



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MATEMATIKY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

NÁVRH A OPTIMALIZACE TLUMIČE TEPLOTNÍCH FLUKTUACÍ VYUŽÍVAJÍCÍ LATENTNÍ TEPLA FÁZOVÉ PŘEMĚNY

DESIGN AND OPTIMIZATION OF TEMPERATURE FLUCTUATION DUMPER WITH LATENT HEAT
THERMAL ENERGY STORAGE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Lukáš Kozubík

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

BRNO 2018

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav matematiky
Student:	Bc. Lukáš Kozubík
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Matematické inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.
Akademický rok:	2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Návrh a optimalizace tlumiče teplotních fluktuací využívající latentní teplo fázové přeměny

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Požadavek na konstantní teplotu pracovní tekutiny se objevuje v mnohých technických aplikacích. Jedním ze způsobů minimalizace a útlumu teplotních fluktuací proudící tekutiny je použití tepelného výměníku – tlumiče, který využívá latentního tepla fázové přeměny vhodného materiálu. Vhodný návrh tlumiče je základním předpokladem pro jeho efektivní a účinný provoz.

Cíle diplomové práce:

Cílem práce je naprogramovat (případně ve vhodném software vytvořit) tepelný model tlumiče teplotních fluktuací. Tlumič bude tvořen materiálem se změnou skupenství. Model bude následně využit zvoleným optimalizačním algoritmem/softwarem k návrhu tlumiče a ke stanovení jeho optimálních parametrů.

Seznam doporučené literatury:

MEHLING, Harald a Luisa F. CABEZA. Heat and cold storage with PCM: An up to date introduction into basics and applications. Heidelberg: Springer, 2008. ISBN 978-364-2088-070.

INCROPERA, Frank P., David P. DEWITT, Theodore L. BERGMAN a Adrienne S. LAVINE. Principles of heat and mass transfer. Sedmé vydání. Singapore: John Wiley, 2013. ISBN 978-0-470-64615-1.

RAO, Singiresu S. Engineering optimization: Theory and practice. Čtvrté vydání. Hoboken: Wiley, 2009. ISBN 978-0-470-18352-6.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Cílem této diplomové práce je vytvořit model tlumiče teplotních fluktuací pomocí metod v práci popsaných. K tlumení fluktuací se využívá materiál PCM. Tato práce popisuje jednu z možných aplikací tohoto materiálu do praxe. K numerickému výpočtu fázové přeměny materiálu PCM se využívá metoda efektivní tepelné kapacity a metoda entalpie. Součástí práce jsou i teoretické základy přenosu tepla, které popisují diferenciální rovnice. V závěru je model optimalizován a techniky na něm použity popsány.

KLÍČOVÁ SLOVA

tlumič teplotních fluktuací, PCM, fázová přeměna, latentní teplo, rychlostní mezní vrstva, numerický model teplotního pole, Včelí algoritmus

ABSTRACT

The goal of this master's thesis is creating a model of the attenuation of the fluid temperature fluctuations using methods described in the thesis. PCM is used to attenuation of fluctuations. This thesis is example of utilization PCM in technical practice. Numerical calculation of PCM phase change uses the method of effective heat capacity and enthalpy method. A part of this thesis also forms a theoretical basis for heat transfer described by differential equations. The final part of the thesis is dedicated to the optimization of the model and the description of the optimization methods.

KEYWORDS

attenuation of fluid temperature fluctuations, PCM, phase change, latent heat, method of control volume, velocity boundary layer, numerical model of temperature field, Bees algorithm

KOZUBÍK, Lukáš *Návrh a optimalizace tlumiče teplotních fluktuací využívající latentní teplo fázové přeměny*: diplomová práce. BRNO: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav Matematiky, 2018. 66 s. Vedoucí práce Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma „Návrh a optimalizace tlumiče teplotních fluktuací využívající latentní teplo fázové přeměny“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

BRNO

.....

podpis autora

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce panu Ing. Lubomíru Klimešovi, Ph.D. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci. Dále bych rád poděkoval svému spolužákovi Bc. Martinu Zálešákovi za konstruktivní debaty o tématech souvisejících s prací.

Poděkovat bych chtěl ovšem především svým rodičům za celoživotní podporu mého studia.

BRNO

.....

podpis autora

OBSAH

Úvod	7
1 Tlumič teplotních fluktuací	8
1.1 PCM materiály	8
1.2 Smysl, konstrukční řešení a využití tlumiče	10
2 Základy přenosu tepla	12
2.1 Rovnice vedení tepla v tyči	12
2.2 Rovnice vedení tepla v tělese	15
2.3 Další rovnice	18
3 Numerický model tlumiče	20
3.1 Metoda kontrolních objemů	20
3.2 Vedení tepla ve válci	21
3.3 Stabilita	25
3.4 Adaptivní dělení kontrolních objemů	26
3.5 Součinitel přestupu tepla	28
3.6 Interakce proudící tekutiny a PCM	31
3.7 Rychlostní mezní vrstva	35
3.8 Fázová přeměna pomocí metody efektivní tepelné kapacity	37
3.9 Fázová přeměna pomocí metody entalpie	39
3.10 Srovnání numerického modelu s experimentálními daty	40
4 Optimalizace návrhu tlumiče	44
4.1 Úvod do metaheuristik	44
4.2 Optimalizace pomocí Včelího algoritmu	45
4.2.1 Včely v přírodě	46
4.2.2 Popis Včelího algoritmu	47
4.2.3 Aplikace algoritmu na zkušební funkci	48
4.3 Další typy optimalizace	49
4.3.1 Genetická optimalizace	49
4.3.2 Optimalizace hejnem částic	50
4.4 Aplikace optimalizačních metod	52
4.4.1 Optimalizační problémy	52
4.4.2 Výsledky	54
5 Závěr	58

Seznam použitých zdrojů	59
Seznam symbolů, veličin a zkratk	63
Obsah přiloženého CD	66

ÚVOD

Využití PCM (Phase Change Material) materiálů v poslední době stále stoupá. Pravděpodobně to souvisí s tendencí energií neplýtvat a efektivně ji využívat s minimálními zbytky. Tyto materiály jsou schopné ji efektivně uchovávat. Náš případ tlumiče teplotních fluktuací tuto schopnost uchování energie využívá.

Práce popisuje tvorbu numerického modelu teplotního pole s fázovou přeměnou. Tvorba takových modelů popisující přenos tepla je v dnešním světě běžnou praxí. Pro zkvalitnění takových modelů se často využívá úzká spolupráce s experimenty. Cílem ovšem není absolutní přesnost modelu, ale zachycení tendencí, podle kterých se bude tlumič chovat při změně jeho charakteristik. Díky tomuto modelu bude tedy možné zhruba předvídat chování tlumiče při potenciálních změnách jeho parametrů.

V další fázi bude návrh tlumiče pomocí modelu optimalizován. O vhodnějším výběru parametrů zařízení obecně se dá prohlásit, že jde o šetření energií. Efektivnost zařízení nebo jeho cena souvisí s neplýtváním zdroji. V dnešní době celospolečenských debat o udržitelném růstu a vlivu lidské produkce na naše prostředí je optimalizace produkce vhodnou cestou k její redukci. Například při neoptimálním zvolení parametrů tlumiče bude vzhledem k jeho předem požadované efektivnosti potřeba přidat více PCM. Tím pádem bude zvýšena spotřeba a nepřímo i produkce tohoto materiálu. Skoro každá produkce zvyšuje zatížení planety. Optimalizace ovšem je, jak již bylo zmíněno, i ekonomickou otázkou. Při optimálnějších zvolení parametrů je tlumič cenově přijatelnější. To přispívá k ekonomické prosperitě celku. Při určitém úhlu pohledu se lze dívat na celý vývoj technologií jako na určitou formu optimalizace. Co se týče úsilí a efektivity, tak je napsat SMS mnohem lepší než poslat holuba.

1 TLUMIČ TEPLOTNÍCH FLUKTUACÍ

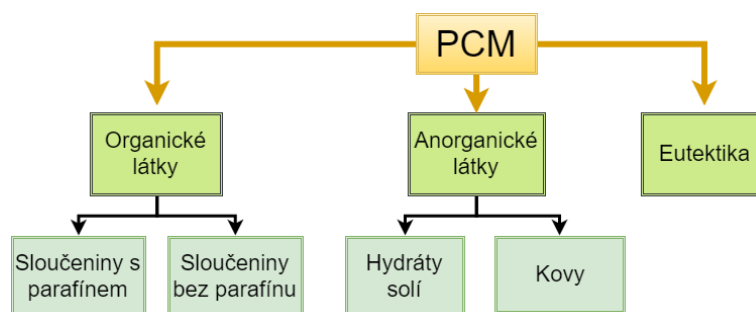
1.1 PCM materiály

Zkratka PCM znamená Phase Changed Materials čili materiály se změnou fáze. Změnou fáze se ve většině případů myslí tání nebo tuhnutí. Tyto materiály využívají své latentní teplo (teplo potřebné k fázové přeměně) jako zásobník tepelné energie.

Latentní teplo je energie potřebná k změně skupenství. Může to být například energie potřebná k narušení molekulárních vazeb mezi atomy tzn. tání. Naopak když se vazby opět formují, materiál tuhne a energie (opět latentní teplo) se uvolňuje. Tyto energie by se měly za předpokladu (důležitého při využívání PCM materiálů) vratnosti cyklu tání a krystalizace rovnat [19].

PCM materiály mají svoji teplotu tuhnutí často nastavenou na pokojové teploty, aby mohly být aplikovány do reálného používání.

Svůj boom zažívají v posledních letech v širokém spektru uplatnění. Historie jejich využívání však sahá hluboko do 20. století. Jako první použití PCM technologií se uvádí 20. léta 20. století. Jedna z prvních patentovaných technologií týkajících se PCM bylo zařízení pro ohřev teplé vody s pomocí akumulátoru s PCM už v roce 1932. Dále v roce 1965 byly patentovány ohřívací vložky s hydridem lithia pro horolezce, polární badatele nebo další náročné odběratele [35]. Využití v potravinářském průmyslu je samozřejmostí již celá desetiletí. První využití ve stavebnictví se datuje do roku 1946 v USA (Boston) [35].



Obr. 1.1: Základní dělení PCM [35].

PCM se dají rozdělit do několika základních skupin (viz obrázek 1.1). Sloučeniny s parafínem jsou cenově dostupné a jako kladná vlastnost se uvádí jejich chemická inertnost (nereaktivnost, stálost). Parafín je směs pevných uhlovodíků řady C_nH_{2n+2} a získává se například při destilaci ropy [35].

