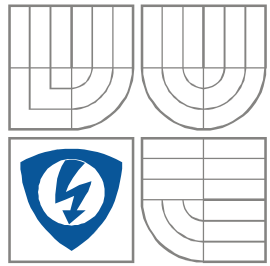


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

ROBUSTNÍ ŘÍZENÍ SYNCHRONNÍCH MOTORŮ

PMSM ROBUST CONTROL

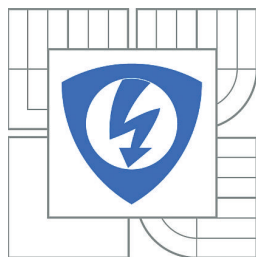
DIPLOMOVÁ PRÁCE

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. Michal Rajnošek

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. Petr Blaha, Ph.D.



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Kybernetika, automatizace a měření

Student: Bc. Michal Rajnošek

ID: 72916

Ročník: 2

Akademický rok: 2011/2012

NÁZEV TÉMATU:

Robustní řízení synchronních motorů

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

- seznamte se s modelováním synchronních motorů s permanentními magnety
- seznamte se s metodami robustního řízení
- proved'te návrh robustního regulátoru synchronního motoru s permanentními magnety pomocí minimalizace H-nekonečno normy smíšené citlivostní funkce
- simulačně ověřte robustní regulátory v prostředí Matlab Simulink na existujícím modelu motoru
- navrhněte způsob ověření navržených robustních regulátorů na reálném PMS motoru

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Caha, Z.; Černý, M. : Elektrické pohony, Praha, SNTL 1990.
- [2] Vas, P.: Parameter Estimation, Condition Monitoring and Diagnosis of Electrical Machines. Clarendon press, Oxford, 1993, ISBN 0-19-859375-9.
- [3] Skogestad, S.; Postlethwaite, I.: Multivariable Feedback Control: Analysis and Design. Wiley-Blackwell; 2nd Edition edition, 2005, ISBN 978-0470011683.

další dle doporučení vedoucího

Termín zadání: 6.2.2012

Termín odevzdání: 21.5.2012

Vedoucí práce: doc. Ing. Petr Blaha, Ph.D.

Konzultanti diplomové práce:

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Tato práce je zaměřena na teorii robustního řízení, konkrétně na metody H_∞ a μ analýzu (strukturální singulární hodnota). První část práce obsahuje teoretický úvod do problematiky modelování neurčitostí, návrhu robustních regulátorů a modelování synchronních motorů s permanentními magnety. Druhá část popisuje konkrétní návrh robustního regulátoru, jeho simulační ověření a následnou validaci na reálném motoru. Z závěru je provedena diskuze vlivu změn parametrů na stabilitu a zhodnocení získaných výsledků.

Robustní řízení, H_∞ řízení, μ řízení

This work is focused on robust control theory especially on methods H_∞ and μ analysis (structured singular value). The first part of the thesis contains theoreticle background to uncertainty modeling, to robust controller designs and to permanent magnet synchronous machine modeling. The second part presents concrete robust controller design which is tested in simulations and validated on a real motor. The influence of parameter changes on stability of closed loop system is discussed and description of obtained results is given in conclusions.

Robust control, H_∞ control, μ control

Bibliografická citace:

RAJNOŠEK, M. *Robustní řízení synchronních motorů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012. 57 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Petr Blaha, Ph.D..

Prohlášení

„Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Robustní řízení synchronních motorů jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího semestrální práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: **21. května 2012**

.....
podpis autora

Děkuji vedoucímu semestrální práce doc. Ing. Petru Blahovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne: **21. května 2012**

.....
podpis autora

OBSAH

1	Úvod.....	9
2	Nejistoty	10
2.1	Nestrukturované nejistoty.....	10
2.1.1	Aditivní odchylka.....	11
2.1.2	Inverzní aditivní odchylka.....	11
2.1.3	Vstupní multiplikační odchylka.....	11
2.1.4	Výstupní multiplikační odchylka.....	12
2.1.5	Inverzní vstupní multiplikační odchylka.....	12
2.1.6	Inverzní výstupní multiplikační odchylka.....	12
2.2	Parametrické nejistoty	13
2.3	LFT – lineární zlomková transformace	13
2.4	Strukturované nejistoty.....	14
3	Návrh pomocí H_∞	15
3.1	Smíšená optimalizace H_∞	15
3.2	Suboptimální řešení	16
4	Návrh pomocí strukturální singulární hodnoty.....	18
4.1	Strukturální singulární hodnota	18
4.2	Kvalita robustního řízení	18
4.3	Algoritmus D-K iterace	20
5	Synchronní motor s permanentními magnety.....	22
5.1	Model PMSM motoru.....	22
6	Návrh regulátorů.....	25
6.1	Návrh regulátoru pomocí H_∞ normy.....	25
6.2	Návrh pomocí DK iterace.....	29
6.3	Návrh proudových regulátorů na model motoru.....	31
6.3.1	Model motoru.....	31
6.3.2	Návrh regulátoru K_q	31
6.3.3	Návrh regulátoru K_d	37
6.4	Návrh regulátorů na požadovaný průběh citlivostní funkce.....	42
6.4.1	Regulátor K_q	43
6.4.2	Regulátor K_d	45
7	Ověření na reálném motoru.....	48
7.1	Model motoru	48

7.2	Charakteristiky regulátorů	49
7.3	Výsledky měření na reálném motoru.....	51
8	Vliv změn parametrů na stabilitu	54
8.1	Model motoru	54
8.2	Test stability	55
9	Závěr.....	56
10	Seznam použité literatury	57

1 ÚVOD

Tato práce je zaměřena na teorii robustního řízení. Robustní řízení se zabývá návrhem regulátorů na model, ve kterém se vyskytují nejistoty. Žádný matematický model nedokáže přesně reprezentovat reálný fyzikální systém. U reálných systémů totiž parametry vždy buďto známe s určitou tolerancí, popř. jsou dokonce proměnlivé. Například změna teploty má vliv na odpor rezistorů. Proto vznikl požadavek zahrnout tyto nejistoty již do samotného návrhu řídicího systému a tím zajistit stabilitu a požadovanou kvalitu řízení. Řídicí systém tedy nazveme robustním, je-li necitlivý k rozdílům mezi aktuálním systémem a modelem systému, který byl použit při jeho návrhu. Snažíme se tedy splnit požadavky na stabilitu a kvalitu regulace pro všechny možné případy, které mohou v rámci nejistot vzniknout. Samotný návrh robustního řídicího systému se tedy skládá z určení nejistot, návrhu robustního regulátoru a ověření robustní stability a kvality regulace. V této práci jsme se zaměřili na dvě návrhové metody H_∞ a μ (strukturální singulární hodnota).

2 NEJISTOTY

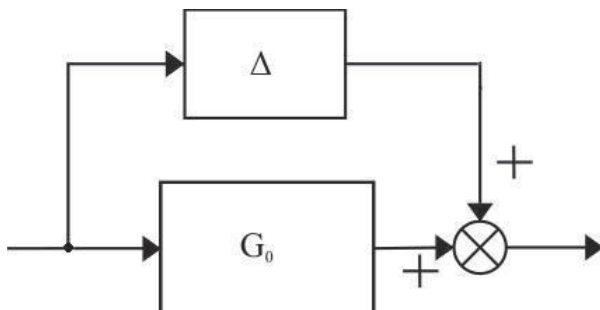
Pod pojmem nejistota rozumíme rozdíl mezi návrhovým modelem a skutečným reálným systémem. V reálném systému jsou nejistoty nevyhnutelné. Nejistoty můžeme rozdělit do dvou základních skupin: Poruchové signály a dynamické odchylky. Mezi poruchové signály patří porucha na vstupu a na výstupu, šum senzoru nebo akčního členu. Dynamické odchylky reprezentují rozdíl mezi matematickým modelem a skutečným systémem. Matematický model jakéhokoli reálného systému je vždy jen aproximací skutečné dynamiky systému. Typické nejistoty jsou nemodelované dynamiky, zanedbané nelinearity, snižování řádu modelu a změny parametrů systémů způsobené změnami prostředí. Tyto chyby mohou ovlivnit stabilitu a kvalitu řídicího systému. V této kapitole se budeme věnovat dynamickým odchylkám. [1]

2.1 Nestrukturované nejistoty

Mnoho dynamických odchylek, které mohou nastat, můžeme soustředit do jednoho odchylkového bloku Δ , například nemodelované vysokofrekvenční dynamiky. Toto označení nejistoty se nazývá nestrukturovaná nejistota. V případě lineárního, časově invariantního systému může být blok Δ reprezentován jako neznámá matice přenosové funkce. Nestrukturované dynamické nejistoty v řídicím systému mohou být popsány mnoha způsoby, které budou popsány. $G_p(p)$ představuje aktuální systém a $G_o(p)$ je nominální model popisu fyzického systému. [1]

2.1.1 Aditivní odchylka

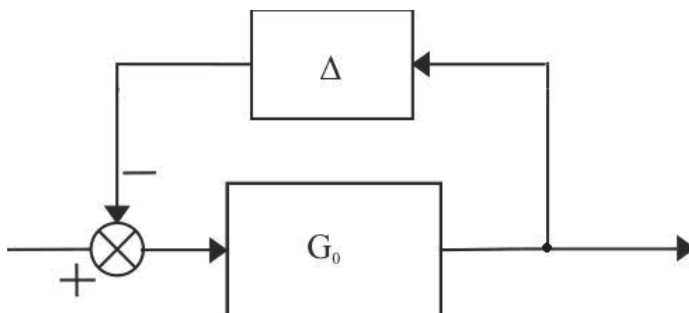
$$G_p(p) = G_o(p) + \Delta(p)$$



Obr. 1: aditivní odchylka

2.1.2 Inverzní aditivní odchylka

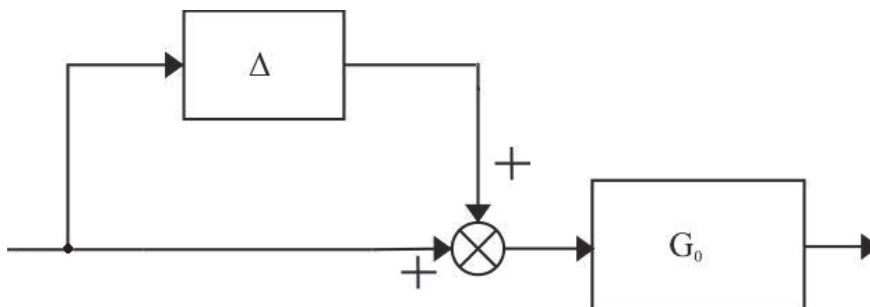
$$(G_p(p))^{-1} = (G_o(p))^{-1} + \Delta(p)$$



Obr. 2: Inverzní aditivní odchylka

2.1.3 Vstupní multiplikativní odchylka

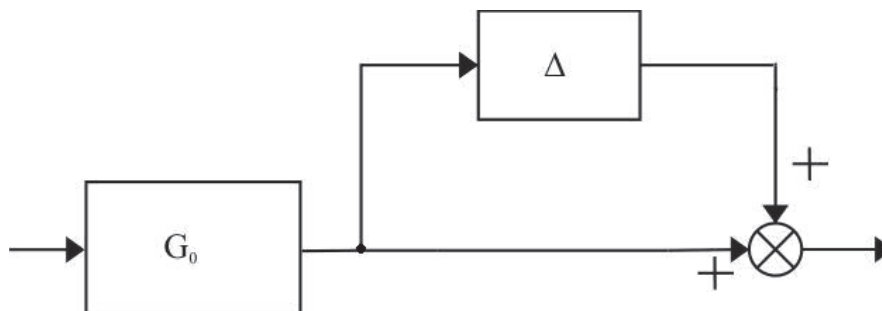
$$G_p(p) = G_o(p)[I + \Delta(p)]$$



Obr. 3: Vstupní multiplikativní odchylka

2.1.4 Výstupní multiplikativní odchylka

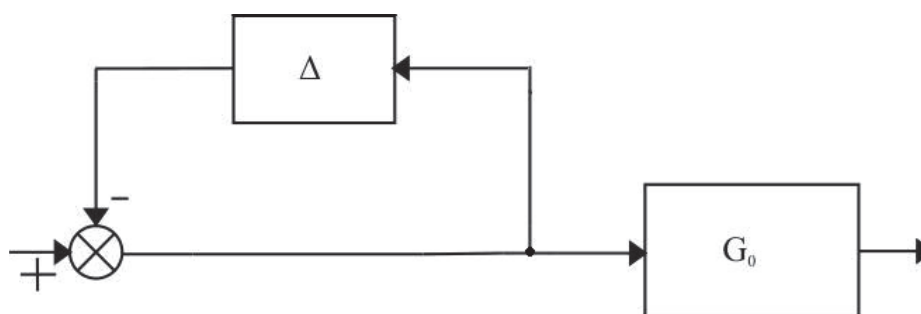
$$G_p(p) = [I + \Delta(p)]G_o(p)$$



Obr. 4: Výstupní multiplikativní odchylka

2.1.5 Inverzní vstupní multiplikativní odchylka

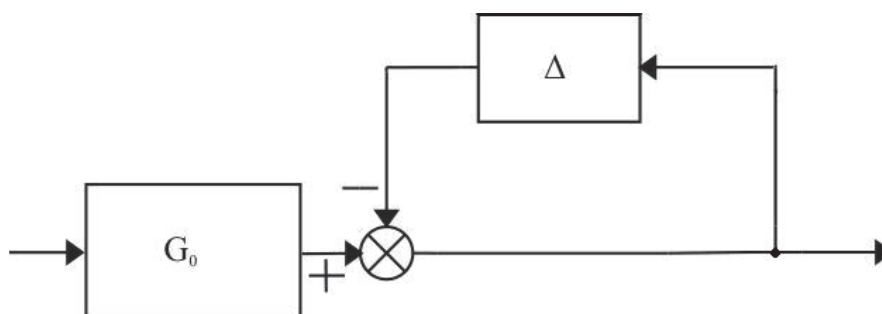
$$(G_p(p))^{-1} = [I + \Delta(p)](G_o(p))^{-1}$$



Obr. 5: Inverzní vstupní multiplikativní odchylka

2.1.6 Inverzní výstupní multiplikativní odchylka

$$(G_p(p))^{-1} = (G_o(p))^{-1}[I + \Delta(p)]$$

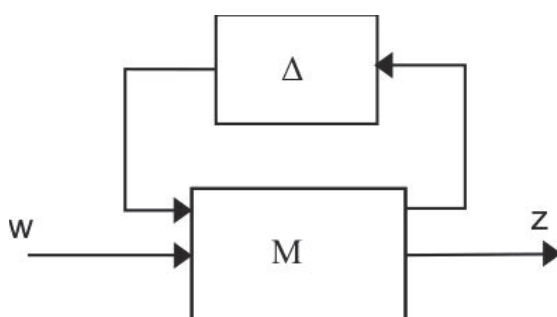


Obr. 6: Inverzní výstupní multiplikativní odchylka

2.2 Parametrické nejistoty

Nestrukturovaná nejistota se používá pro popis nemodelovaných nebo zanedbaných dynamik systému. Tyto nejistoty se obvykle projevují na vysokých frekvencích. Dynamické odchylky v mnoha průmyslových řídicích systémech mohou být způsobeny také nepřesným popisem charakteristik součástek. Takovéto chyby se popisují pomocí intervalu, ve kterém se nachází všechny možné hodnoty. Tyto odchylky ovlivňují kvalitu řízení i při nízkých frekvencích a nazýváme je parametrické nejistoty.

2.3 LFT – lineární zlomková transformace



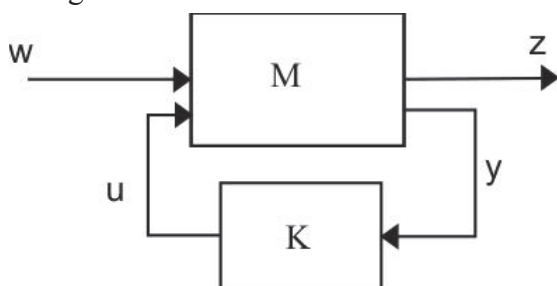
Obr. 7 Lineární zlomková transformace

Obr. 7 ukazuje standardní zapojení, které zobrazuje, jak nejistota ovlivňuje vazby mezi vstupem a výstupem. Matici přenosové funkce M je možno rozčlenit na dílčí matice

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}. \text{ Poté je možné odvodit } z = [M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12}]\omega.$$

Pokud je $(I - M_{11}\Delta)^{-1}$ regulární, existuje inverze a definujeme $F(M, \Delta) = [M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12}]$

$F(M, \Delta)$ nazveme LFT matic M a Δ . Protože horní smyčka je uzavřena blokem Δ , nazývá se tento druh LFT horní ULFT. Existuje také dolní LFT, která se používá při začlenění regulátoru K do tohoto schématu viz. Obr. 8. [1]



Obr. 8 Dolní LFT

Podobně jako u ULFT definujeme:

$$F(M, K) = [M_{11} + M_{12}K(I - M_{22}K)^{-1}M_{21}]$$

Pomocí LFT nyní můžeme popsat nestruturované nejistoty z kapitoly 2.1. Stanovíme tedy koeficienty matice M .

1. Aditivní odchylka $M = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & G_0 \end{bmatrix}$

2. Inverzní aditivní odchylka $M = \begin{bmatrix} -G_0 & G_0 \\ -G_0 & G_0 \end{bmatrix}$

3. Vstupní multiplikační odchylka $M = \begin{bmatrix} 0 & I \\ G_0 & G_0 \end{bmatrix}$

4. Výstupní multiplikační odchylka $M = \begin{bmatrix} 0 & G_0 \\ I & G_0 \end{bmatrix}$

5. Inverzní vstupní multiplikační odchylka $M = \begin{bmatrix} -I & I \\ -G_0 & G_0 \end{bmatrix}$

6. Inverzní výstupní multiplikační odchylka $M = \begin{bmatrix} -I & G_0 \\ -I & G_0 \end{bmatrix}$

2.4 Strukturované nejistoty

Při návrhu robustních regulátorů se nejčastěji setkáváme s kombinací různých druhů nejistot. Výsledná kombinace nejistot v sobě může obsahovat nestruturované nejistoty, ale také parametrické nejistoty. Tyto nejistoty dokážeme zahrnout pomocí ULFT $F(M, \Delta)$ do bloku nejistot Δ , který bude mít tvar $\Delta = \text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_f]$: $\delta_i \in C, \Delta_j \in C^{m_j \times m_j}$ kde $\sum_{i=1}^s r_i + \sum_{j=1}^f m_j = n$ a n je rozměr bloku Δ . [1]

Výsledný blok Δ obsahuje dva typy bloků nejistot: s skalární bloky a f plné bloky. Parametry δ_i mohou být pouze reálná čísla, ale analýza bývá složitější než u plných bloků, které nemusí být čtvercové, ale jejich omezením dojde k výraznému zjednodušení.

