

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

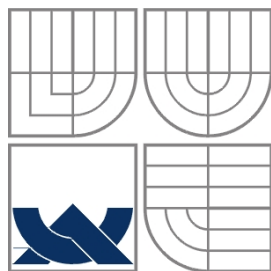
## **VÝPOČET ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE ASYNCHRONNÍHO STROJE PRO RŮZNÉ MECHANICKÉ ZATÍŽENÍ**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Martin Hetflajš

BRNO 2010



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLÓGIÍ**

**ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY  
A ELEKTRONIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC  
ENGINEERING

# **VÝPOČET ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE ASYNCHRONNÍHO STROJE PRO RŮZNÉ MECHANICKÉ ZATÍŽENÍ**

**ELECTROMAGNETIC FIELD CALCULATION OF INDUCTION MACHINE FOR DIFFERENT  
MECHANICAL LOAD**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

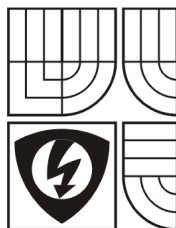
Martin Hetflajš

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

Ing. Miroslav Skalka

BRNO, 2010



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor  
Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika

**Student:** Hetflajš Martin

**Ročník:** 3

**ID:** 101852

**Akademický rok:** 2009/10

## NÁZEV TÉMATU:

### Výpočet elektromagnetického pole asynchronního stroje pro různé mechanické zatížení

#### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Popište možné způsoby urychlení výpočtu elektromagnetického pole v programu ANSYS.
2. Proveďte zatěžovací charakteristiku analyzovaného stroje ze semestrálního projektu.
3. Porovnejte průběh magnetické indukce v mezeře stroje pro různá mechanická zatížení.
4. Identifikujte místa s největším sycením a proveďte vyhodnocení.

#### DOPORUČENÁ LITERATURA:

Dle doporučení vedoucích

**Termín zadání:** 1.10.2009

**Termín odevzdání:** 27.5.2010

**Vedoucí projektu:** Ing. Miroslav Skalka

**Konzultanti bakalářské práce:**

**doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.**

*předseda oborové rady*

#### UPOZORNĚNÍ:

Autor semestrální práce nesmí při vytváření semestrální práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

## **Abstrakt**

Bakalářská práce vyšetřuje rozložení elektromagnetického pole na modelu asynchronního stroje se skutečnými parametry laboratorního stroje v závislosti na jeho mechanickém zatížení. Bakalářská práce obsahuje základní teoretické pojednání o elektromagnetickém poli a úvod do moderních numerických metod. Na teoretickou část navazuje vlastní analýza modelu stroje, kde je postupně rozepsán její průběh a zhodnocení výsledků.

## **Abstract**

This bachelor's thesis deals with an analysis of the induction machine electromagnetic field distribution with real parameters. Whole analysis was done for three point of the mechanical load by finite element method in ANSYS. In the next part is described a basic theoretically research of the electromagnetic field and also preliminary survey of the numeric method for FEM. This thesis also contains an analysis of electromagnetic model of analyzed induction machine with detailed description of each analysis step and in conclusion the results summary was done.

## **Klíčová slova**

asynchronní stroj; ANSYS; elektromagnetické pole; elementy; metoda konečných prvků

## **Keywords**

induction machine; ANSYS; electromagnetic field; elements; finite element method

## **Bibliografická citace**

Hetflajš, M. Výpočet elektromagnetického pole asynchronního stroje pro různé mechanické zatížení, Brno: FEKT VUT v Brně, 2010, 47s.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Výpočet elektromagnetického pole asynchronního stroje pro různé mechanické zatížení jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne .....

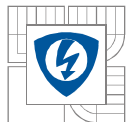
Podpis autora .....

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Miroslavu Skalkovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne .....

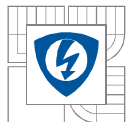
Podpis autora .....



## OBSAH

<b>1. ÚVOD.....</b>	<b>12</b>
<b>2. ELEKTROMAGNETICKÉ POLE.....</b>	<b>13</b>
2.1 MAXWELLOVY ROVNICE.....	13
2.2 MAGNETICKÉ MATERIÁLY.....	14
2.3 POMĚRNÁ PERMEABILITA PROSTŘEDÍ.....	14
2.4 MAGNETICKÁ INDUKCE.....	15
2.5 MAGNETICKÝ TOK.....	15
2.6 MAGNETICKÉ OBVODY.....	15
<b>3. MODERNÍ NUMERICKÉ METODY.....</b>	<b>16</b>
3.1 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ.....	16
3.2 METODAKONEČNÝCH DIFERENCÍ.....	17
3.3 METODAHRANIČNÍCH PRVKŮ.....	17
3.4 PROGRAMY VYUŽÍVAJÍCÍ MODERNÍ NUMERICKÉ METODY.....	18
<b>4. ANALYZOVANÝ STROJ.....</b>	<b>22</b>
<b>5. MĚŘENÍ ZATĚŽOVACÍ CHARAKTERISTIKY STROJE.....</b>	<b>24</b>
<b>6. ANALÝZA ASYNCHRONNÍHO STROJE.....</b>	<b>27</b>
6.1 FYZIKÁLNÍ MODEL STROJE.....	30
6.2 NUMERICKÝ MODEL STROJE.....	33
6.3 OKRAJOVÉ PODMÍNKY ANALÝZY.....	36
6.4 VÝSLEDKY ANALÝZY.....	38
<b>7. MOŽNÉ ZPŮSOBY URYCHLENÍ VÝPOČTU ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE V PROGRAMU ANSYS.....</b>	<b>44</b>
7.1 APDL A MAKRO.....	44
7.2 SNÍŽENÍ POČTU ELEMENTŮ.....	46
<b>8. ZÁVĚR.....</b>	<b>47</b>
<b>LITERATURA.....</b>	<b>48</b>





## SEZNAM OBRÁZKŮ

<b>Obrázek 3.1:</b> Popis sítě konečných prvků.....	<b>16</b>
<b>Obrázek 3.2:</b> Příklady rovinných a prostorových elementů.....	<b>17</b>
<b>Obrázek 3.3:</b> Uživatelské prostředí programu ANSYS Classic.....	<b>18</b>
<b>Obrázek 3.4:</b> Uživatelské prostředí programu ANSYS Workbench.....	<b>19</b>
<b>Obrázek 3.5:</b> Uživatelské prostředí programu ANSOFT Maxwell.....	<b>19</b>
<b>Obrázek 3.6:</b> Uživatelské prostředí programu FEMM.....	<b>20</b>
<b>Obrázek 3.7:</b> Uživatelské prostředí programu Range Software.....	<b>21</b>
<b>Obrázek 3.8:</b> Uživatelské prostředí programu FreeFem.....	<b>21</b>
<b>Obrázek 4.1:</b> Skutečný analyzovaný stroj.....	<b>22</b>
<b>Obrázek 4.2:</b> Vznik tažné síly asynchronního motoru.....	<b>23</b>
<b>Obrázek 4.3:</b> Náhradní obvod asynchronního stroje.....	<b>23</b>
<b>Obrázek 5.1:</b> Zatěžovací charakteristika stroje.....	<b>24</b>
<b>Obrázek 5.2:</b> Proudů ve statoru a rotoru pro tři body zatěžovací charakteristiky.....	<b>26</b>
<b>Obrázek 6.1:</b> Vlastnosti použitých materiálu.....	<b>30</b>
<b>Obrázek 6.2:</b> Geometrický model stroje vytvořený v programu Autodesk Inventor.....	<b>30</b>
<b>Obrázek 6.3:</b> Princip dělení geometrie modelu.....	<b>32</b>
<b>Obrázek 6.4:</b> Příklady kvality sítí vytvořených v programu ANSYS.....	<b>33</b>
<b>Obrázek 6.5:</b> Použitý element typu PLANE 13.....	<b>33</b>
<b>Obrázek 6.6:</b> Struktura sítě konečných prvků na ploše vzduchové mezery.....	<b>34</b>
<b>Obrázek 6.7:</b> Síť konečných prvků v oblasti magnetického obvodu a drážek vinutí.....	<b>34</b>
<b>Obrázek 6.8:</b> Struktura sítě konečných prvků v oblasti kostry stroje.....	<b>35</b>
<b>Obrázek 6.9:</b> Nastavení podmínky paralelního magnetického toku.....	<b>36</b>
<b>Obrázek 6.10:</b> Rozložení proudů v drážkách statorového vinutí .....	<b>36</b>
<b>Obrázek 6.11:</b> Příklad rozložení proudů do rotorových tyčí .....	<b>37</b>
<b>Obrázek 6.12:</b> Rozložení magnetických indukčních čar na modelu stroje.....	<b>38</b>
<b>Obrázek 6.13:</b> Rozložení magnetických indukčních čar pro různá mechanická zatížení..	<b>38</b>
<b>Obrázek 6.14:</b> Vektorové zobrazení magnetické indukce.....	<b>39</b>
<b>Obrázek 6.15:</b> Rozložení magnetické indukce a místa s největším sycením magnetického obvodu (M=1,0Nm).....	<b>39</b>
<b>Obrázek 6.16:</b> Rozložení magnetické indukce a místa s největším sycením magnetického obvodu (M=1,75Nm).....	<b>40</b>



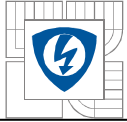
<b>Obrázek 6.17:</b> Rozložení magnetické indukce a místa s největším sycením magnetického obvodu ( $M=2,25\text{Nm}$ ).....	<b>40</b>
<b>Obrázek 6.18:</b> Porovnání rozložení magnetické indukce a magnetických indukčních čar v oblasti vzduchové mezery .....	<b>41</b>
<b>Obrázek 6.19:</b> Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře ( $M=1,0\text{Nm}$ ).....	<b>42</b>
<b>Obrázek 6.20:</b> Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře ( $M=1,75\text{Nm}$ ).....	<b>42</b>
<b>Obrázek 6.21:</b> Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře ( $M=2,25\text{Nm}$ ).....	<b>43</b>
<b>Obrázek 6.22:</b> Porovnání průběhů magnetické indukce ve vzduchové mezeře.....	<b>43</b>
<b>Obrázek 7.1:</b> Porovnání kvality sítě konečných prvků.....	<b>46</b>
<b>Obrázek 7.2:</b> Porovnání rozložení magnetické indukce v oblasti maxima.....	<b>46</b>



## SEZNAM TABULEK

**Tabulka 4.1:** Jmenovité hodnoty analyzovaného stroje..... **22**

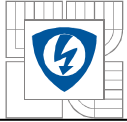
**Tabulka 6.1:** Parametry použitých sítí na modelu stroje..... **35**



# 1 ÚVOD

S výkonnou výpočetní technikou a systémy využívajícími moderní numerické metody je možné provádět multifyzikální analýzy a simulace polí ve všech oblastech inženýrské praxe. Jedná se o napodobování fyzikálních nebo chemických dějů a chování technických zařízení. Výhodou numerických metod je možnost řešit úlohy na tělesech se složitější geometrií. Metoda konečných prvků má mezi numerickými metodami zcela dominantní postavení. Jedním z neúčinnějších simulačních programů je ANSYS, často využívaný ve strojírenství, dopravní technice, energetice, stavebnictví a medicíně. Kromě kontrolních výpočtů umožňuje ANSYS provádět hodnocení únavy a životnosti. Komplexní řešení úlohy v programu ANSYS je rozděleno na matematický, fyzikální a numerický model. Matematický model je dán platnými rovnicemi, které popisují fyzikální chování daného uspořádání včetně okrajových a počátečních podmínek. Fyzikální model tvoří parametry popisující vlastnosti materiálů, rozměry a tvar. Numerický model je dán dělením geometrie a vytvořením sítě konečných prvků na vytvořeném fyzikálním modelu. Program ANSYS je vhodný mimo jiné k analýzám elektromagnetického pole, které jsou mimořádně významné pro vývoj elektrických strojů. Jediným faktickým omezením jsou nároky na hardware použitého počítače a časové nároky na výpočet. Výsledky analýzy se vztahují ke konkrétně zadaným případům, jakékoliv úpravy vyžadují opakování celého procesu řešení.

Elektrické stroje jsou zařízení pracující na principu elektromechanické přeměny energie a můžeme je třídit podle působení, výkonu nebo podle frekvence otáčení. Mezi hlavní části elektrických strojů patří magnetický obvod a vinutí. Magnetickým obvodem z feromagnetického materiálu se uzavírá magnetický tok a bývá přerušen vzduchovou mezerou. Vinutí elektrických strojů tvoří vodiče s vysokou elektrickou vodivostí, nejčastěji elektrolytická měď. Část převáděné energie která se ve stroji nevyužije představuje ztráty, kterými je dána účinnost a ekonomické využití stroje. Asynchronní elektrické stroje jsou nejčastěji využívanými elektrickými stroji v oblasti elektrických pohonů a jsou charakterizovány jednoduchým konstrukčním uspořádáním i vysokou spolehlivostí.



## 2 ELEKTROMAGNETICKÉ POLE

Jednou ze základních částí elektrotechniky je teorie elektromagnetické pole. Elektromagnetického pole lze vyšetřit pomocí matematických aparátů. Zvláštním případem elektromagnetického pole je pole magnetické, které se projevuje silovými účinky. Magnetické pole je vytvářeno průtokem proudu vodiči, pohybujícími se částicemi nebo tělesy s elektrickým nábojem, zmagnetovanými tělesy a proměnným elektrickým polem. Magnetické pole které se s časem nemění se nazývá stacionární magnetické pole. Prokázat existenci magnetického pole je možné různými způsoby.

### 2.1 Maxwellovy rovnice

Maxwellovy rovnice jsou čtyři základní vztahy popisující elektromagnetické pole.

#### 2.1.1 Zákon celkového proudu:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (2.1)$$

Cirkulace vektoru intenzity magnetického pole  $\mathbf{H}$  po libovolně orientované křivce  $\mathbf{c}$  je rovna součtu celkového vodivého proudu  $\mathbf{I}$  a posuvného proudu  $\frac{d\Psi}{dt}$  ( $\Psi$  je tok elektrického pole plochou  $S$ ), spřažený křivkou  $\mathbf{c}$ .

#### 2.1.2 Zákon elektromagnetické indukce:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (2.2)$$

Cirkulace vektoru  $\mathbf{E}$  po libovolně orientované křivce  $\mathbf{c}$  je rovna záporně vzaté časové derivaci magnetického indukčního toku zpraženého křivkou  $\mathbf{c}$ .

#### 2.1.3 Gaussův zákon elektrostatiky:

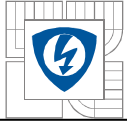
$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q \quad (2.3)$$

Elektrický indukční tok libovolnou vně orientovanou plochou  $S$  je roven celkovému volnému náboji v prostorové oblasti  $V$  ohraničené plochou  $S$ .

#### 2.1.4 Zákon spojitosti indukčního toku:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2.4)$$

Magnetický indukční tok libovolnou uzavřenou orientovanou plochou  $S$  je roven nule.



## 2.2 Magnetické materiály

Magnetické materiály se dělí na diamagnetické, paramagnetické a feromagnetické.

### Diamagnetické materiály

Diamagnetické materiály mají poměrnou permeabilitu o něco menší než jedna a pokud nejsou vloženy do magnetického pole, nevykazují magnetické vlastnosti. Po vložení do magnetického pole toto pole mírně zeslabují. V případě, že je magnetické pole nehomogenní, je diamagnetická látka vytlačována z oblasti s větší magnetickou indukcí. K těmto materiálům patří většina kovů, dále například voda a sklo.

### Paramagnetické materiály

Poměrná permeabilita paramagnetických materiálů je o něco větší než jedna. Po vložení do magnetického pole toto pole nepatrně zesilují a pokud je magnetické pole nehomogenní, je paramagnetická látka vtahována do oblasti s větší magnetickou indukcí. Do této skupiny patří například platina, mangan a hořčík. Poměrnou permeabilitu diamagnetických a paramagnetických materiálů můžeme v běžné praxi považovat za rovnu jedné.

