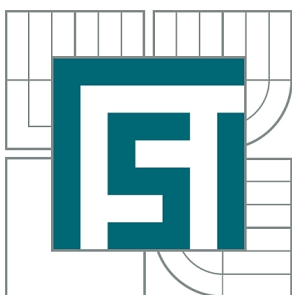




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

VIRTUÁLNÍ MODEL ČÁSTI OBRÁBĚCÍHO STROJE V ADAMS

VIRTUAL MODEL OF PART OF CUTTING MACHINE IN ADAMS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. JAKUB JURIGA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. ZDENĚK HADAŠ, Ph.D.

BRNO 2012

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Akademický rok: 2011/2012

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Jakub Juriga

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Mechatronika (3906T001)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Virtuální model části obráběcího stroje v ADAMS

v anglickém jazyce:

Virtual model of part of cutting machine in ADAMS

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Moderní obráběcí stroje díky svému vysokému výkonu se potýkají s problematikou samobuzených kmitů při třískovém obrábění. Tato práce modeluje technickou soustavu, která představuje část obráběcího stroje, a zabývá se problematikou třískového obrábění jako multi-body systém s pružnými prvky. Dále analyzuje parametry soustavy vzhledem ke stabilitě řezného procesu a vyhodnocuje možnosti tlumení tohoto nechtěného chování.

Cíle diplomové práce:

1. Analyzujte současný stav samobuzeného kmitání.
2. Vytvořte multi-body model soustavy s pružnými tělesy.
3. Vytvořte zjednodušený model řezného procesu v ADAMS
4. Analyzujte chování systému a vyhodnoťte stabilitu řezného procesu vzhledem k vstupním parametrům.
5. Analyzujte možnosti aktivního tlumení této mechatronické soustavy.

Seznam odborné literatury:

Tlusty G.: Manufacturing Process and Equipment, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999.

Kalpakjian, S. and Schmid, S.R.: Manufacturing Engineering and Technology, 4th edn, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.

Guglielmino a kol.: Semi-active Suspension Control, Springer, 2008.

Janocha, H.: Adaptronics and Smart Structures, Springer, 1999.

Vedoucí diplomové práce: Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

V Brně, dne 14.11.2011

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Práca sa v teoretickej časti zaoberá kmitaním v obrábacích strojoch a popisu teórie vzniku samobudeného kmitania. V praktickej časti je riešený problém samobudeného kmitania v obrábacom stroji za použitia simulačného programu Adams a výpočtového programu MATLAB. Postupne je analyzovaný multi body system obrábacieho stroja a model rezného nástroja s vlastnosťami poddajného telesa. Nakoniec boli oba modely použité na vytvorenie komplexného modelu časti obrábacieho stroja na.

Kľúčové slová: obrábací stroj, samobudené kmitanie, Adams, MATLAB, Lobe diagram

ABSTRACT

In theoretical part, this master's thesis deals with vibrations in cutting machine and description of creation of self-excited vibrations theory. In practical part, there is problem of chatter in cutting machine solved with using simulation program Adams and computing program MATLAB. Gradually, Multi body system of cutting machine and model of cutting tool with features flexible body are analyzed. At the end all both models were used to create complex model of the cutting machine .

Key words: machine tool, chatter, Adams, MATLAB, Lobe diagram

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma "Virtuální model části obráběcího stroje v ADAMS" vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu literatury.

Datum: 25.5.2012

.....

Jakub Juriga

Poděkování

Ďakujem Ing. Zdeňku Hadašovi, Ph.D. za cenné pripomienky a rady počas vypracovania diplomovej práce.

Obsah

Úvod	13
1. Kmitanie v obrábacích strojoch	14
2. Analýza kmitania v technologickej sústave	15
2.1 Vlastné kmitanie.....	15
2.2 Vynútené kmitanie.....	18
2.3 Trhavé pohyby	22
2.4 Samobudené kmitanie.....	23
3 Samobudené kmitanie v obrábaní	25
4 Reprodukčný princíp.....	28
5 Princíp polohovej väzby	29
5.1 Kmitanie systému v dvoch na seba kolmých smeroch.....	29
5.2 Princíp polohovej väzby	31
6 Analýza stability samobudeného kmitania	33
6.1 Predpoklady pre analýzu stability samobudeného kmitania	33
6.2 Frekvenčná teória.....	33
6.3 Nyquistovo kritérium.....	34
6.4 Hodnotenie stability v časovej oblasti	35
6.5 Medzné krivky stability Loby diagramy	37
7 Tvorba modelu obrábacieho stroja	39
7.1 Multi body systém obrábacieho stroja	39
7.2 Tvorba modelu rezného nástroja s vlastnosťami poddajného telesa	42
7.3 MBS systém obrábacieho stroja s pružným telesom rezného nástroja	56
8 Možnosti eliminácie vzniku samobudeného kmitania.....	60
8.1 Eliminácia zmenou technologických parametrov.....	60
8.2 Eliminácia použitím dynamických tlmičov, resp. hltáčov.....	61
8.2.1 Pasívna kompenzácia	61
8.2.2 Poloaktívne riadenie	62
8.2.3 Aktívne riadenie	63
9 Zhodnotenie práce	65
Záver.....	66

Zoznam literatúry.....	67
------------------------	----

Zoznam obrázkov

Obrázok 2-1: Amplitúda kmitov vlastného netlmeného kmitania	16
Obrázok 2-2: Amplitúda kmitov vlastného netlmeného kmitania	17
Obrázok 2-3: Priebeh amplitúdy vynútených kmitov.....	18
Obrázok 2-4: Reálna časť prenosovej funkcie (receptancie) [7]	20
Obrázok 2-5: Imaginárna časť prenosovej funkcie (receptancie) [7].....	20
Obrázok 2-6: Vznik trhavých pohybov [5].....	22
Obrázok 2-7: Priebehy amplitúdy samobudených kmitov: a) parametrické (harmonické), b) skoro harmonické, c) relaxačné kmity [2].....	23
Obrázok 2-8: Van der Pollov model 1-kladka, 2-pás (vľavo), Časový priebeh síl pružnosti P a trenia vo Van der Pollovom modeli [2].....	24
Obrázok 3-1: Popis vzniku samobudeného kmitania spätne väzobným obvodom [6]	25
Obrázok 3-2: Povrch poškodený samobudeným kmitaním nástroja (vľavo).....	26
Obrázok 3-3: Vytváranie medznej deformácie [2]	26
Obrázok 3-4: Zmena prierezu triesky v dôsledku vln na reznej ploche z predchádzajúcej otáčky [2]	27
Obrázok 4-1: Reprodukčný princíp vzniku samobudeného kmitania [6].....	28
Obrázok 4-2: Hrúbka odrezávanej vrstvy pri kmitaní noža a) s fázovým posuvom $\psi \neq 0$ b) bez fázového posuvu $\psi = 0$ [1].....	28
Obrázok 5-1: Systém s dvomi na seba kolmými vlastnými tvarmi kmitov [9]	29
Obrázok 5-2: Systém s dvoma kolmými kmitmi so silou pootočenou o uhol β [9]	30
Obrázok 5-3: Reálna časť prenosovej funkcie [9]	31
Obrázok 5-4: Schéma kmitania obrábacieho noža pri samobudenom kmitaní [4].	31
Obrázok 6-1: Spätne väzobný systém [9]	34
Obrázok 6-2: Hodograf amplitúdovo fázovej charakteristiky (Nyquistov diagram) [9]	35
Obrázok 6-3: Priebehy amplitúdy kmitov a), b) stabilné, c), d) nestabilné [9]	36
Obrázok 6-4: Odvodenie Loby diagramu [8].....	37
Obrázok 6-5: Diagram stability (Loby diagram) s kritickou šírkou triesky [6]	38
Obrázok 7-1: Model MBS v prostredí MSC.Adams.....	40
Obrázok 7-2: Reálne časti prenosových funkcií MBS systému	41
Obrázok 7-3: Loby diagram MBS systému	41
Obrázok 7-4: Postup tvorby rezného nástroja s poddajnými vlastnosťami.....	42
Obrázok 7-5: Sústružnícky nôž.....	43
Obrázok 7-6: Pozdĺžne sústruženie [1]	43
Obrázok 7-7: 3D model noža v CATIA.....	44

Obrázok 7-8: Importovaný nôž v prostredí ANSYS.....	44
Obrázok 7-9: MKP model noža s naznačenými miestami budúcich markrov (červené bodky).....	45
Obrázok 7-10: Vlastné tvary kmitov noža.....	46
Obrázok 7-11: Nôž v prostredí Adams.....	47
Obrázok 7-12: Definovanie výstupu (výchylka)	48
Obrázok 7-13: Definovanie vstupu (sila).....	48
Obrázok 7-14: Sily definované v Markri 100000	48
Obrázok 7-15: Okno funkcie Plant Export	49
Obrázok 7-16: Prenosová funkcia v sme osi x	50
Obrázok 7-17: Prenosová funkcia v sme osi y	50
Obrázok 7-18: Prenosová funkcia v sme osi z	51
Obrázok 7-19: Reálne časti prenosových funkcií vo všetkých troch smeroch.....	52
Obrázok 7-20: Imaginárne časti prenosových funkcií vo všetkých troch smeroch	52
Obrázok 7-21: Absolútne hodnoty prenosových funkcií vo všetkých troch smeroch	53
Obrázok 7-22: Reálna časť prenosovej funkcie vo vyšetřovanom smere kmitania	54
Obrázok 7-23: Loby diagram zostavený pre rezný nástroj.....	55
Obrázok 7-24: Krivky Loby diagramu pre rôzne druhy materiálov.....	55
Obrázok 7-25: Model v prostredí MSC.Adams	56
Obrázok 7-26: Prenosová funkcia v požadovanom smere X.....	57
Obrázok 7-27: Reálna časť prenosovej funkcie.....	58
Obrázok 7-28: Loby diagram	58
Obrázok 7-29: Krivky Loby diagramu pre rôzne druhy materiálov.....	59
Obrázok 8-1: Systém predchádzania vzniku samobudeného kmitania od firmy Okuna [13]	60
Obrázok 8-2: Schéma pasívneho tlmiča [10]	62
Obrázok 8-3: Schéma polaktívneho tlmiča [10].....	62
Obrázok 8-4: Riadený tlmič Mannesman Sachs CDC N50/55x220hAED (vľavo), Schéma riaditeľného ER tlmiča (vpravo) [10]	63
Obrázok 8-5: Schéma aktívneho tlmiča [10].....	63
Obrázok 8-6: Aktívny kompenzátor s magnetoelektrickým pohonom [4]	64
Obrázok 8-7: Aktívny kompenzátor s piezoelektronickým pohonom [15].....	64

Zoznam tabuliek

Tabuľka 1: Parametre MBS systému

Tabuľka 2: Modálna analýza noža, vlastné tvary a frekvencie kmitov

Zoznam symbolov

a	reálna časť komplexného čísla
b	imaginárna časť komplexného čísla
b, δ	súčiniteľ tlmenie
b	šírka triesky
c_c	kritické tlmenie
D	pomerné tlmenie
E	energia
e	Eulerovo číslo
F_i	sila
G	tiažová sila
G_i	prenosová funkcia
h	hĺbka triesky
h_m	stredná hĺbka triesky
$\text{Im}(G)$	Imaginárna časť prenosovej funkcie
j	imaginárna jednotka
k_i	tuhosť pružiny
K_s	špecifický odpor
m	hmotnosť
$\text{Re}(G)$	reálna časť prenosovej funkcie
s	Laplaceov operátor

T	perióda
T	trecia sila
u_i	smerový faktor
\bar{X}	komplexné číslo
X_i	hlavné osi prierezu tyče, hlavné smery kmitania
$Y(t)$	výchylka kmitania hrotu nástroja
$Y_0(t)$	amplitúda zvlnenia povrchu obrobku
Y	amplitúda výsledného kmitania
ε	fázový uhol
ϑ	tlmená kruhová frekvencia
μ	koeficient trenia
π	Ludolfovo číslo
ψ	fázový posun
ω	uhlová frekvencia

Úvod

V snahe dosiahnutia čo najvyššej produktivity pri obrábaní dochádza u obrábacích strojoch k čoraz väčším nárokom na úber materiálu v jednom pracovnom cykle. Sprievodným javom vznikajúcim pri extrémnych pracovných podmienkach v obrábacích strojoch je kmitanie v technologickej sústave stroj-nástroj-obrobok. Kmitanie v obrábacích strojoch je jedným z hlavných limitujúcich faktorov ich maximálneho využitia pri obrábaní. Vo všeobecnosti, je tento jav neželaný a pri návrhu obrábacích strojoch sa snažíme maximálne eliminovať príčiny vzniku kmitania.

V tejto práci som sa zaoberal možnosťou modelovania časti obrábacieho stroja pomocou simulačného nástroja MSC.Adams s následným stanovením podmienok stability rezného procesu pri vzniku samobudeného kmitania, kde kritérium stability závisí od veľkosti šírky triesky. Úvodná teoretická časť sa zaoberá detailnému rozboru všetkých druhov kmitania pôsobiace na obrábací stroj v procese obrábania. Detailne je popísaná teória vzniku samobudeného kmitania, ktoré vzniká v procese obrábania. Hlavným dvom teóriám vzniku samobudeného kmitania, (teória polohovej väzby a reprodukčného princípu) vypracovaným profesorom Tlústým je venovaná samostatná kapitola. V praktickej časti som pomocou už spomínaného simulačného nástroja vytvoril MBS model obrábacieho stroja v simulačnom programe MSC.Adams, na ktorý bola implementovaná teória polohovej väzby a následne bola vyhodnotená stabilita rezného procesu. Pre tento MBS som vytvoril pomocou programu ANSYS model obrábacieho nástroja, s vlastnosťami pružného telesa. Na tento model obrábacieho nástroja bola následne podľa teórie polohovej väzby vyhodnotená stabilita rezného procesu. Nakoniec boli modely MBS obrábacieho stroja a model rezného nástroja s pružnými vlastnosťami spojené do jedného komplexného celku pomocou programu MSC.Adams, ktorý reprezentoval virtuálny obrábací stroj. Takémuto komplexnému modelu bola následne vyhodnotená stabilita ako v predchádzajúcich prípadoch.

V poslednej kapitole sú analyzované možnosti aktívneho potlačania vzniku samobudeného kmitania pomocou aktívneho a semi-aktívneho tlmenia.

1. Kmitanie v obrábacích strojoch

Obrábanie vo všeobecnosti treba chápať ako nestabilný proces. Pri trieskovom obrábaní vznikajú zložité procesy kmitania v sústave stroj-obrobok-nástroj [1],[2], [3]. Kmitanie v obrábacích strojoch je jav, ktorý je neželaný preto je snaha ho čo najviac eliminovať. Niekedy je takéto kmitanie slabé a nemá vplyv na obrábací proces. Avšak pri určitých rezných podmienkach je kmitanie tak intenzívne, že výrazne vplýva na rezný proces. V takom prípade je kmitanie sprevádzané zvláštnym zvukom stroja alebo nástroja. Nepriaznivé účinky kmitania pri obrábaní podľa [2] sú :

1. Na obrobku sa vytvorí vlnitý povrch, čím sa znižuje presnosť geometrického tvaru, a zväčšuje sa drsnosť povrchu, čoho dôsledkom je väčšia pravdepodobnosť výroby nepodarku.
2. Znižuje sa životnosť rezných nástrojov. Nástroje z rezných ocelí sa otupujú, nástroje zo spekaných karbidov sa vyštrbujú a u nástrojov z keramického materiálu sa znižuje použiteľnosť a trvanlivosť
3. Zvyšuje značné namáhanie súčasti, často až nad medzi pevnosti materiálu, znižuje sa životnosť celého stroja, porušujú sa rôzne spojenia v obrábacom stroji, znemožňuje prácu stroja za daných hospodárnych rezných podmienok, a tým znižuje produktivitu práce.
4. Pracovné prostredie je vystavené nepríjemnému hluku, pôsobiac negatívne na ľudskú psychiku

2. Analýza kmitania v technologickej sústave

V skutočnosti je kmitanie v obrábacích strojoch veľmi zložitým javom, pretože ide o sústavu hmotných a pružných telies, rôznymi spôsobmi spolu spojenými, ktoré sa pri kmitaní vzájomne ovplyvňujú a s mnohými stupňami voľnosti, ktorým odpovedá veľa typov vlastných tvarov kmitov o príslušných vlastných frekvenciách [5]. Zostavenie a riešenie pohybových rovníc, ktoré by presne popisovali tieto javy, by preto bolo veľmi obtiažne, ba nemožné. Preto sa zavádzajú tieto zjednodušujúce predpoklady [5]:

1. absolútne tuhé hmoty sú uložené na nehmotných pružinách. V tom prípade hovoríme o tzv. diskretných hmotách a diskretných pružinách.

2. Pružiny majú lineárne charakteristiky, tj. sila je úmerná deformácií. Zanedbáva sa vplyv vôle medzi jednotlivými stýkajúcimi sa súčasťami.

Riešenie za prvého predpokladu dávajú výsledky, ktoré sa celkom dobre zhodujú so skutočnosťou. Druhý predpoklad platí pre deformáciu materiálu, pre ktorý platí Hookov zákon. Pre materiály, pre ktoré tento zákon neplatí, a pre deformácie povrchových vrstiev v miestach stykov dvoch súčasti platí lineárna závislosť deformácie na zaťažení len pre veľmi malé deformácie, aké sa obecné pri kmitaní vyskytujú [5]. Z fyzikálneho hľadiska sa v obrábaní vyskytujú tieto druhy kmitania [1], [2], [5]

1. Vlastné kmitanie
2. Vynútené kmitanie
3. Trhavé pohyby
4. Samobudené kmitanie

2.1 Vlastné kmitanie

Môže mať teoreticky dve formy, a to kmitanie vlastné netlmené alebo kmitanie vlastné s tlmením ako je vidieť na Obrázku 2-1, Obrázku 2-2. Bývajú vyvolané účinkom sily alebo nárazom s ich nasledujúcim zánikom. V prípade obrábacieho stroja najčastejšie vyskytujú pri zapnutí stroja, zopnutí zubovej spojky pri zábere nástroja a pod. [4]. Väčšinou je vplyv vlastných kmitov zanedbateľný, z dôvodu rýchleho utlmenia kmitov. Charakteristickým znakom vlastných kmitov je, že frekvencia kmitov je zhodná s hodnotou vlastnej frekvencie a nezávisí od počiatkových podmienok výchylky a rýchlosti. Rovnica kmitania pre netlmené kmity má tvar [7]

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0 \tag{2.1}$$

Použitím Laplaceovho operátora získavame obecný tvar riešenia

$$m \cdot s^2 + k = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-k}{m}} = \pm i \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.2)$$

$\frac{k}{m} = \Omega^2 \Rightarrow s_{1,2}^2 = \pm \Omega^2$; Ω je vlastná frekvencia kmitov

Obecné riešenie je súčtom dvoch partikulárnych riešení:

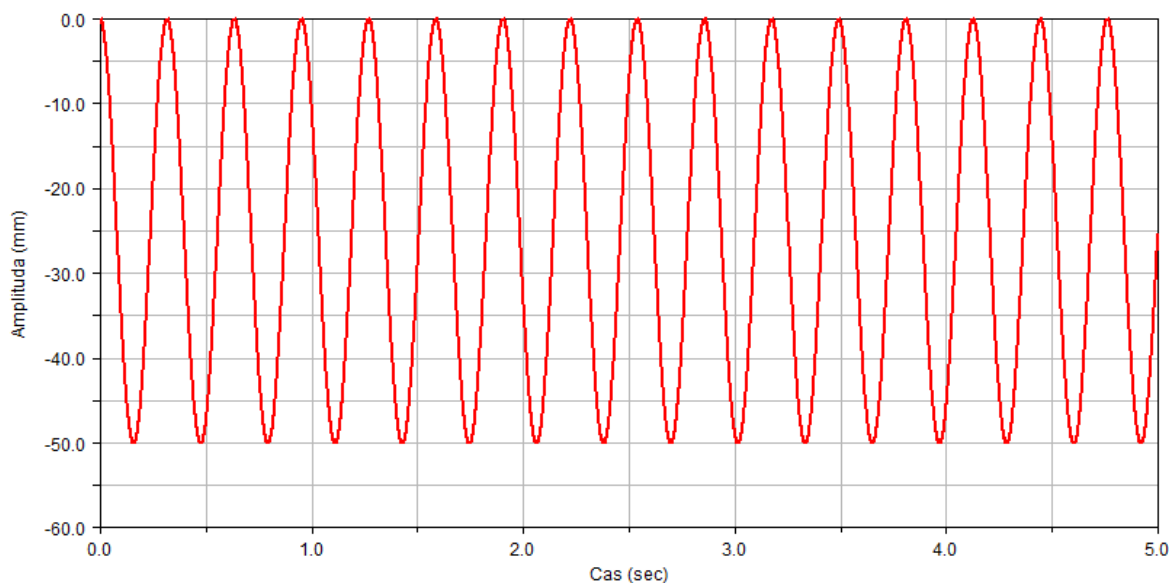
$$x = x_1 + x_2 = \bar{X}_1 \cdot e^{i\Omega t} + \bar{X}_2 \cdot e^{-i\Omega t} \quad (2.3)$$

Pre počiatkové podmienky $t = 0 \rightarrow x = a; \dot{x} = b$

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(a + i \cdot \frac{b}{\Omega} \right), x_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(a - i \cdot \frac{b}{\Omega} \right)$$

$$x = a \cdot \cos \Omega \cdot t + \frac{b}{\Omega} \cdot \sin \Omega \cdot t \quad (2.4)$$

doba periódy: $T = \frac{2\pi}{\Omega}$



Obrázok 2-1: Amplitúda kmitov vlastného netlmeného kmitania

Pri voľnom tlmenom kmitaní tlmenie je úmerné rýchlosti. Veľkosť tlmiacej sily $F_T = c \cdot \dot{x}$, kde c je tlmiača konštanta. Kmitanie voľné tlmené je opísané rovnicou

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot x = 0 \quad (2.5)$$

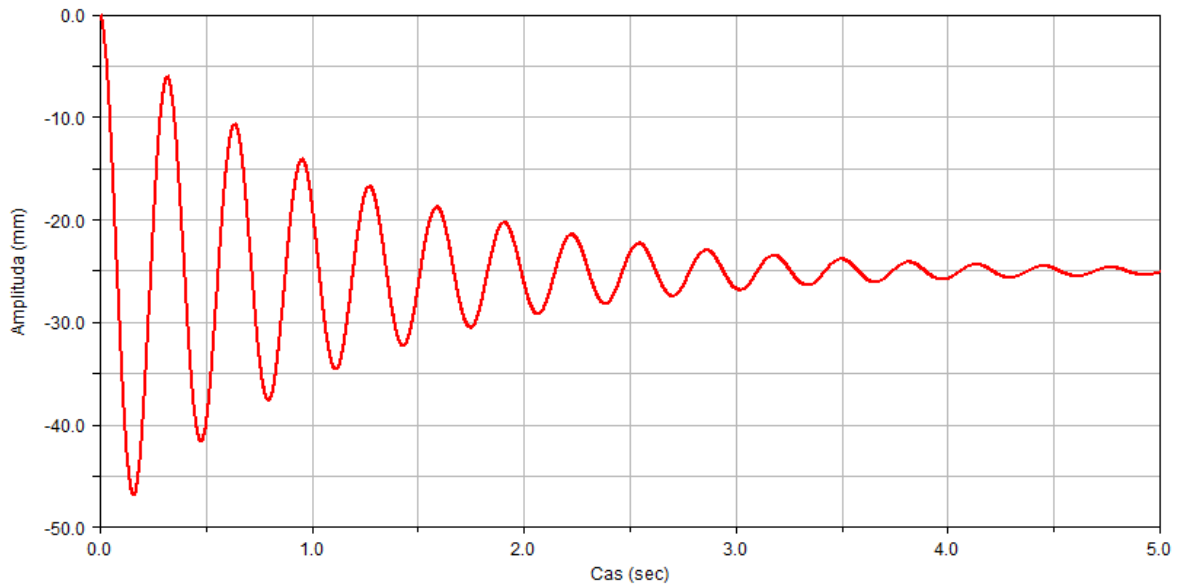
Po Laplaceovej transformácii

$$m \cdot s^2 + c \cdot s + k = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4 \cdot m \cdot k}}{2 \cdot m} \quad (2.6)$$

$$\frac{k}{m} = \Omega^2, \frac{c}{2 \cdot m} = \delta \Rightarrow s_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \Omega^2} \quad (2.7)$$

$$\delta = \frac{c}{2.m} \text{ je súčiniteľ tlmenia} \quad (2.8)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ je vlastná frekvencia} \quad (2.9)$$



Obrázok 2-2: Amplitúda kmitov vlastného netlmeného kmitania

Ak $\delta > \Omega$ korene $s_{1,2}$ sú kladné a rôzne. Pohyb nie je kmitavý ale aperiodický.