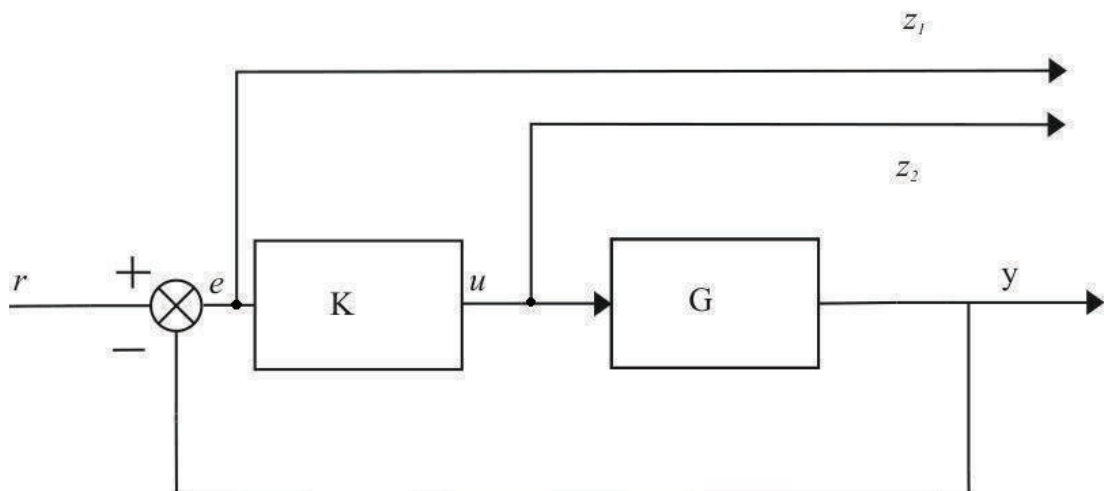
Pokud popíšeme systém s těmito nejistotami pomocí LFT, bude mít blok Δ určitou strukturu. Proto tyto nejistoty nazýváme strukturované. V některých případech vede použití plných bloků při modelování nejistot k velmi konzervativnímu návrhu, kvůli předpokládanému horšímu chování systému než ve skutečnosti.

3 NÁVRH POMOCÍ H_∞

3.1 Smíšená optimalizace H_∞

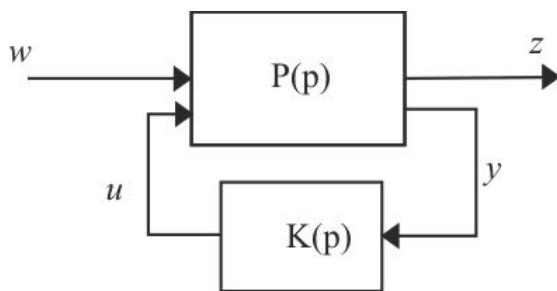
Při návrhu regulátoru metodou H_∞ se využívá tzv. normy systému. H_∞ normu si můžeme představit jako největší možné zesílení počítané přes všechny frekvence. Při návrhu regulátorů je zpravidla nutné zajistit splnění více požadavků. Například dobré sledování řídicího signálu a zároveň omezení akčního zásahu. Zde si s jedním kritériem pro návrh nevystačíme a řešíme problém tzv. smíšené citlivostní funkce:

$$\min \left\| \begin{array}{c} (I + GK)^{-1} \\ K(I + GK)^{-1} \end{array} \right\|_\infty.$$
 Touto funkcí se snažíme splnit požadavky na výkon a stabilitu s ohledem na aditivní nejistotu.



Obr. 9: Schéma smíšené citlivostní funkce

Klasické schéma viz Obr. 9 se snažíme nahradit schématem viz Obr. 10. Toho docílíme pomocí LFT popsané v kapitole 3. Na Obr. 10 jsou všechny externí vstupy označeny jako w , z označuje výstupní signály, y označuje vektor naměřených hodnot dostupných pro regulátor K a u je vektor řídicího signálu. P je zobecněná soustava. Naším cílem tedy je najít stabilizující regulátor K , který bude energeticky minimalizovat výstup z pro všechny w , jejichž energie bude menší nebo rovna 1. Jedná se tedy o obdobu minimalizace H_∞ normy přenosové funkce w ku z . [1]



Obr. 10: Schéma pro normu H_∞

Rozkladem zobecněného systému P na: $P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$ nyní přímo dostáváme $z = [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]w = F_l(P, K)w$, kde $F_l(P, K)$ je dolní LFT P a K . Cílem návrhu je $\min \|F_l(P, K)\|_\infty$

Z obrázku je snadné odvodit standard pro definování jednotlivých signálů $w = r$, $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ u \end{bmatrix}$, $y = e$ a $u = u$. Podobně můžeme odvodit matici zobecněného systému

$$P = \begin{bmatrix} I - G \\ 0 & I \\ I - G \end{bmatrix}, P_{11} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} -G \\ I \end{bmatrix}, P_{21} = I, P_{22} = -G$$

Podobným způsobem můžeme kombinovat i ostatní případy. V praktickém návrhu je často nutné zahrnout i váhové funkce. Pomocí těchto funkcí můžeme například

tvarovat šablonu citlivostní funkce. Například vyjdeme z $\min \left\| \begin{bmatrix} (I + GK)^{-1} \\ K(I + GK)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty$ a

uvažujme $z_1 = W_1 e$ a $z_2 = W_2 u$. Dostáváme tedy $\min \left\| \begin{bmatrix} W_1(I + GK)^{-1} \\ W_2 K(I + GK)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty$. Tyto váhové

funkce můžeme snadno zahrnout do zobecněného systému P $P = \begin{bmatrix} W_1 - W_1 G \\ 0 & W_2 \\ I & -G \end{bmatrix}$. [1]

3.2 Suboptimální řešení

Obecně se dá říct, že neexistuje analytický předpis pro výpočet optimálního regulátoru. V praxi je dostačující takový stabilizující regulátor K , že H_∞ norma uzavřené smyčky je menší než dané kladné číslo. Tedy $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$, kde $\gamma > \gamma_0 = \min \|F_l(P, K)\|_\infty$. Toto se nazývá H_∞ suboptimální řešení. Při splnění jistých podmínek, existují rovnice

k návrhu a nastavení regulátoru. Řešení je charakterizované parametrem $Q(p)$, který je stabilní a jeho ∞ norma je menší než γ . [1]

Při návrhu začínáme od relativně vysoké hodnoty γ , kterou postupně snižujeme, až dostaneme optimální řešení. Počáteční hodnotu γ volíme relativně vysokou, abychom zajistili existenci suboptimálního řešení.

4 NÁVRH POMOCÍ STRUKTURÁLNÍ SINGULÁRNÍ HODNOTY

V předchozí kapitole jsme ukázali návrh regulátoru metodou H_∞ , pomocí níž je možné navrhnout robustní stabilní regulátor.

V zájmu dosažení robustní stability a zároveň robustní kvality řízení mohou být použity metody založené na strukturální singulární hodnotě (μ syntéza).

4.1 Strukturální singulární hodnota

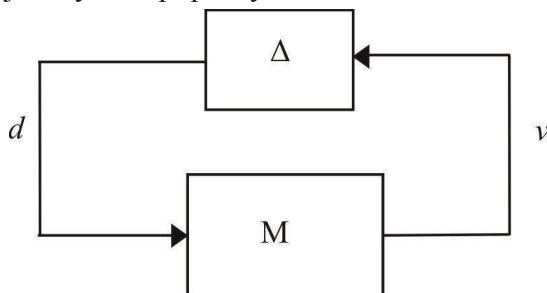
Mějme systém s nejistotami viz. Obr. 7, kde blok Δ představuje strukturovanou nejistotu. Podmínku stability tohoto systému můžeme napsat jako $\det[I - M(j\omega)\Delta(j\omega)] \neq 0, \forall \omega \in \mathfrak{R}, \forall \Delta$, kde nominální systém M je stabilní.

Toto je podmínka nutná a postačující i pro strukturovanou nejistotu Δ . Aby byla uzavřená smyčka robustně stabilní, musí být všechny nejistoty tak malé, aby $I - M(j\omega)\Delta(j\omega)$ nebyla singulární pro všechny frekvence ω . Máme-li daný systém M a regulátor K a známou strukturu nejistot, pak nejmenší velikost nejistoty, která způsobí singularitu $I - M(j\omega)\Delta(j\omega)$, představuje strukturální singulární hodnotu. Pro uspořádání na Obr. 7 můžeme tedy definovat $\mu_\Delta(M) := \sup \mu_\Delta(M(j\omega))$.

Je zřejmé, že $\mu_\Delta(M)$ je frekvenčně závislá a je počítaná pro každou frekvenci frekvenčního rozsahu. Často se v literatuře setkáváme se značením $\|M\|_\mu$, nicméně se na rozdíl od H_∞ normy nejedná o normu. Problém robustní kvality řízení lze převést s pomocí strukturální singulární hodnoty na problém robustní stability. Nicméně výpočet strukturální singulární hodnoty je komplikovaný a je předmětem dalšího výzkumu. [1]

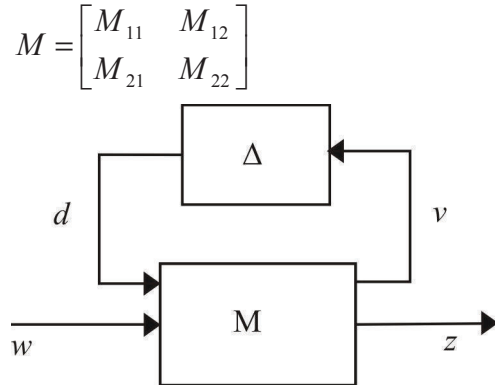
4.2 Kvalita robustního řízení

Mějme systém popsany maticí M a maticí nejistot Δ viz Obr. 11.



Obr. 11: Standardní $M \Delta$ zapojení

Tento systém je robustně stabilní $\mu_{\Delta}(M) < 1$. Cílem návrhu není pouze zajistit stabilitu, ale také splnit požadavky na kvalitu řízení (např. dobré sledování řídicí veličiny). Vlivem nejistot se soustava mění a požadavky na kvalitu řízení nemusí být splněny. Cílem robustní kvality řízení je tedy zajištění požadavků na kvalitu řízení i pro měnící se soustavu. Původní schéma rozšíříme o vektor řídicích signálů w a vektor výstupních odchylek z viz. Obr. 12. Matici M můžeme rozdělit na



Obr. 12: Schéma pro analýzu robustní kvality

Potom můžeme odvodit $z = [M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12}]w = F_u(M, \Delta)w$

Jestliže matici Δ nahradíme maticí $\tilde{\Delta} := \{diag\{\Delta, \Delta_p\}, \|\Delta_p\|_{\infty} \leq 1\}$ viz. Obr. 13,

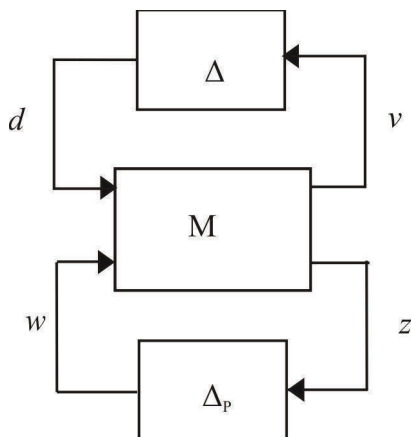
převědeme problém zajištění kvality robustního řízení na problém zajištění robustní stability. Můžeme tedy tvrdit:

$\|M\|_{\mu} < 1$ pro nejistotu $\tilde{\Delta}$ zajistí robustní kvalitu řízení

$\|M_{11}\|_{\mu} < 1$ pro nejistotu Δ zajistí robustní stabilitu

$\|M_{22}\|_{\infty} < 1$ zajistí nominální kvalitu řízení

Při zvolení $\Delta_p \equiv 0$, $\|M\|_{\mu} < 1$ musí platit, že $\|M_{11}\|_{\mu} < 1$. [1]



Obr. 13: Schéma pro analýzu robustní kvality s blokem Δ_p

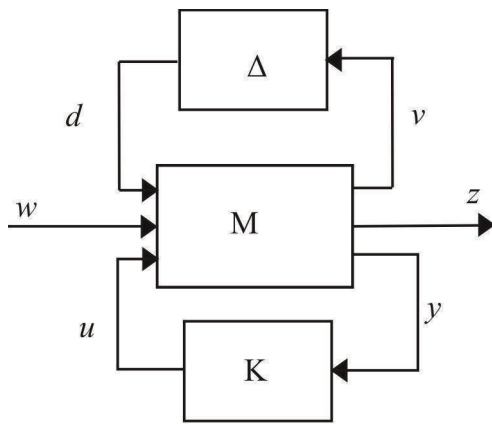
4.3 Algoritmus D-K iterace

Doposud jsme uvažovali matici M jako matici uzavřené smyčky obsahující regulátor K . Pro potřeby návrhu volíme zapojení viz. Obr. 14. Nominální systémová matice

otevřené smyčky $P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}$ neobsahuje regulátor K a nezohledňuje

nejistoty. Vztah mezi maticí M a P tedy je

$$M(P, K) = F_{ll}(P, K) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{13} \\ P_{23} \end{bmatrix} K (I - P_{33} K)^{-1} \begin{bmatrix} P_{31} & P_{32} \end{bmatrix}$$



Obr. 14: Schéma systému s regulátorem K

Cílem návrhu je tedy najít regulátor K splňující podmínku $\sup \mu[M(P, K)(j\omega)] < 1$

Nebo pro optimální návrh $\inf_K \sup \mu[M(P, K)(j\omega)]$

Tyto rovnice se řeší iterativně pomocí tzv. $D - K$ iterace, která řeší optimalizační problém pro stabilizující regulátor K a diagonální konstantní matici D :

$\inf_K \sup_{D \in \mathbf{D}} \bar{\sigma}[DM(P, K)D^{-1}(j\omega)]$, kde je strukturální singulární hodnota

$\mu[M(P, K)(j\omega)]$ nahrazena svou horní hranicí $\inf_{D \in \mathbf{D}} \bar{\sigma}[DM(P, K)D^{-1}(j\omega)]$.

Pro danou matici D řešíme pouze standardní H_∞ optimalizaci:

$$\inf_K \|DM(P, K)D^{-1}\|_\infty$$

Algoritmus pro $D - K$ iterace se tedy skládá ze 4 kroků.

1. Inicializace matice D , obvykle $D = I$
2. Řešení H_∞ normy při konstantním D pro regulátor K
3. Optimalizace D pro konstantní K přes zvolený frekvenční rozsah

$$D(j\omega) = \arg \inf_{D \in \mathbf{D}} \bar{\sigma}[DM(P, K)D^{-1}(j\omega)]$$

4. Upravení křivky $D(j\omega)$ tak, abychom dosáhli stabilní, fázově minimální $D(p)$; návrat na krok 2 dokud není dosažena potřebná kvalita nebo maximální počet iterací. [1]

5 SYNCHRONNÍ MOTOR S PERMANENTNÍMI MAGNETY

V současné době nabývají stále více na významu střídavé regulační pohony se synchronními pohony, u nichž je budicí vinutí nahrazeno permanentními magnety. Použitím nových magnetických materiálů na bázi sloučenin samarium-kobalt (SmCO_5 resp. SmCO_{17}) a neodym-bor-železo (NdBFe) byly vyvinuty synchronní motory s výkonem řádově stovek kilowattů. Nevýhodou je nedostatek těchto vzácných zemin a z toho důvodu jejich neustále se zvyšující cena. Největší využití těchto motorů v oblasti servomechanismů – robotů a manipulátorů, přičemž u těchto aplikací jsou nejčastější výkony do několika kW. Pohony s těmito servomotory jsou v zahraniční literatuře označovány jako PMSM (Permanent Magnet Synchronous Motor). [4]

Stator je běžný, třífázový, stejně jako u asynchronního nebo klasického synchronního motoru, s vinutým rotorem. Rotor je tvořen permanentními magnety (nejčastěji ze vzácných zemin), přičemž tvar magnetické indukce ve vzduchové mezeře a tedy i indukovaného napětí je harmonický, sinusový. Statorové vinutí je zapojeno do hvězdy, je napájeno harmonickými proudy, což zabezpečuje rovnoměrný chod motoru bez momentových pulzací. K napájení motoru se používá napěťový střídač osazený nejčastěji IGBT nebo MOSFET tranzistory (dle velikosti napětí na stejnosměrném meziobvodu) se zpětnými diodami. Střídač pracuje s pulzně šířkovou modulací. Pro řízení je nutno co nejpřesněji znát informaci o okamžité poloze a rychlosti motoru. Z tohoto důvodu je motor vybaven resolverem nebo inkrementálním čidlem. V porovnání se stejnosměrnými servomotory mají menší rozměry a moment setrvačnosti, velké, běžně až 6ti násobné přetížení v dynamických stavech, vysokou životnost a provozní spolehlivost a minimální nároky na údržbu. [4]

5.1 Model PMSM motoru

Předpokládáme třífázový motor. Rovnice popisující chování PMSM vypadají takto:
Napěťové rovnice statoru:

$$u_A = R_s i_A + \frac{d\psi_A}{dt}$$

$$u_B = R_s i_B + \frac{d\psi_B}{dt}$$

$$u_C = R_s i_C + \frac{d\psi_C}{dt}$$

Rovnice magnetického toku statoru a rotoru:

$$\psi_A = L_{AA} i_A + L_{AB} i_B + L_{AC} i_C + \psi_{fA}$$

$$\psi_B = L_{BA}i_A + L_{BB}i_B + L_{BC}i_C + \psi_{fB}$$

$$\psi_C = L_{CA}i_A + L_{CB}i_B + L_{CC}i_C + \psi_{fC}$$

$$\psi_{fA} = \psi_f \cos \theta$$

$$\psi_{fB} = \psi_f \cos(\theta - 2\pi/3)$$

$$\psi_{fC} = \psi_f \cos(\theta + 2\pi/3)$$

$$n = \frac{60f}{p}$$

Kde:

U_A, U_B, U_C jsou napětí na statoru.

i_A, i_B, i_C jsou proudy ve statoru

ψ_A, ψ_B, ψ_C jsou statorové indukční toky

L_{AA}, L_{BB}, L_{CC} jsou statorové indukčnosti

$L_{AB}, L_{BC}, L_{CA}, L_{BA}, L_{CB}, L_{AC}$ jsou vzájemné indukčnosti

n rychlost otáčení rotoru

f frekvence napájecího proudu

p počet pólových dvojic

Pro jednodušší model motoru se používá tzv. d-q transformace. Vycházíme z modelu třífázového motoru, kde můžeme prohlásit $i_A + i_B + i_C = 0$. Tyto proudy konvertujeme do dvourozměrného systému a dostáváme tedy i_α, i_β , což jsou časově proměnné vektory proudu, jejichž fázový posun je 90° . Poté necháme osy tohoto dvojrozměrného prostoru rotovat s vektorem magnetického toku rotoru (rotorem) a získáváme i_d, i_q . Při zanedbání nasycení je indukované elektromagnetické pole harmonické a hysterezní ztráty jsou zanedbatelné. Po této transformaci můžeme motor popsat pomocí těchto rovnic:

$$U_q = Ri_q + \omega_s \psi_d + \frac{d\psi_q}{dt}$$

$$U_d = Ri_d + \omega_s \psi_q + \frac{d\psi_d}{dt}$$

Kde

$$\psi_q = L_q i_q \text{ a } \psi_d = L_d i_d + \psi_{af}$$

U_q, U_d jsou napětí v osách d-q, i_q, i_d jsou statorové proudy v d-q souřadnicích, L_d, L_q jsou indukčnosti statoru v d-q souřadnicích, R je odpor statoru, ω_s frekvence invertoru, ψ_{af} je magnetický tok způsobený vazbou rotorových magnetů a statoru.

Pokud je $i_d = 0$, můžeme psát $\psi_d = \psi_{af}$.