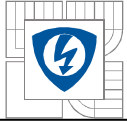
### Feromagnetické materiály

Poměrná permeabilita feromagnetických materiálů je o mnoho větší než jedna a velmi závisí na intenzitě magnetického pole a na teplotě. Po vložení do magnetického pole toto pole značně zesilují. Je-li magnetické pole nehomogenní, je feromagnetický materiál vtahován do oblasti s větší magnetickou indukcí. Feromagnetické materiály dosahují velkých magnetických toků při relativně malých průřezích a jsou důležité pro magnetické obvody. Magnetizační křivka feromagnetických materiálů je závislost magnetické indukce na intenzitě magnetického pole.

## 2.3 Poměrná permeabilita prostředí

Poměrná permeabilita lineárního prostředí  $\mu_r$  je statická veličina, vyjadřující schopnost látky reagovat na vnější magnetické pole a zesilovat je. Poměrná permeabilita nelineárního prostředí není konstantní, ale jednoznačně vyjadřuje vztah mezi intenzitou magnetického pole a magnetickou indukcí.

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (2.5)$$



## 2.4 Magnetická indukce

Je to vektorová veličina, na které závisí síly působící v magnetickém poli na vodiče, kterými protékají proudy.

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (2.6)$$

Jednotka  $\vec{B}$  v SI soustavě je Tesla (T):  $1\text{T} = 1\text{N} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

## 2.5 Magnetický tok

Magnetický tok  $\Phi$  se vyjadřuje jako tok  $\vec{B}$  plochou S

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS \quad (2.7)$$

kde  $B_n$  je průmět vektoru  $\vec{B}$  do směru normály elementu plochy  $dS$ .

Jednotka  $\Phi$  v SI soustavě je weber (Wb):  $1\text{Wb} = \text{Tm}^2$

## 2.6 Magnetické obvody

Magnetický obvod je pole, vedené feromagnetickým jádrem, kterým se uzavírá převážná část magnetického toku. Jádro může být zcela uzavřené nebo přerušené vzduchovou mezerou. Magnetické siločáry procházejí i mimo vlastní feromagnetický materiál a vytvářejí rozptylové toky. Při analýze obvodů se nejprve vyšetřuje pole v mezeře a pokud není magnetický obvod přesycen, předpokládá se, že siločáry vystupují z jádra kolmo. Dále se předpokládá, že magnetická indukce B je nepřímo úměrná délce siločáry v mezeře a v každém průřezu feromagnetického jádra je stejný magnetický tok  $\Phi$ .

### 3 MODERNÍ NUMERICKÉ METODY

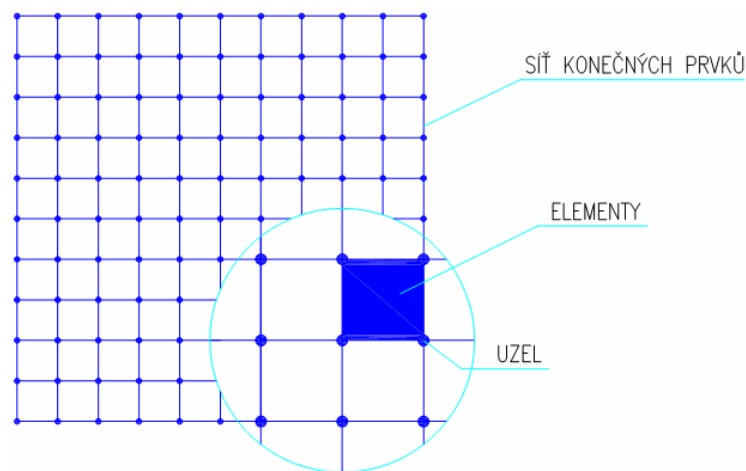
Princip numerických metod spočívá v převedení úlohy pro řešení soustavy diferenciálních rovnic na úlohu pro řešení soustavy lineárních algebraických rovnic pro neznámé hodnoty v uzlových bodech sítě. Moderní numerické metody mohou být použity na modely se složitou geometrií. Při řešení úloh pomocí moderních numerických metod je časově nejnáročnější příprava numerického modelu. Mezi nejpoužívanější numerické metody patří:

- (FEM) Metoda konečných prvků
- (FDM) Metoda konečných diferencí
- (BEM) Metoda hraničních prvků

#### 3.1 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků je účinná numerická metoda, která slouží k řešení všech okrajových úloh inženýrské praxe na vytvořeném fyzikálním modelu. Princip spočívá v rozdělení rovinné oblasti na vhodné elementární části jak je naznačeno na **Obrázku 3.1**. Celá oblast se pak chápe jako konečný systém prvků, které na sebe navzájem působí.

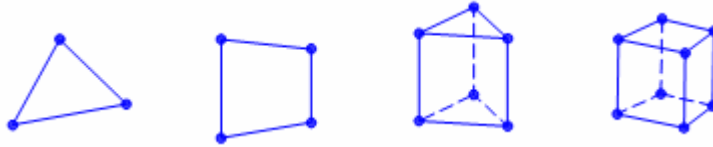
V oblasti kde se počítá pole se zavádějí uzly a uzlové potenciály. Uzly mohou být rozloženy rovnoměrně i nerovnoměrně a mohou tak kopírovat tvar fyzikálního modelu. Větší hustota sítě se zavádí v místech, kde se čeká prudší změna pole.



**Obrázek 3.1:** Popis sítě konečných prvků

Pro neznámé uzlové potenciály se sestaví soustava rovnic. Koeficienty matice soustavy a pravých stran se počítají jako integrály přes rovinné nebo prostorové elementy. Ve vrcholech elementů jsou uzly, kde jsou určeny zjišťované parametry. Na **Obrázku 3.2** jsou uvedeny některé příklady rovinných a prostorových elementů.





**Obrázek 3.2:** Příklady rovinných a prostorových elementů

Metoda konečných prvků využívá lineární, nebo nejvýše kvadratickou aproximaci. Tedy co nejnižší stupeň aproximace polynomu. Je to neobvyklý princip aproximace hledané funkce.

### 3.2 Metoda konečných diferencí

Principem metody konečných diferencí je pokrytí oblasti sítí složené z konečného počtu uzlových bodů. V uzlových bodech sítě se nahrazují derivace lineární kombinací funkčních hodnot v okolních bodech, dostáváme tedy soustavu lineárních algebraických rovnic s neznámými hodnotami posunů v uzlových bodech. Sítě metody konečných diferencí mohou být různé v závislosti na zvolených diferencích. Metoda konečných diferencí je vázána na oblasti tvořené pravými úhly. Aproximace probíhá stejně jako u metody konečných prvků na celé oblasti, která musí být spojitá. Obecně platí, že kvalita aproximace je oproti metodě konečných prvků nižší, ale existují případy kdy je aproximace metody konečných diferencí kvalitnější.

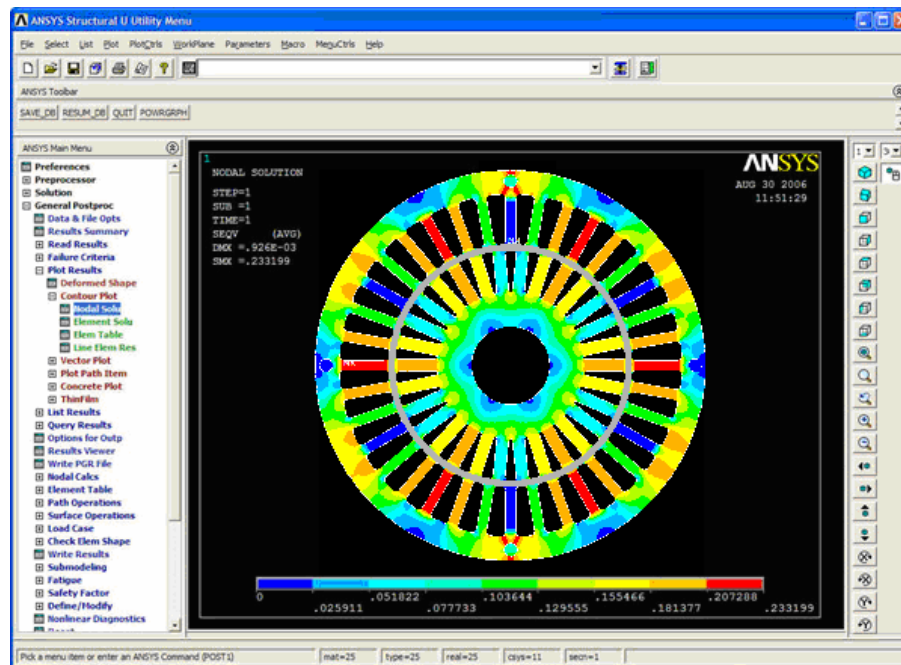
### 3.3 Metoda hraničních prvků

Metoda hraničních prvků je alternativou pro běžně používanou metodu konečných prvků a metodu konečných diferencí. Princip metody hraničních prvků spočívá v transformaci okrajové úlohy na hraniční integrální rovnice. Sníží se tím dimenze řešené 3D úlohy na 2D hranici a řešení 2D úlohy na 1D řešení integrální rovnice. Touto metodou se proto nediskretizuje celá oblast ale jen její hranice. Na každém hraničním prvku se aproximuje řešení úlohy z uzlových bodů, pomocí interpolačních funkcí. Při řešení vnější úlohy se rovnice popisující řešení na neomezené oblasti převede na integrální rovnici omezené oblasti. Oproti metodě konečných prvků nemusíme počítat hodnoty uvnitř oblasti pro získání hodnot derivací na její hranici, ale nevýhodou je předpoklad homogenního prostředí uvnitř oblasti.

### 3.4 Programy využívající moderní numerické metody

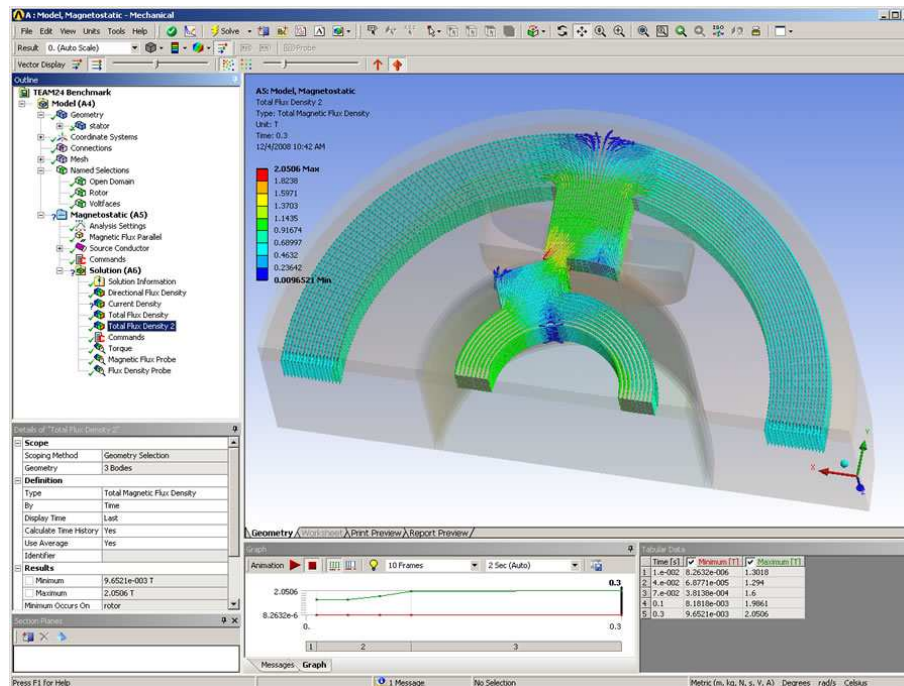
Existuje mnoho různých programů využívající moderní numerické metody k fyzikálním analýzám. Tyto programy se od sebe liší typem numerické metody, náročností na hardware výpočetní techniky, dostupností nebo způsobem tvorby geometrického a numerického modelu analyzovaného zařízení. Mezi nejznámější programy této kategorie patří:

- ANSYS - nabízí dostatečnou kvalitu, aby vyhovovaly současným požadavkům a potřebám simulací. Je to profesionální software pro řešení problémů z oblasti mechaniky, elektromagnetismu, tepla, akustiky a jejich kombinací ve 2D a 3D. Elektromagnetické výpočty v programu ANSYS nabízí komplexní řešení.



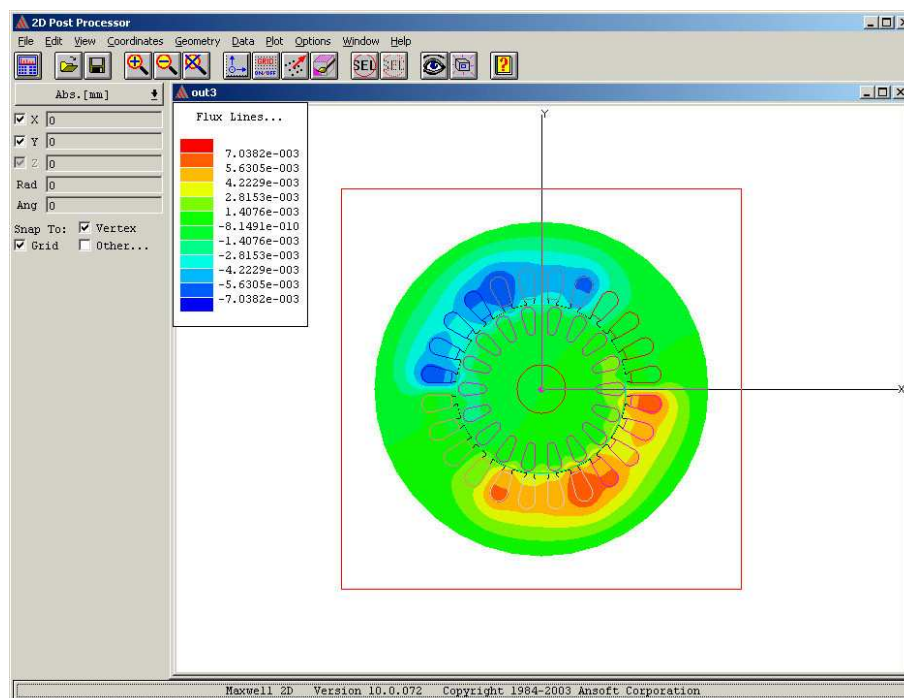
Obrázek 3.3: Uživatelské prostředí programu ANSYS Classic

- ANSYS Workbench je založen na nejpokročilejších technologiích inženýrských simulací. Využívá obousměrné asociativity geometrie modelu a sítě při zachování parametrické vazby. Umožňuje schématický proces simulace a využívá „Plug-In“ architekturu, která umožní zachovat asociativitu 2D i 3D modelů vytvořených v některých z CAD systémů. Při úpravách geometrie fyzikálního modelu zůstávají zachovány okrajové podmínky analýzy.



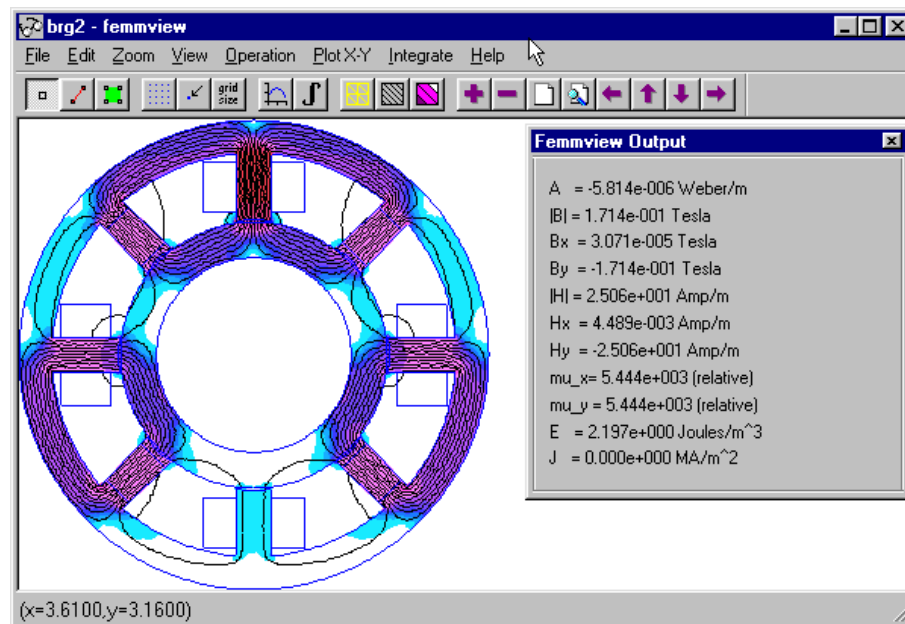
Obrázek 3.4: Uživatelské prostředí programu ANSYS Workbench

- Maxwell je kvalitní software pro simulace, navrhování a analýzu elektromagnetických polí 3D a 2D konstrukcí jako jsou motory, pohony, transformátory a jiné elektrotechnické přístroje společně pro automobilový, vojenský a jiný průmysl. Umožňuje řešit elektromagnetické výpočty na velkých geometrických modelech a k výpočtům využívá metodu konečných prvků.



