



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV PROCESNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF PROCESS ENGINEERING

# MODELOVÁNÍ PŘÍRUBOVÝCH SPOJŮ TLAKOVÝCH ZAŘÍZENÍ

MODELLING OF PRESSURE EQUIPMENT BOLTED FLANGE CONNECTIONS

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Matyáš Kolátor

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Tomáš Létal, Ph.D.

BRNO 2020

# Zadaní bakalářské práce

Ústav:	Ústav procesního inženýrství
Student:	<b>Matyáš Kolátor</b>
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	<b>Ing. Tomáš Létal, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## **Modelování přírubových spojů tlakových zařízení**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Téma je zaměřeno na výpočtové modelování přírubových spojů. Student si při řešení prohloubí schopnosti aplikace modelů pružnosti na praktickém příkladu. Nabyté znalosti je možné využít pro snazší orientaci ve výpočtech přírubových spojů podle norem i při dalším rozvíjení výpočtových metod.

### **Cíle bakalářské práce:**

Seznámení se se silovými poměry v přírubových spojích při montáži i při provozu.

Výběr elementárních těles pružnosti vhodných pro popis mechanického chování přírubového spoje.

Sestavení výpočtového modelu.

Demonstrace modelu na vybraných příkladech.

### **Seznam doporučené literatury:**

Gasket Handbook [online]. 2017 [cit. 2019-09-18]. Dostupné z: <http://www.fluidsealing.com/publication-downloads/FSA%20Gasket%20Handbook%20-%20June%202017.pdf>

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Petr Stehlík, CSc., dr. h. c.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Bakalářská práce se zabývá výpočtovým modelováním přírubových spojů. Přírubový spoj je díky své rozebíratelnosti často využívaným spojem potrubních systémů či tlakových nádob. Pro správnou funkčnost spoje je nutné zajistit zejména potřebnou těsnost. Aby bylo možné těsnost popsat, je nutné znát napětí a deformace ve všech částech spoje. V současné době jsou často výpočtové modely na vysoké úrovni přesnosti, na druhou stranu aby této přesnosti dosáhli jsou zatíženy velkým množstvím korekcí, ve kterých se může snadno ztratit původní model vycházející z tělesa pružnosti pevnosti. Cílem bakalářské práce je sestavení výpočtových modelů na základě těles pružnosti pevnosti. Výpočtové modely jsou sestavovány tak, aby v nich byla ilustrována aplikace znalostí z pružnosti pevnosti. Na konci práce budou shrnuty a porovnány výsledky při použití různých těles pružnosti pevnosti.

## **Abstract**

The bachelor thesis deals with computational modeling of flange connections. Due to its separability, bolted flange connections are a frequently used in piping systems or pressure vessels. For the right functionality of the connection, it is necessary to ensure the required tightness. In order to be able to describe the tightness, it is necessary to know the stresses and deformations in all parts of the connection. These days, standard calculation methods are at a high level of accuracy, on the other hand, in order to achieve this accuracy, they have to follow a lot of corrections, in which the original model based on the strength of material theory should be lost. The aim of bachelor thesis is to create computational models based on the strength of materials theory. Computational models are created to illustrate the application of strength of materials theory. At the end of the thesis, the results using several models will be summarized and compared.

## **Klíčová slova**

Přírubový spoj, těsnost, vnitřní tlak média, výpočtové modelování, pružnost pevnost, Python

## **Keywords**

Flange connection, tightness, inner medium pressure, computational modeling, strength of materials, Python



## **Bibliografická citace dle ČSN ISO 690**

Tištěná verze:

KOLÁTOR, Matyáš. *Modelování přírubových spojů tlakových zařízení*. Brno, 2021.  
Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132431>. Bakalářská práce.  
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav procesního inženýrství.  
Vedoucí práce Tomáš Létal.

Online verze:

KOLÁTOR, Matyáš. *Modelování přírubových spojů tlakových zařízení* [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-05-19]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132431>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav procesního inženýrství. Vedoucí práce Tomáš Létal.



## **Poděkování**

Rád bych tímto poděkoval vedoucímu své práce Ing. Tomáši Létalovi, Ph.D. za cenné rady, ale také za vstřícnost a profesionální přístup při společných konzultacích.





## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou práci vypracoval samostatně za pomoci vedoucího práce Ing. Tomáše Létala, Ph.D. a citované literatury.



## Obsah

1. Úvod .....	3
2. Přírubový spoj .....	4
2.1. Normy přírubových spojů .....	8
2.2. Řešený přírubový spoj.....	13
2.3. Parametry výpočtu .....	15
3. Předpoklady výpočtového modelování .....	17
4. Vizualizace výsledků.....	18
4.1. Python .....	18
5. První model .....	20
5.1. Volba velikosti síly předpětí .....	22
5.2. Montážní stav .....	24
5.3. Provozní stav .....	28
5.4. Deformovaný tvar .....	30
5.5. Hodnoty deformací a napětí .....	33
6. Druhý model.....	34
6.1. Osově symetrické těleso.....	35
6.2. Bezmomentová skořepina .....	42
6.3. Řešení modelu.....	45
6.4. Deformovaný tvar .....	48
6.5. Grafické závislosti.....	52
6.6. Hodnoty deformací a napětí .....	54
7. Třetí model .....	55
7.1. Válcové těleso .....	55
7.2. Momentová skořepina.....	57
7.3. Řešení modelu.....	59
7.4. Deformovaný tvar .....	63
7.5. Grafické závislosti.....	67
7.6. Hodnoty deformací a napětí .....	69
8. Porovnání výsledků .....	70
9. Závěr.....	71
10. Bibliografie .....	72
11. Seznam použitých zkratk a symbolů.....	73

12.	Seznam příloh .....	75
-----	---------------------	----

# 1. Úvod

Přírubové spoje jsou častým spojovacím prvkem v potrubních systémech nebo tlakových nádobách. Hlavní výhodou přírubových spojů je rozebíratelnost, naopak hlavní nevýhodou je komplikovaný výpočet pro zajištění požadovaných procesních parametrů. V prvních kapitolách práce je popsán přírubový spoj a normy, které s ním souvisejí. Výpočtové modely budou vycházet z přímé úlohy pružnosti pevnosti, jelikož přímá úloha pružnosti pevnosti lze efektivně algoritmizovat. V práci jsou sestaveny výpočtové modely na základě analytických vztahů z pružnosti pevnosti a jsou seřazeny vzestupně dle jejich přesnosti. Principem sestavování modelů je nejdříve definování základních rovnic silové a momentové rovnováhy, které je v průběhu práce vylepšováno stále komplexnějšími tělesy pružnosti pevnosti. Každému modelu přísluší jedna kapitola, která se skládá z rešerše použitého tělesa pružnosti pevnosti, analytického řešení úlohy a vizualizace obdržených výsledků. Vizualizace výsledků má dvě části: vykreslení deformovaného tvaru a vykreslení grafů závislostí veličin. Na závěr práce jsou shrnuty a porovnány výsledky za použití jednotlivých modelů.

## 2. Přírubový spoj

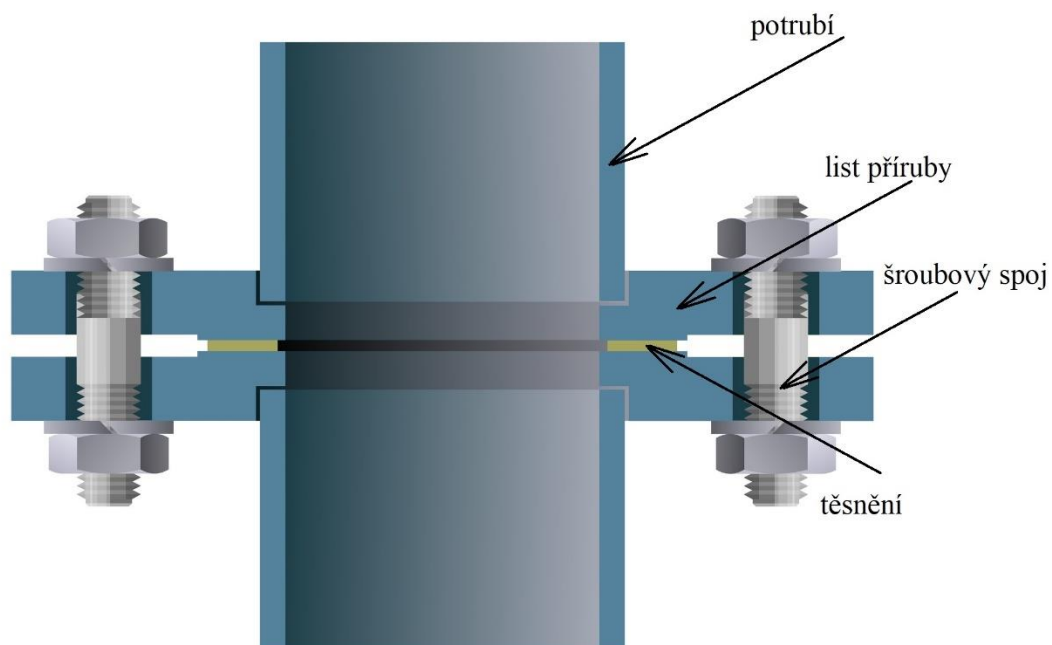
V následující kapitole bude popsán přírubový spoj a především jeho části, která jsou nejdůležitější k jeho modelování. Dále budou popsány normy, které přírubový spoj popisují. Na obr. 2.1 je přírubový spoj zobrazen.



Obr. 2.1: Přírubový spoj [1]

Přírubový spoj lze rozdělit na 4 základní části:

- Krk příruby (v závislosti na typu příruby)
- Potrubí
- List příruby
- Těsnění
- Spojovací prvky (šrouby)



Obr. 2.2: Popsaný řez přírubovým spojem [2]

4 základní části přírubového spoje jsou popsány na obrázku 2.2. Volba částí přírubového spoje je důležitá z hlediska možnosti volby těles PP. Části přírubového spoje jsou tedy voleny takové, aby je bylo možno modelovat tělesy PP.

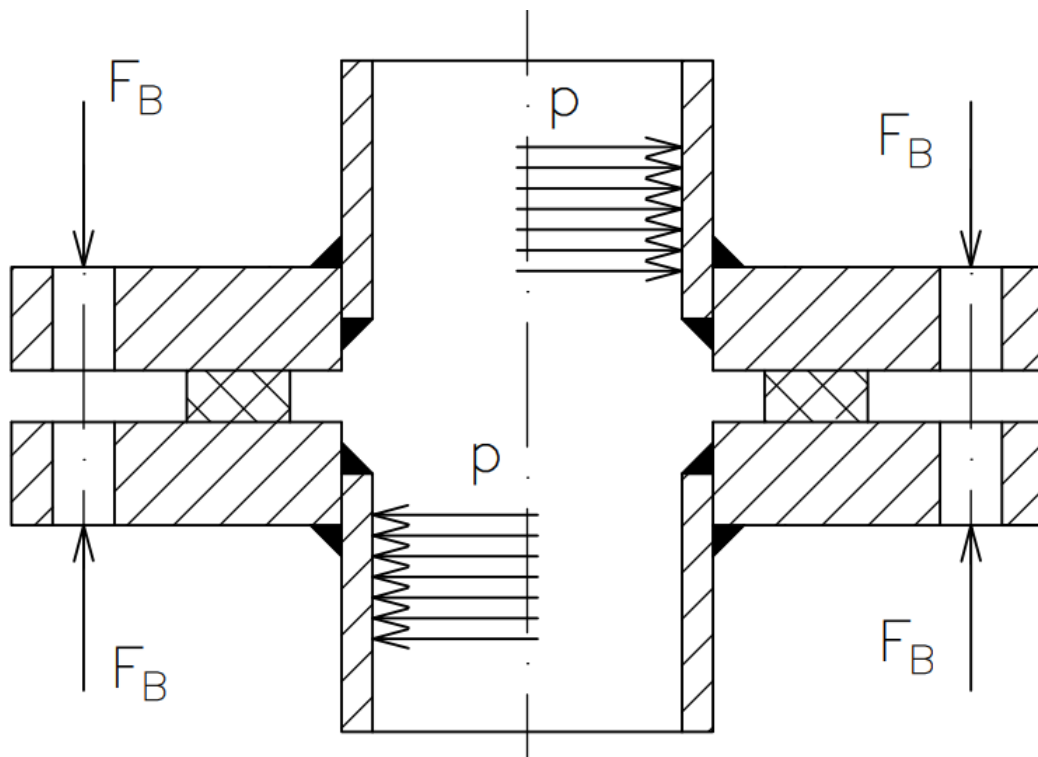


Na obr. 2.3 je zobrazena plochá příruba dle EN 1092-1. Ve výpočtovém modelování bude tato komponenta vystupovat jako list příruby.



Obr. 2.3: Příruba EN 1092-1/01/DN 150/PN 10/P235GH [3]

Přírubový spoj je zatížen tlakem média uvnitř příruby a axiální silou předpětí ve šroubech. Zatížení přírubového spoje je zobrazeno na obr. 2.4.



Obr. 2.4: Zatížení přírubového spoje

## 2.1. Normy přírubových spojů

Komponenty přírubových spojů jsou normalizované strojní součásti je při jejich popisu je vhodné využít norem. Součástí práce jsou řešerše použitých norem, nejdůležitější poznatky, které jsou důležité pro výpočtové modelování jsou shrnuty v následující kapitole.

Příruby jsou popsány normou **ČSN EN 1092-1**. [4]

Přírubové spoje jsou označovány dvěma základními veličinami:

### DN

- jmenovitý průměr (někdy také světlost) v *mm*
- definice z normy *EN 1092-1*: „číselné označení rozměru části potrubního systému používané pro referenční účely; označení se skládá z písmen DN, za kterými následuje bezrozměrné celé číslo vztahující se nepřímo k fyzikálnímu připojovacímu rozměru vnitřního nebo vnějšího průměru v milimetrech.“ [4, s. 15]

### PN

- bezrozměrný parametr, který shrnuje mechanické dispozice spoje, zejména dovolený vnitřní tlak
- definice z normy *EN 1092-1*: „číselné označení používané pro referenční účely vztažené na kombinaci mechanických a rozměrových charakteristik částí potrubních systémů. Toto označení zahrnuje písmena PN před bezrozměrovým číslem.“ [4, s. 15]

Existují i další veličiny, které popisují další charakteristiky spoje:

### PS

- definice z normy *EN 1092-1*: „nejvyšší tlak, pro který je zařízení navrženo tak, jak udal výrobce zařízení.“ [4, s. 16]

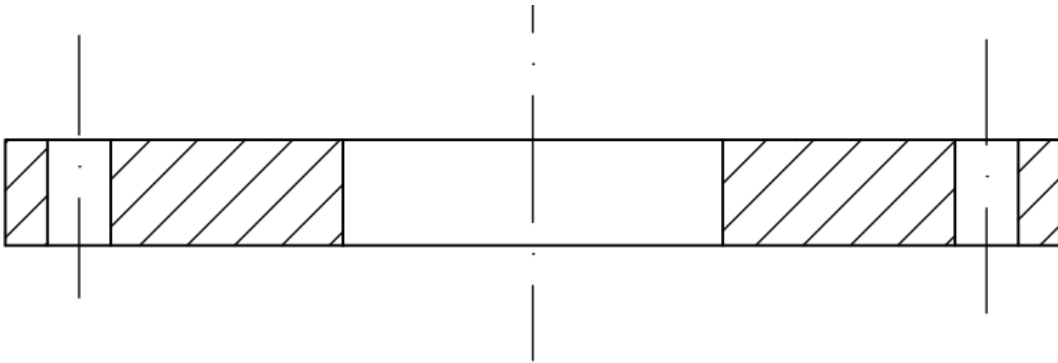
### TS

- definice z normy *EN 1092-1*: „nejvyšší teplota, pro kterou je zařízení navrženo tak, jak udal výrobce zařízení.“ [4, s. 16]

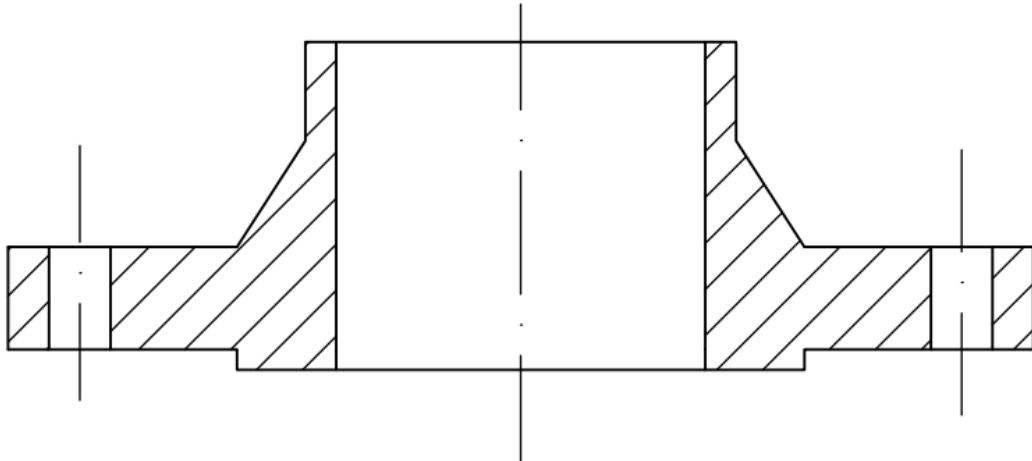
Příruby lze třídit dle jednotlivých typů, každému typu příruby přísluší konkrétní dvojčíselné označení. Vybrané typy přírub a jejich označení jsou vypsány v následujících odrážkách [4, s. 18]:

- 01 – plochá přivařovací příruba
- 02, 04 – točivá plochá příruba
- 05 – zaslepovací příruba
- 11 – přivařovací příruba s krkem
- 13 – závitová příruba s krkem
- 21 – integrální příruba

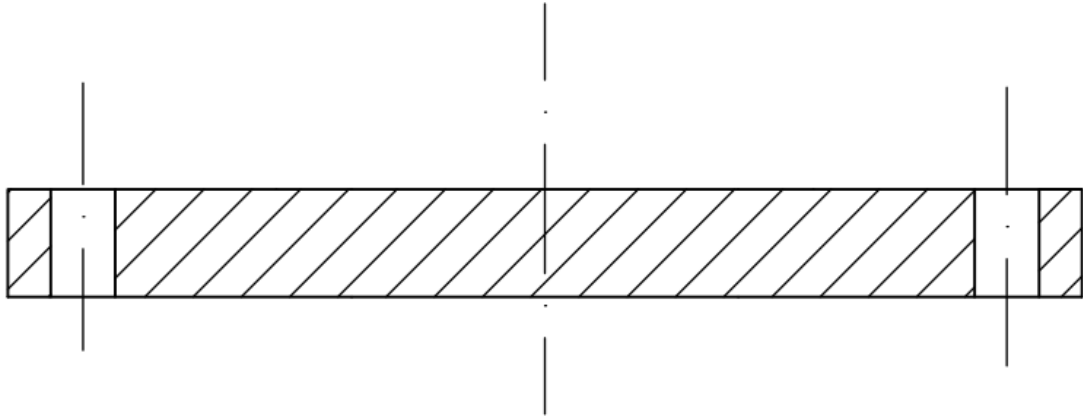
Na obr. 2.5 – 2.6 jsou zobrazeny jednotlivé typy přírub.



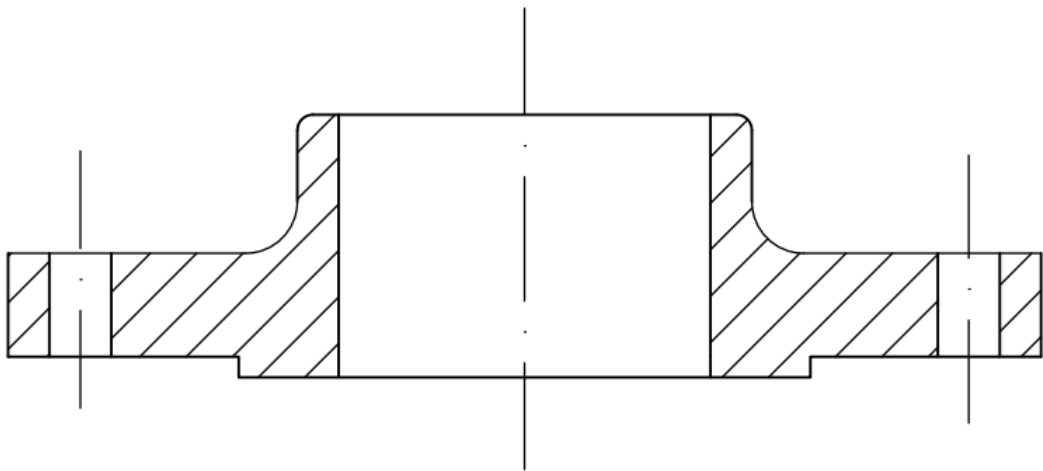
Obr. 2.5: Příruba typu 01



Obr. 2.6: Příruba typu 11 (s krkem)



Obr. 2.7: Příklad typu 05



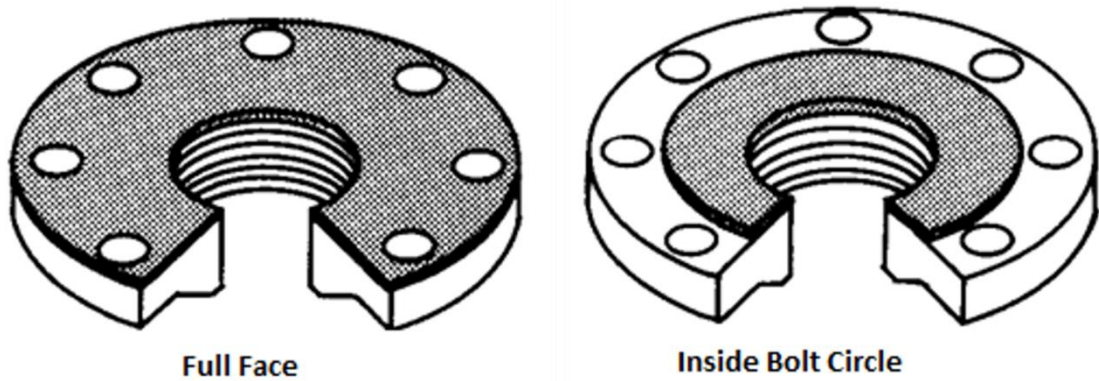
Obr. 2.8: Příklad typu 12 (s krkem)

Rozměry těsnění jsou popsány normou **EN 1514-1** [5], která přiřazuje na základě nominálních hodnot PN a DN příslušná těsnění k přírubám. Průměry těsnění jsou dány hodnotami PN a DN, tloušťka a materiál těsnění je možno zvolit nezávisle na PN a DN.