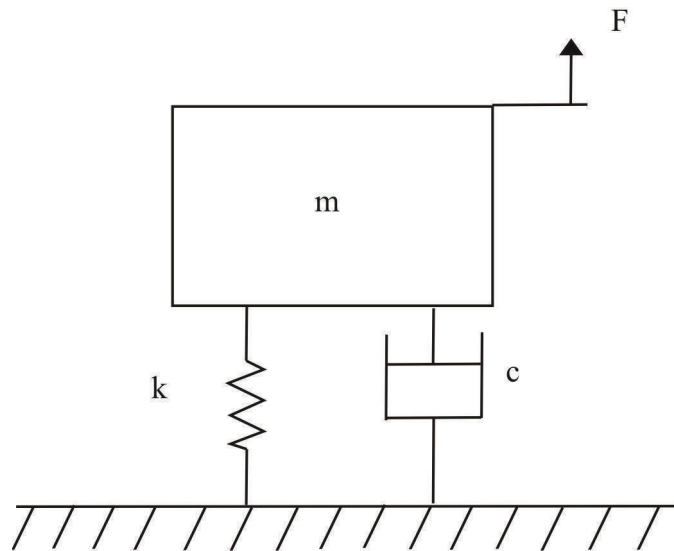
Rovnice momentu: $T_e = \frac{3P}{2}[\psi_{af}i_q + (L_d - L_q)i_d i_q]$

6 NÁVRH REGULÁTORŮ

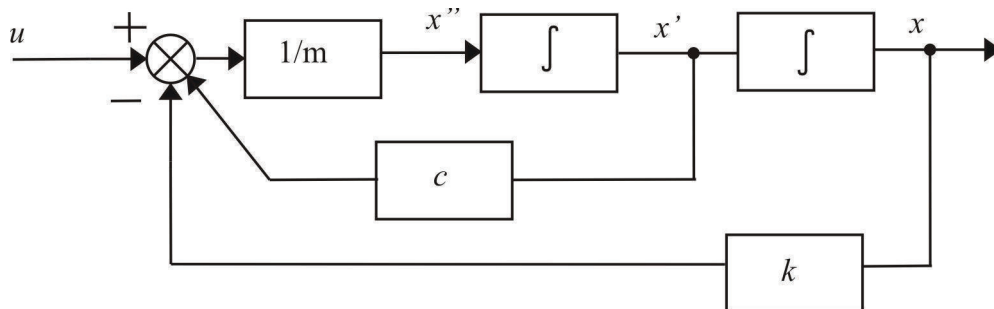
V této kapitole ukážeme návrh regulátorů na konkrétní soustavu pomocí metody H_∞ a DK iterace.

6.1 Návrh regulátoru pomocí H_∞ normy

Předpokládejme systém druhého řádu viz. Obr. 15, který se skládá z hmotného tělesa, pružiny a tlumiče. Takovýto systém můžeme popsat pomocí diferenciální rovnice druhého řádu $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F$, kde x je výchylka z rovnovážné polohy, F je síla působící na těleso, m je hmotnost, c je konstanta tlumení a k tuhost pružiny. Tento systém popíšeme pomocí blokového schématu viz. Obr. 16



Obr. 15: Systém s pružinou a tlumičem

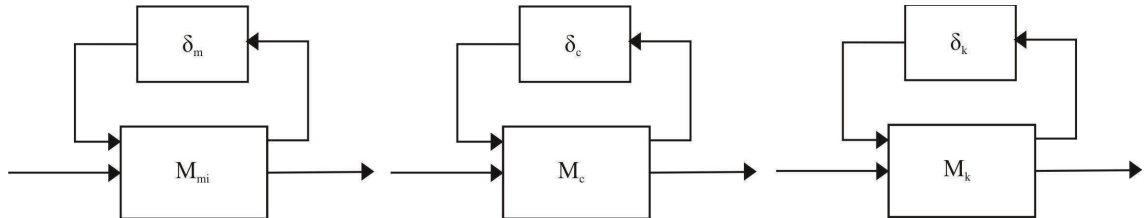


Obr. 16: Blokové schéma systému 2.řádu

V reálných systémech však nejsme schopni určit parametry m , c a k přesně nebo víme, že jejich hodnotu budou ovlivňovat měnící se okolní podmínky. Můžeme, ale předpokládat, že se jejich hodnota bude pohybovat v určitém intervalu. Dostáváme tedy $m = \bar{m}(1 + p_m \delta_m)$, $c = \bar{c}(1 + p_c \delta_c)$, $k = \bar{k}(1 + p_k \delta_k)$, kde $\bar{m} = 3$, $\bar{c} = 1$, $\bar{k} = 2$

jsou tzv. nominální hodnoty, $p_c, \delta_c, p_k, \delta_k, p_m, \delta_m$ definují interval, ve kterém se nachází skutečná hodnota. Jestliže zvolíme $p_m = 0.4, p_c = 0.2, p_k = 0.3$ a $-1 \leq \delta_m, \delta_c, \delta_k \leq 1$, pak reprezentují 40% nejistotu v hodnotě hmotnosti tělesa, 20% nejistotu v koeficientu tlumení a 30% nejistotu v tuhosti pružiny.

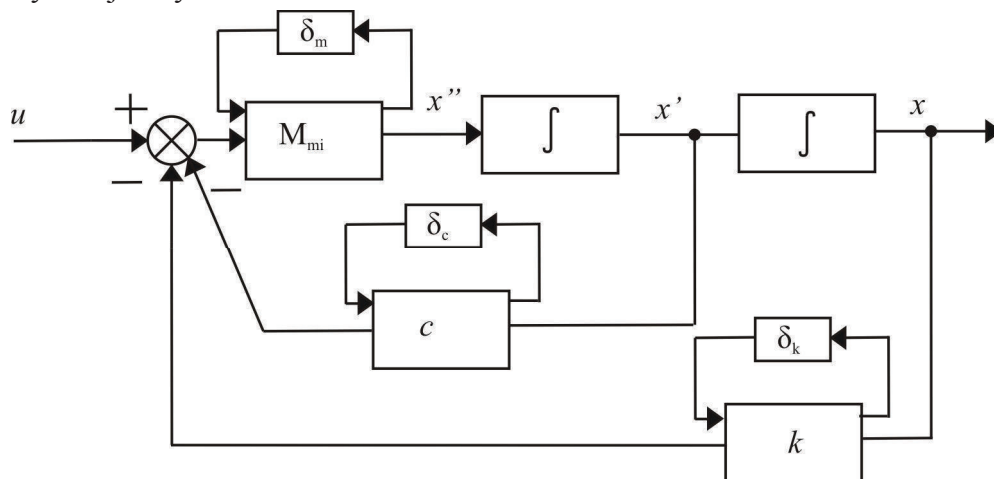
Tyto nejistoty je potřeba zohlednit při návrhu regulátoru a tedy je začlenit do popisu systému. K tomu nám slouží lineární zlomková transformace (LFT).



Obr. 17: Lineární zlomková transformace jednotlivých parametrů

$$M_{mi} = \begin{bmatrix} -p_m & \frac{1}{\bar{m}} \\ -p_m & \frac{1}{\bar{m}} \end{bmatrix} \quad M_c = \begin{bmatrix} 0 & \bar{c} \\ p_c & \bar{c} \end{bmatrix} \quad M_k = \begin{bmatrix} 0 & \bar{k} \\ p_k & \bar{k} \end{bmatrix}$$

Tyto nejistoty začleníme do Obr. 15 a dostáváme schéma viz. Obr. 18.

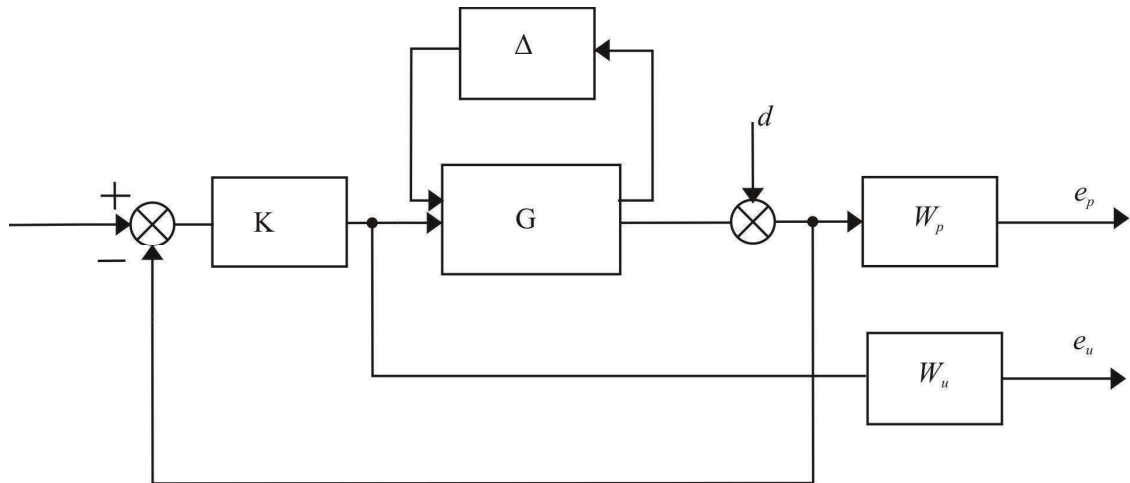


Obr. 18: Blokové schéma systému 2. řádu s nejistotami

Z Obr. 18 odvodíme systémovou matici $G = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$, kde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\bar{k}}{\bar{m}} & -\frac{\bar{c}}{\bar{m}} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -p_m & -\frac{p_c}{\bar{m}} & -\frac{p_k}{\bar{m}} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \bar{m} \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{k}}{\bar{m}} & -\frac{\bar{c}}{\bar{m}} \\ 0 & \bar{c} \\ \bar{k} & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} -p_m & -\frac{p_c}{m} & -\frac{p_k}{m} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C_2 = [1 \ 0], D_{21} = [0 \ 0 \ 0], D_{22} = 0$$



Obr. 19 Schéma uzavřené smyčky

Blokový diagram uzavřené smyčky viz Obr. 19 ukazuje zpětnovazební strukturu včetně modelu nejistot. Váhové funkce jsme zvolili jako $w_p(p) = 0,95 \frac{p^2 + 1,8p + 10}{p^2 + 8,0p + 0,01}$ a $w_u = 0,01$.

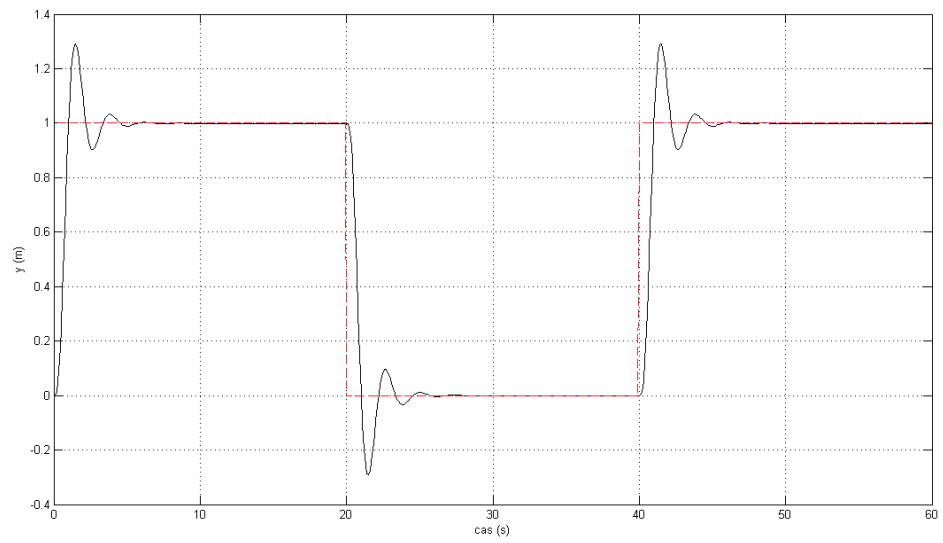
Máme tedy popsáný systém, zvolili jsme váhové funkce a je možné navrhnout regulátor K . Použijeme tzv. suboptimální řešení $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$. Takovýto regulátor minimalizuje H_∞ normu. Systém $F_l(P, K)$ je nominální přenos poruchy na odchylku. K návrhu tohoto regulátoru používáme program Matlab a jeho funkci hinfsyn.

Dostáváme tedy regulátor

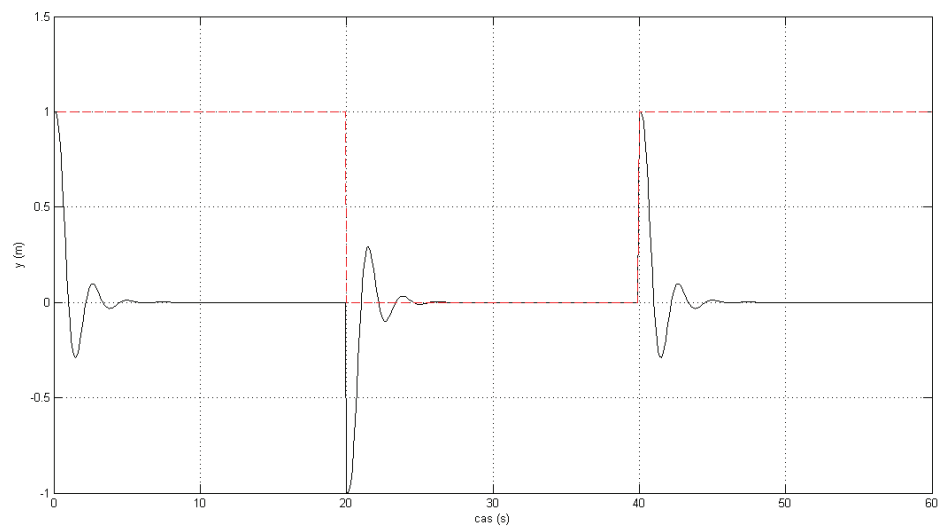
$$K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -25,47 & -7,30 & 46,58 & 19,82 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0012 & -0,0061 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0,0061 & -8,00 & -1,00 \\ -198,1944 & -55,69 & 372,21 & 158,40 & 0 \end{bmatrix}$$

Dosažená $\lambda = 0,9506$.

Na Obr. 20 vidíme odezvu na změnu řízení. Dosáhli jsme překmitu 29% a doby ustálení 6s. Na Obr. 21 vidíme vyregulování poruchy, které trvá přibližně 6s.



Obr. 20: Odezva na skok řízení regulátor *H*nek



Obr. 21: Odezva na skok poruchy regulátor *H*nek

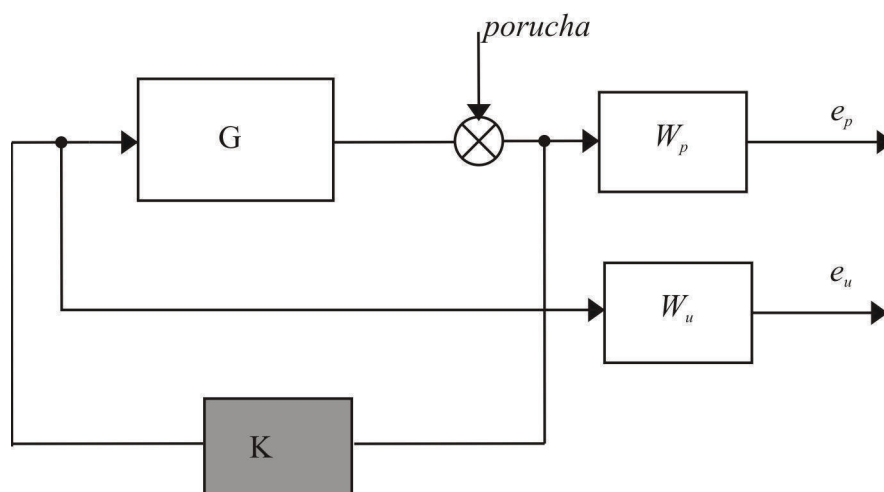
6.2 Návrh pomocí DK iterace

Regulátor pomocí DK iterace navrhujeme na stejnou soustavu jako regulátor H_∞ . Vycházíme tedy ze stejného schématu viz. Obr. 16 se stejnými konstantami. K vyjádření nejistot v modelu používáme příkaz Matlabu ureal, kterým definujeme interval, ve kterém se nachází hodnota parametru. Systém pak popíšeme stavovým popisem a dostáváme:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0], D = 0$$

Pro samotný návrh použijeme schéma viz. Obr. 22. G je soustava K je navrhovaný regulátor a W_p a W_u jsou váhové funkce, které byly stejně jako při návrhu předešlého

regulátoru zvoleny jako $w_p(p) = 0,95 \frac{p^2 + 1,8p + 10}{p^2 + 8,0p + 0,01}$ a $w_u = 0,01$.



Obr. 22: Schéma pro návrh pomocí DK iterace

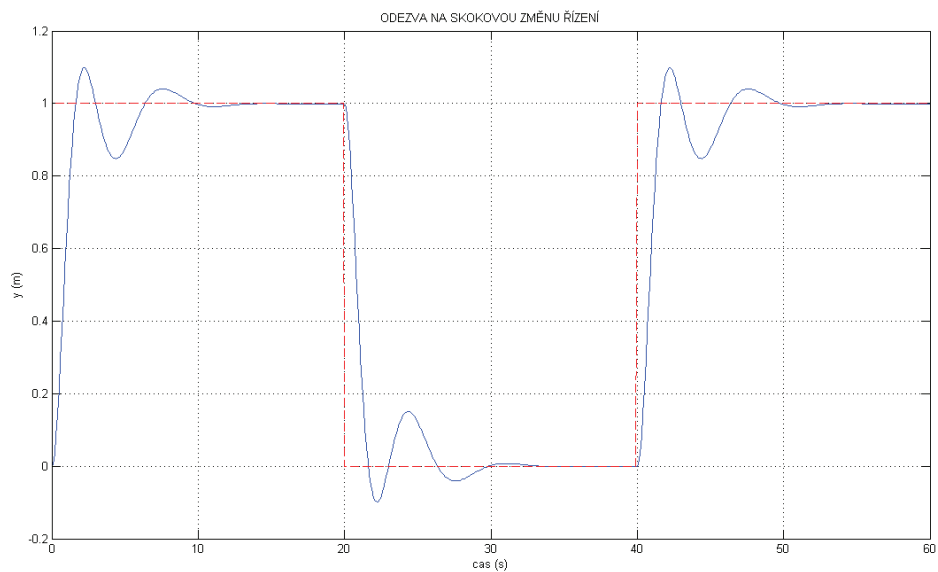
Máme popsany systém, zvolili jsme váhové funkce a můžeme navrhnout regulátor K . Hledáme takový regulátor, který bude splňovat $\mu_{\Delta_P}[F_L(P, K)(j\omega)] < 1$. K tomu používáme funkci Matlabu dksyn a dostáváme regulátor K popsany stavovým

$$\text{popisem: } A = \begin{bmatrix} -0.939 & 1.01 & -9.42 \cdot 10^{-20} & -7.32 \cdot 10^{-18} \\ -48.90 & -38.27 & -4.16 & -322.9 \\ 0 & 0 & -8.00 & -0.08 \\ 0 & 0 & 0.125 & 0 \end{bmatrix}$$

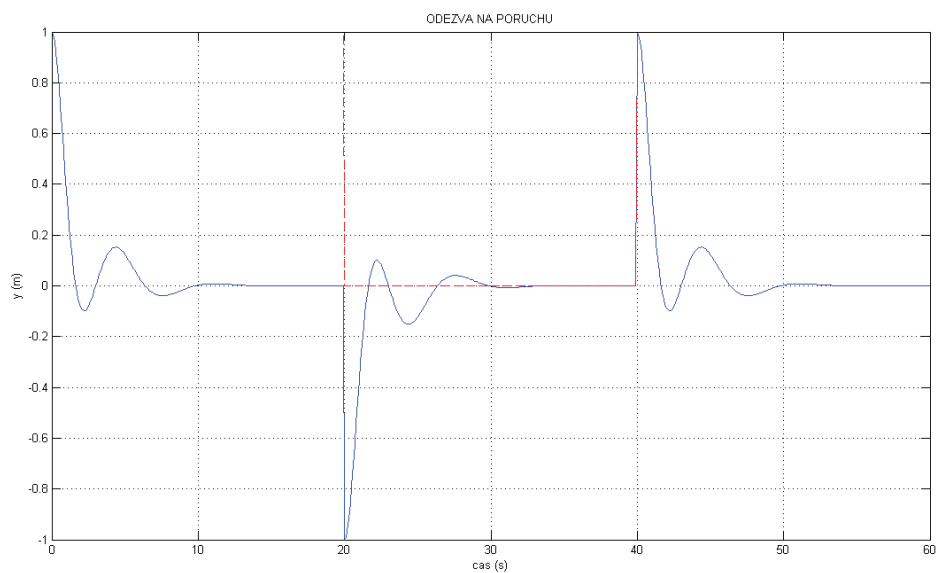
$$B = \begin{bmatrix} -1.13 \\ -0.53 \\ -9.46 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [-119.1 \quad -94.58 \quad -10.36 \quad -804.90], D = 0$$

Dosažená $\mu = 1,7775$ nezaručuje požadovanou kvalitu řízení pro všechny možné změny soustavy. Snížení hodnoty μ lze dosáhnout změnou váhových funkcí nebo zúžením intervalů nejistot.