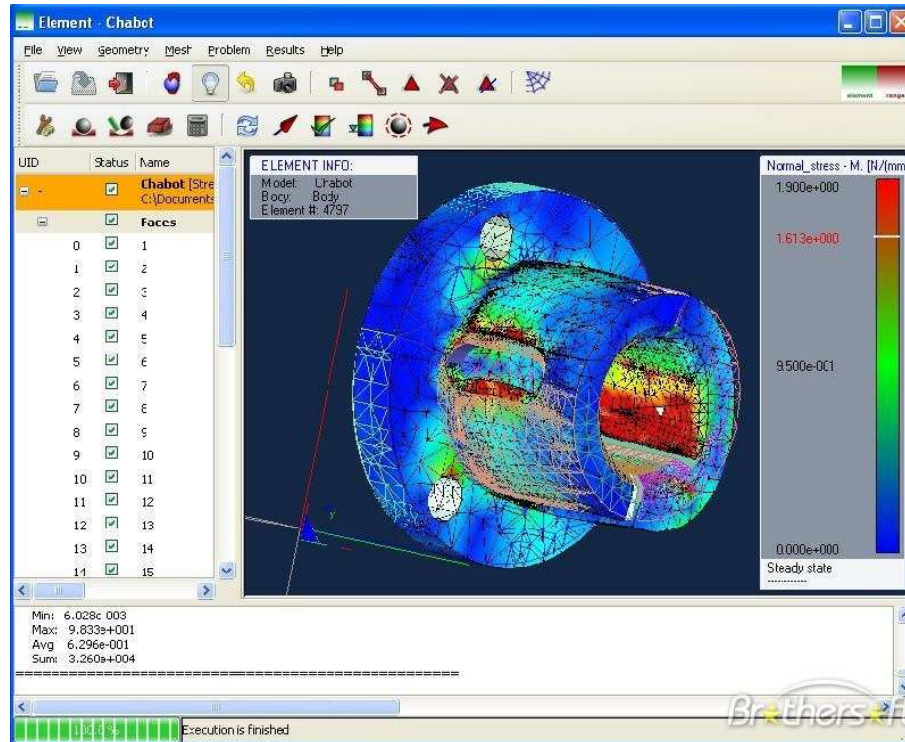
Obrázek 3.5: Uživatelské prostředí programu ANSOFT Maxwell

- FEMM je software využívající metodu konečných prvků pro 2D magnetické, elektrostatické, tepelné analýzy i analýzy proudění.



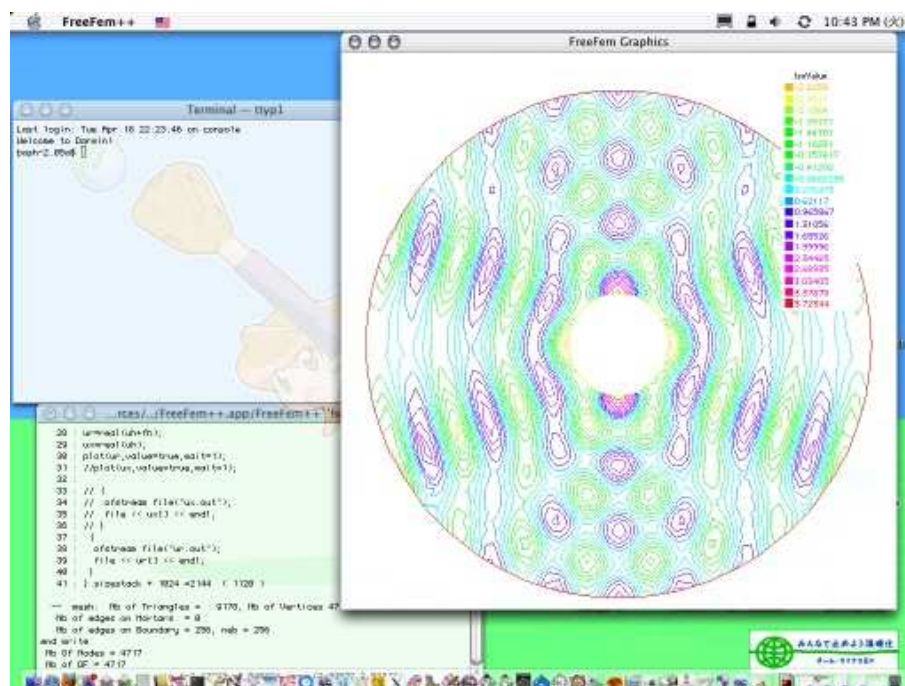
**Obrázek 3.6:** Uživatelské prostředí programu FEMM

- Range Software umožňuje analýzy přestupu tepla, radiace, deformací a proudění. Při generování sítě využívá různé typy elementů. Disponuje moderním uživatelským prostředím a umožňuje pohodlně nastavit a analyzovat fyzikální pole. Další předností je možnost spravovat databázi materiálů. Range software umožňuje řešit úlohy přestupu tepla, proudění a lineární statické analýzy.



Obrázek 3.7: Uživatelské prostředí programu Range Software

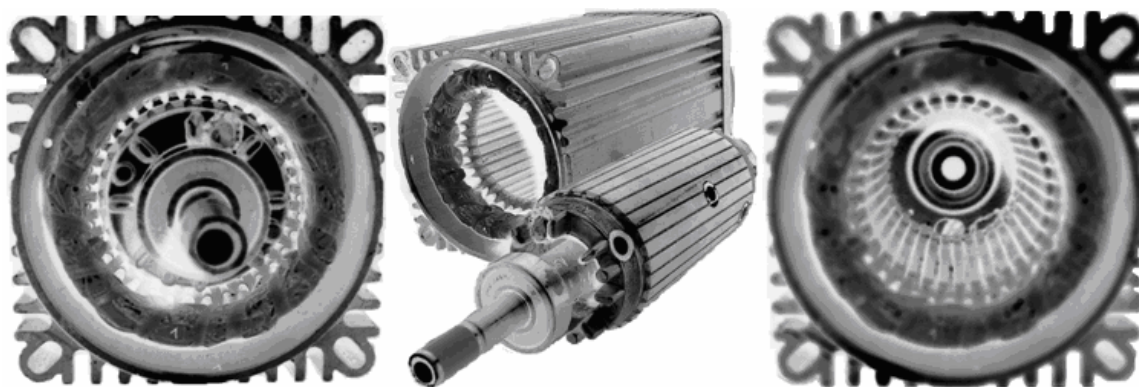
- FreeFem je implementace programového jazyka zaměřená na řešení úloh z různých fyzikálních oborů metodou konečných prvků. Programovací jazyk provádí automatické generování sítě i numerický výpočet.



Obrázek 3.8: Uživatelské prostředí programu FreeFem

## 4 ANALYZOVANÝ STROJ

Konstrukce asynchronních strojů je složena z pevné části (statoru) a rotující části (rotoru). V kostře statoru a na hřídeli jsou zalisované navzájem izolované plechy ve kterých jsou vyraženy drážky pro uložení vinutí. Mezi státorem a rotorem je vzduchová mezera, umožňující pohyb rotoru. Provedení rotoru může být s kotvou nakrátko, nebo s kotvou vinutou (kroužkovou). V případě rotoru s kotvou nakrátko je rotorové vinutí zhotovené z tyčí, které jsou na koncích spojeny vodivými kruhy. U rotoru s kotvou kroužkovou jsou začátky vinutí vyvedeny na tři izolované kroužky a přes kartáče je vinutí připojeno k regulačním odporům. Ztráty v elektrických strojích se dělí na mechanické, ztráty v mechanickém obvodu, ztráty ve vinutí a dodatečné ztráty. Ztráty v magnetickém obvodu se dále dělí na hysterezní a ztráty vířivými proudy.



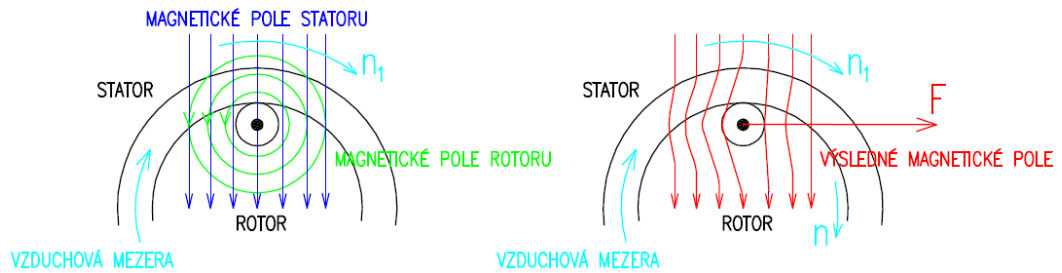
Obrázek 4.1: Skutečný analyzovaný stroj

Analyzovaný elektrický stroj je asynchronní s kotvou nakrátko, pracující s trojfázovou sítí s frekvencí 50 Hz a je dimenzován na jmenovitou hodnotu sdruženého napětí 200V. Pasivní chlazení stroje je řešeno žebrovou konstrukcí kostry. Elektrické stroje bývají definovány jmenovitými (štítkovými) hodnotami.

$P_n$	$U_n$	$I_n$	$2p$	$n_n$
[W]	[V]	[A]	[-]	[ $\text{min}^{-1}$ ]
200	200	1,44	6	900

Tabulka 4.1: Jmenovité hodnoty analyzovaného stroje

Po připojení stroje na napájecí síť vytvářejí proudy statorového vinutí ve vzduchové mezeře točivé magnetické pole, jehož rychlost nazýváme synchronní otáčky. Indukční čáry točivého magnetického pole prochází vodiči rotorového vinutí a indukuje v nich napětí. Indukované napětí v rotoru vyvolá v rotorovém vinutí průtok proudu. Průtok proudu v rotoru vyvolá magnetické pole rotoru. Na rotorové vinutí poté působí mechanická síla vyvolaná vzájemným působením magnetických polí a na základě Lorentzova zákona se vodiče začnou vychylovat ve směru otáčení magnetického pole.

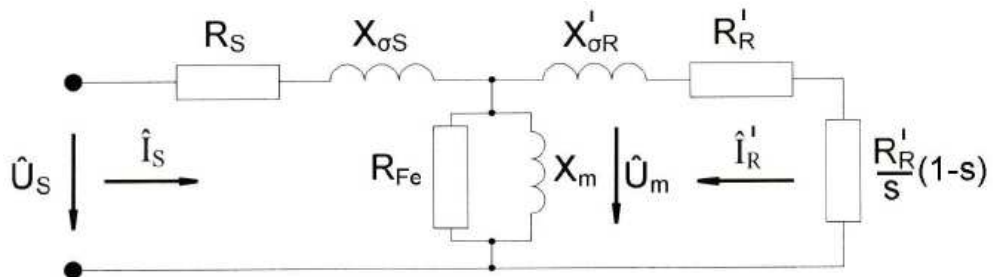


**Obrázek 4.2:** Vznik tažné síly asynchronního motoru

Magnetické pole ve vzduchové mezeře je vytvářeno statorovým vinutím a bývá znázorněno průběhy magnetomotorického napětí  $F_m$ , magnetického toku  $\Phi$  nebo magnetické indukce  $B$ .

$$F_m = R_m \cdot \Phi = NI = \oint H dl \quad (4.1)$$

Magnetický tok je na rozdíl od magnetomotorického napětí veličina závislá na nasycení magnetického obvodu. Uvažujeme-li nenasycený magnetický obvod a rozložení vodičů do více drážek, obdržíme výsledné magnetické pole superpozicí magnetických polí jednotlivých vodičů. Čím je vinutí rozloženo do více drážek, tím více se průběh pole podobá harmonickému průběhu. Obě vinutí asynchronního stroje mají činný odpor, vlastní a rozptylovou indukčnost a společný magnetický obvod. Náhradní obvod asynchronního motoru pro jednu fázi statorového vinutí je znázorněn na **Obrázku 4.3**.



**Obrázek 4.3:** Náhradní obvod asynchronního stroje

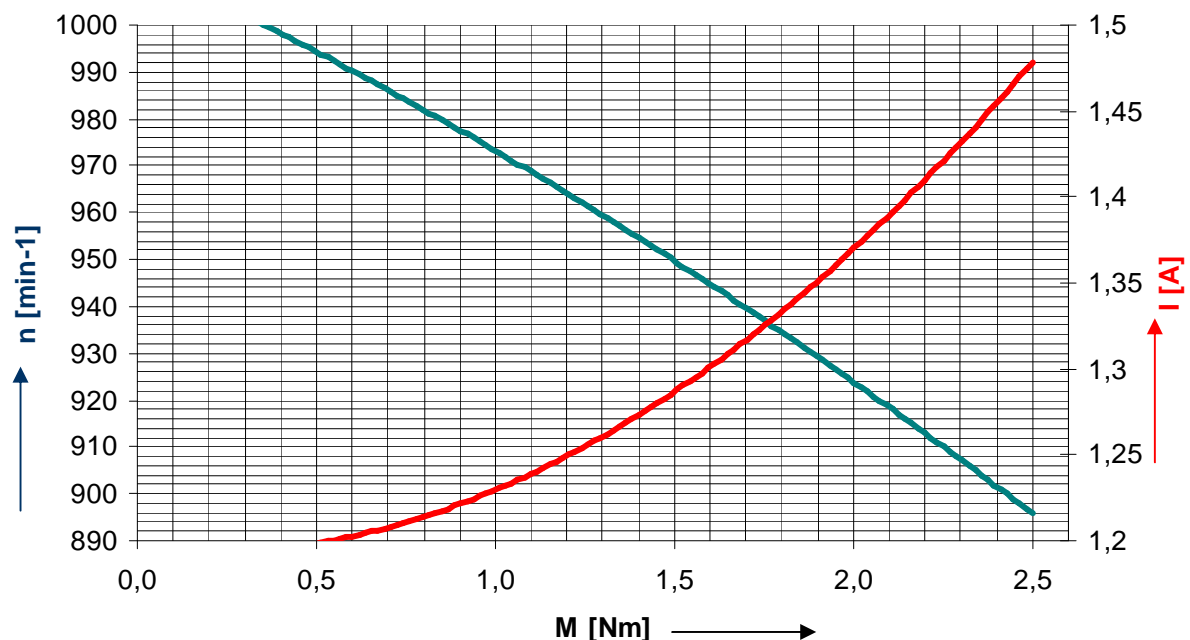
Náhradní obvod asynchronního motoru je v podobě T-článku a lze jej popsat základními rovnicemi:

$$\hat{U}_s = R_s \hat{I}_s + jX_{\sigma S} \hat{I}_s + \left( \frac{jX_m \cdot R_{Fe}}{R_{Fe} + jX_m} \right) \hat{I}_s + \left( \frac{jX_m \cdot R_{Fe}}{R_{Fe} + jX_m} \right) \hat{I}_R \quad (4.2)$$

$$0 = \frac{R'_R}{s} \hat{I}'_R + jX'_{\sigma R} \hat{I}'_R + \left( \frac{jX_m \cdot R_{Fe}}{R_{Fe} + jX_m} \right) \hat{I}'_R + \left( \frac{jX_m \cdot R_{Fe}}{R_{Fe} + jX_m} \right) \hat{I}_s \quad (4.3)$$

## 5 MĚŘENÍ ZATĚŽOVACÍ CHARAKTERISTIKY STROJE

Analyzovaný stroj byl podroben měření zatěžovací charakteristiky, pro posouzení jeho dynamických vlastností a konstrukčního provedení. Zatěžovací charakteristika se měří dynamometrem různých konstrukcí. Dynamometry jsou zkušební stroje, sloužící pro měření točivého momentu a mohou pracovat v motorickém i generátorickém stavu. Dynamometr byl odlehčen a poté zatížen jmenovitým momentem. Při jmenovité zátěži se stroj nechal zahřát na provozní teplotu. Na motoru bylo pomocí auto-transformátoru nastaveno jmenovité napětí a motor byl odlehčen na minimum. Následně byl motor rychle a postupně zatěžován. Hodnoty zatěžovací charakteristika a odpory statorového vinutí jsou důležité pro výpočet proudové hustoty. Grafický průběh zatěžovací charakteristiky je na **Obrázku 5.1**.