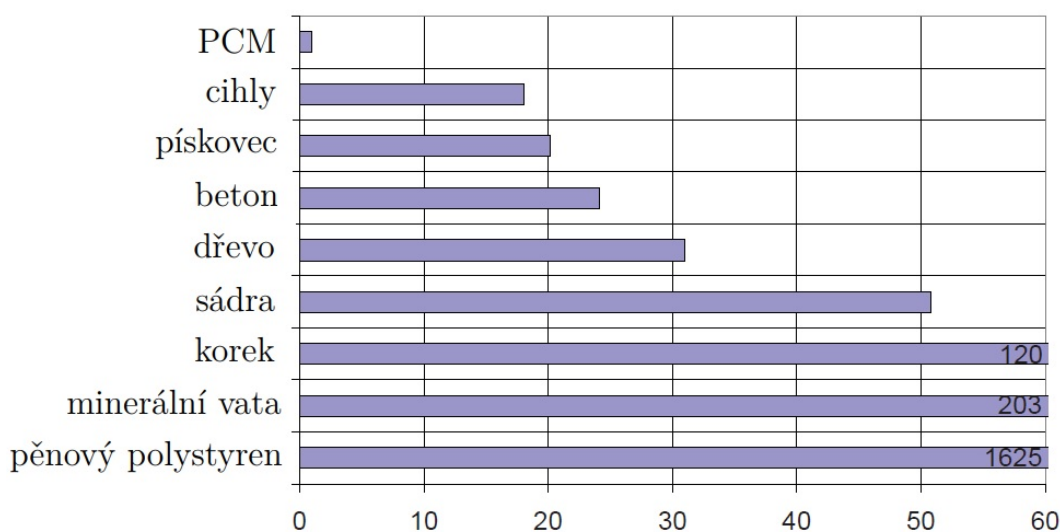
Do sloučenin bez parafínu by se dalo zařadit velké množství látek s různými vlastnostmi a mnohdy se hodí k používání za účelem tepelného zásobníku. Jejich

nevýhodou jsou hořlavost a vyšší cena. Do této široké kategorie patří například alkoholy, estery či glykoly [27].

Do anorganických PCM materiálů patří hydráty solí a kovy. U hydrátů solí způsobují vázané molekuly vody ve své struktuře větší latentní teplo. Kovy (např. gallium) mají obrovské latentní teplo na jednotku objemu, avšak z důvodu jejich velké hustoty mají malé latentní teplo na jednotku hmotnosti a to je důvod jejich řídkého využívání.

Eutektikum je taková tuhá směs dvou látek, že jejich krystaly se při tuhnutí tvoří společně (např. voda-sůl). Jednou z výhod eutektických látek je chemická stabilita a z nevýhod to jsou například korozivní vlastnosti [35]. Jako praktické PCM by se dal označit i rozteklý sýr na pizze, který ke svému ztuhnutí potřebuje uvolnit další energii (latentní teplo), která drží pizzu po delší dobu příjemně teplou.

Současné aplikace PCM materiálů jsou široké včetně tlumiče teplotních fluktuací, o němž je tato práce. Například v západní Číně využívají chovatelé jaků PCM materiálů k udržení se v teple. Tyto materiály získávají z rostlinných olejů a jačího másla a následně je vtiskávají do svých tradičních oděvů. Materiál měkne při fyzické námaze v podobě hnaní jaků do hor a naopak pastevce zahřívá při hlídání svého stáda [19].



Obr. 1.2: Tloušťka stavebních materiálů v cm ekvivalentní s 1 cm PCM co do úložiště energie se týče [20].

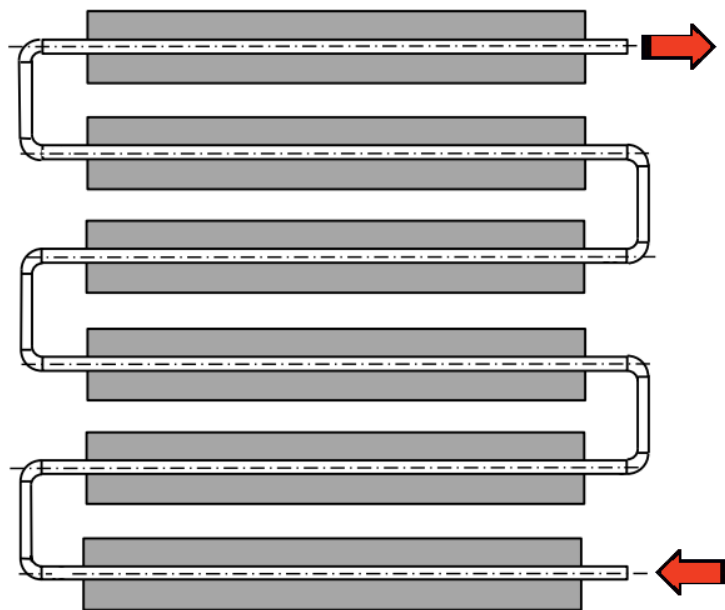
Mezi další pole možného uplatnění těchto materiálů patří tepelná ochrana systémů, akumulace energie slunečního záření, chlazení elektroniky nebo klimatizace budov [18]. Budoucnost má také aplikování tenkých vrstev PCM do stěn domů kvůli snížení tepelné fluktuace, ke které dochází vlivem střídání denních a nočních teplot [20]. Na obrázku 1.2 je srovnání nutné tloušťky vrstvy stavebních materiálů

k tomu, aby byly schopny uskladnit stejné množství energie jako jeden centimetr vrstvy PCM (130 MJ m^{-3} , teplotní diference je 4 K) [20]. Tyto materiály nachází uplatnění i pro tepelné regulace kosmických lodí [3].

1.2 Smysl, konstrukční řešení a využití tlumiče

Uvažujeme trubku, ve které proudí tekutina. Nyní sledujme teplotu v jednom bodu oné trubky. Teplotními fluktuacemi budeme mít na mysli nestálost této teploty. Tepelné fluktuace se tedy týkají statického místa v proudící tekutině a nikoli konkrétní plovoucí částice tekutiny. V reálném světě takové fluktuace má každá proudící kapalina. V praxi často vzniká potřeba mít teplotu co nejstálější a tyto fluktuace co nejvíce utlumit. Pro tento úkol využijeme vlastností PCM materiálů. Rozdíly mezi teplotami budeme redukovat pomocí latentního tepla.

Tlumič teplotních fluktuací je konstrukčně velmi jednoduché zařízení. Skládá se ze dvou částí. První částí je trubka, ve které proudí tekutina, a druhou částí je PCM, kterým je tato trubka obalena. Tento materiál, který obaluje trubku, bývá ve tvaru válce.



Obr. 1.3: Schéma tlumiče teplotních fluktuací [10].

V pozdějších částech práce budeme srovnávat model s experimentem, který proběhl na Energetickém ústavu Fakulty strojního inženýrství Vysokého učení technického v Brně. Nákres takového tlumiče je na obrázku 1.3.

Náš tlumič je z praktických důvodů rozdělen na šest částí, které jsou nad sebou a jsou spojeny koleny. V modelech toto zanedbáme a délku tlumiče budeme uvažovat jako součet těchto částí. Proudění v kolenech se všemi svými anomáliemi tedy do modelu nezahrneme. Každý z těchto šesti modulů měří 1,1 m. Vnitřní průměr je 26 mm a vnější (i s PCM) je 46 mm. Trubka v tlumiči, na kterém probíhaly experimenty, se kterými budeme srovnávat náš model, je měděná s tloušťkou 1 mm. PCM je RT42 na bázi parafínu a je umístěno mezi měděnou trubku a plastovou trubku [10].

Fluktuace se zrealizovala střídavým ventilovým vpouštěním teplé a studené vody, které byly odděleně umístěny v nádržích. Zařízení na stejném principu může tlumit náhlé jednorázové výkyvy teplot, periodicky se opakující fluktuace či stochastické fluktuace [10].



Obr. 1.4: Tlumič, vyfoceno na EÚ VUT FSI.

Reálné uplatnění tlumič nachází například v mimotělním oběhu, energetice nebo při různých experimentech [10].

2 ZÁKLADY PŘENOSU TEPLA

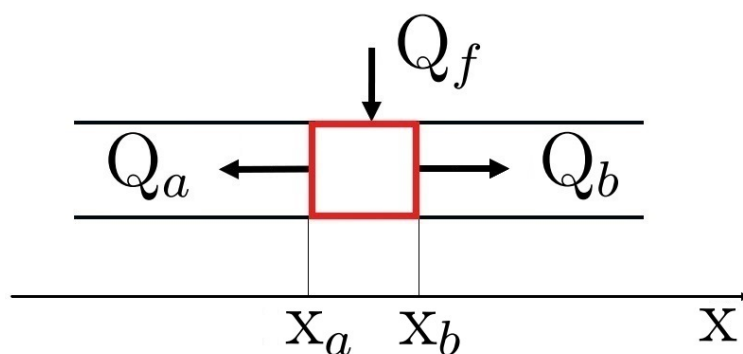
V této kapitole odvodíme základní diferenciální rovnice týkající se našeho tématu. Tyto rovnice později nepřímo využijeme v numerickém modelu. Jedná se o aplikaci vyšší matematiky na základní fyzikální jevy. Následující rovnice se v literatuře označují jako rovnice matematické fyziky.

2.1 Rovnice vedení tepla v tyči

Nejjednodušším případem vedení tepla je vedení tepla v tenké tyči. Označením tenká tyč myslíme tyč s takovým průřezem, jenž je vzhledem k délce zanedbatelný a v němž jsou všechny uvažované veličiny konstantní. Zdrojem této podkapitoly je [7].

Zavádíme souřadnici x , jenž popisuje tyč podélně a čas t . Funkce, která bude v diferenciální rovnici vystupovat jako neznámá, bude $T(x, t)$, což je teplota tyče v okamžiku t a poloze x . Předpokládáme, že je tyčka na povrchu izolovaná, abychom mohli zanedbat ztráty teploty do okolí, což ovšem neznamená absolutní oddělení tyčky a okolí (vnější zdroj energie).

Nyní budeme pracovat s elementem tyčky (x_a, x_b) a elementem času (t_α, t_β) . Za-



Obr. 2.1: Tepelná bilance v tyči.

vedeme veličinu Q_a (resp. Q_b), která říká, jak velké množství tepla vyteče z elementu ven přes konec x_a (resp. x_b) během časového intervalu (t_α, t_β) . Veličina Q_f popisuje množství tepla, které do úseku (x_a, x_b) dodáme během (t_α, t_β) zvnějšku (předpokládáme tedy nějaký vnější zdroj tepla působící na tyčku). Dále si rozepíšeme jednotlivé protékající tepla.

$$Q_a = - \int_{t_\alpha}^{t_\beta} q(x_a, t) dt, \quad (2.1)$$

$$Q_b = \int_{t_\alpha}^{t_\beta} q(x_b, t) dt, \quad (2.2)$$

$$Q_f = \int_{x_a}^{x_b} \int_{t_\alpha}^{t_\beta} f(x, t) dt dx, \quad (2.3)$$

kde funkcí $q(x, t)$ myslíme tepelný tok a funkcí $f(x, t)$ myslíme hustotu výkonu tepelného zdroje.