Na Obr. 23 vidíme odezvu na skokovou změnu řízení. Dosáhli jsme přibližně 15% překmitu a doba ustálení je přibližně 12s. V porovnáním s H_∞ regulátorem se jedná o nižší překmit, ale delší trvání přechodného děje. Odezvu na skok poruchy vidíme na Obr. 24. Doba vyregulování poruchy je přibližně 12s.



Obr. 23: Odezva na skok řízení regulátor DK



Obr. 24: Odezva na skok poruchy regulátor DK

6.3 Návrh proudových regulátorů na model motoru

V této části aplikujeme metodu μ syntézy pro návrh proudových regulátorů na model synchronního motoru s permanentními magnety.

6.3.1 Model motoru

Model motoru můžeme popsat pomocí následujících rovnic:

$$u_d = ri_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega L_q i_q$$

$$u_q = ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega L_d i_d + \omega \psi_{af}$$

$$T_e = \frac{3P}{2} [\psi_{af} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]$$

Kde u_d a u_q jsou napětí v d-q souřadnicích, i_d a i_q jsou proudy v d-q souřadnicích, L_d, L_q jsou indukčnosti, r je odpor statoru, ω frekvence invertoru, ψ_{af} je magnetický tok permanentního magnetu způsobený vazbou rotorových magnetů na statoru.

Při běžném chodu PMS motoru se otáčky mění pozvolna ve srovnání s rychlostí změn proudů, proto se dá z hlediska proudů považovat za konstantní veličinu. d složka proudu se udržuje na nule, aby nedocházelo k přibuzování, případně odbuzování motoru. Dále se pro linearizaci a odvazbení d a q složky používá zpětnovazební linearizace. Použitím těchto zjednodušení získáváme přibližné rovnice popisující chování elektrické části motoru

$$u_{d0} = ri_d + L_d \frac{di_d}{dt}$$

$$u_{q0} = ri_q + L_q \frac{di_q}{dt}$$

Konkrétní parametry motoru jsou:

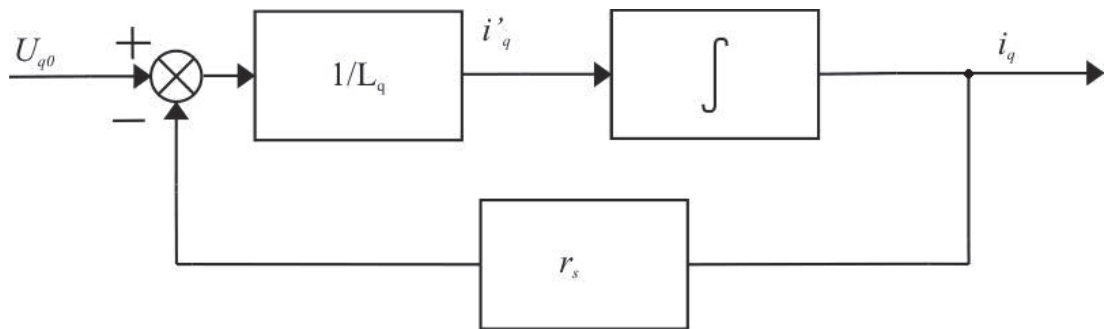
$$L_d = 1,4mH, L_q = 2,8mH, R = 0,6\Omega, P = 4, \phi_f = 0,12Wb, J = 1,11 \cdot 10^{-3} kgm^2.$$

Pro řízení předpokládáme možnou odchylku 30 % u parametrů L_d, L_q, r .

6.3.2 Návrh regulátoru Kq

Vyjádríme si i_q z rovnice $u_{q0} = ri_q + L_q \frac{di_q}{dt}$ a dostáváme $i'_q = \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} (u_{q0} - ri_q)$.

Tato rovnice odpovídá blokovému schématu viz. Obr. 25.



Obr. 25 Blokové schéma motoru v q ose

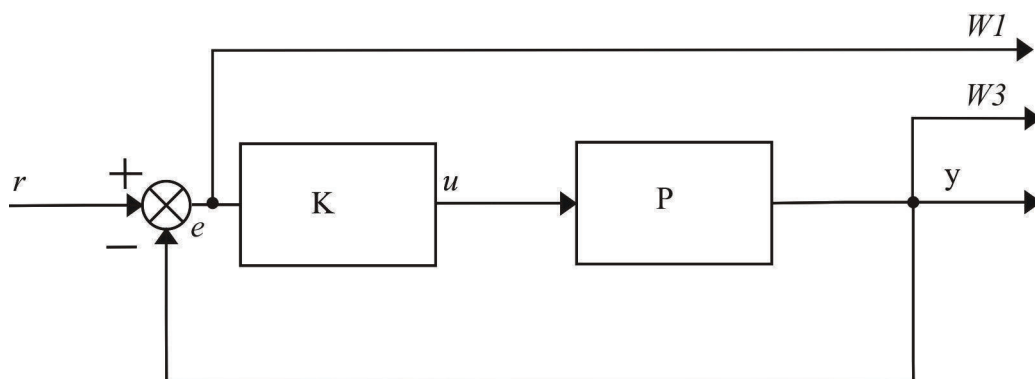
Nyní můžeme popsat daný systém pomocí stavového popisu. Stavové rovnice:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{bmatrix} -R \\ L_q \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ L_q \end{bmatrix}, C = [1], D = 0$$

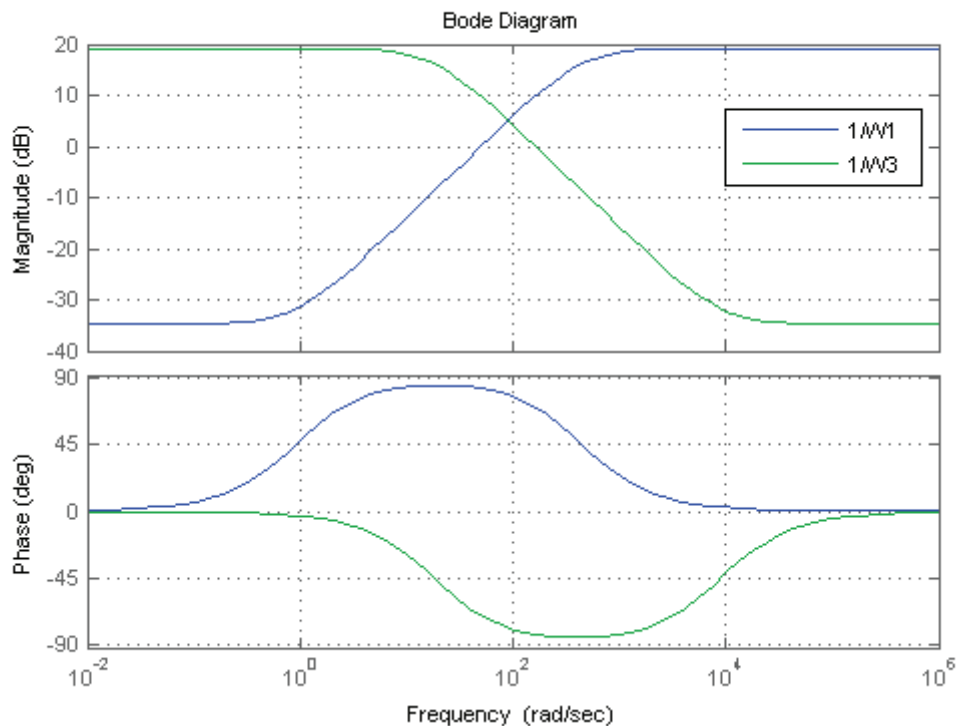
Nejistoty do takového systému zahrnujeme v Matlabu příkazem ureal. Při návrhu proudových regulátorů klademe požadavky na citlivostní funkci a komplementární citlivostní funkci. Schéma uzavřené smyčky vidíme na Obr. 26. Ze standardního zpětnovazebního zapojení vyvádíme signály odchylky (citlivostní funkce), výstupu (komplementární citlivostní funkce) a klademe na ně požadavky pomocí váhových funkcí.



Obr. 26 Schéma uzavřené smyčky pro návrh proudových regulátorů

Váhová funkce $W1$ definuje požadovaný průběh citlivostní funkce. Naším požadavkem je vysoké tlumení pro nízké frekvence (statická porucha a pomalé změny soustavy) a co nejmenší modul této funkce (zajištění stability v modulu). Z druhého požadavku bylo nutné slevit, protože pro požadovaný modul nebylo možné robustní regulátor navrhnout. Váhová funkce $W3$ definuje požadavky na přenos řízení. Volíme ji jako inverzní funkci k funkci $W1$. Frekvenční charakteristiky jsou vidět na Obr. 27.

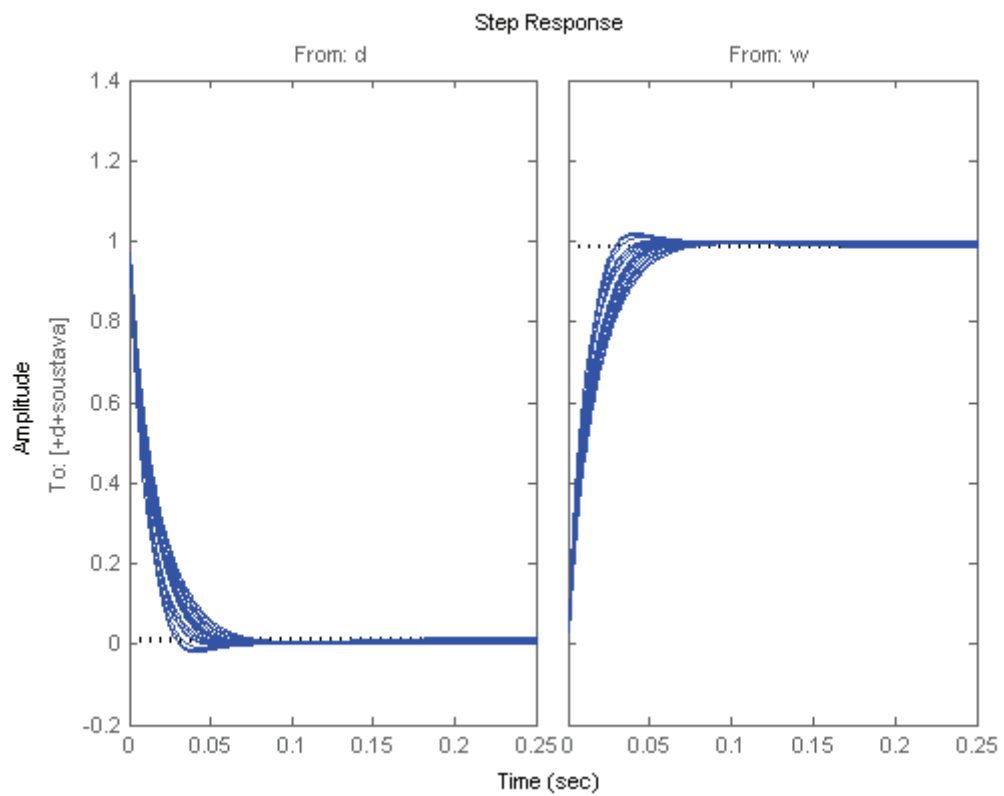
$$\text{Přenosy váhových funkcí jsou: } W1(p) = \frac{0,11p + 49,5}{p + 0,9} \quad W3(p) = \frac{0,55p + 9,9}{0,01p + 90}$$



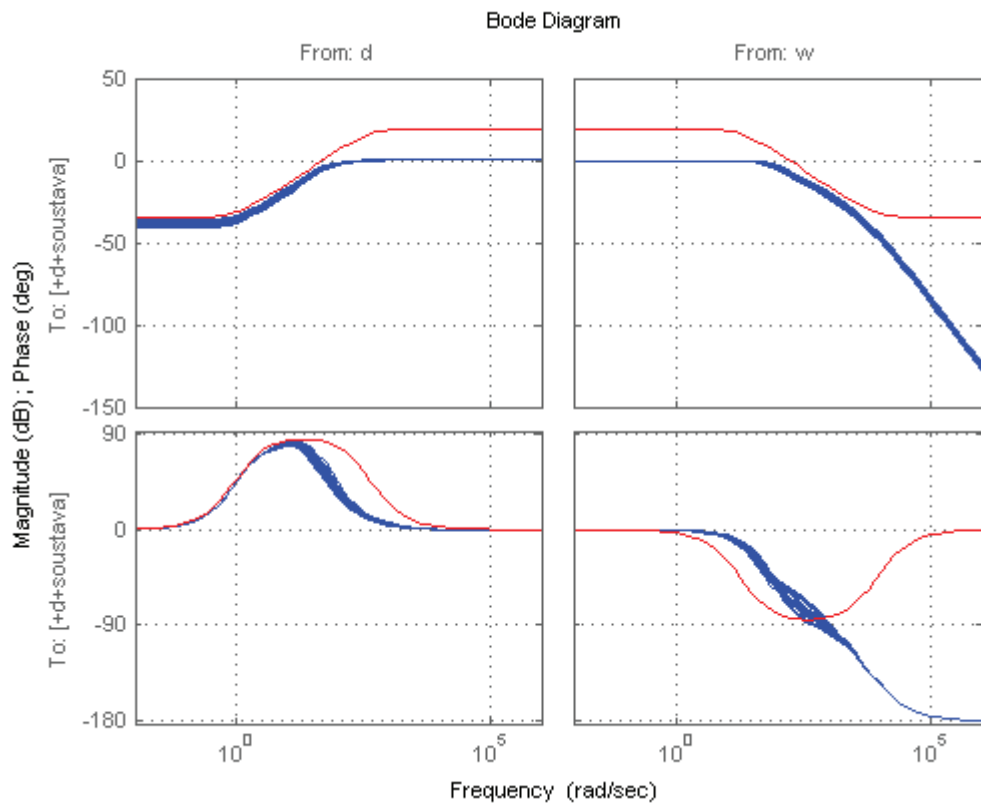
Obr. 27 Frekvenční charakteristiky inverzí váhových funkcí q osa

Máme tedy sestavený model soustavy s neurčitostmi, zvolili jsme váhové funkce a můžeme navrhnout regulátor pomocí strukturální singulární hodnoty - μ syntézy. Využíváme program MATLAB a pomocí funkce dksyn navrhne regulátor. Iterativní algoritmus najde nejvhodnější regulátor K . Kritériem splnění našich požadavků je výsledná hodnota $\mu = 0,9432$. Protože $\mu < 1$, můžeme prohlásit, že daný regulátor splňuje požadavky na robustní kvalitu řízení. Na Obr. 28 je vidět odezva na skok poruchy a řízení. Doba ustálení je $T_u = 0,07s$ a stejně dlouho trvá vyregulování poruchy. Na Obr. 29 vidíme frekvenční charakteristiku systému spolu s požadovanými průběhy definovanými váhovými funkcemi. Vidíme potvrzení předchozího tvrzení o splnění požadavků na kvalitu robustního řízení. Navíc modul skutečné citlivostní funkce je pod hranicí $6dB$, což zajišťuje vysokou zásobu stability v modulu.

Metoda DK iterace vede na regulátory vysokých řádů. V našem případě má regulátor řád 21, musíme tedy řád regulátoru snížit a pak opět analyzovat pomocí μ analýzy.



Obr. 28 Odezva na jednotkový skok poruchy a řízení



Obr. 29 Srovnání skutečné frekvenční charakteristiky systému a inverze váhových funkcí

6.3.2.1 Redukce řádu regulátoru Kq

K redukci řádu opět využíváme program MATLAB a funkci `reduce`. Původní regulátor má řád 21, redukovaný řád dva. Dostáváme tedy nový stavový popis regulátoru Kq .

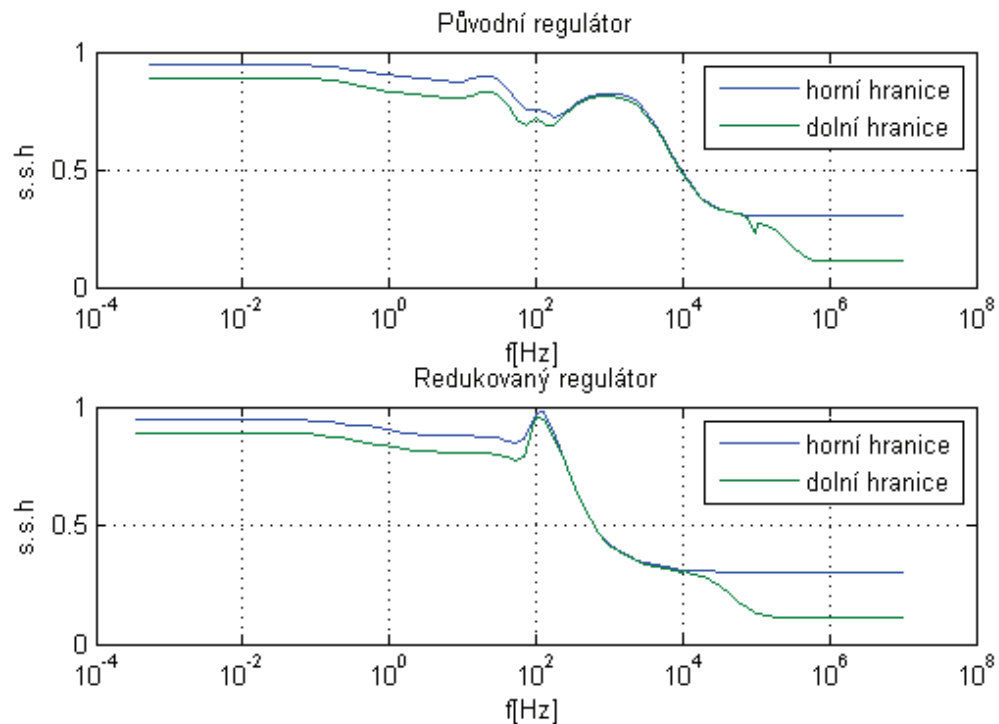
$$A = \begin{pmatrix} -0,9955 & -0,1389 \\ 0,1389 & -0,1587 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -7,0910 \\ 0,4806 \end{pmatrix}$$

$$C = (-7,091 \quad -0,4806)$$

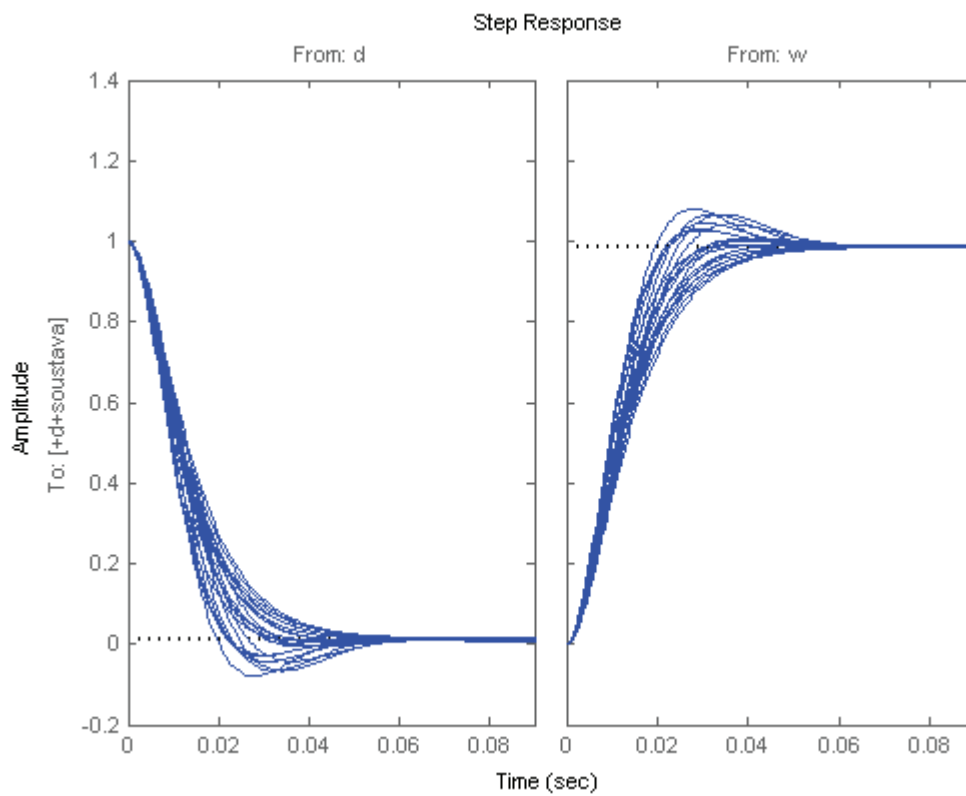
$$D = 0$$

Redukcí řádu může dojít ke snížení kvality řízení. Musíme tedy znovu analyzovat uzavřenou smyčku pomocí μ analýzy. Na Obr. 30 vidíme srovnání strukturálních hodnot systému s původním a redukovaným regulátorem. I systém s redukovaným regulátorem má hodnoty $\mu < 1$. Nejvyšší hodnota $\mu = 0,9834$ je sice vyšší než u původního regulátoru, ale zajišťuje kvalitu robustního řízení.