**Obrázek 5.1:** Zatěžovací charakteristika stroje

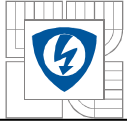
Ze zatěžovací charakteristiky byly vybrány tři body pro které byl proveden výpočet elektromagnetického pole. Pro tyto body byly určeny parametry náhradního obvodu asynchronního stroje a hodnoty proudů ve vinutí statoru a rotoru.

$$\bar{Z}_K = \left| \frac{\hat{U}_K}{\hat{I}_K} \right| (\cos \varphi_K + j \sin \varphi_K) \quad (5.1)$$

kde

$$R_S \equiv R'_R = \operatorname{Re} \left| \bar{Z}_K \right| = \left| \frac{\hat{U}_K}{\hat{I}_K} \right| \cos \varphi_K \quad (5.2)$$





$$X\sigma_S \equiv X'\sigma_R = \text{Im} \left| \hat{Z}_K \right| = \left| \frac{\hat{U}_K}{\hat{I}_K} \right| \sin \varphi_K \quad (5.3)$$

Výpočet impedance pro stav naprázdno:

$$\bar{Z}_{ms} = \frac{\left[ \left( (R_S + jX_{\sigma S}) \left( \frac{R'_R}{s} + jX'_{\sigma R} \right) \right) - \left( \left( \left| \frac{\hat{U}_S}{\hat{I}_S} \right| (\cos \varphi + j \sin \varphi) \right) \left( \frac{R'_R}{s} + jX'_{\sigma R} \right) \right) \right]}{\left[ \left( \left| \frac{\hat{U}_S}{\hat{I}_S} \right| (\cos \varphi + j \sin \varphi) \right) - (R_S + jX_{\sigma S}) - \left( \frac{R'_R}{s} + jX_{\sigma R} \right) \right]} \quad (5.4)$$

$$\bar{Z}_{ms} = R_{Fes} + jX_{ms} \quad (5.5)$$

Výpočet magnetizační reaktance:

$$X_m = \frac{R_{Fes}^2 + X_{ms}^2}{X_{ms}} \quad (5.6)$$

Výpočet odporu reprezentujícího ztráty v železe:

$$R_{Fe} = \frac{R_{Fes}^2 + X_{ms}^2}{R_{Fes}} \quad (5.7)$$

Rovnice pro výpočet proudu ve statoru a v rotoru:

$$\hat{I}_S = \frac{\hat{U}_S \cdot (R'_R + jsX_R)}{\left[ R'_R R_S + j(R'_R X_S + sR_S X_R) + s \left[ \left( 1 - \frac{X'_m}{X_R X_S} \right) \cdot (-X_R X_S) \right] \right]} \quad (5.8)$$

$$\hat{I}_R = \frac{\hat{U}_S \cdot (-jsX_m)}{\left[ R'_R R_S + j(R'_R X_S + sR_S X_R) + s \left[ \left( 1 - \frac{X'_m}{X_R X_S} \right) \cdot (-X_R X_S) \right] \right]} \quad (5.9)$$

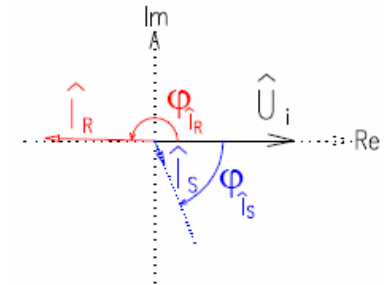
Výsledné hodnoty proudů ve statoru a v rotoru odpovídající vybraným bodům zatěžovací charakteristiky:

$$n=980\text{min}^{-1}$$

$$M=1,0\text{Nm}$$

$$\hat{I}_S=1,2\angle 68^\circ\text{A}$$

$$\hat{I}_R=5,1\angle 179^\circ\text{A}$$

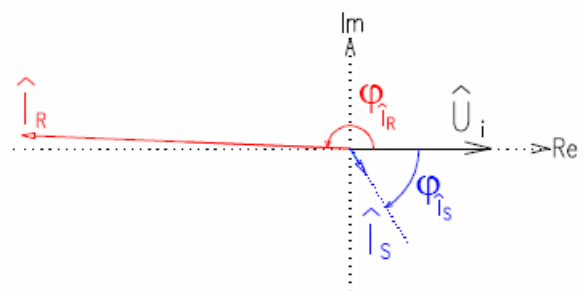


$$n=940\text{min}^{-1}$$

$$M=1,75\text{Nm}$$

$$\hat{I}_S=1,34\angle 59^\circ\text{A}$$

$$\hat{I}_R=14,89\angle 178^\circ\text{A}$$

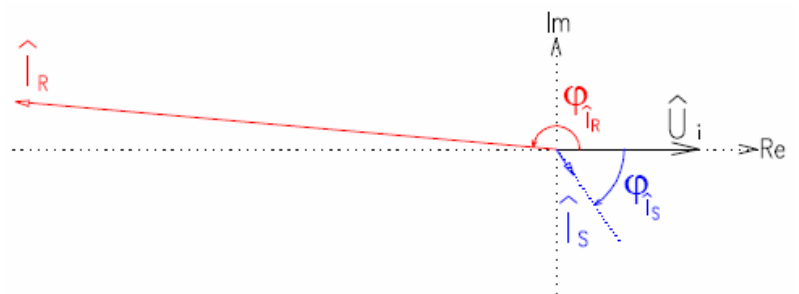


$$n=900\text{min}^{-1}$$

$$M=2,25\text{Nm}$$

$$\hat{I}_S=1,44\angle 56^\circ\text{A}$$

$$\hat{I}_R=24,4\angle 175^\circ\text{A}$$



**Obrázek 5.2:** Proudů ve statoru a rotoru pro tři body zatěžovací charakteristiky



## 6 ANALÝZA ASYNCHRONNÍHO STROJE

Základní verzi programu ANSYS Multiphysics lze řešit celé spektrum fyzikálních problémů, popsatečných metodou konečných prvků. Grafické uživatelské prostředí programu ANSYS je přehledné a logické.

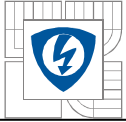
Hlavní menu programu ANSYS tvoří následující moduly:

- **PREFERENCES**  
Modul sloužící k volbě typu řešení. Ostatní moduly hlavního menu programu přizpůsobí výběru.
- **PREPROCESSOR.**  
Preprocessor je část hlavního menu, která zahrnuje tvorbu geometrického a matematického modelu. Slouží k nastavení okrajových a počátečních podmínek, výběru elementů a tvorbě sítě konečných prvků.

- ☐ **Preprocessor**
  - ⊕ **Element Type**
  - ⊕ **Real Constants**
  - ⊕ **Material Props**
  - ⊕ **Sections**
  - ⊕ **Modeling**
  - ⊕ **Meshing**
  - ⊕ **Checking Ctrl**
  - ⊕ **Numbering Ctrl**
  - ⊕ **Archive Model**
  - ⊕ **Coupling / Ceqn**
  - ⊕ **FLOTRAN Set Up**
  - ⊕ **Multi-field Set Up**
  - ⊕ **Loads**
  - ⊕ **Physics**
  - ⊕ **Path Operations**

- **SOLUTION**  
Modul solution slouží k výběru typu analýzy, volbě a nastavení vhodného “řešiče“ pro počítané fyzikální pole a ke spuštění výpočtu úlohy.

- ☐ **Solution**
  - ⊕ **Analysis Type**
  - ⊕ **Define Loads**
  - ⊕ **Load Step Opts**
  - ⊕ **SE Management (CMS)**
  - ☑ **Results Tracking**
  - ⊕ **Solve**
  - ⊕ **Manual Rezoning**
  - ⊕ **Multi-field Set Up**
  - ⊕ **Diagnostics**
  - ☑ **Unabridged Menu**



- **GENERAL POSTPROCESSOR**

Práce v modulu postprocessor je finální částí analýzy a slouží k vyhodnocení numerických a grafických výsledků analýzy. Je možné využít široké spektrum interpretace výsledků analýzy.

- ▣ **General Postproc**
  - ▣ Data & File Opts
  - ▣ Results Summary
  - ▣ Read Results
  - ▣ Options for Outp
  - ▣ Results Viewer
  - ▣ Load Case
  - ▣ Check Elem Shape
  - ▣ Write Results
  - ▣ ROM Operations
  - ▣ Fatigue
  - ▣ Define/Modify
  - ▣ Manual Rezoning

- **TIMEHIST POSTPROCESSOR**

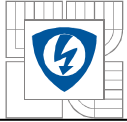
Pro některé úlohy jsou zásadní výsledky analýzy závislé na době působení okrajových podmínek, nebo změně geometrických dispozic modelu. Příkladem interpretace takových výsledků může být animace. Modul Timehist Postprocessor slouží k hodnocení výsledků těchto úloh.

- ▣ **TimeHist Postpro**
  - ▣ Variable Viewer
  - ▣ Settings
  - ▣ Store Data
  - ▣ Define Variables
  - ▣ Read LSDYNA Data
  - ▣ List Variables
  - ▣ List Extremes
  - ▣ Graph Variables
  - ▣ Math Operations
  - ▣ Table Operations
  - ▣ Smooth Data
  - ▣ Generate Spectrm
  - ▣ Reset Postproc

### ZÁKLADNÍ SOLVERY PROGRAMU ANSYS:

- **The Sparse Direct Solver**

Pracuje na principu přímé eliminace rovnic, čímž se liší od interaktivních řešičů. Řešení je získáno opakovaním procesu, který postupně upřesňuje původní odhad řešení.



- The Preconditioned Conjugate Gradient (PCG) Solver

PCG solver umožňuje řešit všechny strukturální analýzy i některé úlohy z jiných fyzikálních oblastí. Tyto řešiče sestavují úplné globální matice a počítají řešení stupňů volnosti opakujícími se konverencemi. Solver PCG je obvykle 4 až 10krát rychlejší než JCG solver, ale využívá dvakrát tolik paměti, protože v paměti zachovává vždy dvě matice.

- The Jakobi Conjugate Gradient (JCG) Solver

Využívá diagonální matice tuhosti. Obvykle se používá pro tepelné analýzy.

- The Incomplete Cholesky Conjugate Gradient (ICCG) Solver

ICCG solver je nevhodný pro všeobecné použití. Dokáže komplexně řešit nesymetrické úlohy. Často se používá pro statické, harmonické a tranzientní elektromagnetické výpočty.

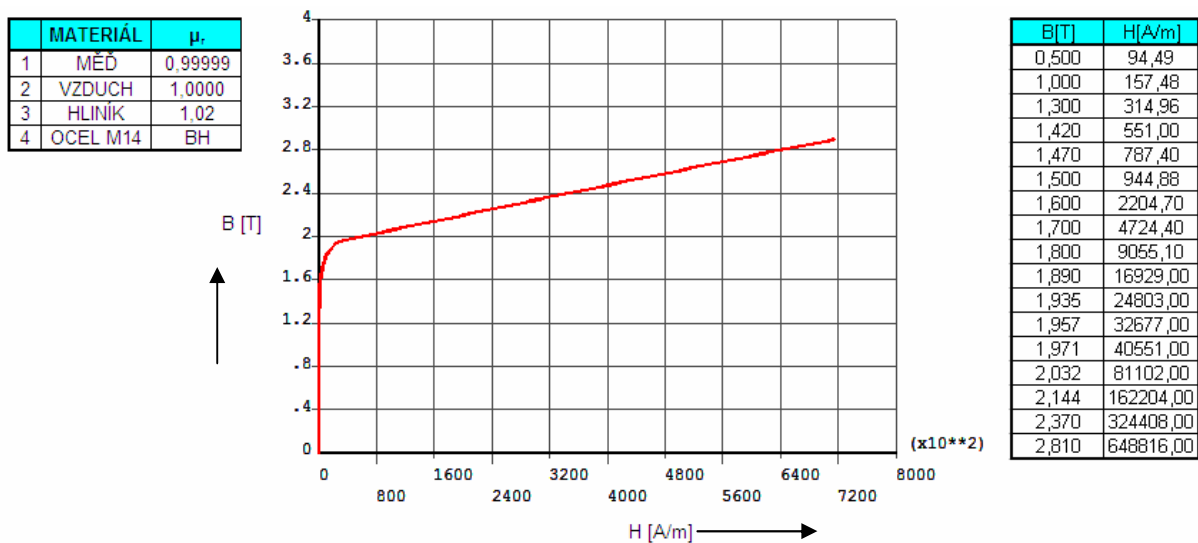
- The Algebraic Multigrid (AMG) Solver

Interaktivní solver vhodný pro řešení nelineárních problémů. Využívá sdílení paměti.

Při řešení problému je nutné porozumět jeho fyzikální stránce a analýzu provádět důkladně. Je třeba si uvědomit, které části modelu jsou z fyzikálního hlediska důležité a které části se dají zanedbat. Často se využívá symetrie modelu a převádění z 3D na 2D model. Zjednodušování krátí dobu výpočtu a snižuje požadavky na hardware počítače. Při analýzách je nutné uvědomit si omezení použitého modelu a z výsledků vyvozovat závěry. Před vlastním řešením úlohy je třeba obstarat dostatek informací, provést předběžné výpočty, nebo ověřit řešení experimentálně. Vypočtené výsledky je důležité vhodně interpretovat.

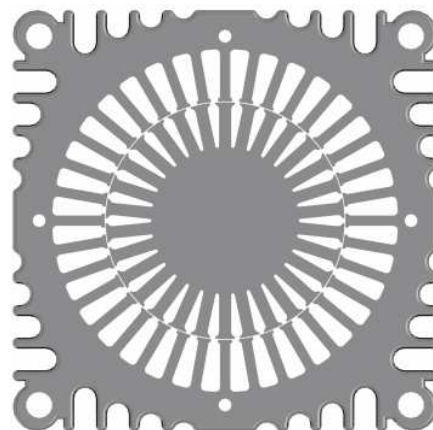
## 6.1 Fyzikální model stroje

Fyzikální, matematický i numerický model se v programu ANSYS vytváří v části preprocessor. Tvorba fyzikálního modelu zahrnuje nastavení materiálových charakteristik a vytvoření geometrie stroje. Materiály ze kterých je stroj sestaven byly definovány relativní permeabilitou a nelinearita oceli magnetického obvodu byla zadána souřadnicemi BH křivky. Hodnoty relativní permeability použitých materiálů a průběh BH křivky použité oceli jsou uvedeny na **Obrázku 6.1**.

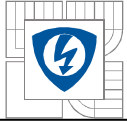


**Obrázek 6.1:** Vlastnosti použitých materiálů

Geometrii modelu lze vytvořit přímo v programu ANSYS, avšak tvorba složitějších součástí v programu ANSYS nedosahuje kvalit moderních CAD programů. ANSYS používá tři základní modely přenosu geometrie. Model Connection slouží k importu geometrie z podporovaných CAD programů, bez zachování parametrů a asociativity. Další dva modely využívá ANSYS Workbench a jejich principem je zachování geometrie při využívání několika různých CAD programů. Magnetický obvod a kostra asynchronního stroje byly vytvořeny podle získaných rozměrů v programu Autodesk Inventor 9.



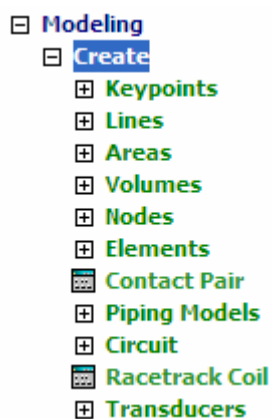
**Obrázek 6.2:** Geometrický model stroje vytvořený v programu Autodesk Inventor



Jelikož ANSYS pracuje s vysokou geometrickou přesností řádově  $10^{-19}$ , dochází při exportu složitějších modelů z CAD programů k rozpadu geometrie a model je nutné upravit. V programu ANSYS je geometrie tvořena z bodů (keypoints), spojených přímkami nebo křivkami (lines), mezi kterými se tvoří plochy (areas). Geometrie 3D modelů jsou tvořeny i objemy (volumes). Poté co byl model exportován do programu ANSYS, byl odstraněn objem a veškeré entity v ose z, aby bylo docíleno 2D modelu stroje.

