



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Diplomová práce

Interaktivní výuka planimetrie SOU

Vypracovala: Michaela Noruláková

Vedoucí práce: Mgr. Roman Hašek, Ph.D.

České Budějovice 2013

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Interaktivní výuka planimetrie na SOU jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 24. dubna 2013

.....

podpis

Anotace

Tato diplomová práce se zabývá interaktivní výukou vybraných témat planimetrie na středních odborných učilištích.

Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. První část je zaměřena na didaktický a technický popis znalostí nutných pro vytváření pracovních listů.

Druhá část je praktická a zabývá se pracovními listy a jejich skladbou.

Abstract

This thesis deals with interactive teaching methods for teaching planimetrics of selected topics at secondary technical schools in the Czech Republic.

The thesis is divided into two parts – the theory and research. Didactic and technical description of knowledge necessary to create worksheets is discussed in the first part.

Worksheets and their structure are described in the research part.

Poděkování

V první řadě bych ráda poděkovala vedoucímu této diplomové práce Mgr. Romanu Haškovi, Ph.D. za užitečné a cenné rady během zpracování této práce.

Dále bych chtěla poděkovat Mgr. Renatě Fyrbachové za spolupráci při vyzkoušení pracovních listů v praxi.

Obsah

1	ÚVOD.....	7
2	CÍLE PRÁCE	9
3	ANALÝZA INTERAKTIVNÍ VÝUKY	10
3.1	INTERAKTIVNÍ VÝUKA	10
3.1.1	<i>Interaktivní tabule</i>	<i>11</i>
3.2	DIDAKTIKA	14
3.3	PLANIMETRIE V KURIKULÁRNÍCH DOKUMENTECH.....	16
3.4	POUŽITÝ SOFTWARE	18
3.4.1	<i>GeoGebra.....</i>	<i>18</i>
3.4.2	<i>SMART Notebook.....</i>	<i>22</i>
4	PRACOVNÍ LISTY	25
4.1	SPOLUPRÁCE SE ŠKOLOU	25
4.2	POSTUP PŘI VYTVÁŘENÍ.....	25
4.3	NÁVOD NA OVLÁDÁNÍ PRACOVNÍCH LISTŮ	27
4.4	VÝUKOVÉ MATERIÁLY.....	29
4.4.1	<i>Základní pojmy planimetrie</i>	<i>29</i>
4.4.2	<i>Úhel.....</i>	<i>29</i>
4.4.3	<i>Trojúhelník.....</i>	<i>34</i>
4.4.4	<i>Shodnost a podobnost trojúhelníků</i>	<i>39</i>
4.4.5	<i>Obvod a obsah mnohoúhelníků</i>	<i>43</i>
4.4.6	<i>Obvod a obsah kruhu</i>	<i>52</i>
4.5	IMPLEMENTACE V PRAXI.....	56
5	ZÁVĚR	58
6	SEZNAM LITERATURY	59

1 Úvod

Vzhledem k tomu, že počítačová gramotnost se během posledních let stala jedním ze základních stavebních kamenů vzdělání moderního člověka, zaujímají multimediální technologie stále důležitější místo také v přípravě a práci učitelů velké většiny oborů. Počítače se tedy dávno nevyužívají pouze pro výuku komunikačních a informačních technologií.

Výuka s využitím počítače funguje v českém školství již řadu let. V této diplomové práci se budeme věnovat využití těchto systémů při výuce matematiky. Využití moderních technologií pro výuku tohoto předmětu má v našich zemích poměrně dlouhou tradici. Zde můžeme například zmínit, že po roce 2000 bylo díky projektu SIPVZ Informační gramotnost proškoleny několik tisíc učitelů matematiky v kurzech „Informační a komunikační technologie ve výuce matematiky“ [11].

V nedávné době byla navíc technologie počítačem podporované výuky rozšířena o další možnosti skupinové spolupráce, protože byly do výuky zavedeny interaktivní tabule. Použití tohoto nástroje přineslo učitelům řadu nových příležitostí, jak samotnou výuku zpestřit a obohatit.

Z důvodu stále se zvyšující poptávky po interaktivní výuce, která přináší zajímavou obměnu klasické frontální výuky, na základních i na středních školách, roste také zájem mnoha vyučujících o interaktivní tabule, o znalosti jejich ovládání a podklady pro samotnou výuku. Na základě tohoto trendu začaly v minulých letech školy pořizovat do svých tříd nové interaktivní tabule a příslušný software pro interaktivní výuku.

Při výběru tématu diplomové práce byl zohledněn fakt, že se učitelé zejména na středních odborných učilištích potýkají s nedostatkem kvalitních interaktivních materiálů pro výuku matematiky. Proto se cílem této diplomové práce stalo vytvoření souboru interaktivních materiálů, který by sloužil pro výuku vybraných témat z planimetrie na středním odborném učilišti. Jako

teoretický podklad byly využity nejrůznější typy klasických učebnic a dalších výukových materiálů, věnujících se dané tematice. Pomocí výukového softwaru SMART Notebook¹ pro tvorbu interaktivních materiálů a matematického programu GeoGebra² byly vytvořeny pracovní listy zabývající se následujícími tématy: trojúhelník, shodnost a podobnost trojúhelníku, úhel, obvod a obsah mnohoúhelníků a obvod a obsah kruhu. Záměrně je vynecháno téma pravoúhlých trojúhelníků, neboť toto téma je zpracováno v jiné diplomové práci stejného ročníku.

Sada interaktivních pracovních listů, kterou prezentuje tato práce, byla vytvořena pro použití na tabulích typu SMART Board³.

Pracovní listy jsou založeny na jednoduchém a intuitivním pojetí tak, aby po přečtení stručného návodu a vysvětlivek, byl učitel schopen s listy samostatně pracovat. Je přihlédnuto i k tomu, že každý vyučující si může pracovní list upravit podle svých potřeb v závislosti na tom, jakým způsobem probírá danou problematiku.

Hlavním záměrem pro vytvoření této sady pracovních listů byla snaha zefektivnit a usnadnit práci učitelům a žákům zpestřit a zatraktivnit výuku. Toto úsilí je přínosné zejména pokud si uvědomíme, že velké části žáků chybí zájem o učení a nadšení pro objevování a představivost, a s tím související nedostatečná znalost matematiky. V současné době je viditelné určité zlepšení [32], přesto se stále vyplatí hledat cesty ke zdokonalování. Výuka doplněná interaktivními prvky je jednou z možných cest k efektivnějšímu a pro žáky zajímavějšímu způsobu vyučování.

¹ www.smarttech.com

² www.geogebra.org

³ www.smarttech.com

2 Cíle práce

Cílem této diplomové práce je vytvoření sady interaktivních listů sloužících k výuce vybraných témat planimetrie na středním odborném učilišti. Současně je prezentován návod pro učitele, jak s těmito materiály pracovat. Výsledky budou vyzkoušeny na příslušném typu školy, pro kterou jsou určeny a zkontrolovány s učitelem z praxe. Materiály budou sloužit k podpoře výkladu základních i pokročilejších planimetrických úloh, procvičování tohoto učiva a k samostatné práci studentů.

3 Analýza interaktivní výuky

Před samotným vytvářením učebních materiálů je nutné podrobné seznámení se s dílčími tématy souvisejícími s danou problematikou a jejich prostudování - od vymezení pojmu interaktivita a s interaktivitou související problematiky, přes odborné znalosti z didaktické a matematické části, až po znalost práce s příslušnými počítačovými programy.

3.1 Interaktivní výuka

Základní matematické znalosti patří v životě každého člověka k těm potřebným. Přesto ovšem drtivá většina žáků přistupuje k matematice s nechtí. Učí se nazpaměť vzorce, definice a algoritmy, které jim ve výsledku mnoho neřeknou. Nakonec stejně ani nevědí, k čemu jsou takové informace dobré a jak je v běžném životě uplatní. Do jisté míry je to způsobeno i tím, že mnozí z řad pedagogů přistupují k výuce standardně frontálním způsobem. Učitel zadává typické úlohy, na kterých si žáci procvičují naučený algoritmus.

Interaktivní výuka je jednou z cest ke změně takového přístupu. Jedná se o novou metodu využívající moderní technologie ve vyučovacím procesu. Vyznačuje se aktivním zapojením žáků při plnění výchovných a vzdělávacích cílů. Naproti tomu role učitele je upozaděna do role partnera jednotlivých studentů. Učitel tedy napomáhá, podněcuje, motivuje, usměrňuje diskusi, provází. To jsou hlavní úlohy učitele při interaktivní výuce. Podle Buriánka [15] interaktivní výuka:

- podporuje tvůrčí atmosféru ve třídě;
- podněcuje k vyjádření vlastních názorů a myšlenek;
- dává pozitivní zpětnou vazbu na každé chování, které směřuje k cíli;
- vytváří pocit zodpovědnosti za společný cíl;
- dbá, aby se všichni zapojili, aby měl každý prostor k sebevyjádření.

Role učitele s sebou pak nese jistá pravidla, kterých je třeba se držet, aby interaktivní výuka plnila své cíle. Tato pravidla však samozřejmě neplatí pouze pro interaktivní výuku – jedná se o soubor obecně platných pravidel chování učitele. Při komentování dílčích výsledků by měl učitel užívat nehodnotící, deskriptivní jazyk (např. místo “ Nejste schopni pochopit, co se po vás chce“, raději použít „ V tomto úkolu jste se odklonili od zadání.“). Diskuse je třeba začínat tím, co je všem důvěrně známo, k čemu má každý co říct. Je třeba formulovat aktuální a přitažlivá témata a uvádět příklady ze známého prostředí. Úkoly je třeba zadávat stručně, jasně a konkrétně. Nutné je neustále se přesvědčovat, že v každé fázi všichni vědí, co mají dělat. Od konfliktu je třeba neutíkat, naopak nutit žáky k vyjasňování kontroverzních stanovisek. Dostatek času je potřeba věnovat také reflexi dokončených aktivit.

Výuka s využitím interaktivní tabule se jistě do interaktivních forem výuky právem řadí a v současné době stále více vzrůstá její obliba.

3.1.1 Interaktivní tabule

Při začleňování moderních technologií do výuky se stále častěji setkáváme s interaktivními tabulemi. Jejich využitelnost zasahuje do každého stupně vzdělání, včetně základních škol a středních škol. Nevyhýbá se ani školám vysokých. Jedná se o zařízení vyvinuté pro vzdělávací účely, využívané většinou v kombinaci s počítačem a dataprojektorem. Samotná interaktivní tabule je tvořena dotykovou plochou, která je obsluhována speciálním perem (stylus) nebo dotykem prstu stejným způsobem jako je ovládání počítače pomocí polohovacího zařízení typu myši.

Jiří Dostál [16] definuje interaktivní tabuli jako: „dotykově-senzitivní plochu, prostřednictvím, které probíhá vzájemná aktivní komunikace mezi uživatelem a počítačem s cílem zajistit maximální možnou míru názornosti zobrazovaného obsahu.“

Interaktivní tabule není pouze software, ale komplexní pomůcka zahrnující dotykovou desku, připojenou k počítači, umožňující ovládání pohybem prstů po tabuli a nahrazující polohovací zařízení typu myši. Tato tabule je doplněna

dataprojektorem, edukačním softwarem a nástroji pro tvorbu výukových materiálů. Výhodou je větší interaktivita (žák, který na tabuli ukazuje, je přímo součástí edukační situace), obecnost využití pro všechny vyučovací předměty a intuitivnost ovládání i pro malé děti; nelze nezmínit i jistou atraktivitu pomůcky pro učitele [11].

Na druhou stranu autor uvádí i některá negativa vznikající při užívání interaktivních tabulí ve výuce, jako je například složitost při provádění některých úkonů, která s normálním užíváním myši nevzniká (manipulace s objekty, psaní na klávesnici, použití pravého tlačítka apod.).

Výhody a nevýhody užívání interaktivních tabulí

Mezi hlavními výhodami spojenými s užíváním interaktivních tabulí ve výuce je bezesporu motivace žáka k učení a s ní související pozornost. Je potřeba poznamenat, že zásadní je obsah výuky. Tabule sama o sobě nemotivuje. Interaktivní tabule však umožňuje lépe učivo vizualizovat - užitím obrázků, animací, videí, zvuků a mnoha dalších funkcí. Mezi další velké výhody patří lepší, častější a aktivnější zapojení studentů do výuky. Vhodné užití této pomůcky pomáhá rozvíjet kreativitu studentů a příjemnou atmosféru ve třídě. V neposlední řadě si žáci rozvíjejí také informační a počítačovou gramotnost [16].

Ovšem používání takovýchto tabulí s sebou nese pouze výhody. V případě, že je interaktivní tabule využívána velmi často, může se stát, že zájem ze strany žáků začne opadávat a takový typ výuky berou jako samozřejmý [16].

Sluneční záření má negativní vliv na viditelnost těchto tabulí. Místnost tak musí být zatemněná. Světlo z projektoru může nepříznivě ovlivnit zrak. U některých typů tabulí vzniká při manipulaci nechtěný stín [21].

Za zmínku stojí i fakt, že interaktivní tabule sama o sobě interaktivní není. Proto je důležité, aby se vyučování s využitím interaktivních tabulí neubíralo směrem prezentování a překlíkávání jednoho snímku na druhý. Podstatou interaktivity je již zmiňovaná aktivní účast žáků ve vyučovacím procesu, podpora motivace, kreativity a tvořivosti.

Interaktivní tabule bývá nejčastěji umístěna společně s normální tabulí. Takovéto řešení je zajisté velmi výhodné. Nejenže se může stát, že interaktivní tabule z nějakého důvodu nebude v provozu, ale ne každý učitel má zájem o výuku s tímto typem tabule. Obyčejná tabule je vhodná také pro psaní doplňujících informací, poznámek a podobně.

Typy interaktivní tabulí

Interaktivních tabulí existuje celá řada. Liší se od sebe jednotlivými technologiemi, dodavateli či verzemi. Podle typu snímání pohybu můžeme tabule rozdělit na odporové, elektromagnetické, ultrazvukové a infračervené, laserové, kapacitní, optické (kamerové) a infračervené [17]. Na českém trhu se nejčastěji můžeme setkat se dvěma typy interaktivních tabulí. Jedná se Activ Board a SMART Board.

V následující části tedy popíšeme právě tyto dva typy interaktivních tabulí. První z nich (SMART Board) využívá pro snímání povrchu obrazovky měření odporu. Activ Board je naopak příkladem elektromagnetického typu.

Odporové, někdy také označované jako membránové, obrazovky obsahují dvě elektricky vodivé plochy oddělené vzduchovou mezerou. Po stlačení perem nebo prstem dojde k propojení ploch a detekci místa stlačení [20]. Mezi výhody takovýchto tabulí patří možnost použití nejen speciálního pera, ale také prstů či kteréhokoli jiného předmětu, který tabuli nepoškodí. Občas je nutné tyto tabule kalibrovat (tedy sladit skutečnou polohu fixu s rozpoznanou polohou), neboť může docházet ke změnám ve vodivosti ploch. Zástupcem tohoto druhu tabulí je již zmiňovaný SMART Board od kanadského výrobce SMART Technologies [21].

Elektromagnetický typ obsahuje soustavu vodičů za interaktivní plochou, které působí na cívku ve špičce pera. Takovéto pero může být buď aktivní (obsahuje baterii) nebo pasivní (tabule vysílá signály bez nutnosti zdroje v peru). K detekci místa pohybu dojde po stlačení hrotu pera [20]. Tyto tabule bývají více odolné proti poškrábání díky tvrdému povrchu. I zde je občas nutná kalibrace. Jako plus při užívání lze uvést i fakt, že díky feromagnetickému povrchu můžeme na těchto

tabulích pracovat s magnetkami. Tuto technologii využívají tabule Activ Board od britského výrobce Promethean [21].