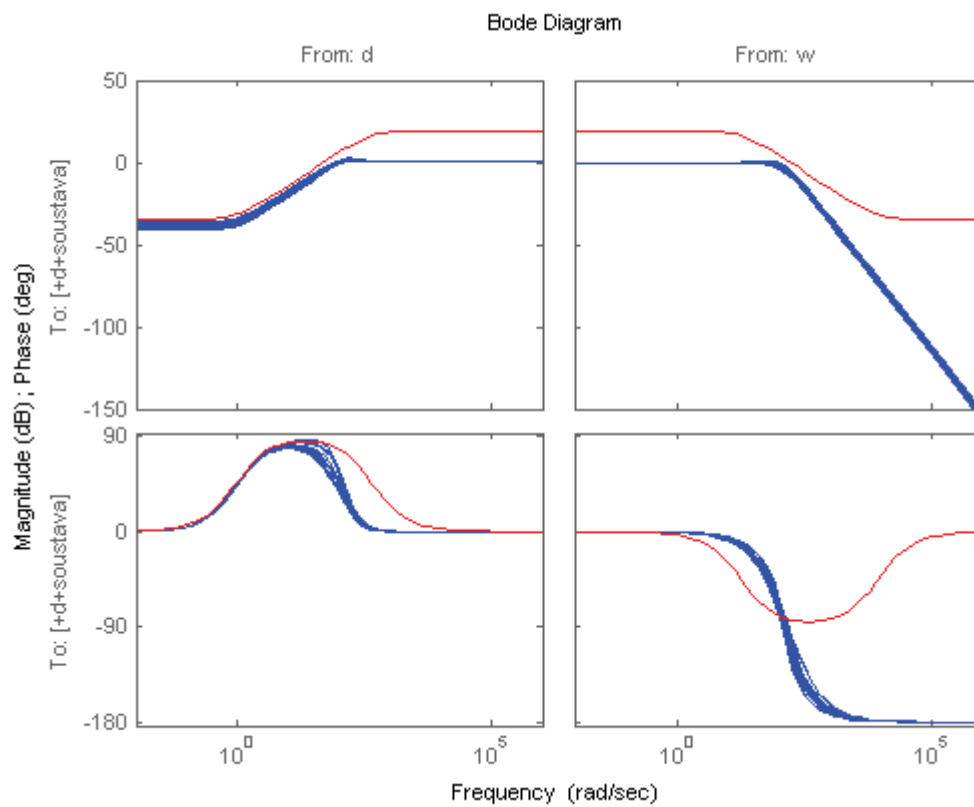


Obr. 30 Srovnání strukturálních hodnot systému s původním a redukovaným regulátorem

Na Obr. 31 jsou vykresleny odezvy na skokové změny poruchy a řízení pro systém s redukovaným regulátorem, který má nepatrně vyšší překmit jinak je adekvátní s charakteristikami na Obr. 28. Na Obr. 32 vidíme frekvenční charakteristiky systému, které potvrzují splnění požadavků na kvalitu robustního řízení.



Obr. 31 Odezva na jednotkový skok poruchy a řízení



Obr. 32 Srovnání skutečné frekvenční charakteristiky systému a inverze váhových funkcí

6.3.3 Návrh regulátoru Kd

Model motoru v d ose je ekvivalentní s modelem v q ose, pouze zaměníme indukčnost v příčné ose L_q za indukčnost v podélné ose L_d . Dostáváme tedy stavový popis :

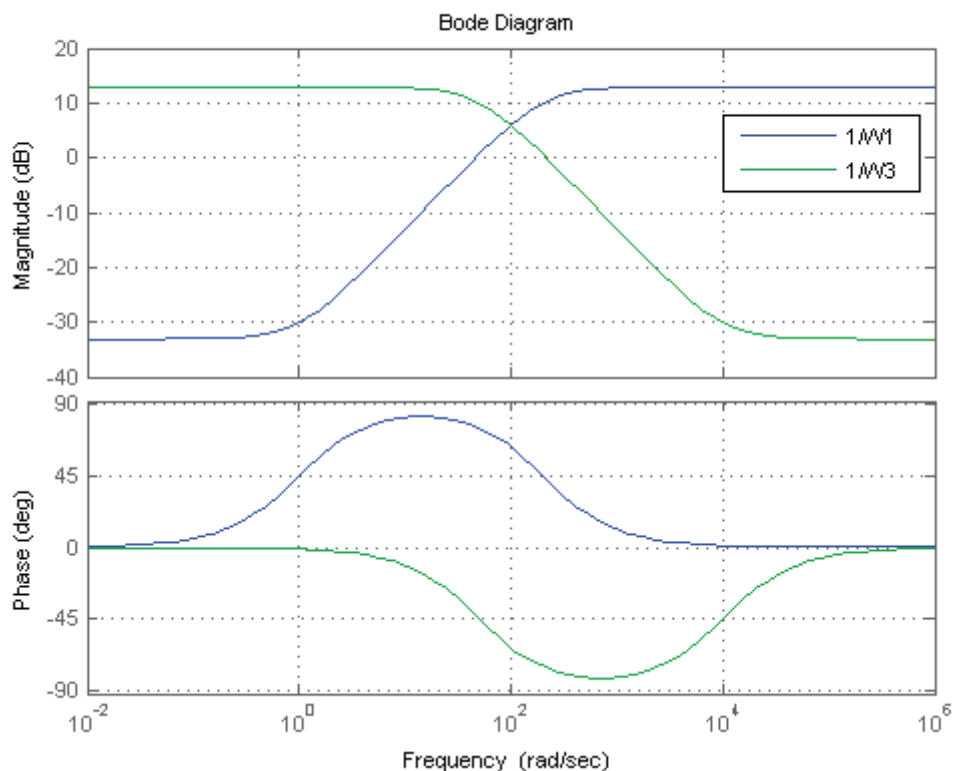
$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{bmatrix} -R \\ L_d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ L_d \end{bmatrix}, C = [1], D = 0$$

Opět předpokládáme nejistotu v parametrech R a L_d 30%. Tuto nejistotu reprezentujeme pomocí funkce ureal.

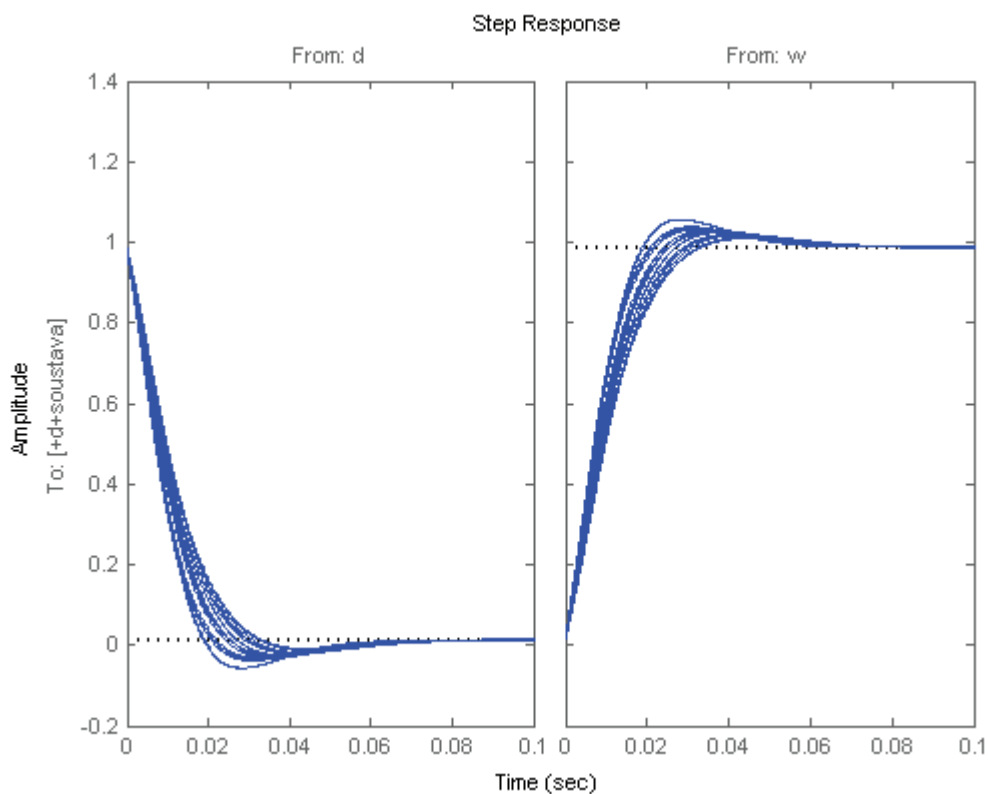
Při sestavení váhových funkcí opět vycházíme ze schématu na Obr. 26. Váhuje citlivostní funkci a komplementární citlivostní funkci. Požadavky na tyto funkce se nemění a dostáváme váhy. $W1(p) = \frac{0.225p + 45}{p + 1}$ a $W3(p) = \frac{0.45p + 22.5}{0.01p + 100}$. Frekvenční charakteristiky těchto váhových funkcí vidíme na Obr. 33.



Obr. 33 Frekvenční charakteristiky inverze váhových funkcí d osa

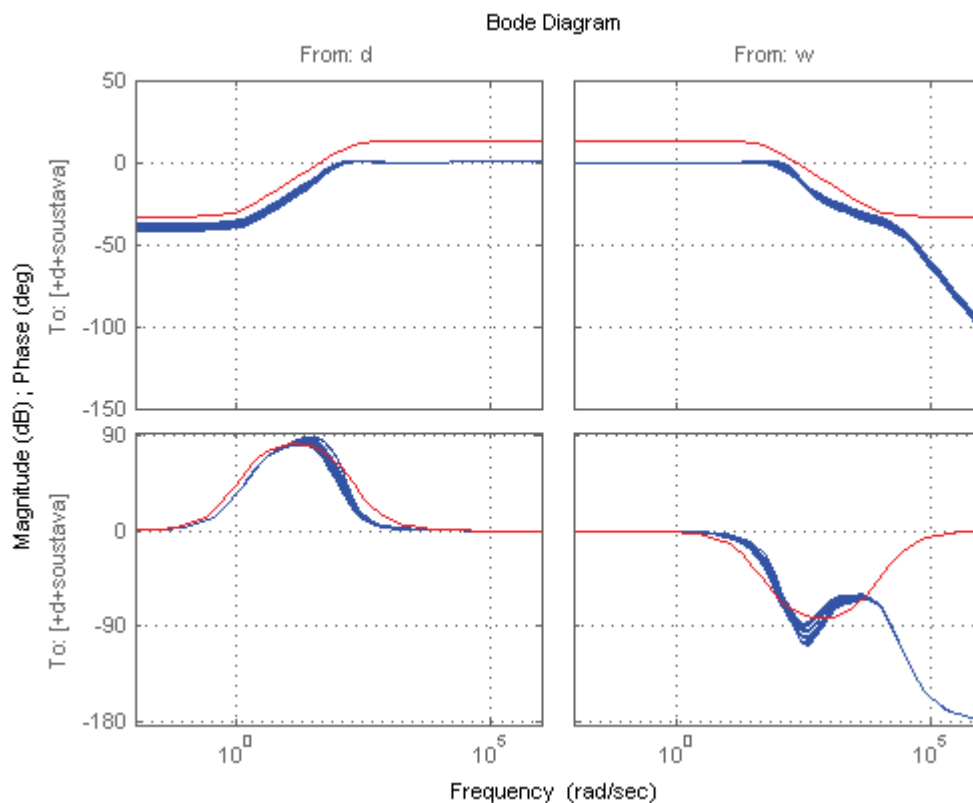
Máme sestavený model soustavy s neurčitostmi, zvolili jsme váhové funkce a můžeme navrhnout regulátor pomocí strukturální singulární hodnoty - μ syntézy. Opět využíváme program MATLAB a pomocí funkce dksyn navrhne regulátor. Iterativní algoritmus najde nejvhodnější regulátor K . Kritériem splnění našich požadavků je

strukturální singulární hodnota $\mu = 0,8315$. Protože $\mu < 1$ můžeme prohlásit, že daný regulátor splňuje požadavky na robustní kvalitu řízení. Na Obr. 34 vidíme odezvy na jednotkový skok poruchy a řízení. Doba ustálení je 0,07s.



Obr. 34 Odezva na jednotkový skok poruchy a řízení

Na Obr. 29 vidíme frekvenční charakteristiku systému spolu s požadovanými průběhy definovanými váhovými funkcemi. Vidíme potvrzení předchozího tvrzení o splnění požadavků na kvalitu robustního řízení. Navíc modul skutečné citlivostní funkce je pod hranicí $6dB$, což zajišťuje vysokou zásobu stability v modulu. Metoda DK iterace vede na regulátory vysokých řádů. V našem případě má regulátor řád 21, musíme tedy opět řád regulátoru snížit a pak opět analyzovat pomocí μ analýzy.



Obr. 35 Srovnání skutečné frekvenční charakteristiky systému a inverze váhových funkcí

6.3.3.1 Redukce řádu regulátoru K_d

K redukci řádu opět využíváme program MATLAB a funkci `reduce`. Původní regulátor má řád 21, redukovaný řád dva. Dostáváme tedy nový stavový popis regulátoru K_d .

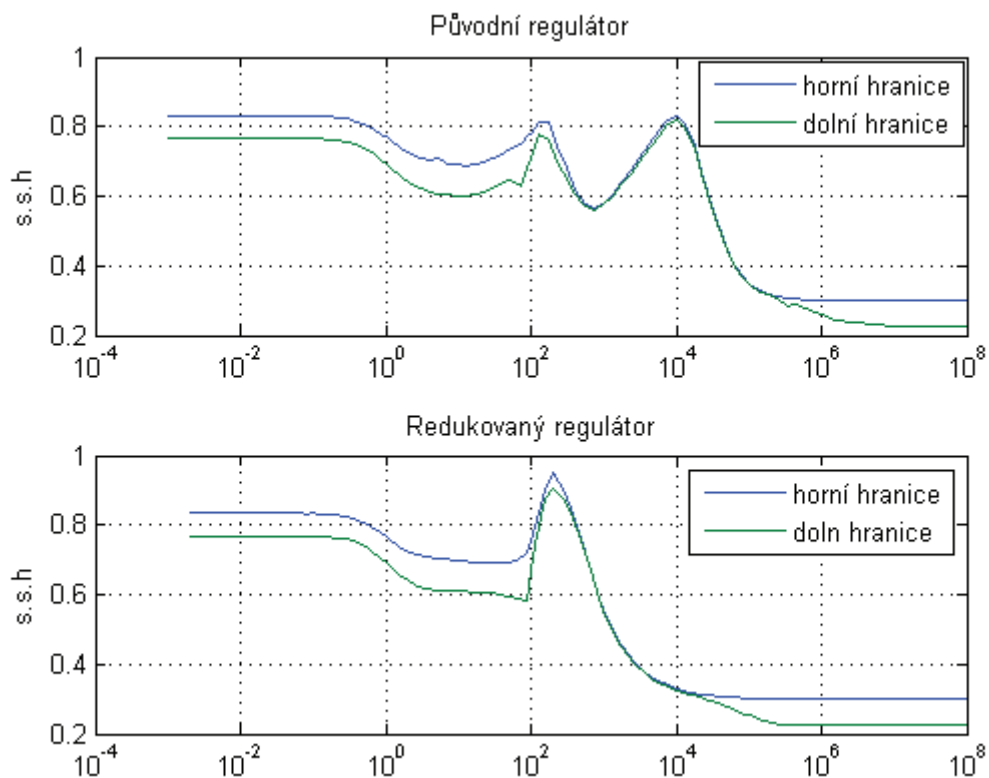
$$A = \begin{pmatrix} -1,401 & -0,2802 \\ 0,2802 & -2,371 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -8,400 \\ 0,8349 \end{pmatrix}$$

$$C = (-8,400 \quad -0,8349)$$

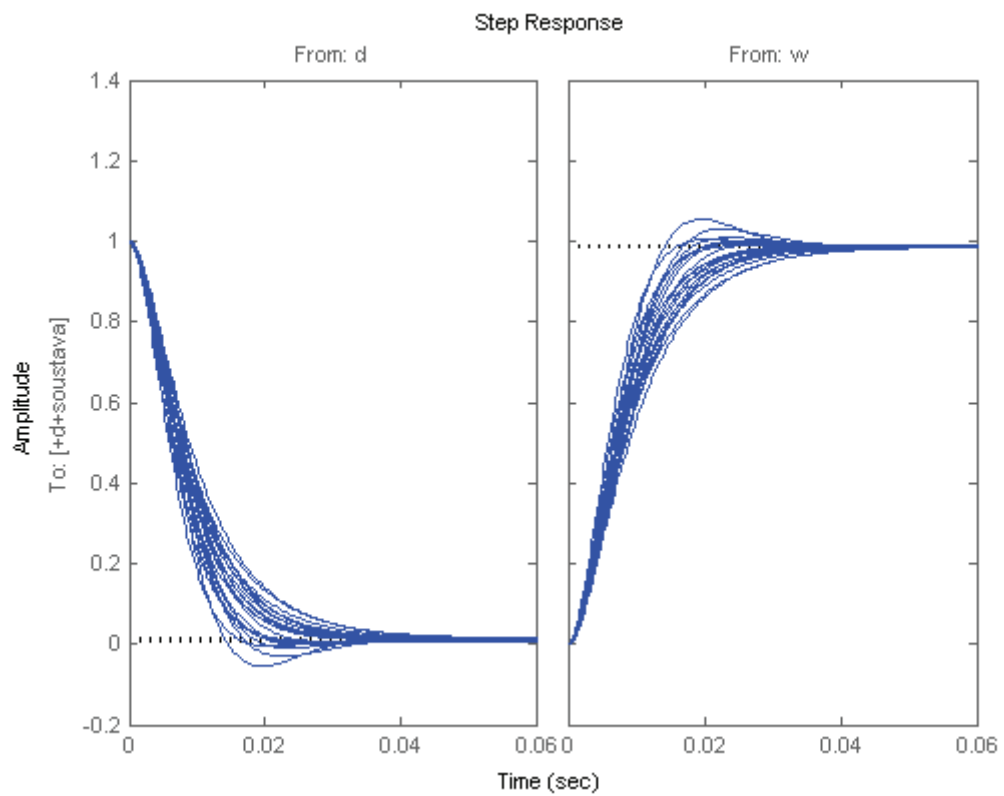
$$D = 0$$

Redukcí řádu regulátoru může dojít ke snížení kvality řízení. Musíme znovu analyzovat uzavřenou smyčku pomocí μ analýzy. Na Obr. 36 vidíme srovnání strukturálních hodnot systému s původním a redukovaným regulátorem. I systém s redukovaným regulátorem má hodnoty $\mu < 1$. Nejvyšší hodnota $\mu = 0,9496$ je sice vyšší než u původního systému, ale zajišťuje kvalitu robustního řízení.