### Možnosti tvorby geometrie v programu ANSYS

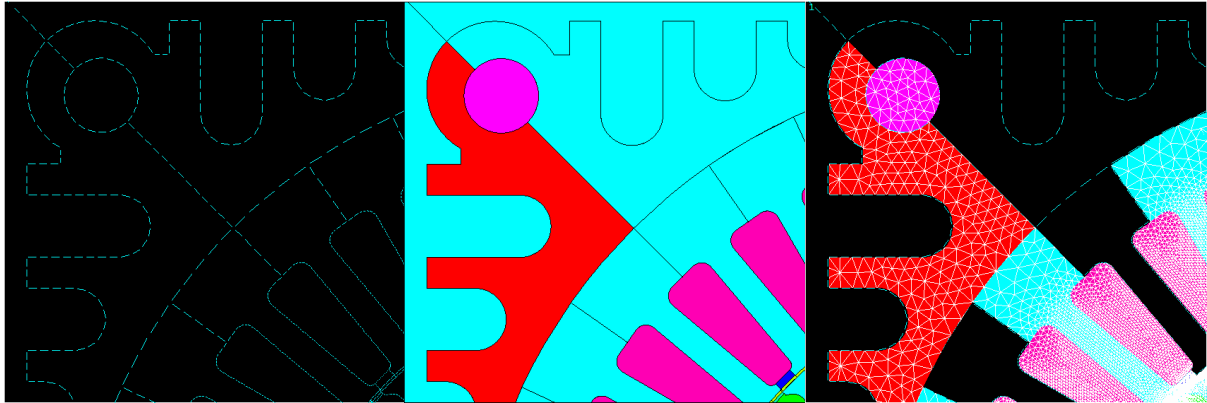
V programu ANSYS se mohou vytvářet geometrické body zadáním jejich souřadnic, kliknutím na určité místo v grafickém uživatelském prostředí, mezi stávající geometrické body, nebo vazbou na jiné entity. Přímkami se zadávají mezi dva stávající geometrické body. Křivky mohou mít charakter tangenty nebo normály a dají se tvořit pomocí jedné nebo dvou přímek. Oblouky a kružnice je možné vytvořit pomocí tří geometrických bodů, zadáním koncového geometrického bodu a poloměru, nebo výběrem středu kružnice a poloměru. Křivky je možné vytvářet pomocí splajnů výběrem příslušných geometrických bodů. V programu ANSYS lze vytvořit plochy ve tvaru obdélníku, kruhu a polygonů. Mnohem častěji se však plochy definují mezi vytvořené křivky, což umožňuje vytvořit plochu libovolného tvaru a kopírovat tak tvar modelu. Podobně jako plochy je možné vytvořit objemy. Paleta nástrojů pro tvorbu geometrie modelu je částí preprocesoru v hlavním menu programu ANSYS.



### Úpravy geometrie modelu v programu ANSYS

Pro fyzikální model stroje je důležité vytvořit plochy pro všechny definované materiály. Z tohoto důvodu je nutné upravit rozložení křivek modelu stroje. Úpravy geometrie se musí provádět s ohledem na pozdější tvorbu sítě konečných prvků. S ohledem na složitost geometrie musí být drátový model stroje tvořen z co nejnižšího počtu křivek, což usnadní řízení kvality sítě definováním počtu elementů na jednotlivé křivky. Oblasti pokrývající velké plochy je vhodné rozdělit na několik menších oblastí. Při automatickém vytváření sítě konečných prvků je rozdělením oblastí docíleno stability algoritmů, které síť vytváří. Vyšší kvality sítě se docílí rozdělením geometrie na několik stejných částí. Když je docíleno kvalitního rozdělení geometrie modelu, vytvoří se na všechny vzniklé oblasti plochy.

**Obrázek 6.3** ukazuje rozdělení geometrie analyzovaného stroje, plochy vytvořené na nově vzniklých oblastech a vliv dělení geometrie na tvorbu sítě konečných prvků.



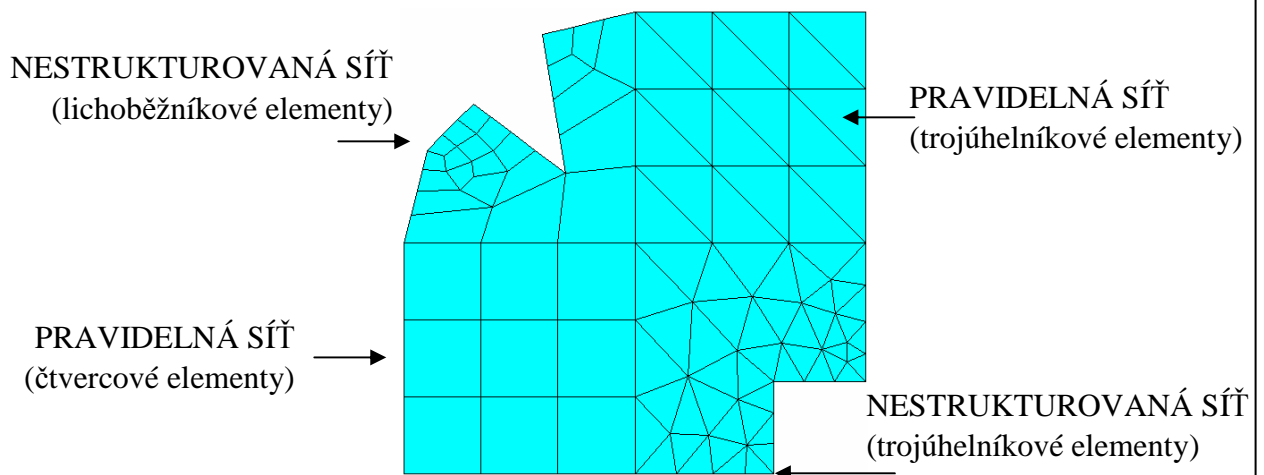
**Obrázek 6.3:** Princip dělení geometrie modelu

Okolo modelu bylo nutné vytvořit oblast pro okolní vzduch, která je důležitá pro nastavení okrajových podmínek. Celkovou upravenou geometrii modelu v programu ANSYS tvoří 1664 křivek a 355 ploch.



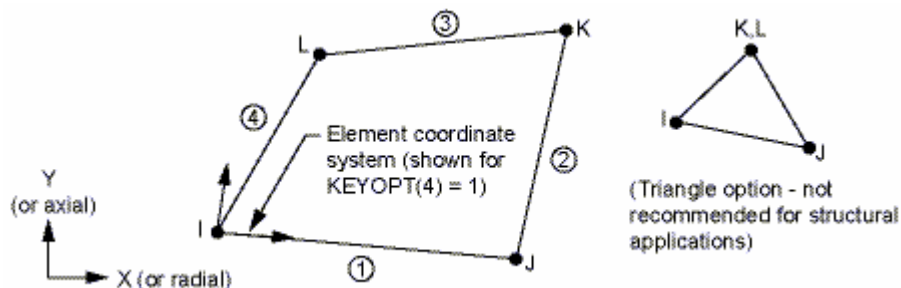
## 6.2 Numerický model stroje

Tvorba sítě konečných prvků je velmi podstatná část analýzy. Kvalita sítě přímo ovlivňuje přesnost výsledků analýzy a dobu výpočtů. Před vlastní tvorbou sítě je nutné určit místa s nejvyšší požadovanou přesností výpočtu a přizpůsobovat jim strukturu sítě. Síť je možné vytvořit pomocí vlastního algoritmu programu, nebo je definována uživatelem. Hustota sítě lze ovlivnit definováním počtu elementů na různé entity, nebo změnou velikosti elementů. Elementy sítě ve 2D úlohách mohou mít tvar trojúhelníku, nebo obdélníku. Na **Obrázku 6.4** jsou uvedeny příklady sítí v programu ANSYS.



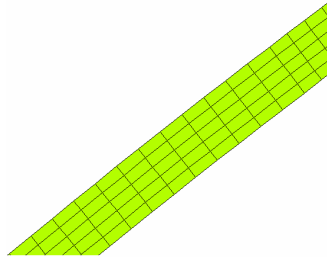
**Obrázek 6.4:** Příklady kvality sítí vytvořených v programu ANSYS

Pro vytvoření sítě konečných prvků byly zvoleny elementy typu PLANE13. Tyto elementy jsou vhodné pro výpočty 2D magnetických, tepelných, elektrických, piezoelektrických a strukturálních úloh. Elementy PLANE13 jsou definovány čtyřmi uzly a až čtyřmi stupni volnosti na uzel. Mají nelineární magnetické schopnosti pro modelování BH křivek, nebo křivek demagnetizace permanentních magnetů. Nejvyšší kvalita sítě byla soustředěna do oblastí magnetického obvodu a vzduchové mezery, kde se uzavírají magnetické siločáry a očekává se zde prudší změna pole vzhledem k mechanickému zatížení stroje.



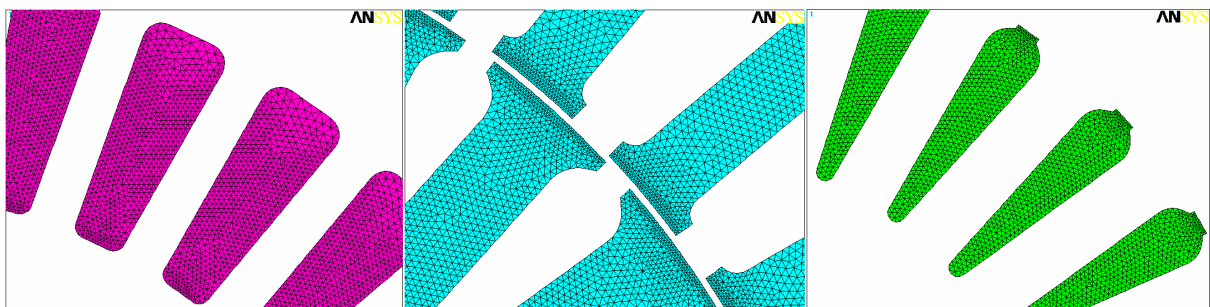
**Obrázek 6.5:** Použitý element typu PLANE 13

Výpočty elektromagnetického pole ve vzduchové mezeře vyžadují vysokou přesnost. Kvalita sítě v této oblasti byla předem nastavena. Struktura sítě byla řízena velikostí elementů a jejich počtem na přímkách které oblast uzavírají. Podařilo se vytvořit pravidelnou síť s rovnoměrným počtem elementů, čemuž napomohla geometrie vzduchové mezery ve tvaru mezikruží.



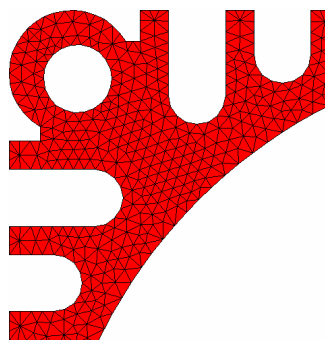
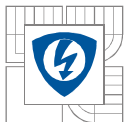
**Obrázek 6.6:** Struktura sítě konečných prvků na ploše vzduchové mezery

Magnetický obvod a plochy drážek vinutí stroje svým tvarem neumožňují aplikovat pravidelnou síť, proto byla použita automaticky vygenerovaná síť trojúhelníkových elementů. Struktura byla částečně ovlivněna počtem elementů na křivku, ale absolutně homogenního rozložení elementů na plochu nebylo dosaženo. **Obrázek 6.7** znázorňuje síť konečných prvků na plochách magnetického obvodu a drážek vinutí.



**Obrázek 6.7:** Síť konečných prvků v oblasti magnetického obvodu a drážek vinutí

Elektromagnetické pole v oblasti hřídele, kostry stroje a okolního vzduchu se očekává velmi slabé, proto byla volena automatická síť s jemnějším rozložením elementů, aby se snížil čas výpočtu a přesnost analýzy zůstala zachována. Upravit automaticky vygenerovanou síť kostry stroje bylo časově náročnější, protože tvar kostry uzpůsobený k pasivnímu chlazení je složitý. Strukturu sítě kostry stroje znázorňuje **Obrázek 6.8**.



**Obrázek 6.8:** Struktura sítě konečných prvků v oblasti kostry stroje

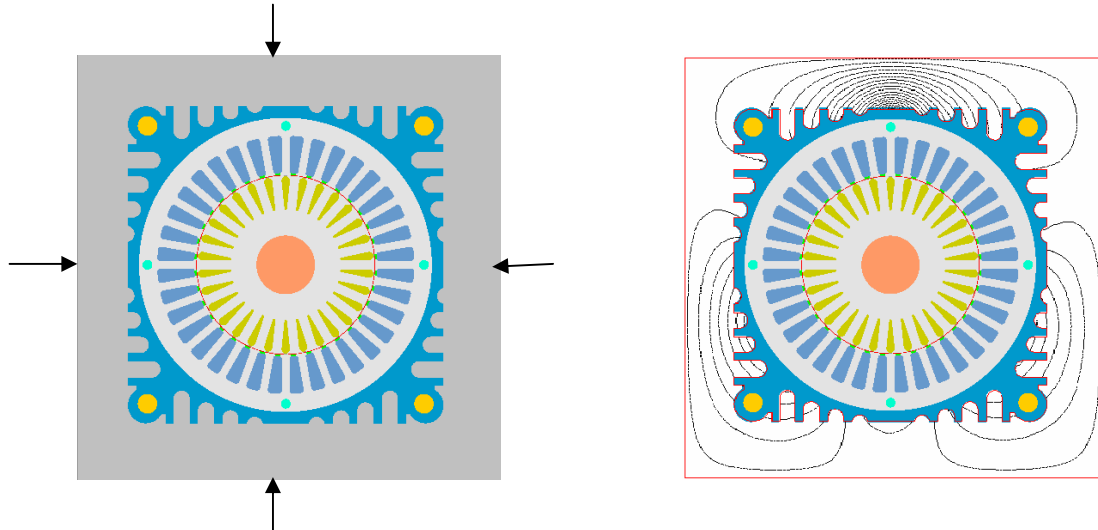
Celková síť modelu je složena z 236962 elementů. Parametry jednotlivých sítí jsou zpracovány v **Tabulce 6.1**.

	MATERIÁL	TVAR ELEMENTŮ	ROZLOŽENÍ ELEMENTŮ	POČET ELEMENTŮ
1	MAG. OBVOD STATORU	TRI	FREE	61638
2	HŘÍDEL	TRI	FREE	1182
3	KOSTRA	TRI	FREE	4099
4	ŠROUBY	TRI	FREE	681
5	VINUTÍ STATORU	TRI	FREE	49701
6	VINUTÍ ROTORU	TRI	FREE	27049
7	OKOLNÍ VZDUCH	TRI	FREE	18448
8	DUTINY V KOSTŘE	TRI	FREE	277
9	VZDUCHOVÁ MEZERA	QUAD	MAPPED	9274
10	STATOROVÉ KLÍNY	TRI	FREE	5383
11	ROTOROVÉ KLÍNY	TRI	FREE	1390
12	MAG. OBVOD ROTORU	TRI	FREE	57840

**Tabulka 6.1:** Parametry použitých sítí na modelu stroje

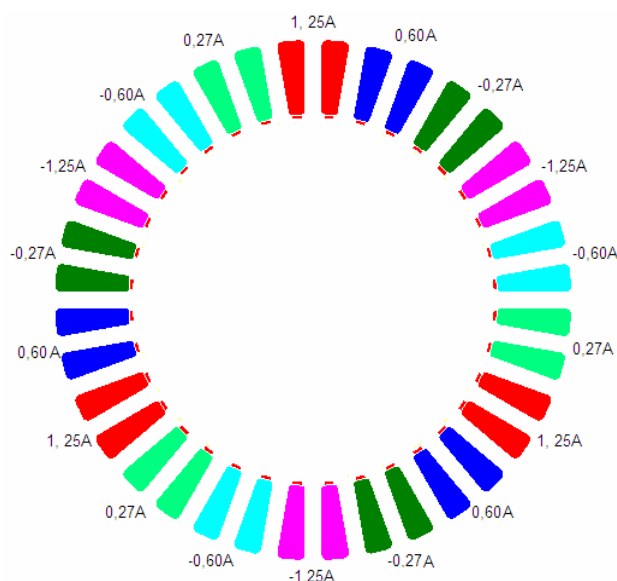
### 6.3 OKRAJOVÉ PODMÍNKY ANALÝZY

Dalším krokem analýzy je nastavení okrajových podmínek. Aby bylo docíleno uzavírání magnetických siločar jen uvnitř fyzikálního modelu stroje, byla nastavena podmínka paralelního magnetického toku. Tato podmínka byla definovaná na okraje modelovaného okolního vzduchu, jak je naznačeno na **Obrázku 6.9**.