Podle typu projekce dělíme tabule na:

- tabule s přední projekcí, u kterých je projektor umístěn před tabulí a vzniká tak stín na tabuli. Nevýhodou je také možné mechanické poškození projektoru. S tímto typem se na školách setkáme nejčastěji;
- tabule se zadní projekcí, kde je projektor umístěn za tabulí a odpadá tak problém vrženého stínu. S tímto zvýhodněním je ovšem spojená i vyšší pořizovací cena [16].

Pracovní listy, zabývající se učivem planimetrie, které prezentuje tato práce, jsou vytvořené pro interaktivní tabule typu SMART Board.

3.2 Didaktika

Při vytváření kterýchkoli výukových materiálů, je vhodné vycházet z poznatků obecné i příslušné oborové didaktiky, v našem případě didaktiky matematiky. Dodržováním odpovídajících didaktických zásad a pravidel, které představují výsledky vědeckého výzkumu v daných oblastech, zajistíme předpoklady pro dosažení požadovaného vzdělávacího efektu vytvářených materiálů. Pro úplnost začneme vymezením pojmů didaktika a didaktika matematiky, na které později navazují principy pro účinné vedení vyučování.

Didaktiku vymezujeme jako teorii vzdělávání a vyučování. Zabývá se problematikou vzdělávacích obsahů, které se jakožto výsledky společensko-historické zkušenosti lidstva stávají v procesu vyučování individuálním majetkem žáků. Zabývá se zároveň procesem, který charakterizuje činnosti učitele a žáků a v němž si žáci tento obsah osvojují, tedy vyučováním a učením ([10], s.14, 15).

Didaktika matematiky, spadající pod oborovou didaktiku, se zabývá určením obsahu vyučování matematice na určitém typu školy, vyučovacími metodami, které jsou odpovídající obsahu a analýze činnosti studentů. Jde tedy o vědu, zabývající se procesem vyučování matematice, zaměřující se na to, proč

vyučujeme, koho vyučujeme, kdo vyučuje, čemu vyučuje a jak vyučuje. Všechny tyto aspekty se vzájemně doplňují, prolínají a ovlivňují. Definujeme tak jednotlivé složky vyučování matematice, mezi které patří cíle vyučování, objekt vyučování, subjekt vyučování, obsah vyučování a metody vyučování [6].

U didaktiky matematiky a tedy i u matematiky jako vyučovacího předmětu je třeba brát v potaz některé specifické vlastnosti, kterými se tento předmět odlišuje od ostatních. K těmto specifickým patří zejména vysoká abstraktnost matematiky – učitel by měl vycházet z toho, že matematické pojmy je třeba vytvářet na základě skutečných situací, teprve později se dá vycházet z deduktivních přístupů. S tím souvisí i to, že znalosti je třeba budovat podobně jako pyramidu, tak, aby se prvky nižší úrovně staly základem pro chápání prvků vyšší úrovně. Zároveň je nutné přemýšlet nad odpovídající motivací, a to zejména v případech, kdy je těžké nalézt praktické využití daného modelu v běžném životě (násobení dvou záporných čísel, úpravy lomených algebraických výrazů).

Jako poslední bod, jehož platnost však přesahuje didaktiku matematiky, můžeme zmínit, že výuku tohoto předmětu není možné zakládat pouze na memorování pouček a vzorců a vztahů [14].

Principy účinného vyučování matematice([3], s.16-30)

Mezi hlavní zásady účinného vyučování z pohledu učitele lze zařadit:

- *Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání.*
- *Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy).*
- *Učitel podporuje žákovu aktivní činnost.*
- *Učitel rozvíjí u žáků schopnost samostatného a kritického myšlení.*
- *Učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žákova chápání matematiky a impulz pro další práci.*
- *Učitel iniciuje a moderuje diskuse se žáky a mezi žáky o matematické podstatě problémů.*
- *Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění.*

Interaktivní výuka (s podporou technologií) nám nabízí nové cesty pro uplatnění těchto zásad. Učitel tak dostává možnost zvolit si novou cestu k dosažení vzdělávacích cílů a žáci lepší motivaci a zaujetí v hodinách matematiky.

3.3 Planimetrie v kurikulárních dokumentech

Téma planimetrie obsahuje několik podkapitol. Rámcově vzdělávací plán pro střední odborné vzdělání [29] uvádí, že studenti tohoto typu studia musí zvládnout probrat základní planimetrické pojmy, trojúhelník, mnohoúhelníky, kružnici a kruh a trigonometrii pravoúhlého trojúhelníku. Mezi výsledky vzdělání potom patří to, že žák:

- užívá pojmy a vztahy: bod, přímka, rovina, odchylka dvou přímek, vzdálenost bodu od přímky, vzdálenost dvou rovnoběžek, úsečka a její délka, úhel a jeho velikost;
- sestrojí trojúhelník, různé druhy rovnoběžníků a lichoběžníků z daných prvků a určí jejich obvod a obsah;
- rozliší shodné a podobné trojúhelníky a své tvrzení zdůvodní užitím vět o shodnosti a podobnosti trojúhelníků;
- určí obvod a obsah kruhu, vzájemnou polohu přímky a kružnice;
- řeší praktické úlohy s využitím trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku a věty Pythagorovy.

Školní vzdělávací program daného středního odborného učiliště (viz. příloha 7.1) se planimetrií zabývá ve druhém ročníku. Mezi probírané učivo patří: základní planimetrické pojmy, rovnoběžníky a lichoběžníky, trojúhelníky, pravoúhlý trojúhelník, pravidelné mnohoúhelníky a kružnice. Jako výsledky vzdělávání jsou uvedeny následující kompetence:

- užívá pojmy a vztahy: bod, přímka, rovina, úsečka, její délka, úhel a jeho velikost;

- rozliší různé druhy rovnoběžníků a lichoběžník, určí jejich obvod a obsah;
- sestrojí trojúhelník, rozliší shodné a podobné trojúhelníky, používá věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků;
- aplikuje vlastnosti stran, vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníka ve výpočtech;
- vypočítá obvod a obsah trojúhelníka;
- aplikuje Pythagorovu větu, používá ji v praktických úlohách;
- chápe význam goniometrických funkcí ostrého úhlu, určí hodnoty goniometrických funkcí pomocí tabulek nebo kalkulatoru, určí velikost úhlu a používá goniometrické funkce při výpočtu jednoduchých praktických úloh;
- vybere mnohoúhelník, charakterizuje ho a řeší pravidelné mnohoúhelníky;
- definuje kružnice, vypočítá obvod a obsah.

Tematický plán dané školy (konkrétně pro obor Autoelektrikář) (viz. příloha 7.2) uvádí planimetrii ve druhém ročníku s hodinovou dotací dvaceti hodin. Mezi probíraná témata patří trojúhelníky, úhel a měření úhlů, shodnost a podobnost trojúhelníků, Pythagorova věta a její využití, trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku, obvod a obsah mnohoúhelníku a obvod a obsah kruhu.

Tato práce neobsahuje všechna, výše zmíněná, témata. Jak již bylo naznačeno na začátku, záměrně jsou vynechána témata trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku a Pythagorova věta a její využití, která jsou zpracována studentkou stejného oboru Markétou Tomanovou.

3.4 Použitý software

3.4.1 GeoGebra

GeoGebra je multiplatformní dynamický software pro všechny úrovně vzdělávání. Jde o volný a open source software. Spojuje geometrii, algebru, tabulky, znázornění grafů, statistiku a infinitezimální počet, to vše v jednom balíčku. Tento program získal četná ocenění pro vzdělávací software v Evropě a USA [19].

Zakladatelem tohoto výukového matematického programu je rakouský profesor matematiky, Markus Hohenwarter, aktuálně působící na Johannes Kepler University Linz, který v roce 2001 začal tento software vytvářet na univerzitě v Salzburgu.

V názvu se vyskytuje slovní spojení geometrie a algebry. GeoGebra se tak snaží navázat na komerční matematické programy typu Maple, Cabri a jiné. Přináší ovšem jednu nespornou výhodu ve formě licence pro nekomerční využití volně dostupné komukoliv. Je tedy zdarma a přitom neztrácí na kvalitě. Umožňuje proto masové rozšíření tohoto programu nejen na školách, které díky tomu získají kvalitní výukový software a zároveň ušetří.

Výhody programu

Používání GeoGebry s sebou přináší řadu výhod. Jde o jednoduché a intuitivní ovládání programu. Proto je program použitelný jak pro žáky základních škol, tak pro studenty středních a vysokých škol. Další pozitivum je možnost pracovat bez instalace. GeoGebru lze v plné verzi spustit z internetového prohlížeče. Vytvořený materiál lze exportovat jako webovou stránku a vytvořit tak applet, ve kterém může pracovat jak na nové práci, tak již na vytvořeném souboru, který si může v appletu otevřít. Díky tomuto programu vznikají práce, které lze dynamicky měnit, což je (nejen pro žáky) velmi názorné. GeoGebra také umožňuje vstupovat nejen do zadaných rovnic, měnit je a různě přizpůsobovat aktuálním požadavkům. Jedná se tedy o dynamický software.

GeoGebra se stává stále populárnější, o čemž svědčí i to, že je v současné době přeložena do šedesáti jazyků, včetně češtiny. I to je nesporná výhoda programu, kdy se začínající uživatel nezatěžuje zbytečným překládáním instrukcí. Na druhou stranu lze změnu jazyka provést během pár sekund. Není proto problém vyzkoušet si práci v jiném jazyce.

Při práci lze využít krokování. Hlavně ve výuce, kde se klade důraz na správný postup, lze studenty vést ke správnému cíli pomocí tohoto nastavení, kdy se zobrazují jednotlivé kroky postupně po příslušném zaškrtnutí.

Mluvíme-li o výhodách při práci se žáky a studenty, je nutné zmínit možnost skrývání jednotlivých nástrojů. Vyučující tak může sám určit, které nástroje bude mít student k dispozici pro svou práci.

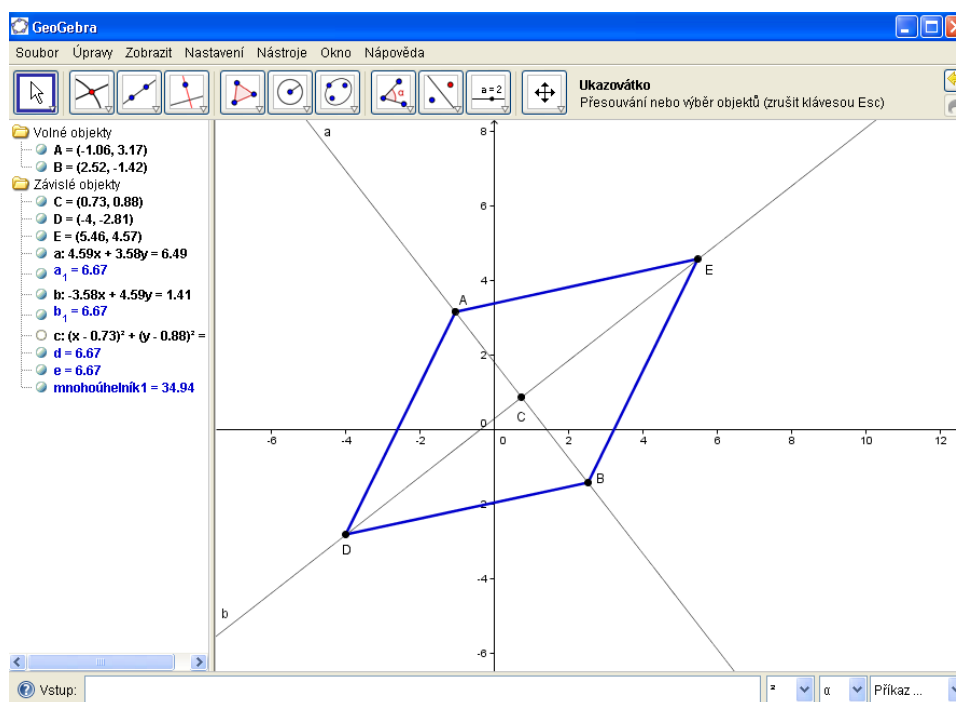
Na domovské stránce programu www.geogebra.org lze najít základní informace, včetně instalačních souborů a ukázkových příkladů.

V současné době jsou vyvíjené experimentální verze s 3D GeoGebra 5.0 Beta verze, obě dostupné na domovských stránkách. Předpokládá se také, že se bude možné tento program spustit i na mobilních telefonech, tabletech apod.

Popis prostředí

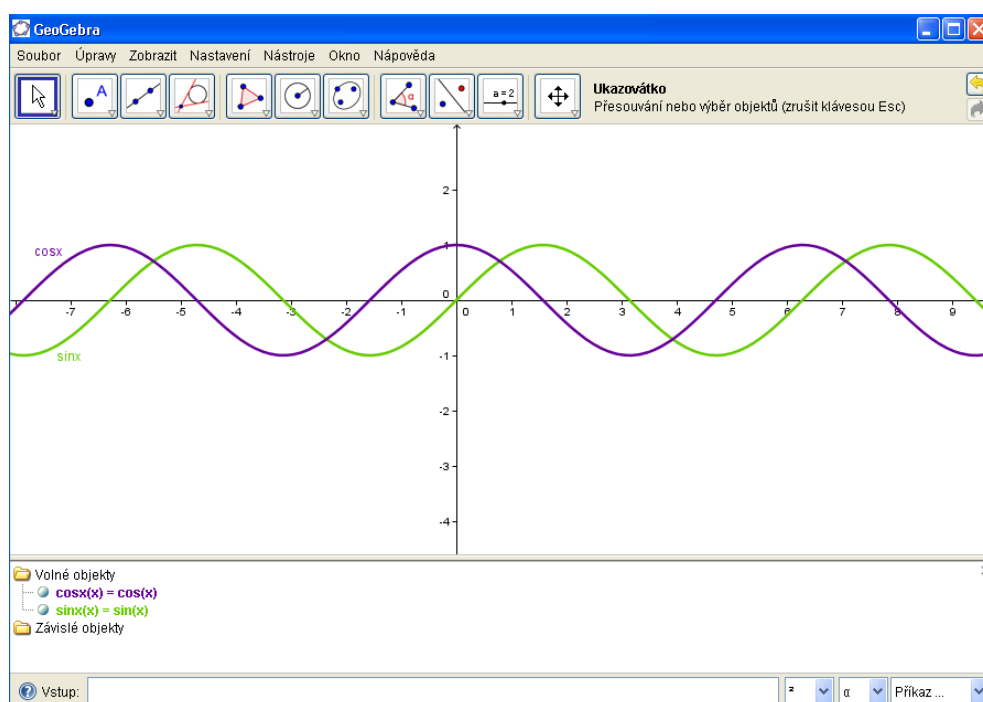
Práce v programu GeoGebra je vcelku jednoduchá a intuitivní.

Po spuštění se zobrazí v horní části panel hlavní nabídky a pod ním panel nástrojů. Vedle panelu nástrojů je umístěna stručná nápověda k jednotlivým nástrojům, které jsou aktuálně vybrané. Pod těmito panely je zbytek obrazovky rozdělen na algebraické okno (v levé části), geometrické okno (v pravé části) a vstupní pole, umístěné pod nimi.



Obrázek 1 GeoGebra

Při spuštění se algebraické a geometrické okno automaticky zobrazí vedle sebe. Tedy algebraické okno v levé části, geometrické v pravé části. Pomocí Vodorovného rozdělení v možnostech panelu nástrojů lze tato okna přemístit pod sebe (algebraické pod geometrické). V obou případech lze jednotlivá okna libovolně zvětšovat či zmenšovat.



Obrázek 2 GeoGebra

Hlavní nabídka umístěná v horní části obrazovky umožňuje nastavení programu, otevření nového okna, uložení práce, přepínání mezi spuštěnými okny a zobrazení nápovědy. Například v *Nastavení* si tak uživatel může nastavit jazyk, v kterém bude pracovat, velikost fontu, na kolik desetinných míst bude program zaokrouhlovat, zda budou zobrazeny stupně nebo radiány a mnoho dalšího.