Ak $\delta = \Omega$ systém je tlmený kritickým tlmením c_c

$$\delta = \frac{c_c}{2.m} \Rightarrow c_c = 2.m.\Omega \quad (2.10)$$

Ak $\delta < \Omega$ korene rovnice sú komplexne združené.

$$s = -\delta \pm i.\sqrt{\Omega^2 - \delta^2} = -\delta \pm i.\vartheta \quad (2.11)$$

Pôjde o kmitanie s kruhovou frekvenciou

$$\vartheta = \sqrt{\Omega^2 - \delta^2} \quad (2.12)$$

Obecné riešenie rovnice má tvar:

$$x = x_1 + x_2 = \bar{X}_1.e^{(-\delta+i\vartheta).t} + \bar{X}_2.e^{(-\delta-i\vartheta).t} = e^{-\delta.t}.(\bar{X}_1.e^{i.\vartheta.t} + \bar{X}_2.e^{-i.\vartheta.t}) \quad (2.13)$$

kde \bar{X}_1, \bar{X}_2 sú komplexné amplitúdy a doba periódy $T = \frac{2.\pi}{\vartheta}$

Z dôvodu tlmenia je $\vartheta < \Omega$. U obrábacích strojoch býva tlmenie malé a je možné brať $\vartheta \approx \Omega$.

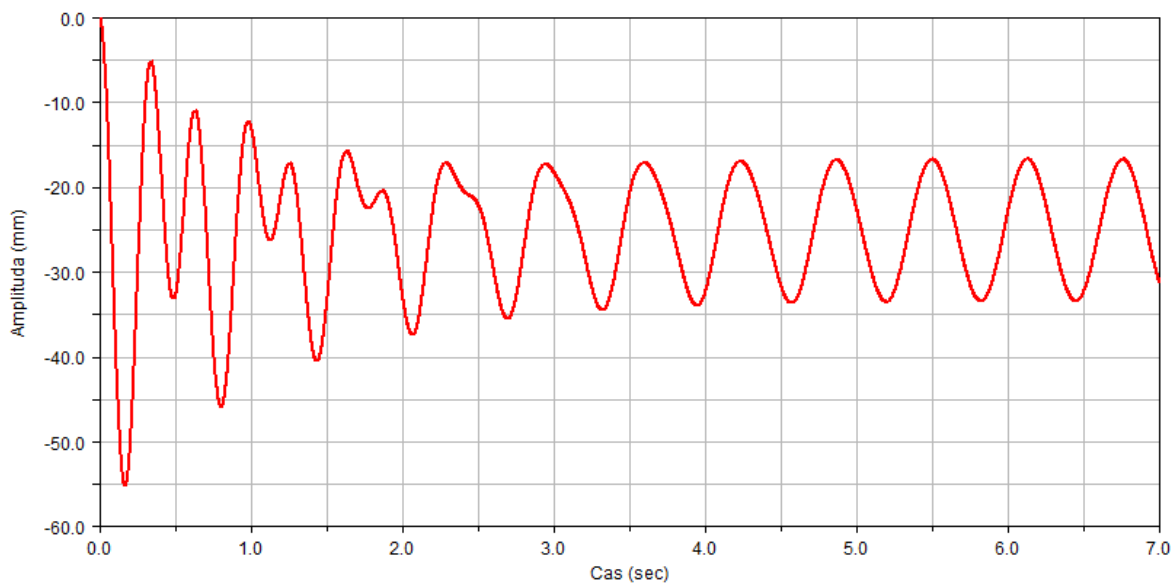
Pri tlnenom kmitaní používame pojem pomerné tlnenie $D =$ pomer tlniacej konštanty c ku tlniacej konštanty kritického tlnenia c_c .

$$D = \frac{c}{c_c} = \frac{2.m.\delta}{2.m.\Omega} = \frac{\delta}{\Omega} \quad (2.14)$$

Ak sa na základe merania určí súčiniteľ tlnenia δ pomerné tlnenia sa vypočíta ako $D = \frac{\delta}{\Omega}$. Veľkosť pomerného tlnenia u rámov obrábacích strojov býva v rozmedzí 0,02 až 0,1.

2.2 Vynútené kmitanie

Vznikajú v dôsledku pôsobenia periodickej sily so sínusovým (kosínusovým) priebehom [7]. Charakteristickým znakom je, že frekvencia kmitov je po odznení prechodového javu zhodná s frekvenciou budiacej sily ako je vidieť na Obrázku 2-3. Rovnica kmitania pre netlmené kmitanie má tvar



Obrázok 2-3: Priebeh amplitúdy vynútených kmitov

$$m.\ddot{x} + k.x = F.e^{j.\omega.t} \quad (2.15)$$

Obecným riešením rovnice je súčet homogénneho riešenia bez pravej strany:

$$x = \bar{X}_1.e^{j.\Omega.t} + \bar{X}_2.e^{-j.\Omega.t} = a.\cos\Omega.t + \frac{b}{\Omega}.\sin\Omega.t \quad (2.16)$$

a partikulárneho riešenia v tvare: $x = X.e^{j.\omega.t}$

Veľkosť výchylky sa stanoví z podmienky, že pohybová rovnica musí byť splnená pre partikulárne riešenie:

$$m.\ddot{x} + k.x = F.e^{j.\omega.t} \quad (2.17)$$

Po dosadení dostávame :

$$-m \cdot \omega^2 X \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} + k \cdot X \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} = F \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (2.18)$$

Amplitúda výchylky je potom rovná

$$X = \frac{F}{k - m \cdot \omega^2} = \frac{F}{k - \frac{k}{\Omega^2} \cdot \omega^2} = \frac{F}{k} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2}} = \frac{F}{k} \cdot \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2} \quad (2.19)$$

Pomerom amplitúdy výchylky k amplitúde budiacej sily získame komplexnú dynamickú poddajnosť $R_{dc} = \frac{X}{F} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2}$

Pre systém s tlmením platí:

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = F \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (2.20)$$

Riešenie je súčtom obecného riešenia bez pravej strany a partikulárneho riešenia s pravou stranou

$$x_h = e^{-\delta \cdot t} \cdot (X_1 \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} + X_2 \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t}) \quad (2.21)$$

$$x_p = X \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (2.22)$$

rovnica má tvar

$$-m \cdot \omega^2 X \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} + c \cdot j \cdot \omega \cdot X \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} + k \cdot X \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} = F \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (2.23)$$

Komplexná amplitúda X má veľkosť:

$$X = \frac{F}{k - m \cdot \omega^2 + c \cdot j \cdot \omega} = \frac{F}{k - \frac{k}{\Omega^2} \cdot \omega^2 + 2 \cdot m \cdot \delta \cdot j \cdot \omega} \quad (2.24)$$

$$\text{kde } \Omega^2 = \frac{k}{m}, D = \frac{\delta}{\Omega}$$

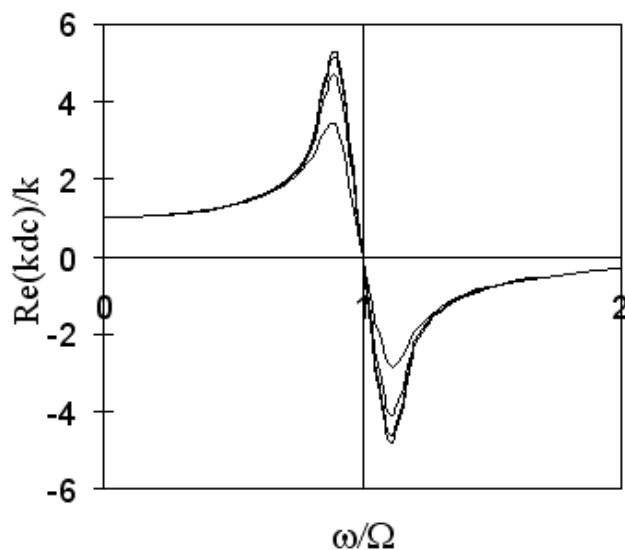
potom

$$X = \frac{F}{k} \cdot \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2 + 2 \cdot j \cdot \delta \cdot \omega} = \frac{F}{k} \cdot \frac{F}{1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2} + 2 \cdot D \cdot j \cdot \frac{\omega}{\Omega}} \quad (2.25)$$

Vynásobením zlomku komplexne združeným číslom dostávame

$$X = \frac{F}{k} \cdot \frac{1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2} - 2 \cdot D \cdot j \cdot \frac{\omega}{\Omega}}{(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2})^2 + (2 \cdot D \cdot \frac{\omega}{\Omega})^2} \quad (2.26)$$

Komplexnú amplitúdu môžeme rozdeliť na reálnu $\text{Re}(x)$ na Obrázku 2-4 a imaginárnu $\text{Im}(x)$ časť na Obrázku 2-5.



Obrázok 2-4: Reálna časť prenosovej funkcie (receptancie) [7]

$$Re(x) = \frac{F}{k} \cdot \frac{1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2}}{(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2})^2 + (2.D \cdot \frac{\omega}{\Omega})^2} \quad (2.27)$$

$$Im(x) = \frac{F}{k} \cdot \frac{2.D \cdot j \cdot \frac{\omega}{\Omega}}{(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2})^2 + (2.D \cdot \frac{\omega}{\Omega})^2} \quad (2.28)$$

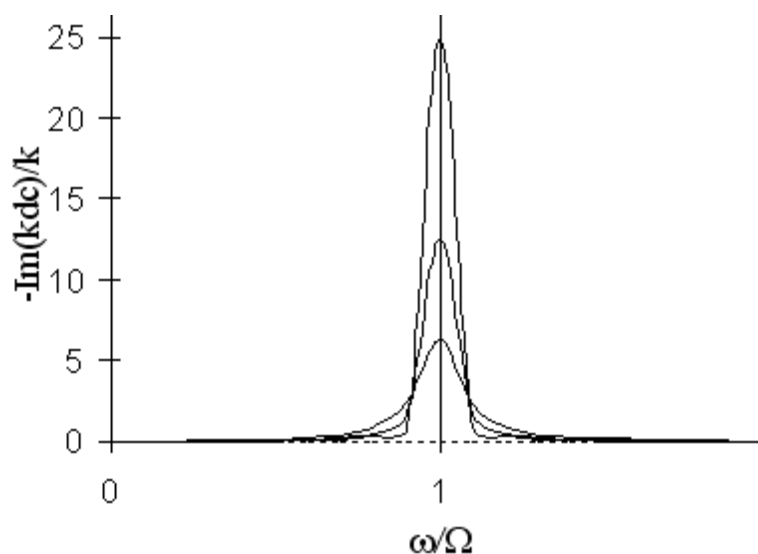
$$|X| = \sqrt{Re(x)^2 + Im(x)^2} \quad (2.29)$$

$$|X| = \frac{F}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2})^2 + (2.D \cdot \frac{\omega}{\Omega})^2}} \quad (2.30)$$

Komplexná dynamická poddajnosť (Receptancia)

$$R_{dc} = \frac{X}{F} = \phi(\omega) = G(\omega) + j \cdot H(\omega) \quad (2.31)$$

$$G(\omega) = Re(R_{dc}) = \frac{Re(x)}{F}, jH(\omega) = Im(R_{dc}) = \frac{Im(x)}{F} \quad (2.32)$$



Obrázok 2-5: Imaginárna časť prenosovej funkcie (receptancie) [7]

Príčinou vzniku vynúteného kmitania v obrábacích strojoch môže byť podľa literatúry [5]:

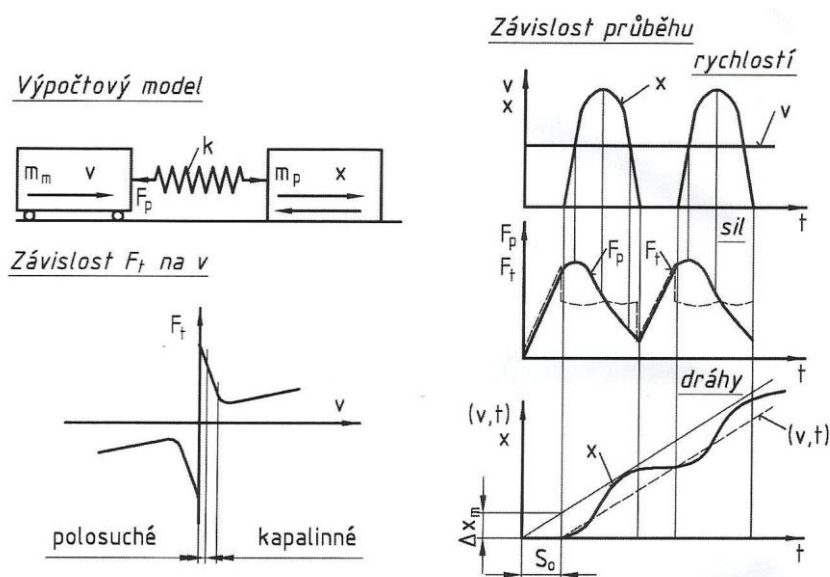
- a. nevyváženosť rotujúcich súčasti (nástroja, vretena, obrobku, hriadeľa, ozubených kolies, spojok, rotora elektromotora apod.)
- b. zotrvačné sily prvkov, ktoré konajú priamočiary alebo kruhový vratný pohyb (sane, šmýkadlá)-,
- c. nepresnosti prevodových mechanizmov (hádzanie ozubených kolies, hádzanie ložísk, aj.)-,
- d. periodické sily dané princípom pohonov (zubové alebo piestové čerpadlá apod.)-,
- e. nesymetrickosť rotačných častí (hriadele s drážkou), kde sa prejaví premenlivá hodnota tuhosti a vznikne periodická deformácia behom otáčania,
- f. periodické sily vonkajšie prenášané z okolia cez základ na stroj.
- g. zmena prierezu triesky (periodická budiaca sila úmerná otáčkam), napr. pri sústružení polotovaru šesťhranu,-
- h. premenlivý rezný odpor, napr. pri frézovaní, kde vzniká periodická rušivá sila o frekvencii úmernej súčinu otáčok nástroja a počtu zubov,-
- i. pri brúsení vzniká vynútené kmitanie vplyvom periodického hádzania obrobku alebo brúsneho kotúča,-
- j. kmity vyvolané vlastným rezaním majú značnú amplitúdu a prejavujú sa hlavne pri hrubovaní a v menšej miere pri dokončovaní.

Aby vynútené kmity mali čo najmenší vplyv na rezný proces, je dôležité aby frekvencia budiacej frekvencie neležala v blízkosti vlastnej frekvencie sústavy t.j. v oblasti rezonancie. Hlavné zásady pre eliminovanie vynútených kmitov uvedené v literatúre [5]:

- a. rotujúce časti (hriadele, ozubené kolesa, spojky, nástroje, rotory elektromotorov apod.) je nutne dokonale dynamicky vyvážiť na špeciálnych strojoch pre vyvažovanie,-
- b. je treba zvýšiť akosť výroby ozubených kolies, valivých ložísk a ďalších rozhodujúcich súčasti a zdokonaľiť ich montáž,-
- c. pri frézovaní sa použije torzný tlmič alebo frézovacie hlavy s nerovnakým rozstupom nožov,-
- d. zmenšením hĺbky triesky sa zníži amplitúda vynúteného kmitania, avšak za cenu zníženia výkonu,-
- e. zvýšením alebo znížením otáčok hlavného vretena sa možno vyhnúť rezonancii a pracovať v oblasti, v ktorej účinok kmitania nie je tak výrazný,-
- f. zvýšenie tuhosti rozhodujúcich častí obrábacieho stroja má podstatný vplyv na zvýšenie frekvencie vlastných kmitov technologickej sústavy, a tým potlačí vplyv budiacej sily, ak ju nie je možné odstrániť-
- g. uložením obrábacieho stroja na zvláštny základ sa zabráni prenosu chvenia z okolia na stroj

2.3 Trhavé pohyby

Vyskytujú sa vo vedeniach suportu. Vysvetlenie vzniku takýchto pohybov je podľa [5] takýto: „Vznik trhavých pohybov možno vysvetliť ako dôsledok nelineárneho priebehu závislosti medzi rýchlosťou posúvanej časti po vedení a trecou silou vo vedení. Na Obrázku 2-6 je znázornený teoretický princíp vzniku trhavých pohybov, vrátane závislosti priebehov jednotlivých parametrov pri tomto jave. Ak sa vytvorí olejový film medzi trecími povrchmi najskôr pohybom vodiacich plôch pohyblivej časti, je dotyková reakcia za kľudu bezprostredne pred vznikom pohybu väčšia než sila trenia za pohybu. To potom spôsobuje trhavý, prerušovaný pohyb posúvanej časti podľa časových priebehov rýchlostí v , dráhy x , trecej sily F_t a sily F_p v pružine posuvného systému zjednodušeného na fyzikálny a výpočtový model. V modeli vľavo sa hmota m_m na valivom vedení so zanedbateľnými pasívnymi odpormi predstavuje zredukovanú hmotu pohonného motoru posuvu, pružina výslednú zredukovanú torznú poddajnosť pohonného systému a hmota m_p vpravo posúvanú časť s pasívnymi odpormi vo vedení.



Obrázok 2-6: Vznik trhavých pohybov [5]

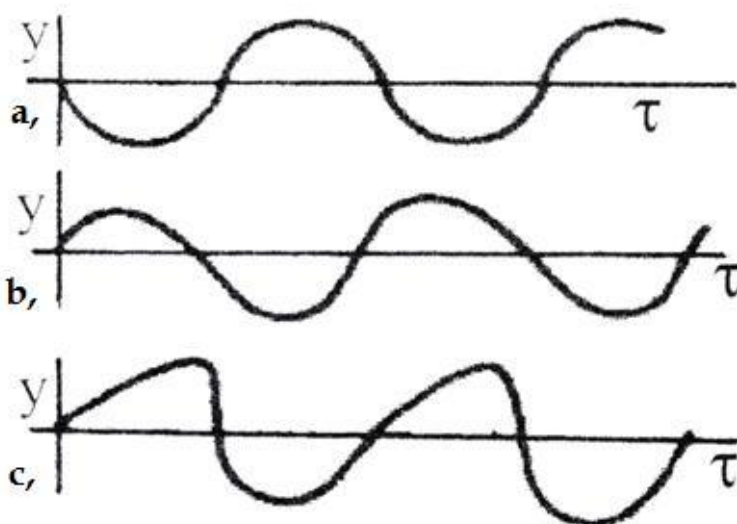
Oblasť veľmi malých rýchlostí (rádovo v mm za minútu), kedy trecia sila klesá so zvyšujúcou sa rýchlosťou, je oblasť tzv. polo kvapalného trenia, kedy medzi časťou trecích povrchov ešte existuje suché alebo medzné trenie, zatiaľ čo medzi zostávajúcimi časťami je už vytvorený olejový film. Ako náhle sa vytvorí súvislý olejový film, ktorý oddelí trecie plochy, nastáva oblasť kvapalného trenia a súčiniteľ trenia sa len mierne zvyšuje s rastúcou rýchlosťou. Použitím valivého vedenia sa výrazne zlepšuje závislosť súčiniteľa trenia na rýchlosti. U valivého trenia je najviac hodnota súčiniteľa nižšia než pri hydrodynamickom mazaní aditívaným olejom. Pre výrazné zníženie súčiniteľa trenia a zabezpečenia

kvapalného trenia i pri malých posunových rýchlostiach sa používa hydrostatické mazanie, kedy sa medzi posúvajúce sa plochy vháňa pod tlakom dostatočné množstvo mazacieho oleja. Potom sa i za kľudu trecie povrchy oddelia dostatočne hrubou vrstvou mazacieho oleja a odpor proti posuvu posúvanej časti sa rovná sile potrebnej k stieraniu olejovej vrstvy. Výrazné zlepšenie prináša rovnako využitie obloženia klzných plôch umelými hmotami. Vo všetkých prípadoch je potom prvoradým požiadavkom konštrukcia s maximálnou tuhosťou.“(5, s.58)

2.4 Samobudené kmitanie

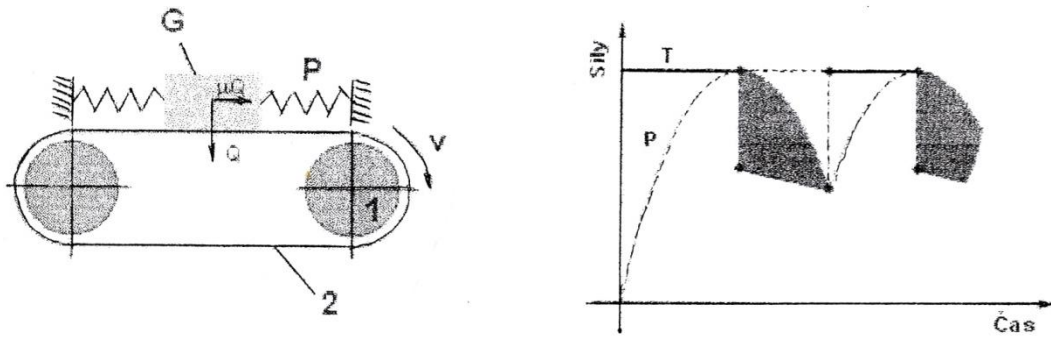
Vo všeobecnosti platí, že ide o prípad kmitania kedy na sústavu nepôsobí vonkajšia budiaca sila, ale na systém pôsobí vonkajšia periodická sila, ktorá je kmitaním systému vyvolaná a existuje iba vtedy, keď systém kmitá [5]. Ďalej platí, že amplitúda kmitov stúpa až sa ustáli na stabilnej hodnote, frekvencia kmitov je blízka vlastnej frekvencii a existuje stály zdroj energie z ktorého systém čerpá. Príkladom samobudeného kmitania je struna rozkmitaná pohybom sláka po strune [5]. Podľa literatúry [2] rozoznávame samobudené kmity zobrazené na Obrázku 2-7:

- parametrické - vznikajú v dôsledku zmeny niektorého parametru pružného systému, ktorý sa periodicky mení.
- skoro harmonické- časový priebeh pohybu sa podobá harmonickému priebehu
- relaxačné - časový priebeh pohybu má pílovitý charakter



Obrázok 2-7: Priebehy amplitúdy samobudených kmitov: a) parametrické (harmonické), b) skoro harmonické, c) relaxačné kmity [2]

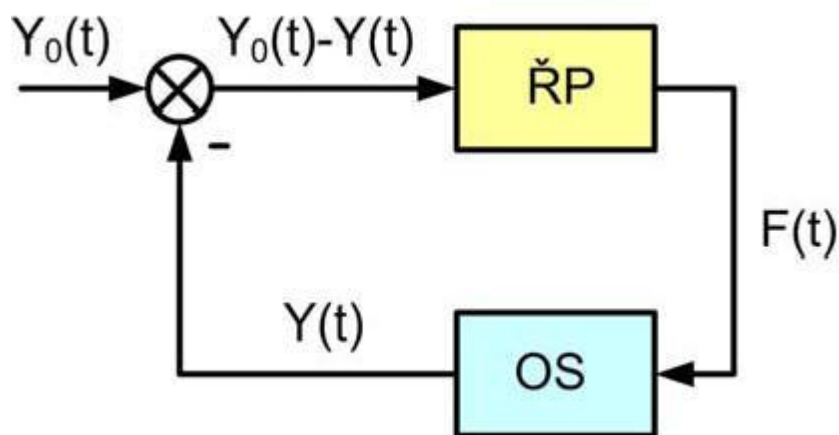
Vznik samobudeného kmitania sa najčastejšie opisuje na Van der Pollovom modeli podľa Obrázku 2-8. Ak sa pas nepohybuje medzi telesom a pásom pôsobí trecia sila $T = \mu \cdot G$. Ak sa pas spusti teleso je po pásu unášané trecou silou T . Pri rovnováhe trecej sily T a sily od pružiny P vzniká vzájomný pohyb telesa a pásu, tým pádom okamžite poklesnú trecie sily a systém sa rozkmitá. Vnútoraná sila, ktorá spôsobila kmitanie vznikla v dôsledku rozdielu trecej sily v pohybe a v pokoji. Takúto vnútornú silu nazývame budiacou silou [2].