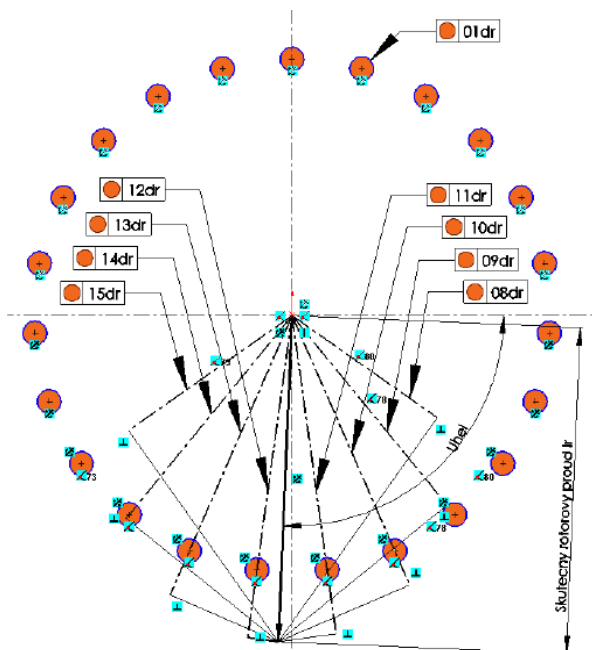
**Obrázek 6.9:** Nastavení podmínky paralelního magnetického toku

Z vypočtených proudů pro tři zvolené body zatěžovací charakteristiky stroje byly získány proudy ve všech drážkách statoru a rotoru. Nastavování proudů do drážek statoru závisí na typu vinutí skutečného stroje. Každá složka všech fází statorového proudu byla zadána do tří dvojic drážek vzájemně posunutých o  $120^\circ$ , aby bylo docíleno symetrického rozložení proudu. Zároveň opačné hodnoty těchto složek proudu byly zadány zrcadlově do protějších drážek, čímž byl respektován směr toku proudu. Rozložení proudů statorového vinutí znázorňuje **Obrázek 6.10**.



**Obrázek 6.10:** Rozložení proudů v drážkách statorového vinutí

Rotorový proud byl promítnut do geometrie modelu. Proud odpovídající konkrétní drážce je vektor promítnutý ve směru drážky a jeho velikost plyne z Pythagorovy věty, kde přeponu trojúhelníku tvoří původní vektor rotorového proudu. Tímto způsobem byl rozdělen rotorový proud do všech tyčí rotoru. Příklad rozložení proudu do rotorových tyčí znázorňuje **Obrázek 6.11**.



**Obrázek 6.11:** Příklad rozložení proudů do rotorových tyčí

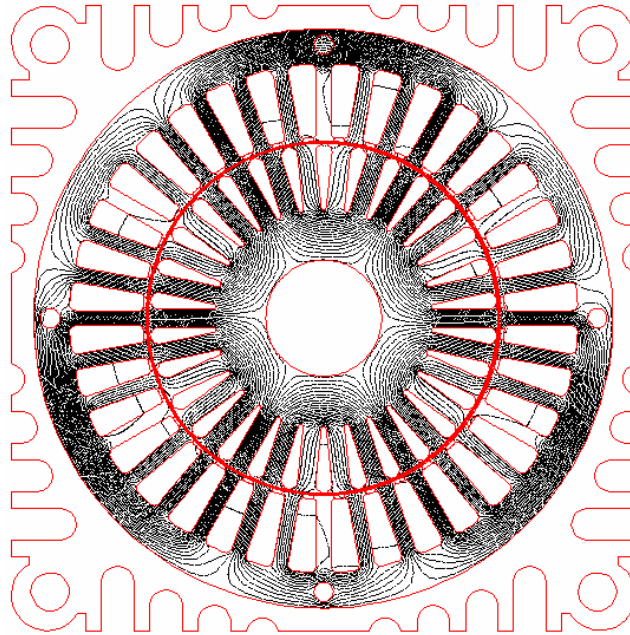
Z proudů ve vinutí statoru a rotorových tyčích byly následně určeny hodnoty proudové hustoty podle rovnice (6.1). Proudová hustota byla definována na plochy vinutí modelu stroje.

$$J = \frac{N \cdot I}{S} \quad \left[ \frac{A}{m^2} \right] \quad (6.1)$$

kde N je počet závitů vinutí, I je hodnota proudu v konkrétní drážce a S je plocha drážky.

## 6.4 VÝSLEDKY ANALÝZY

Magnetické indukční čáry mají tvar uzavřených křivek rozložených v rovinách kolmých k vodičům. Z rozložení magnetických indukčních čar pro jmenovité hodnoty zatěžovací charakteristiky (**Obrázek 6.12**) je rozpoznatelné, že magnetický obvod analyzovaného stroje je rozdělen do šesti pólů. Rozložení magnetických indukčních čar v celém řezu stroje je zobrazeno pomocí padesáti siločar. Pokud obvod není přesycen, lze předpokládat, že siločáry vystupují z feromagnetického jádra kolmo. Magnetické siločáry procházejí i mimo vlastní magnetický obvod a vytvářejí rozptylové toky.



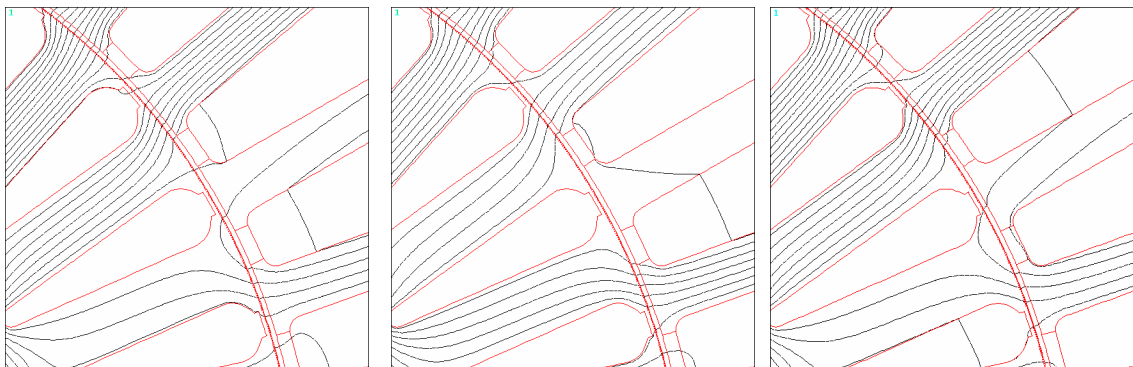
**Obrázek 6.12:** Rozložení magnetických indukčních čar na modelu stroje

Nízký počet magnetických indukčních čar byl volen z důvodu větší přehlednosti. Se zvyšováním počtu siločar, siločáry vystupují i mimo magnetický obvod do kostry a hřídele stroje. V kostře byla vypočtena hodnota magnetické indukce 0,003T a v hřídeli 0,016T. S postupným mechanickým zatížením se rozložení magnetických siločar v některých oblastech modelu stroje mění. Mění se i cesty rozptylových toků, jak je patrné z **Obrázku 6.13**.

$n=980\text{min}^{-1}$   
 $M=1,0\text{Nm}$

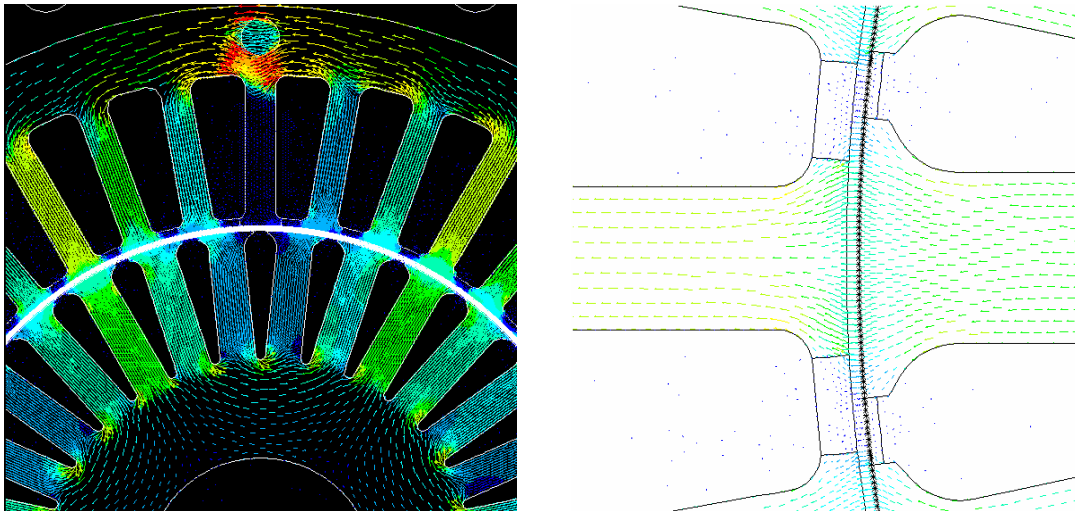
$N=940\text{min}^{-1}$   
 $M=1,75\text{Nm}$

$N=900\text{min}^{-1}$   
 $M=2,25\text{Nm}$



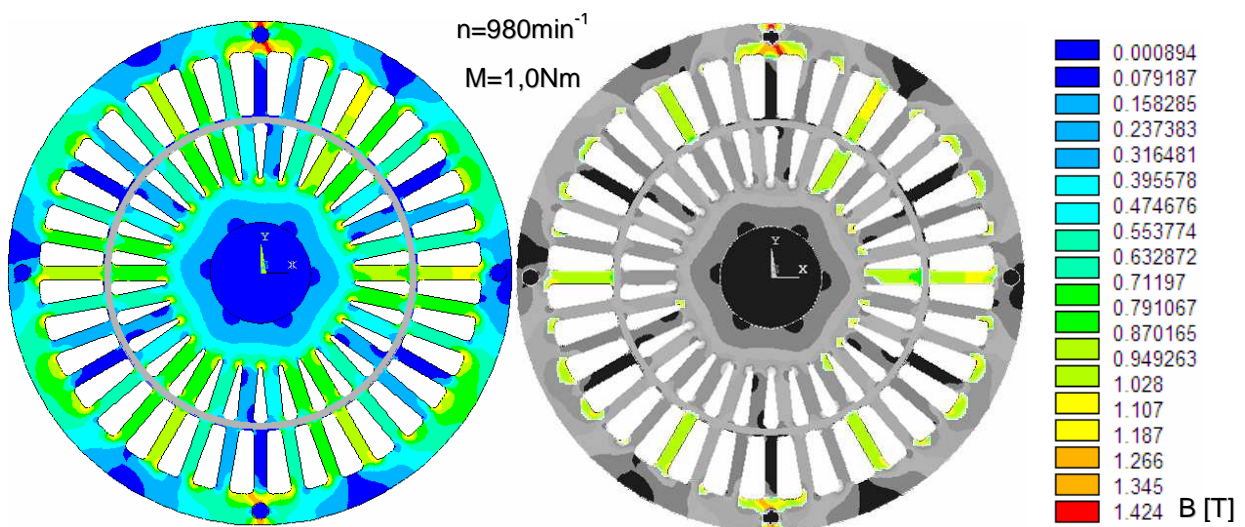
**Obrázek 6.13:** Rozložení magnetických indukčních čar pro různá mechanická zatížení

Magnetická indukce je vektorová veličina a charakterizuje magnetické pole. Vektor magnetické indukce leží v tečně k magnetické indukční čáře v daném bodě. Vektorové zobrazení magnetické indukce v okolí maximální hodnoty a detail oblasti vzduchové mezeře (pro jmenovité hodnoty zatěžovací charakteristiky) ukazuje **Obrázek 6.14**. Vektory magnetické indukce ve vzduchové mezeře vystupují kolmo z magnetického obvodu.



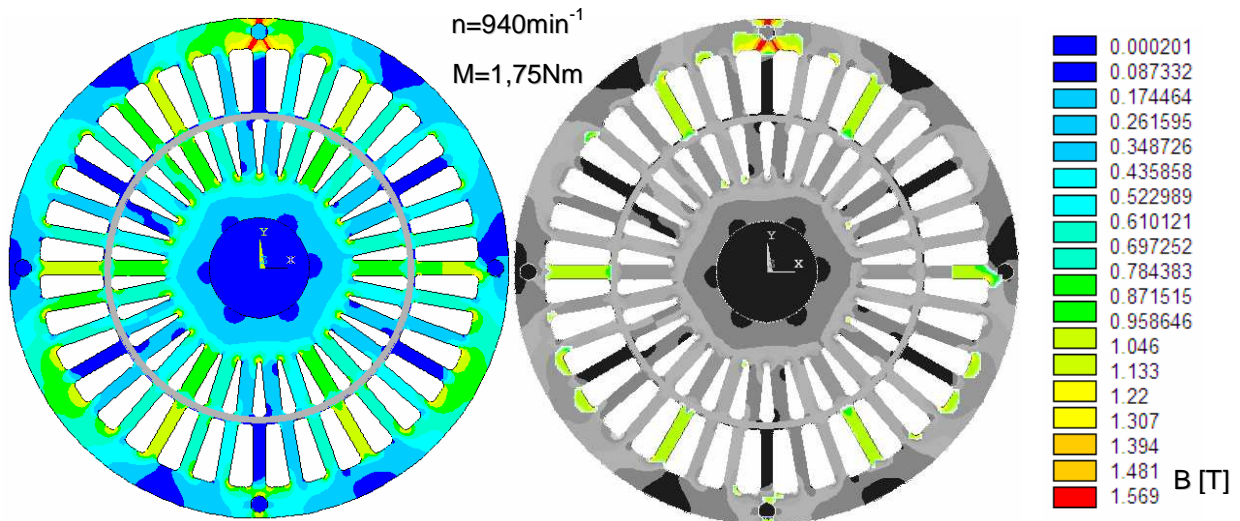
**Obrázek 6.14:** Vektorové zobrazení magnetické indukce

Rozložení magnetické indukce se s mechanickým zatížením mění. Byl proveden výpočet pro tři body zatěžovací charakteristiky a bylo porovnáno rozložení magnetické indukce v celém modelu stroje, průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře a místa s největším sycením magnetického obvodu. Z rozložení magnetické indukce v magnetickém obvodu stroje byla vypočtena maximální hodnota vektorového součtu pro první bod zatěžovací charakteristiky 1,424T. Dále byly vyhodnoceny místa s největším sycením magnetického obvodu. Pro první bod zatěžovací charakteristiky přesahuje 11% plochy magnetického obvodu hodnotu 1T.