V panelu nástrojů, umístěném pod hlavním panelem, se nachází ikonky. Po kliknutí v pravém dolním rohu ikony se zobrazí jednotlivé možnosti, které spolu vzájemně souvisejí. Od ukazovátka, přes nový bod, přímky, úsečky, kružnice, kolmice, rovnoběžky, mnohoúhelníky, kuželosečky, úhly, souměrnosti, posunutí, posuvníku, vkládání textu a mnoho dalšího. Maximální množství ikoněk zobrazených v liště je jedenáct, ale nastavením panelu nástrojů lze počet zredukovat podle potřeby až na jediné ukazovátko. Pokud je vybrané tlačítko aktivní, je v pravé části panelu nástrojů zobrazena stručná nápověda týkající se použití této funkce.

Algebraické okno, umístěné v levé části zobrazuje souřadnice bodů, rovnice přímek a další. Pomocí ikony umístěné vlevo od jednotlivých objektů

(vyplněný, resp. nevyplněný puntík) můžeme nastavit viditelnost vybraného objektu v geometrickém okně. Kliknutím pravého tlačítka myši na vybraný objekt se zobrazí nabídka, která umožňuje různá nastavení označeného objektu. Například zobrazení objektu, popisu, přejmenování, zapnutí stopy, nastavení barvy, tloušťky, stylu, zrušení a jiné. Algebraické okno lze také skrýt, například při práci s menšími dětmi.

Geometrické okno neboli nákresna se nachází v pravé části, vedle algebraického okna. Pomocí jednotlivých nástrojů v panelu nástrojů, myši, resp. kláves zobrazuje grafickou formu vybraných objektů. Současně s tím se popis objektu zobrazuje i v algebraickém okně. Po spuštění programu se v grafickém okně automaticky zobrazí osy, které je samozřejmě možné skrýt. Stejně tak lze zobrazit, resp. skrýt mřížku. Opět jako v algebraickém okně se i zde pomocí pravého tlačítka myši zobrazí nabídka, která umožňuje změnu nastavení objektu.

Vstupní pole je po spuštění programu umístěné v dolní části obrazovky. GeoGebra umožňuje jeho skrytí. Pomocí vstupního pole může uživatel vytvářet a upravovat matematické objekty buďto přímo s využitím jejich algebraických reprezentací nebo s využitím příkazů [19].

3.4.2 SMART Notebook

Software SMART Notebook je dodávaný spolu s interaktivními tabulemi SMART Board. Díky němu je možné využít interaktivitu užíváním materiálů připravených pro tento styl výuky. Díky intuitivnímu grafickému pojetí se s tímto programem velmi snadno zachází a již po letném seznámení je uživatel schopen připravit jednoduchý výukový materiál. Další kladnou vlastností je možnost nastavení češtiny, což velmi usnadňuje práci v novém prostředí.

Popis prostředí

Po otevření programu se objeví úvodní obrazovka rozdělená na hlavní nabídku v horní části, pod hlavní nabídkou se nachází panel nástrojů umožňující tvorbu

a práci s programem, pracovní plochu v pravé části, která zabírá největší část a postranní lištu se záložkami týkající se aktuálně otevřeného souboru.

V hlavním panelu nalezneme standardní nástroje, jako například otevření nového souboru, uložení, odstranění, nápovědu a řadu nástrojů vhodných pro úpravu a vytváření jednotlivých objektů.

Panel nástrojů, umístěný pod hlavním panelem je tvořen ikonami. Z levé strany začínají nástroje pro práci se souborem, jako například přechod mezi jednotlivými pracovními listy, otevření souboru, uložení práce, zobrazení listu na celou obrazovku a jiné. Od ikony pro vložení tabulky začínají nástroje pro tvorbu obrázků, psaní, vybarvování a jiné. Pokaždé se uživateli po označení příslušného nástroje objeví nabídka možností souvisejících s daným objektem.

Postranní lišta obsahuje několik záložek. V první jsou umístěny veškeré listy souboru. Uživatel tak má přehled o celkové struktuře. Pod touto lištou se nachází široká nabídka objektů velmi vhodných pro interaktivní výuku. Od jednoduchých obrázků a pozadí, přes interaktivní a multimediální objekty, týkající se kteréhokoli předmětu. Vše ve snaze co nejvíce usnadnit práci učitelům a zpříjemnit učení studentům

Za zmínku rozhodně stojí kategorie takzvaných Lesson Activity Toolkit, resp. jejich interaktivní a multimediální části. Jedná se o sadu již vytvořených aplikací. Uživatel si tak může například vybrat aplikaci:

- `Category sort` - umožňující různá třídění obrázků či textu do několika kategorií.
- `Hot spots` – jde o označovací mapu, kde je předem definováno několik map, samozřejmě s možností vložení vlastního obrázku jako mapy.
- `Image match` - přiřazování správných názvů k obrázkům.
- `Pairs` - hledání párů.
- `Time line reveal` - časová osa.

- `Word guess` - slovní kopaná.
- `Multiple choice` - otázky se čtyřmi možnými odpovědi, kdy správná je pouze jedna a mnoho dalších aplikací.

Každý takovýto toolkit je prázdný. Je na každém, aby si jej doplnil o svoje údaje, týkající se probírané látky, pomocí nabídky `Edit`. Toolkit může obsahovat až tři tlačítka. Jedná se o tlačítko `Check`, sloužící ke kontrole správnosti zvoleného řešení, dále tlačítko `Reset`, díky němuž lze v aplikaci obnovit zadání a tlačítko `Solve`, které slouží k zobrazení správného řešení.

Mezi klady softwaru patří jistě také možnost pracovat s vrstvami. Využít lze i průhlednosti, kterou program nabízí.

V programu `SMART Notebook` lze pracovat s odkazy, ať už se jedná o odkazování mezi listy souboru nebo na jiný soubor či internetovou stránku. Tento program je možné snadno propojit s dalšími programy, které by učitel měl zájem používat. Pracovní listy prezentované v této práci využívají propojení s matematickým programem `GeoGebra`.

Velkou výhodou, kterou jistě ocení školy, které nemají zakoupen tento program, je internetová aplikace `SMART Notebook Express`, která umožňuje spuštění programů vytvořených v prostředí `Smart Notebook` na internetovém prohlížeči.

Jde o výborné řešení nekompatibility jednotlivých programů na vytváření interaktivních materiálů. Tato aplikace je dostupná na internetové adrese <http://express.smarttech.com/>.

4 Pracovní listy

V následující kapitole jsou popsány vytvořené pracovní listy. Jednotlivé vybrané kapitoly planimetrie jsou poté více rozvedeny v kapitolách níže.

4.1 Spolupráce se školou

Před samotným vytvářením pracovních listů byla nutná konzultace na střední odborné škole v Českých Budějovicích, na kterou je tato práce směřována. Po předání tematických plánů pro daný typ studia (konkrétně druhý ročník SOU, obor: zámečnický, automechanik, karosář, tiskař, obráběč kovů, nástrojář) bylo vysvětleno, co budou jednotlivé listy obsahovat, respektive učit a procvičovat. Od samotného úvodu do planimetrie, přes úhel, trojúhelník, shodnost a podobnost trojúhelníku, obvod a obsah mnohoúhelníku a obvod a obsah kruhu. Záměrně je vynecháno téma zabývající se pravoúhlými trojúhelníky, respektive Pythagorovou větou. Tato kapitola z planimetrie je aktuálně zpracovávána jinou studentkou téhož oboru Markétou Tomanovou, která se tímto tématem zabývá ve své diplomové práci.

Po vytvoření pracovních listů bylo domluveno vyzkoušení některých kapitol na samotných studentech během normálních hodin matematiky. Výsledná spolupráce se třídou a konzultace zpracovaných materiálů s učitelkou, působící na této škole je popsána níže.

4.2 Postup při vytváření

Geoffrey Petty ve své knize Moderní vyučování [7] definuje kritéria, kterými by se každý, kdo vytváří výukové materiály, měl řídit. Patří mezi ně:

- *Nutné znalosti*: měli byste žáky učit jen to, co je pro ně nezbytné.
- *Trvanlivost*: Mělo by být co nejméně pravděpodobné, že materiál zastará.
- *Neviditelná technika*: Učení by nemělo být zastíněno složitou technikou – ovládání programu by mělo probíhat více méně intuitivně.

- *Interaktivita*: Materiál by měl být skutečně interaktivní, nikoli pouhé obracení stránek.

Vytváření pracovních listů bylo vedeno snahou dodržovat všechna výše uvedená kritéria. Po konzultaci s učitelkou z praxe na škole, pro kterou byly tyto pracovní listy vytvořeny, byly jednotlivé kapitoly doplněny o matematické definice konkrétních matematických pojmů, a to pro usnadnění jejich zapamatování. Studenti také z velké části matematickému jazyku nerozumí, neumějí jej používat. Je možné, že se žáci čtením a opakováním definic v matematickém jazyce v těchto schopnostech zlepší. Každý pojem týkající se probírané látky je tedy doplněn o definici.

Pracovní listy vznikaly postupně v programu pro vytváření interaktivních listů pro výuku SMART Notebook. Současně byl použit také matematický software GeoGebra, na jehož soubory je v listech odkazováno.


Začátek každé kapitoly je doplněn o obsah. Každý jednotlivý bod seznamu v obsahu je odkazován na určitý list, uvádějící danou kapitolu. Učitel si tak nemusí pamatovat, na kterém listu konkrétně skončil. Stačí vědět, kterou oblast dokončil. Nejen z tohoto důvodu je takovéto řešení vhodné. Žáci jistě nemají každou hodinu matematiky na interaktivní tabuli. Interaktivních tabulí na školách rychle přibývá, ale v současné době ji ještě v každé třídě nenajdeme. Z tohoto důvodu, je uvedený seznam na začátku každé kapitoly více než vhodný. Je třeba také počítat s tím, že učitel nestihne probrat během jedné vyučovací hodiny celou kapitolu. Po hodině v běžné třídě (bez interaktivní tabule) tak například učitel může navázat na učivo s využitím interaktivní tabule a naopak.


Výběr probíraných kapitol vycházel z tematických plánů, vytvořených pro daný typ školy. Při tvorbě pracovních listů byly využity jak učebnice a přehledy středoškolské matematiky [8], [9], tak jiná odborná literatura, zabývající se touto tematikou [1], [2], [4], [5], [12], [13]. Nechyběly ani internetové zdroje [18], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [30], [31], [33].

4.3 Návod na ovládání pracovních listů

Hlavním záměrem při vytváření materiálů pro výuku na interaktivní tabuli byla snadná manipulace, intuitivní ovládání a práce s listy. Aby se takového cíle dosáhlo, bylo zapotřebí vše vést v určitém zavedeném stylu, aby učitel po prvotním seznámení s jednou kapitolou, mohl bez problémů a nutnosti listování v manuálu, pokračovat dalším tématem.

Pracovní listy neobsahují odkazy na internetové zdroje, proto (pokud učitel nepoužívá internetový prohlížeč pro spuštění samotného programu SMART Notebook) není nutné připojení k internetu.


Po spuštění vybrané kapitoly se otevře program SMART Notebook, který obsahuje pracovní listy. Pro práci je vhodné mít program spuštěný přes celou obrazovku. Toho se docílí buďto kliknutím na ikonku pro zobrazení na celou obrazovku  v panelu nástrojů nebo klávesovou zkratkou Ctrl+Enter. Pracovní listy se zobrazí přes celou obrazovku a je možné s výukovým materiálem ve třídě pracovat.


Přechod na následující pracovní list se provádí kliknutím na příslušnou ikonu , umístěnou v panelu nástrojů. Zobrazit další stránku je také možné pomocí klávesy PgDn nebo klávesovými šipkami. Opačný směr je analogický. Použitím šipky opačného směru nebo klávesy PgUp.

Každá kapitola je v úvodní části doplněna o obsah, který je tvořen odkazy na jednotlivé podkapitoly. Odkazy jsou zvýrazněny podtržením. Navíc, najede-li kurzor na odkaz, změní se tvar kurzoru ze šipky na ruku. Poté stačí pouze kliknout a dojde k přesměrování na požadovanou podkapitulu. Úvodní stránky podkapitol navíc obsahují odkaz na obsah (Úvod), umístěný v levém horním rohu, zvýrazněný červenou barvou. Je-li odkazováno v jednotlivých listech, pak se lze zpět na odkazovaný list dostat pomocí odkazu Zpět, umístěný ve stejných místech, tedy v levém horním rohu, zvýrazněný tentokrát zelenou barvou. Takového řešení je bohužel nevyhnutelné, protože většina odkazů přesměrovává na vzdálený list a v některých případech navíc následující list po přesměrovaném

se týká zcela jiného tématu. Proto bylo přistoupeno k takovému způsobu vracení se zpět.

Pracovní listy neobsahují pouze odkazy na stránky v souboru. Přidány jsou také odkazy na matematický software GeoGebra, který se po kliknutí spustí.

Takový odkaz je označen logem GeoGebry . Odkazováno je buďto na nový soubor (takový, který žáci budou vypracovávat sami) nebo již připravený nebo předpřipravený soubor. V takovém případě jde o ukázkový příklad, ve kterém mají studenti prozkoumat problém, nebo je pomocí krokování předveden postup konstrukce.

Otazník v barevném kruhu  označuje další typ odkazů. Jedná se rozšiřující nebo navazující informace týkající se materiálů na stránce, na které je odkaz umístěn. Na odkazované stránce se nachází odkaz pro návrat zpět na původní stránku.

Na stránkách se objevují různé definice, rozšiřující informace, správná řešení úloh nebo doplňující objekty. Jejich okamžité zviditelnění po zobrazení stránky ovšem není žádoucí. Proto byla zvolena metoda zasunutého textu po stranách stránky. Text je označen v barevném obdélníku, uvnitř kterého je popis, co se v zasunuté části nachází. Žákům se tak například může definice zobrazit až poté, co v diskuzi navrhnou a předestřou definici vlastními slovy a podobně.

Obrázky, které se v materiálech objevují a ze zadání vyplývá manipulace s nimi (různé přesouvání, zvětšování, resp. zmenšování nebo natáčení) se obsluhují pomocí myši, resp. pera nebo ruky, podle typu interaktivní tabule. Přesouvá se jednoduchým přetažením obrázku. Zvětšení, resp. zmenšení se provádí uchopením a tažením bílého puntíku v pravém rohu označeného obrázku. Pro otočení je určen zelený puntík uprostřed horní části označeného obrázku.

4.4 Výukové materiály

4.4.1 Základní pojmy planimetrie

Podle Školního vzdělávacího programu daného středního učiliště je ve výsledcích vzdělávání uvedeno, že žák užívá pojmy a vztahy: bod, přímka, rovina, úsečka, její délka.

V úvodu jsou žáci seznámeni s pojmem planimetrie. Pro reálnou představu pracují s geometrickými objekty, které po zvětšení, správně třídí do dvou kategorií (planimetrie, stereometrie). Následuje zavedení základních planimetrických pojmů, mezi které patří bod, přímka, polopřímka, úsečka, polorovina. Jednotlivé pojmy jsou vysvětleny jak pomocí definice, tak graficky, některé jsou pro lepší pochopení problematiky doplněné o interaktivní pomocné prvky, jako například vysouvací objekty, které jsou zpočátku skryté. Většina stránek obsahuje doplňující otázky k zamyšlení. Celá kapitola je pro ověření zakončena krátkým vědomostním kvízem, který přináší jak učitelům, tak žákům zpětnou vazbu o tom, jak žák danou problematiku pochopil. Kvíz je vytvořen pomocí aplikace Lesson Activity Toolkit⁴, konkrétně Image match. Cílem je přiřazení správných názvů k obrázkům. Předností kvízu je automatické vyhodnocování odpovědí (tlačítkem Check) a možnost obnovit zadání (tlačítko Solve).