Obrázok 2-8: Van der Pollov model 1-kladka, 2-pás (vľavo), Časový priebeh síl pružnosti P a trenia vo Van der Pollovom modeli [2]

3 Samobudené kmitanie v obrábaní

Samobudené kmitanie vzniká v obrábaní medzi obrobkom a nástrojom bez periodického vonkajšieho budiaceho účinku, čo je možné vyjadriť spätoväzobným obvodom na Obrázku 3-1 [4], [6]. Ide o častý prípad kmitania, pri ktorom budiaca sila je vyvolaná vlastným procesom rezania. Pri samobudenom kmitaní sa periodicky mení prierez triesky čím vzniká periodicky premenlivá sila. Prejavuje sa hlukom (drnčanie) a stopami chvenia na obrobenom povrchu, čo je vidieť na Obrázku 3-2. Ak ide o malo intenzívny prípad, amplitúda kmitov sa ustáli na nejakej hodnote. Vo väčšine prípadov je však kmitanie tak intenzívne, že amplitúda narastá a je nutné obrábanie prerušiť [3]. Technologická sústava je uvedená do samobudeného kmitania prvým impulzom, ktorý vyvolá výchylku z rovnovážnej polohy nástroja a obrobku, a vyvolané samobudené kmitanie bude prebiehať bez prívodu energie z vonkajška a jeho periodická premenlivosť bude závislá len na vlastnom kmitavom procese [5]. Energia privádzaná na kmitajúci systém nahrádza straty vzniknuté tlmením. Frekvencia kmitania je určená vlastnosťami kmitajúceho systému a je veľmi blízka vlastnej frekvencii niektorého rozhodujúceho člena systému [3]. U sústruhu podľa [3] ide v mnohých prípadoch o samobudené kmity ktorých frekvencia je daná vlastnou frekvenciou kmitov systému obrobka alebo nástroja.



Obrázok 3-1: Popis vzniku samobudeného kmitania spätoväzobným obvodom [6]

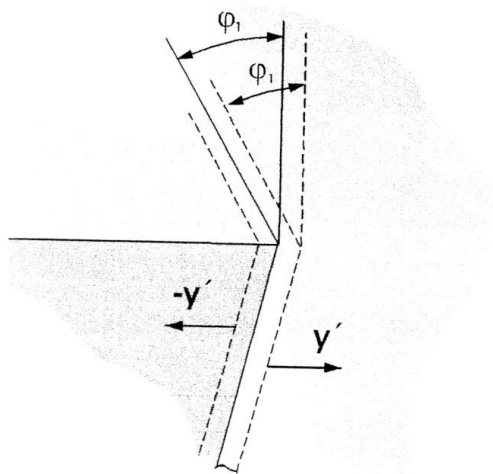
Škodlivosť samobudených kmitov je v prvom rade v ich negatívnom nadmernom zaťažení stroja čo môže ohrozovať až pevnosť stroja [3] (vznikajúce najmä pri hrubovaní). V druhom rade je to zníženie akosti povrchu (hlavne pri hladení). So samobudeným kmitaním sa môžeme stretnúť takmer na všetkých obrábacích strojoch od sústruhu, obrážačkach, vyvrtávačkách, frézkach, hoblovkách, atd. [3].



Obrázok 3-2: Povrch poškodený samobudeným kmitaním nástroja (vľavo)

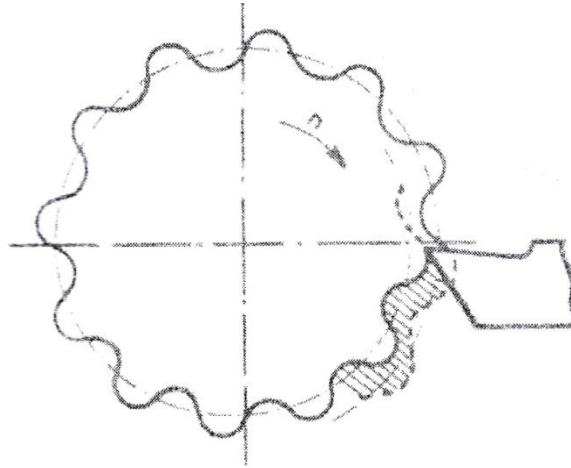
Dôležité však je, že toto kmitanie sa objavuje len v určitom rozmedzí rezných podmienok a zmenou týchto podmienok možno stabilizovať rezanie [5]. Pri tom však frekvencia kmitania nie je závislá na otáčkach obrábacieho stroja. V procese obrábania rozlišujeme primárne a sekundárne budiace sily [2]. Príčiny ich vzniku uvádzané v literatúre [2] možno rozdeliť nasledovne:

1. Primárne budenie- predpokladá sa, že na povrchu nie sú ešte stopy vlnitosti z predchádzajúcej operácie)
 - a. trenie v podmienkach prudkého poklesu trecích síl medzi nožom a trieskou so zväčšením reznej rýchlosti
 - b. plastická deformácia v zóne tvorenia triesky (tvorba nárastku) podľa Obrázku 3-3



Obrázok 3-3: Vytváranie medznej deformácie [2]

- c. princíp polohovej väzby
 - d. Sokolovského teória samobudených kmitov
2. Sekundárne budenie - reprodukčný princíp zobrazený na Obrázku 3-4: zmena prierezu triesky a uhlov rezania v dôsledku vln na reznej ploche z predchádzajúcich operácií

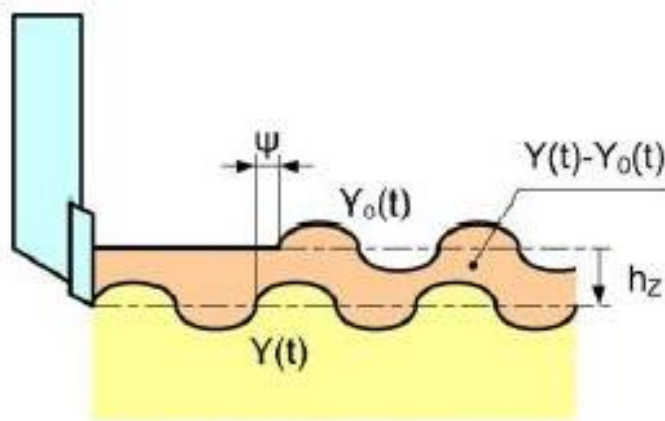


Obrázok 3-4: Zmena prierezu triesky v dôsledku vln na reznej ploche z predchádzajúcej otáčky [2]

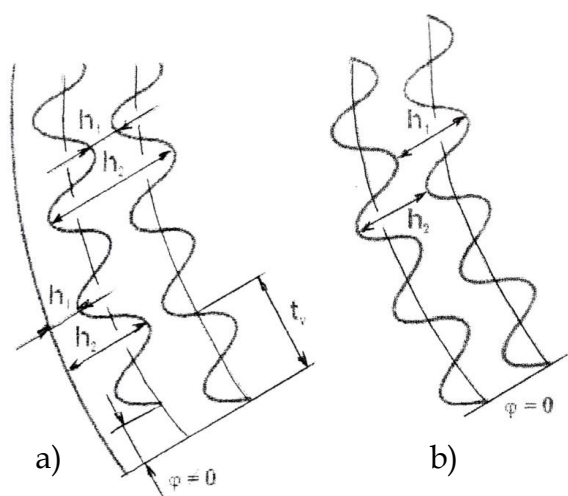
V súčasnosti sú najviac teoreticky a prakticky overené príčiny vzniku samobudených kmitov založené na princípe polohovej väzby a reprodukčnom princípe. V ďalších kapitolách sa práve týmto dvom princípom budeme venovať.

4 Reprodukčný princíp

V literatúre [5], [7], [9] je reprodukčný princíp vysvetlený takto. Predpokladá sa, že obrábaný povrch je už zvlneý predchádzajúcim úberom, ako je vidieť na Obrázku 4-1. Potom kmitajúci hrot nástroje $Y(t)$ obrába zvlneý povrch $Y_0(t)$. Zvlneý na povrchu obrobku mení periodicky hĺbku rezu, resp. prierez triesky a tým moduluje reznú silu, ktorá sa periodicky mení a tak vybudzuje celý systém. Takto vzniká vlnitosť pri každom nasledujúcom reze. Medzi vlnitosťou obrobeneého povrchu a kmitu nástroja existuje určitý fázový posun Ψ podľa Obrázku 4-1, ktorý je rozhodujúci pre vznik samobudených kmitov. Ak by bol fázový posun medzi kmitajúcim hrotom nástroja a zvlneým povrchom nulový, bude prierez triesky konštantný, potom rezná sila nebude modulovaná a samobudené kmitanie sa neobjaví. Podmienkou stability je aby výška vlny každej nasledujúcej triesky bola nižšia ako predchádzajúca. To znamená pomer po sebe nasledujúcich amplitúd musí byť menší než jedna.



Obrázok 4-1: Reprodukčný princíp vzniku samobudeného kmitania [6]

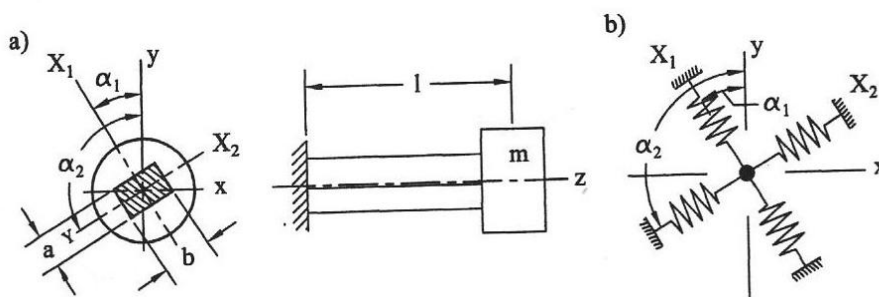


Obrázok 4-2: Hrúbka odrezávanej vrstvy pri kmitaní noža a) s fázovým posuvom $\psi \neq 0$ b) bez fázového posuvu $\psi = 0$ [1]

5 Princíp polohovej väzby

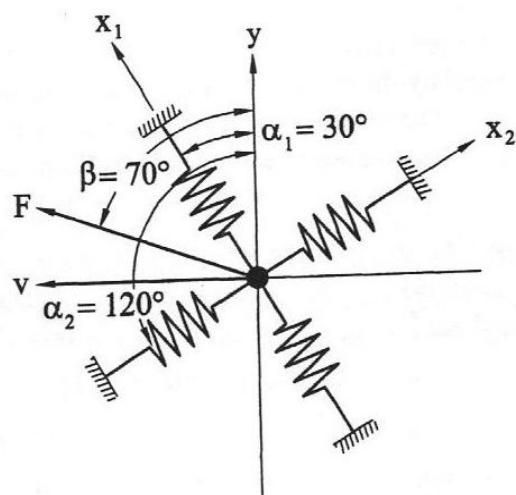
5.1 Kmitanie systému v dvoch na seba kolmých smeroch

Pre vysvetlenie princípu polohovej väzby je potrebné odvodenie prenosovej funkcie pre systém, v ktorom hmotu môže kmitať v dvoch navzájom kolmých smeroch. Takýto systém je možné si predstaviť ako tyč so štvorcovým prierezom, ktorá je na jednom konci pevne upnutá a na druhom konci nesie hmotu [9] ako je vidieť na Obrázku 5-1a. Tyč sa považuje za nehmotný prvok. Ťažisko je umiestnené na konci tyče v osi Z, ktorá leží v strede prierezu obdĺžnikovej plochy tyče. Smery X_1 a X_2 sú hlavné osi prierezu tyče a reprezentujú maximálnu a minimálnu hodnotu tuhosti tyče.



Obrázok 5-1: Systém s dvomi na seba kolmými vlastnými tvarmi kmitov [9]

Takýto systém môžeme nahradiť systémom s hmotu uchytenou v rovine o dve navzájom kolmé pružiny podľa Obrázku 5-1b. Ak harmonická sila pôsobí v smere X_1 kmitanie vzniká v tomto smere. Vibrácie sú dané prenosovou funkciou medzi hmotou a tuhosťou. To isté platí aj pre smer X_2 a tuhosť k_2 . Ak harmonická sila pôsobí v smere odlišnom od osi X_1 a X_2 , napr. v smere Y kmitanie je súčasne v oboch smeroch s frekvenciou rovnou frekvencii budiacej sily. Avšak amplitúda kmitov a fázový posun je rozdielny z dôvodu rozdielnych vlastných frekvencií. Je známe, že súčtom dvoch na seba kolmých vibrácií s rozdielnou amplitúdou a s rovnakou frekvenciou fázovo posunuté dostaneme elipsu. Ak amplitúda kmitov bude rovnaká a fázový posun bude 90° dostaneme kruh. Pri jednej nulovej amplitúde a fázovým posunom 0° dostaneme rovnú čiaru. Ak aj smer sily bude pootočený od smeru Y je nutné tuto silu rozložiť do smerov X_1 a X_2 podľa Obrázku 5.2



Obrázok 5-2: Systém s dvoma kolmými kmitmi so silou pootočenou o uhol β [9]

$$F_1 = F \cdot \cos(\alpha_1 - \beta) \quad (5.1)$$

$$F_2 = F \cdot \cos(\alpha_2 - \beta) \quad (5.2)$$

Prenosové funkcie v smeroch X_1 a X_2 , ktoré sú tzv. priame budú mať tvar

$$G_1 = \frac{X_1}{F_1} \quad G_2 = \frac{X_2}{F_2} \quad (5.3)$$

Celková amplitúda kmitov je rovná

$$Y = X_1 \cdot \cos \alpha_1 + X_2 \cdot \cos \alpha_2 \quad (5.4)$$

dosadením rovnice do rovnice

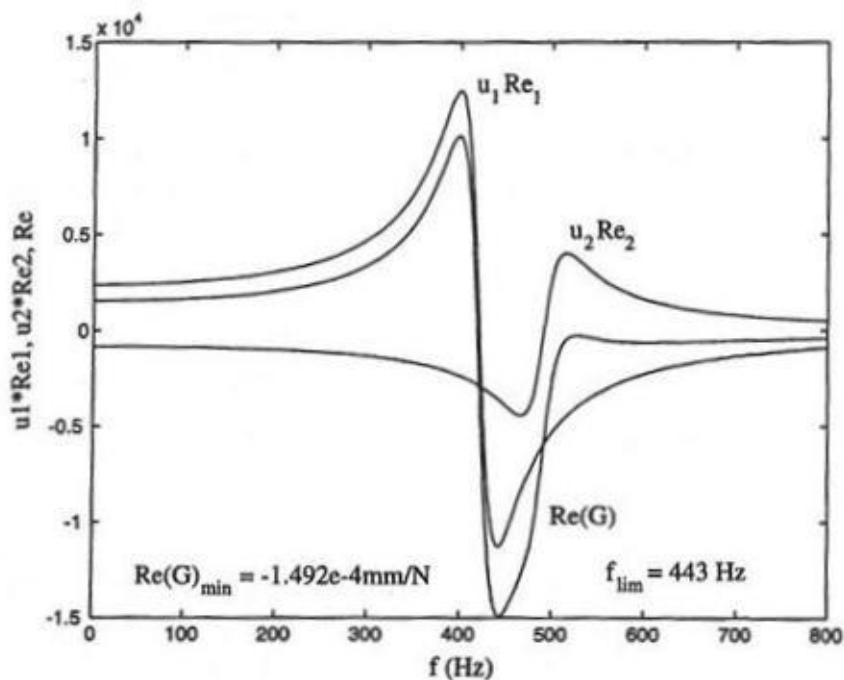
$$Y = F_1 \cdot G_1 \cdot \cos \alpha_1 + F_2 \cdot G_2 \cdot \cos \alpha_2 = F \cdot [G_1 \cdot \cos \alpha_1 \cdot \cos(\alpha_1 - \beta) + G_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \beta)] \quad (5.5)$$

zavedením substitúcie $u_i = \cos \alpha_i \cdot \cos(\alpha_i - \beta)$ ktorú nazývame smerový faktor dostaneme výslednú prenosovú funkciu kmitania do požadovaného smeru ako súčet jednotlivých prenosových funkcií vynásobenými smerovým faktorom.

$$G = \frac{Y}{F} = G_1 \cdot u_1 + G_2 \cdot u_2 \quad (5.6)$$

Pre výslednú reálnu časť na Obrázku 5.3, ktorá popisuje podmienky vzniku samobudeného kmitania platí

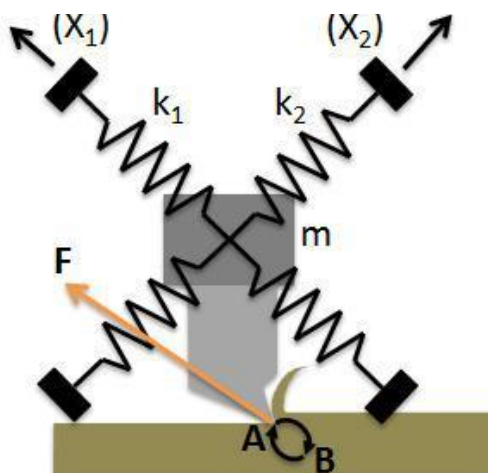
$$Re(G) = u_1 \cdot Re(G_1) + u_2 \cdot Re(G_2) \quad (5.7)$$



Obrázok 5-3: Reálna časť prenosovej funkcie [9]

5.2 Princíp polohovej väzby

Ako je uvedené na Obrázku 5-4 predpokladáme, že nástroj kmitá v nárysnej rovine v dvoch smeroch a jeho špička opisuje elipsu [4], [9]. V prvom prípade dráha z A do B rezný odpor pôsobí proti tomuto pohybu, takže kmitavému pohybu sa odoberá energia. V druhej časti pohybu z B do A rezný odpor pôsobí v smere pohybu a energia kmitania je o hodnotu E_2 vyššia. Ak je privádzaná energia E_2 väčšia ako E_1 , vplyvom prebytku energie $\Delta E = E_2 - E_1$ sa prekoná tlmenie a systém je udržiavaný v stálom kmitaní.



