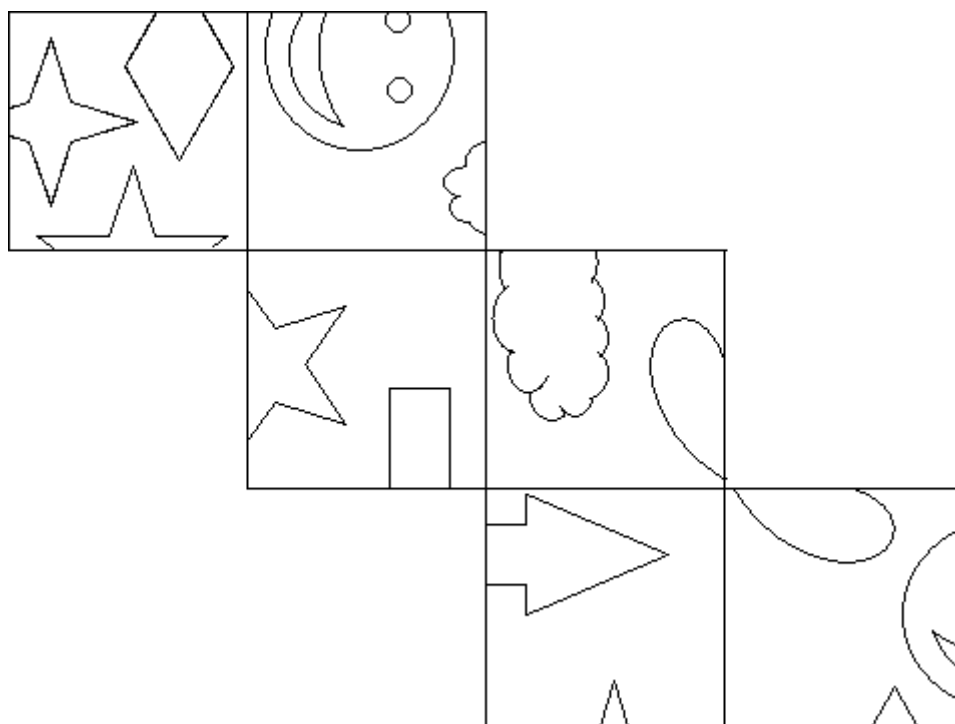
Příloha 8: Tvoříme krychle

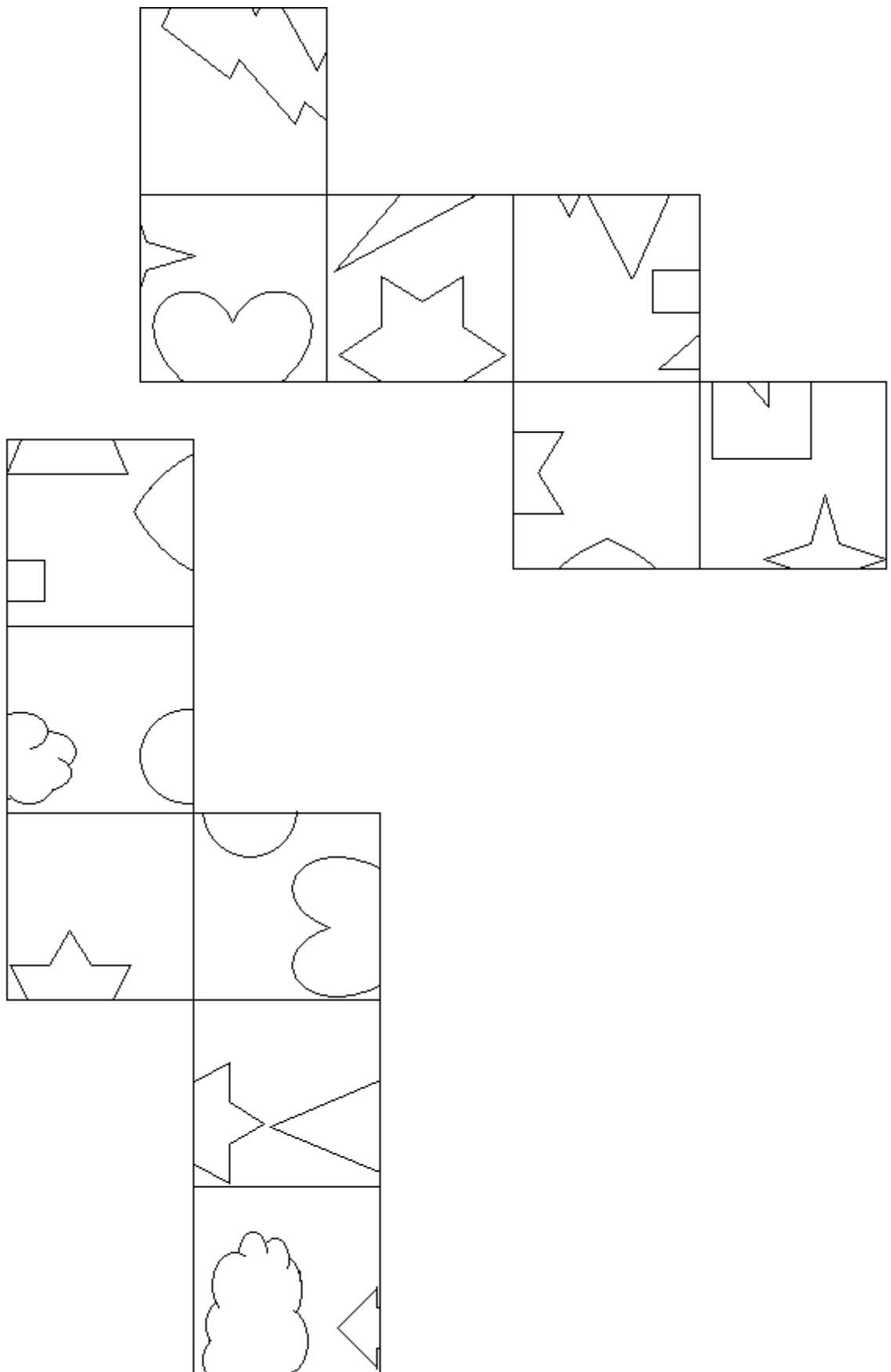


Příloha 9: Všechny sítě krychle