V následujících odrážkách jsou vypsány vybrané typy těsnění, jejich zkratky pochází z jejich anglické specifikace.

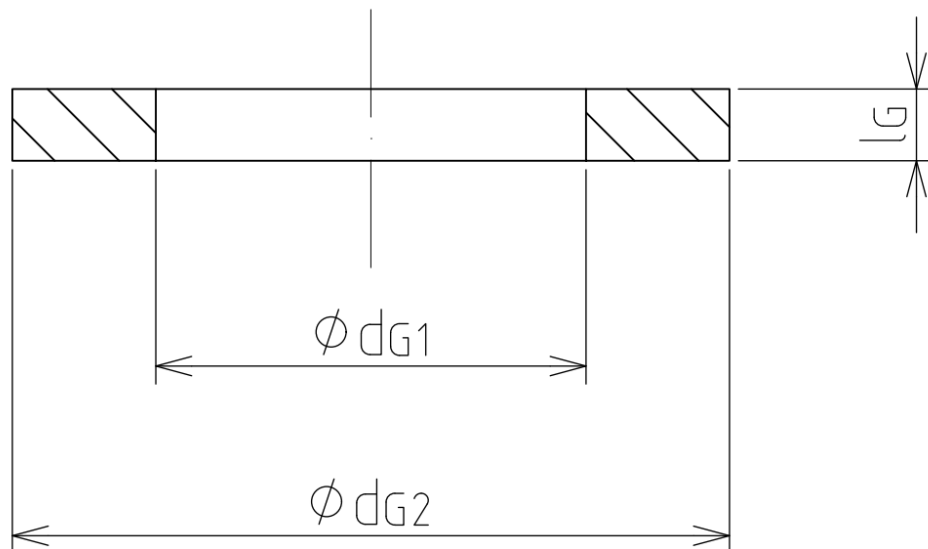
- Typ FF – „flat flange“, tzn. po celé ploše příruby
- Typ IBC – „inside bolt circle“, tzn. uvnitř roztečné kružnice šroubů

Na obr. 2.9 jsou zobrazeny typy těsnění FF a IBC.



Obr. 2.9: typy těsnění FF a IBC [6]

Na obr. 2.10 je zobrazeno schéma těsnění, které je využito ve výpočtových modelech.



Obr. 2.10: Schématický výkres těsnění typu FF a IBC

V tab. 2.1 jsou vypsány moduly pružnosti materiálů těsnění, které se používají v technické praxi.

Tab. 2.1: Materiály těsnění a jejich modly pružnosti

materiál	Youngův modul pružnosti $E$ [GPa]
ocel	210
Uhlíková vlákna	181
Teflon = PTFE	0,5
pryž	0,001

Rozměry a materiál potrubí jsou popsány normou **EN 10216-1**. [7]

## 2.2. Řešený přírubový spoj

V této kapitole je zvolen konkrétní přírubový spoj. Vybraný spoj bude použitý pro výpočtové modelování. Výběr přírubového spoje proběhne na základě norem popsanych v kap. 2.1.

V souladu s normou EN 1092-1 je uvedeno označení přírub, která budou nadále používány pro výpočtové modely. V přírubovém spoji jsou používány dvě příruby, obě příruby jsou voleny stejné.

Příruba typu 01 o jmenovitém průměru DN 400, PN 6, vyrobené z materiálu P325GH:

**Příruba EN 1092-1/01/DN 400/PN 6/P325GH**

Pro výpočtové modelování bylo zvoleno těsnění dle normy EN 1514-1. Těsnění bylo vybráno **typu IBC**, materiálem těsnění byl zvolena **teflon**.

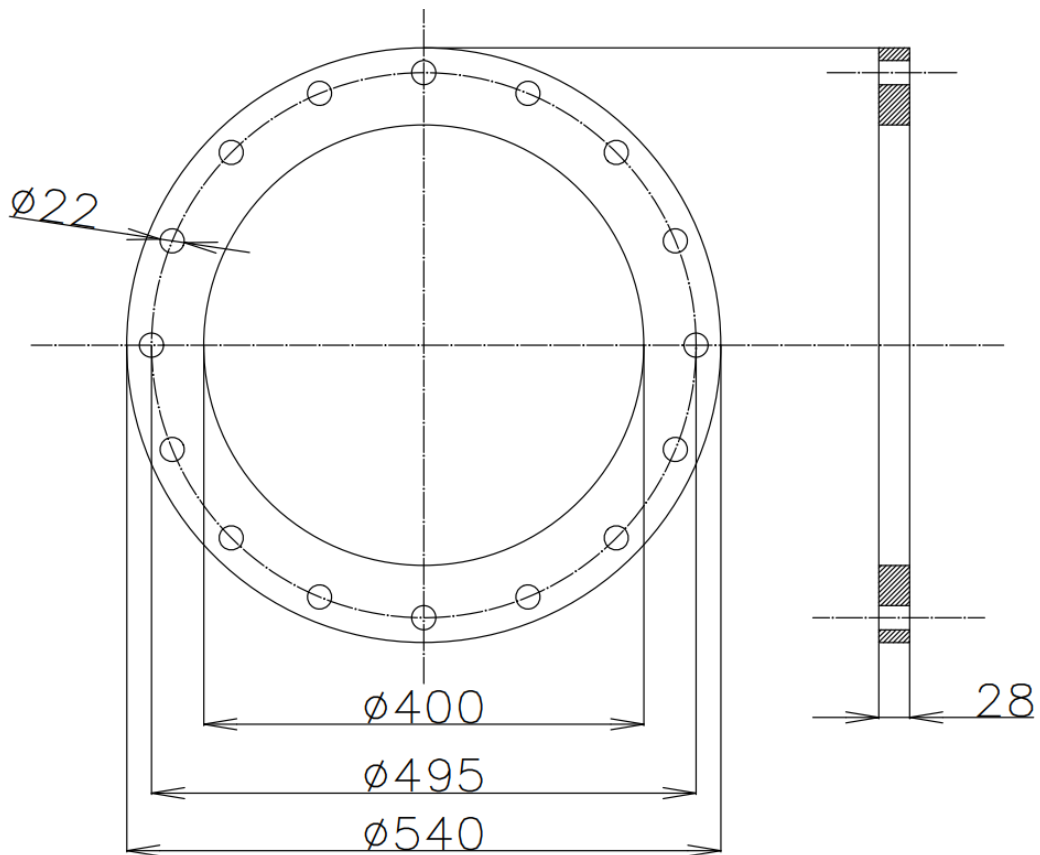
**Těsnění EN 1514-1, Typ IBC, DN 400, PN 6, 10 mm, teflon**

Trubky použité v přírubovém spoji jsou voleny dle EN 10216-1.

**Trubka EN 10216-1, TR1, DN 400, PN 6, P325GH**



Konkrétní příklad příruby DN 400 PN 6 EN 1092-1 je zobrazen na obr. 2.11.

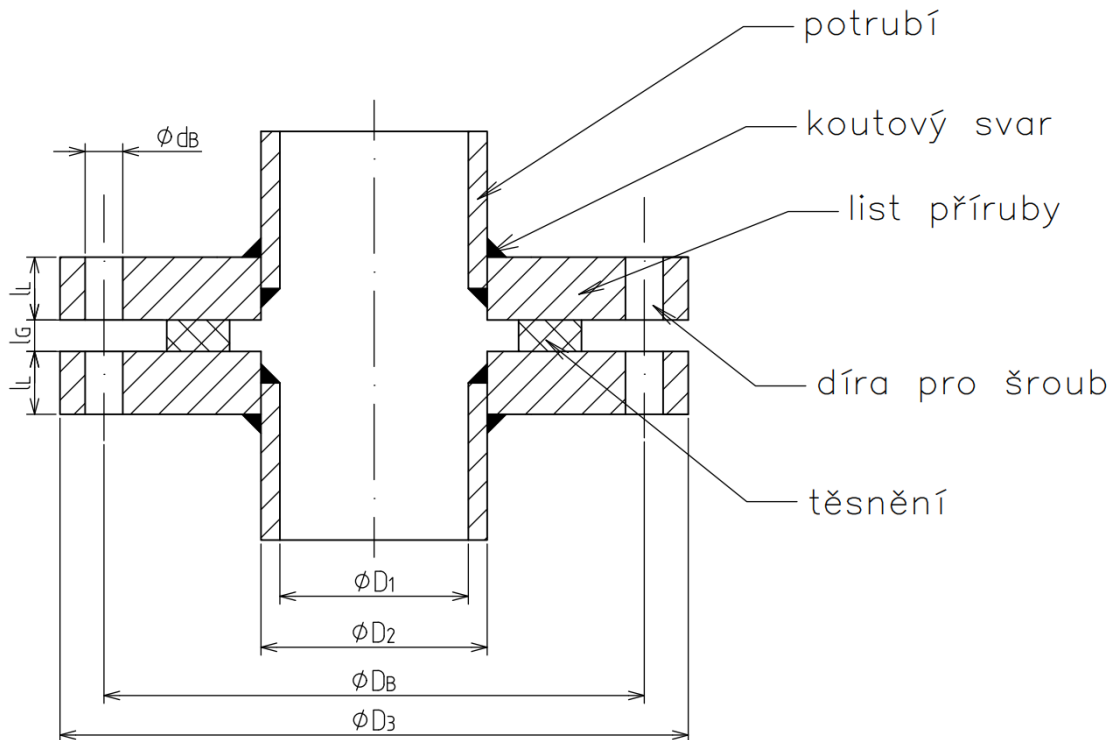


Obr. 2.11: příruba EN 1092-1/01/DN 400 PN 6/P325GH

Pro vytvoření přírubového spoje je třeba přivaření potrubí k přírubě. Vnější průměr trubky je 406,4 mm a standartní nejmenší tloušťka je 8,8 mm.

### 2.3. Parametry výpočtu

V této kapitole budou shrnuty podstatné parametry výpočtového modelování. Přírubový spoj je schematicky nakreslen na obr. 2.12 pro lepší orientaci ve výpočtových modelech.



Obr. 2.12: Schématický výkres přírubového spoje

V tab. 2.2 jsou v tabulce vypsány všechny geometrické a materiálové parametry, které budou využity při modelování.

Tab. 2.2: geometrické a materiálové parametry

<i>materiál</i>	<i>P325GH</i>	
$R_{p0,2}$	325	<i>MPa</i>
$E_A = E_B = E_L$	210 000	<i>MPa</i>
$E_G$	1	<i>MPa</i>
$\mu$	0,3	
$D_1$	400	<i>mm</i>
$D_2$	406,4	<i>mm</i>
$D_3$	540	<i>mm</i>
$D_B$	495	<i>mm</i>
$d_{G1}$	420	<i>mm</i>
$d_{G2}$	480	<i>mm</i>
$d_B$	22	<i>mm</i>
$l_L$	28	<i>mm</i>
$l_G$	10	<i>mm</i>
$l_B$	$2 \cdot l_L + l_G$	<i>mm</i>
$i$	16	

Pro úplnost vstupních veličin je ještě přidána tab. 2.3 shrnující zatížení přírubového spoje – vnitřním tlakem média a silou předpětí šroubů. **Teplota** bude v průběhu všech výpočtových modelů **konstantní** a její vliv bude uvažován jako **zanedbatelný**. V případě uvažování teplotního zatěžování by bylo nutné počítat každou část spoje zvlášť kvůli rozdílným teplotním roztažnostem a i nerovnoměrnému prostupu tepla (místa s přírubovým spojem nejsou tepelně izolována).

Tab. 2.3: zatěžující parametry

$F_B$	1771.858	<i>kN</i>
$p$	0,6	<i>MPa</i>
$t$	20	$^{\circ}C$

### 3. Předpoklady výpočtového modelování

Prvním krokem výpočtového modelování je stanovení předpokladů, které budou využívány u všech modelů. Veškeré modely v této práci budou z hlediska PP **přímé úlohy lineární pružnosti pevnosti** [8, s. 201]. Odchytky od linearity jsou považovány za zanedbatelné. Předpoklady jsou shrnuty v následujících odrážkách:

- Lineární PP
- Malé deformace
- Stabilní deformace

Předpoklady úhlové deformační charakteristiky jsou v následujících odrážkách:

- $\varphi < 5^\circ$
- $\sin \varphi \cong \varphi$
- $\cos \varphi \cong 1$

V následujícím odstavci je popsáno, jaké veličiny jsou u modelů vstupní a výstupní. Před tvorbou každého výpočtového modelu je vhodné si veličiny do těchto dvou kategorií rozdělit. Stanovení vstupních a výstupních veličin je součástí přímé úlohy PP.

#### Vstupní veličiny

Vstupní veličiny jsou veličiny, které před jsou před výpočtovým modelováním známé. V případě přírubového spoje jsou těmito veličinami:

- Geometrie      průměry, tloušťky
- Materiál      Youngův modul pružnosti, Poissonův poměr, mez kluzu
- Zatížení      axiální síla ve šroubech, tlak média

#### Výstupní veličiny

Výstupní veličiny jsou veličiny, které jsou cílem výpočtového modelu, dle přímé úlohy PP těmito veličinami jsou:

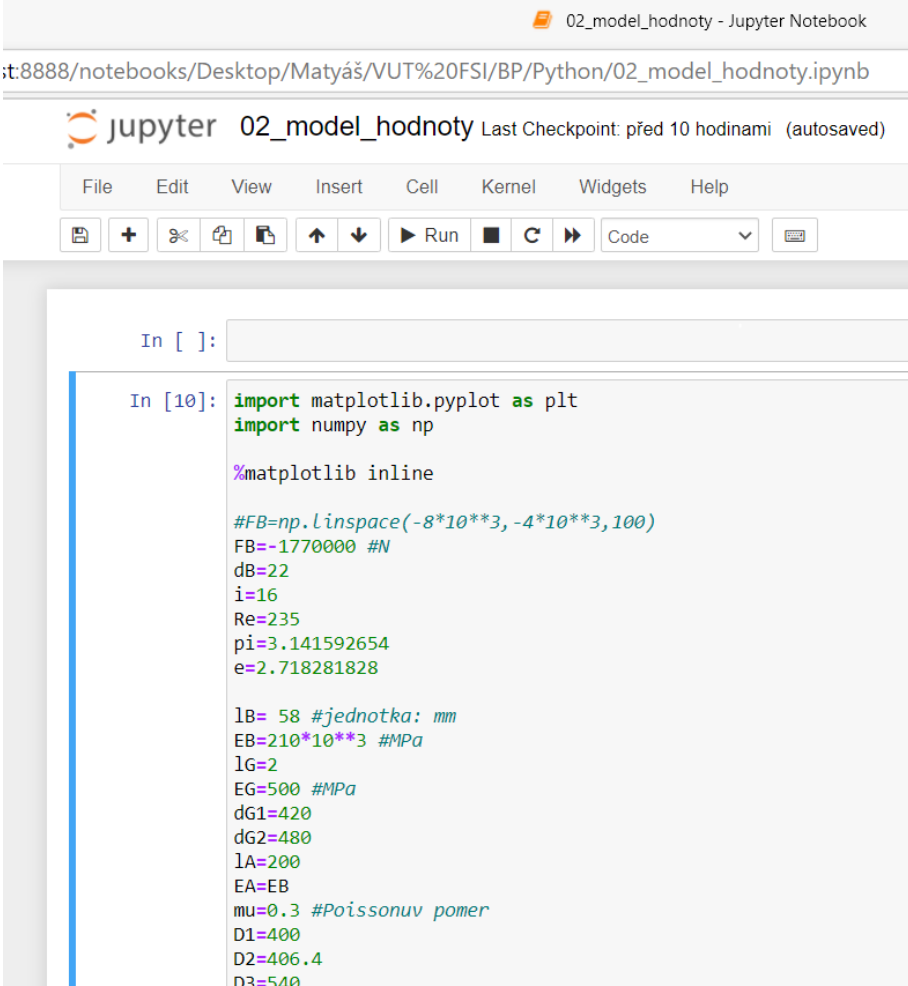
- Napětí                      ve všech částech spoje
- Deformace                      ve všech částech spoje

## 4. Vizualizace výsledků

Nedílnou součástí výpočtového modelování je také vizualizace výsledků. Vizualizace je používána, aby si čtenář mohl vytvořit intuitivní představu o chování přírubového spoje, bez nutnosti znalostí zákonitostí. Hlavním nástrojem vizualizace výpočtových modelů bude programovací jazyk Python.

### 4.1. Python

Ve výpočtových modelech je využíván k vizualizaci dat a výpočtům software **Jupyter**. Tento software byl vybrán z několika důvodů. Hlavním důvod volby softwaru Jupyter je programovací jazyk Python, který byl zvolen díky své intuitivní syntaxi, která umožňuje uživateli se poměrně rychle zorientovat ve výpočtu. Další výhodou softwaru Jupyter je jeho dostupnost, software je dostupný bezplatně ke stažení. Na obr. 4.1 a obr. 4.2 jsou uvedeny příklady kódů výpočtového modelu a uživatelské rozhraní softwaru Jupyter. K vizualizaci dosažených výsledků jsou použity komponenty přírubového spoje, která byly popsány v kapitole 2.2.



The screenshot shows a Jupyter Notebook window titled "02\_model\_hodnoty - Jupyter Notebook". The address bar shows the URL: "http://localhost:8888/notebooks/Desktop/Matyáš/VUT%20FSI/BP/Python/02\_model\_hodnoty.ipynb". The notebook interface includes a menu bar (File, Edit, View, Insert, Cell, Kernel, Widgets, Help) and a toolbar with icons for file operations, navigation, and execution. The main area displays a code cell with the following Python code:

```
In [10]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

%matplotlib inline

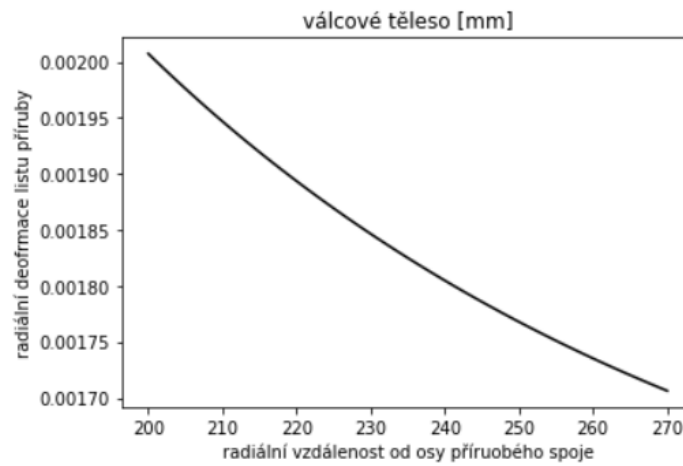
#FB=np.linspace(-8*10**3, -4*10**3,100)
FB=-1770000 #N
dB=22
i=16
Re=235
pi=3.141592654
e=2.718281828

lB= 58 #jednotka: mm
EB=210*10**3 #MPa
lG=2
EG=500 #MPa
dG1=420
dG2=480
lA=200
EA=EB
mu=0.3 #Poissonuv pomer
D1=400
D2=406.4
D3=540
```

Obr. 4.1: Výpočtové modelování v softwaru Jupyter

```
plt.plot(r,u,"k")
plt.title("válcové těleso [mm]")
plt.xlabel("radiální vzdálenost od osy přírubového spoje")
plt.ylabel("radiální deofrmace listu příruby")
```

Out[1]: Text(0, 0.5, 'radiální deofrmace listu příruby')



Obr. 4.2: Vykreslení grafu v softwaru Jupyter

Veškeré výpočtové kódy jsou v příloze práce v textovém formátu i ve formátu používaném v programu Jupyter.

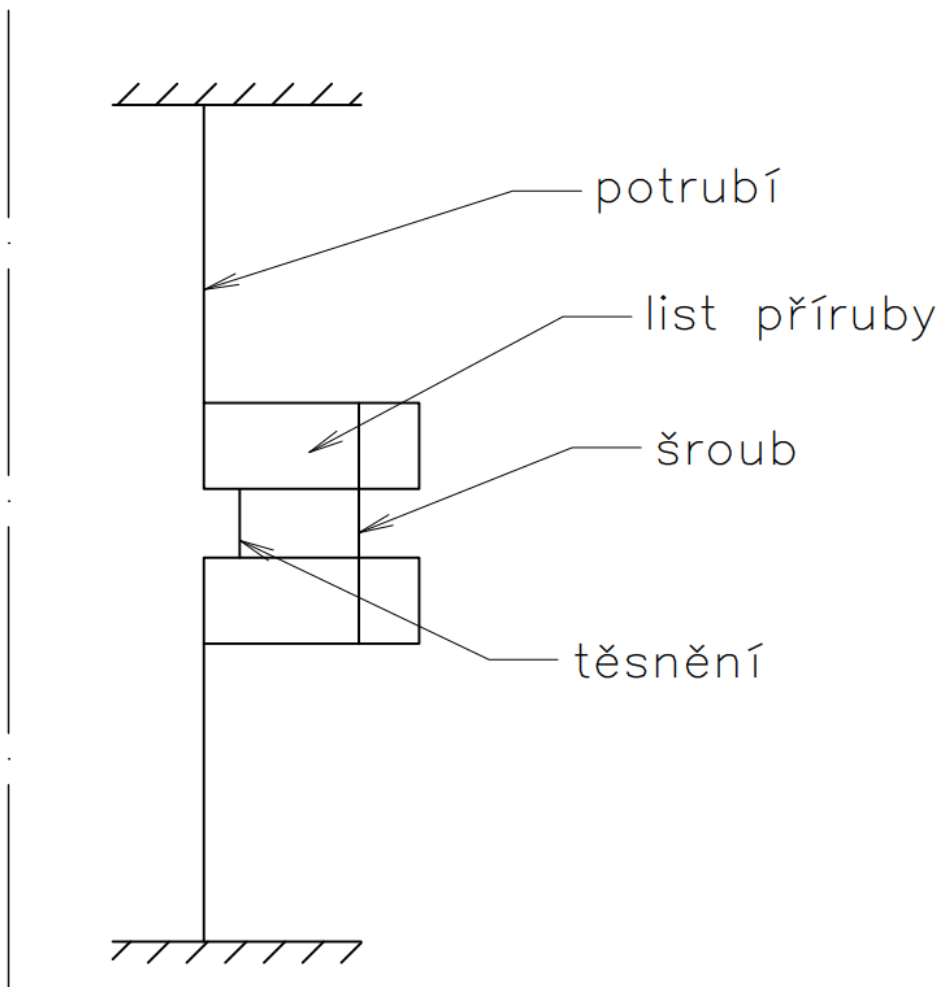
## 5. První model

Prvním modelem, který je využitý k popsání pružnostně-pevnostnímu chování přírubového spoje je model přírubového spoje, který bude uvažovat list příruby jako **dokonale tuhé těleso**, které má nekonečnou ohybovou tuhost a nepřenáší tak žádné ohybové zatížení ani deformaci. Ostatní tělesa budou deformována **pouze tahem/tlakem**. Jinými slovy, deformace přírubového spoje je uvažována pouze v axiálním směru tj. natahování a stlačování. Deformace v radiálním směru je v tomto modelu zanedbána. V odrážkách jsou přiřazena tělesa PP k částem přírubového spoje.