Obrázok 5-4: Schéma kmitania obrábacieho noža pri samobudenom kmitaní [4]

K ďalšiemu predpokladu patrí fakt že rezný odpor je závislý na okamžitom priereze triesky, systém má dva stupne voľnosti a je bez tlmenia, obrobok i nástroj sú dokonalé tuhé, nástrojový držiak o hmotnosti m je uložený na dvoch pružinách k_1, k_2 , ktoré môžu kmitať v dvoch na seba kolmých smeroch (X_1) a (X_2). Uhol α_1 je daný normálou k obrábanému povrchu a smerom pružiny o menšej tuhosti. Vhodnou orientáciou polohy systému vzhľadom k normále (Y) možno priaznivo ovplyvniť vznik samobudených kmitov . Mierou stability obrábania je spravidla medzná hĺbka (šírka) triesky, ktorá sa určuje pre jednotlivé druhy obrábania

6 Analýza stability samobudeného kmitania

6.1 Predpoklady pre analýzu stability samobudeného kmitania

Vznik samobudeného kmitania je spojený so stratou stability. Pri hodnotení stability sa berú do úvahy podľa literatúry [9] tieto predpoklady :

1. Systém je lineárny
2. Smer premenlivej zložky reznej sily je konštantná
3. Premennivá zložka reznej sily závisí len na vibráciách v smere kolmom k reznej ploche
4. Premennivá zložka reznej sily závisí proporcionálne na zmene hrúbky triesky
5. Frekvencia vibrácií a vzájomná fáza zvlnenia povrchu nezávisí na pomere medzi vlnovou dĺžkou a dĺžkou rezu- nekonečná dĺžka rezu

6.2 Frekvenčná teória

Reznú silu môžeme podľa [7], [8], [9] vyjadriť

$$F = K_s \cdot b \cdot h \quad (6.1)$$

kde K_s je špecifický konštanta materiálu [Nmm^2], b šírka triesky, h je hĺbka triesky

$$h = h_m + (Y_0 - Y) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (6.2)$$

h_m je stredná hĺbka triesky, Y_0 je amplitúda zvlnenia po predchádzajúcom obrábaní, Y je amplitúda zvlnenia aktuálneho prechodu nástroja

Pre lineárny systém zanedbaním strednej zložky, amplitúda premenlivej časti reznej sily môžeme potom vyjadriť takto

$$F = K_s \cdot b \cdot (Y_0 - Y) \quad (6.3)$$

Odozva dynamického systému na budiacu silu je daná

$$Y = F \cdot G(\omega) \quad (6.4)$$

Po dosadení dostávame

$$Y = K_s \cdot b \cdot G(Y_0 - Y) \quad (6.5)$$

Pre pomer amplitúd po predchodcom prechode k aktuálnemu prechode nástroja

$$\frac{Y_0}{Y} = \frac{\left(\frac{1}{K_s \cdot b}\right) + G}{G} \quad (6.6)$$

Podmienka stability môže byť formulovaná tak aby amplitúda kmitov po sebe idúcich rezoch sa nemenila t.j. nezvyšovala a tak systém kmital na medzi stability.

$$\left| \frac{Y_0}{Y} \right| = 1 \quad (6.7)$$

Po dosadení dostávame

$$\left| \frac{1}{K_s \cdot b} + G \right| = |G| \quad (6.8)$$

Porovnaním reálnej a imaginárnej časti dostávame

$$\text{Im}(G) = \text{Im}(G) \quad (6.9)$$

$$\frac{1}{K_s \cdot b} + \text{Re}(G) = \pm \text{Re}(G) \quad (6.10)$$

Rovnosť imaginárnych je zrejماً. Rovnosť reálnych časti pre kladne znamienko vedie k $b = \infty$, pre záporné znamienko

$$\frac{1}{K_s \cdot b} = -2 \cdot \text{Re}(G) \quad (6.11)$$

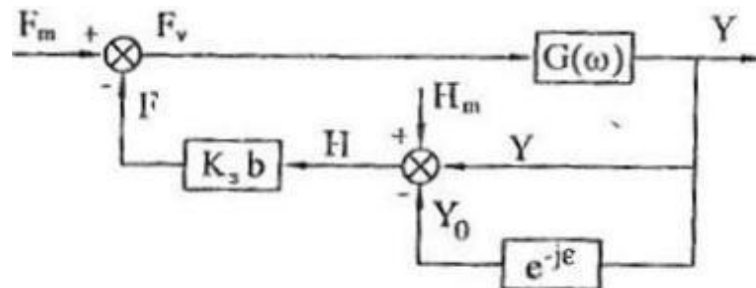
$$b_{\text{lim}} = \frac{1}{2 \cdot K_s \cdot \text{Re}(G)} \quad (6.12)$$

vyraz vyjadruje podmienku stability samobudeného kmitania. Dosadením za $\text{Re}(G)$ minimálnu hodnotu reálnej časti dostávame kritickú hodnotu pre šírku rezu

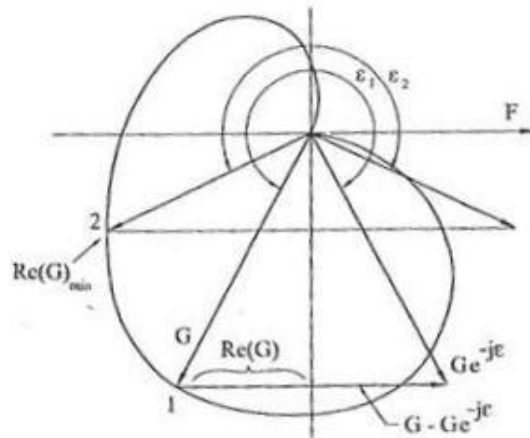
$$b_{\text{krit}} = \frac{-1}{2 \cdot K_s \cdot \text{Re}(G)_{\text{min}}} \quad (6.13)$$

6.3 Nyquistovo kritérium

Stabilný otvorený systém podľa [9] zobrazený na Obrázku 6-1 ostane stabilný aj po uzavretí spätnej väzby ak hodograf amplitúdovo fázovej charakteristiky (Nyquistov diagram) otvoreného systému na Obrázku 6-2 neobsahuje bod $(-1,0)$. Časové oneskorenie τ pre vektor rotujúci uhlovou frekvenciou ω dá fázový uhol $\varepsilon = \tau \cdot \omega$, ktorý je v blokovom diagrame reprezentovaný členom $e^{-j\varepsilon}$



Obrázok 6-1: Spätно väzobný systém [9]



Obrázok 6-2: Hodograf amplitúdovo fázovej charakteristiky (Nyquistov diagram) [9]

Podmienkou stability je aby prenosová funkcia otvoreného systému bola rovná -1.

$$K_s \cdot b \cdot G(\omega) \cdot (1 - e^{-j\omega}) = -1 \quad (6.14)$$

$$b_{lim} = \frac{-1}{K_s \cdot G(1 - e^{-j\epsilon})} \quad (6.15)$$

Pretože b a K sú reálne čísla musí byť splnená podmienka

$$G(1 - e^{j\epsilon}) = G - G \cdot e^{-j\epsilon} \quad (6.16)$$

$$b_{lim} = \frac{-1}{2 \cdot K_s \cdot \text{Re}(G)} \quad (6.17)$$

6.4 Hodnotenie stability v časovej oblasti

Pohyb sústavy je riešený po malých časových krokoch Δt pomocou sústavy diferenciálnych rovníc vyjadrujúcej dynamickú rovnováhu síl v smeroch X_1 a X_2 . Umožňuje zahrnúť nelinearity ako výbeh zo záberu behom vibrácií a pod. [9]. Celková hĺbka triesky n-tého kroku môžeme vyjadriť

$$h = h_{av} + y_{n-1} - y_n \quad (6.18)$$

h_{av} je stredná hĺbka triesky

y_{n-1} je amplitúda kmitania v predchádzajúcom kroku

y_n je amplitúda kmitania v aktuálnom kroku

V aktuálnom čase t_n zistíme ktorý z predchádzajúcich prechodoch nástroja zanechal najhlbšiu stopu a spočítame premenlivú hĺbku triesky

$$h = y_{min} - y_n \quad (6.19)$$

Z nej spočítame premenlivú zložku reznej sily

$$F_n = K_s \cdot b \cdot h \quad (6.20)$$

musíme kontrolovať podmienku pretože rezná sila nemôže nadobúdať záporné hodnoty. Ak $F_n < 0$ potom $F_n = 0$

Reznú silu rozložíme do smerov X_1 a X_2

$$F_1 = F_n \cdot \cos(\beta - \alpha_1) \quad (6.21)$$

$$F_2 = F_n \cdot \cos(\beta - \alpha_2) \quad (6.22)$$

zostavíme pohybové rovnice v týchto smeroch

$$m_j \ddot{x}_j + c_j \cdot \dot{x}_j + k_j \cdot x_j = F_j \quad j = 1, 2 \quad (6.23)$$

Z nich môžeme vyjadriť zrýchlenie v smere X_1 v aktuálnom časovom kroku a dvojitou integráciou získame rýchlosť a polohu v nasledujúcom časovom kroku

$$\ddot{x}_{1,n} = \frac{F_{1,n} - c_1 \cdot \dot{x}_{1,n} - k_1 \cdot x_{1,n}}{m_1} \quad (6.24)$$

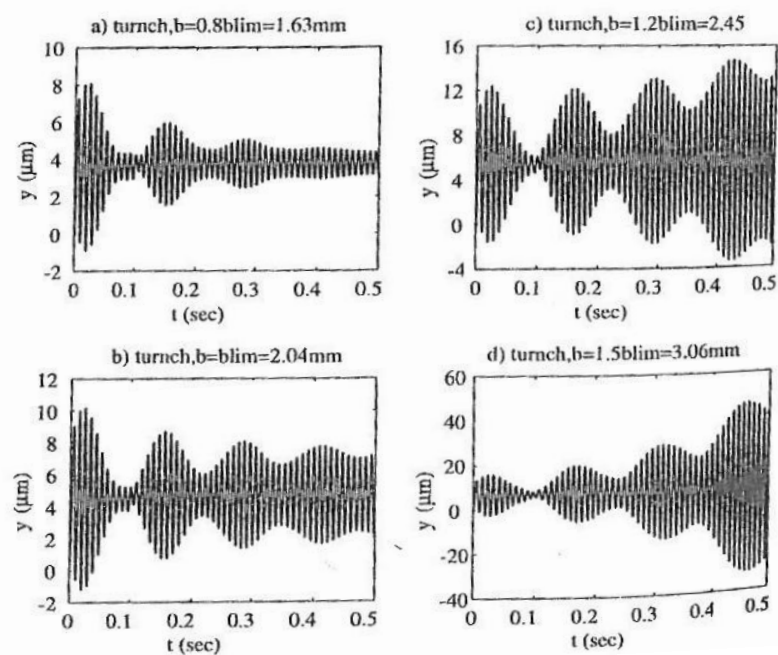
$$\dot{x}_{1,n+1} = \dot{x}_{1,n} + \ddot{x}_{1,n} \cdot dt \quad (6.25)$$

$$x_{1,n+1} = x_{1,n} + \dot{x}_{1,n+1} \cdot dt \quad (6.26)$$

Rovnako postupujeme pre smer X_2 a následne vyjadříme výchylku v smere Y

$$y_n = x_{1,n} \cdot \cos \alpha_1 + x_{2,n} \cdot \cos \alpha_2 \quad (6.27)$$

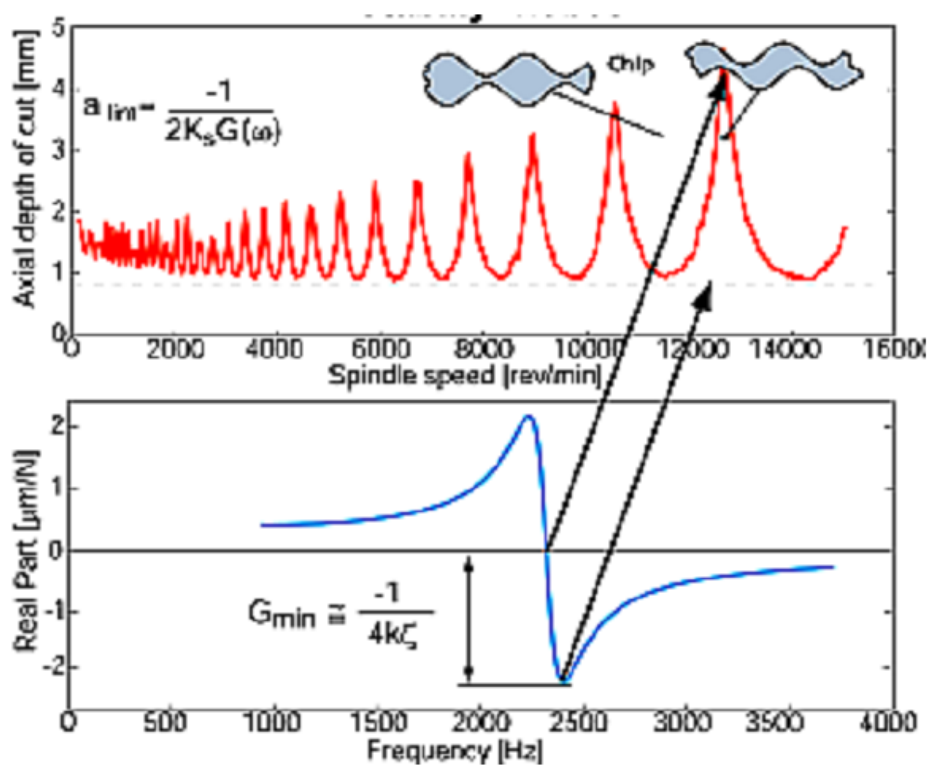
Grafickým vynesení, Obrázok 6-3 môžeme sledovať priebeh výchylky pre rôzne parametre rezného procesu



Obrázok 6-3: Priebehy amplitúdy kmitov a), b) stabilné, c), d) nestabilné [9]

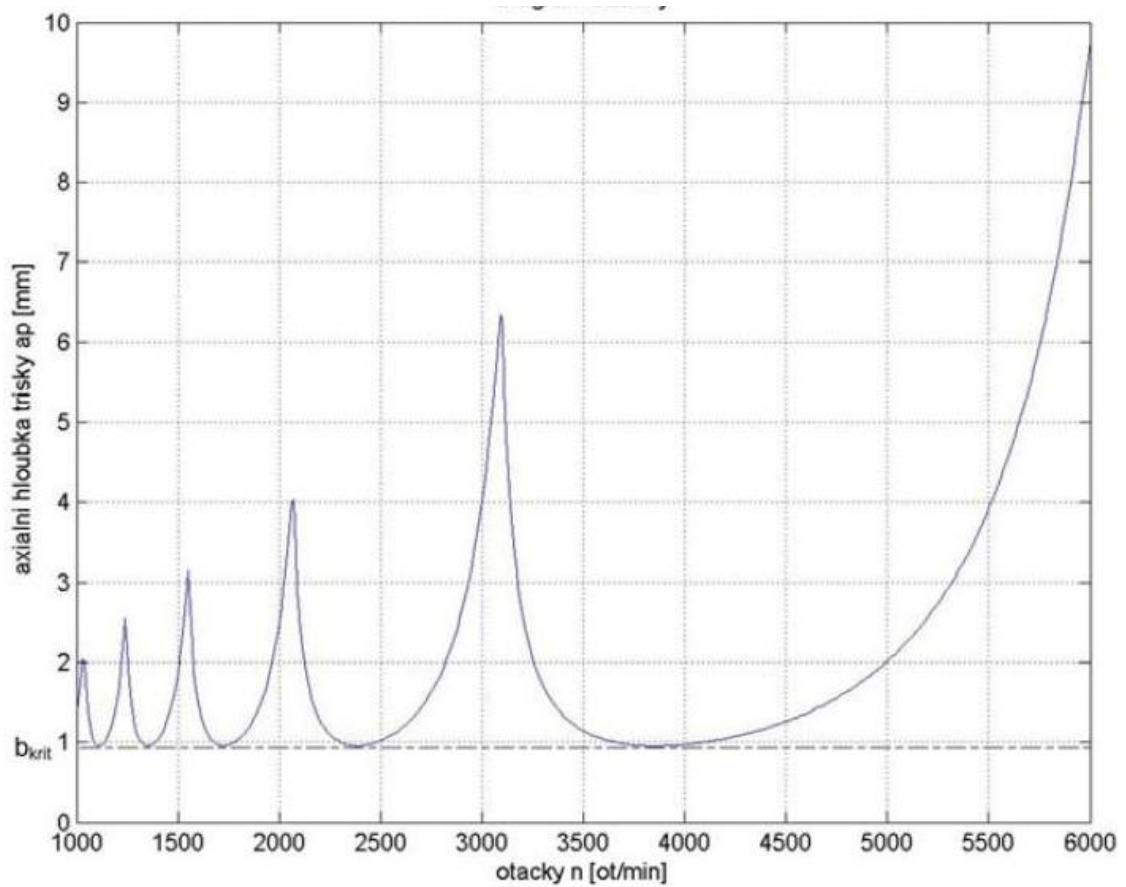
6.5 Medzné krivky stability Loby diagramy

Medzné krivky vyjadrujú závislosť medzi medznou šírkou triesky a otáčkach vretena. Vynesením jednotlivých kriviek dostaneme ucelený diagram stability zahrňujúci celý pracovný rozsah otáčok stroja ako na Obrázku 6.5, resp. 6-4. Vďaka nemu môžeme optimalizovať voľbu rezných podmienok. Krivky delia graf na oblasť pod krivkou kde je oblasť stabilného obrábania a nad krivkou kde je oblasť nestabilného obrábania.



Obrázok 6-4: Odvodenie Loby diagramu [8]

V oblasti pod krivkou je hodnota šírky triesky pre konkrétne otáčky menšia ako je medzná šírka triesky a preto je rezný proces stabilný.



Obrázok 6-5: Diagram stability (Loby diagram) s kritickou šírkou triesky [6]

Naopak pri hodnote šírky triesky, ktorá je väčšia ako je medzná šírka triesky t.j. nachádza sa v oblasti nad krivkou, nastáva samobudené kmitanie a rezný proces sa stáva nestabilný. Zvolením maximálnej šírky triesky na hodnotu b_{crit} vylúčime vznik samobudeného kmitania v celom rozsahu otáčok vretena. Taktiež môžeme maximalizovať výkon stroja tým, že pre konkrétne otáčky zvolíme väčšiu šírku triesky ako je kritická hodnota šírky triesky

7 Tvorba modelu obrábacieho stroja

7.1 Multi body systém obrábacieho stroja

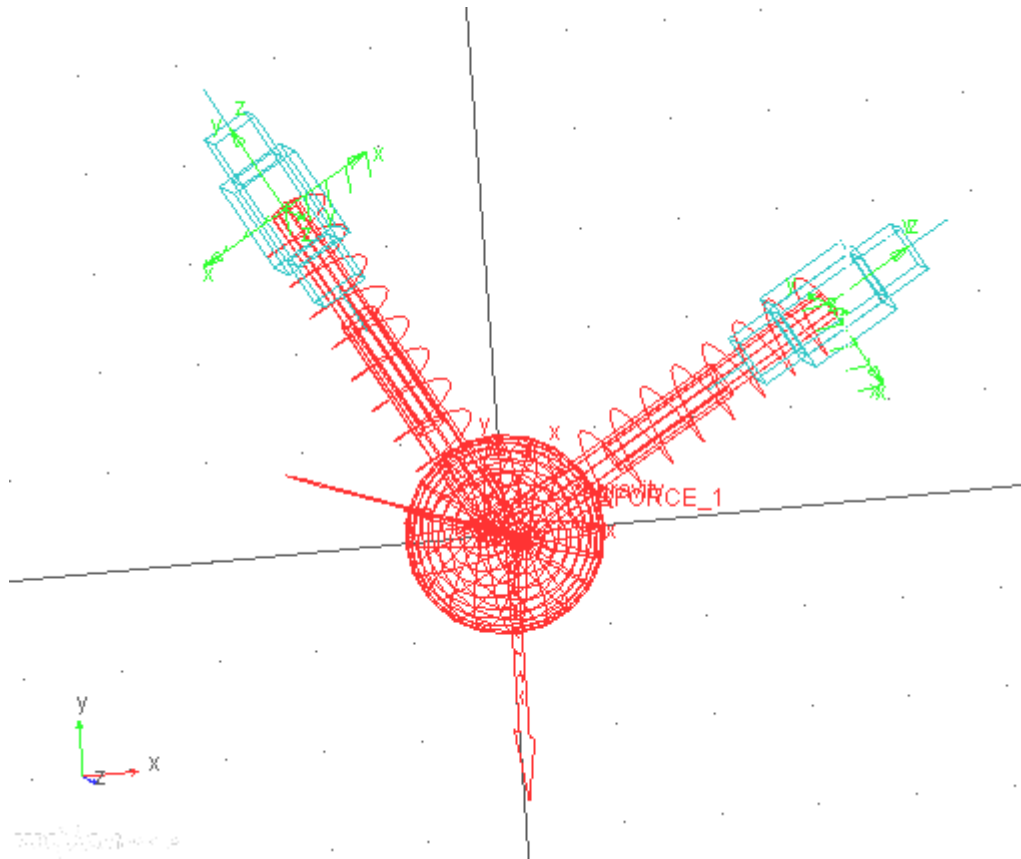
Modelovanie pomocou sústavy tuhých telies umožňuje spoznať chovanie obrábacieho stroja ako jeden celok. Umožňuje analyzovať kinematické a dynamické vlastnosti obrábacieho stroja. MBS je tvorený systémom tuhých telies navzájom pospájaných kinematickými väzbami, pružnými a tlmiacimi členmi. Geometria telies a ich zotrvačné vlastnosti sú zredukované a definované v jednotlivých prvkoch MBS systému. Najčastejšie používaný software pre tvorbu MBS patrí program Adams, SimMechanics. V mojej práci som používal program MSC Adams.

MBS je charakterizovaný podľa Obrázku 7.1 dvoma navzájom kolmými tvarmi kmitov. Pri tvorbe MBS systému som použil parametre z Tabuľky 1 uvedené v [9] popisujúce obrábanie sústružením.

k_1	$4 \times 10^7 \text{ N/m}$
k_2	$5.6 \times 10^7 \text{ N/m}$
c_1	5320 N s/m
c_2	7480 N s/m
m	100
α_1	30°
α_2	120°
β	70°
K_s	2000 N/mm^2

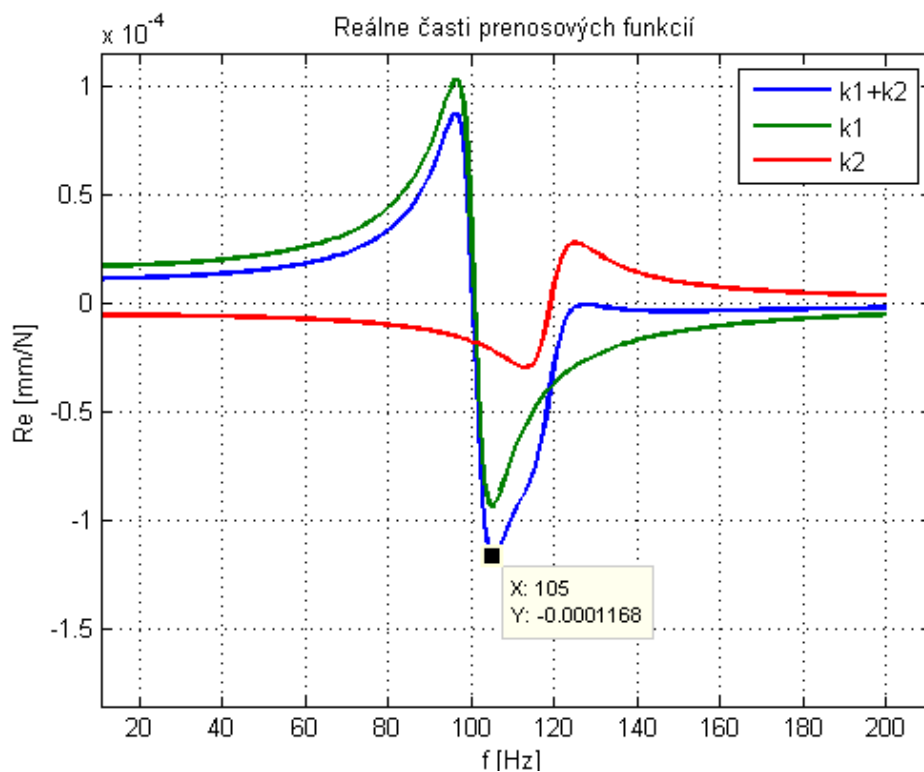
Tabuľka 1: Parametre MBS systému

V prostredí Adams je tento systém Obrázok 7.1 vytvorený pomocou geometrického prvku sphere, v ktorom je definovaná hmotnosť m . Vlastné tvary kmitov sú reprezentované pružným spojením medzi hmotou m a zemou prvkom pružina-tlmič. Takto ortogonálny systém je pootočený voči smeru výsledného kmitania uhly α_1 α_2 . Celý systém je budený silou ktorá je pootočená voči normále výsledného kmitavého pohybu o uhol β .