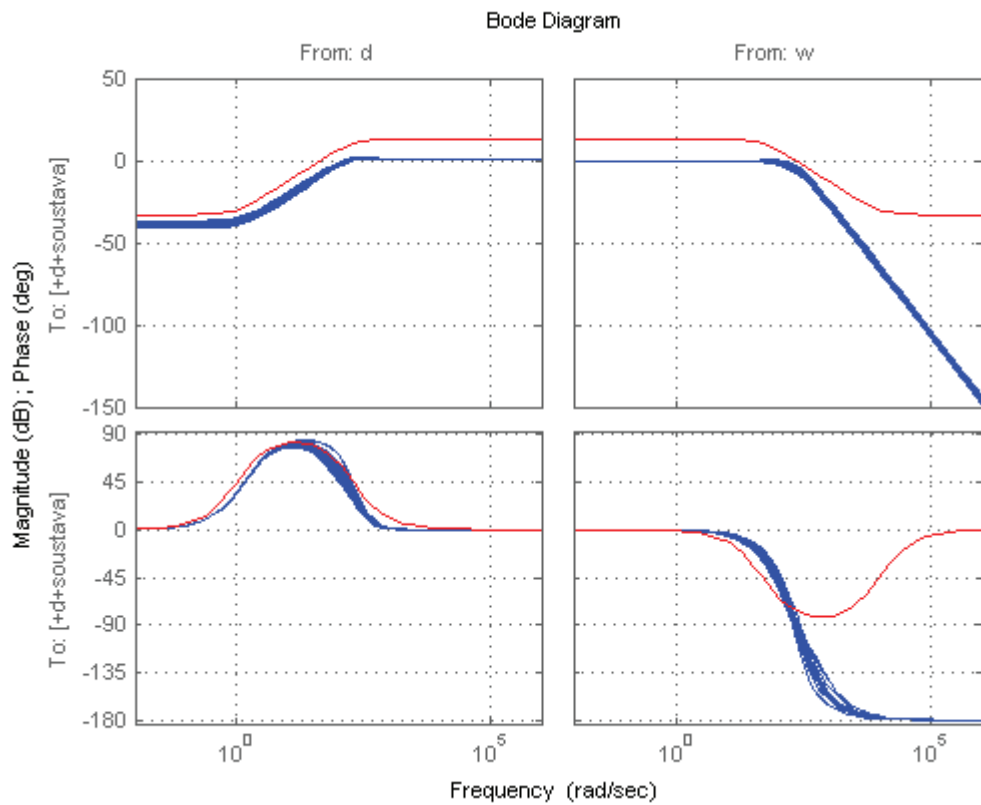


Obr. 36 Srovnání strukturálních hodnot systému s původním a redukovaným regulátorem

Na Obr. 37 jsou vykresleny odezvy na skokové změny poruchy a řízení pro systém s redukovaným regulátorem, který má nepatrně vyšší překmit než vidíme na Obr. 34. Zato je viditelně rychlejší doba ustálení je 0,05s. Při redukcí jsme tedy o málo snížili robustnost systému, ale získali jsme nižší řád systému a rychlejší odezvu. Na Obr. 38 vidíme frekvenční charakteristiky systému, které potvrzují splnění požadavků na kvalitu robustního řízení.



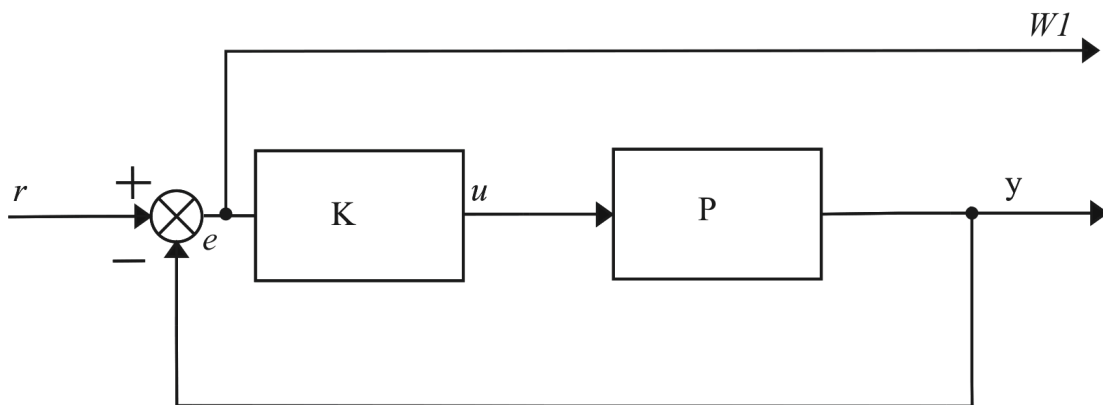
Obr. 37 Odezva na jednotkový skok poruchy a řízení



Obr. 38 Srovnání skutečné frekvenční charakteristiky systému a inverze váhových funkcí

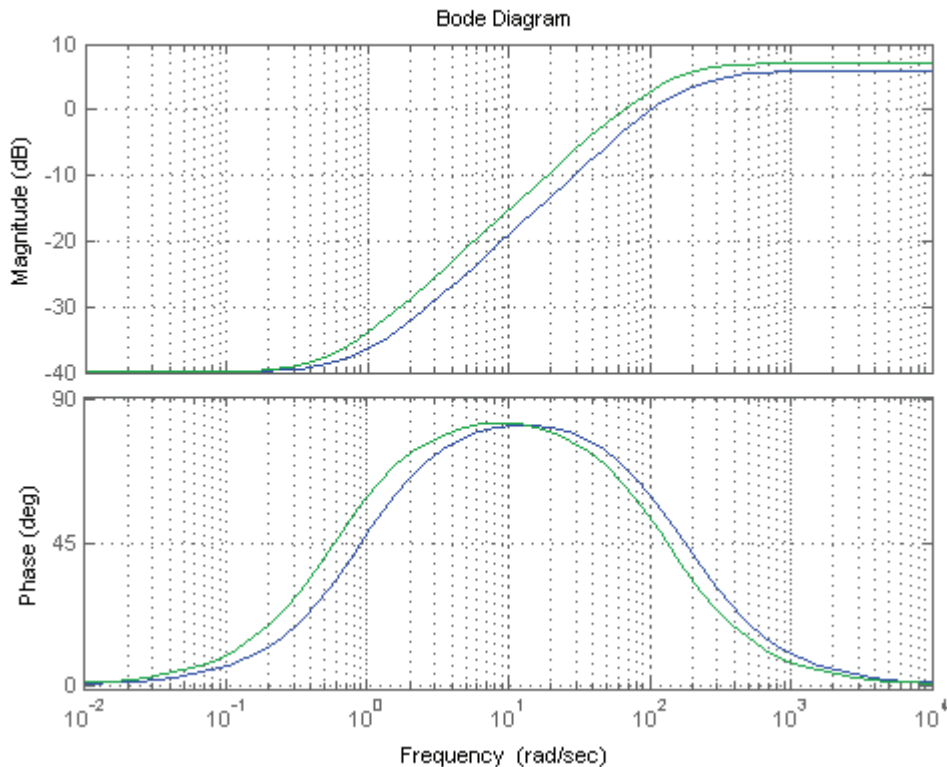
6.4 Návrh regulátorů na požadovaný průběh citlivostní funkce

Častým požadavkem při návrhu robustních regulátorů je požadavek na průběh citlivostní funkce. Jedním je vysoké tlumení na nízkých frekvencích a druhým sledovaným parametrem je modul citlivostní funkce. Modul citlivostní funkce je inverzí zásoby stability v modulu. Typická volba je $M \in \langle -6; -8 \rangle dB$. Tento požadavek splníme vhodnou volbou váhy $W1$ při návrhu robustního regulátoru. Vycházíme opět ze stejného modelu motoru jako v předchozím případě. Rozdílem je použití pouze jediné váhové funkce právě na citlivostní funkci viz Obr. 39.



Obr. 39 Schéma pro návrh pomocí citlivostní funkce

Na Obr. 40 vidíme volbu váhové funkce $W1$ pro d složku $\left(W1(p) = \frac{0,5p + 90}{p + 0,9} \right)$ (modrou barvou) a pro q složku $\left(W1(p) = \frac{0,4348p + 58}{p + 0,9} \right)$ (zelenou barvou). Vidíme, že obě splňují požadavek vysokého tlumení na nízkých frekvencích. Modul této váhy je v případě d složky $M = 6dB$ a v případě q složky $M = 7,2dB$, což odpovídá zásobě stability v modulu $\Delta M = 0,5$ a $\Delta M = 0,44$. Je tedy sestaven model motoru a jsou určeny váhové funkce. Dále byly s využitím programu Matlab a funkce `dksyn` navrhnuty 2 regulátory Kd a Kq .



Obr. 40 Frekvenční charakteristika inverze váhových funkcí

6.4.1 Regulátor Kq

Stejně jako v předchozích případech byla nutná redukce řádu regulátoru. Dále je uveden již redukovaný stavový popis.

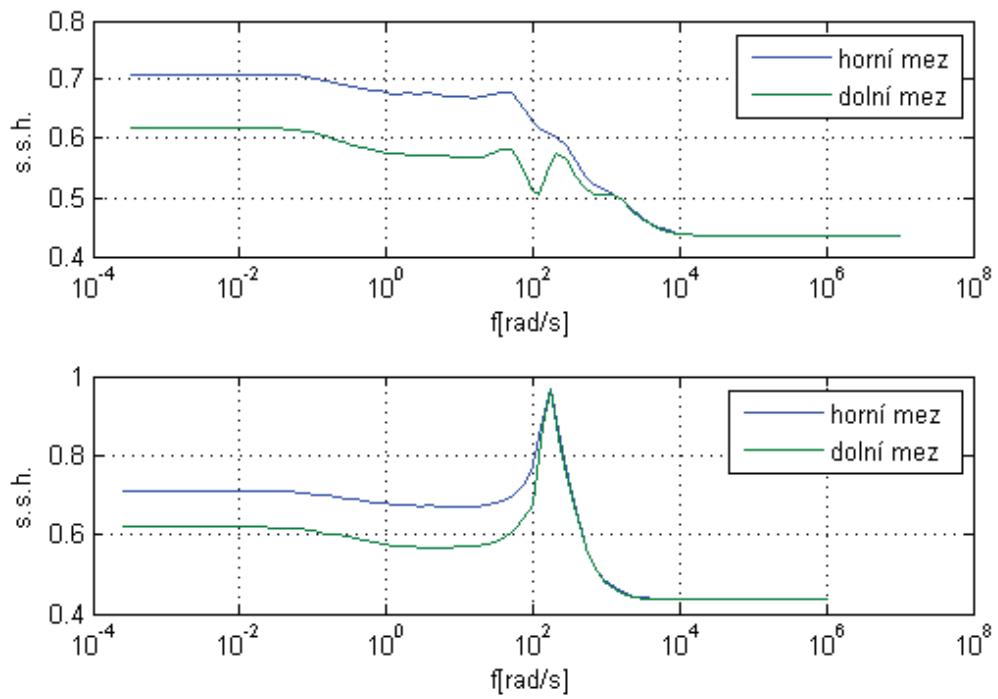
$$A = \begin{pmatrix} -0,8644 & -0,2286 \\ 0,2286 & -0,3406 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 12,1600 \\ 1,6870 \end{pmatrix}$$

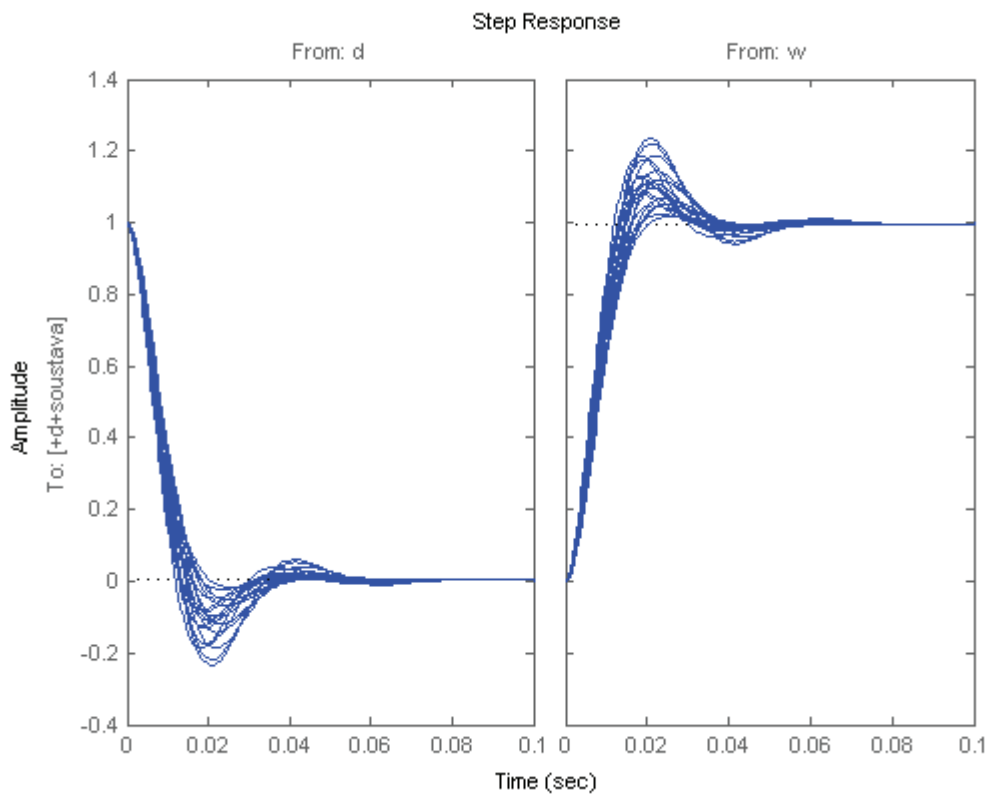
$$C = (12,1600 \quad 1,6870)$$

$$D = 0$$

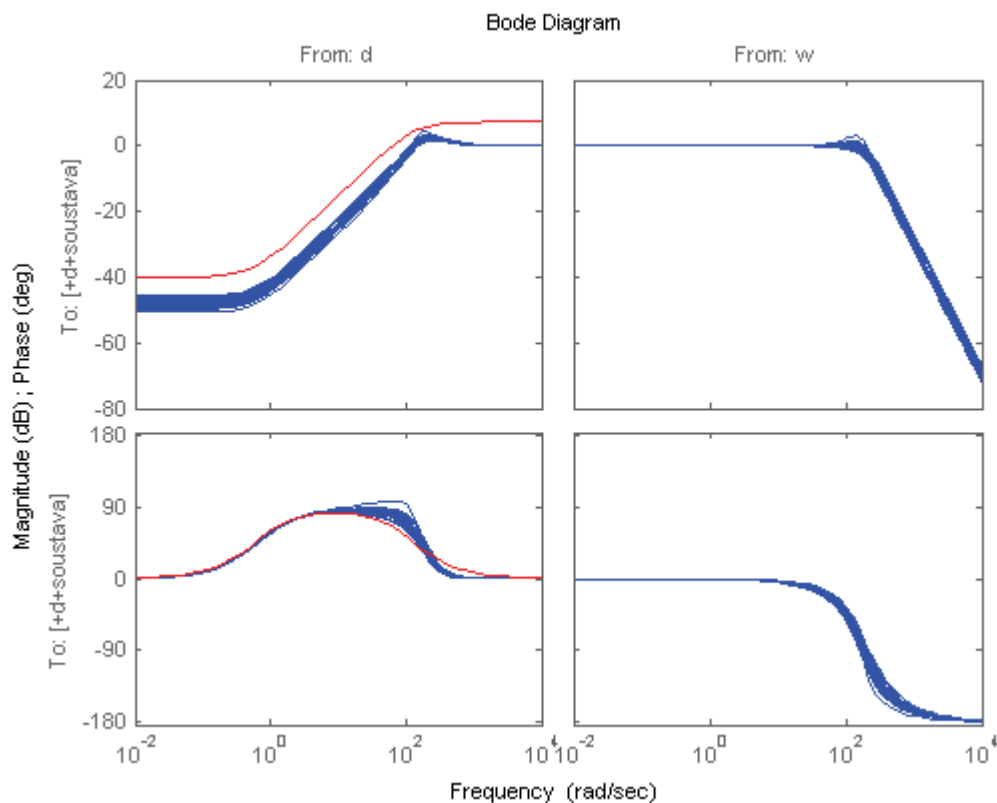
Na Obr. 41 je vidět strukturální singulární hodnota původního a redukovaného regulátoru. Maximální hodnota u redukovaného regulátoru Kd je $\mu = 0,9696$. Můžeme tedy prohlásit, že systém splňuje naši podmínku pro zásobu stability v modulu pro daný rozsah nejistot. Obr. 42 zobrazuje přechodové charakteristiky výsledného systému. Na rozdíl od návrhu s váhovou funkcí i na přenos řízení je vidět rychlejší odezva, doba ustálení je 0,06 a pro některé změny soustavy vyšší až dvacetiprocentní překmit. Frekvenční charakteristiky jsou vykresleny na Obr. 43. Je patrné splnění požadavků definovaných šablonou – inverzí váhy $W1$ (červená linka) na citlivostní funkci.



Obr. 41 S.S.H. původního a redukovaného regulátoru Kq



Obr. 42 Přechodové charakteristiky q složka



Obr. 43 Frekvenční charakteristiky q složka

6.4.2 Regulátor Kd

Stejně jako v předchozích případech byla nutná redukce řádu regulátoru. Dále je uveden již redukováný stavový popis.