4.4.2 Úhel

Podle Školního vzdělávacího programu daného středního učiliště, je ve výsledcích vzdělávání uvedeno, že žák užívá pojmy a vztahy úhel a jeho velikost.

Obsah:

- Úhel
- Porovnávání úhlů

⁴ Zmíněno na straně 23

- Velikost úhlů
- Grafické sčítání úhlů
- Grafické odčítání úhlů
- Grafické násobení úhlů
- Osa úhlu
- Klasifikace úhlů podle velikosti
- Dvojice úhlů
- Příčka dvojice přímek a úhly, jež s nimi svírá
- Úhel pomocí kružítka
- Souhrnná cvičení

Úhel

V úvodní části jsou žáci seznámeni s pojmem úhel. Vysunutím řešení je zobrazen popis částí úhlu, doplněný o otázky k zamyšlení, odkazující na samostatný list, zabývající se zmíněnou otázkou. Pomocí tlačítka *Zpět* je vše vráceno na úvod úhlu.

Porovnávání úhlů

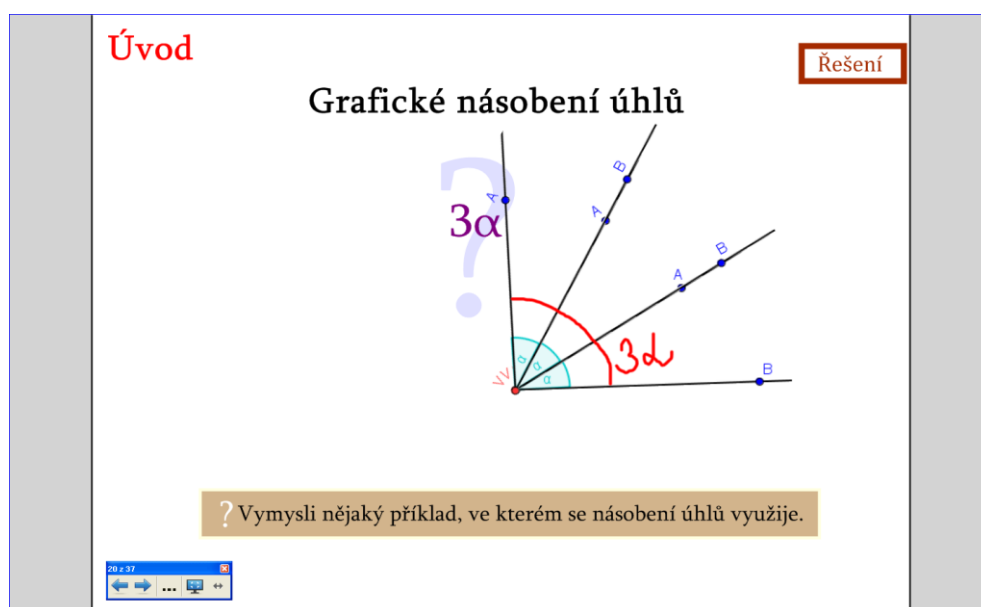
Následující podkapitola se věnuje porovnávání úhlů. Správným přemístěním a natočením mohou žáci interaktivně porovnávat dva uvedené úhly. Výsledek je možné zkontrolovat vysunutím řešení z pravé části stránky. Vše je doplněné o odkaz na vytvořený soubor GeoGebra, obsahující konstrukci pro porovnání dvou úhlů. Pomocí krokování mohou žáci sledovat, jakým způsobem v daném případě postupovat. Na následujícím listě je porovnávání procvičeno přesouváním a natáčením dvojic úhlů a následným vyplněním tabulky. Pro matematické symboly, doplňující se do tabulky je využito nekonečného klonovače, což na stránce ušetří místo a navíc studentům nenapoví (při zbývajícím posledním symbolu), který symbol mají použít.

Velikost úhlu

Jako další je uvedena velikost úhlu. Žáci jsou seznámeni se stupni, minutami a sekundami. Vyzkoušejí si práci s interaktivním úhloměrem, pro zjištění velikosti úhlů. Záměrně je použit pouze poloviční úhloměr, přestože se mají změřit i úhly přesahující 180° . Je tak na žákově představivosti, aby si s daným problémem poradil. Na dalším pracovním listu se studenti seznámí s interaktivní kalkulačkou (při převádění stupňů, minut, resp. sekund). Pro upřesnění jsou převody doplněny o správné řešení.

Grafické sčítání, odčítání a násobení úhlů

Po porovnávání je přistoupeno ke grafickému sčítání, odčítání a násobení úhlů. Pokaždé jde o stejný princip práce s listy. Žák má za úkol provést grafické sečtení, odečtení, resp. násobení úhlů pomocí přesunutí a otočení. Stránka je opět doplněna o vysouvací správné řešení, společně s odkazem na GeoGebru, která s pomocí krokování studentům nastiňuje postup. Nechybí ani otázky k zamyšlení. Při grafickém násobení úhlů je použit nekonečný klonovač. Jeho použití je předvedeno na obrázku 3.



Obrázek 3 Použití nekonečného klonovače (násobení úhlů)

Osa úhlu

Další část se zaměřuje na osu úhlu. Nejprve studenti načrtnou osu zadaného úhlu pomocí interaktivního pera, po spuštění GeoGebry (na kterou je odkazováno) následně narýsují osu úhlu přesně. Po straně je uvedena definice a řešení, která jsou zasunuta, kvůli počátečnímu zneviditelnění. U řešení je přidán odkaz na GeoGebru, obsahující postup při vytváření osy úhlu, opět krokováním pro snazší pochopení.

Rozdělení úhlů podle velikosti

Rozdělení úhlů podle velikosti je tématem další podkapitoly. Žáci se seznámí s pojmem konvexní a nekonvexní úhel. Po počáteční diskuzi nad vlastnostmi těchto úhlů je možné vysunout jednotlivé vlastnosti pro konvexní a nekonvexní úhel. Stránka je opět doplněna jednoduchým úkolem.

Po rozdělení na úhly konvexní a nekonvexní je uvedeno dělení konvexních úhlů. Žáci přetahováním názvů z pravé části přiřazují názvy k jednotlivým obrázkům, obsahujícím reprezentanty jednotlivých úhlů. Zde je na učiteli, aby dohlédl na správnost řešení. V dolní části nechybí otázka k zamyšlení. Na následující stránce si žáci mohou vyzkoušet přiřazování názvů k úhlům s možností automatického vyhodnocení nebo obnovení zadání, díky využití aplikace Lesson Activity Toolkit.

Dvojice úhlů

Dalším tématem jsou dvojice úhlů. Studenti se seznamují s úhly vrcholovými a vedlejšími. Přetažením mají přiřadit správný název. Po vysunutí je společně s názvem zobrazena i definice vedlejších, resp. vrcholových úhlů.

Příčka dvojice přímek a úhly, jež s nimi svírá

Po zavedení těchto dvou pojmů je další stránka věnována příčce dvojic přímek a úhlům, které s nimi svírá. Tedy o úhly střídavé, souhlasné a přilehlé. Jde o interaktivní aplikaci Lesson Activity Toolkit. Žáci přiřadí správný název k obrázku. Navíc list obsahuje odkazy na GeoGebru obsahující barevně odlišené

jednotlivé úhly. V závěru je uvedena otázka k zamyšlení, obsahující opět odkaz na GeoGebru, ve které si žáci sami vyzkouší, jak přijít na správné řešení. Správné řešení je tématem další stránky, kde je vše správně definováno a obohaceno o ukázkový příklad v GeoGebře, na kterou je na listu odkazováno.

Úhel podle kružítka

Poslední podkapitolou je úhel podle kružítka. Na úvodním obrázku bude studentům vysvětleno narýsování úhlu 60° s použitím pravítka a kružítka. Na žácích potom je, aby narýsovali další uvedené úhly. Většina takto zadaných úhlů jsou odkazy na GeoGebru, je tu proto možnost zobrazení určitého návodu jak postupovat, protože v jednotlivých odkazovaných souborech je využito krokování.

Souhrnná cvičení

Samotný závěr je věnovaný příkladům k procvičení. Obsahují odkazy na GeoGebru a to jak nové soubory, kde žáci budou sami vypracovávat zadání, tak již předpřipravené soubory, se kterými žáci budou pracovat. Vyskytuje se zde i interaktivní kalkulačka, interaktivní úhloměr nebo hodiny, které mají studenti za úkol nastavit na určený čas a poté určit úhel, který svírají ručičky.

K procvičení: Nastav hodiny na požadovaný čas.
Jaký úhel svírají ručičky hodiněk v:

a) 3.00 90°

b) 12.00 0°

c) 15.00 90°

d) 17.30 15°

e) 18.15 $97^\circ 30'$

f) 19.10 155°

g) 20.45 $7^\circ 30'$

h) 24.00 0°

Obrázek 4 Příklad výpočtu úhlů

4.4.3 Trojúhelník

Výsledky vzdělávání ve Školním vzdělávacím programu jsou následující: sestrojí trojúhelník, aplikuje vlastnosti stran, vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníka ve výpočtech, vypočítá obvod a obsah trojúhelníka.

Obsah:

- Zajímavé trojúhelníky
- Trojúhelník
- Důležité úsečky a body trojúhelníku
- Úhly trojúhelníku
- Klasifikace trojúhelníků
- Konstrukční úlohy

Úvodní stránka je věnována pojmu trojúhelník: co například si mohou žáci vybavit, když se vysloví tento pojem. Setkat se proto můžeme například

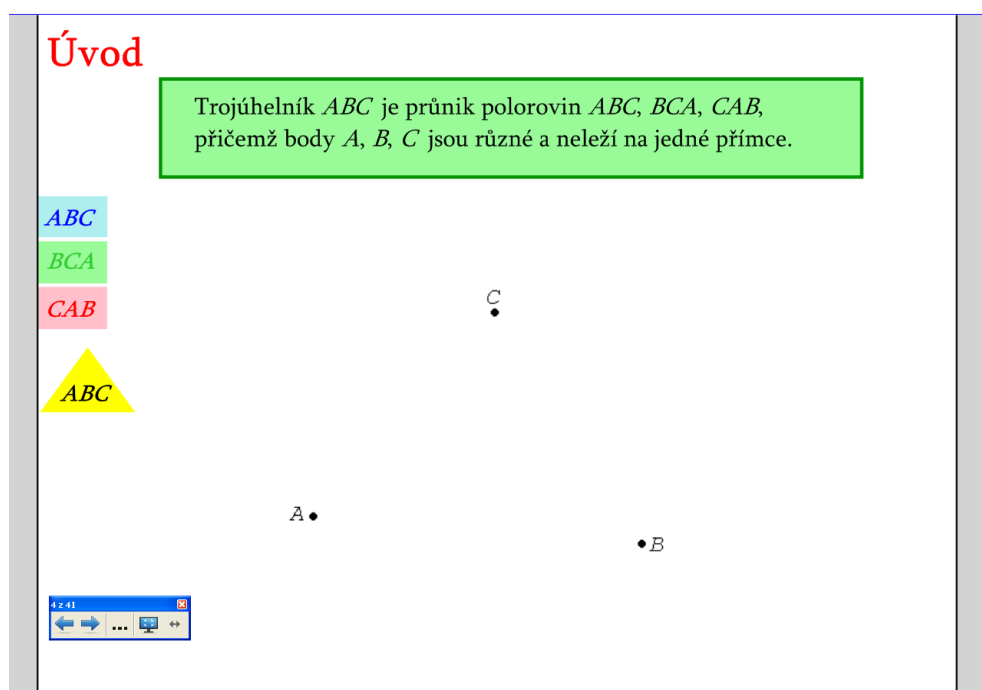
s odpověďmi typu varovný trojúhelník, trojúhelníkové pravítko, Bermudský trojúhelník a mnoho dalších výrazů.

Zajímavé trojúhelníky

Jako první je uvedena podkapitola nazvaná Zajímavé trojúhelníky. Jedná se o rozšiřující učivo, začleněné pouze pro zpestření výuky. Obsahuje tři odkazy na Penroseův, Pascalův a Sierpinského trojúhelníky. Na každé odkazované stránce je stručný popis jednotlivých trojúhelníků, doplněný o charakterizující obrázek. Pomocí zeleného odkazu zpět se výklad vrací na přehled trojúhelníků, červeným odkazem Úvod na obsah.

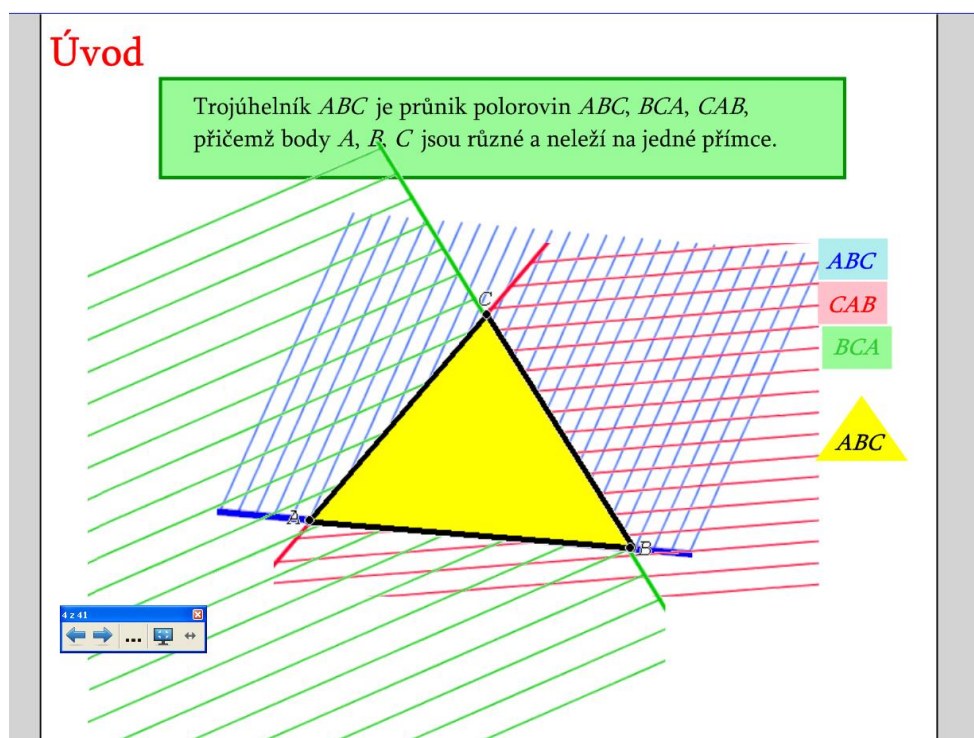
Trojúhelník

V první podkapitole zabývající se vlastním učivem, jsou žáci seznámeni s pojmem trojúhelník a jeho definicí. Definice je zobrazena již od začátku a je na studentech, aby vytvořili trojúhelník pomocí tří polorovin, zasunutých v pravé části listu.



Obrázek 5 Pojem trojúhelník - zadání

Díky interaktivním obrázkům polorovin a jejich barevnému odlišení si tak žáci mohou snadněji upevnit představu průniku tří polorovin, tzn. vzniku trojúhelníku. Jako poslední je vysunutím zobrazen samotný trojúhelník.



Obrázek 6 Pojem trojúhelník - vypracování

Na dalším listu je po žácích požadováno sestrojení trojúhelníku z předem připravených úseček buďto přímo na pracovním listu nebo v odkazovaném souboru GeoGebry. Jde o správné přesunutí a natočení jednotlivých úseček tak, aby vznikl trojúhelník. Takto sestrojený trojúhelník mají žáci za úkol správně označit. Doplňující otázkou je určení obvodu trojúhelníku. Je požadované grafické určení, ve kterém by měla vzniknout jedna dlouhá úsečka, složená ze tří stran trojúhelníku. Ve shrnutí, zasunutém po straně listu, jsou stručně vysvětleny základní získané informace. Na následujícím listu je uveden ukázkový příklad na sestrojení trojúhelníku, kdy jsou zadány dvě strany a obvod. Nejprve jsou žáci seznámeni s postupem řešení, který je skrytý po straně. Potom budou samotný příklad řešit na tabuli. Rýsování bude realizováno v odkazované GeoGebře.