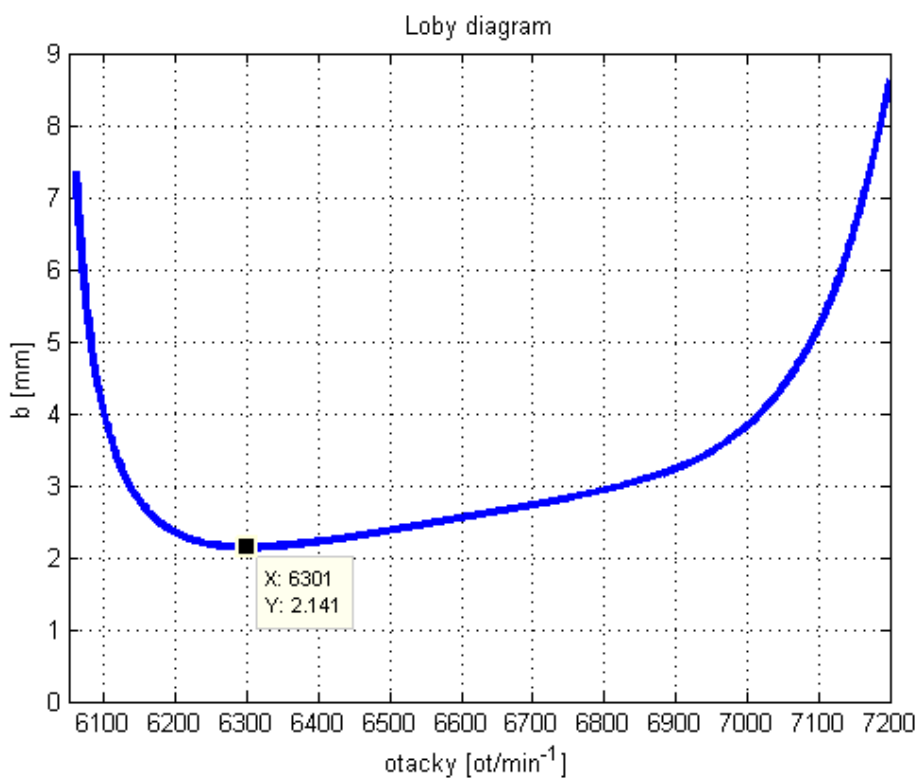


Obrázok 7-1: Model MBS v prostredí MSC.Adams

Z takto definovaného systému môžeme pomocou modulu Controls získať stavový popis systému medzi vstupom (budiacou silou) a výstupom (výsledná výchylka zložená z dvoch hlavných tvarov kmitov). Vstup aj výstup je defiovaný v ťažisku prvku sphere. Ďalším spracovaním výsledkov pomocou Matlabu dostaneme prenosovú funkciu z ktorej získame reálnu časť prenosu na Obrázku 7-2, ktorej záporná časť určuje stabilitu rezného procesu na základe vstupných parametrov obrábania (otáčky vretena n , šírka rezu a_p). Z nej je potom možné vytvoriť Loby diagram na Obrázku 7-3, ktorého krivka tvorí hranicu, kedy vznikne samobudené kmitanie (oblasť nad krivkou) resp. nevznikne samobudené kmitanie (oblasť pod krivkou). Z obrázkov je vidieť, že minimálnu hodnotu dosahuje reálna časť pri frekvencii 105 Hz, čo zodpovedá 6300 otáčkam za minútu. Pri týchto otáčkach je šírka limitnej triesky najmenšia a má hodnotu 2,14 mm.



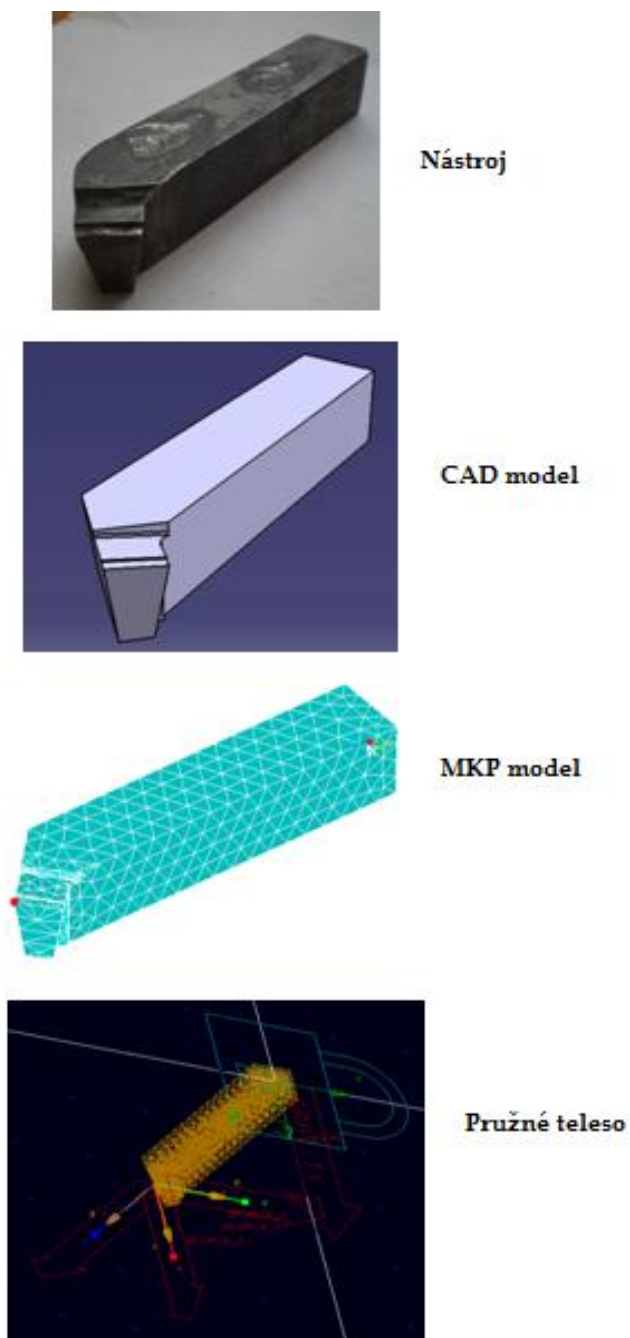
Obrázok 7-2: Reálne časti prenosových funkcií MBS systému



Obrázok 7-3: Loby diagram MBS systému

7.2 Tvorba modelu rezného nástroja s vlastnosťami poddajného telesa

Pre potrebu simulácie bolo potrebné vytvorenie rezného nástroja ako pružné teleso. Postup tvorby rezného nástroja ako poddajné teleso je zobrazený na Obrázku 7-4. Experiment bol vykonaný na ľavom ohnutom uberacom sústružníckom noži, ktorý je zobrazený na Obrázku 7-5.

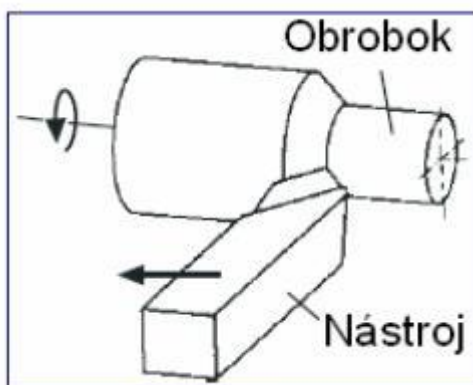


Obrázok 7-4: Postup tvorby rezného nástroja s poddajnými vlastnosťami



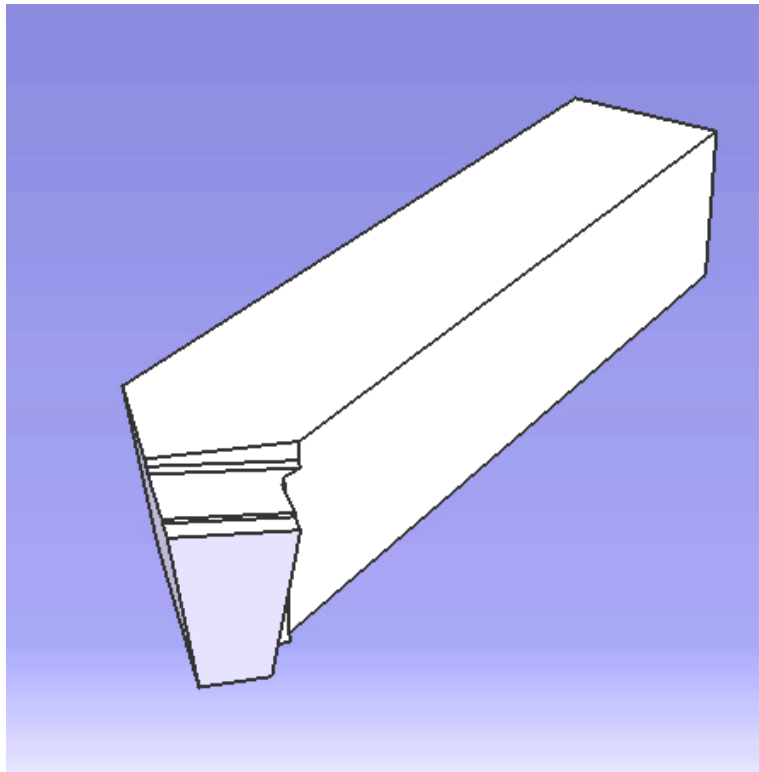
Obrázok 7-5: Sústružnícky nôž

Nôž slúži na pozdĺžne sústruženie obrobkov ako je vidieť na Obrázku 7-6. Rozmery noža boli dôkladne zmerané.



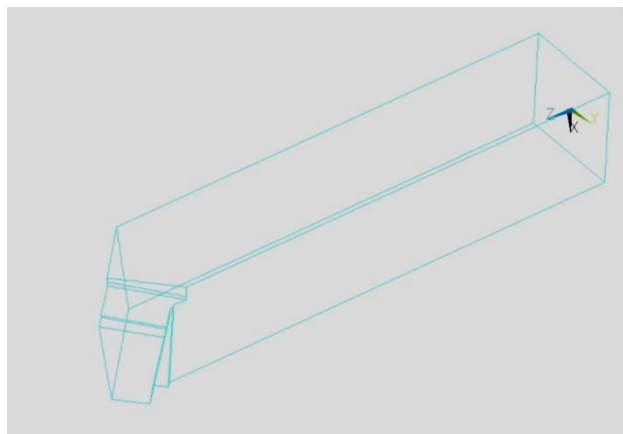
Obrázok 7-6: Pozdĺžne sústruženie [1]

Z geometrických rozmerov sa ďalej vytvoril model noža na Obrázku 7-7 v grafickom 3D modelovačom softvéri CATIA. Model noža bol následne uložený do podoby aby sa s ním dalo pracovať v simulačnom programe ANSYS vo formáte Parasolid. Formát parasolid podporuje mnoho CAD programov a taktiž simulačné programy ANSYS a MSC.Adams.



Obrázok 7-7: 3D model noža v CATIA

V ďalšom kroku bolo potrebné vytvoriť súbor .mnf (modal neutral file), ktorý obsahuje v sebe informácie o pružnom telese s ktorým sa pracuje v prostredí MSC.Adams. Ide o súbor vlastných tvarov, ktorý obsahuje minimálne 6 statických tvarov. Pri tvorbe mnf súboru postupujeme nasledovne. Do prostredia ANSYS importujeme geometriu nástroja vytvorenú v prostredí CATIA reprezentujúcu súborom parasolid na Obrázku 7-8.

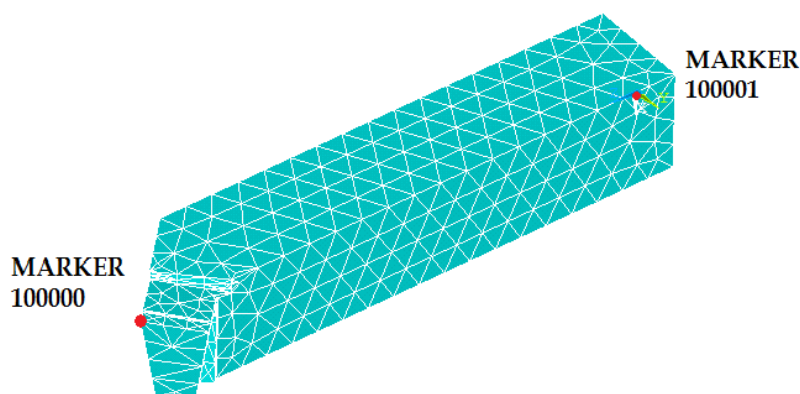


Obrázok 7-8: Importovaný nôž v prostredí ANSYS

Pri vytvorení mnf súboru je nutné dodržať tieto zásady [14]:

1. Pre tvorbu mnf súboru je podporované väčšina prvkov, ktoré umožňujú posunutia. Výnimku tvoria axisymetricke prvky a explicitne dynamické prvky
2. V modeli je prípustné len lineárne správanie. Takže ak sú v modeli nelineárne prvky, vlastnosti prvkov sa linearizujú v počiatočných hodnotách.
3. Je potrebné definovať Youngov modul pružnosti a hustotu materiálu
4. S tlmením sa nepočíta. Tlmenie možno pridať neskôr v prostredí MSC.Adams
5. ADAMS požaduje mať aktívnu funkciu LUMPM. Hlavne pri hrubej sieti možno dôjsť ku chybám výpočtu.
6. Na modeli nemôže byť aplikovaná žiadna väzba

Následne bol vytvorený MKP model použitím konečného prvku SOLID 186. S hodnotou modulu pružnosti $2.1 \cdot 10^{11}$ Pa a hustotou 7850 kg/m^3 zobrazený na Obrázku 7-9.



Obrázok 7-9: MKP model noža s naznačenými miestami budúcich markrov (červené bodky)

V prostredí MSC.ADAMS sa všetky sily a väzby aplikujú na tzv. markre. Každý takýto MARKER musí mať 6 stupňov voľnosti. Pri vytvorení takéhoto bodu je treba mať na vedomý, že sila alebo väzba pôsobí na celú plochu preto je treba tento bod nejakým spôsobom zviazať s touto plochou aby nedošlo k nerealistickému spôsobu správaniu sa modelu. Podľa literatúry [14] sa odporúčajú 2 metódy pomocou ktorých je možné zviazať určitú plochu s bodom, ktorý bude slúžiť ako budúci marker v prostredí ADAMS.

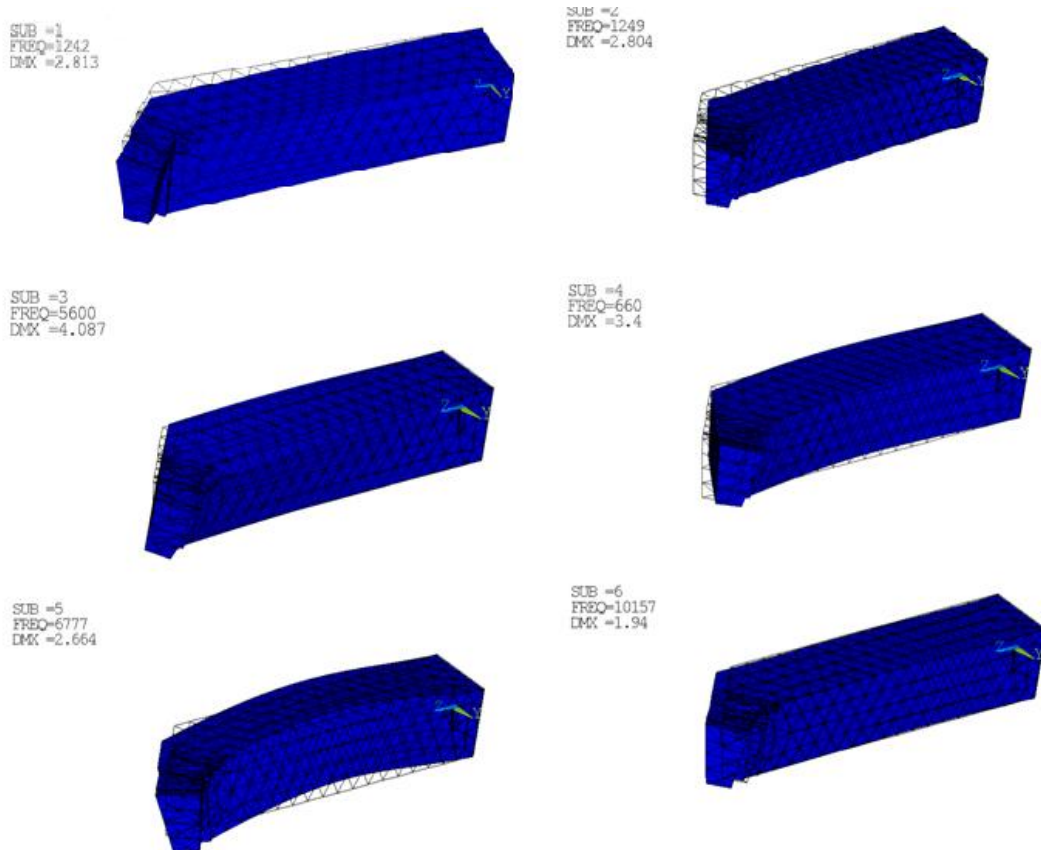
1. metóda - Spočíva v definovaní master - slave uzlov. Pomocou prvku MASS21 sa definuje uzol master, ktorý bude budúci marker. Slave uzly nachádzajúce sa na pripájajúcej ploche sa pomocou funkcie CERIG spoja s uzlom master. Pri takomto spojení bude sila rozložená na celú plochu.

2. metóda - V tomto prípade sa uzol budúceho markra spojí pomocou nosníkového prvku MPC184 s uzlami ležiacimi na ploche. Tým sa vytvorí sieť . Sila je taktiež rozložená na celú plochu. Tento postup tvorby markra je najviac odporúčaný.

Po vytvorení mnf súborov sa porovnávali modálne vlastnosti modelu v prostredí ANSYS a Adams. Hodnoty vlastných frekvencií sú v Tabuľke 2. Vo všetkých prípadoch sú modálne vlastnosti skoro rovnaké, rozdiely sú spôsobené použitím numerickej metódou výpočtu.

vlastny tvar	klasicka modalna analiza ANSYS [Hz]	modalna analiza ANSYS s mcp prvkom [Hz]	modalna analiza ANSYS s cerig prvkom [Hz]	modalna analiza Adams s mcp prvkom [Hz]	modalna analiza Adams s cerig prvkom [Hz]
1	1242.0	1240.7	1240.7	1242.2	1242.2
2	1248.5	1247.4	1247.4	1248.8	1248.8
3	5600.2	5574.8	5574.7	5615.3	5615.3
4	6609.4	6585.5	6585.5	6641.8	6641.8
5	6776.7	6746.1	6746.1	6799.4	6799.4
6	10157.	10156.	10156.	10208.6	10208.6

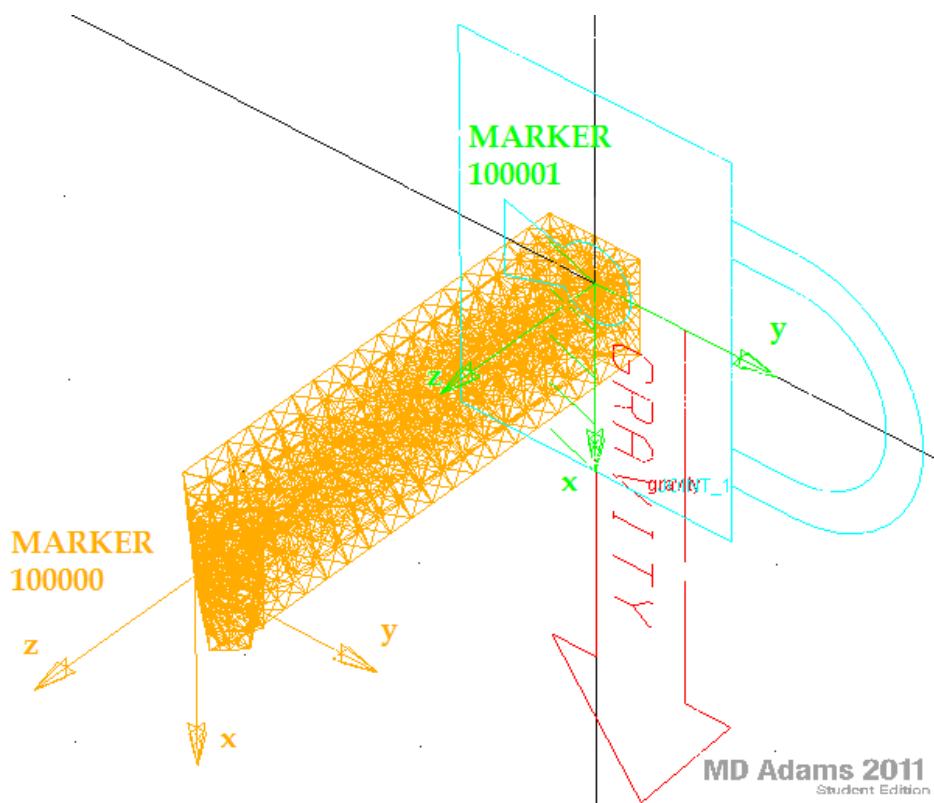
Tabuľka 2: Modálna analýza noža, vlastné tvary a frekvencie kmitov



Obrázok 7-10: Vlastné tvary kmitov noža

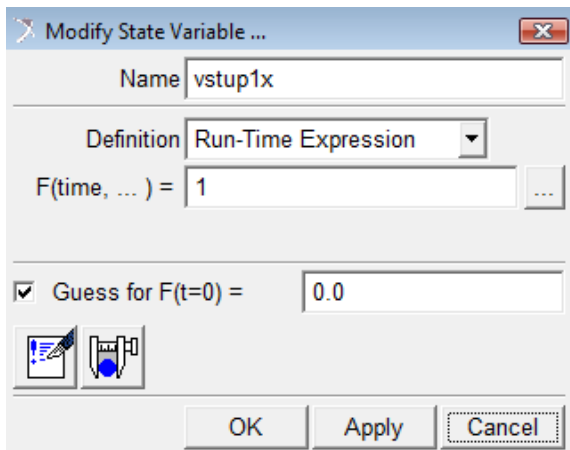
Po nainportovaní mnf filu noža na Obrázku 7-11 reprezentujúceho poddajné teleso sa previedla modálna analýza v prostredí Adams a porovnali sa modálne vlastnosti oboch poddajných telies uvedených v Tabuľke 2. Hodnoty vlastných frekvencií sú zhodné a preto je v tomto prípade jedno, ktorý z poddajných telies si vyberieme.