- List příruby dokonale tuhé těleso
- Šrouby, těsnění, potrubí tělesa deformovaná tahem/tlakem

Účelem prvního modelu je vytvoření si **rámčové představy** o stavu napjatosti a deformace. Ačkoliv je první model použitelný jen za speciálních podmínek, jeho názornost je pro úvod do modelování vhodná. Na první model jsou aplikovány základní **silové rovnice**, které při výpočtu zásadní. Právě díky názornosti, je vhodné tyto rovnice demonstrovat právě na prvním modelu.

Na obr. 5.1 je znázorněno schéma prvního modelu, kterým je modelován přírubový spoj. Přírubový spoj má **dvě osy symetrie**, a proto je možné redukovat výpočetní model pouze **polovinu**, popř. **čtvrtinu** spoje.



Obr. 5.1: Schéma 1. modelu

Model č.1 je vyřešen uvolněním dokonale tuhého tělesa (list příruby). Jelikož deformace je realizována pouze v axiálním směru, tak jedinou použitelnou podmínkou statické rovnováhy je silová rovnice v axiálním směru. Uvolnění je znázorněno na obr. 5.2.

**Zatěžujícími silami** v prvním modelu jsou:

- $F_A$  [N] ... axiální síla od tlaku média
- $F_B$  [N] ... síla předpětí ve šroubech

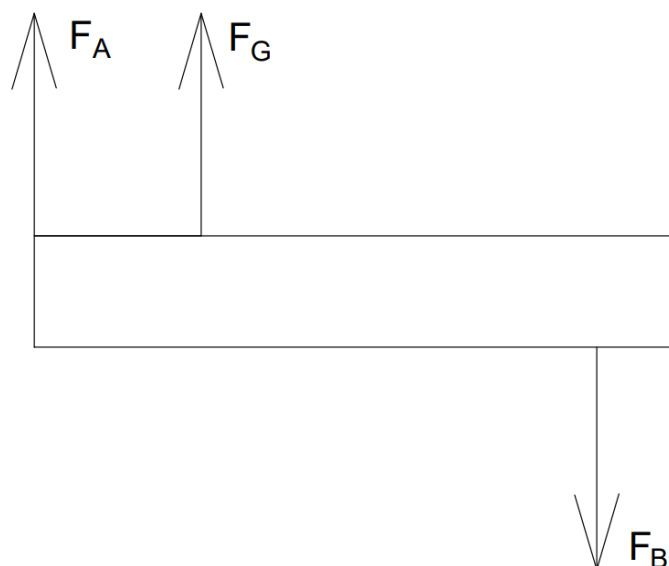
**Reakční síla** v prvním modelu je:

- $F_G$  [N] ... síla v těsnění

U modelu jsou uvažovány dva základní výpočtové stavy:

- Montážní  $pro F_A = 0, tj. p = 0$
- Provozní  $pro F_A \neq 0, tj. p \neq 0$





Obr. 5.2: Uvolnění listu příruby

### 5.1. Volba velikosti síly předpětí

Nejdříve je stanovena síla předpětí ve šroubech, aby byla zajištěna správná funkčnost spoje. Základními veličinami, které určují potřebnou velikost síly předpětí jsou axiální síla  $F_A$ , která je dána vnitřním tlakem média a síla na těsnění  $F_G$ , která musí být taková, aby v těsnění vzniklo napětí, které zajistí požadovanou těsnost. Velikost potřebného napětí v těsnění je stanoveno experimentálně, hodnota napětí je převzata z již naměřených dat [9]. Na základě těchto měřených protokolů je zvoleno napětí v těsnění v rovnici (5.1).

$$\sigma_G = 40 \text{ MPa} \quad (5.1)$$

Velikost axiální síly je dána rovnicí (5.2)

$$F_A = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot p = 75,398 \text{ kN} \quad (5.2)$$

Síla v těsnění potřebná k hodnotě napětí z rovnice (5.1) je vypočítána ze vztahu (5.3).

$$\sigma_G = \frac{F_G}{S_G} = \frac{4 \cdot F_G}{\pi \cdot (d_{G2}^2 + d_{G1}^2)} \quad (5.3)$$

Výpočet potřebné síly v těsnění je v rovnici (5.4).

$$F_G = \frac{\pi \cdot (d_{G2}^2 - d_{G1}^2)}{4} \cdot \sigma_G = 1696,460 \text{ kN} \quad (5.4)$$

Celková síla předpětí je dána součtem sil z rovnic (5.2) a (5.4) a je vypočítána v rovnici (5.5).

$$F_{B0} = F_A + F_G = 1771,858 \text{ kN} \quad (5.5)$$

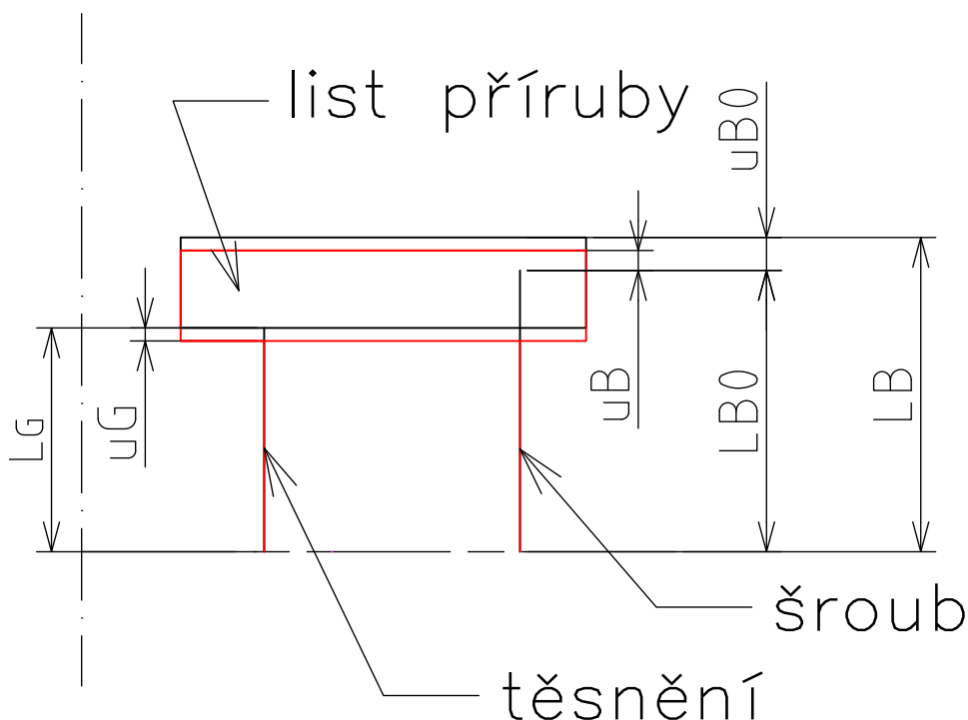
## 5.2. Montážní stav

Podmínka statické rovnováhy v axiálním směru je uvedena v rovnici (5.6), díky které je v montážním stavu těsnění zatíženo nejvyšší silou. Při montáži tedy dochází k **maximálnímu stačení těsnění**, pokud by po analytickém výpočtu vycházelo stlačení těsnění větší než tloušťka těsnění, bylo by potřeba zvolit těsnění s vyšší tuhostí.

$$F_G = F_B \quad (5.6)$$

Na obr. 5.3 je zobrazeno schéma, ze kterého bude vycházet výpočet posuvů v montážním stavu. Na obrázku je list příruby, těsnění a šroub, které jsou nejdůležitější pro popis modelu. Na obr. 5.3 je symetrická čtvrtina spoje. V následujících odřádkách jsou popsány rozměry z obr. 5.3, díky symetrii úlohy jsou hodnoty rozměrů poloviční:

- LG tloušťka těsnění
- LB základní délka šroubu
- LB0 délka šroubu po předepjetí
- uG stlačení těsnění
- uB stlačení šroubů
- uB0 základní posuv předpětí



Obr. 5.3: Schéma 1. modelu

Díky symetrii úlohy lze počítat pouze se čtvrtinou spoje. Vzdálenosti v obr. 5.3 jsou tedy poloviční oproti skutečným rozměrům (5.7), skutečné veličiny jsou malými písmeny, poloviční, výpočtové jsou velkými písmeny.

$$LB = \frac{l_B}{2} = 33 \text{ mm}$$

$$LG = \frac{l_G}{2} = 5 \text{ mm}$$
(5.7)

Z geometrie obr. 5.1 lze sestavit rovnice vypsané v (5.8).

$$LB = LB0 + uB0$$

$$uB0 = uG + uB$$
(5.8)

Rovnice pro stlačení těsnění je v rovnici (5.9), pro šroub v (5.10).

$$uG = \frac{4 \cdot F_G \cdot LG}{E_G \cdot \pi \cdot (d_{G2}^2 - d_{G1}^2)} = 0,4178 \text{ mm}$$
(5.9)

$$uB = \frac{4 \cdot F_B \cdot LB0}{E_B \cdot \pi \cdot d_B^2}$$
(5.10)

Spojením rovnic (5.8) a (5.10) je získána soustava 2 rovnic o dvou neznámých. Řešení této soustavy je v rovnici (5.11)

$$uB = \frac{4 \cdot F_B \cdot LB0}{E_B \cdot \pi \cdot d_B^2} = uB = uB0 - uG = LB - LB0 - uG$$

$$LB0 = \frac{(LB - uG) \cdot E_B d_B^2 \pi i}{4F_B + E_B d_B^2 \pi i} = 32,5371 \text{ mm}$$

$$uB0 = uG + uB = uG + \frac{4 \cdot F_B \cdot LB0}{E_B \cdot \pi \cdot d_B^2 \cdot i} = 0,4629 \text{ mm}$$
(5.11)

Získané hodnoty stlačení jsou shrnuty v rovnici (5.12).

$$uG = 0,4178 \text{ mm}$$

$$uB0 = 0,4629 \text{ mm}$$

$$uB = uB0 - uG = 0,0451 \text{ mm}$$
(5.12)

Hodnoty spočítané v rovnici (5.12) jsou díky symetrii hodnotami polovičními, celkové deformace pro celý spoj jsou v rovnici (5.13).

$$u_G = 0,8356 \text{ mm}$$

$$u_{B0} = 0,9258 \text{ mm}$$

$$u_B = 0,0903 \text{ mm}$$
(5.13)

Dalším krokem řešení prvního modelu v montážním stavu je popis napětí v jednotlivých částech spoje

Napětí ve šroubech je vyjádřeno rovnicí (5.14).

$$\sigma_B = \frac{F_B}{S_B} = F_B \cdot \frac{4}{\pi \cdot d_B^2 \cdot i} = 291,322 \text{ MPa} \quad (5.14)$$

$i [-]$  ... počet šroubů ve spoji

Napětí v těsnění není výstupní veličinou, jelikož bylo použito pro stanovení síly předpětí. V rovnici (5.15) je napětí těsnění pro kontrolu spočítáno, odchylka od původní hodnoty je způsobena zaokrouhlovací chybou.

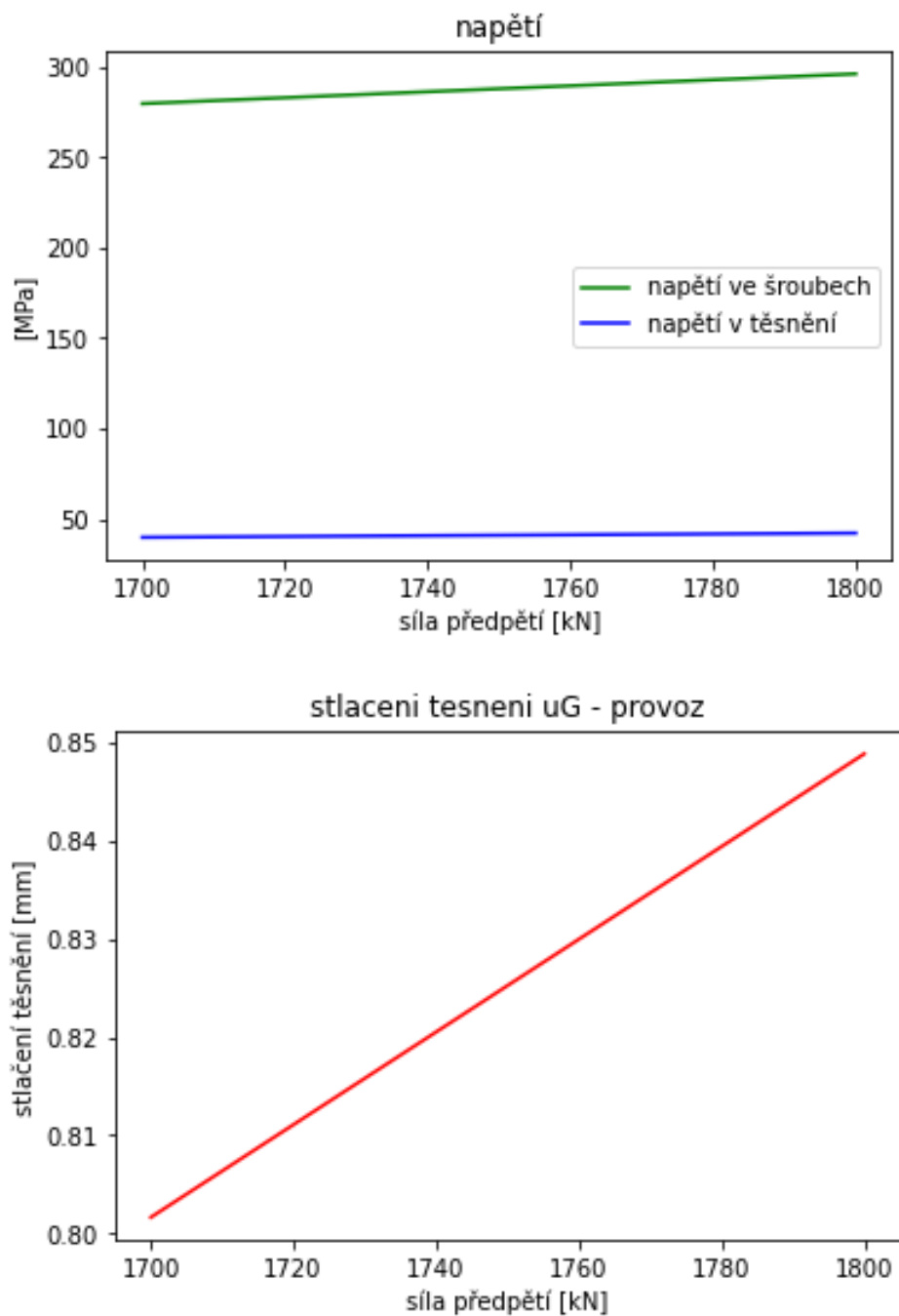
$$\sigma_G = \frac{F_G}{S_G} = \frac{F_G}{\frac{\pi}{4} \cdot (d_{G2}^2 - d_{G1}^2)} = F_B \cdot \frac{4}{\pi \cdot (d_{G2}^2 - d_{G1}^2)} = 41,778 \text{ MPa} \quad (5.15)$$

Výstupní veličiny z prvního modelu v montážním stavu jsou v tab. 5.1.

Tab. 5.1: Výstupní hodnoty prvního modelu v montážním stavu

$u_G$	0,8356	mm
$u_B$	0,0903	mm
$\sigma_G$	41,778	MPa
$\sigma_B$	291,322	MPa

Pro výpočtové modelová je síla předpětí volena v intervalu 1700 – 1800 kN. Tento interval byl iteračně zvolen pro konkrétní typ příruby, postup této iterace je popsán v kapitole 5.1. Na obr. 5.4 jsou zobrazeny napětí a deformace v závislosti na síle předpětí.



Obr. 5.4: Grafické výsledky prvního modelu v montážním stavu

### 5.3. Provozní stav

V provozním stavu je do modelu přidána síla v potrubí přírubového spoje  $F_A$ , která je způsobena vnitřním tlakem média. Princip řešení je stejný jako v montážním stavu. V provozním stavu je do modelu přidána axiální síla, která je způsobena vnitřním tlakem média.

Podmínka statické rovnováhy v axiálním směru je stanovena rovnicí (5.16)

$$F_A + F_G = F_B \quad (5.16)$$

Další rovnice, která bude využita při řešení modelu v provozním se je rovnice (5.8) z prvního modelu. Spojením rovnic (5.8) a (5.16) je získána soustava 2 rovnic o 2 neznámých, kterými jsou síly  $F_G$  a  $F_B$ , jejíž řešení je v rovnici (5.17). Axiální síla působící v krku příruby je vyjádřena dle vztahu (5.2).

$$\begin{aligned} u_{BO} &= u_G + u_B \\ F_B &= F_G + F_A \end{aligned} \quad (5.17a)$$

$$\begin{aligned} u_{BO} &= \frac{4 \cdot F_G \cdot LG}{E_G \cdot \pi \cdot (d_{G2}^2 - d_{G1}^2)} + \frac{4 \cdot F_B \cdot LB0}{E_B \cdot \pi \cdot d_B^2} \\ F_B &= F_G + F_A \end{aligned} \quad (5.17b)$$

$$u_{BO} = \frac{4 \cdot LG}{E_G \cdot \pi \cdot (d_{G2}^2 - d_{G1}^2)} \cdot F_G + \frac{4 \cdot LB0}{E_B \cdot \pi \cdot d_B^2} \cdot F_G + \frac{4 \cdot LB0}{E_B \cdot \pi \cdot d_B^2} \cdot F_A \quad (5.17c)$$

$$\begin{aligned} F_G &= \left( u_{BO} - F_A \frac{4 \cdot LB0}{E_B \pi d_B^2} \right) \cdot \frac{1}{\frac{4LG}{E_G \pi (d_{G2}^2 - d_{G1}^2)} + \frac{4LB0}{E_B \pi d_B^2}} = 1762,6481 \text{ kN} \\ F_B &= F_G + F_A = 1838,0463 \text{ kN} \end{aligned} \quad (5.17d)$$

V rovnicím (5.18) – (5.23) jsou zapsány již deformace platné pro celý šroubový spoj (jsou vynechány dílčí poloviční hodnoty při využití symetrie). Vztah pro stlačení těsnění je v rovnici (5.18). Rovnice deformace pro potrubí je v rovnici (5.19) a rovnice deformace pro šrouby je v rovnici (5.20).

$$u_G = \frac{4F_G}{\pi} \cdot \frac{l_G}{E_G(d_{G2}^2 - d_{G1}^2)} = 0,8312 \text{ mm} \quad (5.18)$$

$$u_A = \frac{4F_A}{\pi} \cdot \frac{l_A}{E_G(D_2^2 - D_1^2)} = 0,0177 \text{ mm} \quad (5.19)$$

$$u_B = \frac{4F_B}{\pi \cdot i} \cdot \frac{LB0}{E_G d_B^2} = 0,0936 \text{ mm} \quad (5.20)$$

V další části výpočtu jsou vyčísleny hodnoty napětí v potrubí (5.21), šroubech (5.22) a pro kontrolu v těsnění (5.23).