Uděláme tepelnou bilanci, čímž myslíme souhrn všech tepel, které se v úseku vyskytují. Veličinou ΔQ myslíme teplo, které po časovém úseku v úseku tyčky zůstalo. Tepelnou bilanci děláme s ohledem na zákon zachování energie. Tuto veličinu si zrovna vyjádříme pomocí funkce $e(x, t)$, která vyjadřuje hustotu vnitřní energie.

$$\Delta Q = Q_f - Q_a - Q_b, \quad (2.4)$$

$$\Delta Q = \int_{x_a}^{x_b} e(x, t_\beta) dx - \int_{x_a}^{x_b} e(x, t_\alpha) dx. \quad (2.5)$$

Nyní tyto dvě vyjádření ΔQ dáme do rovnosti a upravíme. Následující úpravy předpokládají potřebné derivace a spojitě prostředí.

$$\int_{x_a}^{x_b} e(x, t_\beta) dx - \int_{x_a}^{x_b} e(x, t_\alpha) dx = \int_{x_a}^{x_b} \int_{t_\alpha}^{t_\beta} f(x, t) dt dx + \int_{t_\alpha}^{t_\beta} q(x_a, t) dt - \int_{t_\alpha}^{t_\beta} q(x_b, t) dt, \quad (2.6)$$

$$\int_{x_a}^{x_b} \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \frac{\partial e}{\partial t}(x, t) dt dx = \int_{x_a}^{x_b} \int_{t_\alpha}^{t_\beta} f(x, t) - \frac{\partial q}{\partial x}(x, t) dt dx, \quad (2.7)$$

$$\int_{x_a}^{x_b} \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \frac{\partial e}{\partial t}(x, t) - f(x, t) + \frac{\partial q}{\partial x}(x, t) dt dx = 0, \quad (2.8)$$

$$\lim_{x_b \rightarrow x_a} \left(\lim_{t_\beta \rightarrow t_\alpha} \left(\frac{1}{x_b - x_a} \frac{1}{t_\beta - t_\alpha} \int_{x_a}^{x_b} \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \frac{\partial e}{\partial t}(x, t) - f(x, t) + \frac{\partial q}{\partial x}(x, t) dt dx \right) \right) = 0, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t}(x, t) - f(x, t) + \frac{\partial q}{\partial x}(x, t) = 0. \quad (2.10)$$

Doposud jsme v odvozování nic nezanedbávali a využívali obecně platné fyzikální zákony. V dalším přesnost mírně ztratíme z důvodu použití vztahů mezi energií/tepelným tokem a teplotou, což jsou pouze určité aproximační závislosti. Dále si funkce výše uvedené upravíme pomocí jiných veličin (konstituční vztahy).

$$e(x, t) = \bar{e}(x, T(x, t)) = C(x)T(x, t) + K, \quad (2.11)$$

kde $C(x)$ je množství tepla, které je nutno dodat do jednotkové délky tyče, aby se teplota zvýšila o 1°C (tedy měrná tepelná kapacita neboli měrné teplo), a K je konstanta která při derivování vypadne.

$$\frac{\partial e}{\partial t} = C(x) \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) \quad (2.12)$$

Tepelný tok upravíme podle Fourierova zákona vedení tepla (viz podkapitola 2.3) následovně:

$$q(x, t) = -\frac{\partial T}{\partial x}(x, t)\lambda(x), \quad (2.13)$$

kde $\lambda(x)$ je tepelná vodivost a záporné znaménko je tam z důvodu toho, že teplo vždy teče z teplého na studené.

Pokud vše dosadíme do (2.10) dostáváme:

$$C(x) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(x) \frac{\partial T}{\partial x}(x, t) \right) + f(x, t). \quad (2.14)$$

Dostali jsme tedy parciální diferenciální rovnici druhého řádu.

Měrná tepelná kapacita bývá vztažena většinou na jednotku hmotnosti a nikoli délky. Vztáhneme ji tedy na jednotku hmotnosti úpravou $\rho c(x) = C(x)$, kde ρ je hustota materiálu. Všimněme si, že předpokládáme nezávislost $c(x)$ a $\lambda(x)$ na teplotě. Pokud by hodnoty těchto dvou veličin byly nezávislé i na x a tyčka tedy byla z homogenního materiálu, mohli bychom s nimi zacházet jako s čísly a diferenciální rovnice by vypadala:

$$T_t' = \frac{\lambda}{c\rho} T_{xx}'' + \frac{f}{c\rho}. \quad (2.15)$$

K jednoznačnému řešení úlohy vedení tepla v tyči ovšem ještě potřebujeme počáteční podmínku v čase t_0 (v případě tyčky konečné délky následující platí pro $x \in (a, b)$ a v případě tyče nekonečné délky $x \in \mathbb{R}$).

$$T(x, t_0) = T_0(x). \quad (2.16)$$

To by stačilo v případě nekonečně dlouhé tyče. V případě tyče konečné délky je ještě potřeba dodat okrajové podmínky, které mohou být vícero druhu. První uvedeme Dirichletovy podmínky, které říkají, jaká teplota je na okrajích tyčky.

$$T(x_a, t) = T_a(t), \quad T(x_b, t) = T_b(t), \quad t > t_0. \quad (2.17)$$

Dalším typem okrajových podmínek jsou Neumannovy okrajové podmínky, které předepisují tepelný tok na okrajích.

$$T_x'(x_a, t) = g_a(t), \quad T_x'(x_b, t) = g_b(t), \quad t > t_0. \quad (2.18)$$

Posledním typem jsou Robinovy okrajové podmínky, které jsou kombinací prvních dvou. V následujícím musí být α a β větší než nula, protože jinak by se jednalo o předchozí podmínky.

$$-\alpha_a T'_x(x_a, t) + \beta_a T(x_a, t) = g_a(t), \quad \alpha_b T'_x(x_b, t) + \beta_b T(x_b, t) = g_b(t), \quad t > t_0. \quad (2.19)$$

2.2 Rovnice vedení tepla v tělese

Podobně jako v rovnici vedení tepla v tenké tyči zde odvodíme vedení tepla v tělese. Veškerý postup byl čerpán z [7]. Uvažujeme těleso umístěné v objemu $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$. Neznámou funkcí zde bude opět teplota v čase t a poloze \mathbf{x} , což bude v tomto případě prostorová souřadnice (x, y, z) .

Dále uvažujeme libovolný malý objem V s hranicí $\partial V = S$. Podobně jako v předchozím případě volíme teplo dodané zdrojem do elementu objemu V během (t_α, t_β) jako Q_f , teplo, které vyteče přes hranici S během (t_α, t_β) , jako Q_S a přírůstek vnitřní energie v elementu objemu V během (t_α, t_β) jako ΔQ . Funkce $e(\mathbf{x}, t)$ je opět hustota vnitřní energie a $f(\mathbf{x}, t)$ hustota výkonu tepelného zdroje.

$$Q_f = \int_V \int_{t_\alpha}^{t_\beta} f(\mathbf{x}, t) dt dV, \quad (2.20)$$

$$\Delta Q = \int_V e(\mathbf{x}, t_\beta) dV - \int_V e(\mathbf{x}, t_\alpha) dV = \int_V \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \frac{\partial e}{\partial t}(\mathbf{x}, t) dt dV. \quad (2.21)$$

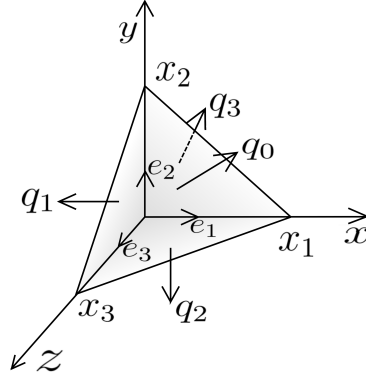
Situace s hustotou tepelného toku je v prostoru o něco složitější než v 1D tyče. Tato veličina popisuje, kolik tepla proteče jednotkou plochy za jednotku času. To se ale může lišit v závislosti na směru a orientaci oné plochy. Obě tyto vlastnosti plochy popisuje normála. Teplo, které vyteče přes hranici, je tedy rovno součtu hustoty tepelného toku přes normály hranice daného objemu. Proto je potřeba zjistit hustotu tepelného toku vzhledem k normále. Tuto hustotu budeme značit \dot{q} a bude mít jednotky $[\text{J m}^{-2}\text{s}^{-1}]$, což se dá převést na ekvivalentní jednotky $[\text{W m}^{-2}]$.

$$Q_S = \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \int_S \dot{q}(\mathbf{n}) dS dt. \quad (2.22)$$

Dále se pokusíme zjistit vztah mezi hustotou tepelného toku k normále a k souřadným osám. Předpokládejme čtyřstěn, jehož vrcholy jsou rovny $(x_1, 0, 0)$, $(0, x_2, 0)$, $(0, 0, x_3)$ a $(0, 0, 0)$ (viz obrázek 2.2). Tepelná bilance bez vnitřních zdrojů tohoto čtyřstěnu bude následující:

$$q + q_1 + q_2 + q_3 + \frac{\partial E}{\partial t} = 0, \quad (2.23)$$

kde q_i jsou tepelné toky jednotlivými stěny čtyřstěnu ($\Delta \mathbf{0x}_2\mathbf{x}_3$, $\Delta \mathbf{0x}_3\mathbf{x}_1$, $\Delta \mathbf{0x}_1\mathbf{x}_2$), q_0 je tepelný tok stěnou $\Delta \mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3$ a E je vnitřní energie čtyřstěnu. Tepelný tok danou



Obr. 2.2: Tepelná bilance v čtyřstěnu.

stěnou lze vyjádřit jako jeho hustotu (vzhledem k normále dané stěny) násobenou obsahem plochy. Vektory \mathbf{e}_i jsou standardní báze kartézského souřadného systému.

$$q_0 = \dot{q}(\mathbf{n})S_{\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3}, \quad q_1 = \dot{q}(-\mathbf{e}_1)S_{\Delta\mathbf{0}\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3}, \quad q_2 = \dot{q}(-\mathbf{e}_2)S_{\Delta\mathbf{0}\mathbf{x}_3\mathbf{x}_1}, \quad q_3 = \dot{q}(-\mathbf{e}_3)S_{\Delta\mathbf{0}\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2}.$$