Výsledek je možné porovnat s řešením uvedeným po straně, které obsahuje krokovaný postup rýsování v GeoGebře.

Následující pracovní list z počátku vypadá naprosto identicky jako předchozí stránka. Opět je po studentech požadováno sestrojení trojúhelníku, pokud znají dvě strany a obvod. Postup řešení bude stejný. Při rýsování ovšem dojdou k závěru, že trojúhelník sestrojít nelze. Vysunutě řešení, proto obsahuje odkaz na jiný list, který celou situaci vysvětluje. Je tak zaveden pojem trojúhelníková nerovnost. Žáci si vše mohou vyzkoušet při práci v odkazované GeoGebře, kde jsou použity posuvníky pro lepší znázornění.

Podkapitola je uzavřena několika příklady na procvičení. Úkoly označené sovou jsou náročnější.

Důležité úsečky a body trojúhelníku

Další podkapitola se zabývá důležitými úsečkami trojúhelníku. Jedná se o střední příčky, výšky a těžnice. List věnovaný středním příčkám obsahuje interaktivní obrázek. Žáci si tam mohou sami přijít na rovnoběžnost středních příček se stranami trojúhelníku, délky středních příček ve srovnání s délkami stran nebo obsahy vzniklých trojúhelníků. V pracovním listu je navíc obsažena definice a shrnutí základních informací týkající se středních příček trojúhelníku a odkaz na GeoGebra, která se zabývá konstrukcí středních příček. Na úvodním listu k výškám trojúhelníku mají studenti za úkol sestavit trojúhelník z jednotlivých menších trojúhelníků. Po sestavení jsou výšky barevně odlišeny. Na další stránce jsou již výšky trojúhelníku zavedeny. Tato stránka obsahuje jak obrázek, znázorňující trojúhelník s jeho výškami, tak definice, zasunuté po straně listu, ale i odkaz na GeoGebra obsahující konstrukci výšek krok po kroku. Navíc list obsahuje otázku k zamyšlení, která je doplněna o odkaz na GeoGebra, ve které si žáci pomocí posuvníku mohou sami přijít na správné řešení. Zcela identicky je pojato téma těžnic v trojúhelníku. Podkapitola je zakončena krátkým kvízem, vytvořeným pomocí aplikace Lesson Activity Toolkit. K otázce jsou vždy čtyři možnosti, z nichž je pouze jedna správná. Výhodou je okamžitá kontrola správnosti.

Následující téma se věnuje důležitým středům trojúhelníka. Jedná se o středy kružnic opsaných, vepsaných a připsaných trojúhelníkům. Všechny tři zmíněné okruhy jsou pojaty stejně. Na úvodním listu mají studenti za úkol pomocí interaktivního kružítka opsat, vepsat, resp. připsat kružnice jednotlivým trojúhelníkům. Každý trojúhelník je jiný. Vždy se jedná o trojúhelník ostroúhlý, pravouhlý a tupouhlý a jednotlivé trojúhelníky jsou barevně odlišeny. Proto si žáci mohou uvědomovat, kde se středy kružnic budou v jednotlivých trojúhelnících nacházet. Po pravé straně jsou vždy tři odkazy zabývající se trojúhelníkem stejné barvy. Jedná se o odkaz na vytvořený soubor v GeoGebře, ve které je panel nástrojů zredukován na nástroj kružnice. Žáci si tak mohou vyzkoušet přesnější rýsování kružnic. Následující stránka je věnována samotné definici. Obsahuje obrázek, definici, zasunutou po straně, odkaz na GeoGebru, ale také doplňující otázku k zamyšlení, která obsahuje odkaz na GeoGebru.

Úhly trojúhelníku

Další pracovní list se zabývá úhly trojúhelníku. Vnitřní i vnější úhly jsou zobrazeny na obrázku. Po stranách jsou zasunuty vysvětlivky. Poslední vysvětlivka obsahuje odkaz na jiný list, kde je graficky dokázán součet vnitřních úhlů v trojúhelníku. K procvičení slouží následující pracovní list, který obsahuje několik příkladů.

Klasifikace trojúhelníků

Další podkapitola se věnuje klasifikaci trojúhelníků. Na úvodní straně mají žáci za úkol k jednotlivým trojúhelníkům přiřadit správné názvy. Je na učiteli, aby zkontroloval správnost řešení. Poté jsou postupně popsány trojúhelníky rozdělené podle stran a na dalším listu podle úhlů. V první fázi se na stránce nacházejí pouhé trojúhelníky. Je tedy na žácích, aby diskutovali o vlastnostech jednotlivých trojúhelníků. Na konci diskuze se zobrazí skryté informace o trojúhelnících vysunutím ze strany. Pro procvičení je připravena stránka, obsahující aplikaci Lesson Activity Toolkit konkrétně Image select, ve které si sám žák vylosuje obrázek, ke kterému jsou mu náhodně vybrány tři možné odpovědi. Je tedy na žákovi, aby odpověděl správně. Výhodou je okamžité vyhodnocení odpovědi.

K procvičení je určen i další list. Jde o správné přiřazování. Žák tak má zaplnit všechny buňky po levé i pravé straně. Záměrně je ve výběru více položek, než je volných buněk, aby nedošlo ke zlehčení při zaplňování poslední buňky.

Konstrukční úlohy

V samotném závěru jsou uvedeny některé konstrukční úlohy. Doplněny jsou o odkazy na GeoGebra, ve kterých je nejen samotný nárys, ale i popsán postup konstrukce. Jedna z úloh je doplněna o odkaz na jinou stránku souboru, ve které je ve stručnosti popsána Eulerova přímka.

4.4.4 Shodnost a podobnost trojúhelníků

Školní vzdělávací program dané školy definuje výsledky vzdělávání tak, že žák rozliší shodné a podobné trojúhelníky, používá věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků.

Obsah:

- Shodnost trojúhelníků
- Věty o shodnosti trojúhelníků
- Podobnost trojúhelníků
- Věty o podobnosti trojúhelníků

Shodnost trojúhelníků

Jako první jsou žáci seznámeni se shodností trojúhelníků. Nejprve je zaveden pojem shodnost, kdy mají studenti určit pomocí přesouvání dva shodné znaky. Po straně je možné vysunout definici shodnosti. Na dalším listu je uveden podobný příklad. Jeho splnění je ovšem náročnější.

4 z 31

Řešení

Policie našla ukradené auto pana Nováka. Na autě objevila pouze jediný otisk prstu. Jedná se o pachatelův otisk. Zjisti, který ze 4 možných pachatelů auto odcizil. Zkus vymyslet pachatelův motiv.

Soused pana Nováka

Místní zloděj

Fantomas

Bývalá manželka pana Nováka

Obrázek 7 Shodnost - zadání

Jedná se opět o přesouvání jednotlivých obrázků a hledání shody. Navíc mohou žáci vymýšlet různé teorie, proč byl daný trestný čin spáchán. Po straně je uvedeno řešení příkladu se jménem pachatele.

Následující stránka je věnována shodnosti trojúhelníků. Žákovým úkolem je nalézt dva shodné trojúhelníky přesouváním a otáčením objektů. Objekty jsou uzamčené pro změnu velikosti, lze je pouze přemísťovat a otáčet. Nemůže se proto stát, aby žák nesprávnou manipulací obrázky zmenšil, resp. zvětšil. Využita je zde také průhlednost obrázků, díky které je lépe vidět shodnost. Po úvodním příkladu hledání shodných trojúhelníků, je žák seznámen s definicí shodnosti trojúhelníků. Na dalším pracovním listu se s pomocí interaktivního pravítka a úhloměru správně vyplní tabulka shodnými úhly a stranami dvou zobrazených trojúhelníků. Je na učiteli, aby dohlédl na správnost řešení.

Věty o shodnosti trojúhelníků

Na následujících čtyřech stránkách jsou úvodní příklady k větám o shodnosti trojúhelníků. Jsou identické. Na každém listu je žákovým úkolem kliknout na ten ze tří trojúhelníků, který není shodný se zbylými dvěma trojúhelníky. Správně

označený trojúhelník zmizí a zůstanou zobrazeny pouze dva shodné trojúhelníky. Postupně tak jsou vybrány dvojice trojúhelníků, které mají společné tři strany, stranu a dva úhly přilehlé k této straně, dvě strany a úhel jimi sevřený a dvě strany a úhel proti větší z nich. Následují věty o shodnosti trojúhelníků. Každá věta je na samostatné stránce a obsahuje vedle definice také obrázky, na kterých jsou zvýrazněné strany, resp. úhly, podle kterých se jedná o shodnost. K procvičení jsou určeny následující pracovní listy. Na prvním má žák za úkol postupně zasouvat šedé obdélníky. Díky tomu se zobrazí vždy tři trojúhelníky, z nichž právě dva jsou shodné podle některé z výše uvedených vět o shodnosti trojúhelníků. Student tak umístí dva shodné trojúhelníky do správné buňky připravené tabulky. Takové řešení bylo zvoleno z důvodu přehlednosti. Pokud by byly současně zobrazeny všechny trojúhelníky zároveň, stránka by byla nepřehledná a žákům by trvalo neúměrně dlouho nalézt správné dvojice shodných trojúhelníků. Proto se s využitím vrstev přistoupilo k takovému řešení. Na správnost výsledků musí dohlížet učitel. Na druhém a třetím listu určeném k procvičení shodnosti trojúhelníků je uvedeno několik dalších příkladů, které budou žáci řešit jak na interaktivní tabuli, tak do vlastních sešitů.

Podobnost trojúhelníků



Tím je ukončena podkapitola shodnosti trojúhelníků a přechází se na podkapitolu věnovanou podobnosti trojúhelníků. Pro zavedení pojmu podobnost je určen ukázkový příklad se sousedem, kterému někdo přejel trávník. Žák má k dispozici otisk pneumatiky v trávníku a zmenšeniny otisků pneumatik některých vozů, mezi kterými je i pachatel. Je tedy na studentech, aby vybrali správný vůz a tím i pravého pachatele. Po vybrání některé zmenšeniny otisku je nutné nejprve obrázek zvětšit a poté vyzkoušet, zdali se jedná o správný otisk. Stránka je doplněna o stručnou definici podobnosti.


17 z 32



Podobnost

Které auto přešlo muži trávník?



Definice







Nissan Almera



Aston Martin



Mitsubishi Lancer



Trabant



VW Passat



Opel Astra



Citroën C4

Volvo V70

Jaguar XJ

Mazda CX7

Obrázek 8 Podobnost - zadání

Další úkol, nacházející se na následující stránce, je podobný úkolu na shodnost trojúhelníků. Jde opět o hledání dvojice, tentokrát shodných trojúhelníků. Žáci mohou postupovat dvojím způsobem. Je možné použít interaktivního úhlooměru, případně pravítka, druhý způsob spočívá ve zvětšování, resp. zmenšování jednotlivých trojúhelníků. Proto v tomto případě nejsou trojúhelníky nijak uzamčeny, aby se docílilo jejich zvětšení, zmenšení, otáčení či přesunu. Pro snazší určení byly zvoleny trojúhelníky bez výplně, tedy pouze obrysy, opět s využitím průhlednosti pro snazší rozeznání. Po přechodu na další stránku je definován pojem podobnosti trojúhelníků. Užity jsou dva trojúhelníky, které je možné zvětšením, resp. zmenšením porovnat, zda se opravdu o dva podobné trojúhelníky jedná, podobně jako v předchozím příkladě. Po straně je možné vysunout definici podobnosti trojúhelníků. K procvičení pojmu koeficient podobnosti je určen následující pracovní list. Po přečtení zadání jsou postupně vysunuty jednotlivé záložky. Každá obsahuje dva trojúhelníky. Každý trojúhelník má určeny délky všech stran a je na studentech, aby zjistili a správně určili koeficient podobnosti. Na správné řešení dohlíží učitel. Následně je definován koeficient podobnosti

s ohledem na podobné trojúhelníky, tedy, jedná-li se o zvětšení, zmenšení nebo shodnost trojúhelníků, v závislosti na velikosti koeficientu podobnosti.

Věty o podobnosti trojúhelníků

Stejně jako u shodnosti jsou úvodní stránky myšleny tak, že žák kliknutím označí trojúhelník, který není podobný se zbylými dvěma trojúhelníky. Pokud vybere správný trojúhelník, tento trojúhelník zmizí a zůstanou dva podobné trojúhelníky. Takto jsou postupně vybrány dvojice trojúhelníků podobných podle dvou úhlů, poměru délek dvou stran a úhlu jimi sevřeném a poměru délek dvou stran úhlu proti větším z nich. V následujících pracovních listech jsou uvedeny definice těchto jednotlivých vět, společně s obrázky, na kterých je názorně zvýrazněno, které úhly, resp. strany podobnost určují. Na procvičení je určen krátký kvíz. Jedná se o aplikaci Lesson Activity Toolkit Image select, která po spuštění generuje otázky. Žák si jednu otázku sám vylosuje. Jde o obrázek, ke kterému musí student vybrat jednu ze tří náhodně vylosovaných odpovědí. Výhodou je okamžité vyhodnocení správnosti. Poslední dva pracovní listy věnované podobnosti trojúhelníků jsou určeny k procvičení. Příklady budou řešeny jak do sešitů, tak na interaktivní tabuli.

4.4.5 Obvod a obsah mnohoúhelníků

Školní vzdělávací program dané školy uvádí jako výsledky vzdělání v oblasti mnohoúhelníků to, že žák vybere mnohoúhelník, charakterizuje ho a řeší pravidelné mnohoúhelníky.

Obsah:

- Mnohoúhelník
- Pravidelný mnohoúhelník
- Konvexní čtyřúhelníky
- Tětivový čtyřúhelník
- Tečnový čtyřúhelník
- Obvod a obsah mnohoúhelníků

Mnohoúhelník

Před zavedením samotného pojmu mnohoúhelník, je téma věnované lomené čáře. Motivující příklad se objevuje hned na prvním pracovním listu, na kterém mají studenti za úkol propojit tečky podle zadání. V pravé části stránky je zasunuté správné řešení obou úkolů. V další části je samotná definice lomené čáry. Obrázek je záměrně neoznačený. Postupně se do obrázku lomené čáry přesouvají pojmy vztahující se k tomuto tématu, jako vrcholy a strany lomené čáry. Na další stránce si studenti mohou vyzkoušet, kolika různými způsoby lze sestavit lomenou čáru se čtyřmi vrcholy.

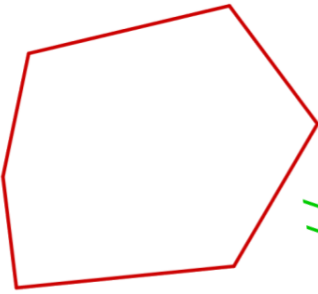
Na následujícím pracovním listu je zaveden samotný pojem mnohoúhelníku, jako uzavřené lomené čáry. Stejným způsobem jako na předešlé stránce je mnohoúhelník popsán. Jedná se o vysunutí vnitřních bodů, vnitřku a hranic mnohoúhelníku. Obrázky jsou navrstvené tak, aby byly pokaždé vidět všechny a nestalo se tak, že například vnitřek mnohoúhelníku překryje vnitřní body mnohoúhelníku. V dolní části je uvedena otázka k zamyšlení.