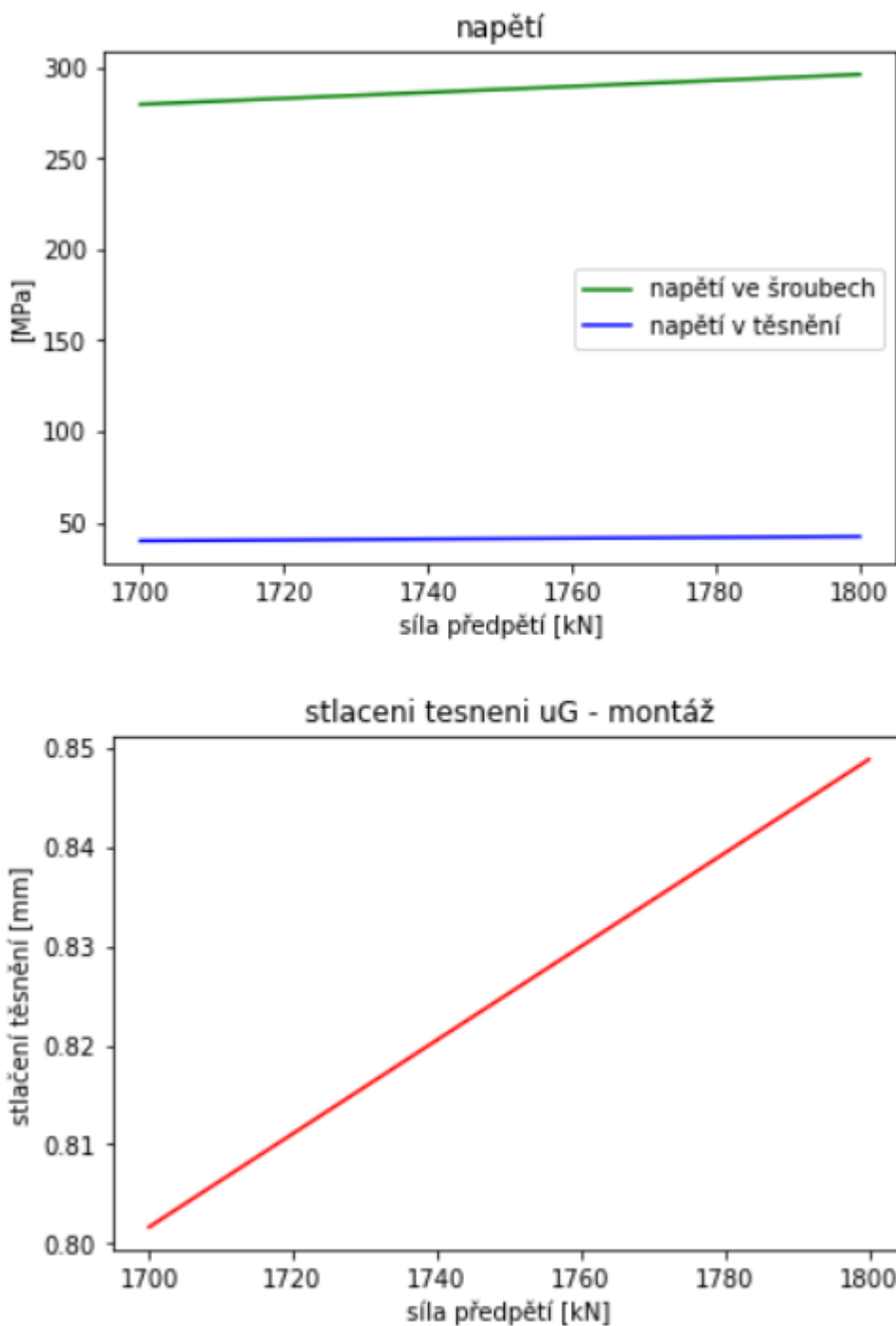
$$\sigma_A = \frac{F_A}{S_A} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot D_1^2 \cdot p}{\frac{\pi}{4} \cdot (D_2^2 - D_1^2)} = p \cdot \frac{D_1^2}{D_2^2 - D_1^2} = 18,6012 \text{ MPa} \quad (5.21)$$

$$\sigma_B = \frac{F_B}{S_B} = F_B \cdot \frac{4}{\pi \cdot d_B^2 \cdot i} = 302,2047 \text{ MPa} \quad (5.22)$$

$$\sigma_G = \frac{F_G}{S_G} = F_G \cdot \frac{4}{\pi \cdot (d_{G2}^2 - d_{G1}^2)} = 40,001 \text{ MPa} \quad (5.23)$$

Obdobně jako v montážním stavu je na obr. 5.5 zobrazeny závislosti napětí a deformací v závislosti na síle předpětí. Provozní stav se liší především hodnotami stlačením těsnění.



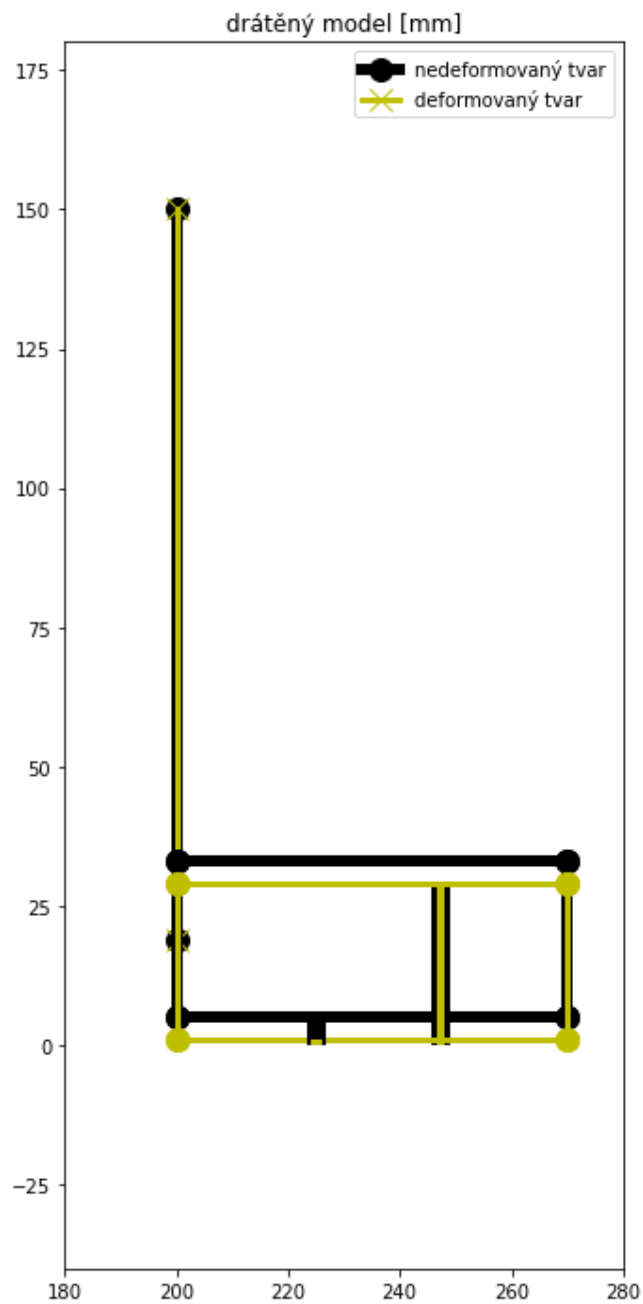


Obr. 5.5: Grafické výsledky prvního modelu v provozním stavu

#### 5.4. Deformovaný tvar

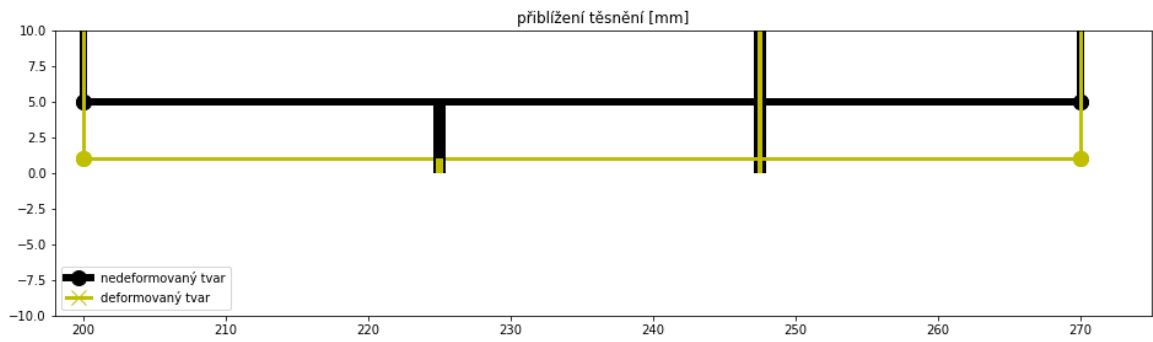
Deformovaný tvar všech prvků prvního modelu je podobný. Deformace je uvažována pouze v axiálním směru a pouze u prvků, které jsou modelovány tělesy PP, které jsou deformované pouze na tah/tlak tj. šrouby, těsnění, krk příruby. Deformací tedy bude pouze 1D změna délky/tloušťky daných prvků. V deformovaném tvaru bude zobrazen spoj pouze ve stavu **provozním**. Vykreslení deformovaného tvaru bylo provedeno v softwaru

Jupyter v programovacím jazyce Python a je znázorněno na obr. 5.6. Deformace jednotlivých prvků jsou násobeny koeficientem zvětšení 10, aby byla deformace v grafu viditelná.

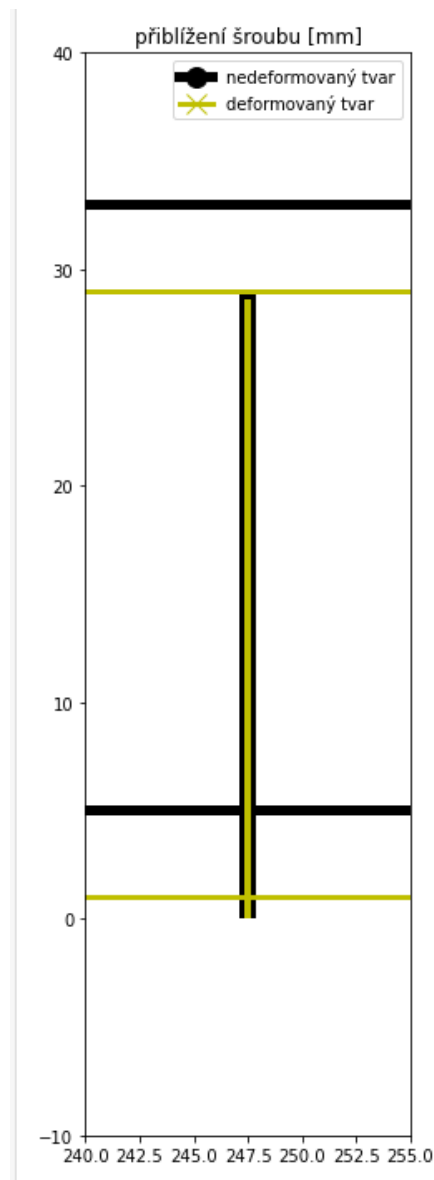


Obr. 5.6: Deformovaný tvar prvního modelu v provozu

Velikost těsnění je oproti ostatním prvkům malá, pro zobrazení byl využito přiblížení na obr. 5.7. Obdobně je přiblížena deformace šroubu na obr. 5.8.



Obr. 5.7: přiblížení deformace těsnění



Obr. 5.8: přiblížení deformace šroubů

## 5.5. Hodnoty deformací a napětí

V poslední kapitole prvního výpočtového modelu budou shrnuty získané výsledky. Číselné hodnoty deformací a napětí ve stavech montážním i provozním, čili výstup z výpočetního modelu je vyobrazen v tab. 5.3. Tab. 5.2. udává zatěžující veličiny přírubového spoje (vnitřní tlak média, síla předpětí ve šroubech).

Tab. 5.2: tabulka hodnot zatížení

$F_{B0}$	1771,858	<i>kN</i>
$p$	0,6	<i>MPa</i>

Tab. 5.3: Tabulka hodnot deformace a napětí

<i>veličina</i>	<i>montáž</i>		<i>provoz</i>	
$u_G$	0,8356	<i>mm</i>	0,8312	<i>mm</i>
$u_A$	0	<i>mm</i>	0,0177	<i>mm</i>
$u_B$	0,0903	<i>mm</i>	0,0936	<i>mm</i>
$\sigma_G$	41,778	<i>MPa</i>	40,001	<i>MPa</i>
$\sigma_A$	0	<i>MPa</i>	18,6012	<i>MPa</i>
$\sigma_B$	291,332	<i>MPa</i>	302,2047	<i>MPa</i>

## 6. Druhý model

První model je výchozím stavem pro model druhý, hlavním rozdílem mezi modely je modelování listu příruby a potrubí. V případě šroubů a těsnění je stále uvažovaná jednoosá deformace. V druhém modelu budou využity k modelování **bezmomentová skořepina** a **osově symetrické těleso**. Modelová tělesa PP budou přiřazena k částem přírubového spoje následujícím způsobem:

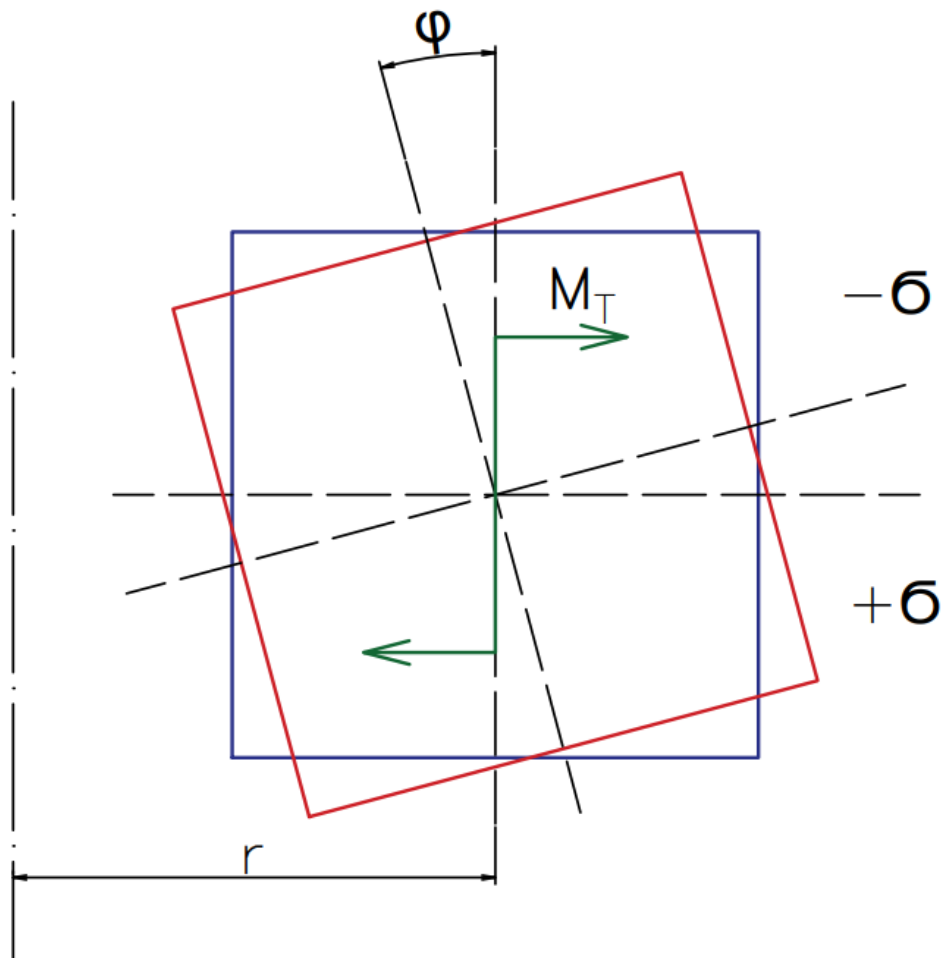
- List příruby                      osově symetrické těleso
- Potrubí                              bezmomentová skořepina
- Šrouby, těsnění                    tělesa deformované tahem/tlakem

Jediným tělesem PP, který je z výčtu výše schopen se deformovat ohybem je list příruby, jinými slovy veškeré momentové zatížení v druhém modelu je pohlceno v listu příruby.

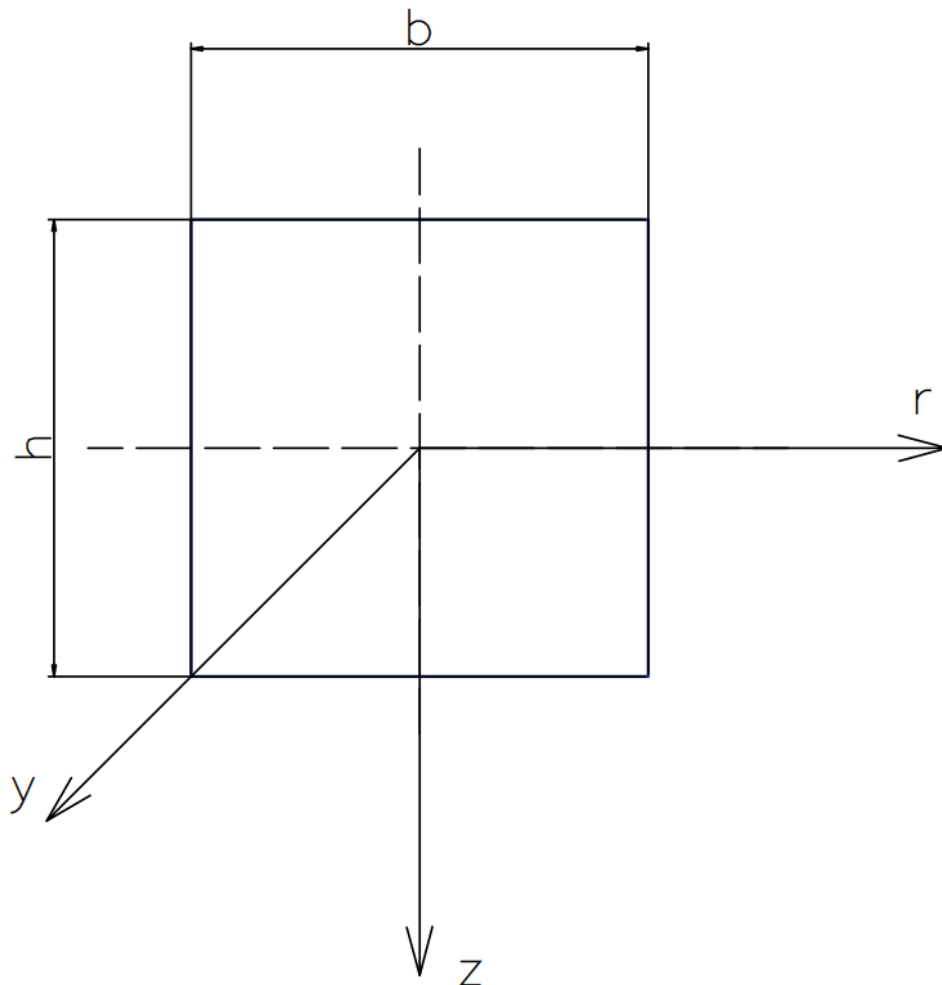
V průběhu kapitoly je nejdříve popsán teoretický základ z hlediska pružnosti pevnosti, poté bude objasněn princip řešení modelu a na závěr budou vykresleny výsledné hodnoty a deformované tvary.

## 6.1. Osově symetrické těleso

Ve druhém modelu bude využito pro modelování listu příruby osově symetrické těleso. Nejdříve bude objasněno, jakým způsobem se chová toto těleso jako takové. Budou uvedeny závislosti jednotlivých veličin, které jsou využity při popisu tělesa. Osově symetrické těleso je zobrazeno v řezu na obr. 6.1. Pokud bude průřez virtuálně rozdělen na horní a dolní polovinu, tak v horní polovině bude vznikat tlakové napětí, v dolní polovině bude vznikat tahové napětí. Zatěžující veličinou tělesa bude liniový moment, deformační veličinou potom úhel natočení okolo střednice, který je zároveň jediný nezávislý deformační parametr.



Obr. 6.1: Osově symetrické těleso v řezu



Obr. 6.2: průřez osově symetrického tělesa

### Odvození rovnice pro úhel natočení (6.6)

Následující kapitola je věnována odvození nejzásadnějšího vzorce osově symetrického tělesa – vzorce pro úhel natočení. Na obr. 6.2 je znázorněna geometrie, ze které vychází odvození vzorce (6.6). Na obr. 6.3 je zobrazen úhel natočení obecného bodu A v průřezu osově symetrického tělesa, vzdálenost  $S_L$  je obecná vzdálenost bodu A od středu. Za použití geometrických zákonitostí jsou v rovnici (6.1) odvozeny vztahy pro posuvy v axiálním a radiálním směru v závislosti na úhlu natočení.

$$S_L = \sqrt{z^2 + r^2}$$

$$s_L \cdot \sin \varphi = \frac{\Delta z}{\cos \varphi} = \frac{\Delta r}{\sin \varphi} \quad (6.1)$$

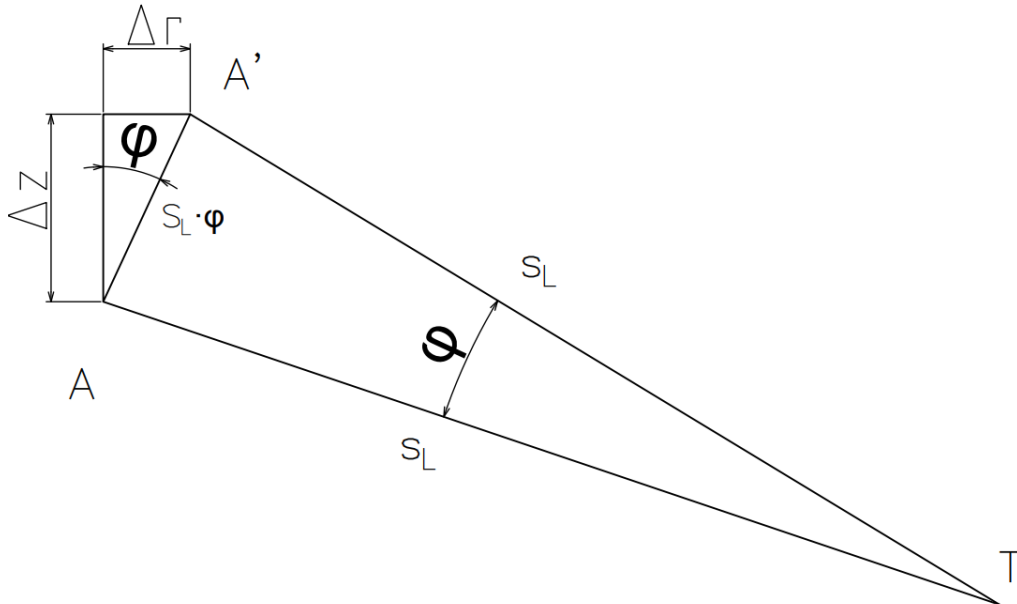
$$\Delta z = \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot s_L = \varphi \cdot 1 \cdot s_L$$

$$\Delta r = \sin \varphi \cdot \sin \varphi \cdot s_L = \varphi \cdot \varphi \cdot s_L$$

Poloměr osově symetrického tělesa je uvažován mnohem větší než rozměry průřezu, a proto je možné poloměr  $r$  uvažovat v celém průřezu konstantní. V odrážkách jsou shrnuty předpoklady geometrie úlohy:

- $r \gg h$
- $r \gg b$

Nákresy nejsou v měřítku, aby bylo možné z nich odečíst veličiny.