Pokud se změní orientace plochy, vůči které uvažujeme hustotu tepelného toku, tak hustota tepelného toku změní znaménko (tj. $\dot{q}(-\mathbf{e}_i) = -\dot{q}(\mathbf{e}_i)$). Pokud podělíme obsah nějakého z trojúhelníků obsahující vrchol $\mathbf{0} = (0, 0, 0)$ obsahem trojúhelníku $\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3$, zjistíme následující skutečnost:

$$n_1 = \frac{S_{\Delta\mathbf{0}\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3}}{S_{\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3}}, \quad n_2 = \frac{S_{\Delta\mathbf{0}\mathbf{x}_3\mathbf{x}_1}}{S_{\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3}}, \quad n_3 = \frac{S_{\Delta\mathbf{0}\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2}}{S_{\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3}}. \quad (2.24)$$

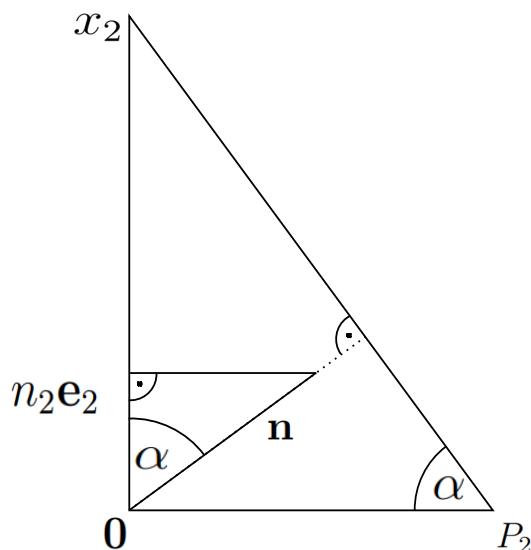
Výše uvedené plyne z podobnosti trojúhelníků $\Delta\mathbf{0}P_i\mathbf{x}_i$ a $\Delta\mathbf{0}\mathbf{n}(n_i\mathbf{e}_i)$, kde P_i je pata výšky trojúhelníku $\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3$ vedené z bodu \mathbf{x}_i . Tyto trojúhelníky leží ve stejné rovině a $\sphericalangle\mathbf{0}P_i\mathbf{x}_i = \sphericalangle\mathbf{0}\mathbf{n}(n_i\mathbf{e}_i)$. Tuto podobnost lze názorně vidět na obrázku 2.3, kde je uveden příklad pro $i = 2$. Z podobnosti plyne následující:

$$\frac{|\mathbf{0}P_2|}{|P_2x_2|} = \frac{n_2}{|\mathbf{n}|}. \quad (2.25)$$

Výška trojúhelníku $\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3$ je \mathbf{x}_2P_2 a výška trojúhelníku $\Delta\mathbf{0}\mathbf{x}_1\mathbf{x}_3$ je $\mathbf{0}P_2$. Délka normály je rovna jedné. Potom tedy dostáváme:

$$\frac{v(\Delta\mathbf{0}\mathbf{x}_1\mathbf{x}_3)}{v(\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3)} = n_2. \quad (2.26)$$

Při přihlédnutí k faktu, že poměr výšek dvou trojúhelníků se rovná poměru obsahů, dostáváme (2.24).



Obr. 2.3: Podobnost trojúhelníků.

Uvažujeme posloupnost podobných zmenšujících se čtyřstěňů:

$$E'_t = |V|e'_t(x, t). \quad (2.27)$$

To po vydělení $S_{\Delta \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \mathbf{x}_3}$ v limitě konverguje k nule. Po dosazení do vztahů jednotlivých tepelných toků a do (2.23) a s ohledem na předešlou uváhu ohledně konvergence dostáváme:

$$\dot{q}(\mathbf{n}) = n_1 \dot{q}(\mathbf{e}_1) + n_2 \dot{q}(\mathbf{e}_2) + n_3 \dot{q}(\mathbf{e}_3) \quad (2.28)$$

Z toho plyne možnost převést tepelný tok v jakémkoli směru na tři hlavní bázové směry. Dále tedy pod $\dot{q}_i(\mathbf{x})$ myslíme hustotu tepelného toku rovinou s normálou \mathbf{e}_i .

$$Q_S = \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \int_S \dot{q}(\mathbf{n}) dS dt = \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \int_S (\dot{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n}) dS dt. \quad (2.29)$$

Gauss-Ostrogradského věta pro uzavřenou jednoduše souvislou hladkou plochu říká:

$$\int_V \operatorname{div}(\dot{\mathbf{q}}) dV = \int_S (\dot{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (2.30)$$

Tuto větu aplikujeme:

$$Q_S = \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \int_V \left(\frac{\partial \dot{q}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \dot{q}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \dot{q}_3}{\partial x_3} \right) dV dt = \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \int_V \operatorname{div}(\dot{\mathbf{q}}) dV dt \quad (2.31)$$

Teď jsme připraveni na provedení tepelné bilance v tělese Ω . Spojíme (2.20), (2.21) a (2.31).

$$\Delta Q + Q_S - Q_f = \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \int_V \left(\frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div}(\dot{\mathbf{q}}) - f \right) dV dt = 0. \quad (2.32)$$

Dále přejdeme do limity podobně jako při vedení v tyči.

$$\lim_{|V| \rightarrow 0} \lim_{t_\beta \rightarrow t_\alpha} \frac{1}{|V|} \frac{1}{t_\beta - t_\alpha} \int_V \int_{t_\alpha}^{t_\beta} \frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div}(\dot{\mathbf{q}}) - f \, dt dV = 0, \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div}(\dot{\mathbf{q}}) - f = 0. \quad (2.34)$$

Rovnici upravíme podle obdobných vztahů jako u vedení tepla v tyči.

$$e(\mathbf{x}, t) = \bar{e}(\mathbf{x}, T(\mathbf{x}, t)) = c\rho(\mathbf{x})T(\mathbf{x}, t). \quad (2.35)$$

Úprava tepelného toku lze rozdělit na více případů závisících na druhu materiálu.

- Izotropní materiál: $\dot{q}_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}$, kde λ je tepelná vodivost.

- Anizotropní materiál v hlavních směrech:

$$\dot{q}_i = -\lambda_i \frac{\partial T}{\partial x_i}, \text{ kde } \lambda_i \text{ je tepelná vodivost ve směru } i.$$

- Anizotropní materiál obecně:

$$\dot{q}_i = -\sum_{j=1}^3 \lambda_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j}, \text{ kde } \lambda_{ij} \text{ je symetrická matice tepelných vodivostí.}$$

Uvedeme zde nyní parciální diferenciální rovnici popisující vedení tepla v izotropním tělese.

$$c\rho T'_t = \lambda \Delta T + f. \quad (2.36)$$

Opět je nutné uvést počáteční a případně i okrajové podmínky. Pokud se úloha týká celého prostoru, potom $\Omega = \mathbb{R}^3$:

$$T(\mathbf{x}, t_0) = T_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad t > t_0. \quad (2.37)$$

Pokud je těleso konečných rozměrů, tak je potřeba dodat okrajové podmínky, kterých je opět vícero druhů:

- Dirichletovy OP: $T(\mathbf{x}, t) = T_0(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega$
- Neumannovy OP: $\frac{\partial T}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = g(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega$
- Robinovy OP: $\frac{\partial T}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = -k_0[T(\mathbf{x}, t) - g(\mathbf{x}, t)], \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega$

Počáteční problém pro těleso s konečnými rozměry je tedy dán (2.36), (2.37) a některou z okrajových podmínek.

2.3 Další rovnice

Uvedeme si několik dalších rovnic. Tyto rovnice budeme později využívat při tvorbě modelu. Jsou tedy teoretickým pozadím našeho numerického zpracování. Zdrojem jsou [10], [11], [31].

- Rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{w}) = 0. \quad (2.38)$$

Jedná se o rovnici kontinuity v prostoru. Hustotou je zde ρ a \mathbf{w} je zde vektorovou funkcí zastupující rychlost. V našem modelu tlumiče ovšem vystupuje konkrétní případ této rovnice pro ustálené proudění nestlačitelné tekutiny v 1D. Tato forma rovnice je značně jednodušší:

$$w \cdot S = \text{konst.} \quad (2.39)$$

- Fourierův zákon:

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad } T. \quad (2.40)$$

Konstanta λ je součinitel tepelné vodivosti. To je vlastnost dané látky a má rozměr $[\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}]$. Teplota je značena jako T a \vec{q} je hustota tepelného toku (neboli měrný tepelný tok). Záporné znaménko ve vztahu vystupuje z důvodu faktu, že teplo vždy teče ze studeného na teplé.

- Diferenciální rovnice přenosu hmoty a tepla v nestlačitelné tekutině:

$$\lambda \Delta T + w c \rho \frac{\partial T}{\partial z} = c \rho \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.41)$$

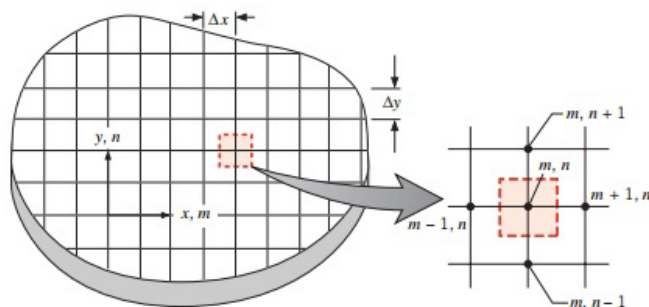
kde w popisuje rychlost tekutiny ve směru osy z . Rychlosti v ostatních směrech jsou rovny 0 (později ji využijeme pro proudění v trubce, kde tekutina taktéž teče jenom v jednom směru).

3 NUMERICKÝ MODEL TLUMIČE

3.1 Metoda kontrolních objemů

Úlohu vedení tepla v tlumiči budeme řešit numericky. Diferenciální rovnice popisující vedení tepla je obtížné řešit analyticky a to zvláště v naší netriviální geometrii. Charakteristickou vlastností pro numerické řešení tohoto problému je diskretizace tělesa na konečný počet částí a výpočet přibližných hodnot teplot bodů v těchto částech a v diskretizovaném čase. Existuje více numerických metod schopných řešit tento problém. Mezi tyto metody patří metoda konečných diferencí, metoda kontrolních objemů, metoda konečných objemů, metoda konečných prvků, metoda hraničních prvků nebo bezsítové metody [16]. My se dále budeme zabývat metodou kontrolních objemů.