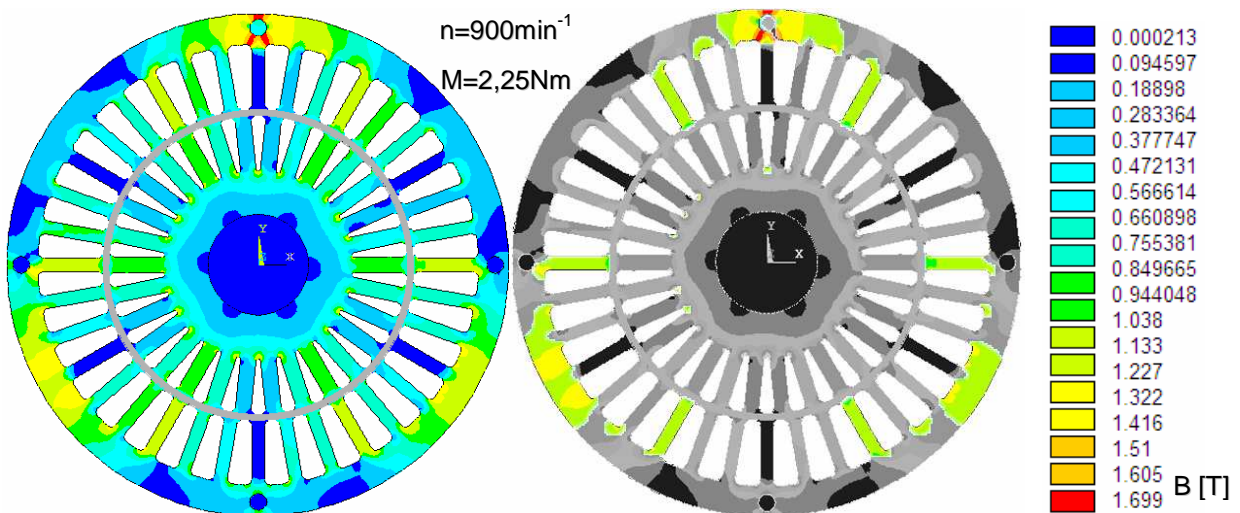
**Obrázek 6.15:** Rozložení magnetické indukce a místa s největším sycením magnetického obvodu ( $M=1,0\text{Nm}$ )

Pro druhý bod zatěžovací charakteristiky byla vypočtena maximální hodnota magnetické indukce 1,569T. S nárůstem točivého momentu stroje o 0,75Nm tedy vzrostla maximální hodnota magnetická indukce o 0,145T. Pro druhý bod zatěžovací charakteristiky byla vypočtena magnetická indukce vyšší než 1T na 8% magnetického obvodu.



**Obrázek 6.16:** Rozložení magnetické indukce a místa s největším sycením magnetického obvodu ( $M=1,75\text{Nm}$ )

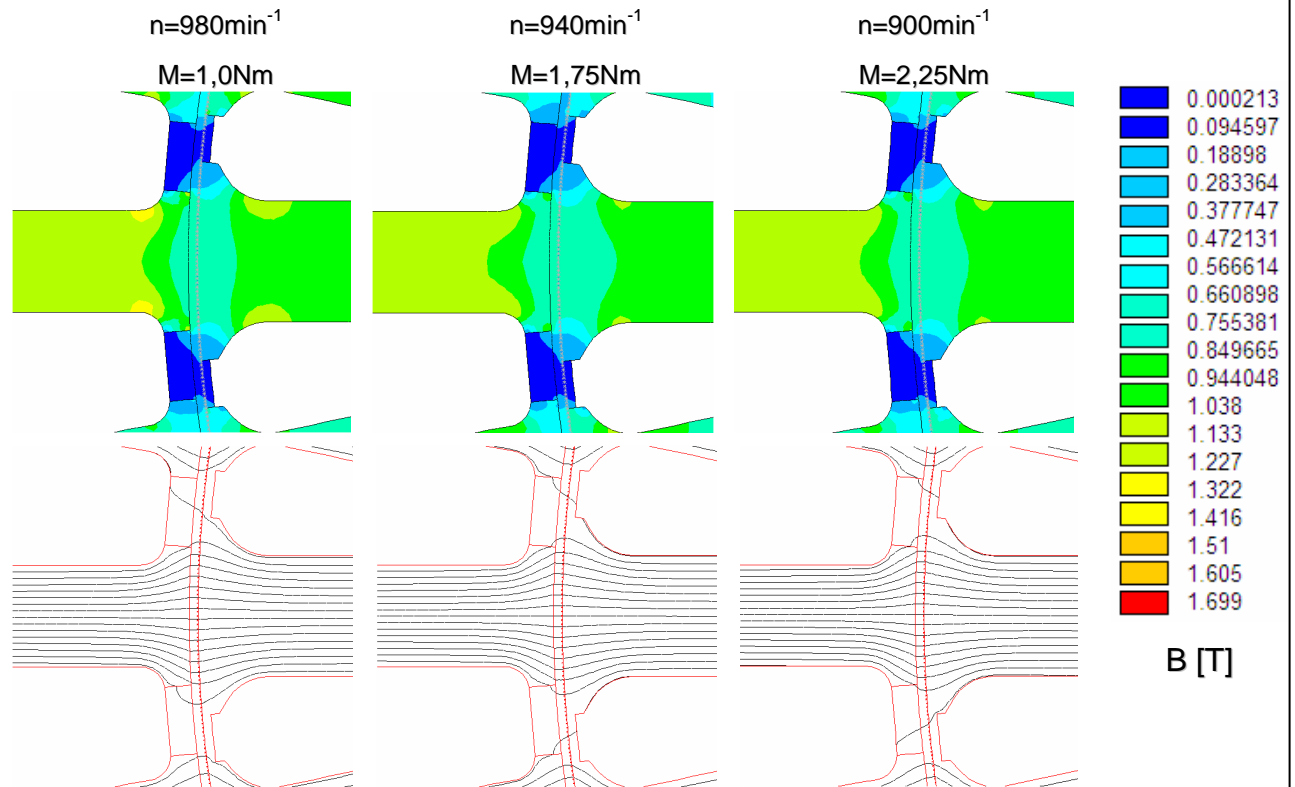
Přesycení materiálu magnetického obvodu podle jeho magnetizační křivky vzniká dosažením hodnoty 1,6T. Třetí bod zatěžovací charakteristiky vykazuje maximální hodnotu magnetické indukce mírně přesahující mez sycení magnetického obvodu 1,699T. Tato hodnota odpovídá jmenovitému zatížení stroje. Rozložení magnetické indukce a místa s největším sycením magnetického obvodu jsou uvedeny na **Obrázku 6.17**.



**Obrázek 6.17:** Rozložení magnetické indukce a místa s největším sycením magnetického obvodu ( $M=2,25\text{Nm}$ )



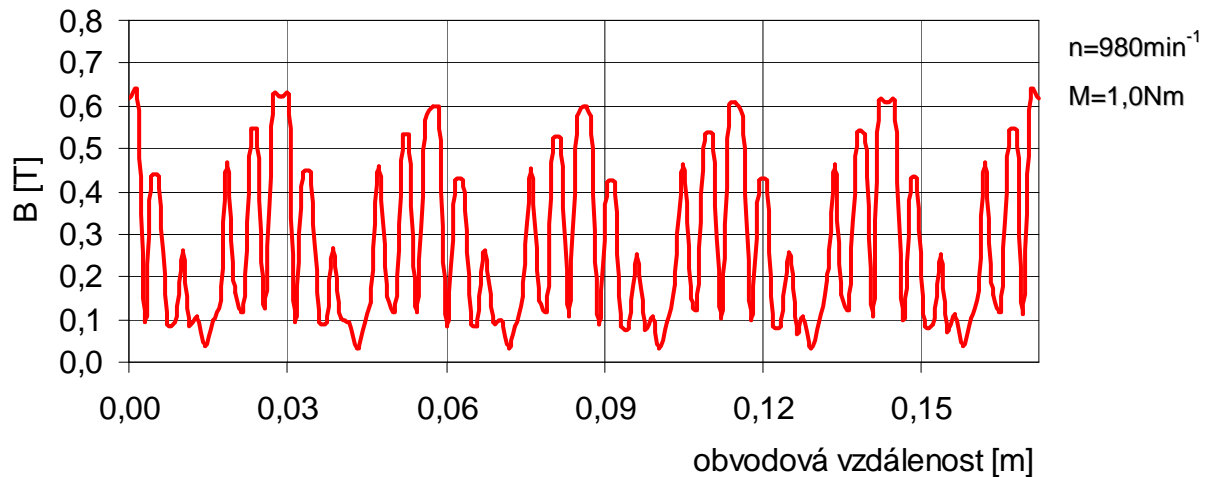
Pro všechny tři body zatěžovací charakteristiky byly porovnány detaily rozložení magnetické indukce a magnetických indukčních čar v oblasti vzduchové mezery.



**Obrázek 6.18:** Porovnání rozložení magnetické indukce a magnetických indukčních čar v oblasti vzduchové mezery

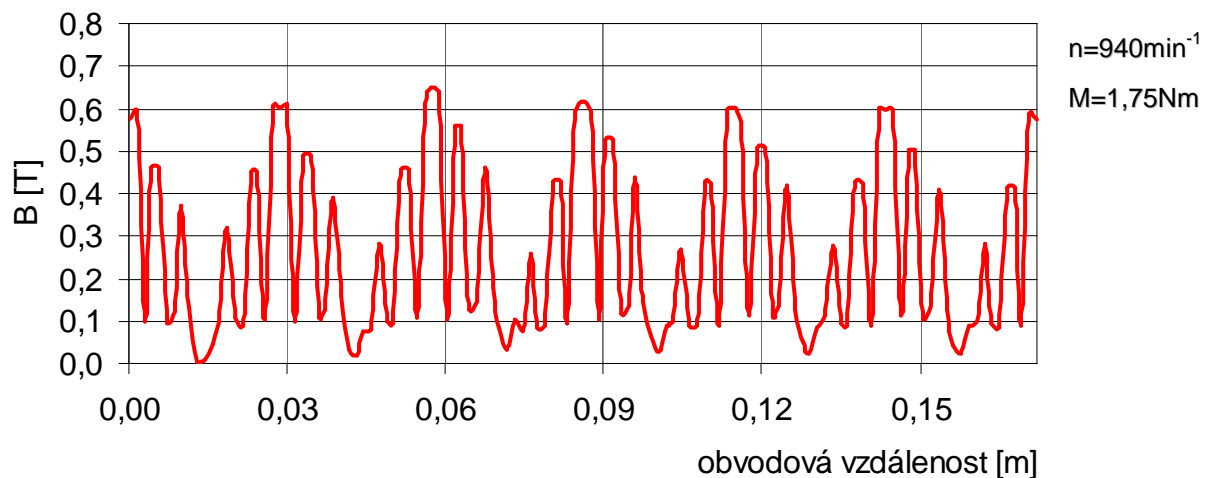
Magnetické indukční čáry modelu stroje protínají trasu vzduchové mezeře a hodnoty průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře jsou rozděleny v šesti periodách. Pro všechny tři body zatěžovací charakteristiky byly vyhodnoceny hodnoty uprostřed vzduchové mezeře po celém obvodu. Rozložení střední absolutní hodnoty magnetické indukce v závislosti na obvodové vzdálenosti byly zpracovány do grafů.

Pro první bod zatěžovací charakteristiky byla vyhodnocena střední hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře 0,283T a maximální hodnota dosahuje 0,636T.



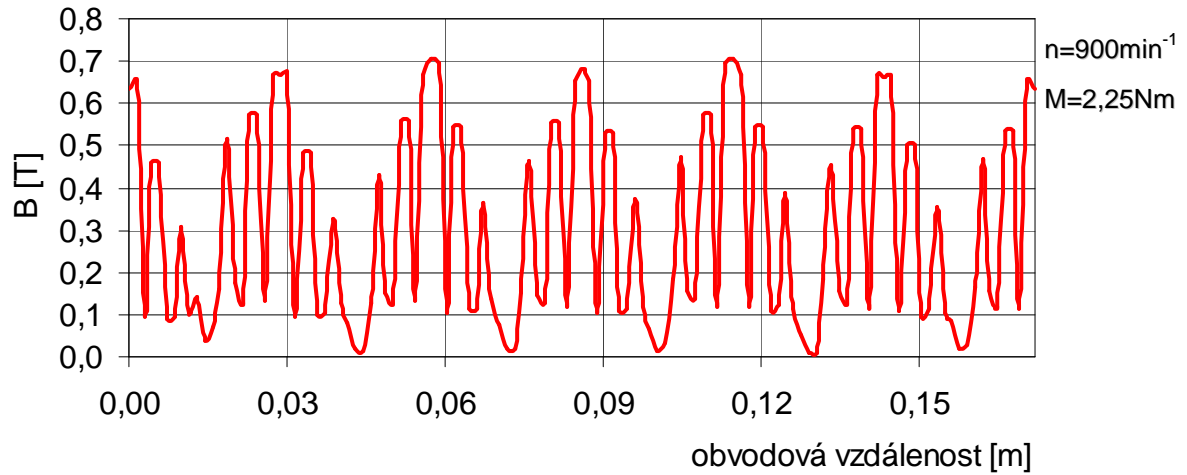
**Obrázek 6.19:** Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře (M=1,0Nm)

Postupné mechanické zatížení se projevuje i na průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Pro druhý bod zatěžovací charakteristiky byla vypočtena maximální hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře 0,647T. Magnetická indukce uprostřed pólů dosahuje nízkých hodnot, proto střední hodnota magnetické indukce byla dosahuje pouze 0,273T.



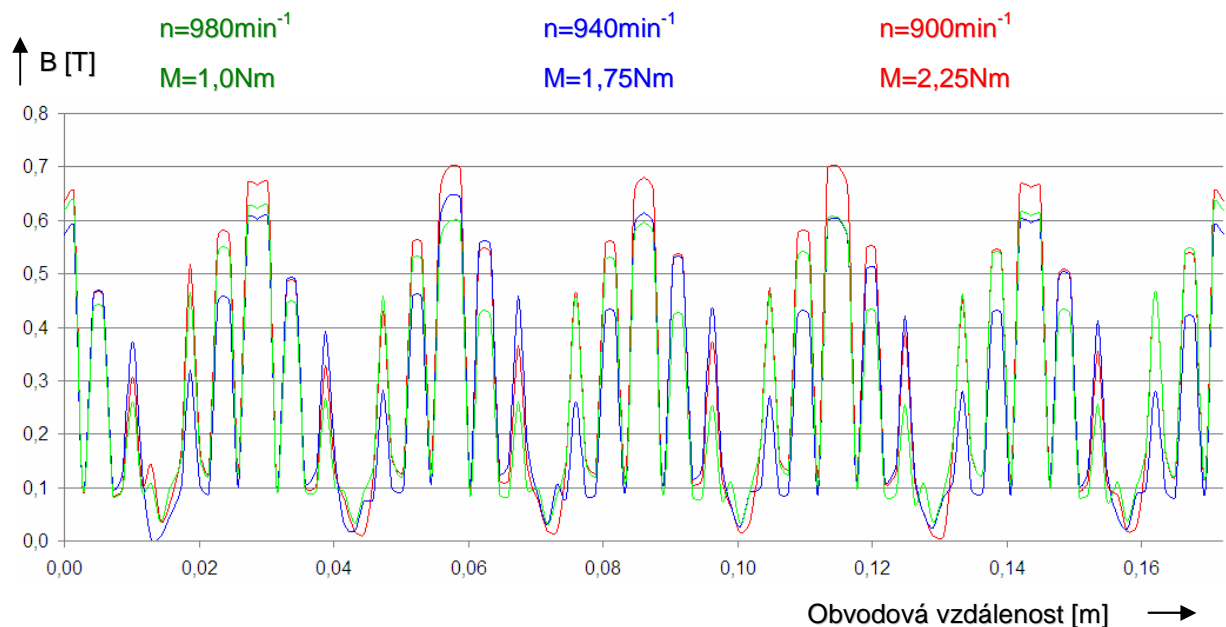
**Obrázek 6.20:** Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře (M=1,75Nm)

Pro třetí bod zatěžovací charakteristiky byla vyhodnocena nejvyšší hodnoty magnetické indukce. Střední hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro jmenovité zatížení je 0,308T a maximální hodnota dosahuje 0,704T.

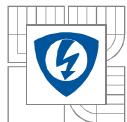


**Obrázek 6.21:** Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře ( $M=2,25\text{Nm}$ )

Na **Obrázku 6.22** je celkové porovnání průběhů magnetické indukce uvnitř vzduchové mezery. Hodnoty magnetická indukce ve vzduchové mezeře se zvyšují s postupným zatěžováním stroje, avšak její průběh stále kopíruje tvar daný rozložením pólových dvojic.



**Obrázek 6.22:** Porovnání průběhů magnetické indukce ve vzduchové mezeře



## 7 MOŽNÉ ZPŮSOBY URYCHLENÍ VÝPOČTU

### ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE V PROGRAMU ANSYS

Při analýzách elektromagnetického pole v programu ANSYS je moudré používat různé metody, které přispívají k urychlení výpočtu. Pokud má fyzikální model symetrickou geometrii a symetricky rozložené okrajové podmínky, lze provádět výpočty jen na jeho symetrických částech. Pro mnohé úlohy je postačující 2D analýza, pokud jsou výpočty informativního charakteru a je-li vhodná geometrie modelu. Dalšími způsoby jak docílit urychlení výpočtu v programu ANSYS je využívání APDL, nebo snížení kvality sítě konečných prvků.