Obr. 6.3: Deformace osově symetrického tělesa

Další krokem při odvození je získání vztahu mezi přetvořením a úhlem natočení, které je popsáno rovnicí (6.2). V modelu je uvažováno pouze přetvoření ve směru osy x.

$$\varepsilon_r = \varepsilon = \frac{\Delta r}{r} \quad (6.2a)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta r}{r} = \frac{z \cdot \sin \varphi}{r} = \frac{z \cdot \sin \varphi}{r} \quad (6.2b)$$

Pro malé úhly deformace je možná aproximace popsaná v kapitole 3, výsledný tvar závislosti úhlu natočení a přetvoření je popsán rovnicí (6.3c).

$$\varepsilon = \frac{z \cdot \varphi}{r} \quad (6.2c)$$

Použitím Hookova zákona pro jednoosou napjatost je získán vztah napětí v závislosti na úhlu natočení, proces odvození tohoto vztahu poskytuje rovnice (6.3).



$$\sigma = E \cdot \varepsilon = \frac{E \cdot z \cdot \varphi}{r} \quad (6.3a)$$

Rovnice (6.4b) stanovuje vztah mezi normálovým napětím a normálovým distribuovaným napětím.

$$\sigma = \int_0^{2\pi} \sigma \cdot d\theta = \frac{E \cdot z \cdot \varphi}{r} \cdot 2\pi \quad (6.3b)$$

Pro získání požadovaného vztahu zatěžujícího momentu a úhlem přetvoření je využitý podobný vzorec jako při odvození prostého ohybu prutu. Odvození momentu je v rovnici (6.4).

$$M = \iint_{\psi} \sigma \cdot z \cdot dS \quad (6.4a)$$

$$\begin{aligned} M &= \iint_{-\frac{h}{2} \cdot \frac{b}{2}}^{\frac{h}{2} \cdot \frac{b}{2}} \frac{E \cdot z \cdot \varphi}{r} \cdot 2\pi \cdot z \cdot dr dz = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{E \cdot \varphi}{r} \cdot 2\pi \cdot \left[ \frac{z^3}{3} \right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dr = \\ &= \frac{E \cdot \varphi}{r} \cdot 2\pi \cdot \left[ \frac{z^3}{3} \right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \cdot [r]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} = \frac{E \cdot \varphi}{r} \cdot 2\pi \cdot \left( \frac{h^3}{24} + \frac{h^3}{24} \right) \cdot \left( \frac{b}{2} + \frac{b}{2} \right) \\ &= \frac{E \cdot \varphi}{r} \cdot 2\pi \cdot \frac{h^3 b}{12} \end{aligned} \quad (6.4b)$$

Moment vystupující v integrálu má standardní jednotku [Nm], dle vzorce (6.5a) je moment převeden na líniový moment vztažený na kružnici.

$$M = \mathcal{M} \cdot 2\pi \cdot r \quad (6.5a)$$

$$M = \mathcal{M} \cdot 2\pi \cdot r = \frac{E \cdot \varphi}{r} \cdot 2\pi \cdot \frac{h^3 b}{12} \quad (6.5b)$$

$$\varphi = \frac{\mathcal{M} \cdot 12 \cdot r^2}{E \cdot h^3 \cdot b} = \frac{\mathcal{M} \cdot r^2}{E \cdot \frac{h^3 \cdot b}{12}} \quad (6.5c)$$

Závislost mezi úhlem natočení okolo střednice a momentem  $M_T$  je popsán v rovnici (6.6). Úhel natočení je závislý na liniovém momentu, poloměru, modulu pružnosti a kvadratickém momentu. Pro rozšíření povědomí o charakteru vzorce je zde uvedena i rozměrová analýza.

$$\begin{aligned} \varphi &\cdots \text{úhel natočení [rad]} \\ \mathcal{M} &\cdots \text{liniový moment [N]} \\ r &\cdots \text{poloměr [mm]} \\ E &\cdots \text{Youngův modul pružnosti [MPa]} \\ J_y &\cdots \text{kvadratický moment [mm}^4\text{]} \end{aligned}$$

$$\varphi = \frac{\mathcal{M} \cdot r^2}{E \cdot J_y} = \frac{N \cdot \text{mm}^2}{N \cdot \text{mm}^{-2} \cdot \text{mm}^4} \quad (6.6)$$

V rovnici (6.7) je kvadratický moment průřezu.

$$J_y = \frac{h^3 \cdot b}{12} \quad (6.7a)$$

$$J_y = \frac{1}{12} \cdot h^3 b = \frac{1}{12} \cdot l_L^3 \cdot \frac{D_3 - D_1}{2} \quad (6.7b)$$

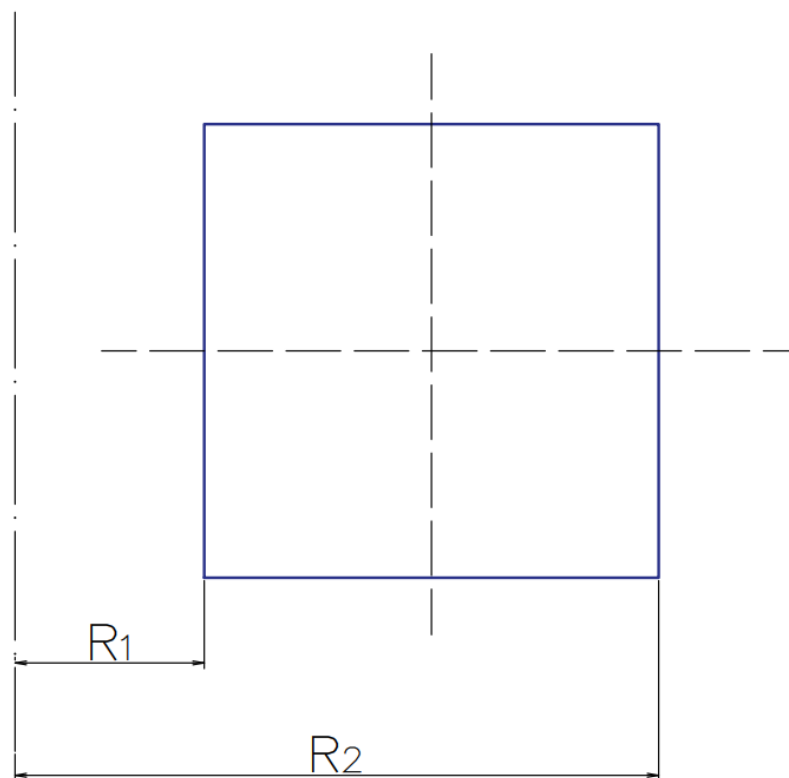
Vztah (6.6) je platný, pokud je uvažováno, že se poloměr v průřezu mění jen nepodstatně. Pokud by tato podmínka nebyla platná a poloměr by nebylo možné uvažovat jako konstantní po délce průřezu, tak by proces odvozování vyžadoval úpravu. Odvození bude odlišné pouze od kroku popsaném rovnicí (6.5b). Rozdílem bude, že poloměr  $r$  již nebude považován za konstantní. Postup odvození zůstává totožný jako u varianty s konstantním poloměrem po délce průřezu. Odlišný vývoj integrálu je popsán rovnicí (6.8).

$$\mathcal{M} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{E \cdot \varphi}{r^2} \cdot \frac{h^3 b}{12} dr = E \cdot \varphi \cdot \frac{h^3 b}{12} \cdot \left[ -\frac{1}{r} \right]_{R_1}^{R_2} = E \cdot \varphi \cdot \frac{h^3 b}{12} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \quad (6.8)$$

Výsledný vztah po úpravě je uveden v rovnici (6.9)

$$\varphi = \frac{\mathcal{M} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}{E \cdot \frac{h^3 \cdot b}{12}} \quad (6.9)$$

V odvozené rovnici (6.9) se poloměr  $r$  mění po délce příčného průřezu v mezích od  $R_1$  do  $R_2$ , tyto poloměry jsou znázorněny na obr. 6.4.



Obr. 6.4: Znázornění uvažovaných poloměrů

Na závěr kapitoly věnované osově symetrickému tělesu budou shrnuty nejdůležitější vztahy pro výpočtový model, kterými jsou:

- Odvozený vztah pro úhel natočení (6.10)
- Geometrické přepočty posuvů v radiálním a axiálním směru (6.11)

$$\varphi = \frac{\mathcal{M} \cdot r^2}{E \cdot J_y} \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} \Delta z &= \varphi \cdot s_L = \varphi \cdot \sqrt{z_0^2 + r_0^2} \\ \Delta r &= \varphi^2 \cdot s_L = \varphi^2 \cdot \sqrt{z_0^2 + r_0^2} \end{aligned} \quad (6.11)$$

## 6.2. Bezmomentová skořepina

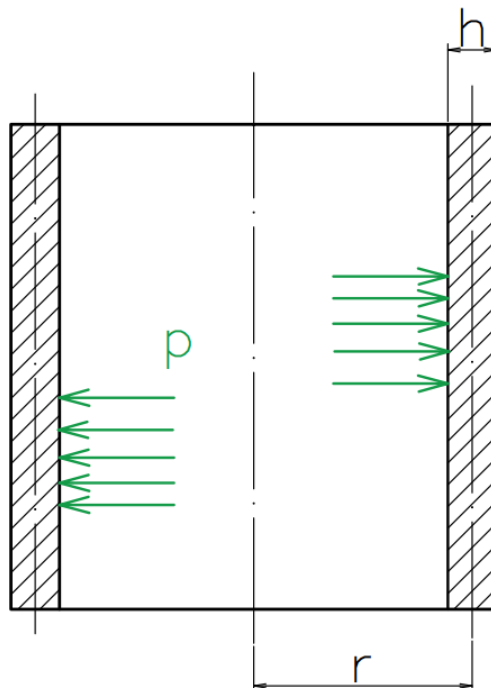
Skořepina je plošné elementární těleso pružnosti a pevnosti, které je definováno střednicovou plochou, tloušťkou a dvěma poloměry křivosti [10, s. 148] . Poloměry křivosti jsou získány pomocí dvou řezů:

- Rovnoběžkový řez
- Meridiánový řez

Obecně existuje celá řada druhů bezmomentových skořepin, pro výpočtové modelování bude využita **válcová bezmomentová skořepina**, jejíž parametry jsou zapsány v rovnici (6.12).

$$\begin{aligned} \text{rovnoběžkový poloměr} \dots r_t &= r \\ \text{meridiánový poloměr} \dots r_m &= \infty \end{aligned} \tag{6.12}$$

Hlavní charakteristikou bezmomentové skořepiny je rotační symetrie vstupních (tj. geometrie, vazby, materiál) i výstupních veličin (tj. napětí a deformace) . S pojmem bezmomentové skořepiny je úzce spjat pojem tzv. **membránové napjatosti**. Membránová napjatost je stav napjatosti, kdy jsou po celé tloušťce skořepiny průběhy všech napětí konstantní. Na obr. 6.5 je znázorněna geometrie válcové skořepiny.



Obr. 6.5: Schéma válcové skořepiny

Skořepina je zatížena vnitřním tlakem média. Ve skořepině vzniká dvojosá napjatost a trojosá deformace, tenzory napětí a přetvoření jsou uvedeny v rovnici (6.13).

$$\pi_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_m & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

$$\pi_{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

V rovnicích (6.14), (6.15) jsou uvedeny vztahy pro výpočet napjatosti a deformace. Základní rovnicí pro výpočty je Laplaceova rovnice (6.14).

$$\frac{\sigma_t}{r_t} + \frac{\sigma_m}{r_m} = \frac{p}{h} \quad (6.14)$$

Pro případ válcové skořepiny platí rovnice (6.15).

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \frac{p \cdot r}{h} \\ \sigma_m &= \frac{p \cdot r}{2 \cdot h} \\ \sigma_n &= 0\end{aligned}\tag{6.15}$$

Použitím Hookova zákona jsou získány vztahy pro přetvoření (6.16a).

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \frac{1}{r_t} \cdot (u + w \cdot \cot g \varphi_m) = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_t - \mu \cdot \sigma_m) \\ \varepsilon_m &= \frac{1}{r_m} \cdot \left( u + \frac{\partial w}{\partial \varphi_m} \right) = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_m - \mu \cdot \sigma_t) \\ \varepsilon_n &= \frac{u}{r_t} = \frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{E} \cdot (-\mu \cdot \sigma_m - \mu \cdot \sigma_t)\end{aligned}\tag{6.16a}$$

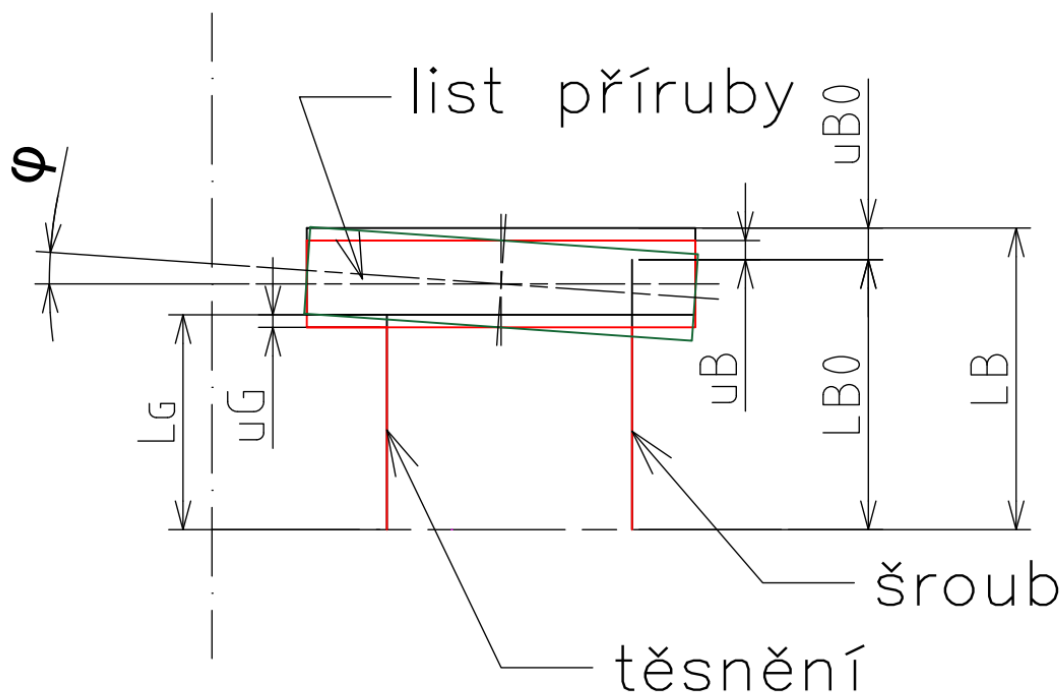
Po úpravě pro případ výpočtu válcového potrubí je získán vztah (6.16b).

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \frac{p \cdot r}{E \cdot h} \cdot \left( 1 - \frac{\mu}{2} \right) \\ \varepsilon_m &= \frac{p \cdot r}{E \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{2} - \mu \right) \\ \varepsilon_n &= -\frac{3}{2} \cdot \frac{p \cdot r \cdot \mu}{E \cdot h}\end{aligned}\tag{6.16b}$$

[10, s. 148-155]

### 6.3. Řešení modelu

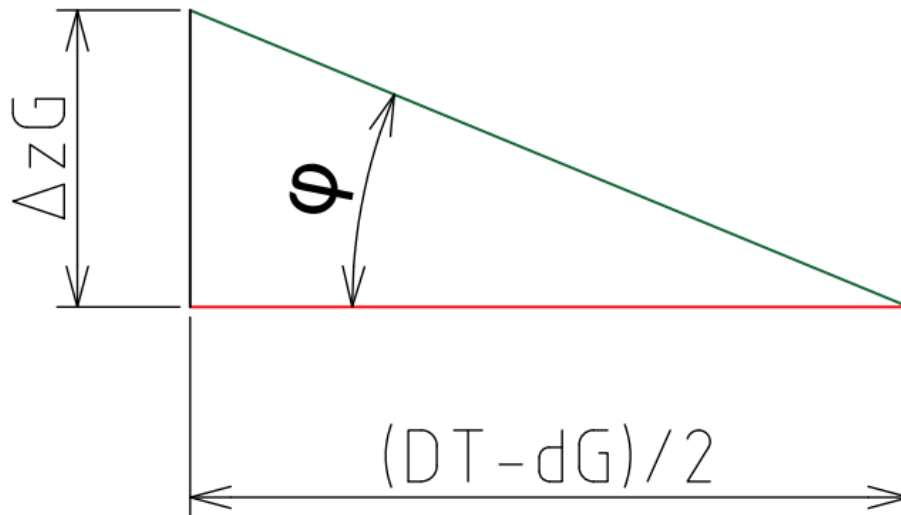
Řešení druhého výpočtového modelu vychází z řešení prvního modelu, navíc je do řešení přidána **ohybová deformace** listu příruby, která se realizuje **úhlem natočení**. V druhém modelu je potrubí modelováno bezmomentovou skořepinou, která není schopna pohltit ohybové zatížení, a proto veškeré ohybové zatížení bude pohlceno osově symetrickém tělesem (list příruby). Na obr. 6.6 je podobně jako v prvním modelu zorazena uvažovaná geometrie, která je využita při výpočtu.



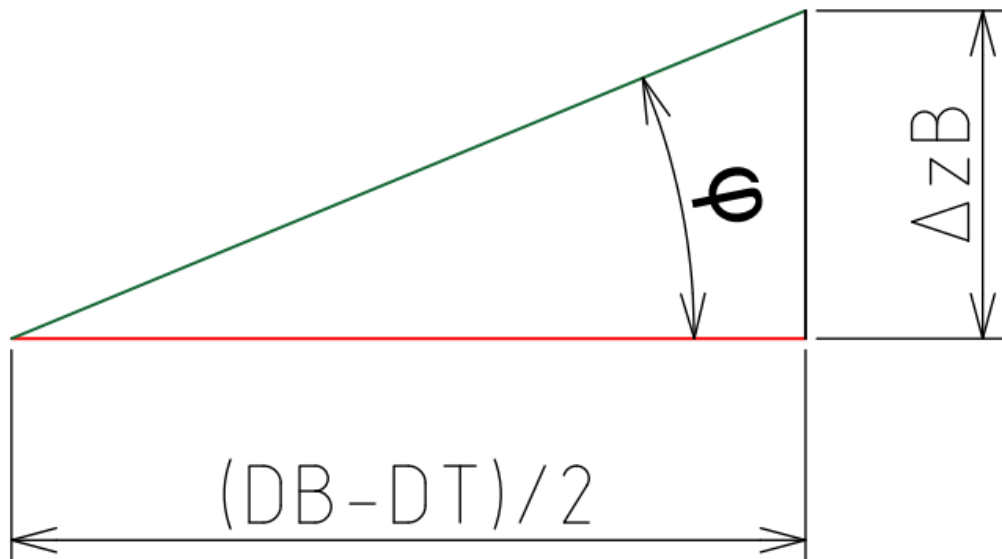
Obr. 6.6: Výpočtové schéma 2. modelu

Z obr. 6.6 je patrné, že posuvy vlivem sil jsou stejné, jako v prvním modelu. Novým prvkem je úhel natočení celého listu příruby. Z geometrie obr. 6.6 jsou přidány obr. 6.7 a obr. 6.8, kde jsou zobrazena přiblížení pro výpočet posuvu vlivem úhlu natočení v místě šroubu a v místě těsnění.





Obr. 6.7: Přiblížení schematického nákresu těsnění



Obr. 6.8: Přiblížení schematického nákresu šroubů

Celkové posuvy v místě těsnění a v místě šroubu jsou dány součtem posuvu vlivem silového a momentového zatížení. Celkový zátěžný moment je dán rovnicí (6.17), moment je vypočítaný k středu osově symetrického tělesa. Výpočet je proveden v provozním stavu, jelikož maximální možné stlačení těsnění bylo popsáno již v prvním modelu.

$$M_T = F_A \cdot \frac{D_T - D_1}{2} + F_G \cdot \frac{D_T - \frac{d_{G2} - d_{G1}}{2}}{2} + F_B \cdot \frac{D_B - D_T}{2} \quad (6.17)$$

$$M_T = 398,008 \text{ kNm}$$

Úhel natočení je vypočítaný v rovnici (6.18), je využitý odvozený vztah (6.6) z kapitoly 6.1. Ještě před dosazením do vztahu je třeba celkový moment přepočítat na moment distribuovaný na kružnici střednice listu příruby.

$$\mathcal{M}_T = \frac{M_T}{\pi \cdot D_T} = 269,552 \text{ kN}$$

$$\varphi = \frac{\mathcal{M}_T \cdot D_T^2}{4 \cdot E_L \cdot J_y} = 0,3172^\circ$$
(6.18)

Axiální posuvy vlivem úhlu natočení jsou v rovnici (6.19).

$$\Delta z_G = \frac{D_T - \frac{d_{G2} - d_{G1}}{2}}{2} \cdot \varphi = 0,3045 \text{ mm}$$

$$\Delta z_B = \frac{D_B - D_T}{2} \cdot \varphi = 0,0330 \text{ mm}$$
(6.19)

Celková deformace ve šroubech a v těsnění je dána součtem od silového a momentového působení, jako v rovnici (6.20).

$$u_{GTOTAL} = u_G - \Delta z_G = 0,5267 \text{ mm}$$

$$u_{BTOTAL} = u_B - \Delta z_B = 0,0606 \text{ mm}$$
(6.20)

Jelikož se druhém modelu nemění hodnoty sil v jednotlivých částech spoje, budou napětí stejná jako v prvním modelu.

Potrubi bude v druhém modelu modelováno bezmomentovou skořepinou, která byl popsána v kapitole 6.2. Deformace bude realizována ve dvou směrech:

- Axiální
- Radiální

Axiální deformace zůstává stejná, jako v prvním modelu. Radiální deformace je definována pouze vnitřním tlakem média. Hodnota radiálního posuvu je vypočítána v rovnici (6.22). V rovnici (6.22) jsou použity poloměr a tloušťka skořepiny, které jsou definovány v rovnici (6.21).