Nutnou abstraktní operací je diskretizace. To je nadělení objektu na malé disjunktí části, které po sjednocení dávají celý objekt. Tyto části se nazývají kontrolní objemy (dále KO). V každém z těchto kontrolních objemů se vyskytuje bod (uzel), jehož teplota charakterizuje teplotu celého KO. V závislosti na geometrii modelovaného tělesa se tato operace může lišit. Pokud chceme modelovat vedení tepla v tenké desce, můžeme třetí rozměr zanedbat a modelovat těleso pouze ve dvou rozměrech. V tom případě by KO mohly vypadat jako malé obdelníčky. V tělese, ve kterém třetí rozměr nejde zanedbat, se musí objevit třírozměrné diskretizační části.



Obr. 3.1: Diskretizace tělesa v případě geometrie tenká deska [5].

Metoda vychází ze základní bilanční rovnice, která je sestavena pro každý uzel v každém diskretním časovém okamžiku. Jde vlastně o interpretaci prvního termodynamického zákona. Tepelná bilance je dána vztahem [5]:

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_{gen} - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st}, \quad (3.1)$$

kde \dot{E}_{in} je tok energie, která se do KO dostala z jeho okolí, \dot{E}_{gen} je tok energie vyjadřující nějaký vnitřní zdroj energie v KO (např. latentní teplo fázových přeměn), \dot{E}_{out} je tok energie, která se dostala z daného KO pryč, a \dot{E}_{st} je změna energie v daném diskretizací ohraničeném prostorovém okolí daného uzlu. V další fázi se pomocí \dot{E}_{st} a vlastností daného KO počítá teplotní změna od předešlého diskrétního okamžiku v daném uzlu.

Metoda pak prakticky probíhá tak, že k každému kroku (tedy v každém diskrétním okamžiku) se pro každý KO sestaví bilanční rovnice a vypočítá se teplota nová. V konkrétní bilanční rovnici pro daný KO vystupuje teplota v daném uzlu z minulého kroku a teplota všech sousedících uzlů z minulého kroku.

3.2 Vedení tepla ve válci

Zdroje pro tuto podkapitolu jsou [2], [5], [16] a [34].

Nyní se pokusíme popsat metodu kontrolních objemů na válci. Budeme uvažovat část rotačního válcového prostoru, která má v sobě válcový otvor, jehož osa je shodná s válcovou plochou. Výšku válce označíme jako L , poloměr vnitřního válcového otvoru jako P a poloměr vnější válcové plochy jako R . Tuto geometrii volíme kvůli podobnosti s PCM obalem trubky. Diskretizace bude muset z důvodu rozdílné geometrie probíhat jinak než na obrázku 3.1. Objekt nadělíme v radiálním, axiálním a tangenciálním směru a jednotlivé KO popíšeme indexy i, j, k , jak je na obrázku 3.2.

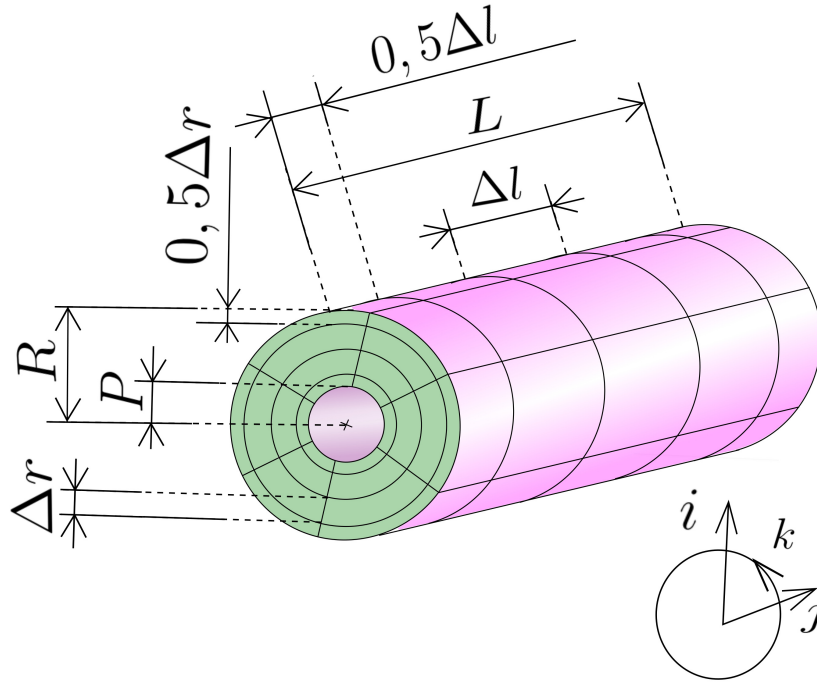
V objektu se vyskytuje vícero typů KO v závislosti na jejich lokacích. KO, které mají styčnou plochu s vnějškem objektu, mají pouze poloviční rozměr ve směru normály dané styčné plochy. Vyskytují se tam i KO, které mají kontakt s okolím hned na dvou stěnách. Takový KO má oba rozměry zkráceny (existují i alternativy k tomuto krácení, viz dále).

Rovnici (3.1) mírně upravíme. Zanedbáme \dot{E}_{gen} a \dot{E}_{out} zahrneme do \dot{E}_{in} tak, že povolíme znaménko mínus. Dále člen \dot{E}_{st} nahradíme aproximací pomocí časové diskretizace $\frac{\Delta E_{st}}{\Delta t}$. Takto upravená rovnice vypadá následovně [16]:

$$\dot{E}_{in} = \frac{\Delta E_{st}}{\Delta t}, \quad (3.2)$$

Nyní princip rozebereme na příkladu KO, jehož rozměry nejsou nijak zkráceny kvůli jeho poloze. Nemá tedy žádnou styčnou plochu s vnějškem. Takový KO je na obrázku 3.3 včetně jeho popisu.

Vidíme, že \dot{E}_{in} můžeme zapsat jako součet tepelných toků jdoucích přes jednotlivé stěny. Jemnost dělení je zásadní parametr pro obtížnost a přesnost výpočtu. My budeme uvažovat rozdělení objektu na N_l dílků ve směru axiálním (indexujeme zleva doprava), N_r ve směru radiálním (indexujeme od středu ven) a N_ψ ve směru



Obr. 3.2: Diskretizace válce.

tangenciálním. Na obrázku 3.3 jsou značeny rozměry KO, které mají následující hodnoty (odečtené jedničky v čitatelích jsou důsledkem polovičních rozměrů krajních KO):

$$\Delta l = \frac{L}{N_l - 1}, \quad \Delta r = \frac{R - P}{N_r - 1}, \quad \Delta \psi = \frac{2\pi}{N_\psi}. \quad (3.3)$$

V metodě budeme potřebovat obsahy stěn a hmotnosti jednotlivých KO. Ty závisejí i na indexu lokace KO.

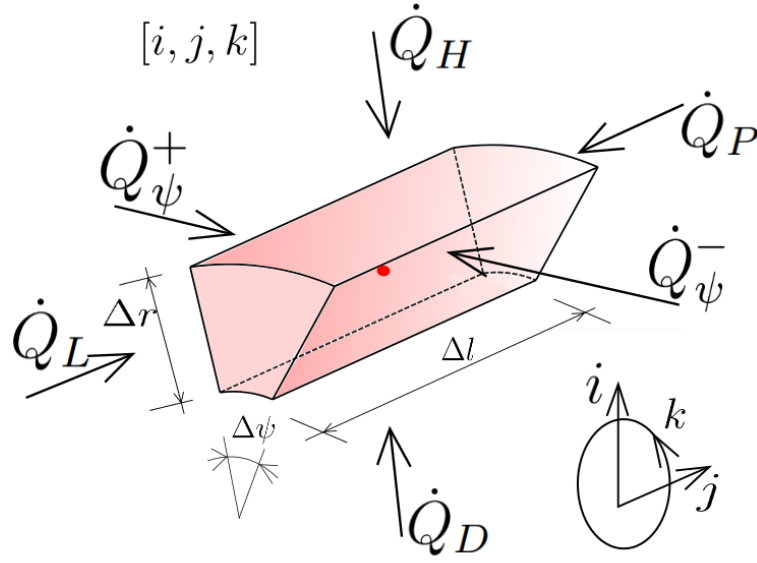
$$S_H^{i,j,k} = \Delta l (P + (i - 0,5)\Delta r) \Delta \psi, \quad S_D^{i,j,k} = \Delta l (P + (i - 1,5)\Delta r) \Delta \psi, \quad (3.4)$$

$$S_L^{i,j,k} = S_P^{i,j,k} = \left((P + (i - 0,5)\Delta r)^2 - (P + (i - 1,5)\Delta r)^2 \right) \frac{\Delta \psi}{2}, \quad (3.5)$$

$$S_\psi^{i,j,k} = \Delta l \Delta r, \quad m_{i,j,k} = \rho \Delta l S_L^{i,j,k}. \quad (3.6)$$

Dále využijeme vztahu $Q = -\lambda S \text{grad } T$, což je Fourierův zákon (2.40), kde je hustota tepelného toku nahrazena tepelným tokem.

$$\dot{Q}_H = \lambda S_H^{i,j,k} \frac{T_{i+1,j,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta r}, \quad \dot{Q}_D = \lambda S_D^{i,j,k} \frac{T_{i-1,j,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta r}, \quad (3.7)$$



Obr. 3.3: Kontrolní objem nemající styčnou plochu s vnějším okolím.

$$\dot{Q}_L = \lambda S_L^{i,j,k} \frac{T_{i,j-1,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta l}, \quad \dot{Q}_P = \lambda S_P^{i,j,k} \frac{T_{i,j+1,k}^* - T_{i,j,k}^*}{\Delta l}, \quad (3.8)$$

$$\dot{Q}_\psi^+ = \dot{Q}_\psi^- = \lambda S_\psi^{i,j,k} \frac{T_{i,j,k-1}^* - T_{i,j,k}^*}{(P + \Delta r(i-1))\Delta\psi} = 0, \quad (3.9)$$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_H + \dot{Q}_D + \dot{Q}_L + \dot{Q}_P. \quad (3.10)$$

U posledních dvou toků objasníme ještě jejich nulovost. Náš případ tlumiče tepelných fluktuací totiž vůbec nebude přenášet teplo v tangenciálním směru. Derivace teploty v každém bodě ve směru tečny souosé válcové plochy, která leží v rovině kolmé na osu a prochází daným bodem, je nulová. To je z důvodu toho, že v průřezu vtékající tekutiny předpokládáme rovnoměrně distribuovanou teplotu okolo středu. Nulovost dané derivace nám tedy říká, že $T_{i,j,a}^* = T_{i,j,b}^*$, $\forall a, b \in (1, \dots, N_\psi)$. V dalším tedy můžeme index k vynechávat.