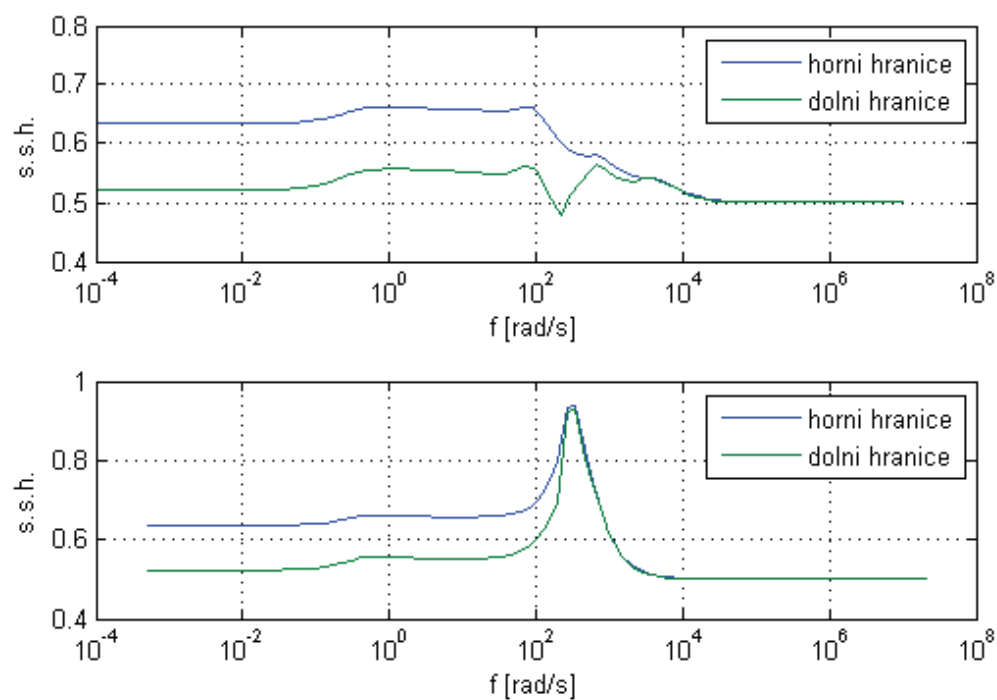
$$A = \begin{pmatrix} -0,8644 & -0,2286 \\ 0,2286 & -0,3406 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 12,1600 \\ 1,6870 \end{pmatrix}$$

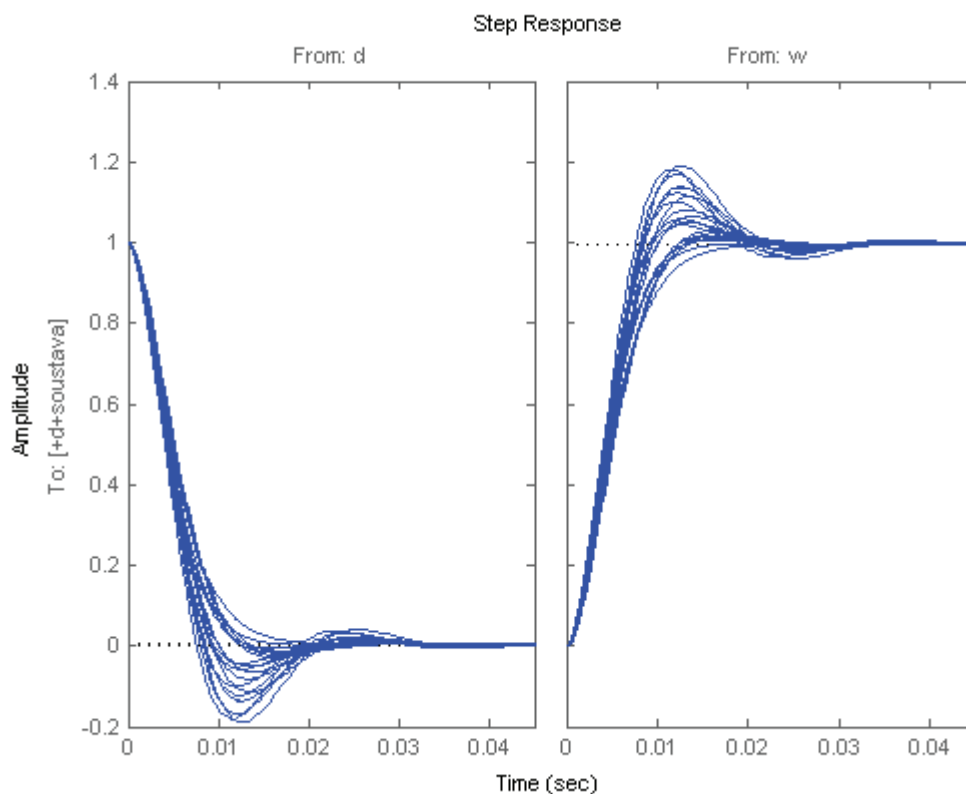
$$C = (12,1600 \quad 1,6870)$$

$$D = 0$$

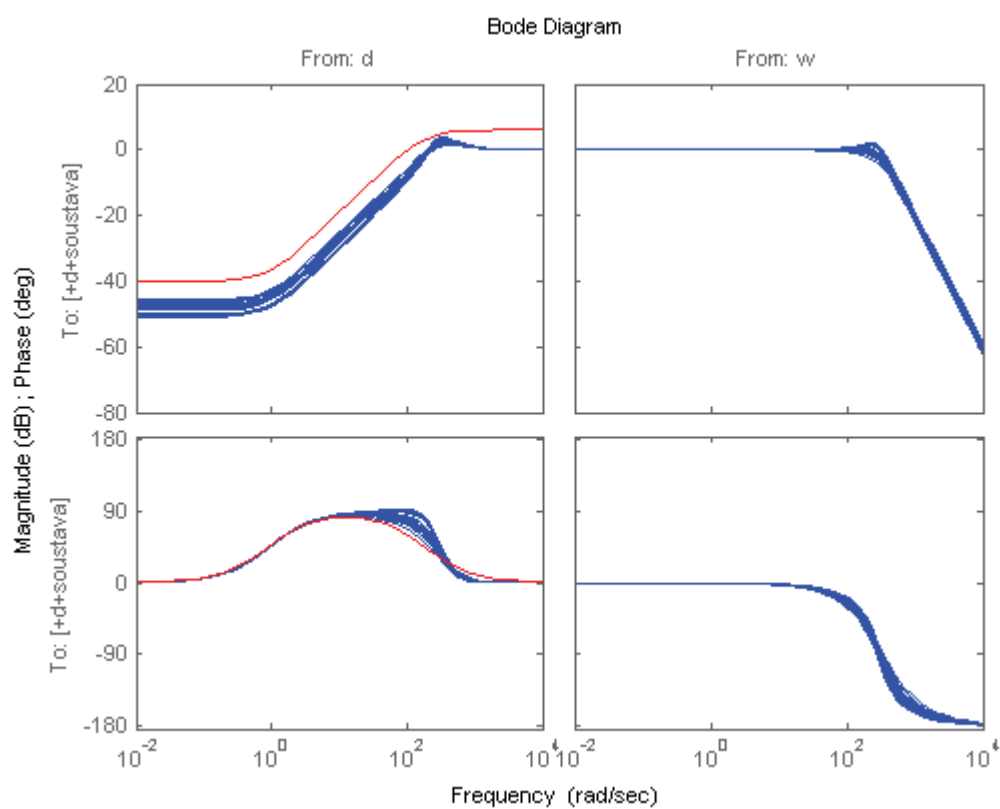
Na Obr. 44 je vidět strukturální singulární hodnota původního a redukováného regulátoru. Maximální hodnota u redukováného regulátoru Kd je $\mu = 0,9369$. Můžeme tedy prohlásit, že systém splňuje naši podmínku pro zásobu stability v modulu pro daný rozsah nejistot. Obr. 45 zobrazuje přechodové charakteristiky výsledného systému. Na rozdíl od návrhu s váhovou funkcí i na přenos řízení, je vidět rychlejší odezva, doba ustálení je 0,04 a pro některé změny soustavy vyšší až dvacetiprocentní překmit. Frekvenční charakteristiky jsou vykresleny na Obr. 46. Je patrné splnění požadavků definovaných váhou $W1$ (červená linka) na citlivostní funkci.



Obr. 44 S.S.H. původního a redukovaného regulátoru Kd



Obr. 45 Přechodové charakteristiky d složka



Obr. 46 Frekvenční charakteristiky d složka

7 OVĚŘENÍ NA REÁLNÉM MOTORU

V předchozí kapitole byl ukázán návrh robustních proudových regulátorů. Pro praktické použití je však potřeba návrh rozšířit o další náležitosti. Návrh regulátorů a prezentace výsledků jsou předmětem této kapitoly.

7.1 Model motoru

Vycházíme opět ze stavového popisu proudové části motoru odvozené v kapitole 5:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{bmatrix} -R \\ L_q \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ L_q \end{bmatrix}, C = [1], D = 0.$$

Model proudové části motoru v q a d ose jsou ekvivalentní, dojde pouze ke změně indukčnosti. Nominální parametry motoru byly:

$$L_d = 390\mu H, L_q = 470\mu H, R = 0,3\Omega, P = 3, \phi_f = 0.0159Wb, J = 0.08kg \cdot cm^2$$

Opět předpokládáme třicetiprocentní odchylku od nominálních hodnot u parametru L_q, L_d, R .

Při návrhu bereme v úvahu zpoždění výpočtu o jeden krok vlivem konečné doby výpočtu (akční zásah pro aktuálně změřené hodnoty výstupů je k dispozici až v následující periodě vzorkování) a polovinu vzorkovací periody vlivem diskretizace. Protože použité návrhové metody neumějí pracovat s dopravním zpožděním, je nutné provést jeho aproximaci racionální přenosovou funkcí. Frekvence vzorkování byla v našem případě 20 kHz. Perioda vzorkování je více než o řád menší, než je časová konstanta motoru. Z provedených identifikačních experimentů se zdá, že pokud aproximujeme takovýto systém systémem druhého řádu, dominantní časová konstanta se změní minimálně. Proto dopravní zpoždění zahrneme do modelu motoru jako sériový setrvačný členek. Přenos tohoto članku byl přibližně určen jako: $F(p) = \frac{1}{(0.001p + 1)}$.

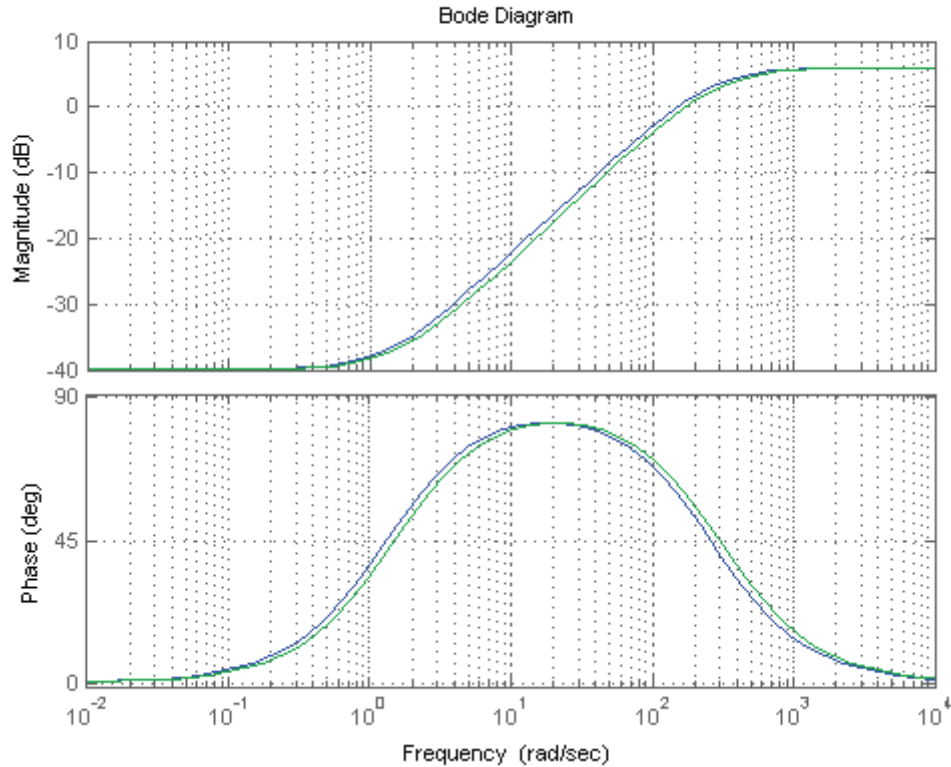
Přesnější aproximace by bylo dosaženo použitím Padého aproximace dopravního zpoždění.

Dalším krokem byla vhodná volba váhových funkcí s ohledem na požadované šablony na citlivostní funkce. Byla zvolena metoda návrhu pomocí citlivostní funkce.

Přenosy váhových funkcí byly nastaveny na $W_{1_q}(p) = \frac{0,5p + 130}{p + 1,3}$ a

$W_{1_d}(p) = \frac{0,5p + 150}{p + 1,5}$. Inverze váhových funkcí představují šablony citlivostních

funkcí, jejichž frekvenční charakteristiky jsou na obrázku Obr. 47. Maximum obou šablon citlivostních funkcí je 6 dB.



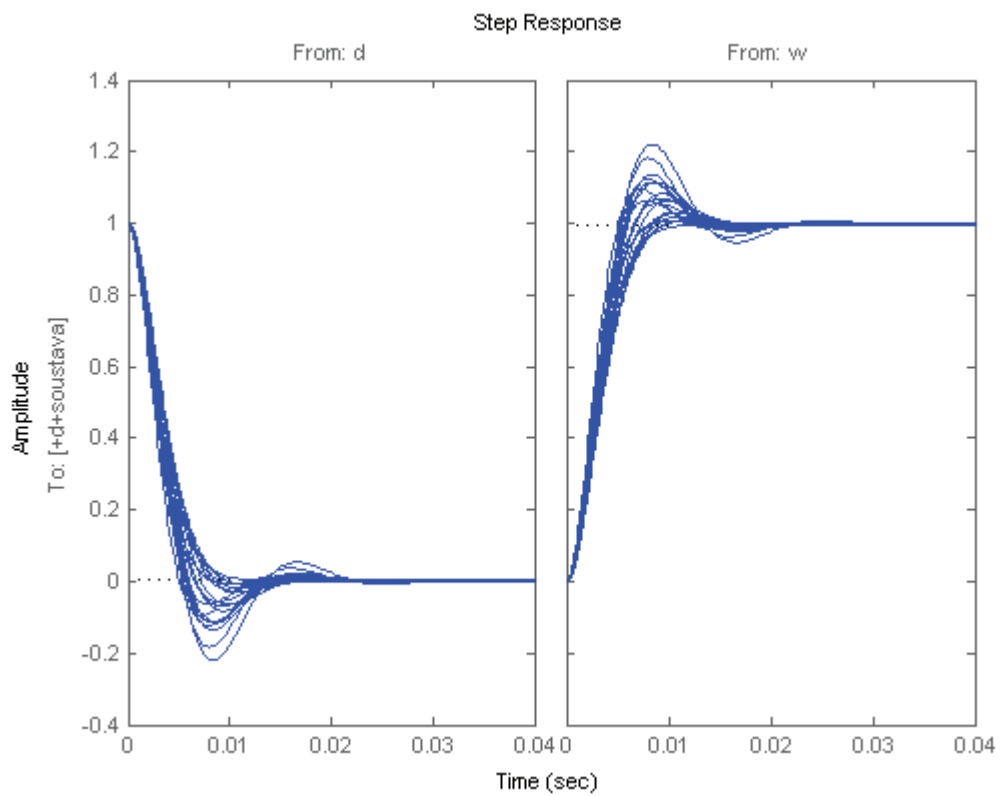
Obr. 47 Šablony citlivostních funkcí pro q a d složku

7.2 Charakteristiky regulátorů

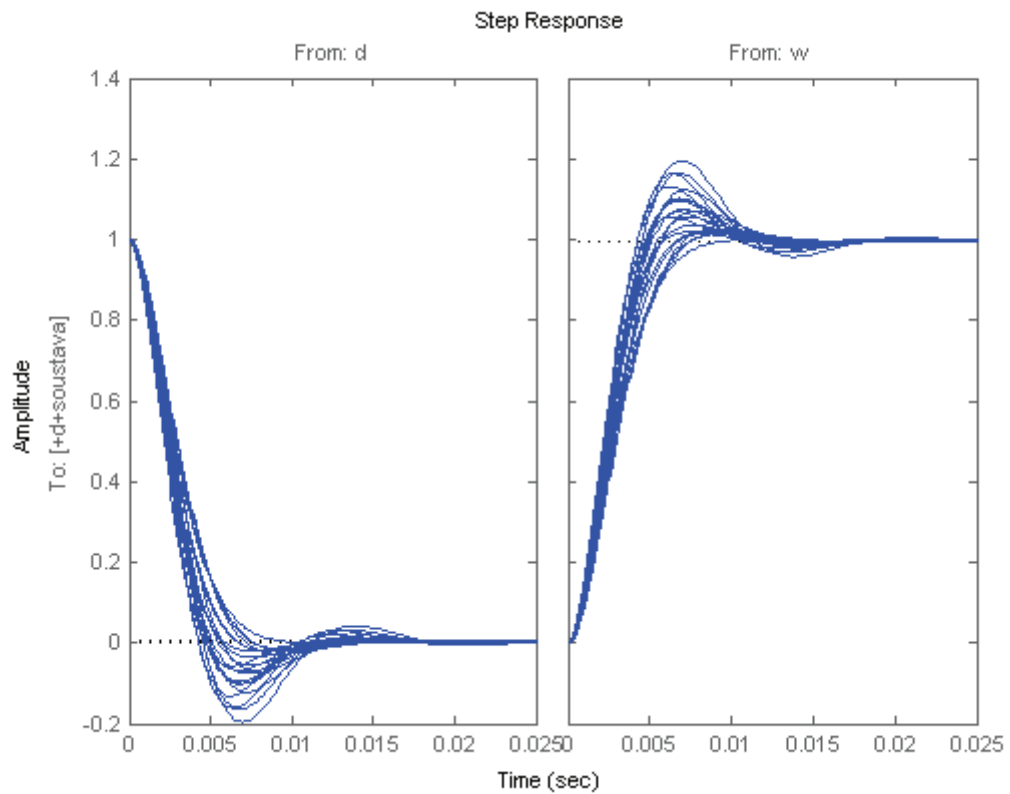
Pro návrh regulátorů pomocí μ -syntézy byl použit opět program Matlab a jeho funkce dksyn. Po redukci obou regulátorů dostáváme spojitě přenosy.

$$K_q(p) = \frac{105,6p + 33,42}{p^2 + 1,685p + 0,4648} \text{ a } K_d(p) = \frac{125,8p + 44,44}{p^2 + 1,925p + 0,6043}.$$

Výsledné strukturální singulární hodnoty byly $\mu_q = 0,9570$ a $\mu_d = 0,9418$. Je tedy možné prohlásit, že řízení splňuje požadavky definované váhou na citlivostní funkci pro daný rozsah nejistot. Na obrázcích Obr. 48 a Obr. 49 jsou vykresleny odezvy na jednotkový skok poruchy a řízení. Pro určité změny soustavy se může vyskytnout u obou složek až dvacetiprocentní překmit. Doba ustálení je u q složky 0,025s a u d složky 0,020s.