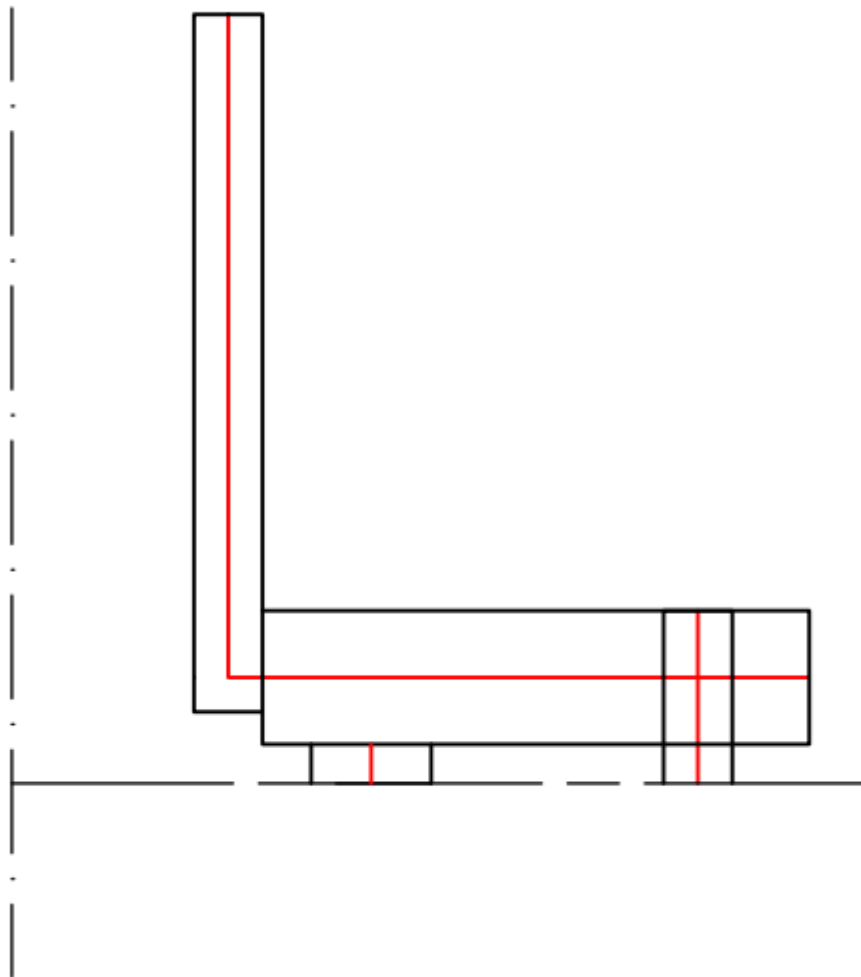
$$r_A = \frac{D_2 + D_1}{4}$$

$$h_A = \frac{D_2 - D_1}{2}$$
(6.21)

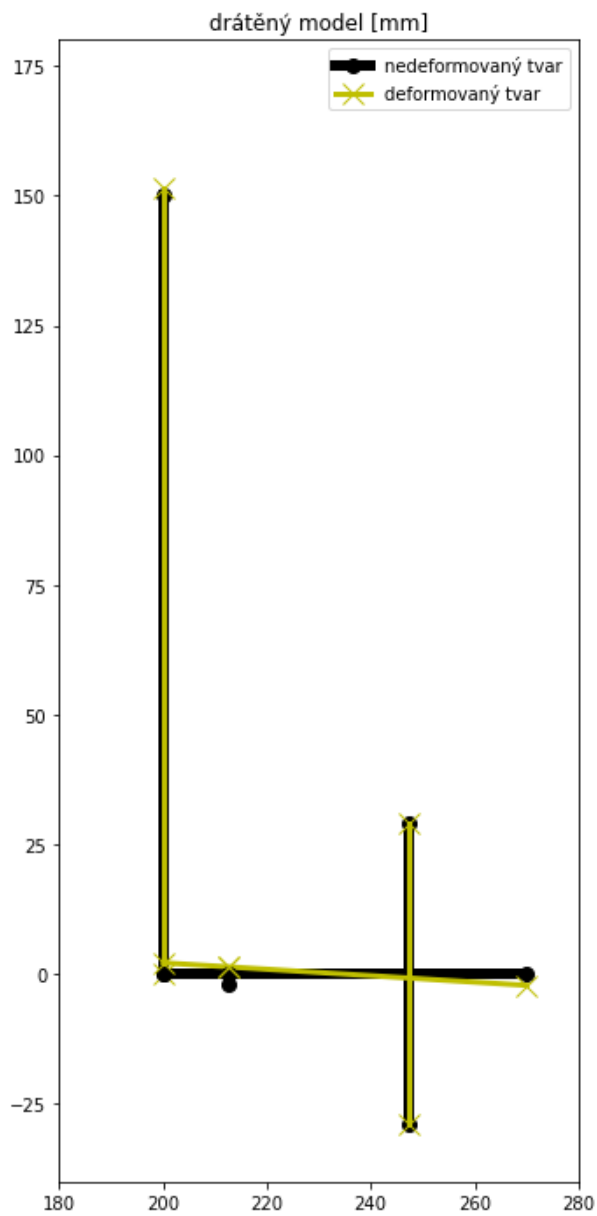
$$u_R = \frac{p \cdot r_A^2}{E_A \cdot h_A} \cdot \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) = 0,1234 \text{ mm}$$
(6.22)

## 6.4. Deformovaný tvar

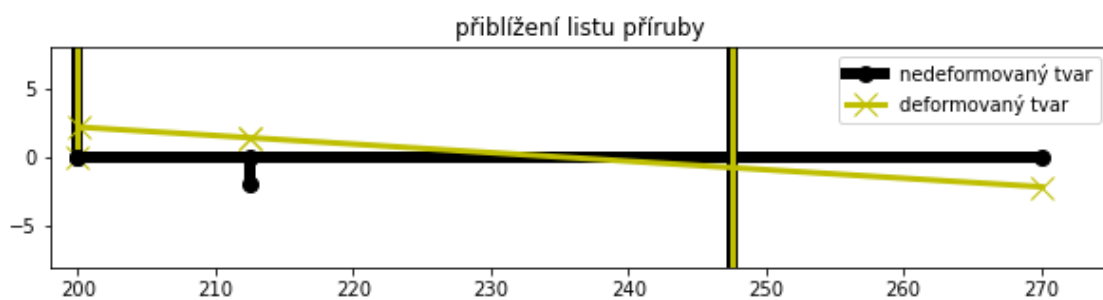
V této kapitole bude vykreslen deformovaný tvar přírubového spoje. Nástrojem vykreslení byl zvolen tzv. **drátěný model**. Drátěným modelem se rozumí model, kde každá je každá komponenta vykreslena jako úsečka („drát“). Úsečky v drátěném modelu představují **střednice** jednotlivých prvků. Na obr. 6.9 je zobrazeno schéma drátěného modelu, černé plné čáry jsou obrysy prvků jedné čtvrtině přírubového spoje, červené plné čáry jsou potom střednice těchto prvků. Na obr. 6.10 deformovaný tvar při uvažování pouze deformace listu příruby jako osově symetrického tělesa.



Obr. 6.9: Drátěný model – schéma



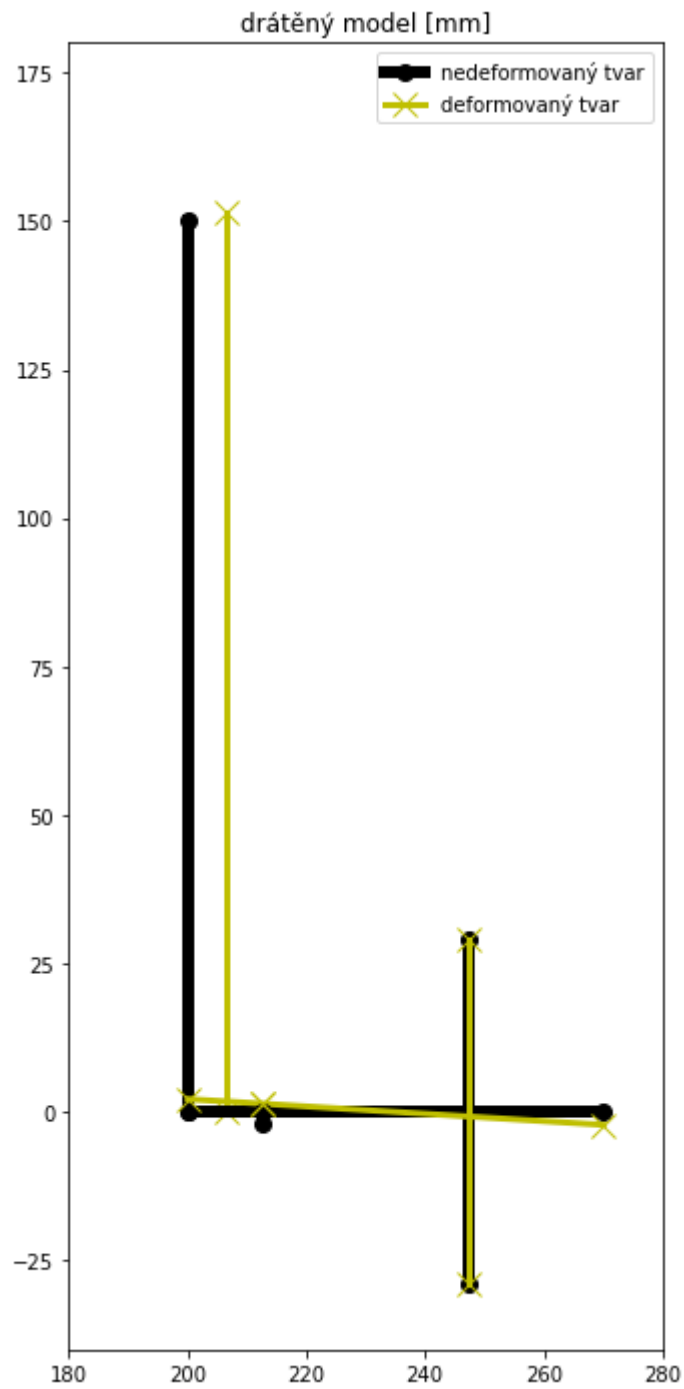
Obr. 6.10: Drátěný model deformovaného tvaru



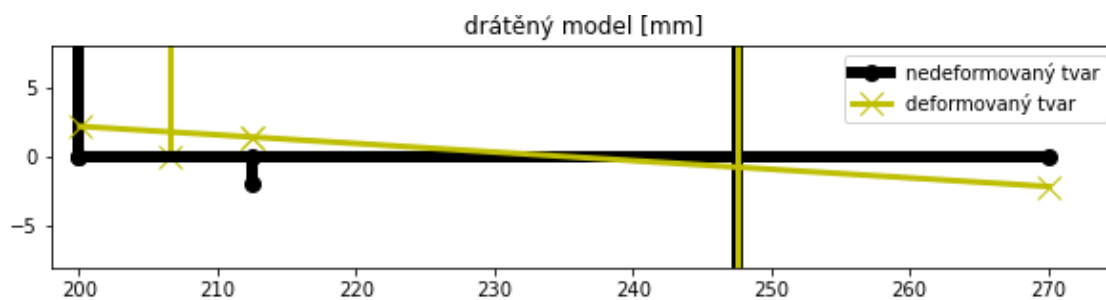
Obr. 6.11: Drátěný model deformovaného tvaru

Na obr. 6.11 je přiblížení na list příruby z celkového drátěného modelu z obr. 6.9.

V obr. 6.12 je do drátěného modelu zahrnuta i deformace potrubí. Nejdříve je použita bezmomentová skořepina pro prvotní nastínění charakteru deformace.



Obr. 6.12: Drátěný model s deformací potrubí

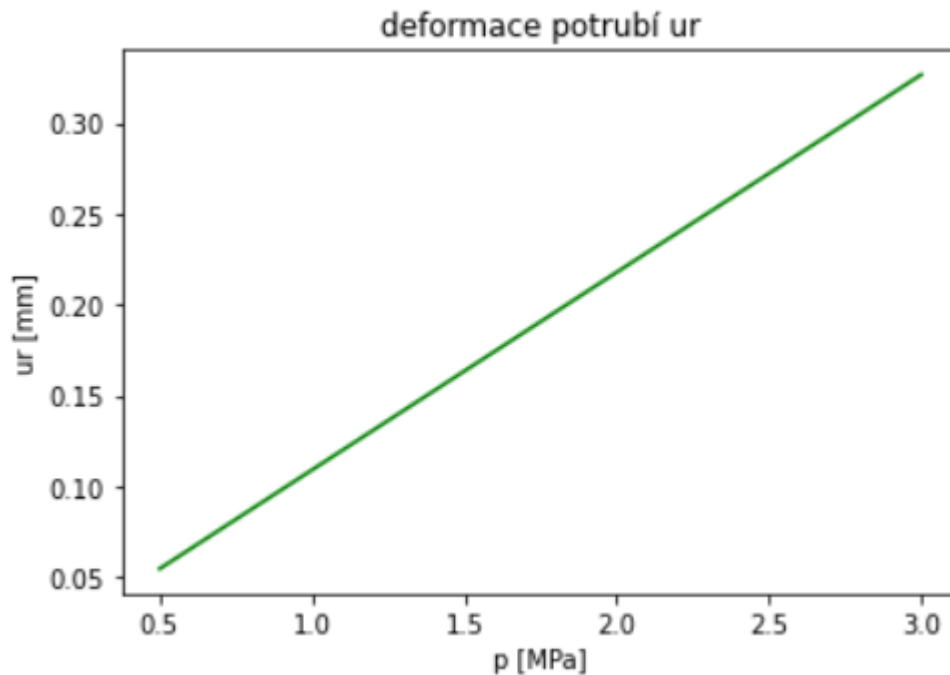


Obr. 6.13: Drátěný model s deformací potrubí

Na obr. 6.13 je přiblížení listu příruby, z obrázku je patrné, že při použití bezmomentové skořepiny není zachováno kontinuum přírubového spoje jako celku. Z toho vyplývá, že použití bezmomentové skořepiny není vhodným řešením, platné je pouze ve velké axiální vzdálenosti od přírubového spoje. Nicméně může být použito při prvním orientačním výpočtu. Drátěný model je uveden i pro bezmomentovou skořepinu, aby bylo zřejmé jakým způsobem výsledný model vznikl. Zároveň je toto jednodušší řešení kontrolou pro následující složitější řešení.

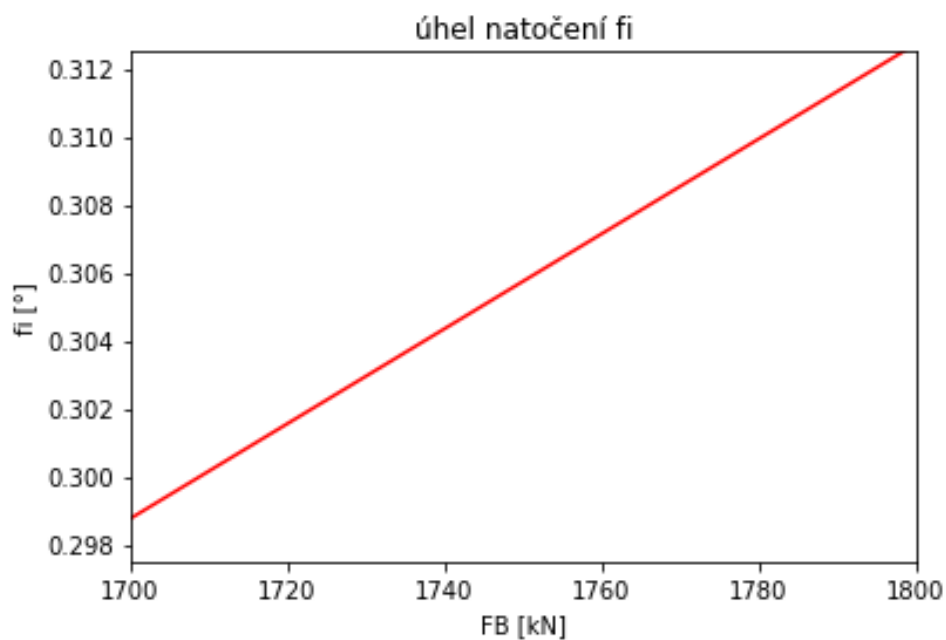
## 6.5. Grafické závislosti

Jako první bude u výpočtového modelu graficky znázorněn průběh deformace **bezmomentové skořepiny**. K výpočtu jsou využity vztahy popsané v kapitole 6.2. Bezmomentová skořepina je uvedena na úvod, jelikož přináší nejjednodušší popis chování zatíženého potrubí. Dalším důvodem použití je kontrola modelu, ve velké vzdálenosti od přírubového spoje se bezmomentová i momentová skořepina chovají stejně. Hlavní výstupní charakteristikou, na kterou bude zaměřena pozornost je radiální deformace potrubí. Na obr. 6.14 je tato deformace zobrazena v závislosti na vnitřním tlaku média.



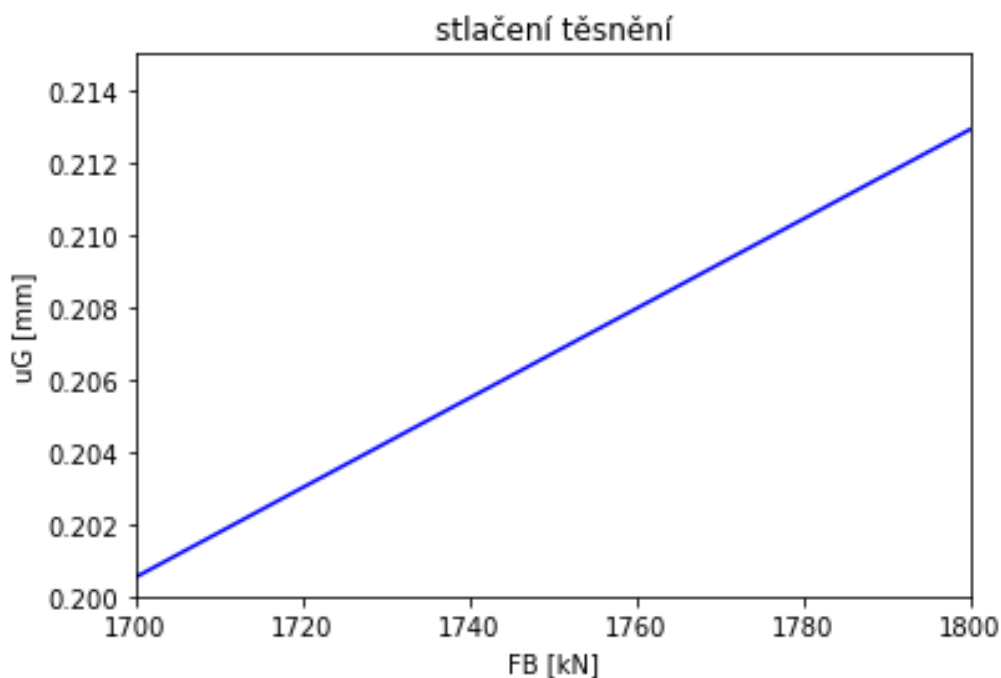
Obr. 6.14: Graf deformace potrubí v závislosti na tlaku

Jedinou nezávislou deformací **osově symetrického tělesa** je úhel natočení. Oba posuvy jsou již závislé na úhlu natočení. Úhel natočení tedy nejlépe vystihuje deformaci celého listu příruby. Jeho hodnoty jsou vyneseny v grafu obr. 6.15 v závislosti na síle předpětí.



Obr. 6.15: Graf úhlu natočení

Nejdůležitější výstupní parametr, který je v modelu analyzován je stlačení těsnění. Finální hodnota stlačení těsnění je vypočítána jako součet stlačení od silového působení z prvního modelu a od momentového zatížení v druhém modelu. Stlačení těsnění je funkcí zatížení přírubového spoje, geometrických a materiálových parametrů. Na obr. 6.16 je graf závislosti síly předpětí ve šroubech a celkovém stlačení těsnění.



Obr. 6.16: Graf stlačení těsnění v závislosti na síle předpětí



## 6.6. Hodnoty deformací a napětí

Číselné hodnoty deformací a napětí, neboli výstup z výpočetního modelu je vyobrazen v tab. 6.2. Tab. 6.1. udává zatěžující veličiny přírubového spoje.

Tab. 6.1: tabulka hodnot zatížení

$F_B$	1771,858	<i>kN</i>
$p$	0,6	<i>MPa</i>

Tab. 6.2: Tabulka hodnot deformace a napětí

$u_G$	0,2092	<i>mm</i>
$u_A$	0,1259	<i>mm</i>
$u_B$	0,0278	<i>mm</i>
$\varphi$	0,3172	$^\circ$
$\sigma_G$	39,956	<i>MPa</i>
$\sigma_A$	18,601	<i>MPa</i>
$\sigma_B$	302,205	<i>MPa</i>

## 7. Třetí model

Třetí model vychází z výsledků dosažených v modelu druhém. List příruby bude modelován spojením prvků **osově symetrického tělesa**, popsaného v kapitole 6.1, a nově tělesem PP – **válcové těleso**. Potrubí bude popsáno **momentovou skořepinou** místo skořepiny bezmomentové. Šrouby a těsnění budou stále uvažovány jako tělesa, která se deformují pouze tahem/tlakem, tedy v axiálním směru.

- List příruby                    osově symetrické těleso + válcové těleso
- Potrubí                            momentová skořepina
- Šrouby, těsnění                tělesa deformovaná tahem/tlakem

Třetí model tedy uvažuje u listu příruby nezanedbatelnou radiální deformaci. V této kapitole bude obdobně jako v kapitolách předchozích nejdříve představena obecná podstava válcového tělesa a momentové skořepiny z pohledu pružnost pevnosti, následně bude provedeno samotné výpočtové modelování.