Metoda má dvě verze a to explicitní a implicitní v závislosti na tom, co znamená $*$ u předešlých vztahů týkajících se tepelných toků. V případě explicitní metody platí $* = \{t\}$. To znamená, že toky počítáme z teplot kontrolních objemů v diskretním časovém okamžiku, který známe, a tudíž je můžeme explicitně vyčíslit. U implicitní metody platí $* = \{t + \Delta t\}$ [16]. To určuje soustavu lineárních rovnic. Pomocí nich jsou teploty v diskretním okamžiku, ve kterém je chceme určit, provázány. Dále budeme využívat metodu explicitní, která při naprogramování spotřebává menší výpočetní kapacitu počítače a tudíž ji lze provádět s jemnější diskretizací a tím pádem větší přesností. U metody implicitní by bylo nutné při každé iteraci

řešit obsáhlou soustavu lineárních rovnic. Výhodou implicitních metod jsou lepší vlastnosti v numerické stabilitě, kterou rozebereme později [5].

Dále si uvedeme kalorimetrickou rovnici pro změnu vnitřní energie vlivem teploty a využijeme ji na ΔE_{st} .

$$dE = m c dT, \quad (3.11)$$

$$\Delta E_{st} = m_{i,j} c (T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^t), \quad (3.12)$$

Nyní stačí už jen spojit rovnici (3.12) a (3.2):

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = \frac{\dot{Q} \Delta t}{m_{i,j} c} + T_{i,j}^t. \quad (3.13)$$

Nultá časová iterace čili počáteční podmínka se volí jako pevná teplota na počátku přenosu tepla. Předešlé odvození platí u všech KO nesousedících s vnějším okolím. Postup pro KO sousedící s vnějškem závisí na typu okrajové podmínky. V případě Dirichletovy okrajové podmínky se v těchto KO při každé iteraci položí pevná teplota. U Neumannovy okrajové podmínky je postup velice obdobný jako v předešlém až na rozdílné obsahy, hmotnosti a tepelné toky stěnami sousedícími s vnějškem. Tyto toky jsou počteny jako součin obsahu dané plochy a hustoty tepelného toku, který je položen na pevně. Robinovy okrajové podmínky jsou kombinací obou a realitě nejbližší. Při Robinově okrajové podmínce se tepelný tok skrze stěnu sousedící s vnějškem bere následovně:

$$\dot{Q}_{vnějšek} = \alpha_{PVC} S_{vnějšek} (T_{out} - T^t). \quad (3.14)$$

PCM figurující v tlumiči musí být nějak zajištěno a my budeme uvažovat plastovou trubku. Budeme tedy za α_{PVC} dosazovat součinitel přestupu tepla pro přirozenou konvekci mezi vzduchem v okolí a plastovou PVC trubkou. Tento se nebudeme snažit určit přesně a vystačíme si pouze s velmi přibližnou hodnotou. Teplotu vnějšku označíme jako T_{out} a dosadíme za ni pokojovou teplotu 21 C°.

Je dobré si všimnout, že v (3.13) se zkrátí člen $\Delta\psi$ (vyskytuje se v \dot{Q} i v $m_{i,j}$). To znamená, že celý postup je nezávislý na jemosti dělení K v tangenciálním směru, což je vzhledem k předešlé úvaze o nepřenosu tepla v tomto směru relativně intuitivní.

Na závěr této podkapitoly je potřeba ještě zmínit další verze diskretizačních geometrií. Uvažování zkrácených KO na krajích není nutné a existují k tomu alternativy. Jejich zkrácení se běžně používá a dále budeme pracovat s verzí reprezentovanou na obrázku 3.2. Pokud bychom chtěli použít verzi s jejich nezkrácením, tak by se některé výpočty ve zbytku kapitoly trochu lišily. Více o zkrácenosti krajních elementů v [21]. V přiloženém modelu vypracovaném v Matlabu budou zpracovány dvě možné diskretizační geometrie.

3.3 Stabilita

Zdroje pro tuto podkapitolu jsou [2], [5] a [16].

Je důležité zmínit určitá omezení při volbě parametrů algoritmu. Toto omezení se týká pouze explicitní metody. Těmito parametry je míněna jemnost diskretizace Δr , Δl a Δt (v minulém byla odvozena neúčast $\Delta\psi$). Při dosazování obsahů a hmotností stěn KO do tepelných toků, následně celkového tepelného toku \dot{Q} a konečně do výsledného vztahu (3.13) časové iterace teplot nám vznikne lineární kombinace teplot z minulé iterace KO sousedících s daným KO včetně KO samotného [16].

$$T_{i,j}^{t+\Delta t} = A_{i,j,1}T_{i,j}^t + A_{i,j,2}T_{i-1,j}^t + A_{i,j,3}T_{i,j-1}^t + A_{i,j,4}T_{i+1,j}^t + A_{i,j,5}T_{i,j+1}^t + A_{i,j,6}. \quad (3.15)$$

V případě Neumannovy či Robinovy okrajové podmínky u krajních KO budou obecně některé z koeficientů $A_{i,j,m}$, $m \in \{2, \dots, 5\}$ nulové a naopak $A_{i,j,6}$ nulové obecně nebudou a budou obsahovat okrajovou podmínku ve formě \dot{q} hustoty tepelného toku. Vnitřní KO mají naopak koeficienty $A_{i,j,m}$, $m \in \{2, \dots, 5\}$ obecně nenulové a $A_{i,j,6}$ je obecně nulový. Co se týče Dirichletovy okrajové podmínky, bude situace rozdílná pouze u krajních bodů, kde budou všechny koeficienty obecně nulové krom koeficientu $A_{i,j,1}$, který bude roven jedné.

Ona omezenost volby parametrů tkví ve vlastnosti zvaná podmíněná stabilita. Jde o to, že koeficient $A_{i,j,1}$ v (3.15) musí být vždy u všech KO nezáporný [16].

$$A_{i,j,1} \geq 0. \quad (3.16)$$

Tato podmínka se většinou převádí na formu nerovnice, ve které vystupuje délka časového kroku na levé straně a zbytek parametrů na druhé. Věc se má tak, že čím menší je časový krok, tím lepší je stabilita. Po veškerém dosazení a úpravě pro vnitřní KO výjde podmínka podmíněné stability následovně:

$$\Delta t \leq \frac{\rho c \Delta l^2 \Delta r^2}{2\lambda(\Delta l^2 + \Delta r^2)} \quad (3.17)$$

Podmínka stability (3.17) platí ovšem pro vnitřní KO. U krajních bude vypadat jinak.

$$\Delta t \leq \frac{\rho c \Delta l}{2\lambda} \left(\frac{\Delta l(P + 0,5\Delta r)}{\Delta r^2(P + 0,25\Delta r)} + \frac{1}{\Delta l} \right)^{-1} \quad \text{pro } \{(1,1), (1, N_l)\}, \quad (3.18)$$

$$\Delta t \leq \frac{\rho c \Delta l}{2\lambda} \left(\frac{\Delta l(R - 0,5\Delta r)}{\Delta r^2(R - 0,25\Delta r)} + \frac{1}{\Delta l} \right)^{-1} \quad \text{pro } \{(N_r,1), (N_r, N_l)\}, \quad (3.19)$$

$$\Delta t \leq \frac{c\rho\Delta l^2\Delta r^2(P+0, 25\Delta r)}{2\lambda(\Delta l^2(P+0, 5\Delta r) + \Delta r^2(P+0, 25\Delta r))} \quad \text{pro } (1, j) : j \in \{2, \dots, N_l - 1\}, \quad (3.20)$$

$$\Delta t \leq \frac{c\rho\Delta l^2\Delta r^2(R-0, 25\Delta r)}{2\lambda(\Delta l^2(R-0, 5\Delta r) + \Delta r^2(R-0, 25\Delta r))} \quad \text{pro } (N_r, j) : j \in \{2, \dots, N_l - 1\}. \quad (3.21)$$

Pro KO sousedící pouze jednou stěnou s vnějškem, které mají indexy $(i, 1)$, $(i, N_l) \forall i \in \{2, \dots, N_r - 1\}$, platí stejná podmínka jako pro vnitřní body (3.17).

Tyto podmínky se musí kontrolovat všechny. Porušení těchto podmínek vede k nestabilitě.

Je tu ještě jedna podmínka stability, která se vztahuje pouze k proudící kapalině. Nazývá se Courantova podmínka (někdy taky Courant-Friedrich-Lewyho podmínky). Opět platí, že menší časový krok znamená větší stabilitu [25].

$$\Delta t \leq \frac{\Delta l}{w}. \quad (3.22)$$

3.4 Adaptivní dělení kontrolních objemů

Je jasné, že model se zkvalitňuje se zjemňujícími parametry diskretizace (za předpokladu udržení stability). Kapacity výpočetní techniky jsou ovšem omezené a nemůžeme počet KO zvětšovat do nekonečna. Zvláště doba výpočtu značně roste. Model můžeme trochu přizpůsobit našemu konkrétnímu případu tlumiče teplotních fluktuací. Z principu toho tlumiče víme, že nejdůležitější a energeticky největší tepelná výměna bude probíhat na rozhraní PCM-tekutina. Tedy se zvětšující se vzdáleností tohoto rozhraní klesá požadavek na přesnost modelu. Nejlepší způsob jak snížit/zvýšit přesnost pouze v určité části objektu je změna diskretizace. Princip adaptivního dělení je tedy ten, že v určitých (důležitějších) částech trubky dělení zjemníme a naopak v jiných (méně důležitých) částech dělení zhrubne.

Jak jsme již řekli, v našem tlumiči je nejdůležitější rozhraní PCM-tekutina. Pokud vezmeme soustavy dohromady, tak pro efektivní využití adaptivního dělení se musí dělení zjemňovat až do toho rozhraní, kde nabude maxima, a pak znovu zhrubnout až po konec PCM (styk s okolím). Ve finálním modelu budeme s těmito soustavami do velké míry pracovat odděleně a proto si princip tohoto dělení ukážeme pouze na PCM (tedy na geometrii, se kterou jsme pracovali v předešlých podkapiitolách).

Zjemňování ve směru osy válce nemá smysl, protože přesnost modelu má stejnou prioritu podél celého PCM. Změna parametrů KO v tangenciálním směru už vůbec

nedává smysl (viz minulé podkapitoly). Jediný rozměr KO, který se tedy bude měnit v závislosti na lokaci KO je Δr (značení viz obrázek 3.3). Máme na výběr více způsobů jakým tento rozměr zmenšovat.