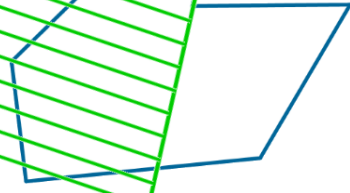
Dalším podtématem jsou úhlopříčky mnohoúhelníku. Po straně je uvedena definice úhlopříček. Studenti mají za úkol vyslovit, kolik úhlopříček mají uvedené mnohoúhelníky a poté všechny úhlopříčky do obrázků zakreslit. S vyslovením počtu vrcholů a počtu úhlopříček se postupně dostávají k určení počtu úhlopříček n -úhelníku, který je společně s definicí zasunut po straně.

Následně je uveden rozdíl mezi konvexním a nekonvexním mnohoúhelníkem. Pojem konvexní a nekonvexní úhel studenti již znají z kapitoly o úhlech. Umějí tak rozlišit tyto dva úhly určením velikosti. V této kapitole je ukázané rozdělení na konvexní a nekonvexní pomocí poloroviny, která je zasunutá po straně listu. Vysunutím a správným natočením poloroviny, tak lze pozorovat, že na rozdíl od nekonvexního mnohoúhelníku, konvexní mnohoúhelník náleží celý do příslušné poloroviny, která může procházet kteroukoli stranou mnohoúhelníku.

Konvexní vs. nekonvexní mnohoúhelník

Rozhodni, který mnohoúhelník je konvexní a který nekonvexní.
Své tvrzení zdůvodni.



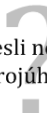


7 z 49

Polorovina

Definice

Nakresli nekonvexní trojúhelník.

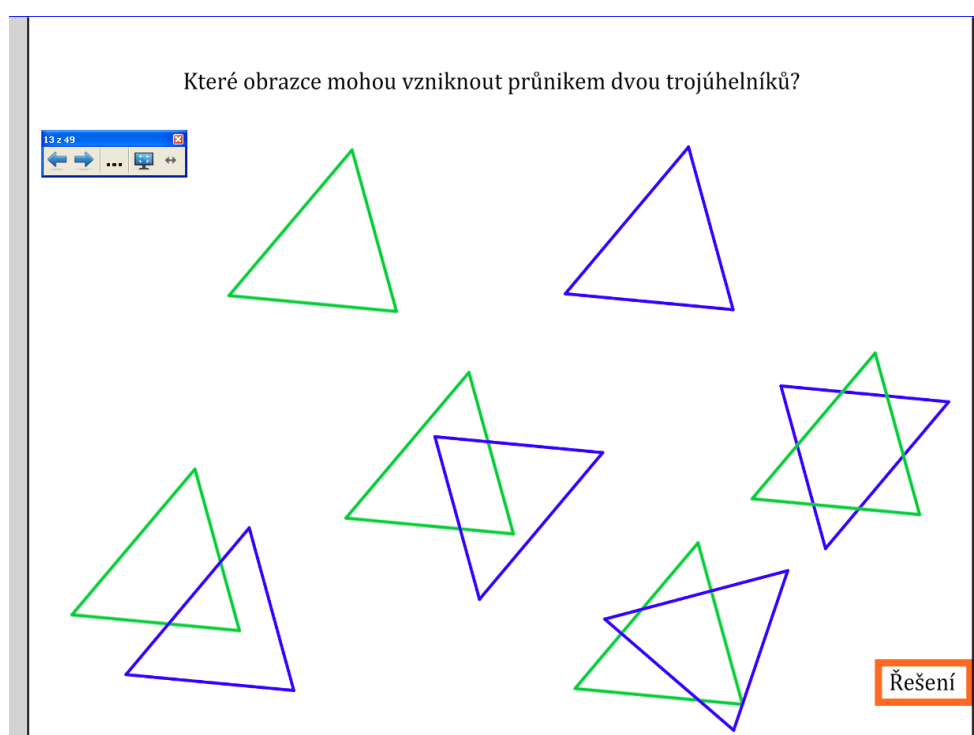


Obrázek 9 Konvexní a nekonvexní mnohoúhelník

Další téma je věnované vnitřním a vnějším úhlům konvexního mnohoúhelníku. Stejně jako na předchozích pracovních listech, i na tomto se obrázek postupně zaplňuje vysunutými pojmy (vnitřní úhly a vnější úhly mnohoúhelníku). K procvičení je určena stránka s interaktivní aplikací Lesson Activity Toolkit Category sort. Jde o třídění jednotlivých úhlů. Žák sám určí, jedná-li se o úhel vnitřní nebo vnější a to posouzením obrázku, který je umístěný na středu listu. Výhodou je následné vyhodnocení užitím tlačítka Check nebo obnovení zadání tlačítkem Reset.

Následující pracovní list je přípravným úkolem pro určení součtu vnitřních úhlů mnohoúhelníku. Studenti mají za úkol spojit bod M , který se nachází různě v mnohoúhelníku, s vrcholy mnohoúhelníku. Dospějí k řešení, že splývá-li bod M s vrcholem mnohoúhelníku, rozdělí se mnohoúhelník na $n-2$ trojúhelníků a součet vnitřních úhlů v trojúhelníku žáci již určit umějí. V následujícím listu je uvedena definice společně s obrázkem a doplňující otázkou k zamyšlení.

Další dvě stránky mají podobná zadání. V prvním případě se jedná o sestavování dvou trojúhelníků, ve druhém o překrývání dvou trojúhelníků. V obou případech jsou použity dva trojúhelníky, které jsou nekonečnými klonovači. V prvním případě mají žáci za úkol ze dvou trojúhelníků sestavit postupně určité mnohoúhelníky. Trojúhelníky jsou pro snazší orientaci vybarvené stejnou barvou, aby vynikl celkový obrys mnohoúhelníku. V druhém příkladu mají studenti určit, které mnohoúhelníky mohou vzniknout průnikem dvou trojúhelníků. Pro snazší orientaci mají trojúhelníky pouze obrysy.



Obrázek 10 Průnik dvou trojúhelníků

V obou případech jsou po straně uvedeny odkazy na stránky obsahující správná řešení úkolů. V tomto případě zasunutí výsledků po straně nebylo možné použít z důvodu překrytí výsledků novými trojúhelníky z klonovačů.

Motivační charakter má hra nazvaná SIM. Jde o propojování bodů dvěma hráči, kteří se střídají. Prohrává hráč, který jako první svými tahy sestrojí trojúhelník.

Závěr podkapitoly je věnován několika příkladům k procvičení.

Pravidelný mnohoúhelník

Dalším tématem mnohoúhelníků je pravidelný mnohoúhelník. Úvodní list obsahuje několik obrázků, které mají žáky navést na vlastnosti tohoto typu mnohoúhelníku. Podle obrázků by žáci měli přijít na základní vlastnosti pravidelných mnohoúhelníků, po vyslovení vlastnosti žák označí obrázek, podle kterého vlastnost poznal, obrázek zmizí a zobrazí se požadovaná definice.

Pro lepší pochopení vlastnosti, zmiňující, že pravidelný mnohoúhelník je složený z n shodných rovnoramenných trojúhelníků, jsou určeny tři pracovní listy. Postupně mají žáci za úkol složit pravidelný trojúhelník, čtyřúhelník a pětiúhelník, ze tří, čtyř, respektive pěti rovnoramenných trojúhelníků. Jednotlivé trojúhelníky jsou uzamčeny pro změnu velikosti, nemůže se proto stát, že by se nesprávnou manipulací obrázek deformoval. Jsou povoleny pouze otáčení a přesun, které jsou ke splnění úkolu nutné.

Konstrukci pravidelných mnohoúhelníků je věnovaná následující stránka. Jedná se o obrázek, na kterém jsou zvýrazněny úsečky, které určují délky jednotlivých pravidelných mnohoúhelníků. Je zde tak znázorněna délka strany pravidelného pětiúhelníku, šestiúhelníku, sedmiúhelníku a desetiúhelníku. Další pracovní list se podrobněji zabývá šestiúhelníkem. Jako možné zpestření hodiny je po straně uveden zlatý řez a jeho spojení s pravidelným pětiúhelníkem. Sestrojení jednotlivých mnohoúhelníků si žáci mohou vyzkoušet v příložených odkazech na nový soubor GeoGebry.

Konvexní čtyřúhelník

Následující podkapitola se zaměřuje na konvexní čtyřúhelníky. V úvodní části se studenti seznamují s dělením konvexních čtyřúhelníků a mají za úkol sami doplnit tabulku dělení. Dospějí tak k závěru, že například čtverec a jemu podobné se umístí dvakrát, tedy jako rovnostranný i jako pravoúhlý. Je na učiteli, aby dohlédl na správnost řešení. Postupně jsou, až na různoběžníky (s výjimkou deltoidu), probrány podrobněji všechny konvexní čtyřúhelníky.

Začíná se lichoběžníky. Na prvním listu je zobrazen lichoběžník, který je doplněn ze stran vysunujícími popisky. Na dalším listu, je stejně jako

u pravidelných mnohoúhelníků, po žácích požadováno, aby s pomocí obrázků uvedli vlastnosti ramen lichoběžníku. Dostávají se tak k pojmům pravoúhlý lichoběžník, rovnostranný lichoběžník a součtu vnitřních úhlů. Speciální stránka je věnována střední příčce lichoběžníku, která obsahuje interaktivní obrázek. Na něm si žáci mohou vyzkoušet vlastnosti střední příčky. Jde o přesouvání úseček, které jsou zvýrazněny šedou, resp. červenou barvou, pro snazší odlišení od zbylých. Dozví se tak, že součet délek základen je roven dvojnásobku délky střední příčky nebo že střední příčka dělí ramena lichoběžníku v polovině. Nechybí ani definice, zasunutá po straně stránky.

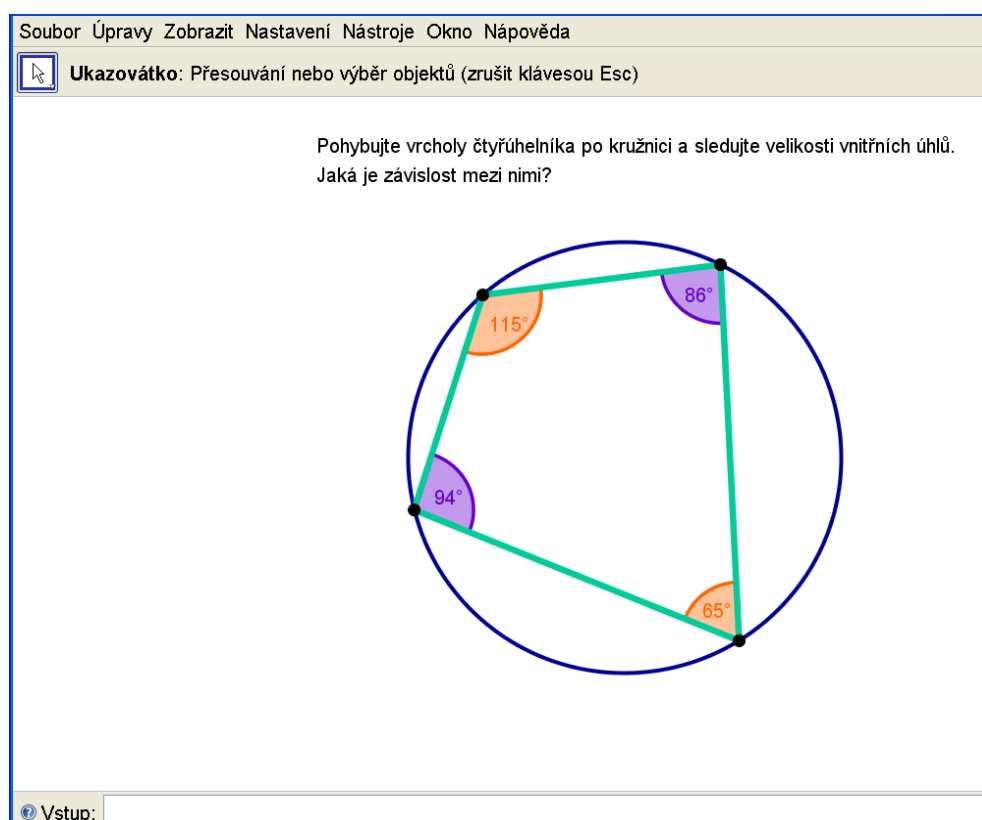
Podobně se pracuje také s rovnoběžníky. Jim je věnován jeden pracovní list, na kterém opět, pomocí obrázku žáci přicházejí na vlastnosti těchto čtyřúhelníků. Dozvědí se tak například o shodnosti úhlů, stran nebo vlastnostech úhlopříček. K procvičení vlastností rovnoběžníků slouží úkol uvedený na dalším pracovním listu. Jedná se o správné přiřazování tvrzení do kolonky „pravda“, resp. „nepravda“. Postupně podle zadání studenti vysunují černé puntíky, které jsou propojeny s tvrzením, po vysunutí je tak tvrzení zobrazeno a žák určí, zda je správné či nikoli. Zasouvání bylo zvoleno z důvodu lepší přehlednosti na stránce a lepší orientace. Učitel dohlíží na správnost odpovědí již během přiřazování. K celkovému zhodnocení je možné využít řešení zasunutá na druhé straně pracovního listu.

Následně je uveden deltoid. Opět mají žáci díky dvojici obrázků uvést některé vlastnosti, jako například kolmost nebo protínání úhlopříček. List je doplněn o odkaz na GeoGebru, ve které je již vytvořený soubor, věnující se deltoиду a jeho speciálním případům. Jedná se o interaktivní odkaz, ve kterém žáci správně manipulují s určenými body tak, aby dospěli ke správným řešením.

Tětivový čtyřúhelník

Další podkapitola je věnovaná tětivovému čtyřúhelníku. Na stránce jsou umístěny tři odkazy na GeoGebru, ve které jsou vypracované motivační úlohy, s kterými žáci manipulují. Jako první je uvedena úloha, ve které studenti manipulují s vrcholy čtyřúhelníku tak, aby se všechny čtyři vrcholy dotýkaly

kružnice, resp. kružnic. Přichází tak k myšlence, že vrcholy tětívového čtyřúhelníku leží na kružnici, která je čtyřúhelníkem opsaná, a strany čtyřúhelníku jsou tětivy. Tyto informace jsou shrnuty a skryty na pracovním listu pod šedým obdélníkem. Druhý odkaz na téže stránce slouží k vizualizaci typů čtyřúhelníků, které jsou tětívové. Manipulací s body tak studenti vytvářejí tětívový různoběžník, rovnoběžník, deltoid i lichoběžník. Výsledek úkolu je opět definován na pracovním listu pod šedým obdélníkem. Ve třetím odkazu se pracuje s vnitřními úhly tětívového čtyřúhelníku, resp. se součtem protějších vnitřních úhlů, který je roven úhlu přímému. Zde si žáci mohou interaktivně manipulovat s vrcholy čtyřúhelníku a zjistit tak tuto zákonitost. Pro snazší orientaci bylo zvoleno zaokrouhlení stupňů na celá čísla a barevné odlišení dvojic úhlů. Opět nechybí definice uvedená na pracovním listu.



Obrázek 11 Tětívový čtyřúhelník

Tečnový čtyřúhelník

Po tětívovém čtyřúhelníku přichází na řadu tečnový čtyřúhelník. Opět jako v předešlém případě, je na stránce několik odkazů na GeoGebru a šedé obdélníky, zakrývající definice, ke kterým studenti sami dospějí. V první odkazované GeoGebře mají žáci za úkol manipulovat s dotykovými body čtyřúhelníku a kružnice a vytvořit tak co nejvíce známých typů čtyřúhelníků. Budou tak schopni zobrazit tečnový čtverec, lichoběžník, kosočtverec nebo deltoid. Správné řešení je možné zobrazit odsunutím šedého obdélníku na pracovním listu. Druhý odkaz je věnovaný další vlastnosti tečnových čtyřúhelníků, konkrétně rovnosti součtu protilehlých stran. V tomto případě jsou sousední strany barevně odlišeny pro snazší orientaci a jsou zobrazeny délky jednotlivých stran. Pracovní list je na konci doplněn závěrečnou otázkou, jejíž řešení je skryté pod posledním šedým obdélníkem.