### 7.1. Válcové těleso

U válcového tělesa se stejně jako u skořepin předpokládá rotační symetrie z hlediska:

- Geometrie
- Materiálu
- Zatížení
- Vazeb

Ve válcovém tělese nastává trojosá deformace i napjatost, tato skutečnost je popsána zároveň rovnicí (7.1).

$$\begin{aligned} \pi_\varepsilon &= \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_t \end{bmatrix} \\ \pi_\sigma &= \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7.1)$$

Nejdůležitější vztahy, které budou využity při modelování jsou shrnuty v rovnicích (7.2) a (7.3).

$$\begin{aligned} \sigma_r - \sigma_t + r \cdot \frac{d\sigma_r}{dr} &= 0 \\ \sigma_r &= A - \frac{B}{r^2} + \lambda \cdot \varepsilon_z \\ \sigma_t &= A + \frac{B}{r^2} + \lambda \cdot \varepsilon_z \\ \sigma_z &= 2A\mu + (2G + \lambda)\varepsilon_z \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned}
 u &= C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r} \\
 \varepsilon_r &= \frac{du}{dr} \\
 \varepsilon_t &= \frac{u}{r} \\
 \varepsilon_z &= \frac{dw}{dz}
 \end{aligned}
 \tag{7.3}$$

U válcového tělesa jsou zaváděny následující materiálové charakteristiky (7.4).  $\lambda$  je **Lammého materiálová konstanta** a  $G$  je **modul pružnosti ve smyku**.

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \frac{E \cdot \mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \\
 G &= \frac{E}{2(1 + \mu)} \\
 A &= C_1 \cdot \frac{\lambda}{\mu} \\
 B &= 2G \cdot C_2
 \end{aligned}
 \tag{7.4}$$

[10, s. 94-107]

## 7.2. Momentová skořepina

Elementární těleso pružnosti pevnosti, které je schopno nejlépe popsat potrubí v okolí přírubového spoje je momentová skořepina. Úměrně přesnosti výpočtu avšak roste i výpočetní náročnost. Zjednodušeně je možné říci, že momentová skořepina je složitější variantou bezmomentové válcové skořepiny. Momentová skořepina má na rozdíl od skořepiny bezmomentové **ohybovou tuhost**, je tedy možné uvažovat vliv zatížení ohybovým momentem. Předpokladem je opět rotační symetrie vstupních (geometrie, zatížení, vazby, materiál) i výstupních (deformace a napjatost) veličin. Z geometrického hlediska se jedná o tenkostěnný rotační válec. Zatížení bude opět realizováno vnitřním tlakem média, ale navíc bude uvažováno i zatížení na konci potrubí v kontaktu s listem příruby. Ve skořepině vzniká dvojosá napjatost a trojosá deformace, tenzory napětí a přetvoření jsou uvedeny v rovnici (7.5).

$$\pi_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_t \end{bmatrix}$$

$$\pi_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

[10, s. 136-147]

Pro praktický výpočet za pomoci momentové skořepiny je nutné nejdříve definovat používané geometricko-materiálové parametry  $\beta, B$ . V rovnici (7.6) je zaveden parametr  $\beta$ , v rovnici (7.7) potom parametr  $B$ , který vyjadřuje **ohybovou tuhost** skořepiny.

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{r^2 h^2}} \quad (7.6)$$

$$B = \frac{E h^3}{12(1-\mu^2)} \quad (7.7)$$

Průběh deformace potrubí po jeho délce je popsán rovnicí (7.8).  $C_1, C_2$  jsou konstanty, které jsou získány pomocí okrajových podmínek dosazením známých posuvů, konstanty jsou zapsány v rovnicích (7.9) a (7.10).  $\mathcal{M}_A$  je liniový moment působící v místě svaření listu a krku příruby.  $\mathcal{T}_A$  je liniová posouvající síla v místě svaření listu a krku příruby.  $u_p$  je deformace potrubí ve velké vzdálenosti od listu příruby, kde je již průběh deformace po délce potrubí téměř konstantní tj. je uvažována membránová napjatost. Vztah pro výpočet je v rovnici (7.11).

$$u = e^{-\beta z} \cdot (C_1 \cdot \sin(\beta z) + C_2 \cdot \cos(\beta z)) + u_p \quad (7.8)$$

$$C_1 = \frac{\mathcal{M}_A}{B \cdot 2\beta^2} \quad (7.9)$$

$$C_2 = -\frac{\mathcal{M}_A\beta + \mathcal{J}_A}{B \cdot 2\beta^3} \quad (7.10)$$

$$u_p = \frac{r^2}{E \cdot h} \cdot p \cdot \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \quad (7.11)$$

Další deformační charakteristikou momentové skořepiny, která bude využita při tvorbě výpočtového modelu je průběh úhlu natočení podél délky potrubí. Vzorec pro natočení je v rovnici (7.12). Vzorec pro úhel natočení je získán derivací vzorce pro radiální deformaci podle proměnné  $z$ , která určuje axiální vzdálenost od konce skořepiny [10, s. 142].

$$\vartheta = \frac{du}{dz} = -\beta \cdot e^{-\beta z} \cdot (C_1 \cdot (\sin\beta z - \cos\beta z) + C_2 \cdot (\sin\beta z + \cos\beta z)) \quad (7.12)$$

[10, s. 136-147]

### 7.3. Řešení modelu

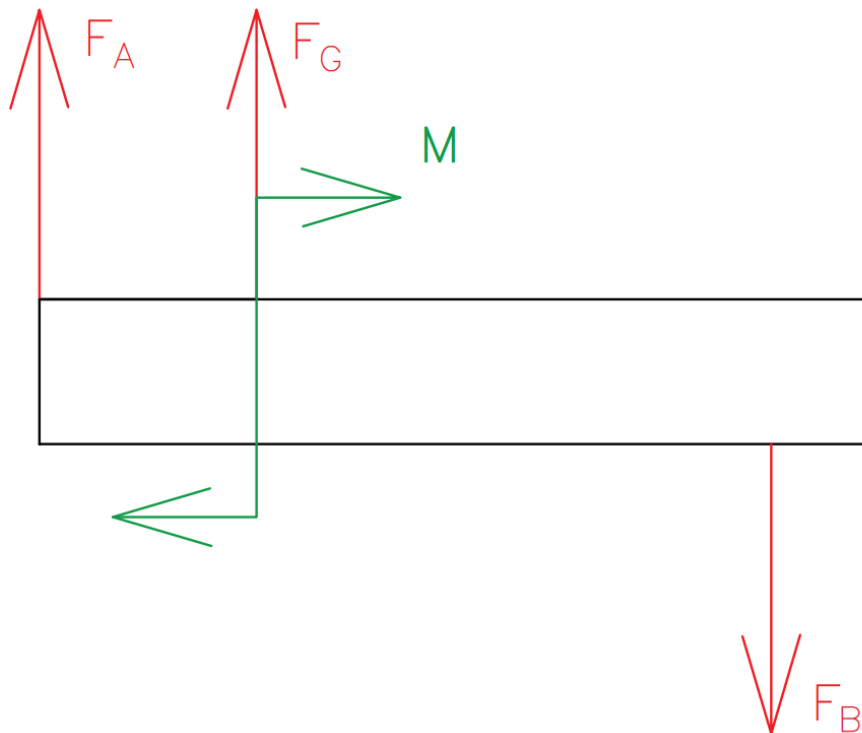
Třetí model je vyřešen uvolněním listu příruby, uvolnění je znázorněno na obr. 7.1. Hlavním rozdílem oproti modelu druhému je **distribuce celkového zátěžného momentu mezi list příruby a potrubí**. Moment  $M$  je celkový moment, který vznikne v přírubovém spoji vlivem zatížení silou předpětí ve šroubech a tlakem média (7.14), celkový zátěžný moment je vztažený k působišti síly v těsnění. Hodnota momentu je vypočítána v místě těsnění. Tento moment bude rozdělen mezi list příruby a potrubí, toto rozdělení je v rovnici (7.13) s následující indexací:

- Index A potrubí (modelováno momentovou skořepinou)
- Index L list příruby (modelováno osově symetrickým tělesem)

Deformace šroubů a těsnění je uvažována v tomto modelu opět pouze jednoosá. Poměr, ve kterém bude moment rozdělen je jednoznačně definován poměrem tuhostí obou těles. List příruby má určitě vyšší tuhost, je tedy předpokládáno, že moment listu bude větší.

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{\text{celkový}} &= \mathcal{M}_{\text{list}} + \mathcal{M}_{\text{potrubí}} \\ \mathcal{M} &= \mathcal{M}_L + \mathcal{M}_A\end{aligned}\quad (7.13)$$

$$M = F_A \cdot \frac{\frac{d_{G2} + d_{G1}}{2} - D_1}{2} + F_B \cdot i \cdot \frac{D_B - \frac{d_{G2} + d_{G1}}{2}}{2}\quad (7.14)$$

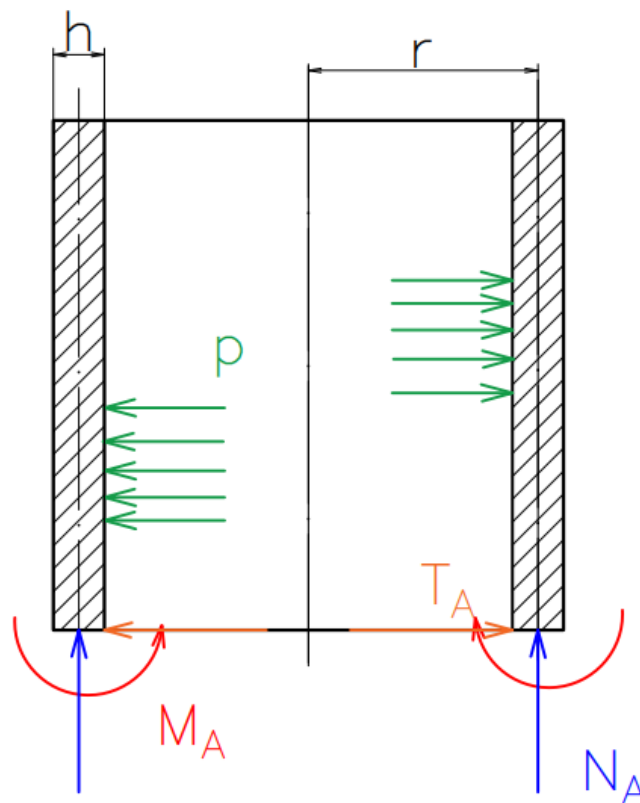


Obr. 7.1: uvolnění druhého modelu

Z rovnice (7.14) je známo zatížení přírubového spoje. Nyní budou definovány okrajové podmínky úlohy, kterými jsou stejné posuvy a úhly natočení v místě spojení obou výpočtových těles. Stejně posuvy a natočení jsou vyjádřeny v rovnici (7.15). V první fázi výpočtu je uvažovaná nulová radiální deformace.

$$\begin{aligned} u_A &= u_L = 0 \\ w_A &= w_L \\ \vartheta_A &= \vartheta_L \end{aligned} \quad (7.15)$$

Spojením okrajových podmínek, zatížení, geometrie a materiálových charakteristik je vytvořena soustava rovnic (7.16). Neznámými parametry v soustavě rovnic budou liniové momenty a síla, kterými na sebe vzájemně působí potrubí a list příruby. Uvolnění je znázorněno na obr. 7.2. Na obr. 7.2 je uvedeno uvolnění pouze potrubí, jelikož toto uvolnění je pro následující výpočty dostatečné. Liniová axiální síla  $\mathcal{N}_A$  je jednoznačně definována pouze vnitřním tlakem média, pokud bude vynásobena obvodem kružnice, na které působí, bude mít stejnou číselnou hodnotu jako axiální síla  $F_A$  z prvního modelu.



Obr. 7.2: Schéma uvolnění

$$\begin{aligned}
-\frac{\mathcal{M}_A \beta + \mathcal{J}_A}{B \cdot 2\beta^3} + \frac{r_A^2}{E \cdot h} \cdot p \cdot \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) &= \varphi^2 \cdot \sqrt{z_0^2 + r_0^2} = 0 \\
w_A = w_L = \varphi \cdot \sqrt{z_0^2 + r_0^2} & \\
\frac{\mathcal{M}_A}{B \cdot 2\beta} + \frac{\mathcal{M}_A \beta + \mathcal{J}_A}{B \cdot 2\beta^2} &= \frac{\mathcal{M}_L \cdot r_L^2}{E \cdot J_y} \\
\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_L &= \mathcal{M}
\end{aligned} \tag{7.16a}$$

Soustava rovnic (7.16a) je vztažena k bodu kontaktu listu příruby a potrubí, je tedy možné počítat s **liniovým hodnotami sil a momentů**. Za předpokladu, že pro deformaci v axiálním směru bude použitý pouze vztah vycházející z osově symetrického tělesa, pak bude soustava rovnic mít rozměr 3x3, soustava je přepsána do maticového tvaru v rovnici (7.16b).

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2B \cdot \beta^2} & \frac{1}{2B \cdot \beta^3} & 0 \\ \frac{1}{B \cdot \beta} & \frac{1}{2B \cdot \beta^2} & -\frac{r_L^2}{E \cdot J_y} \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathcal{M}_A \\ \mathcal{J}_A \\ \mathcal{M}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r_A^2 \cdot p}{E \cdot h} \cdot \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \\ 0 \\ \frac{M}{\pi \cdot D_1} \end{pmatrix} \tag{7.16b}$$

Řešení soustavy rovnic je shrnuto rovnicí (7.16c). Předpoklad, že moment působící na list příruby bude větší než moment působící na potrubí je splněn. Byla provedena i zpětná kontrola v podobě silové a momentové rovnováhy, výsledky tedy lze považovat za verifikované.

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_A &= -221,21 \text{ Nmm/mm} \\
\mathcal{J}_A &= 15,04 \text{ N/mm} \\
\mathcal{M}_L &= -1256,97 \text{ Nmm/mm}
\end{aligned} \tag{7.16c}$$



Následující kapitola bude věnována řešení listu příruby jako válcového tělesa. Bude využito vztahů z kapitoly 7.1. Na úvod řešení budou zavedeny poloměry  $R_1, R_2$  v rovnici (7.17).

$$\begin{aligned}R_1 &= \frac{D_1}{2} \\R_2 &= \frac{D_3}{2}\end{aligned}\tag{7.17}$$

Úvodním krokem v řešení je sestavení **okrajových podmínek** úlohy, které jsou v rovnici (7.18).

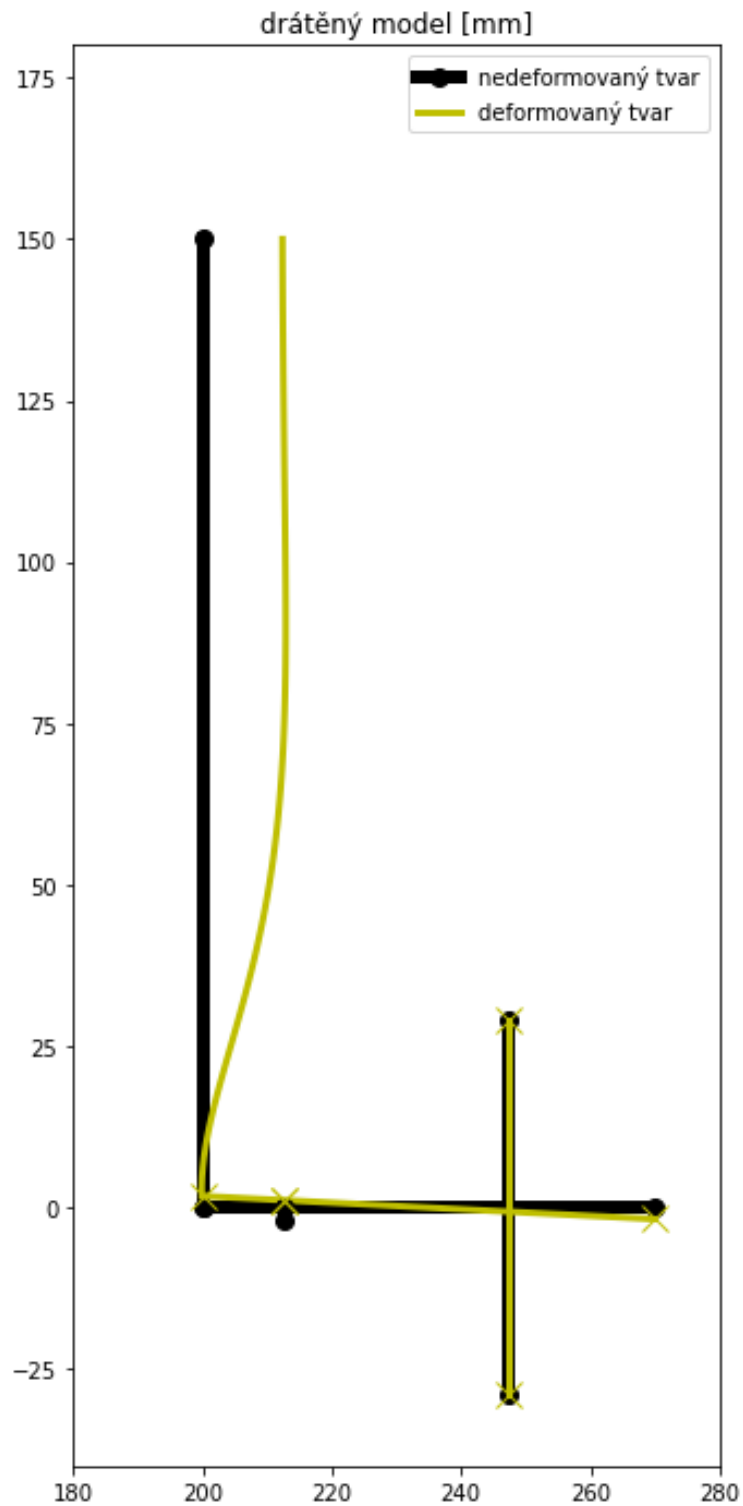
$$\begin{aligned}r = R_1: \quad \sigma_r &= -p \\r = R_2: \quad \sigma_r &= 0\end{aligned}\tag{7.18}$$

Spojením okrajových podmínek z rovnice (7.18) a rovnice pro radiální napětí (7.2) je získána soustava dvou rovnic o dvou neznámých. Řešením soustavy jsou hodnoty konstant  $A, B$  v rovnici (7.19).

$$\begin{aligned}A &= \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot p \\B &= \frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot p\end{aligned}\tag{7.19}$$

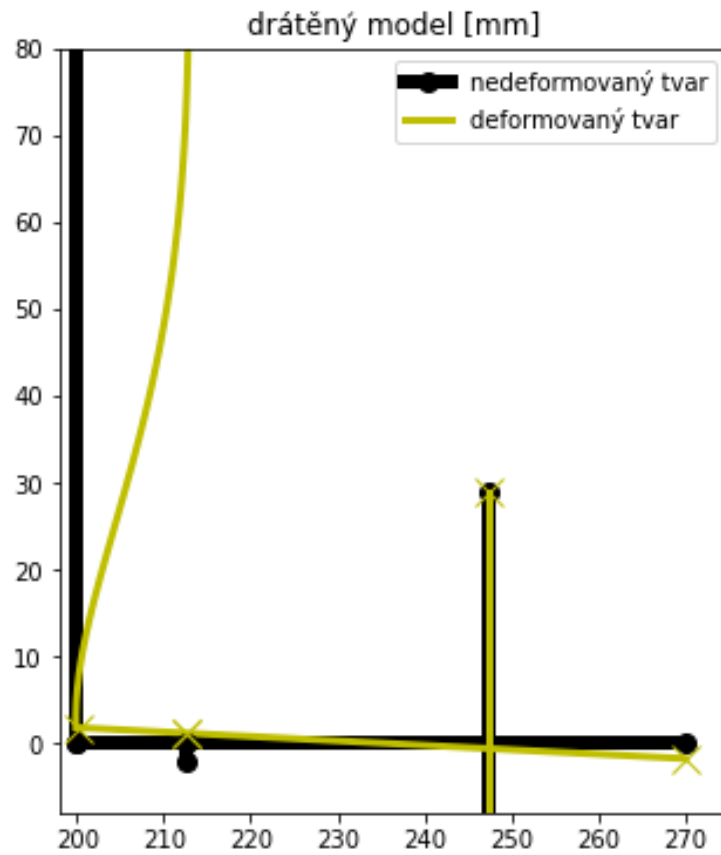
## 7.4. Deformovaný tvar

Na obr. 7.3 je znázorněn deformovaný tvar přírubového spoje při použití momentové skořepiny a osově symetrického tělesa. Deformace je 100x zvětšena.



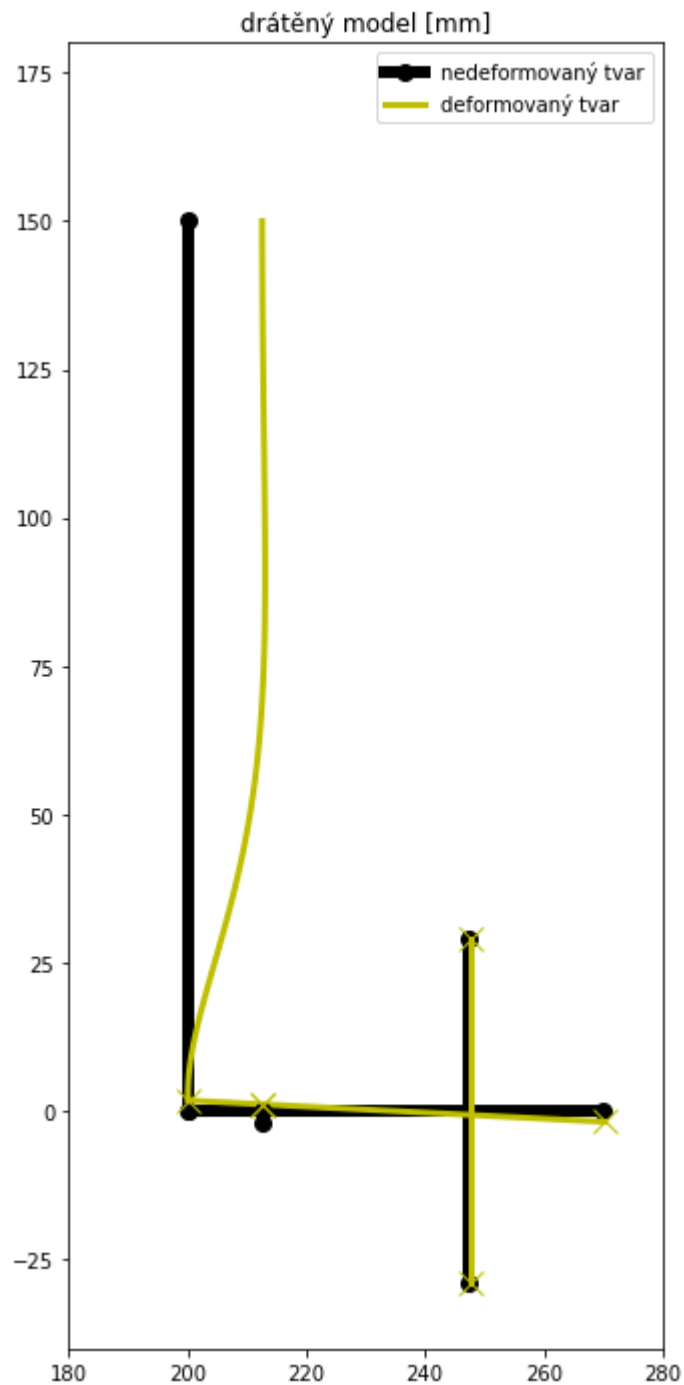
Obr. 7.3: deformovaný tvar při použití momentové skořepiny a osově symetrického tělesa

Deformovaný tvar na obr. 7.4 v sobě spojuje deformaci typickou pro osově symetrické těleso a deformaci typickou pro momentovou skořepinu, zároveň je důležité, že jsou splněny nejdůležitější okrajové podmínky, kterými jsou stejné posuvy a natočení v místě kontaktu obou těles a zachování pravých úhlů i v deformovaném tvaru.