Nejdříve si zavedeme značení. Uvažujme posloupnost dělení $f(i)$, kde i značí index KO v radiálním směru a hodnota této funkce udává vzdálenost uzlu od osy. Navážeme na značení z minula. Je tedy zřejmé, že $f(1) = P$ a $f(N_r) = R$. Z konstanty Δr se tedy stane proměnná závislá na indexu i . Je důležité si ujasnit v jakém smyslu budou probíhat hranice mezi KO, protože $f(i)$ udává pouze vzdálenost uzlu od osy válce. Tento problém vyřešíme tak, že rozdělení mezi KO o indexech i a $i + 1$ zvolíme ve vzdálenosti $\frac{f(i)+f(i+1)}{2}$ od osy válce.

Uvažujeme-li dělení v exponenciálním smyslu, tak tvar $f(i)$ bude mít tvar:

$$f(i) = ae^{bi} + c. \quad (3.23)$$

V tomto případě máme tři neznáme popisující dělení. Do problému navíc zavedeme ještě jeden parametr popisující míru zjemňování. Tento parametr bude udávat kolikrát je menší je vzdálenost mezi prvními uzly a posledními. Koeficienty a, b, c tedy vyřešíme ze soustavy rovnic:

$$\begin{aligned} f(1) &= P, \\ f(N_r) &= R, \\ k(f(2) - f(1)) &= f(N_r) - f(N_r - 1). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Pokud do této soustavy dosadíme (3.23), koeficienty nám vyjdou:

$$a = (R - P)(k^{\frac{N_r}{N_r-2}} - k^{\frac{1}{N_r-2}})^{-1}, \quad (3.25)$$

$$b = \frac{\ln k}{N_r - 2}, \quad (3.26)$$

$$c = P - ae^b. \quad (3.27)$$

Nyní zde uvedeme ještě adaptivní dělení v kvadratickém smyslu. To je taktéž řešením soustavy (3.24) s rozdílem, že do ní dosazujeme jiný předpokládaný tvar řešení $f(i)$, který teď bude uveden zároveň s výsledky koeficientů.

$$f(i) = ax^2 + bx + c, \quad (3.28)$$

$$a = \frac{R - P - b(N_r - 1)}{N_r^2 - 1}, \quad (3.29)$$

$$b = \frac{(R - P)(2N_r - 3k - 1)}{(N_r^2 - 1)(k - 1) + (N_r - 1)(2N_r - 3k - 1)}, \quad (3.30)$$

$$c = P - a - b. \quad (3.31)$$

S adaptivním dělení se samozřejmě mírně modifikují i některé vztahy zapsané v podkapitole 3.2.

$$S_H^{i,j} = \frac{1}{2}\Delta l \left(f(i) + f(i+1) \right), \quad S_D^{i,j} = \frac{1}{2}\Delta l \left(f(i) + f(i-1) \right), \quad (3.32)$$

$$S_L^{i,j} = S_P^{i,j} = \frac{\left(f(i) + f(i+1) \right)^2 - \left(f(i) + f(i-1) \right)^2}{2\sqrt{2}}, \quad (3.33)$$

$$\dot{Q}_H = \lambda S_H^{i,j} \frac{T_{i+1,j}^t - T_{i,j}^t}{f(i+1) - f(i)}, \quad \dot{Q}_D = \lambda S_D^{i,j} \frac{T_{i-1,j}^* - T_{i,j}^t}{f(i) - f(i-1)}. \quad (3.34)$$

Dále bude potřeba mírně upravit podmínky stability. Podmínek je opět vícero kvůli více typům KO. Zde uvedeme pouze dvě podmínky stability. První (3.35) se týká vnitřních bodů a druhá (3.36) rohového KO s indexy $\{1, 1\}$. Je důvodné podezření, že právě naposled jmenovaný KO bude co se týče stability nejproblematičtější. Má malé rozměry (tento argument je znásoben adaptivním dělení, které je ještě zmenšuje oproti zbytku objektu) a probíhá v něm bouřlivá výměna teploty. Algoritmus zpracovaný v MATLABu bude taktéž omezen pouze na kontrolu těchto dvou bodů.

$$\Delta t \leq \frac{c\rho\Delta l}{\lambda} \left(\frac{S_H^{i,j}}{S_P^{i,j}} \left(\frac{1}{f(i+1) - f(i)} + \frac{1}{f(i) - f(i-1)} \right) + \frac{2}{\Delta l} \right)^{-1} \quad (3.35)$$

$$\Delta t \leq \frac{c\rho\Delta l}{2\lambda} \left(\frac{2\Delta l(P + f(2))}{(f(2) - P)^2(3P + f(2))} + \frac{1}{\Delta l} \right)^{-1} \quad (3.36)$$

Aplikováním adaptivního dělení se kód našeho MATLAB programu sice stane trochu méně přehledným, ale na druhou stranu budeme moci efektivněji využít výpočetní kapacity.

3.5 Součinitel přestupu tepla

Hlavním principem zpracovávaného modelu tlumiče teplotních fluktuací je přenos tepla mezi PCM a tekutinou. Mechanismus přenosu tepla na rozhraní tekutiny a PCM se nazývá konvekce neboli přenos tepla prouděním. Typů konvekce existují dva druhy. První se nazývá přirozená konvekce a jde o to, že proudění okolo povrchů přenášejících si teplo je vyvoláno pouze rozdílem teplot, hustot či koncentrací. Druhým typem konvekce je nucená, která probíhá v našem modelovaném

případě. Ta je způsobena vnějším vlivem jako třeba větrem, čerpadlem nebo kompresorem [22]. Proces konvekce budeme zachycovat pomocí Newtonova vztahu pro konvekci [5]:

$$\dot{Q} = \alpha S(T_s - T_\infty), \quad (3.37)$$

kde \dot{Q} vyjadřuje tepelný tok, který plochou o obsahu S proudí od PCM do tekutiny. Teplotu PCM (smáčeného povrchu) značí T_s a teplotu tekutiny T_∞ . Součinitel α značí součinitel přestupu tepla a má jednotky $[\text{W m}^{-2}\text{K}^{-1}]$. Jeho určení závisí na relativně velkém množství parametrů. My tu využijeme nástroje podobnostních čísel, jež využívá znalosti podobného řešení vyjádřeného pomocí podobnostních čísel (bezrozměrná čísla).

Součinitel přestupu tepla získáme z Nusseltova čísla [5]:

$$Nu = \frac{\alpha B}{\lambda}, \quad (3.38)$$

kde B je charakteristický rozměr, který se liší v závislosti na modelované geometrii. U kruhové trubky, v níž protéká tekutina, je to vnitřní průměr. Dalším příkladem může být průměr obtékající koule.

V dalším budeme potřebovat i Reynoldsovo číslo [5] [16]:

$$Re = \frac{wB}{\nu}, \quad (3.39)$$

kde w $[\text{m s}^{-1}]$ je rychlost protékající tekutiny a ν je kinematická viskozita tekutiny s jednotkou $[\text{m}^2\text{s}]$. K výpočtu bude nutné i Prandtlovo číslo [5] [16]:

$$Pr = \frac{\nu\rho c}{\lambda}. \quad (3.40)$$

Některé využití veličiny mají závislost na teplotě, která se samozřejmě v modelu mění. Tyto závislosti ovšem v intervalu teplot, ve kterém se budeme pohybovat, nejsou tak znatelné a proto je zanedbáme.

Dále určení součinitele přestupu tepla rozdělíme na dva případy a to na laminární a turbulentní proudění. Podmínku k rozlišení proudění budeme v modelu brát jako hodnotu Reynoldsova čísla. Turbulentní proudění budeme uvažovat v případě Reynoldsova čísla větší než 2300, tj. $Re > 2300$ a naopak laminární proudění budeme předpokládat při Reynoldsově čísle menší než 2300, tj. $Re \leq 2300$ [5] [31]. V dílčích situacích si uvedeme způsoby výpočtu Nusseltova čísla, z něhož je následné určení součinitele přestupu tepla již jednoduchou záležitostí.

První rozebereme případ turbulentního proudění, které se vyznačuje chaotickým promícháváním proudnic a kratší mezní vrstvou.

K výpočtu budeme také potřebovat tzv. Moodyho (někdy Darcyho) faktor tření značený f . Je bezrozměrný a nějakým způsobem udává množství tření v proudění v kruhové trubce [5].

Podobnostních čísel existuje celá řada. My si vystačíme se zmíněnými. Vztahy, které dávají dohromady jednotlivé čísla se nazývají kritériální rovnice. Liší se podle druhu proudění (laminární, turbulentní), geometrie (proudění uvnitř trubky, proudění kolmo na trubku, obtékání koule či rovinné desky), typu konvekce (nucená, přirozená) a nebo taky změny resp. stálosti skupenství v tekutině.

Nejdříve potřebujeme vztah pro Moodyho faktor tření [5].

$$f = (0,790 \ln Re - 1,64)^{-2} \quad (3.41)$$

Omezení pro použití (3.41) je následující:

$$3000 \geq Re \geq 5 \cdot 10^6 \quad (3.42)$$

U neplně vyvinutého turbulentního proudění ($2000 < Re < 4000$) je určení Moodyho faktoru problematické a obecně těžko zachytitelné, ale i přesto pro něj budeme používat formuli (3.41).

Kritériální rovnice potom lze zapsat následovně [5]:

$$Nu = \frac{\frac{f}{8}(Re - 1000)Pr}{1 + 12,7(\frac{f}{8})^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)}. \quad (3.43)$$

Tato rovnice má relativně široké pole působnosti. Podmínky pro použití (3.43) jsou nucená konvence a následující omezení:

$$3000 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6, \quad (3.44)$$

$$0,5 \leq Pr \leq 2000. \quad (3.45)$$

Následuje případ laminárního proudění. V literatuře se uvádí následující vztahy pro Nusseltovo číslo při laminárním způsobu proudění:

$$Nu = 4,36 \quad , \quad T_s = \text{konst}, \quad (3.46)$$

$$Nu = 3,66 \quad , \quad \dot{Q} = \text{konst}. \quad (3.47)$$

Vidíme, že Nusseltovo číslo se uvádí konstantní při konkrétních konstantních předpokladech. V našem modelu není konstantní ani teplota povrchu T_s a ani tepelný tok. Provedeme aproximační kompromis v podobě průměru z těchto dvou hodnot.

Určování součinitele přestupu tepla bývá obecně velmi složitý a nepřesný proces. Mezery v přesnosti lze najít ve více pasážích předešlého postupu. Například jasně určená hranice mezi laminárním a turbulentním prouděním je ve skutečnosti velice pozvolná a právě ono přechodné proudění je těžko popsitelné. Nejlepším a častým způsobem bývá již zmíněné experimentální určení.