Obr. 48 Přechodové charakteristiky pro q složku



Obr. 49 Přechodové charakteristiky pro d složku

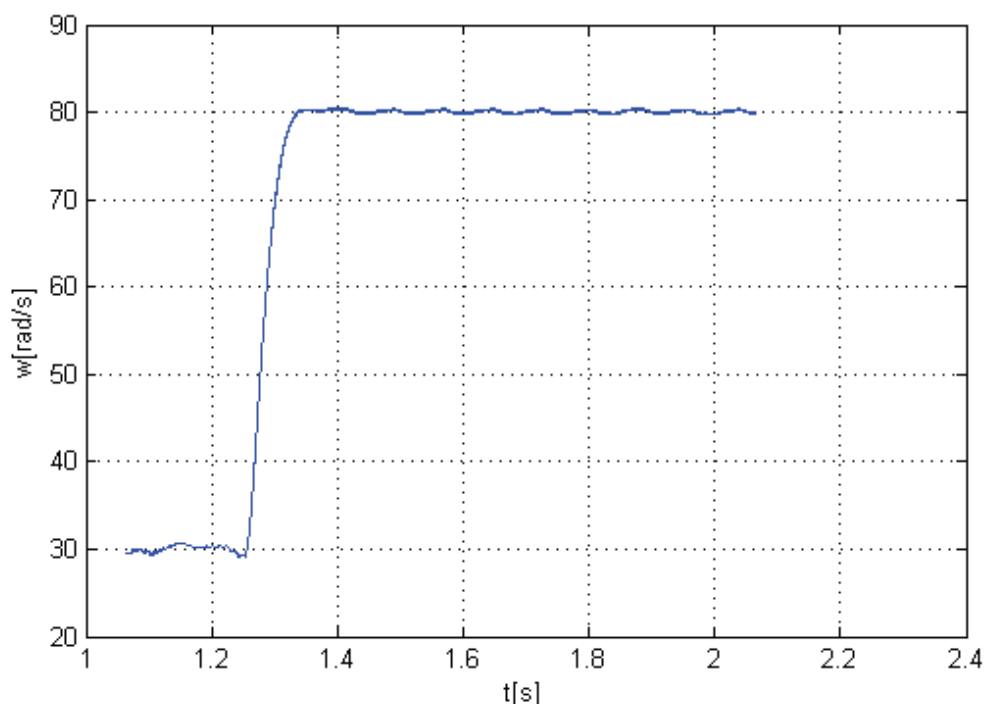
Řízení motoru je prováděno systémem dSPACE, který umožňuje velmi jednoduše převést schéma z prostředí Matlab Simulink do jednodeskového řídicího počítače RTI1103 a provádět monitorování regulačních průběhů v reálném čase. Řízení probíhá diskrétně a je tedy nutnost diskretizovat oba dva regulátory. Diskretizace byla provedena pomocí programu Matlab a byly získané výsledné přenosy regulátorů $K_q(z) = \frac{0,00528z - 0,00528}{z^2 - 2z + 0,9999}$ a $K_d = \frac{0,006289z - 0,00628}{z^2 - 2z + 0,9999}$. Aby byla regulace motoru

úplná, je potřeba navrhnout regulátor otáčkové smyčky. Tento regulátor byl navržen metodou založenou na Ziegler-Nicholsově metodě. Byl získán PI regulátor ve tvaru

$$K_\omega(p) = 0,03 \cdot \left(1 + \frac{1}{0,25p} \right).$$

7.3 Výsledky měření na reálném motoru

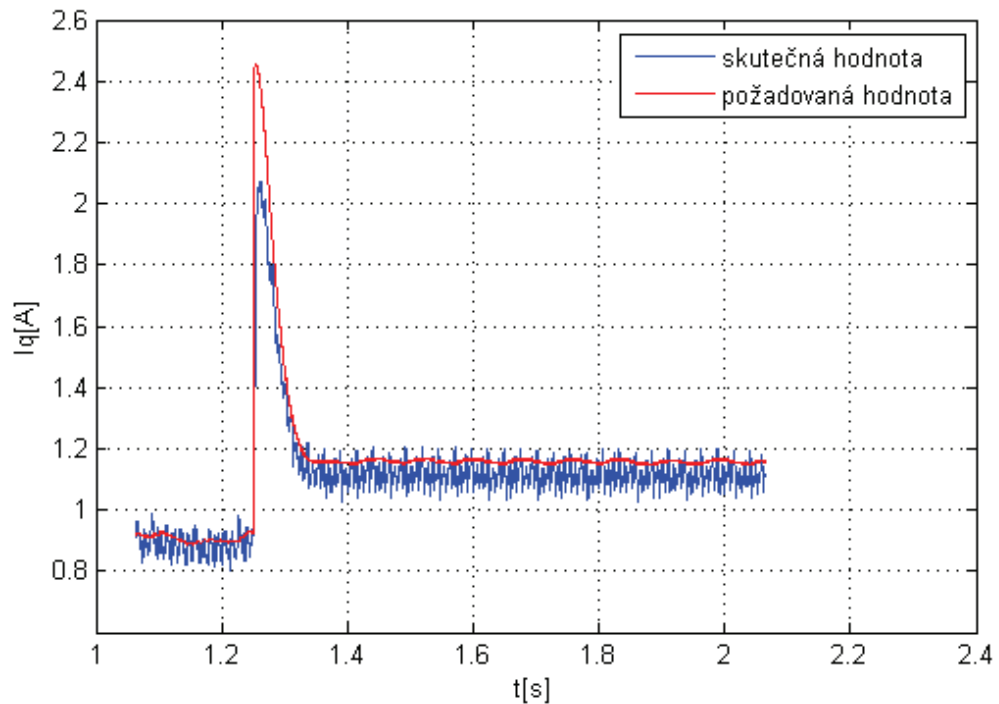
Na Obr. 50 je vidět odezva na skokovou změnu otáček z $30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ na $80 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Doba ustálení je $T_u = 0,09 \text{ s}$. Přechodový děj je bez překmitu, mírné zvlnění je způsobeno šumem v měření proudů a nepřesností v měření otáček.



Obr. 50 Odezva na skokovou změnu otáček

Na Obr. 51 je vykreslen průběh požadované a skutečné hodnoty proudu I_q při skokové změně otáček viz Obr. 50. Skutečná hodnota věrně kopíruje požadovanou hodnotu, robustní regulátor tedy plní svou základní funkci. Vysoký šum v ustálené

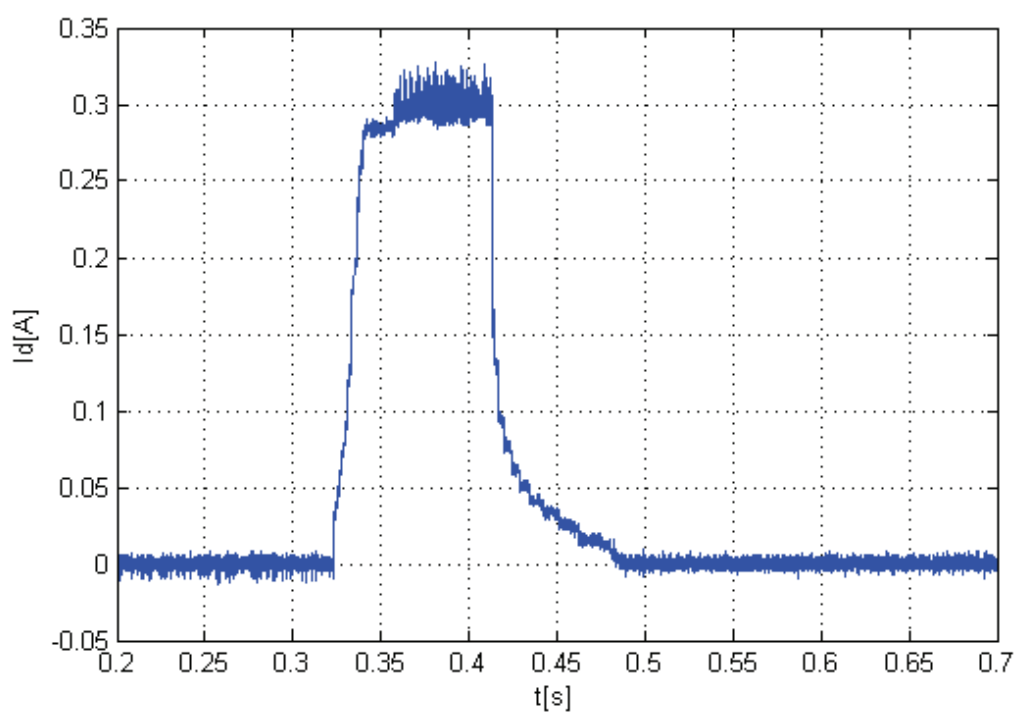
hodnotě způsobuje jednak nedokonalé měření a jednak nedokonalá kompenzace mrtvé doby při pulsně šířkové modulaci.



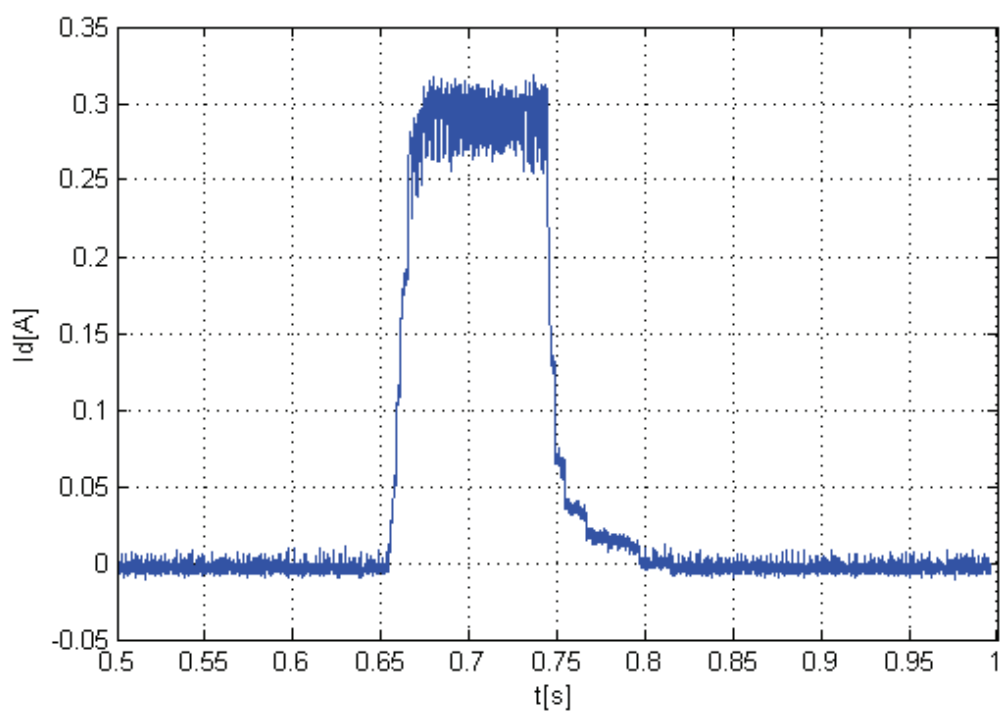
Obr. 51 Požadovaný a skutečný průběh proudu I_q při skokové změně otáček

d složka proudu je po celou dobu běhu motoru udržovaná na nule, proto jsme pro ověření funkce regulátoru d složky proudu samostatný skok požadované hodnoty proudu při nulových otáčkách. Pro srovnání jsme stejným způsobem otestovali PI regulátor, jehož přenos byl $K_{DPI} = 0,35 \left(1 + \frac{1}{0,002p} \right)$. Na Obr. 52 je vykreslena odezva

proudu I_d na skokovou změnu požadované hodnoty za použití PI regulátoru. Srovnáme-li tuto odezvu s odezvou viz. Obr. 53, kde je vykreslena odezva robustního regulátoru, zjistíme, že oba regulátory dosahují podobné odezvy. Robustní regulátor by ale měl navíc zajišťovat robustní kvalitu řízení i pro nenominální parametry soustavy. Z důvodu rozpracovanosti přípravku s PMS motorem, na kterém bylo prováděno měření, nebylo možné toto chování ověřit. Přípravek umožňoval pouze omezené možnosti zatěžování řízeného motoru, které nevedlo k výraznějšímu oteplení motoru a tudíž k výraznějším změnám ve satorovém odporu.



Obr. 52 Odezva na skokovou změnu proudu I_d - PI regulátor



Obr. 53 Odezva na skokovou změnu proudu I_d - robustní regulátor

8 VLV ZMĚN PARAMETRŮ NA STABILITU

Tato kapitola je zaměřena na stabilitu synchronního motoru s permanentními magnety (PMSM). Cílem je ukázat, jak změna parametrů motoru ovlivňuje stabilitu motoru.

8.1 Model motoru

V předchozích kapitolách byl kladen důraz na regulaci proudové části motoru. Aby bylo možno zkoumat stabilitu motoru jako celku je potřeba model motoru rozšířit i o otáčkovou smyčku a celý motor uvažovat jako jeden systém. Nominální parametry modelu:

Počet pólových dvojic: 4

$R=9,79\Omega$

$L_d=L_q=36,36\text{mH}$

$J=0,92 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$

$\Psi_f=0,3289\text{Wb}$

Dále byl sestaven stavový popis motoru

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

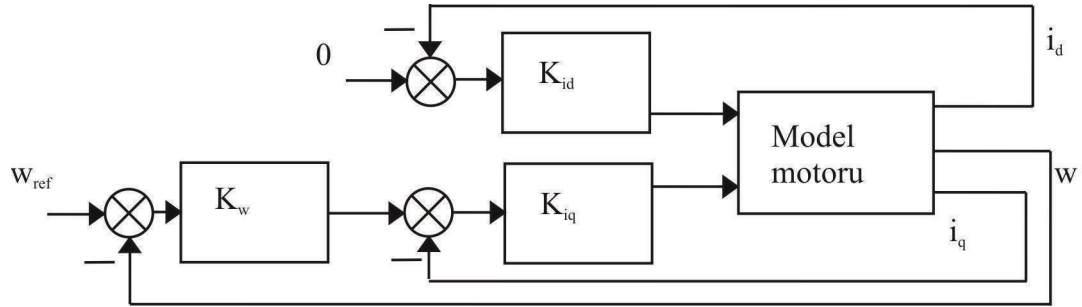
$$A = \begin{bmatrix} -R & \omega \cdot L_q & 0 \\ L_d & L_d & 0 \\ \omega \cdot L_d & -R & 0 \\ L_q & L_q & 0 \\ 0 & \frac{3/2 \cdot p \cdot \Psi_f}{J} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ L_d & 1 \\ 0 & L_q \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = 0$$

V tomto modelu se předpokládá konstantní rychlosti $\omega = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Nejistotami v tomto modelu jsou parametry L_d , L_q a R , kde předpokládáme třicetiprocentní nejistotu. Získali jsme tedy model, který má 2 vstupy (I_d a I_q) a tři výstupy (I_d , I_q a ω). Tento model byl ještě doplněn o tři PI regulátory. Schéma rozšířeného modelu je na Obr. 54. Oba proudové regulátory mají stejný přenos. Byly tedy navrženy 2 PI regulátory ve tvaru $K(p) = \frac{Kr \cdot Ti \cdot p + Kr}{Ti \cdot p}$.

Otáčkový regulátor: $Tr = 0,0005$; $Kr = 1$.

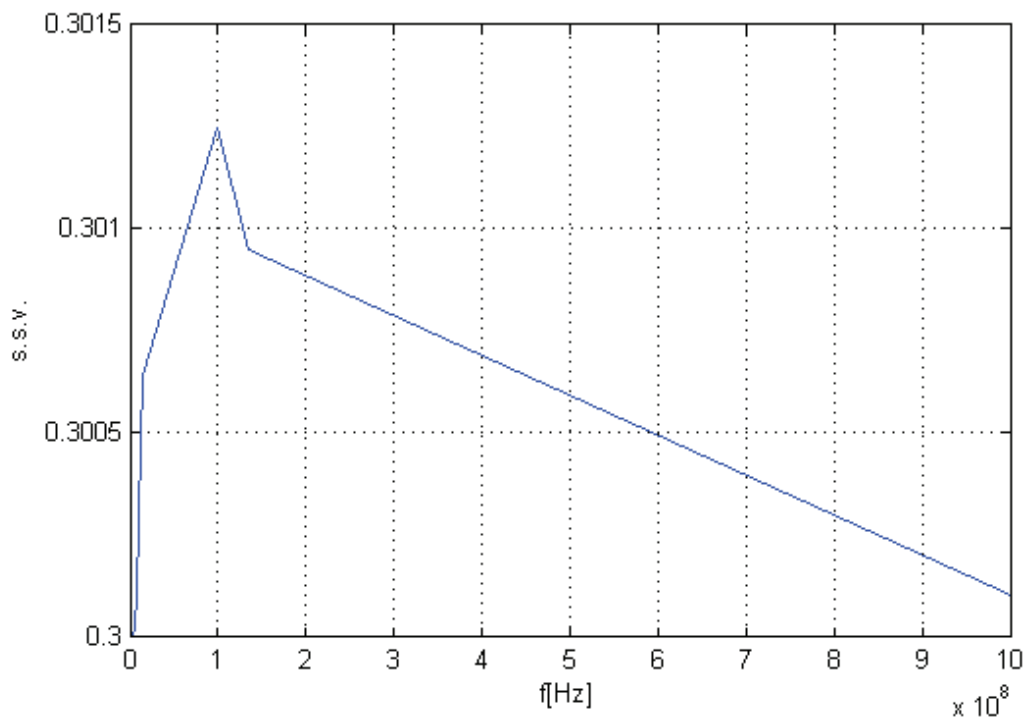
Proudové regulátory: $T_r = 0.0001$; $K_r = 1000$;



Obr. 54 Schéma pro test robustní stability

8.2 Test stability

Systém pro ověření stability byl popsán v předchozí podkapitole. K ověření robustní stability byl použit program Matlab a funkce robuststab. Na Obr. 55 jsou vykresleny hodnoty strukturální singularní hodnoty pro výše uvedený systém. Je vidět, že maximální hodnota $\mu = 0,3012$ potvrzuje robustní stabilitu pro daný model. Dále bylo díky funkci robuststab zjištěno, že systém zůstane stabilní i pro změny parametrů v hodnotě 330%. Což potvrzuje nízká hodnota strukturální singularní hodnoty a provedené simulace v programu simulink.



Obr. 55 Hodnoty strukturální hodnoty při testu stability

9 ZÁVĚR

V této práci je uvedena základní teorie k návrhu robustních regulátorů. Byly popsány druhy nejistot, se kterými se setkáváme při popisu systémů. Bylo ukázáno, jak zahrnout nejistoty do návrhu pomocí lineární zlomkové transformace. Byly popsány návrhové metody H_∞ a μ analýzy. Na příkladu systému druhého řádu byly s pomocí programu Matlab navrženy dva robustní regulátory. Dále byly navrženy proudové regulátory pro konkrétní model motoru pomocí μ analýzy s důrazem na význam a formu váhových funkcí. U těchto regulátorů byla provedena redukce řádu tak, aby redukované regulátory splnily kritéria pro kvalitu robustního řízení. Dále byly regulátory ověřeny na reálném motoru a srovnány s klasickou PI regulací. Robustní regulátory dosáhly podobné kvality řízení při uvažování nominálních parametrů motoru. Jejich výhodou je ale skutečnost, že garantují jistou kvalitu řízení v celém rozsahu změn parametrů. Pro některé mezní hodnoty změn parametrů byly průběhy získané pomocí robustních regulátorů s menším překmitem, než průběhy získané pomocí PI regulátorů. Získaný rozdíl však nebyl nijak výrazný, což potvrzuje známou skutečnost, že dobře nastavené regulátory typu PID vykazují vysokou míru robustnosti.

PI regulátory mají jednodušší návrhové metody a mají možnost doladění parametrů přímo podle aktuálních průběhů. V poslední části byl kladen důraz na stabilitu celého motoru a zodpovězena otázka, jak ovlivňují změny jednotlivých parametrů stabilitu motoru.

10 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] GU, Da-Wei. *Robust control design with MATLAB*. London: Springer, 2005, 389 s. ISBN 978-1-85233-983-8.
- [2] BARROS, Dionisio, Sajjad FEKRI a Michael ATHANS. Robust mixed-mu synthesis performance for mass-spring system with stiffness uncertainty. 2005. Dostupné z: <http://www.citma.pt/Uploads/Comunica%C3%A7%C3%A3o%5B1%5D.pdf>
- [3] SKOGESTAD, Sigurd a Ian POSTLETHWAITE. *Multivariable feedback control: analysis and design*. 2nd repr. ed. Chichester: Wiley, 2008, 574 s. ISBN 04-700-1168-8.
- [4] NEBORÁK, Ivo . *Modelování a simulace elektrických regulovaných pohonů*. Ostrava : VŠB Ostrava, 2002. 172 s.
- [5] VAS, Peter a Ian POSTLETHWAITE. *Parameter estimation, condition monitoring, and diagnosis of electrical machines: analysis and design*. 2nd repr. ed. New York: Oxford University Press, 1993, 360 s. ISBN 01-985-9375-9.
- [6] CAHA, Z.; ČERNÝ, M. *Elektrické pohony*, Praha, SNTL 1990.