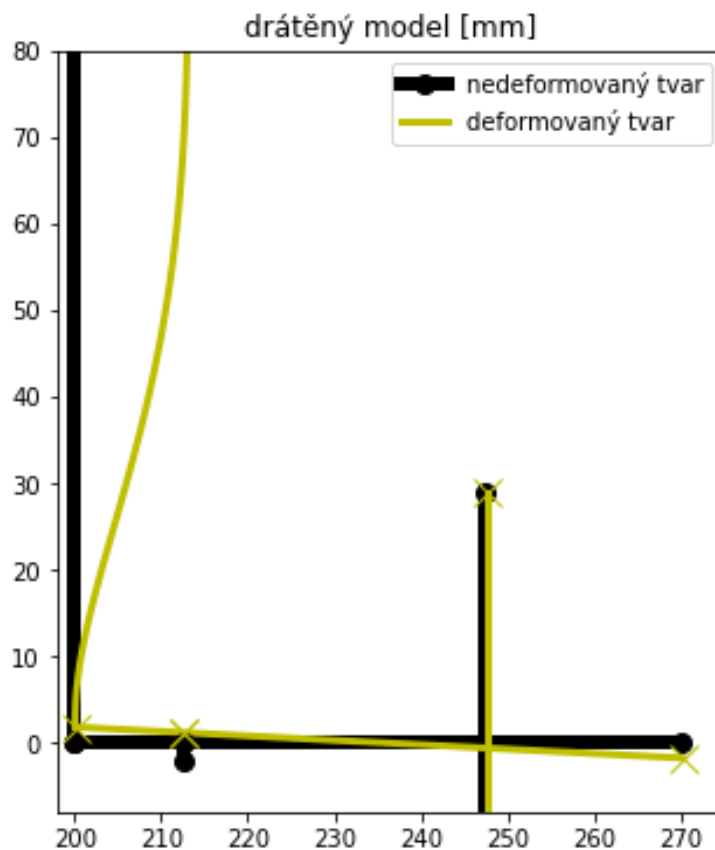


Obr. 7.4: přiblížení listu příruby

Zohlednění radiální deformace listu příruby má jen malý vliv na výsledný deformovaný tvar. S určitou nadsázkou lze říci, že uvažování radiální deformace nemá vliv na deformovaný tvar, ale pouze na číselné výsledky. Deformovaný tvar po zahrnutí válcového tělesa je na obr. 7.5 a 7.6.

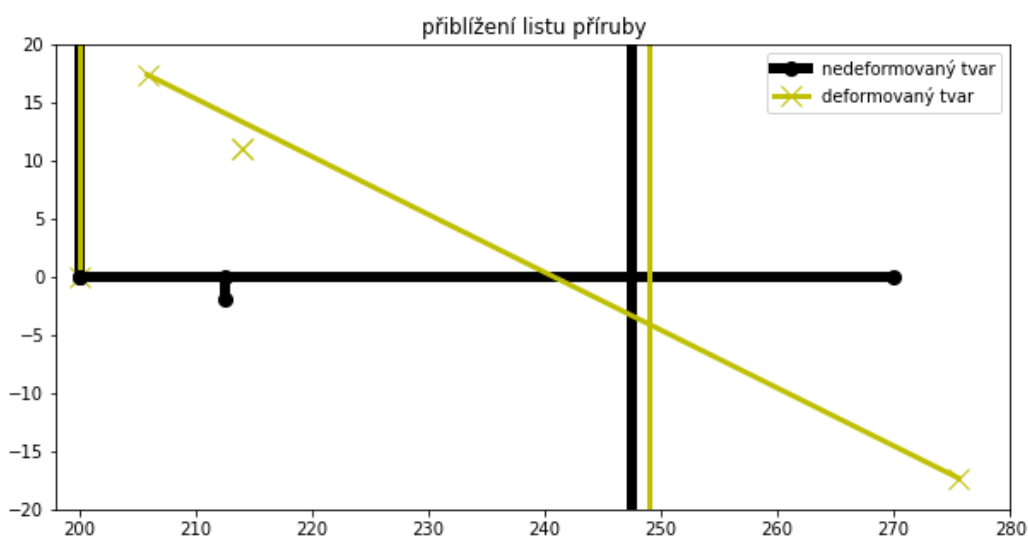


Obr. 7.5: deformovaný tvar při použití momentové skořepiny, osově symetrického tělesa a válcového tělesa



Obr. 7.6: přiblížení listu příruby

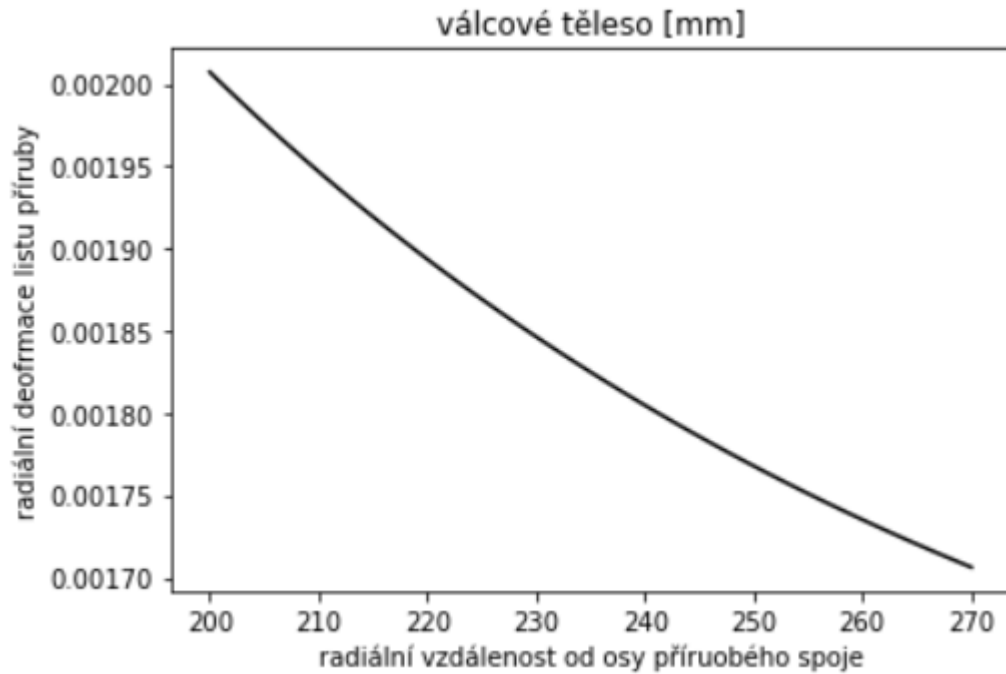
Jelikož na první pohled vliv uvažování radiální deformace není zřejmý v deformovaného tvaru je přidán obr. 7.7, který se zaměřuje pouze na deformaci listu příruby. Obecně deformace listu příruby je velmi malá, a proto je v obr. 7.7 800x zvětšena. Kvůli velmi vysokému koeficientu zvětšení deformace v obr. 7.7 nelze uvažovat deformované tvary šroubů a těsnění. Obr. 7.7 slouží pouze k demonstraci deformace listu příruby.



Obr. 7.7: Deformace listu příruby dle osově symetrického tělesa a válcového tělesa

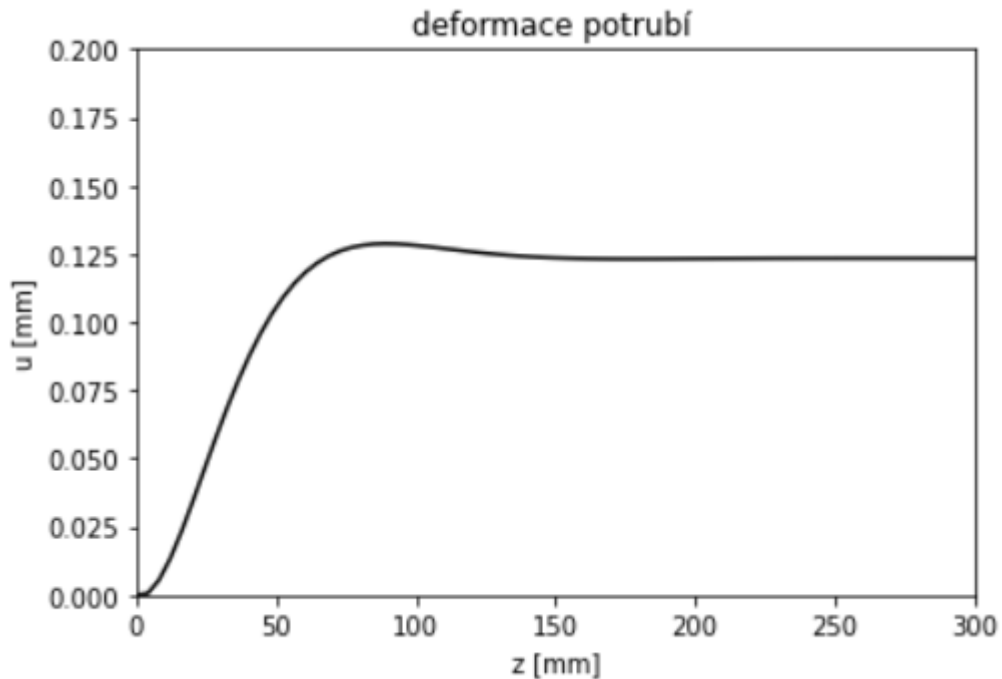
## 7.5. Grafické závislosti

Použitím rovnice pro průběh radiální deformace (7.3) byl získán graf radiální deformace listu příruby v závislosti na radiální vzdálenosti od osy přírubového spoje. Průběh deformace popisuje obr. 7.8. Radiální deformace listu příruby klesá s rostoucí vzdáleností od osy přírubového spoje.

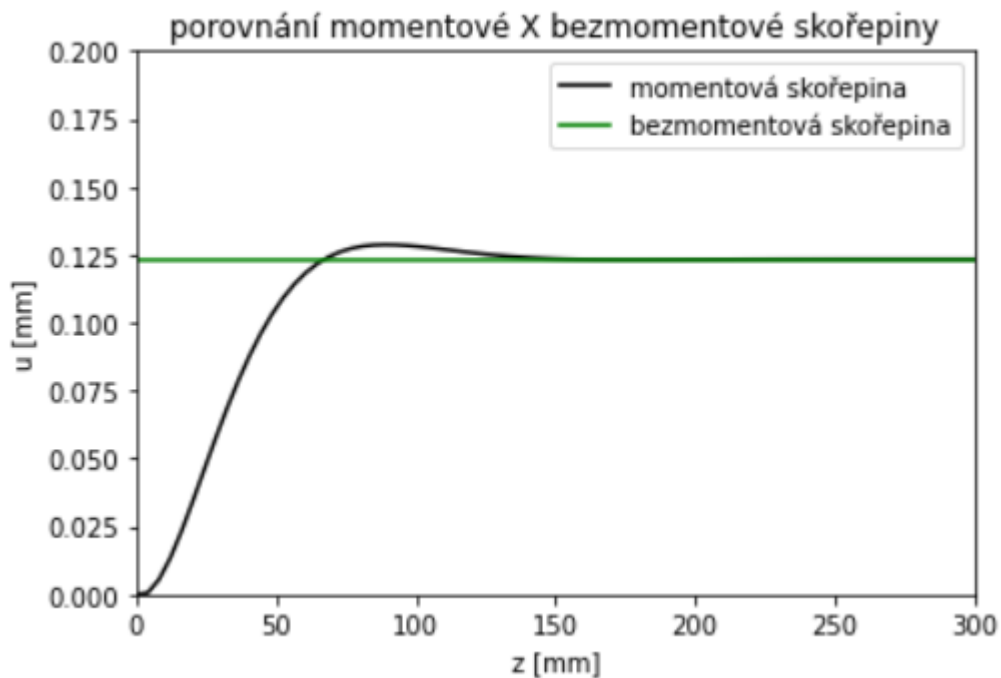


Obr. 7.8: Radiální průběh deformace – válcové těleso

Dalším tělesem PP, které bude graficky analyzováno je **momentová skořepina**, jejíž podstata a důležité vzorce jsou popsány v kapitole 7.2. Hlavní rozdíl v deformačním chování se projevuje v blízkosti přírubového spoje, kde působící momenty nejsou zanedbatelné. Na obr. 7.9 je vykreslen průběh radiální deformace momentové skořepiny podél její délky. Na obr. 7.10 jsou porovnány hodnoty získané při použití obou skořepin.



Obr. 7.9: Deformace potrubí jako momentové skořepiny



Obr. 7.10: Porovnání výpočtů dle momentové a bezmomentové skořepiny

## 7.6. Hodnoty deformací a napětí

Číselné hodnoty deformací a napětí, neboli výstup z výpočetního modelu je vyobrazen v tab. 7.2. Tab. 7.1. udává zatěžující veličiny přírubového spoje.

Tab. 7.1: tabulka hodnot zatížení

$F_B$	1771,858	<i>kN</i>
$p$	0,6	<i>MPa</i>

Tab. 7.2: Tabulka hodnot deformace a napětí

$u_G$	0,2092	<i>mm</i>
$u_A$	0,1259	<i>mm</i>
$u_B$	0,0278	<i>mm</i>
$\varphi$	0,3172	$^\circ$
$\sigma_G$	39,956	<i>MPa</i>
$\sigma_A$	18,601	<i>MPa</i>
$\sigma_B$	302,205	<i>MPa</i>



## 8. Porovnání výsledků

V této kapitole budou shrnuty výsledky z jednotlivých modelů. Hlavním smyslem této kapitoly je znázornit přesnost jednotlivých modelů v jedné tabulce/grafu. Možnost porovnávat mezi sebou výsledky jednotlivých modelů je podmíněna stejným zatížením přírubového spoje popsaném rovnicí (8.1). Výsledky z modelů jsou porovnávány v provozním stavu.

$$\begin{aligned} p &= 0,6 \text{ MPa} \\ F_{B0} &= 1770 \text{ kN} \end{aligned} \quad (8.1)$$

V tab. 8.1 jsou shrnuty číselné hodnoty výstupů z jednotlivých modelů.

Tab: 8.1: Porovnání výsledků od jednotlivých modelů

číslo modelu	$u_G$	$u_A$	$u_B$	$\sigma_G$	$\sigma_A$	$\sigma_B$
[–]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0,8312	0,0177	0,0936	40,001	18,601	302,205
2	0,2092	0,1247	0,0278	39,956	18,601	292,325
3	0,2092	0,1247	0,0278	39,956	18,601	292,325

## 9. Závěr

V bakalářské práci bylo provedeno výpočtové modelování přírubového spoje, nejpřesnější výpočtový model byl sestaven z momentové skořepiny a spojení osově symetrického a válcového tělesa. Napjatost a deformace obecně ve všech modelech vycházela velmi malá a za stanovených zatěžovacích a geometrických podmínek je očekáván bezproblémový provoz. Prvek, který vykazoval řádově vyšší deformace, je těsnění. Souhrnně lze konstatovat, že popis deformace a napětí v těsnění je klíčovým faktorem při výpočtovém posuzování přírubových spojů. Nejzásadnější vliv na zpřesnění modelu měl popis potrubí pomocí skořepinových těles, naopak nejmenší vliv na přesnost výpočtu měl popis listu příruby pomocí válcového tělesa, jelikož list příruby je v radiálním směru velmi tuhý. Hlavní přínos práce je v aplikaci analytických vztahů pružnosti pevnosti na konkrétní technický problém, které může být podkladem pro sestavení efektivnějších modelů pro výpočty přírubových spojů. Další pokračování například formou diplomové práce by mohlo do výpočtu zahrnout komplexnější tělesa PP nebo počítání s některými prvky (zejména těsnění), jako s prvky nelineárními. Dále by bylo možné zohlednit vliv zatížení teplotou, vnějším tlakem, nebo zatěžování tlakem, jehož hodnota nebude v čase konstantní (vliv hydraulických rázů).

## 10. Bibliografie

- [1] Pipe flange with bolts connecting between pipe and water tank. In: *Shutterstock* [online]. 2003-2021 [cit. 2021-05-13]. Dostupné z: <https://www.shutterstock.com/cs/image-photo/pipe-flange-bolts-connecting-between-water-1673172391>
- [2] Pipe flange bolt connection. Cross section.: Vector illustration isolated on white background in realistic style. In: *Shutterstock* [online]. 2003-2021 [cit. 2021-05-18]. Dostupné z: <https://www.shutterstock.com/cs/image-vector/pipe-flange-bolt-connection-cross-section-1747597235>
- [3] FITNESSFREAK, Mohit. Class 150 Stainless Steel Plate Flanges: Inconel 800 Forged Flanches. In: *Kind PNG* [online]. 2019 [cit. 2021-05-13]. Dostupné z: [https://www.kindpng.com/imgv/bbihRi\\_class-150-stainless-steel-plate-flanges-inconel-800/](https://www.kindpng.com/imgv/bbihRi_class-150-stainless-steel-plate-flanges-inconel-800/)
- [4] *Kruhové příruby pro trubky, armatury, tvarovky a příslušenství, s označením PN: Část 1: Příruby z oceli*. 1. Praha: Česká agentura pro standardizaci, 2018.
- [5] *Příruby a přírubové spoje – Rozměry těsnění pro příruby s označením PN: Část 1: Nekovová plochá těsnění s vložkou nebo bez vložky*. 1. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2013.
- [6] Full face gasket types. In: *Hardhatengineer* [online]. 2021 [cit. 2021-05-18]. Dostupné z: <https://hardhatengineer.com/what-is-a-gasket-types-of-gaskets/>
- [7] *Bezešvé ocelové trubky pro tlakové účely – Technické dodací podmínky: Část 1: Trubky z nelegovaných ocelí se stanovenými vlastnostmi při okolní teplotě*. 1. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2014.
- [8] JANÍČEK, Přemysl. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. 3., přeprac. vyd., V Akademickém nakladatelství CERM 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-X.
- [9] PTFE gaskets: Klinger top-chem 2000. *Gasket data database* [online]. Münster: Universty of applied sciences, 2021 [cit. 2021-05-18]. Dostupné z: <http://www.gasketdata.org/datenbank.php?lang=en&g=he&p=1&h=5>
- [10] ONDRÁČEK, Emanuel. *Mechanika těles: pružnost a pevnost II*. Vyd. 4., přeprac., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006. ISBN 80-214-3260-8.

## 11. Seznam použitých zkratek a symbolů

$PP$	Pružnost pevnost	-
$MKP$	Metoda konečných prvků	-
$DN$	Jmenovitý průměr	$mm$
$PN$	Jmenovitý tlak	$bar$
$A, B$	Geometricko-materiálové konstanty	-
$B$	Ohybová tuhost	$Nmm$
$C_1, C_2$	Geometricko-materiálové konstanty	-
$d, D$	průměr	$mm$
$D_1$	Vnitřní průměr potrubí	$mm$
$D_2$	Vnější průměr potrubí = vnitřní průměr příruby	$mm$
$D_B$	Průměr roztečné kružnice děr pro šrouby	$mm$
$D_3$	Vnější průměr příruby	$mm$
$d_B$	Průměr šroubu	$mm$
$d_{G1}$	Vnitřní průměr těsnění	$mm$
$d_{G2}$	vnější průměr těsnění	$mm$
$E$	Youngův modul pružnosti	$MPa$
$F$	síla	$N$
$G$	Modul pružnosti ve smyku	$MPa$
$J_y$	Kvadratický moment	$mm^4$
$h$	tloušťka	$mm$
$i$	Počet šroubů	-
$l$	tloušťka	$mm$
$M$	moment	$Nmm$
$\mathcal{M}$	Liniový moment	$N$
$p$	tlak	$MPa, bar$
$R$	poloměr	$mm$

$R_{p0,2}$	Smluvní mez kluzu	$MPa$
$r$	Radiální vzdálenost	$mm$
$s$	vzdálenost	$mm$
$t$	Teplota	$^{\circ}C$
$\mathcal{T}$	Liniová síla	$N/mm$
$u$	Radiální posuv	$mm$
$w$	Axiální posuv	$mm$
$z$	Axiální vzdálenost	$mm$
$\beta$	Geometrický parametr	$mm^{-1}$
$\varepsilon$	přetvoření	-
$\vartheta$	Úhel natočení	$rad, ^{\circ}$
$\lambda$	Lammého konstanta	$MPa$
$\mu$	Poissonovo číslo	-
$\sigma$	napětí	$MPa$
$\varphi$	Úhel natočení	$rad, ^{\circ}$

### Použité indexy

$A$	Potrubí
$B$	Šrouby
$G$	Těsnění
$L$	List příruby
$m$	Meridiánový
$n$	Normálový
$r$	Radiální
$t$	Tečný
$z$	axiální
$0$	nedeformovaný

## 12. Seznam příloh

- **Příloha A: Jupyter (Python)**
  - analytické výpočty, grafy, deformované tvary
  - výpočtové kódy jsou v textovém formátu i ve formátu programu Jupyter