Obvod a obsah mnohoúhelníků

Poslední téma se věnuje obvodu a obsahu mnohoúhelníků. Na úvodním pracovním listu žáci manipulují s dvěma objekty tak, aby vznikl pokaždé jiný mnohoúhelník. Vždy mají určit jeho obvod a obsah. Zjistí, že obvod se na rozdíl od obsahu mění. Objekty jsou uzamčeny pro změnu velikosti, povolen je přesun a otáčení objektů. Po straně nechybí příklad řešení i definice obvodu a obsahu. Na následující stránce je zobrazeno několik nejdůležitějších mnohoúhelníků. Je na žácích, aby doplnili obrázek o popisky, potřebné k určení obvodu a obsahu. Například u trojúhelníku se tedy jedná o strany trojúhelníku a výšku. Poté mají za úkol pod každý obrázek napsat vzorce pro obvody a obsahy jednotlivých mnohoúhelníků. Každý objekt je doplněn o odkaz na jinou (zmenšený mnohoúhelník s otazníkem, umístěný vedle vzorců) stránku věnovanou konkrétnímu mnohoúhelníku, na které je uveden jak obvod, tak obsah. V některých případech i odvození obsahu pomocí obrázků, zasunutých po straně listu. Je nutné, aby se pro vrácení na stránku věnovanou obvodům a obsahům mnohoúhelníků, použilo tlačítko *Zpět*, umístěné na pracovním listu v levé horní části.

K procvičení slouží následující pracovní listy. První tři jsou identické, liší se pouze zadanými údaji. Žákovým úkolem je složit z trojúhelníků takový mnohoúhelník, aby splňoval zadaná kritéria. Je zadán obsah a obvod mnohoúhelníku, který má vzniknout a je na studentovi, aby z uvedených délek trojúhelníku vypočítal obsah jednoho trojúhelníku a na základ toho určil, kolik trojúhelníků bude k vytvoření mnohoúhelníku potřebovat. Poté začíná fáze skládání trojúhelníku tak, aby vznikl mnohoúhelník takový, který má požadovaný obvod. Pro ztížení úkolu je uveden vždy pouze jeden trojúhelník, který je nekonečným klonovačem. Je tedy nutné zjistit, kolik trojúhelníků k sestavení bude třeba. Po straně je zasunuto správné řešení.

Následující stránka obsahuje opět příklad k procvičení. Jedná se o úkol, ve kterém mají studenti zvětšovat ohradu. Pro lepší názornost jsou veškeré obrázky umístěné na pracovním listu pohyblivé. Žák si tak s nimi může manipulovat a snáze tak zjistit správnou odpověď. Stejně je koncipován i další list, na kterém je uvedeno několik příkladů, které slouží k procvičení probrané látky.

Jeden z nejstarších mechanických hlavolamů, tangram byl námětem k vytvoření dalšího pracovního listu. Úkolem je z uvedených trojúhelníků a čtyřúhelníků sestavit čtverec. Navíc jsou na jednom z trojúhelníků uvedeny délky dvou stran, po žácích se proto požaduje, aby po sestavení čtverce, doplnili délky všech ostatních stran trojúhelníků a čtyřúhelníků. K tomu si mohou dopomoci i přesouváním a poměřováním jednotlivých dílků. Po straně je uvedeno správné sestavení čtverce, s údaji o délkách stran. Tangramu se věnuje i další stránka, která celou kapitolu mnohoúhelníku uzavírá. Opět se jedná o skládání dílků do různých, předem určených, tvarů. Student má sestavit některý z útvarů, uvedených po straně. Navíc jsou dílky označeny délkami a po sestavení má žák za úkol určit obvod vzniklého mnohoúhelníku. Správné řešení, jak seskládat dílky je pokaždé zasunuté po straně, vedle zadání.

4.4.6 Obvod a obsah kruhu

Tato kapitola je posledním tématem. Školní vzdělávací program školy jako výsledky vzdělání v této oblasti uvádí to, že žák definuje kružnice a vypočítá obvod a obsah.

Obsah:

- Kruh
- Obvod kruhu
- Obsah kruhu
- Části kruhu

Kruh

V úvodu se žáci seznamují s rozdíly mezi kruhem a kružnicí. Nejprve mohou vlastními slovy popsat jednotlivé odlišnosti, poté vysunutím po stranách schovaných definic zobrazit jejich přesná znění. Na pracovním listu je také uvedena otázka k zamyšlení, týkající se délky kružnice a obvodu kruhu.

Následně jsou shrnuty základní pojmy týkající se kruhu, mezi které patří střed kruhu, poloměr, hranice kruhu, vnitřní a vnější oblast. Opět si studenti mohou nejprve sami určit, kde se jednotlivé části nacházejí. Nakonec vytažením postranních zasunutých definic na svá místa jednoznačně určí, kde se objekty v kruhu nacházejí.

Obvod kruhu

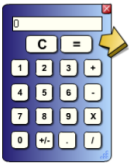
Následující stránka, obsahuje jedinou úlohu, sloužící k vytvoření pojmu Ludolfova čísla π . V ní mají studenti za úkol ve svém okolí nalézt kruhové objekty (propisky, lahve, hodiny...), které mají pomocí například provázku a pravítka změřit. Určí tak obvod předmětů a díky pravítku změří jejich průměr. Získané hodnoty zapíší do připravené tabulky. Dalším úkolem je pomocí interaktivní kalkulačky vypočítat podíl ze získaných údajů, který zaznamenají do tabulky. Tímto způsobem se dostanou k přibližné hodnotě čísla π . Po vysunutí závěru, umístěného po straně listu, je definováno π . Závěr navíc obsahuje odkaz




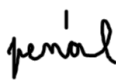
na jiný pracovní list, na kterém se mohou žáci dozvědět bližší informace a zajímavosti, týkající se Ludolfova čísla, jako například jeho prvních tisíc míst nebo mnemotechnické pomůcky pro snadnější zapamatování.

Kolikrát je obvod kruhu (délka kružnice) větší než průměr.


Zvol si vhodný předmět (např. láhev, propiska, hodiny...) a pomocí provázku a pravítka změř potřebné rozměry. Vše zapiš do tabulky.

Ber v úvahu, že měření není 100% přesné.



	láhev 	hodiny 	propiska 	penal 
průměr	5,6	25,1	1,1	5,3
obvod	19,1	78,2	3,7	17,2
závěr	3,41	3,11	3,36	3,24

Závěr Poměr délky kružnice (obvodu kruhu) a průměru je **stejný**.
Označujeme ho $\pi \doteq 3,14$. ?



Obrázek 12 Obvod kruhu

Na předchozí pracovní list volně navazuje následující stránka, která zavádí vzorec pro obvod kruhu, resp. délku kružnice. Vzhledem k předchozím získaným znalostem by žáci měli být schopni odvodit vzorec pro výpočet obvodu kruhu, pomocí Ludolfova čísla a průměru. Pro upřesnění je správný vzorec zasunutý na straně. Stránka obsahuje odkaz na GeoGebru, ve které je studentům přiblížena návaznost mezi obvodem pravidelného n -úhelníku a kruhu. Pomocí posuvníku je možné měnit počet stran n -úhelníku a přibližovat se tak k samotnému kruhu. Žáci mohou vidět, že u 50-ti úhelníku je rozdíl nepatrný.

Několik následujících pracovních listů je věnovaných procvičování obvodu kruhu. Dvě stránky obsahují vždy několik příkladů, které žáci samostatně vypracují do sešitu. Další listy obsahují vždy po jednom úkolu, který je doplněn o upřesňující obrázek, který žákům napoví nebo do kterého studenti zaznamenají získané údaje a podobně. Žáci mohou pracovat s interaktivním pravítkem,

kalkulačkou nebo hodinami, na kterých musí správně nastavit ručičky a určit jejich dráhu.

Obsah kruhu

Další podkapitola se zabývá obsahem kruhu. Na úvodním listu mají studenti za úkol z kruhu, který je složen z dvanácti kruhových výsečí, složit přibližný rovnoběžník. Obsah rovnoběžníku již žáci umí určit, proto je pro ně takové znázornění pochopitelnější. Je na učiteli, aby studentům vysvětlil, že na čím více kruhových výsečí kruh rozdělíme, tím přesněji bude složením vzniklý rovnoběžník vypadat. Po složení mají studenti za úkol popsat délky jednotlivých stran na základě předešlých znalostí (délky poloměru a obvodu kruhu). Díky převedení kruhu na rovnoběžník mohou žáci snadněji odvodit obsah kruhu pomocí obsahu rovnoběžníku. Správně sestavený a označený rovnoběžník je zasunutý po straně listu, stejně jako po straně skrytý vzorec pro obsah kruhu.

Podobně jako v předcházející podkapitole, i na následujících stránkách jsou uvedeny příklady k procvičení. Zpočátku vždy několik na jednom pracovním listu, poté je každému příkladu věnována samostatná stránka, která je doplněna o obrázek. Využit žáci mohou interaktivní kalkulačku.

Části kruhu

Poslední téma věnované kruhu, jsou části kruhu, mezi které patří kruhová výseč, kruhová úseč, mezikruží a výseč mezikruží. Na úvodní stránce mají studenti za úkol správně přiřadit výše zmíněné termíny k jednotlivým obrázkům. Podle názvů by žáci měli být schopni správného doplnění. Je na učiteli, aby dohlížel na správnost řešení. Na následujících čtyřech pracovních listech se studenti seznamují s jednotlivými pojmy. Pokaždé je obrázek doplněný o definici vztahující se k danému termínu, nechybí ani doplňující otázky pro žáky.

K procvičení jsou určeny následující pracovní listy. První obsahuje aplikaci Lesson Activity Toolkit Multiple choice.

25 z 33

Next

Kruhová výseč příslušná pravému úhlu je:

A třetinovým obsahem celého kruhu

B čtvrtkruh

C nemá zvláštní označení

D půlkruh

Obrázek 13 Lesson Activity Toolkit Multiple choice

Jedná se o kladení otázek se čtyřmi možnými odpověďmi, z nichž je vždy jedna odpověď správná. Krátký kvíz, obsahující čtyři otázky, tak prověří, zda žáci tématu porozuměli. Další stránky obsahují příklady k procvičení. Některé jsou určené k samostatné práci do sešitu, jiné vyžadují práci studentů s interaktivní tabulí.

4.5 Implementace v praxi

Završením celé této práce bylo vyzkoušení pracovních listů v praxi na střední odborné škole v Českých Budějovicích. Konkrétně se jednalo o Vyšší odbornou, Střední a průmyslovou školu automobilní a technickou. Cílem bylo zjistit, zda je soubor pracovních listů vhodný pro výuku na daném typu školy.

Během vytváření pracovních listů probíhala spolupráce s vyučující z praxe. Na základě odborných konzultací se materiály postupně dotvářely. Díky spojení nového přístupu a letitých zkušeností z praxe Mgr. Renaty Fyrbachové, vznikla sada pracovních listů, které by měly odpovídat požadavkům učitelů při výuce planimetrie.

Tento předpoklad byl vyzkoušen v praxi během výuky. Z důvodu rozsáhlosti tématu, byl jako zkušební vzorek pro reálnou výuku, vybrán obvod a obsah mnohoúhelníků. Výuka probíhala v počítačové učebně s využitím interaktivní tabule. Při výuce byla přítomna také vyučující, Mgr. Fyrbachová, která danou třídu vede v běžných hodinách matematiky. Díky tomu bylo dosaženo zpětné reflexe, neboť mohla porovnat jednotlivé aspekty výuky jako například chování žáků, jejich pozornost, aktivní zapojení, produktivita a jiné.

Jako pozitiva výuky planimetrie s využitím těchto pracovních listů na interaktivní tabuli, byla vyhodnocena zvýšená pozornost žáků. Nelze však vyloučit možnost, že tato pozornost byla způsobena první zkušeností s výukou matematiky na interaktivní tabuli. Dále bylo vyzdviženo aktivnější zapojení studentů do výuky a lepší názornost probíraných pojmů.

Jako hlavní negativum byl zmíněn fakt, že daná škola nedisponuje velkým množstvím interaktivních tabulí, což ovšem může být pouze krátkodobý handicap. Podobně je třeba zmínit také skutečnost, že interaktivní tabule, která byla na dané škole k dispozici, nebyla zcela kompatibilní s programem SMART Notebook, ve kterém byly vytvořeny výše prezentované pracovní listy. Tento problém se však podařilo vyřešit, díky možnosti spustit program SMART Notebook přímo v internetovém prohlížeči. Obecně je možné říct, že nekompatibilita jednotlivých

programů pro používání interaktivních tabulí, je jednou z největších obtíží, se kterou se v praxi můžeme setkat.

Vyučující byla s materiály spokojena a v budoucnu, pokud bude možnost práce s interaktivní tabulí, je bude využívat.

5 Závěr

Vytvořením sady interaktivních pracovních listů, sloužících k výuce vybraných témat planimetrie na středním odborném učilišti, byl splněn hlavní cíl této diplomové práce. Spolu s materiály obsahuje práce stručný manuál pro učitele, jehož vytvoření patřilo k dílčím cílům práce.

Vytvořením uceleného systému pracovních listů, zaměřených na vybraná témata planimetrie, se otevírají další možnosti pro využívání interaktivních tabulí, které se v současné době hojně rozšiřují. Studenti tak mají možnost aktivnějšího zapojení do vyučovacího procesu, rozvíjení kreativity a tvořivosti.

Díky vyzkoušení v praxi a zpětné vazbě vyučující z praxe, byl splněn cíl vytvoření ucelených a funkčních pracovních listů, zaměřených na vybraná planimetrická témata.

6 Seznam literatury

- [1] BĚLOUN, František. *Sbírka úloh z matematiky: pro základní školu*. Praha: Prometheus, 2001. ISBN 80-7196-104-3.
- [2] FRÝZEK, Miloslav. *Sbírka úloh z matematiky pro bystré hlavy*. Praha: Fortuna, 1992. ISBN 213010024.
- [3] HOŠPESOVÁ, Alena, Nad'a STEHLÍKOVÁ a Marie TICHÁ. *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2007. ISBN 978-80-7394-052-2.
- [4] KUŘINA, František. *Deset pohledů na geometrii*. Praha: Matematický ústav AV ČR, 1996. ISBN 213040020.
- [5] KUŘINA, František. *Umění vidět v matematice*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1990. ISBN 213040048.
- [6] LUHAN, Emanuel. *Didaktika matematiky I*. České Budějovice: Pedagogická fakulta JU, 1979. ISBN 80-7040-036-6.
- [7] PETTY, Geoffrey. *Moderní vyučování: praktická příručka*. Praha: Portál, 1996. ISBN 80-7178-070-7.
- [8] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*. Praha: Prometheus, spol. s. r. o., 2000. ISBN 80-7196-174-4.
- [9] POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 213010028.
- [10] SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika*. Praha: ISV, 1999. ISBN 80-85866-33-1.
- [11] VANÍČEK, Jiří. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2009. ISBN 978-80-7290-394-8.
- [12] ZELINKA, Bohdan. *Matematika hrou i vážně*. Praha: Mladá fronta, 1979. ISBN 213010011.

[13] KUBÁT, Josef. Sbíрка úloh z matematiky pro přípravu k maturitní zkoušce a k přijímacím zkouškám na VŠ. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-298-4.