V pružnom telese sú zadané 2 body slúžiace ako markre. Jeden z markerov na Obrázku 7-11 označený číslom 10000 je definovaný na konci noža a slúži ako bod v ktorom bude pôsobiť síla, ktoré pôsobia na nôž. Taktiež z tohto markra bude meraná výchylka noža v dôsledku pôsobenia síl. Druhý marker označený 100001 bude slúžiť na vytvorenie pevnej väzby, čo zodpovedá v skutočnosti uchyteniu noža v držiaku nástroja.

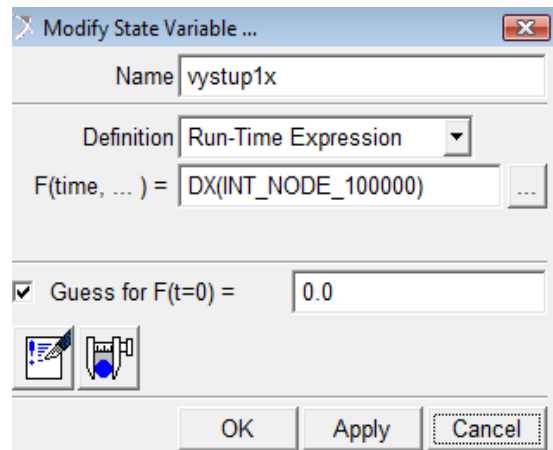


Obrázok 7-11: Nôž v prostredí Adams

MSC Adams obsahuje modul control pomocou ktorého je možné z namodelovaného systému vytvoriť stavové matice A, B, C, D lineárneho systému, s ktorými potom možno ďalej pracovať. Na začiatku sa aktivoval modul control prostredí Adams. Vytvorili sa stavové premenné, v tomto prípade jedna stavová premenná bola vstupná síla a druhá stavová premenná predstavovala výstupnú výchylku, Obrázok 7-13, 7-12.

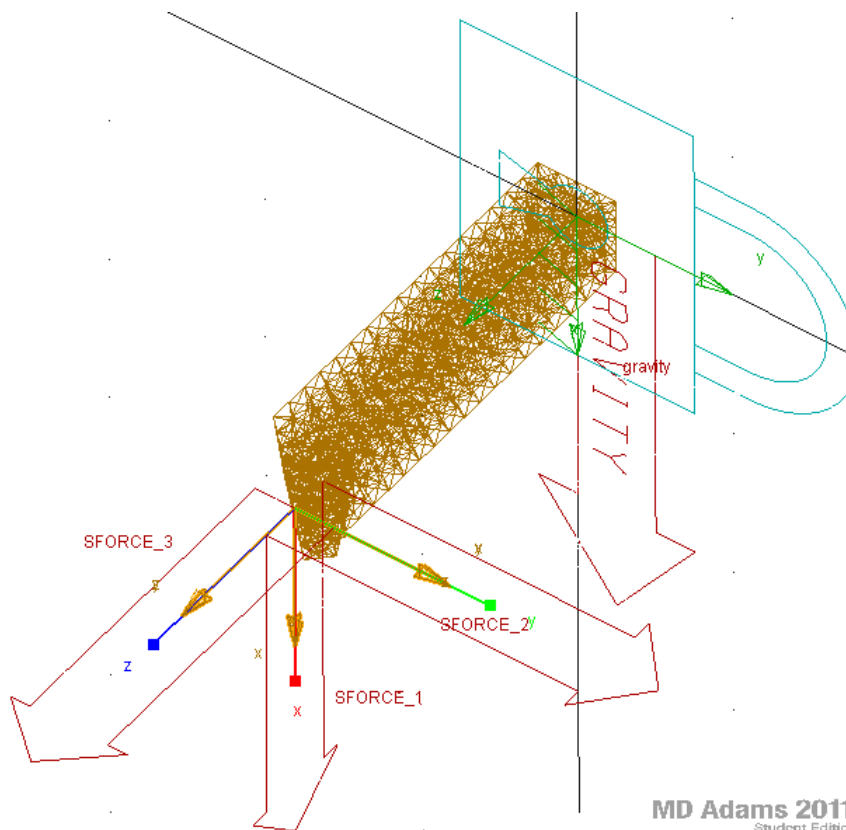


Obrázok 7-13: Definovanie vstupu (sila)



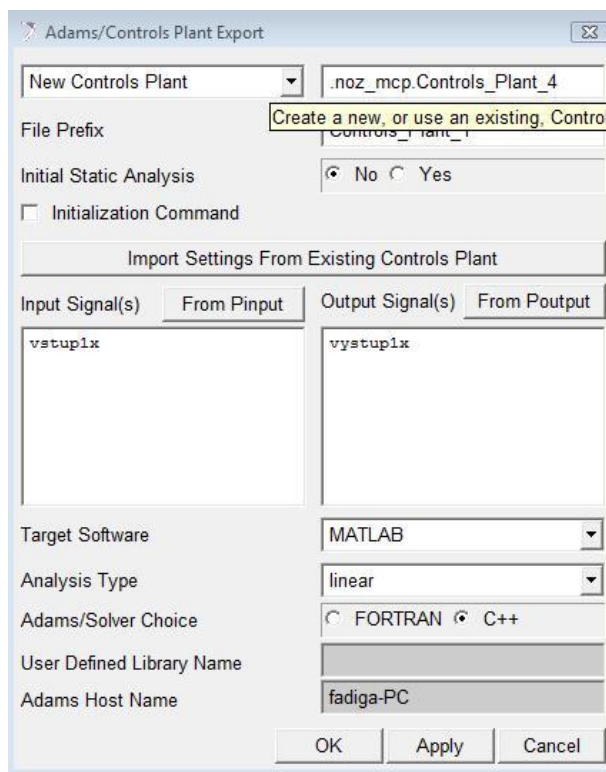
Obrázok 7-12: Definovanie výstupu (výchylka)

Sila ma pôsobisko v markri 100000 a smer sily je orientovaný v smeroch kmitania vlastných tvarov kmitov. Tieto smery reprezentujú osi súradnicového systému markra 100000 ako je vidieť na Obrázku 7-14. Výchylka je meraná v jednotlivých osiach súradnicového systému markra 10000, ktoré ako je už spomínané sú smery vlastných tvarov kmitov.



Obrázok 7-14: Sily definované v Markri 100000

S takto vytvoreným modelom je možné pomocou funkcie Plant Export získať stavové matice systému. Treba zdefinovať vstup a výstup systému a niektoré nastavenia, ktoré sú potrebné zadať podľa Obrázok 7-15. Po spustení sa v zložke vytvoria 4 súbory, ktoré obsahujú číselné hodnoty stavových matic A,B,C,D. S týmito súborami možno ďalej pracovať. V našom prípade, použijeme software MATLAB.



Obrázok 7-15: Okno funkcie Plant Export

V prostredí MATLAB môžeme jednoducho spracovať stavové matice A B C D. Príkazom *importdata* vložíme jednotlivé matice A B C D do workspac-u. Matica A má rozmer 24x24, matica B má rozmer 24x1 matica C 1x24 čo predstavuje obrovské množstvo dát. Matica D je nulová. Ďalej príkazom *ss* vytvoríme z matic stavový model, z ktorého možno vytvoriť prenosovú funkciu, ktorá predstavuje komplexnú receptanciu, potrebnú na zistenie vzniku samobudeného kmitania. Výpočet prenosovej funkcie v matlabe sa dá urobiť príkazom *tf* alebo príkazom *ss2tf*. Výsledné prenosové funkcie sú zobrazené na Obrázkoch 7-16, 7-17, 7-18. Porovnaním koeficientov čitateľa a menovateľa prenosovej funkcie je vidieť, že oba spôsoby výpočtu prenosovej funkcie (príkazy *tf*, *ss2tf*) sú až na malé výchylky spôsobené numerickou chybou zhodné.

Transfer function:

$$\begin{aligned} & 1.518e005 s^{22} + 3.744e011 s^{21} + 4.202e017 s^{20} + 2.853e023 s^{19} + 1.315e029 s^{18} \\ & + 4.374e034 s^{17} + 1.091e040 s^{16} + 2.094e045 s^{15} + 3.156e050 s^{14} \\ & + 3.791e055 s^{13} + 3.676e060 s^{12} + 2.901e065 s^{11} + 1.872e070 s^{10} \\ & + 9.893e074 s^9 + 4.27e079 s^8 + 1.496e084 s^7 + 4.21e088 s^6 \\ & + 9.366e092 s^5 + 1.611e097 s^4 + 2.056e101 s^3 + 1.863e105 s^2 \\ & + 9.85e108 s + 5.584e112 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & s^{24} + 3.039e006 s^{23} + 4.195e012 s^{22} + 3.487e018 s^{21} + 1.954e024 s^{20} \\ & + 7.844e029 s^{19} + 2.344e035 s^{18} + 5.355e040 s^{17} + 9.535e045 s^{16} \\ & + 1.344e051 s^{15} + 1.519e056 s^{14} + 1.388e061 s^{13} + 1.033e066 s^{12} \\ & + 6.284e070 s^{11} + 3.119e075 s^{10} + 1.258e080 s^9 + 4.088e084 s^8 \\ & + 1.054e089 s^7 + 2.108e093 s^6 + 3.179e097 s^5 + 3.527e101 s^4 \\ & + 2.929e105 s^3 + 2.118e109 s^2 + 8.154e112 s + 3.99e116 \end{aligned}$$

Obrázok 7-16: Prenosová funkcia v sme osi x

Transfer function:

$$\begin{aligned} & 4.105e005 s^{22} + 9.546e011 s^{21} + 1.016e018 s^{20} + 6.557e023 s^{19} + 2.872e029 s^{18} \\ & + 9.066e034 s^{17} + 2.141e040 s^{16} + 3.888e045 s^{15} + 5.539e050 s^{14} \\ & + 6.298e055 s^{13} + 5.786e060 s^{12} + 4.333e065 s^{11} + 2.657e070 s^{10} \\ & + 1.336e075 s^9 + 5.495e079 s^8 + 1.836e084 s^7 + 4.936e088 s^6 \\ & + 1.051e093 s^5 + 1.74e097 s^4 + 2.157e101 s^3 + 1.935e105 s^2 \\ & + 1.005e109 s + 5.677e112 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & s^{24} + 3.039e006 s^{23} + 4.195e012 s^{22} + 3.487e018 s^{21} + 1.954e024 s^{20} \\ & + 7.844e029 s^{19} + 2.344e035 s^{18} + 5.355e040 s^{17} + 9.535e045 s^{16} \\ & + 1.344e051 s^{15} + 1.519e056 s^{14} + 1.388e061 s^{13} + 1.033e066 s^{12} \\ & + 6.284e070 s^{11} + 3.119e075 s^{10} + 1.258e080 s^9 + 4.088e084 s^8 \\ & + 1.054e089 s^7 + 2.108e093 s^6 + 3.179e097 s^5 + 3.527e101 s^4 \\ & + 2.929e105 s^3 + 2.118e109 s^2 + 8.154e112 s + 3.99e116 \end{aligned}$$

Obrázok 7-17: Prenosová funkcia v sme osi y

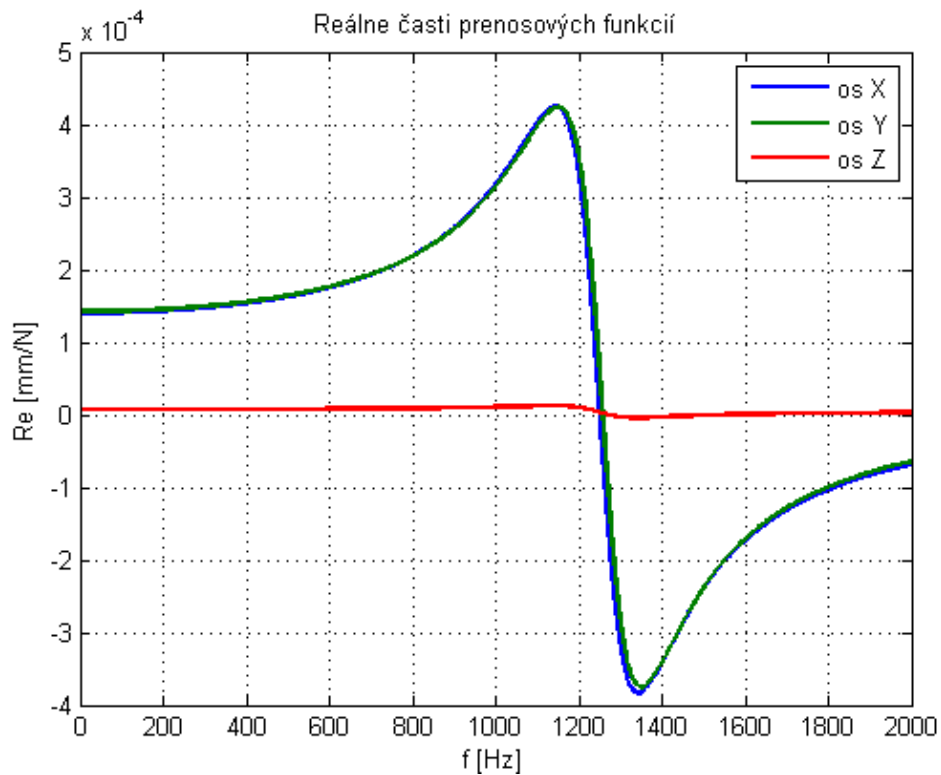
Transfer function:

$$\begin{aligned}
 &2.38e005 s^{22} + 5.49e011 s^{21} + 5.712e017 s^{20} + 3.557e023 s^{19} + 1.488e029 s^{18} \\
 &+ 4.453e034 s^{17} + 9.924e039 s^{16} + 1.694e045 s^{15} + 2.262e050 s^{14} \\
 &+ 2.399e055 s^{13} + 2.042e060 s^{12} + 1.405e065 s^{11} + 7.815e069 s^{10} \\
 &+ 3.508e074 s^9 + 1.261e079 s^8 + 3.587e083 s^7 + 7.919e087 s^6 \\
 &+ 1.322e092 s^5 + 1.639e096 s^4 + 1.516e100 s^3 + 1.232e104 s^2 \\
 &+ 5.16e107 s + 2.889e111 \\
 &----- \\
 &s^{24} + 3.039e006 s^{23} + 4.195e012 s^{22} + 3.487e018 s^{21} + 1.954e024 s^{20} \\
 &+ 7.844e029 s^{19} + 2.344e035 s^{18} + 5.355e040 s^{17} + 9.535e045 s^{16} \\
 &+ 1.344e051 s^{15} + 1.519e056 s^{14} + 1.388e061 s^{13} + 1.033e066 s^{12} \\
 &+ 6.284e070 s^{11} + 3.119e075 s^{10} + 1.258e080 s^9 + 4.088e084 s^8 \\
 &+ 1.054e089 s^7 + 2.108e093 s^6 + 3.179e097 s^5 + 3.527e101 s^4 \\
 &+ 2.929e105 s^3 + 2.118e109 s^2 + 8.154e112 s + 3.99e116
 \end{aligned}$$

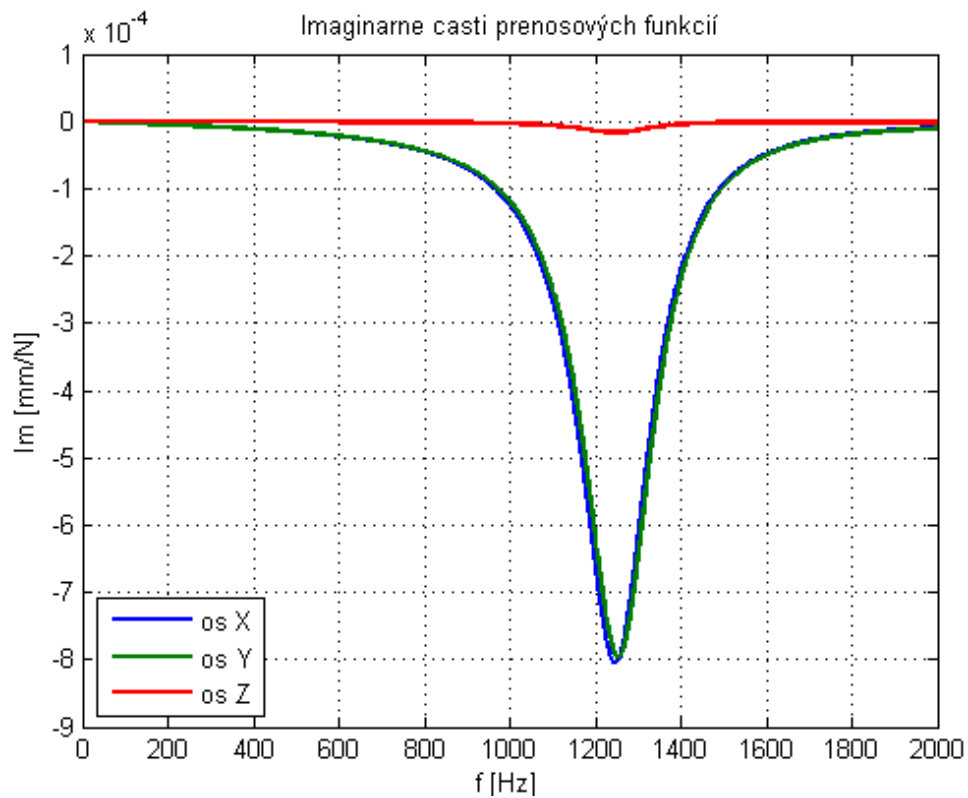
Obrázok 7-18: Prenosová funkcia v sme osi z

Z Obrázkov 7-16, 7-17, 7-18 vidieť, že menovateľ prenosových funkcií je rovnaký pre všetky tri prenosové funkcie, z toho možno usúdiť, že prenosové funkcie sú správne. Výpočtom koreňov menovateľa môžeme taktiež získať póly prenosových funkcií, ktoré sú približne rovné vlastnej kruhovej frekvencií vypočítanými v modálnej analýze v programe ANSYS, Adams. Keďže stabilita rezného procesu závisí od odozvy reálnej časti prenosovej funkcie, treba tieto odozvy prenosových funkcií rozdeliť na reálne a imaginárne časti. V programe Matlab sa na to použije príkaz *real(frd(system))*, respektíve *imag(frd(system))* pre imaginárnu časť a *abs(frd(system))* pre získanie absolútnej hodnoty prenosovej funkcie. Takto získane hodnoty môžeme vykresliť do grafov uvedených na Obrázkoch 7-19, 7-20, 7-21. Nás zaujíma hlavne priebeh reálnej časti prenosovej funkcie, ktorá je zodpovedná za stabilitu systému. z grafu reálnej časti je vidieť, že reálna časť prenosovej funkcie v smere osi x a y má takmer rovnaký priebeh. Je to spôsobené geometriou rezného nástroja, ktorého priečny profil má štvorcový tvar. Taktiež je vidieť, že hodnoty reálnej časti v smere osi z sú veľmi malé, čo je

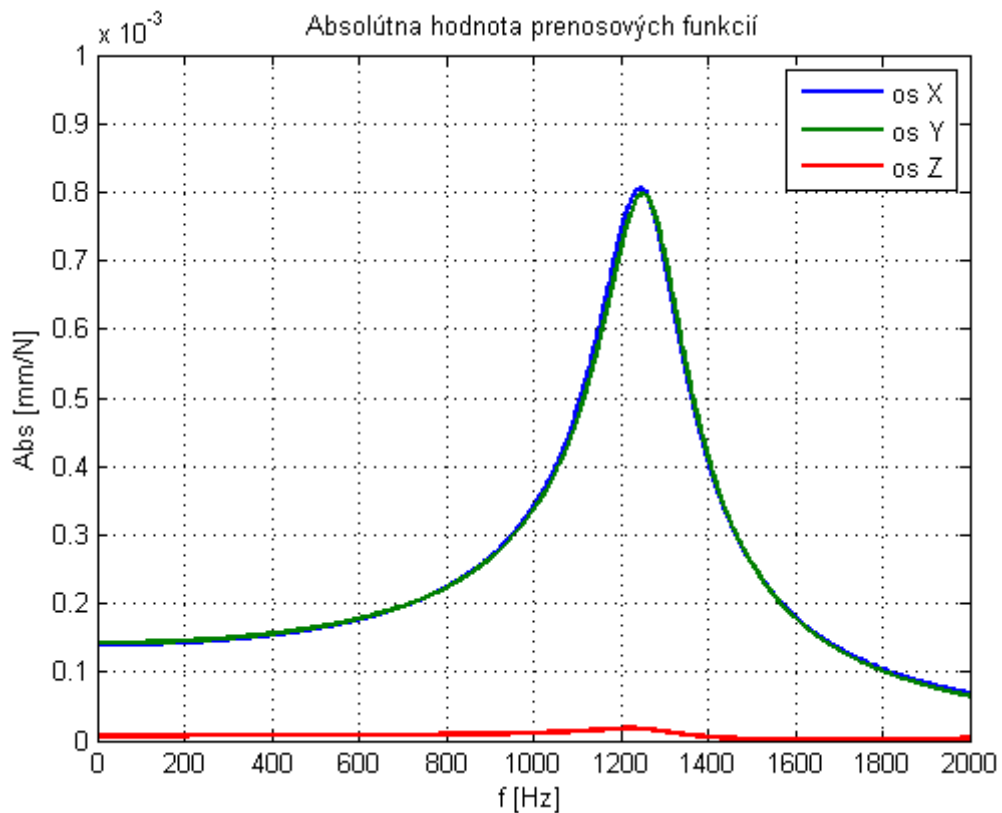
spôsobené veľkou tuhosťou sústružníckeho noža v tomto smere, čo sa prejavilo aj pri modálnej analýze, keď hodnota vlastnej frekvencie kmitania v smere osi z bola veľmi vysoká.