#### 7.1 APDL A MAKRO

ANSYS disponuje vlastním programovacím jazykem APDL (ANSYS Parametric Design Language). Předností APDL je možnost vytvářet makra. Makro je sekvence příkazů, které po vyvolání ANSYS vykoná bez použití grafického uživatelského prostředí. Můžeme pracovat s číselnými proměnnými (skaláry, vektory, matice) i s matematickými funkcemi, používat větvení a cykly programu. Makra je vhodné používat pro práci se vzdálenou plochou, když se výpočet modelu provádí na výpočetním serveru, nebo pro urychlení analýzy, když je potřeba několikrát opakovat stejnou skupinu příkazů.

Makro je textový soubor a může být tvořeno v jakémkoliv textovém editoru. Soubor se ukládá s příponou \*.mac a spouští se z příkazového řádku napsáním jeho jména. Pro vyšetření magnetického pole v závislosti na natočení rotoru je vhodné využít APDL k vytvoření makra, protože bychom museli při každém výpočtu “manuálně” natáčet rotor opakovaně pro každý úhel zvlášť. Makro, které bylo připraveno, zajistí otočení komponenty rotoru o 6 stupňů.

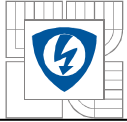
```
UNR=360/(30*2)
FINISH

!POOTOČENI ROTORU
WPSTYLE,,,,,,,,,1
CSYS,0

WPROT,UNR,0,0
/PREP7
CMSEL,S,ROT_A
APLOT
FLST,3,47,5,ORDE,2
FITEM,3,202
FITEM,3,-248
ATRAN,4,P51X,,,,,0,1
ALLS
EPLOT
```

Využitím makra provedeme 60 výpočtů bez úprav geometrie modelu mezi výpočty. Dynamická vazba mezi elementy i po natočení rotoru byly zajištěny pomocí reálných konstant. Časová úspora se tedy neprojeví při samotném výpočtu, ale zásadně se sníží čas strávený při přípravách modelu na následující výpočet.

Rychlost analýzy lze dále zvýšit pomocí makra, vytvořeného pro automatické zadávání okrajových podmínek. Použití takového makra přispívá vedle urychlení výpočtu i k snížení

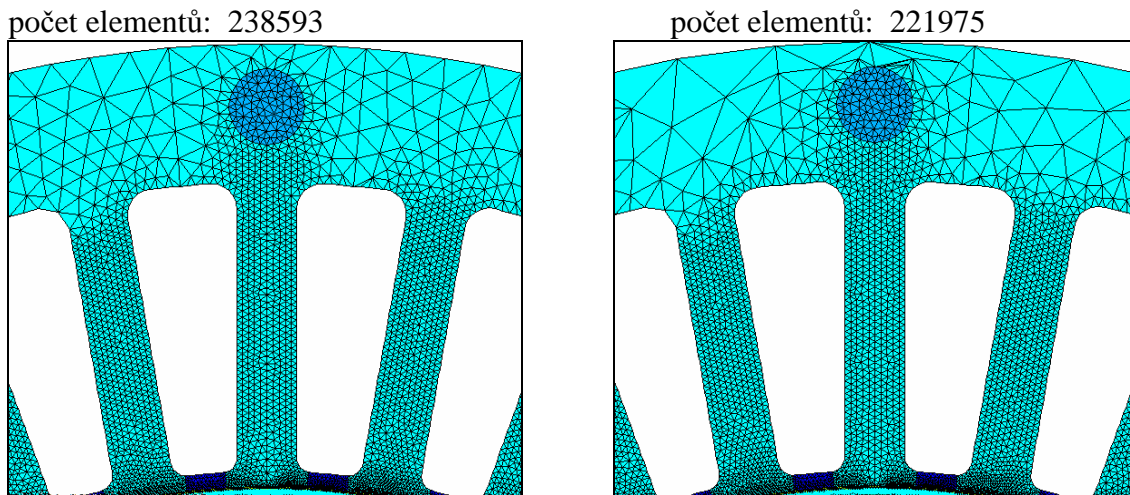


pravděpodobnosti výskytu chyby při manuálním zadáváním. Připravené makro nastavuje hodnoty proudové hustoty do drážek statoru.

```
/PREP7
FLST,2,6,5,ORDE,6
FITEM,2,84
FITEM,2,86
FITEM,2,93
FITEM,2,-94
FITEM,2,105
FITEM,2,-106
!*
BFA,P51X,JS, , ,1886534,0
FLST,2,6,5,ORDE,6
FITEM,2,95
FITEM,2,-96
FITEM,2,107
FITEM,2,111
FITEM,2,291
FITEM,2,294
!*
BFA,P51X,JS, , ,906354,0
FLST,2,6,5,ORDE,6
FITEM,2,97
FITEM,2,-98
FITEM,2,109
FITEM,2,-110
FITEM,2,297
FITEM,2,-298
!*
BFA,P51X,JS, , , -410661,0
FLST,2,6,5,ORDE,6
FITEM,2,77
FITEM,2,87
FITEM,2,-88
FITEM,2,99
FITEM,2,-100
FITEM,2,108
!*
BFA,P51X,JS, , , -1886534,0
FLST,2,6,5,ORDE,6
FITEM,2,76
FITEM,2,78
FITEM,2,89
FITEM,2,-90
FITEM,2,101
FITEM,2,-102
!*
BFA,P51X,JS, , , -906354,0
FLST,2,6,5,ORDE,6
FITEM,2,80
FITEM,2,82
FITEM,2,91
FITEM,2,-92
FITEM,2,103
FITEM,2,-104
!*
BFA,P51X,JS, , ,410661,0
```

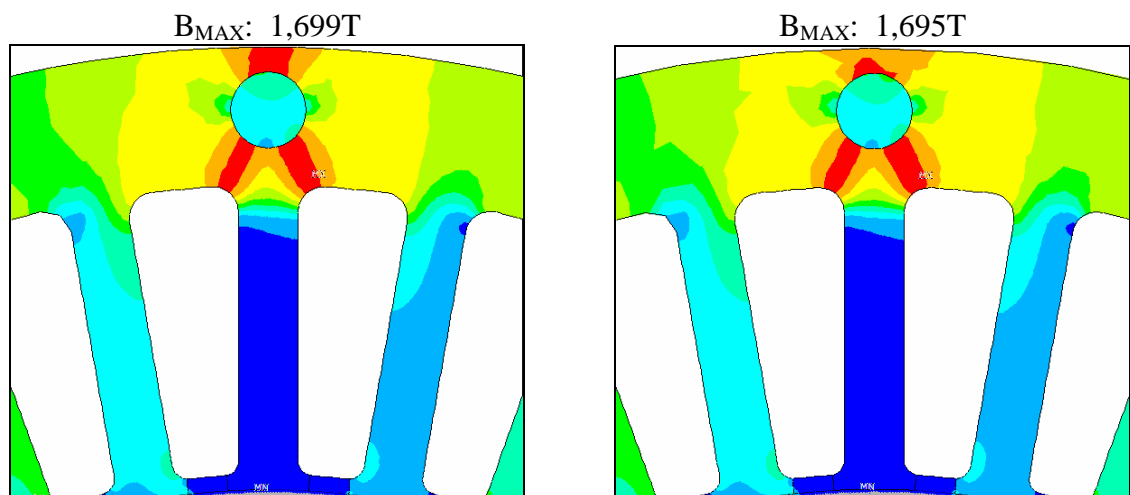
## 7.2 Snížení počtu elementů

Nastavením větší velikosti elementů se sníží jejich počet a tím i počet uzlů ve kterých je počítán magnetický vektorový potenciál. Je to způsob urychlení výpočtu elektromagnetického pole za cenu snížení přesnosti výsledků. Vhodný poměr kvality sítě a času potřebného k výpočtu je pro každou úlohu individuální v závislosti na požadované přesnosti výsledků. Pro názornost byl proveden nový výpočet pro jmenovité hodnoty zatěžovací charakteristiky. Na model stroje byla aplikována nová síť konečných prvků se sníženým počtem elementů. Oproti původní síti byl snížen počet elementů o 16618. Porovnání kvality sítě konečných prvků znázorňuje **Obrázek 7.1**.

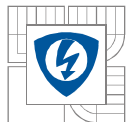


**Obrázek 7.1:** Porovnání kvality sítě konečných prvků

Po obnovení okrajových podmínek byl model přepočítán. Použitím této metody bylo dosaženo zkrácení výpočtu o devět minut. Rozložení magnetické indukce v oblasti maxima podle **Obrázku 7.2** se zásadně nemění, avšak maximální hodnota magnetické indukce v magnetickém obvodu při jmenovitém zatížení stroje se zjednodušením liší o 0,004 T.



**Obrázek 7.2:** Porovnání rozložení magnetické indukce v oblasti maxima



## 8 ZÁVĚR

Proces návrhu a vývoje elektrických zařízení se v praxi neobejde bez kvalitního systému využívající moderní numerické metody. Bakalářská práce popisuje průběh analýzy elektromagnetického pole asynchronního stroje pro různá mechanická zatížení, která se opírá o teoretické základy teorie elektromagnetického pole a moderních numerických metod. Analýza byla provedena prostřednictvím programu ANSYS (s implantovanou metodou konečných prvků), který patří mezi nejkvalitnější software pro analýzy fyzikálních polí.

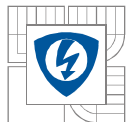
Pro analyzovaný asynchronní stroj byla provedena zatěžovací zkouška a hodnoty charakteristiky posloužily pro výpočet okrajových podmínek analýzy. Analýza byla provedena pro tři různá mechanická zatížení na 2D modelu stroje jehož geometrie byla vytvořena v programu Autodesk Inventor. Model stroje byl do programu ANSYS importován s příponou \*.SAT a geometrie byla přenesena úspěšně, protože nedošlo k jejímu rozpadu. Geometrie byla dále upravena tak, aby bylo možné oddělit jednotlivé materiály analyzovaného stroje a aby splňoval předpoklady pro vytvoření kvalitní sítě konečných prvků.

Dále byly do programu ANSYS definovány hodnoty relativní permeability a hodnoty BH křivky použitých materiálů. Na plochy modelu stroje byla vytvořena síť konečných prvků, přičemž byl kladen důraz na dosažení její vysoké kvality. Celková síť modelu stroje se skládá z 238593 elementů typu PLANE 13. Elementy mají tvar trojúhelníků i čtyřúhelníků a síť byla volena (podle tvaru plochy) automatická i pravidelná. Před spuštěním výpočtu bylo nutné nastavit okrajové podmínky analýzy. Byla nastavena podmínka paralelního magnetického toku na okolní vzduch a proudová hustota na plochy vinutí statoru a rotorových tyčí.

Z rozložení magnetických indukčních čar je zřejmé že analyzovaný stroj je šesti-pólový. Nejvyšší hodnoty magnetické indukce byly vypočteny v místech kde je hustota magnetických indukčních čar největší. Pro všechna mechanická zatížení byla vyhodnocena místa s největším sycením, přičemž nejvyšší hodnota magnetické indukce byla 1,699T. Tato hodnota mírně přesahuje mez přesycení materiálu magnetického obvodu a byla vypočtena pro zatížení odpovídající točivému momentu 2,25Nm.

Přesycení magnetického obvodu v praxi vede k rychlému nárůstu teploty v elektrickém stroji (dochází ke zvětšení ztrát v železe) a snížení jeho životnosti. Uzavírání magnetických indukčních čar do šesti pólů se projevuje i na průběhu magnetické indukce uprostřed vzduchové mezery, který svými hodnotami kopíruje magnetické póly. Průběhy magnetické indukce pro všechna mechanická zatížení byly porovnány a dále byly vyhodnoceny jejich střední hodnoty. Nejvyšší hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře 0,704T byla vypočtena opět pro zatížení odpovídající točivému momentu 2,25Nm. Střední hodnota magnetické indukce tohoto průběhu je 0,308T.

Na závěr byly popsány možné způsoby urychlení elektromagnetických výpočtů v programu ANSYS. Jedním ze způsobů je využití skriptovacího jazyku APDL k tvorbě maker, které lze využít například pro opakování stejné skupiny příkazů, nebo pro automatické zadávání okrajových podmínek. Jako další způsob urychlení výpočtu byl uveden princip snižování počtu elementů za cenu snížení její kvality a tím i přesnosti výpočtu. Obě metody byly zhodnoceny a jejich výhody i nevýhody jsou prezentovány praktickými ukázkami.



## LITERATURA

- [1] MYSLÍK, Jiří. *Elektromagnetické pole : základy teorie*. Praha : BEN, 1998. 160 s. ISBN 80-86056-43-0.
- [2] VESELKA, František; VALOUCH, Vladimír. *Laboratoře elektrických strojů a přístrojů : Návody pro laboratorní cvičení*. Brno : Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2006. 180 s. ISBN 80-214-3333-7.
- [3] DĚDKOVÁ, Jarmila. *Modelování elektromagnetických polí*. Brno : Skripta VUT, 2009. 80 s.
- [4] BAŠTINEC, Jaromír; NOVÁK, Michal. *Moderní numerické metody*. Brno : [s.n.], 2007. 279 s.
- [5] UHDEOVÁ, Naděžda. *Fyzikální praktikum*. jedenácté. Brno : Ing. Jan Kunčík, 2006. 129 s. ISBN 80-214-3234-9.
- [6] HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. *Fyzika : Elektřina a magnetismus*. Brno : VUTIUM, 2006. 344 s. ISBN 80-214-1868-0.
- [7] SKALKA, Miroslav; ONDRŮŠEK, Čestmír. Vliv mechanické zátěže na velikost příčné větve náhradního obvodu a výpočet rozložení elektromagnetického pole asynchronního stroje. *Elektro-revue*. 2008, 37, s. 1-7. ISSN 1213-1539.
- [8] VAVŘIŇÁK, Petr. *Elektrické stroje a přístroje*. Ostrava : [s.n.], 2006. 96 s.
- [9] *Technická univerzita Ostrava* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. Modelování stability svahů. Dostupné z WWW: <[http://geologie.vsb.cz/svadef/Text/7\\_stabilita.htm](http://geologie.vsb.cz/svadef/Text/7_stabilita.htm)>.
- [10] *Abclinuxu* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. Ansys multiphysics. Dostupné z WWW: <<http://www.abclinuxu.cz/software/veda/ansys-multiphysics>>.
- [11] *Ústav aplikované mechaniky Brno* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. ANSYS Workbench. Dostupné z WWW: <<http://www.uam.cz/?page=workbench>>.
- [12] *ANSOFT* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. MAXWELL. Dostupné z WWW: <<http://www.ansoft.com/products/em/maxwell/>>.
- [13] *FEMM* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. Download. Dostupné z WWW: <<http://www.femm.info/wiki/Download>>.
- [14] *Stahuj.cz* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. Range software. Dostupné z WWW: <[http://www.stahuj.centrum.cz/podnikani\\_a\\_domacnost/CAD-a-technika/range-software-package/?g\[hledano\]=range&g\[oz\]=1.5](http://www.stahuj.centrum.cz/podnikani_a_domacnost/CAD-a-technika/range-software-package/?g[hledano]=range&g[oz]=1.5)>.
- [15] *Mendelova univerzita v Brně : Lesnická a dřevařská fakulta* [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. Numerické simulace. Dostupné z WWW: <<http://wood.mendelu.cz/cz/sections/FEM/?q=node/110#FreeFem>>.
- [16] Metoda konečných prvků. In *Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, 25.3.2007, last modified on 5.2.2010 [cit. 2010-05-24]. Dostupné z WWW: <[http://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda\\_kone%C4%8Dn%C3%BDch\\_prvk%C5%AF](http://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda_kone%C4%8Dn%C3%BDch_prvk%C5%AF)>.
- [17] Ansys. In *Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, 8.6.2005, last modified on 21.5.2010 [cit. 2010-05-24]. Dostupné z WWW: <<http://en.wikipedia.org/wiki/Ansys>>.
- [18] *ANSYS, Inc.* [online]. 2010 [cit. 2010-05-25]. Workbench. Dostupné z WWW: <<http://www.ansys.com/products/workbench/default.asp>>.