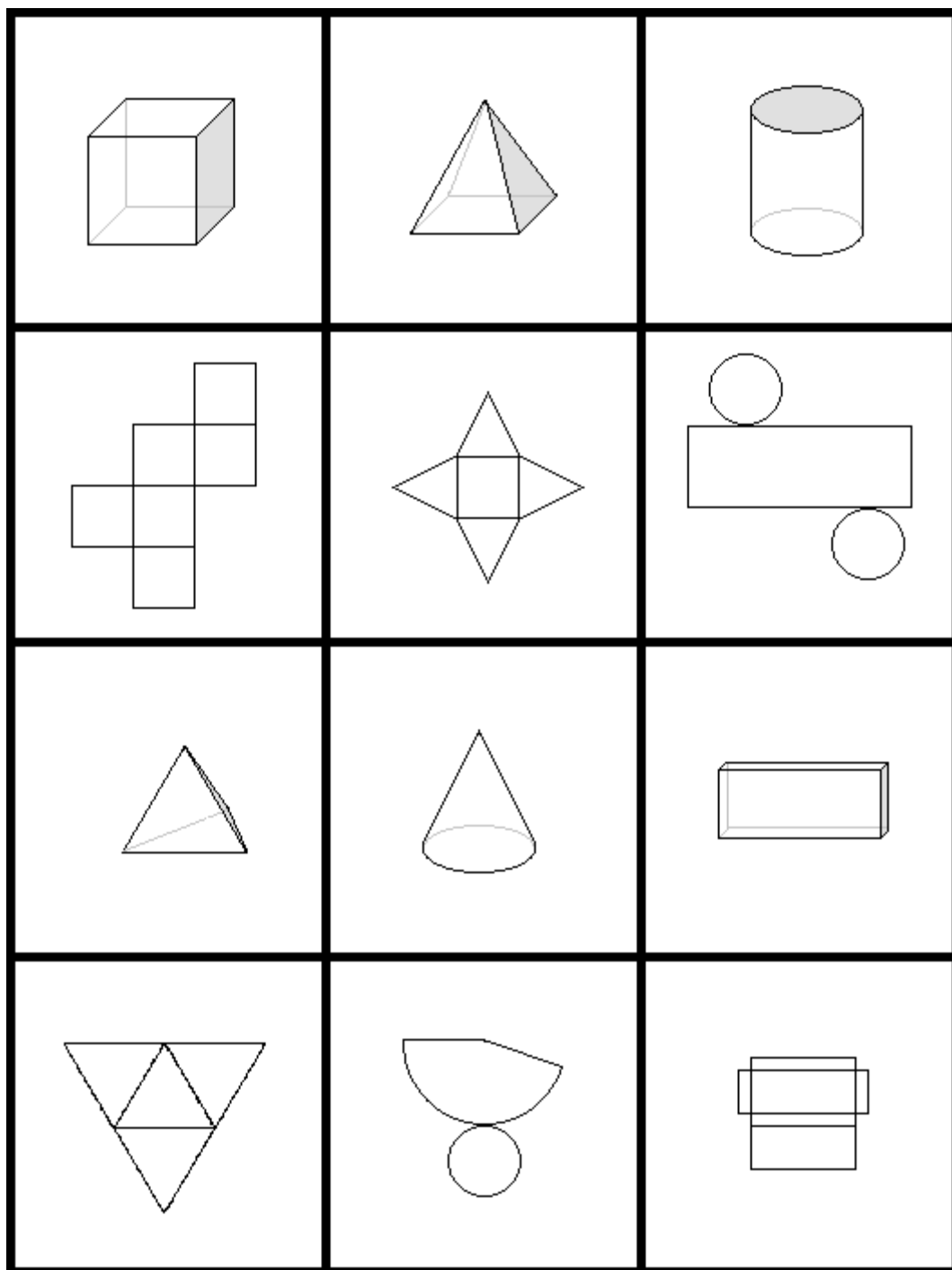


Příloha 10: Malované síť





Příloha 11: „Síťové“ pexeso



Příloha 12: Najdi chybu