Obrázok 7-19: Reálne časti prenosových funkcií vo všetkých troch smeroch

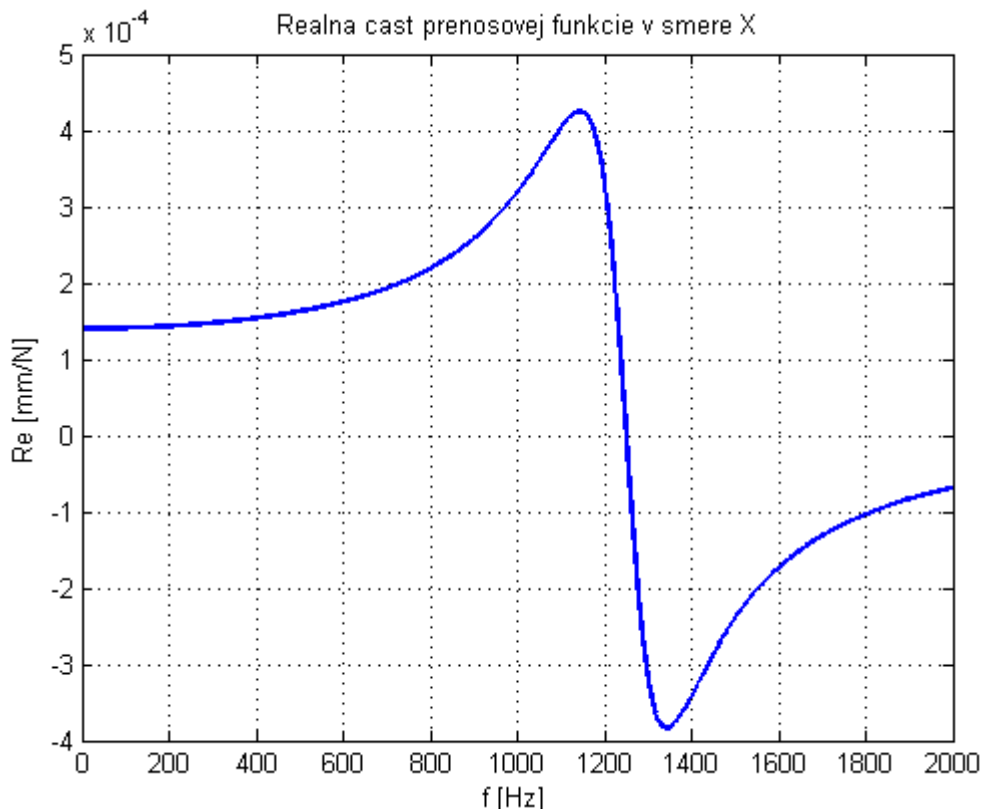


Obrázok 7-20: Imaginárne časti prenosových funkcií vo všetkých troch smeroch



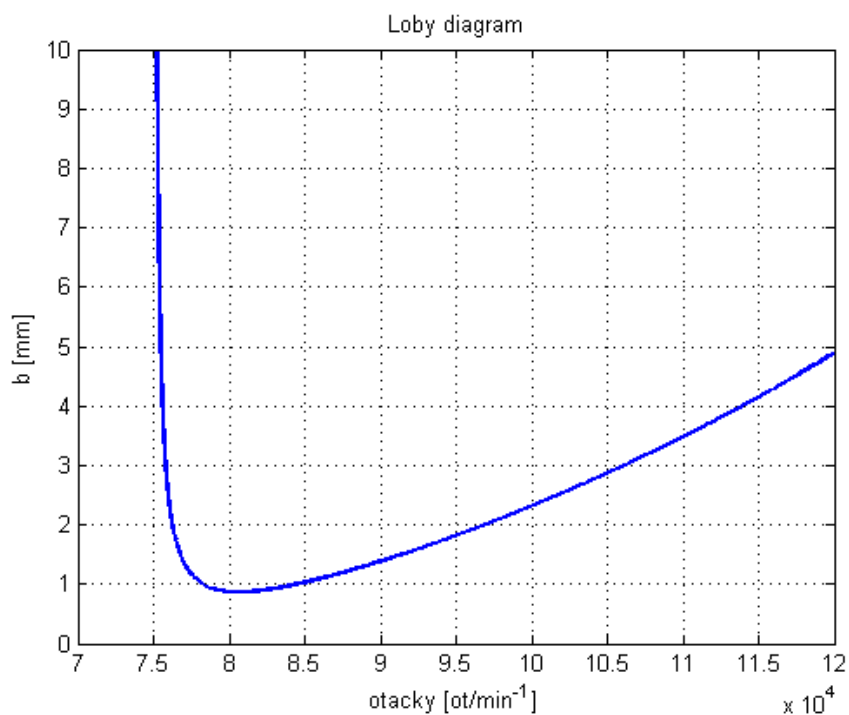
Obrázok 7-21: Absolútne hodnoty prenosových funkcií vo všetkých troch smeroch

Šírka triesky je závislá na hodnote posuvu f pre ktorú platí $s=f \cdot \sin \chi$. Pre zjednodušenie predpokladáme, že smer reznej sily je konštantný a je orientovaný do smeru kmitania. Potom sa môžeme zaoberať len kmitaním v smere vektoru rýchlosti a brať tak do úvahy len prenosovú funkciu v smere x . V tomto smere je taktiež zložka reznej najväčšia a mnohonásobne väčšia ako ostatné zložky reznej sily. Z jej reálnej časti je vidieť na Obrázok 7-22, že minimálna hodnota zápornej časti je pri frekvencii blízkej vlastnej frekvencii kmitania v smere osi x t.j 1343 Hz a hodnota $Re=3.8 \times 10^{-4}$ mm/N.



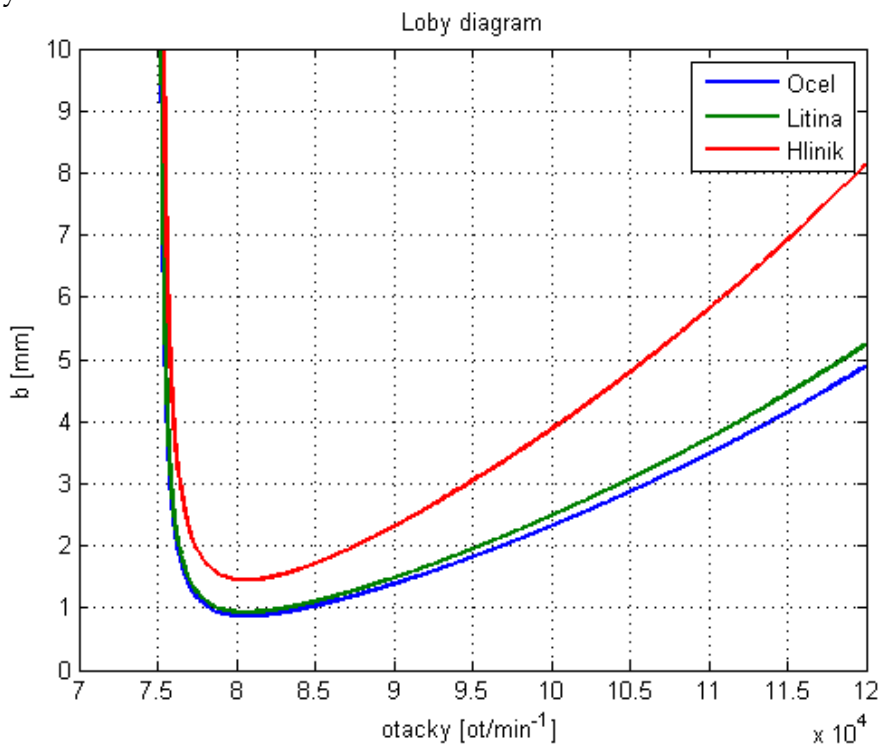
Obrázok 7-22: Reálna časť prenosovej funkcie vo vyšetrovanom smere kmitania

Dosadením hodnôt reálnych častí pre jednotlivé frekvencie do vzorca pre výpočet limitnej šírky triesky $b_{lim} = \frac{1}{2 \cdot K_s \cdot Re(G)}$ a následne tieto hodnoty vykreslíme do grafu dostaneme Loby diagram stability na Obrázok 7-23. Priamka ktorá tvorí obálku limitnej šírky triesky delí oblasť na stabilnú a nestabilnú respektíve na oblasť kedy vzniká a nevzniká samobudené kmitanie. Najmenšia hodnota šírky triesky tzv. kritická šírka triesky b_{krit} je rovná 0.86 mm. Je to hodnota, ktorá ak nebude prekročená, tak v celej oblasti otáčok nenastane samobudené kmitanie.



Obrázok 7-23: Loby diagram zostavený pre rezný nástroj

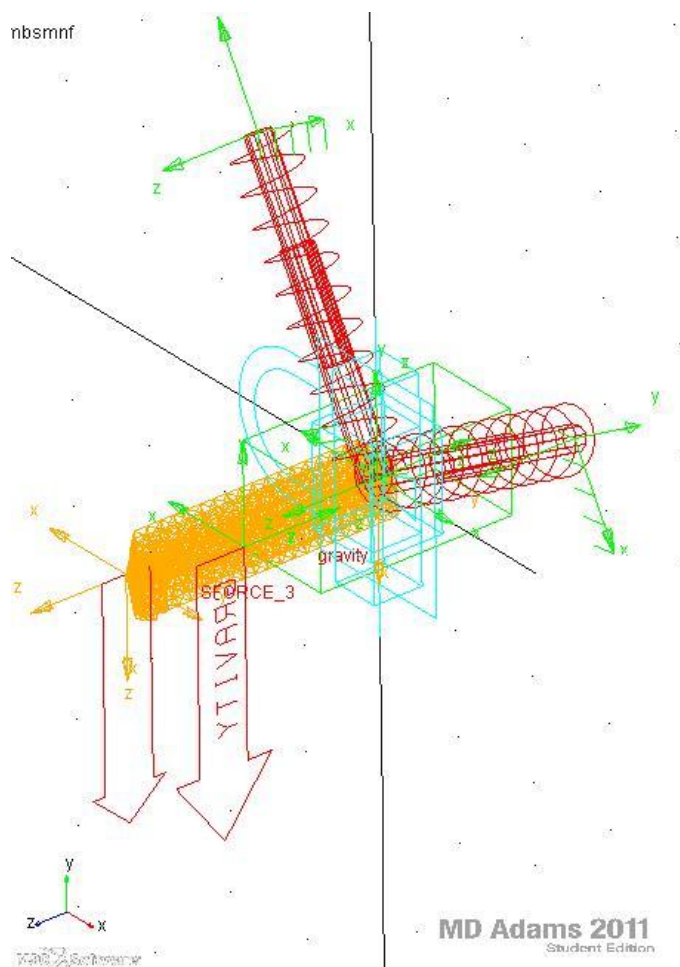
Na Obrázku 7-24 je znázornená zmena hodnôt limitnej šírky triesky pri zmene obrábaného materiálu čo súvisí so zmenou merného rezného odporu K_c . Pre Oceľ je $K_c=1500$ Mpa/mm² , liatina $K_c=1400$ Mpa/mm² a hliník $K_c=900$ Mpa/mm² Z grafu je vidieť, že čím je menší rezný odpor tým sa zvyšuje kritická šírka triesky.



Obrázok 7-24: Krivky Loby diagramu pre rôzne druhy materiálov

7.3 MBS systém obrábacieho stroja s pružným telesom rezného nástroja

V tejto časti je s použitím programu MSC.Adams vytvorený kompletný model časti obrábacieho stroja. Model pozostáva z časti MBS systému reprezentujúci systém polohovej väzby vytvoreného v kapitole 7.1. K tomuto systému je pridaný model rezného nástroja vytvorený ako pružné teleso, ktorý je opísaný v kapitole 7.2. Rezný nástroj je k MBS systému spojený pevnou väzbou. Vyšetrované kmitanie pre zjednodušenie predpokladáme len do osi X. Je to z dôvodu rozloženia rezných síl pri obrábaní. Z meraní bolo zistené, že rezná sila je v tomto smere najväčšia a niekoľko násobne prevyšuje ostatné zložky rezných síl. A po ďalšie, pri kmitaní v tomto smere je modulovaná šírka triesky, príčinou ktorej vzniká premenlivá zložka reznej sily, ktorá má za následok vznik samobudeného kmitania. Celý tento systém vytvorený v prostredí Adams View je zobrazený na Obrázku 7-25.



Obrázok 7-25: Model v prostredí MSC.Adams

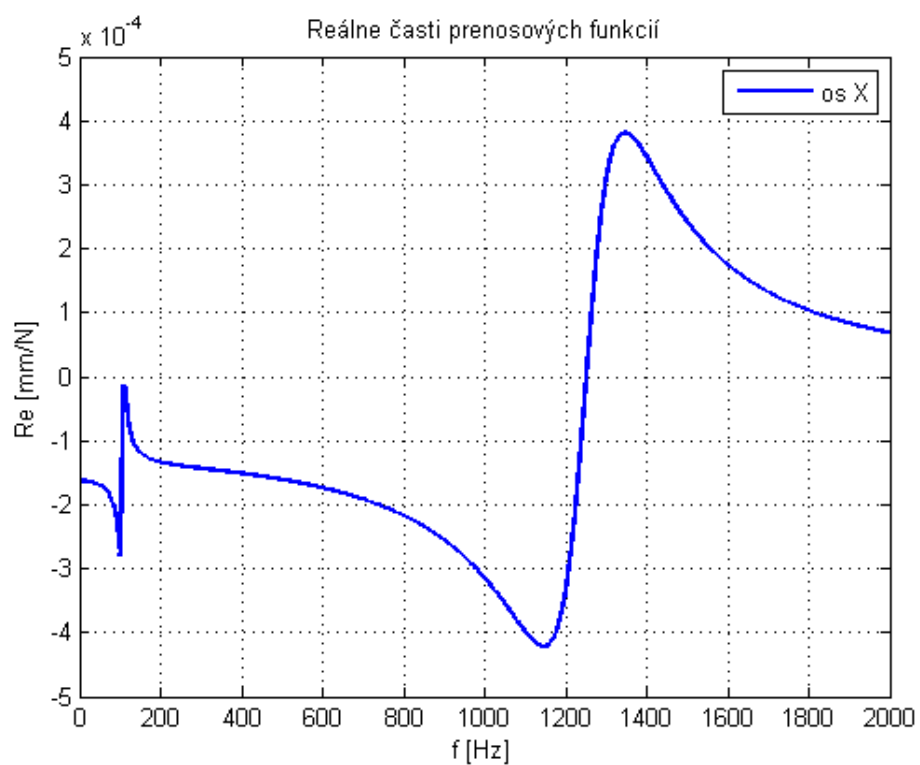
Rovnakým postupom ako bol opísaný v kapitole 7.2 získame stavové matice, z ktorých vytvoríme v Matlab-e prenosovú funkciu zobrazenú na Obrázku 7-26.

Transfer function:

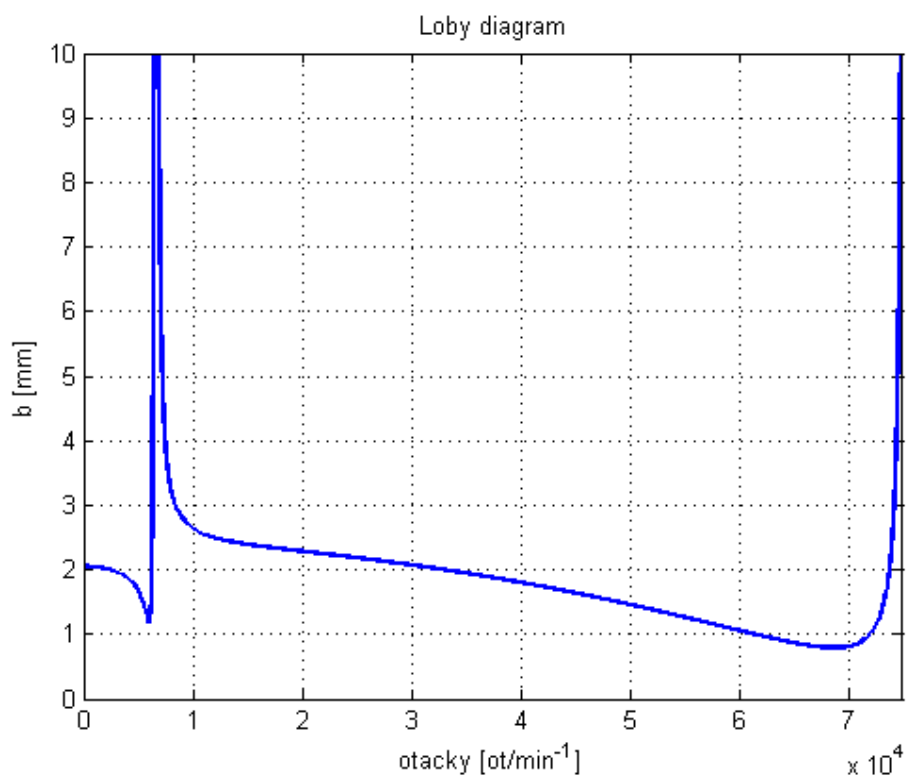
$$\begin{aligned}
 & -1.518e005 s^{24} - 3.744e011 s^{23} - 4.203e017 s^{22} - 2.853e023 s^{21} \\
 & - 1.315e029 s^{20} - 4.376e034 s^{19} - 1.092e040 s^{18} - 2.096e045 s^{17} \\
 & - 3.159e050 s^{16} - 3.796e055 s^{15} - 3.681e060 s^{14} - 2.906e065 s^{13} \\
 & - 1.876e070 s^{12} - 9.917e074 s^{11} - 4.282e079 s^{10} - 1.501e084 s^9 \\
 & - 4.229e088 s^8 - 9.417e092 s^7 - 1.622e097 s^6 - 2.075e101 s^5 \\
 & - 1.888e105 s^4 - 1.009e109 s^3 - 5.753e112 s^2 - 8.415e114 s \\
 & \quad \quad \quad - 2.854e118 \\
 & \text{-----} \\
 & s^{26} + 3.039e006 s^{25} + 4.196e012 s^{24} + 3.487e018 s^{23} + 1.954e024 s^{22} \\
 & + 7.847e029 s^{21} + 2.345e035 s^{20} + 5.358e040 s^{19} + 9.542e045 s^{18} \\
 & + 1.345e051 s^{17} + 1.52e056 s^{16} + 1.39e061 s^{15} + 1.035e066 s^{14} \\
 & + 6.297e070 s^{13} + 3.127e075 s^{12} + 1.262e080 s^{11} + 4.103e084 s^{10} \\
 & + 1.059e089 s^9 + 2.12e093 s^8 + 3.204e097 s^7 + 3.566e101 s^6 \\
 & + 2.975e105 s^5 + 2.16e109 s^4 + 8.452e112 s^3 + 4.153e116 s^2 \\
 & \quad \quad \quad + 5.921e118 s + 1.754e122
 \end{aligned}$$

Obrázok 7-26: Prenosová funkcia v požadovanom smere X

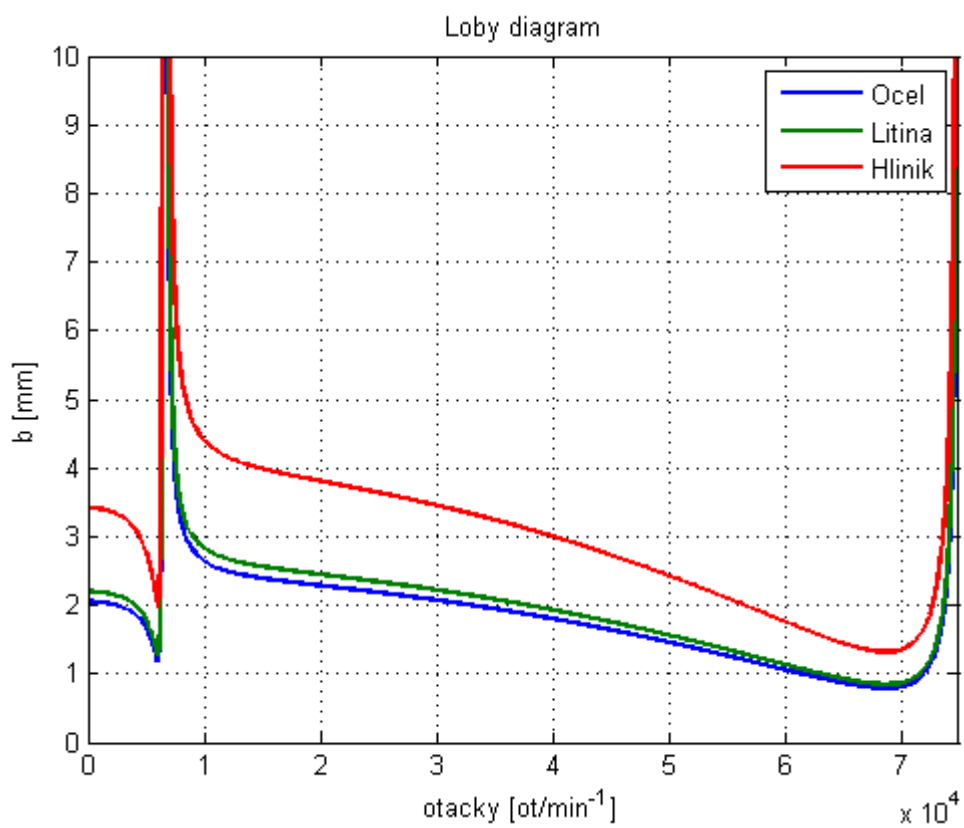
Z nej odseparujeme reálnu zložku ktorá je potrebná pre výpočet limitnej šírky triesky. Z grafu na Obrázku 7-27 je vidieť, dve miesta ktoré dosahujú minimálnu hodnotu reálnej časti prenosovej funkcie. Je to v miestach, s frekvenciou 112 Hz a 1340 Hz. Ďalej je možné si všimnúť, že takmer celá časť reálnej zložky sa nachádza v zápornej oblasti. Z toho vyplýva, že samobudené kmitanie nastane takmer v celej oblasti pracovných otáčok a záleží len na zvolenej šírke triesky či nastane alebo nenastane toto samobudené kmitanie. Limitnú hranicu kedy sa rezný proces stane nestabilný a vznikne samobudené kmitanie je vidieť na Loby diagrame na Obrázku 7-28. Na Obrázku 7-29 je ďalej vidieť zmenu limitnej šírky triesky pre rôzne druhy obrábaných materiálov.