Internetové zdroje

[14] BLAŽKOVÁ, Růžena a Irena SYTAŘOVÁ. Několik poznámek k didaktice matematiky. In: *Pedagogická fakulta MU* [online]. [cit. 2013-04-13]. Dostupné z: www.ped.muni.cz/wmath/Staff/Blazkova_Ruzena/clanekCPV.doc

[15] BURIÁNEK, J. Interaktivní metody výuky. Internetový portál Varianty – vzdělávací program společnosti Člověk v tísni. [on-line] 2009, Dostupné z [www: http://www.varianty.cz/download/pdf/texts_36.pdf](http://www.varianty.cz/download/pdf/texts_36.pdf)

[16] DOSTÁL, Jiří. Interaktivní tabule ve výuce. *Časopis pro technickou a informační výchovu*. 2009, č. 3. DOI: 1803-537X. Dostupné z: http://www.jtie.upol.cz/clanky_3_2009/dostal.pdf

[17] Druhy interaktivních tabulí. PEDAGOGICKÁ FAKULTA ZČU. *Centrum Didaktických a Multimediálních Výukových technologií* [online]. 2012 [cit. 2013-04-10]. Dostupné z: [http://www.cdmvt.cz/node/311#Druhy_interaktivních_tabulí](http://www.cdmvt.cz/node/311#Druhy_interaktivnich_tabuli)

[18] Fraktální geometrie - Fraktály. Fractals [online]. [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: <http://www.fractals.webz.cz/fraktalygeo.htm>

[19] GeoGebra. [online]. [cit. 2013-04-10]. Dostupné z: <http://www.geogebra.org/cms/cs/info>

[20] [Interaktivní tabule v roce 2011. ALBATROS MEDIA A.S. *Česká škola* [online]. 2011 [cit. 2013-04-10]. Dostupné z: <http://www.ceskaskola.cz/2011/02/jan-wagner-interaktivni-tabule-v-roce.html>

[21] KAFKOVÁ, Marika. *Interaktivní metody ve výuce matematiky* [online]. Brno, 2010 [cit. 2013-04-10]. Dostupné z: http://is.muni.cz/th/183126/prif_d/Disert.prace-Kafkova.pdf?lang=en. Disertační práce. Masarykova univerzita.

[22] KOČOVÁ, Kamila. Délka kružnice, obvod kruhu. In: Metodický portál RVP [online]. 2011 [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: <http://dum.rvp.cz/materialy/delka-kruznice-a-kruhoveho-oblouku.html>

- [23] MALÁ, Jana. Úhly a úhliky. In: Metodický portál RVP [online]. 2009 [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: <http://dum.rvp.cz/materialy/uhly-uhliky.html>
- [24] Matematika pro všechny [online]. [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: <http://home.pf.jcu.cz/~math4all/>
- [25] MUŽÍKOVÁ, Kamila. Shodnost. In: Metodický portál RVP [online]. 2008 [cit. 2013-04-12]. Dostupné z: <http://dum.rvp.cz/materialy/shodnost-trojuhelniku.html>
- [26] Pascalův trojúhelník. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-, 9. 3. 2013 [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Pascal%C5%AFv_troj%C3%BAheln%C3%ADk
- [27] Penroseův trojúhelník. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-, 8. 3. 2013 [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Penrose%C5%AFv_troj%C3%BAheln%C3%ADk
- [28] Pi (číslo). In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-, 7. 3. 2013 [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/P%C3%AD_\(%C4%8D%C3%ADslo\)](http://cs.wikipedia.org/wiki/P%C3%AD_(%C4%8D%C3%ADslo))
- [29] Rámcový vzdělávací program. *Metodický portál RVP* [online]. 2007 [cit. 2013-04-10]. Dostupné z: <http://zpd.nuov.cz/RVP/H/RVP%202368H01%20Mechanik%20opravar%20motorovych%20vozidel.pdf>
- [30] Shodnost trojúhelníků I. *Www.realisticky.cz* [online]. [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/ucebnice/01%20Matematika%20S%C5%A0/03%20Planimetrie/02%20Z%C3%A1kladn%C3%AD%20planimetrick%C3%A9%20v%C4%9Bty/01%20Shodnost%20troj%C3%BAheln%C3%ADk%C5%AF%20I.pdf>
- [31] Úhel a jeho vlastnosti. Matematika pro matematické (I JINÉ) třídy FZŠ Brdičkova [online]. 2012 [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: http://matikabrdickova.sweb.cz/soubory_PDF/6/6_Uhel_a_jeho_velikost.pdf
- [32] Výsledky mezinárodních šetření PIRLS 2011 a TIMSS 2011. *Česká školní inspekce ČR* [online]. 2012 [cit. 2013-04-10]. Dostupné z:

http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Projekty-ESF/Zverejneni-vysledku-mezinarodnich-setreni-PIRLS-20/Tisk_zprava-TIMSS-a-PIRLS.pdf

- [33] ZORAN, Bohouš. Geometrie živě: Čtyřúhelníky. Matematická sekce: Matematicko-fyzikální fakulta Univerzita Karlova v Praze [online]. 2004 [cit. 2013-04-11]. Dostupné z: <http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/cabri/main.php?Kapitola=ctyruhelnyky>

7 Přílohy

7.1 Školní vzdělávací program - Matematika

Celkový počet vyučovacích hodin za studium: 160 hodin

Počet týdenních vyučovacích hodin pro jednotlivé ročníky: $2+1,5+1,5 = 5$

Pojetí vyučovacího předmětu:

a) Obecné cíle vyučovacího předmětu

- přispívat k formování všestranně rozvinutého člověka, k rozvoji rozumové a mravní výchovy, vést k důslednosti a přesnosti
- vychovávat přemýšlivého člověka, který umí matematiku používat jak v odborném vzdělání, tak v osobním životě
- posilovat důvěru žáka ve vlastní schopnosti, vytrvalost a kritičnost
- získávat pozitivní postoj k matematickému vzdělání

b) Charakteristika učiva

- využívání matematických poznatků v praktickém životě
- matematizace jednoduchých reálných situací
- orientování se v matematickém textu a porozumění zadané úloze
- vyhodnotit informace kvantitativního charakteru získané např. z grafů, tabulek
- efektivní numerické počítání
- pamětní znalost vzorců, názvů, vět atd.
- používání a převádění běžných jednotek

c) Cíle vzdělání v oblasti postojů, citů, hodnot a preferencí:

Vzdělávání v předmětu matematika směřuje k tomu, aby žáci dovedli (získali):

- využívat matematických vědomostí a dovedností v praktickém životě při řešení běžných situací vyžadujících efektivní způsoby výpočtů
- logické uvažování a poznatky o geometrických útvech
- samostatně aplikovali matematické znalosti a dovednosti v odborné složce vzdělávání
- analyzovat, matematizovat a algoritmizovat reálné situace
- pracovat s matematickými modely a vyhodnotit výsledky řešení vzhledem k realitě a odhadnout jejich důsledky pro své okolí
- zkoumat a řešit praktické problémy, vést o nich a o výsledcích jejich řešení diskuse
- číst s porozuměním matematické texty, vyhodnotit informace získané z různých pramenů – grafů, diagramů, tabulek, internetu

- přesně a precizně se matematicky vyjadřovat a formulovat své myšlenky
- používat pomůcek, odborné literatury, internetu PC, kalkulačtoru, rýsovacích potřeb, tabulek
- pozitivní postoj k matematice a zájem o ni a o její aplikace
- motivaci k celoživotnímu vzdělávání
- důvěru ve vlastní schopnosti a dovednosti
- preciznost při své práci

d) Výuková strategie

- výklad, rozhovor, diskuse se současnou demonstrací na příkladech
- cvičení – zápis a provádění výpočtů, doplňování
- vyvozování poznatků a jejich aplikace - samostatná práce žáků, skupinová práce, učení druhých
- názorné pomůcky, např. modely, transparenty, výukové programy, podle možností i prostředky ICT procvičování učiva

e) Hodnocení výsledků žáků

- ověřování znalostí ústním i písemným zkoušením
- samostatné práce žáků
- tématické písemné práce
- pololetní celohodinové písemné práce
- zohledňuje se i grafická úprava a aktivní práce v hodinách

f) Přínos předmětu k rozvoji klíčových kompetencí a průřezových témat

Komunikativní kompetence, sociální kompetence – pracovat samostatně i v týmu, řešit samostatně problémy (plánovat, provádět a kontrolovat činnost, porozumět úkolu a určit jádro problému), aplikovat základní matematické postupy při řešení praktických úkolů (zvolit odpovídající matematické postupy a techniky, využívat různé formy grafického znázornění, převody jednotek, odhad výsledků).

Průřezová témata:

Člověk a svět práce a Člověk a životní prostředí - řešení příkladů s tematikou obsaženou v jednotlivých ročnících.

Občan v demokratické společnosti - snaha o rozvoj osobnosti žáků vzhledem k profesnímu uplatnění

- rozvoj matematických dovedností a jejich využití hlavně v odborných předmětech, příp. v praxi

- využití početních dovedností při ekonomických výpočtech, např. výpočet hrubé a čisté mzdy, sociálního a zdravotního pojištění, DPH, výsledků hospodaření, odpisů dlouhodobého majetku atd.

Rozpis učiva a realizace kompetencí

Výsledky vzdělávání a kompetence	Učivo – 1. ročník
<p>Žák:</p> <ul style="list-style-type: none"> • provádí aritmetické operace s přirozenými a celými čísly • určí násobky a dělitele čísla, zná znaky dělitelnosti, určí prvočíslo a číslo složené • používá různé zápisy racionálního čísla • provádí aritmetické operace se zlomky a desetinnými čísly • zaokrouhlí desetinné číslo • znázorní reálné číslo na číselné ose • převádí jednotky délkové, plošné i objemové • využívá v aplikovaných úlohách výpočet hmotnosti, rychlosti, tlaku, síly atd. • zapíše a upraví daný poměr, rozdělí základ v daném poměru, používá poměr při práci s měřítky na výkresech, plánech atd. • chápe úměru jako rovnost dvou poměrů • vypočítá neznámý člen úměry • používá trojčlenku a řeší praktické úlohy s využitím procentového počtu a poměru 	<p>1. Operace s reálnými čísly</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Přirozená a celá čísla ▪ Racionální čísla ▪ Reálná čísla ▪ Poměr a procenta

<ul style="list-style-type: none"> • používá číslo ve tvaru $a \cdot 10^n$ • určí druhou a třetí mocninu pomocí kalkulátoru • provádí početní výkony s mocninami s celočíselným mocnitelem <ul style="list-style-type: none"> • určí výraz, sestaví výraz s proměnnou • sčítá, odčítá, násobí mnohočleny • zvládá vytýkání před závorku • zná z paměti vzorce $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$ a umí je použít • rozliší mnohočlen a lomený výraz • určí podmínky, za kterých má lom. výraz smysl • zvládá rozšiřování a krácení lom. výrazů • provádí početní operace s lom. výrazy • zjednoduší a upraví složený zlomek 	<p>2. Mocniny a odmocniny</p> <p>3. Výrazy a jejich úpravy</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Pojem jednočlenu a mnohočlenu ▪ Lomené výrazy
---	--

Výsledky vzdělávání a kompetence	Učivo – 2. ročník
<p>Žák:</p> <ul style="list-style-type: none"> • rozpozná rovnici • používá ekvivalentní úpravy • ověří, zda dané číslo je kořenem rovnice • ověří správnost řešení zkouškou • pomocí vhodných úprav převede rovnici s neznámou ve jmenovateli na rovnici lineární • používá lineární rovnice k řešení slovních úloh • vyjádří jakoukoli neznámou ze vzorce 	<p>1. Řešení rovnic a nerovnic v množině \mathbb{R}</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Lineární rovnice o jedné neznámé ▪ Vyjádření neznámé ze vzorce

<ul style="list-style-type: none"> • řeší jednoduché nerovnice a soustavy nerovnic a výsledky zapíše jako interval a graficky znázorní • řeší kvadratické nerovnice • užívá pojmy a vztahy: bod, přímka, rovina, úsečka, její délka, úhel a jeho velikost • rozliší různé druhy rovnoběžníků a lichoběžníků, určí jejich obvod a obsah • sestrojí trojúhelník, rozliší shodné a podobné trojúhelníky, používá věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků • aplikuje vlastnosti stran, vnitřních a vnějších úhlů trojúhelníka ve výpočtech • vypočítá obvod a obsah trojúhelníka • aplikuje Pythagorovu větu, používá ji v praktických úlohách • chápe význam goniometrických funkcí ostrého úhlu, určí hodnoty goniom. funkcí pomocí tabulek nebo kalkulátoru, určí velikost úhlu a používá goniom. funkce při výpočtu jednoduchých praktických úloh • vybere mnohoúhelník, charakterizuje ho a řeší pravidelné mnohoúhelníky • definuje kružnice, vypočítá obvod a obsah 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nerovnice a jejich soustavy ▪ Kvadratické rovnice 2. Planimetrie ▪ Základní pojmy ▪ Rovnoběžníky, lichoběžníky ▪ Trojúhelníky ▪ Pravoúhlý trojúhelník ▪ Pravidelné mnohoúhelníky ▪ Kružnice
--	--

Výsledky vzdělávání a kompetence	Učivo – 3. ročník
<p>Žák:</p> <ul style="list-style-type: none"> • zvolí vhodnou soustavu souřadnic a zobrazí v ní bod, určí souřadnice zobrazeného bodu • z tabulky, grafu a z předpisu rozhodne, zda se jedná o funkci, z grafu určí def. obor a obor hodnot funkce, určí funkci rostoucí, klesající • určí, zda číslo patří do def. oboru • rozhodne, zda dané body náleží grafu funkce nebo zda dané body určují graf • určí, zda se jedná o lineární funkci, konstantní funkci nebo přímou úměrnost, určí koef. přímé úměrnosti, sestrojí jejich grafy • určí nepřímou úměrnost, její koeficient a sestrojí graf • ovládá praktické využití funkcí • ovládá velikost úhlu v obloukové míře • určuje velikosti základních úhlů na jednotkové kružnici • určí vzájemnou polohu bodů, přímek a rovin • rozlišuje základní tělesa a vypočte jejich povrch a objem • znalosti aplikuje na praktických úlohách např. výpočet objemu, spotřeba materiálu na výrobu těles (nádoby, střechy, různé výrobky daného tvaru), hmotnosti 	<p>1. Funkce</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Základní pojmy ▪ Lineární funkce, přímá úměrnost, funkce konstantní ▪ Nepřímá úměrnost ▪ Kvadratická funkce ▪ Goniometrické funkce obec. úhlu ▪ Jednotková kružnice <p>2. Výpočet objemů a povrchů těles</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Základní polohové a metrické vlastnosti ▪ Základní tělesa <ul style="list-style-type: none"> Krychle, kvádr Pravidelný hranol Válec Pravidelný jehlan Rotační kužel Koule

- vyhledává, vyhodnocuje a zpracuje data
- porovnává soubory dat
- interpretuje údaje vyjádřené v diagramech, grafech a tabulkách
- určí četnost znaku a aritmetický průměr

3. Práce s daty

7.2 Tématický plán – Matematika

Ročník: druhý

Obor: Autoelektrikář

1,5 hod/týden – 48 hod/šk.rok

Šk. rok 2010/2011

Tématický celek - téma	Hod.	Poznámky
Seznámení s plánem učiva, hodnocení	1	
I.OPAKOVÁNÍ UČIVA Z PRVNÍHO ROČNÍKU		
II.ROVNICE A NEROVNICE	20	
Lineární rovnice		
Ekvivalentní úpravy rovnic		
Řešení lineárních rovnic		
Soustavy dvou rovnic o dvou neznámých		
Lineární nerovnice		
Ekvivalentní úpravy nerovnic		
Kvadratické rovnice		
Slovní úlohy		
Shrnutí učiva, procvičování		
III.PLANIMETRIE	20	
Trojúhelníky		
Úhel, měření úhlu		
Shodnost a podobnost trojúhelníků		
Pythagorova věta a její využití		
Trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku		

Obvod a obsah mnohoúhelníku		
Obvod a obsah kruhu		
Řešení úloh z praxe	3	
Souhrnná cvičení		
IV.PÍSEMNÉ PRÁCE A JEJICH ANALÝZA	4	
	48	

Podklady pro klasifikaci za 1 pololetí:

1 písemná práce, 50% pís. prověrek , 1 ústní zkoušení, aktivita

Vypracoval: Renata Fyrbachová