Obrázok 7-27: Reálna časť prenosovej funkcie



Obrázok 7-28: Loby diagram

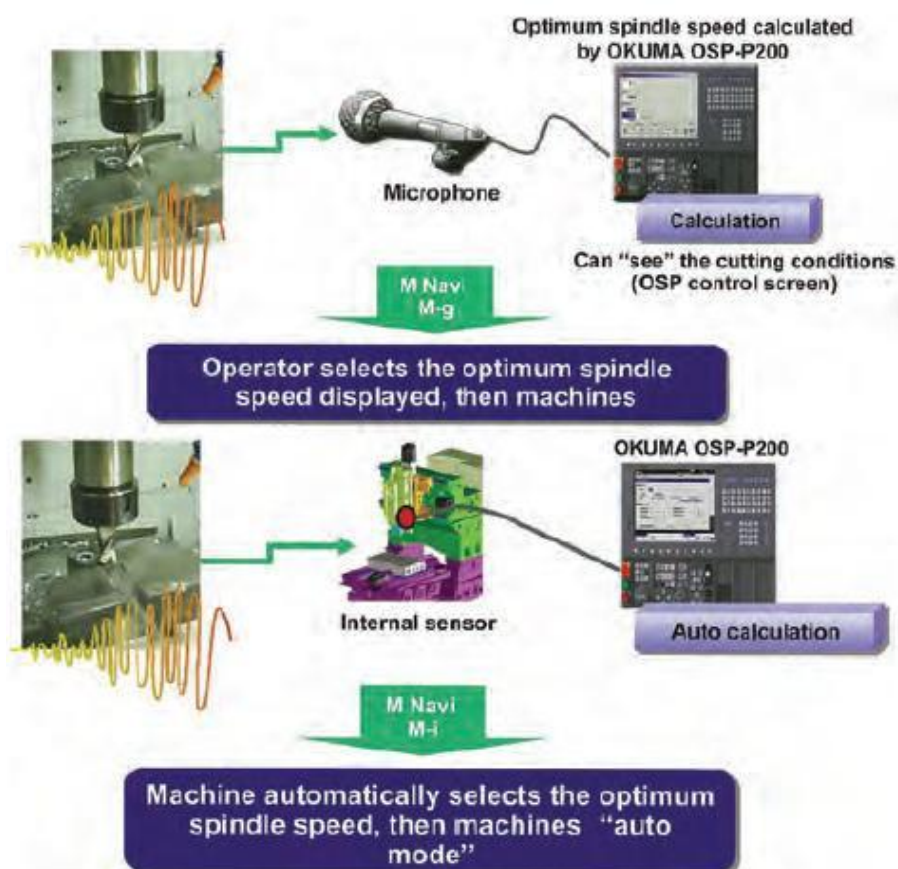


Obrázok 7-29: Krivky Loby diagramu pre rôzne druhy materiálov

8 Možnosti eliminácie vzniku samobudeného kmitania

8.1 Eliminácia zmenou technologických parametrov

Jedno z riešení predchádzania samobudenému kmitaniu ponúka firma Okuma. Podrobný popis riešenia je uvedený v literatúre [13]. Aby nedošlo ku vzniku samobudeného kmitania pri obrábaní dlhých tenkých hriadeľov neobrába sa konštantnou rýchlosťou, ale otáčky vretena sa zvyšujú a znižujú. Tým pádom budiaca sila je rozkúskovaná a samobudené kmitania môže byť utlmené. Obdobne je to aj pri rezaní závitov. Na odhalenie samobudené kmitania sa tiež používa systém s mikrofón označený ako M Navi M-g, ktorý sníma hluk a keď dôjde k samobudenému kmitaniu charakterizovaným drnčaním a hlukom riadiaci systém ponúkne zmenu rezných podmienok. Ďalší systém označený ako M Navi M-i odhaľovania vzniku samobudeného kmitania používa akcelerometer upevnený na stroji, ktorý sníma amplitúdu kmitania a pri narastajúcom kmitaní taktiež ponúkne zmenu rezných podmienok. Princíp oboch systémov je na Obrázku 8-1.



Obrázok 8-1: Systém predchádzania vzniku samobudeného kmitania od firmy Okuna [13]

8.2 Eliminácia použitím dynamických tlmičov, resp. hltáčov

Princípy potlačenia kmitania strojov možno rozdeliť podľa mnohých kritérií. Podľa riaditeľnosti vloženého dynamického tlmiča môžeme tlmiče rozdeliť nasledovne na [10]:

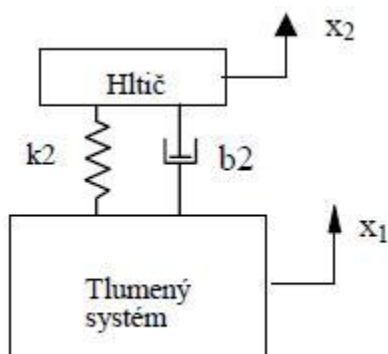
- Pasívny neriadený prvok
- Poloaktívny (semiaktívny) aktuátor – riadený zdroj tlmiacej sily
- Aktívny aktuátor – riadený zdroj obecnej sily

Aktívne a semiaktívne riešenia sú zložené z troch častí sensor-riadiaca jednotka -aktuátor. Ako senzory sa najčastejšie používajú akcelerometre, odporové a indukčné dĺžkové senzory, laserové interferometre a tenzometre. U smart structures je senzor a aktuátor integrovaný do jedného celku. Ide najmä o štruktúry z piezoelektrických materiálov. Takýto aktívny systém je schopný znižovať vibrácie o malých frekvenciách i v sub-mikrometrovej oblasti. Ďalšie používané materiály s ovládateľnými mechanickými vlastnosťami sú magneto-reologické kvapaliny alebo magnetostrikčné materiály. Riadenie aktívnych prvkov môže byť realizované pomocou spätnoväzobnej stratégie (feedback) alebo pomocou metódy adaptívnej kompenzácie rušivého signálu (feedforward). Výhodou feedforwardu je možnosť použitia pre riadenie nižšiu vzorkovaciu frekvenciu než vzorkovaciu frekvenciu pri feedback stratégii. Vzorkovacia frekvencia pre feedback stratégiu musí byť o dva rády vyššia než je maximum frekvenčného rozsahu na ktorom je obsiahnuté riadenie. U kompenzačných stratégií stačí vzorkovacia frekvencia o rád vyššia než je maximálna frekvencia v systéme. Dôvodom je, že účinnosť feedforward stratégie je menej citlivá na presnosť fázového posuvu signálu. U kompenzačných stratégií je hlavnou slabinou nutnosť mať k dostatočný kvalitný signál korelovaný so zdrojom nežiaducich vibrácií [10].

8.2.1 Pasívna kompenzácia

Pasívna kompenzácia spočíva v pridaní pasívnych tlmičov resp. hltáčov do systému obrábacieho stroja a tým pasívne eliminovať vibrácie vyvolané chodom obrábacieho stroja. Takýto dynamický hltáč Obrázok 8-2 bol vyvinutý v roku 1909 H. Frajmenom. Voľbou parametrov hmotnosti tuhosti tlmenia možno naladiť vlastnú frekvenciu na hodnotu budiacej frekvencie. pripojením hltáča je rezonančný vrchol nahradený dvojicou vrcholov. Hlavnou nevýhodou je veľká

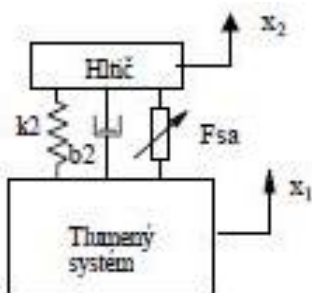
citlivosť parametrov pripojenej sústavy a úzke frekvenčné pásmo pre použitie [10].



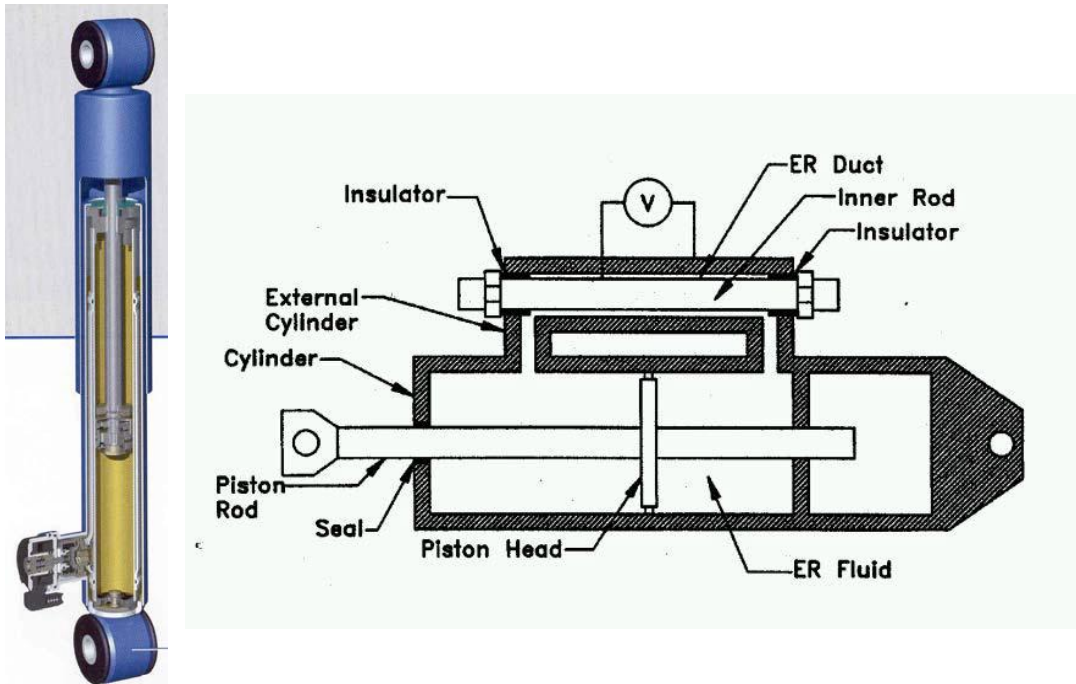
Obrázok 8-2: Schéma pasívneho tlmiča [10]

8.2.2 Poloaktívne riadenie

Princíp je odvodený od pasívneho hltča. Poloaktívne riadenie odstraňuje hlavné nevýhody pasívneho tlmiča pridaním semiaktívnych členov do systému. Je vhodný najmä pre obrábacie stroje u ktorých vznikajú vysokofrekvenčné vibrácie o malých amplitúdach. V takýchto prípadoch nie sú klasické riadené tlmiče vhodné (alternatíva je použitie piezoelektrického aktuátora a pokúsiť sa ho riadiť ako disipatívne zariadenie). Preto sa ako alternatíva k aktívnym tlmičom používajú tlmiče s poloaktívnymi aktuátormi. U týchto systémoch je energia zo systému iba odoberaná. Najčastejšie sa používajú kvapalinové viskózne tlmiče na Obrázku 8-4, tlmiče s magnetoreologickou kvapalinou, resp. elektro-reologickou kvapalinou. Popri týchto klasických semiaktívnych tlmičoch možno použiť ako semiaktívne aktuátory aktuátory, ktoré sa používajú ako aktívne. Jedná sa o piezoaktuátory, lineárne elektrické pohony. Tieto sa používajú pri riadení tlmenia pri vibráciách o frekvenciách nad desiatky Hz a veľmi malých amplitúdach, kde absentujú vhodné poloaktívne členy. Ide najmä o tlmenie vibrácií meracích prístrojov, obrábacích strojov.



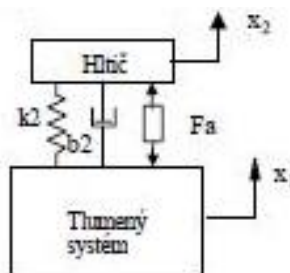
Obrázok 8-3: Schéma poloaktívneho tlmiča [10]



Obrázok 8-4: Riadený tlmič Mannesman Sachs CDC N50/55x220hAED (vľavo), Schéma riaditeľného ER tlmiča (vpravo) [10]

8.2.3 Aktívne riadenie

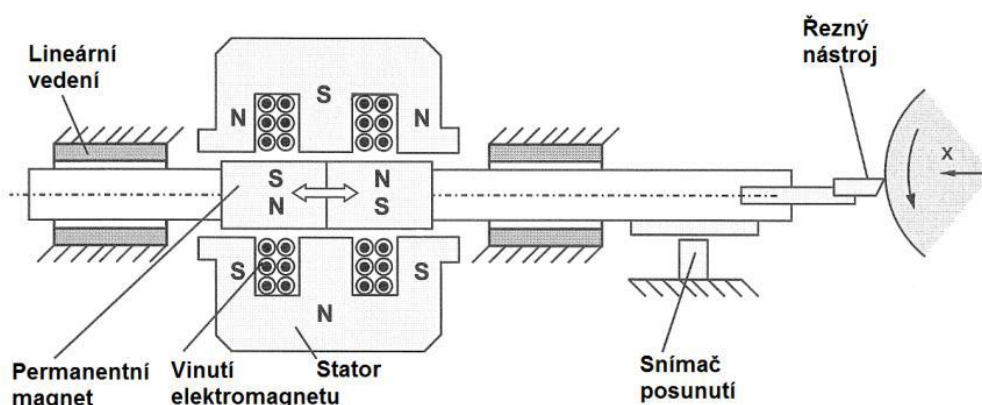
Využívajú prítomnosť aktívnych prvkov ku kompenzácií vibrácií, ktoré vznikajú v obrábacích strojoch. Aktívny nazývame prvok, ktorý je schopný do systému vnášať energiu Obrázok 8-5.



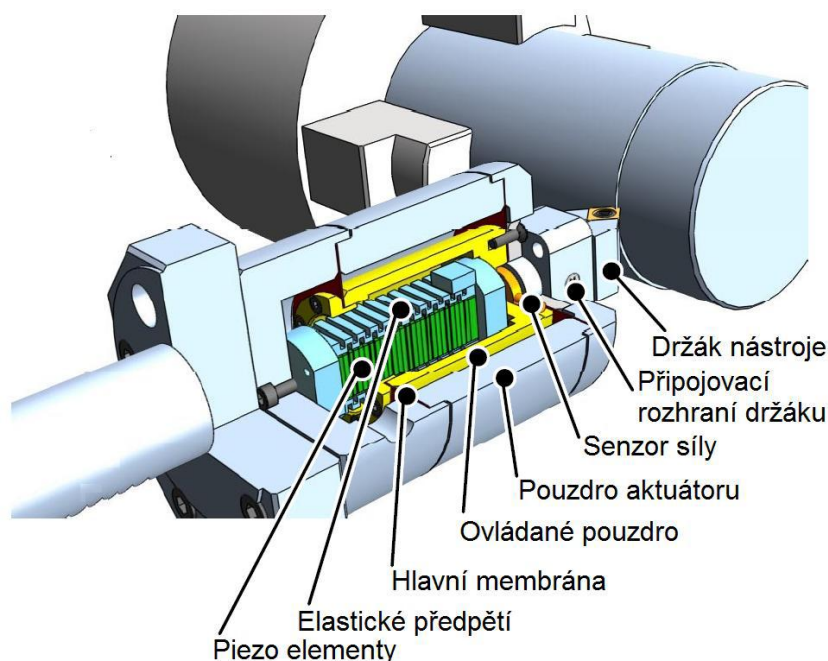
Obrázok 8-5: Schéma aktívneho tlmiča [10]

Veľkou výhodou je možnosť riadiť aktívny prvok tak aby hlnič pracoval v širšom pásme frekvencií. Snahou je zabezpečiť aby fázový posun medzi zvlneným obrobeným povrchom a kmitaním nástroja bol nulový aby tak nevznikalo

samobudené kmitania na základe regeneratívneho princípu [4]. Ako aktívne prvky sa využívajú magnetoelektrické, piezokeramické a hydraulické systémy. Magnetoelktrický systém je na Obrázku 8-6. Jedná sa o elektrodynamický lineárny pohon. Výhodou je veľký zdvih (v mm) jednoduchá riadiaca elektronika. Nevýhodou je úzka šírka pásma asi 100 Hz. Maximálna sila je 300 N [4]. Pri použití piezoaktuátorov Obrázok 11-7 je výhodou jeho veľká šírka pásma až do niekoľko kHz. Na rozdiel od magnetoelektrického systému má malý zdvih len niekoľko μm . Veľkosť sily závisí od požadovaného posunutia. Veľký problém použitia aktívneho riadenia je zaistenie stability výsledného systému (nebezpečie „spill over“) [10].



Obrázok 8-6: Aktívny kompenzátor s magnetoelektrickým pohonom [4]



Obrázok 8-7: Aktívny kompenzátor s piezoelektronickým pohonom [15]

9 Zhodnotenie práce

Podľa literatúry [9] bol vytvorený Multi-body systém reprezentujúci vlastnosti obrábacieho stroja.

Z Obrázka 7-2 vidieť, že reálna časť takéhoto systému je záporná asi od frekvencie 100 Hz. Práve v tejto zápornej oblasti môže nastať samobudené kmitanie. Pre stanovenie hranice kedy nastane samobudené kmitanie bol vytvorený Loby diagram na Obrázku 7-3 . Z neho je vidieť, že minimálna šírku triesky má hodnotu 2.1 mm pri otáčkach 6301 ot.min⁻¹, čo zodpovedá frekvencií 105 Hz pri ktorej dosahuje reálna časť prenosovej funkcie minimálnu hodnotu. Hodnota 2.1 mm je zároveň limitná šírka triesky.

Ďalej bol vytvorený pomocou programu ANSYS model poddajného telesa reprezentujúci rezný nástroj. Pri analýze tohto modelu rovnakým spôsobom ako pri MBS obrábacieho stroja bola získaná reálna časť prenosovej funkcie, ktorej priebeh je na Obrázku 7-22 . Z neho je vidieť, že reálna časť je záporná asi od 1220 Hz. Z vytvoreného Loby diagramu, ktorý je na obrázku 7-23, vidieť že minimálna hodnota šírka triesky, ktorá zodpovedá aj limitnej šírky triesky je 0.86 mm.

V poslednej časti bol z MBS a z pružného telesa vytvorený jeden model zodpovedajúci časti obrábacieho stroja. Z Obrázku 7-27 je vidieť, že reálna časť je záporná vo frekvenčnom rozsahu od 0 po 1220 Hz. V tomto pásme sa vytvorili dve časti. V prvej časti od frekvencie 0 po 100 Hz resp. 0 po 6120 ot.min⁻¹ hodnota šírky triesky klesá z hodnoty 2 mm k hodnote 1.2 mm. Potom nastane úzke pásmo 10 Hz, kedy šírky triesky rastie k vysokým hodnotám. V druhej časti od frekvencie 115 Hz postupne klesá hodnota šírka triesky k hodnote 0.8 mm. Z takto komplexného modelu je vidieť, že samobudené kmitanie môže nastať v celej šírke frekvenčného pásma a záleží len na zvolení šírky triesky či samobudené kmitanie nastane.

Ak by však technologické parametre neumožňovali nastaviť menšiu šírku triesky je možné zabrániť vzniku smobudenému kmitaniu použitím aktívneho respektíve semiaktívneho tlmenia. Pre systém riešený v tejto práci môže byť riešením použitie kombinácie aktívneho a semiaktívneho tlmenia. V tomto prípade by mohlo byť semiaktívne tlmenie použité pri nízkych frekvenciách do 100 Hz. Od 100 Hz by mohlo byť použité aktívne tlmenie použitím piezoaktuátorov, ktoré sa vyznačujú schopnosťou pracovať pri vyšších frekvenciách.

Záver

V diplomovej práci bol popísaný proces modelovania časti obrábacieho stroja v simulačnom programe MSC.Adams a následným spracovaním dát pomocou výpočtového programu MATLAB. Pri tvorbe modelu bol taktiež použitý simulačný program ANSYS pre tvorbu poddajných telies.

Ako už bolo spomenuté pri návrhu obrábacieho stroja treba počítať, že stroj bude vystavený extrémnym silovým účinkom vznikajúcim v procese trieskového obrábania. Práca ukazuje jednu z možností tvorby analýzy obrábacieho stroja z hľadiska vzniku samobudeného kmitania pri použití nástrojov virtuálneho konštruovania. Výsledky dosiahnuté v práci asi nemôžu plne korešpondovať so skutočnými výsledkami, keďže v práci je použitých niekoľko zjednodušujúcich predpokladov, vzhľadom k tomu, že pri práci so simulačnými programami som používal študentské verzie, u ktorých platia obmedzenia použitia. Avšak predpokladám, že so stúpajúcou komplexnosťou modelu obrábacieho stroja je možné dosiahnuť výsledky približujúce sa výsledkom z reálneho obrábacieho stroja.

Zoznam literatúry

- [1.] doc. Dr.Ing. NESLUŠAN, Miroslav-doc. Ing. ČILLIKOVÁ Mária, PhD. *Teória obrábania*. Žilina: Žilinská univerzita,2007. 168 s. ISBN 978-80-8070-790
- [2.] Alexander Janáč, Zdenko Lipa, Jozef Peterka. *Teória obrábania*. Bratislava: Vydavateľstvo STU Bratislava, 2006. 199 s. ISBN 80-227-2347-9
- [3.] Tlustý Jiří. *Samobuzené kmity v obráběcích strojích*. Praha:Nakladatelství Čsl.akademie věd, 1954. 378 s.
- [4.] Ing. Vetiška Jan. *Kompenzace chyb přesnosti vřeten obráběcích strojů.Pojednání ke státní doktorské zkoušce*, VUT Brno 2012
- [5.] Marek Jiří, *Konstrukce CNC obráběcích strojů*. Brno, MM publishing, 2010. 420 s. ISBN 9788025479803
- [6.] Ing. Fojtů Petr, *Problematika samobuzeného kmitání* [online]. [cit. 2012-27-03]. Dostupné na internete <stc.fs.cvut.cz/History/2009/Papers/pdf/FojtuPetr-304483.pdf>
- [7.] Študijné texty Obrabeci stroje. [online]. [cit. 2012-27-03]. Dostupné na internete. www.kvs.tul.cz/download/vyrobni_stroje/obrabeci.pdf
- [8.] Ing. Švancara Pavel PhD. *Chatter Samobuzené kmitání při obrábění: možnosti modelování*,Prednáška, VUT Brno, 2012
- [9.] Tlusty George. *Manufacturing Process and Equipment*.Prentice Hall: Addison-Wesley, 1999. 928 s. ISBN-10 0201498650
- [10.] Ing. Šiška Zbyněk, PhD. *Aktivní a poloaktivní snižování mechanického kmitání strojů*, *Habilitační práce*, ČVUT Praha 2004

- [11.] Ganguli Abhijit, *Chatter reduction through active vibration damping*. Thesis submitted in candidature for the Doctor in Applied Sciences, Université Libre De BRUXELLES 2005
- [12.] Y. Altintas, Weck M. *Chatter Stability of Metal Cuttin and Grinding*, *Cirp Annals - Manufacturing Technology*, Volume 53, Issue 2, 2004, Pages 619-642, ISSN 007-8506, 10.1016/S007-8506(07)60032-8.
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607850607600328>)
- [13.] Horejš Otakar, Holkup Tomáš, Vyroubal Jiří. *Intelligentni mechatronické systém*. Sborník k bloku přednášek Obráběcí stroje a technologie na EMO Milano 2009. Praha, 2010 210 s. ISBN 978-80-904077-2-5
- [14.] ANSYS Help. *12.2 Building the Model*, ANSYS 12.0
- [15.] Harms, A., Denken, B., Lhermet, N., *Tool Adaptor fpr Active Vibration Control in Turning Cooperations*, 9th International Conference on New Actuators, 14-16 June 2004, Bremen, Germany. Zdroj: Ing. Vetiška Jan. *Kompenzace chyb přesnosti vřeten obráběcích strojů*. Pojednání ke státní doktorské zkoušce, VUT Brno 2012