3.6 Interakce proudící tekutiny a PCM

Jádrem našeho modelu tlumiče bude přenos tepla mezi dvěma systémy, které budou modelovány pomocí metody kontrolních objemů. Prvním z nich bude obal (dutý válec) z PCM, kde budou jednotlivé kontrolní objemy statické a jejich lokace se v čase nebude měnit. Druhým systémem bude proudící kapalina, jejíž kontrolní objemy budou v průběhu postupných iterací měnit indexy a vazby vztahů na PCM, čímž bude simulován proud kapaliny. Tyto dva systémy mezi sebou budou komunikovat pomocí rozhraní mezi nimi, kde bude využit Newtonův vztah pro konvekci (3.37).

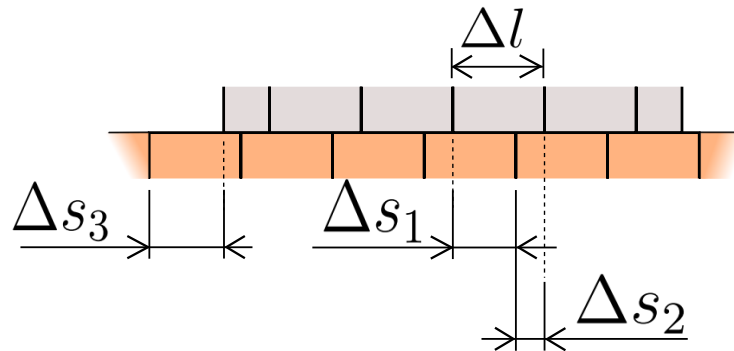
V metodě kontrolních objemů u proudící kapaliny nebudou mít krajní elementy s indexy $i \in \{1, \dots, N_{rt}\}$ zdeformované rozměry (N_{rt} = počet dílků, na kterou je kapalina rozdělena v radiálním směru, N_{lt} = dělení kapaliny v axiálním směru). Protože KO jsou zde dynamické, tak předpokládáme, že před (myšleno ve směru osy) těmito elementy jsou již 'nachystány' nové KO, které v průběhu algoritmu nahradí stávající. Tím pádem nemusíme předpokládat teplotní výměnu s okolím, protože tam žádné nepůsobí. Délka KO kapaliny v axiálním směru je konstantní u všech elementů (i na krajích) a shodná s axiální délkou vnitřních KO u PCM (tedy $\Delta l = \Delta l_t$, $N_l = N_{lt}$). Předešlý fakt nám usnadní přístup k výměně tepla mezi systémy, který je zásadní.

U radiálních rozměrů záleží na geometrii, kterou si určíme. V příloženém programu budou zpracovány dvě geometrie. My si zde uvedeme jednu z nich. Krajní KO u tekutiny s indexy $[N_{rt}, j]$, kde $j \in \{1, \dots, N_l\}$, radiální rozměry zkráceny nemají. Elementy u osy trubky $[1, j]$, kde $j \in \{1, \dots, N_l\}$, ze středu žádné teplo nepřijímají a rozměry zkráceny mají (uzly oněch elementů jsou tedy přímo na ose). Kontrolní objemy nacházející se v PCM přímo na kontaktu s rozhraním PCM/tekutina taktéž nezkracujeme. To jsou tedy elementy $[N_{rt} + 1, j]$, kde $j \in \{1, \dots, N_l\}$, pokud bereme indexy PCM a tekutiny jako po sobě jdoucí. V algoritmu je bereme jako na sobě nezávislé. Dále tedy naše indexace elementů PCM bude začínat znovu od jedničky. V dalším se budeme zabývat hlavně KO s indexy $[1, j]$ u PCM a $[N_{rt}, j]$ u kapaliny, kde $j \in \{1, \dots, N_l\}$.

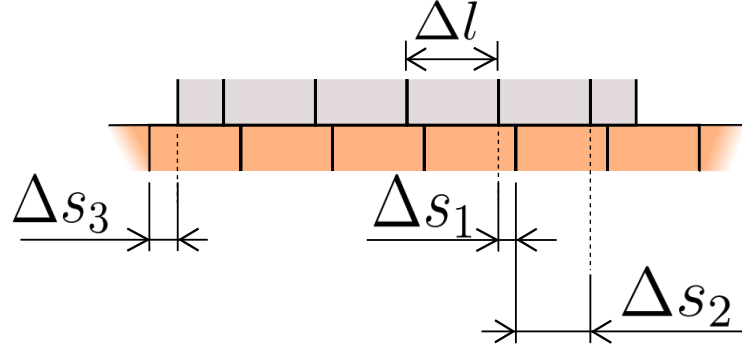
Simulace proudění lze pojmout tak, že Δt přizpůsobíme rychlosti w a délce elementu Δl a v každém časovém kroku se kapalina přesune přesně o Δl a kontrolní

objemy kapaliny a PCM budou mít vždy právě jednoho souseda z protějšího systému, se kterým bude probíhat tepelná výměna. Tento postup ovšem hodně omezuje možnosti algoritmu a my proto zvolíme komplexnější přístup. V každé iteraci se kapalina posune o délku $\Delta s = w\Delta t$ a KO kapaliny resp. PCM mohou sousedit i se dvěma KO PCM resp. kapaliny. Budeme předpokládat takové rozvržení parametrů algoritmu, že při každé iteraci do systému vnikne maximálně jeden nový element kapaliny. Při případném vniku nového elementu do systému musí zákonitě nějaký jiný zaniknout (jeho hodnota se zachová a později bude součástí samotné diagnostiky míry tlumení fluktuací). Teplotu kapaliny v elementu s indexy $[i, j]$ a v iteraci p budeme značit jako $T_{t,i,j}^p$ a obdoba tohoto v PCM bude $T_{i,j}^p$. Vniknutí a zaniknutí krajních elementů se provádí prostým přejmenováním všech elementů o jednotku indexu j doprava $T_{t,i,j}^{p+1} = T_{t,i,j-1}^p$. V každé iteraci tedy budeme muset taktéž znát fakt, zda na jejím konci, při posunutí elementů (proudění) do systému zleva vnikne nový element (zprava starý zanikne) či nikoli. Parametr popisující tento fakt pojmenujeme NB . Pokud ke vniku nového elementu dojde, pak $NB = 1$, a pokud nikoli, tak $NB = 0$.

Je jasné, že v algoritmu budeme muset v každé iteraci jasně definovat polohu KO kapaliny vůči PCM. Tento problém vyřešíme pomocí soustavy lokalizačních parametrů. Jako číslo jasně definující polohu elementů kapaliny vůči elementům PCM zvolíme rozměr přesahu elementů kapaliny na levém konci. Tento parametr, který se bude přepočítávat v každé iteraci pojmenujeme Δs_3 . V dalším budeme rozlišovat dvě možné lokace, které mohou nastat. Tuto charakteristiku rozdělení elementů budeme v algoritmu využívat a vytvoříme pro ni proměnnou KK . Pokud první (zleva) element PCM sousedí s dvěma elementy kapaliny, pak $KK = 1$, a pokud sousedí pouze s jedním elementem kapaliny, pak $KK = 0$. V průběhu algoritmu budeme ještě potřebovat rozměry Δs_1 a Δs_2 , jejichž smysl je spolu s předešlými parametry uveden na obrázcích 3.4 a 3.5.



Obr. 3.4: Obecná poloha elementů kapaliny vůči PCM při $KK = 1$.



Obr. 3.5: Obecná poloha elementů kapaliny vůči PCM při $KK = 0$.

Problém tepelného toku s více sousedy vyřešíme tak, že uděláme vážený průměr přes velikost sousedících ploch. Například zde uvedeme rovnici počítající teplotní tok z elementu kapaliny o souřadnicích $[N_{rt}, j]$ do elementu PCM o souřadnicích $[1, j]$, která platí pro $j \in \{2, \dots, N_l - 1\}$. Obsah horní plochy elementu kapaliny o souřadnicích $[i, j]$ značíme jako $S_{Ht}^{i,j}$. Pozice elementů kapaliny vůči elementům PCM se bude lišit v závislosti na lokalizačním parametru KK a proto je rovnice rozdělena na dvě části v závislosti na parametru KK . Následující rovnice (3.48) je aplikovaný Newtonův vztah (3.37) na náš případ s přihlédnutím k rozdílnosti situace s lišícím se KK . Musíme ještě vyřešit, jakou teplotu budeme brát jako teplotu tekutiny T_∞ . V průřezu trubky se totiž teplota mění. Teoreticky se má brát tzv. teplota volného proudu, kterou nyní nebudeme rozebírat. V praxi se může vzít vážený průměr teplot napříč průřezem nebo teplota na ose trubky. My budeme brát teploty z průřezu někde mezi osou trubky a rozhraním s PCM. Tento parametr dokáže ovlivnit výsledné chování modelu a v dalším se stane naším pomocníkem, díky kterému dokážeme ladit program. Dílky, jejichž hodnotu budeme do Newtonova vztahu dosazovat, označíme jako N_{T_∞} . Na konci modelovaného času ještě musíme vyhodnotit výslednou fluktuaci. Teplotu přicházejících experimentů aproximujeme goniometrickou funkcí kosinus. Modelovaný čas by měl obsahovat minimálně jednu ustálenou periodu fluktuace. Při každém sloupci elementů kapaliny opouštějících tlumič uděláme jejich vážený průměr přes jejich hmotnosti (elementy nemají konstantní hmotnost). Z tohoto vektoru vážených průměrů vezmeme hodnoty popisující ustálenou utlumenou periodu (hodnoty z konce modelace) a velikost fluktuace najdeme jednoduchým odečtením maxima a minima tohoto okleštěného vektoru průměrů.

$$\dot{Q} = \alpha S_{Ht}^{N_{rt},j} \left(KK \frac{\Delta s_2}{\Delta l} (T_{1,j-1} - T_{t_{N_{T_\infty},j}}) + KK \frac{\Delta s_1}{\Delta l} (T_{1,j} - T_{t_{N_{T_\infty},j}}) \right) +$$

$$+(1 - KK) \frac{\Delta s_2}{\Delta l} (T_{1,j} - T_{t_{N_{T\infty},j}}) + (1 - KK) \frac{\Delta s_1}{\Delta l} (T_{1,j+1} - T_{t_{N_{T\infty},j}})) \quad (3.48)$$

Celý algoritmus včetně metody kontrolních objemů a množství různých předvýpočtů je rozsáhlý a zde bude uveden pouze ve zkratce s hlavními body týkajícími se proudění:

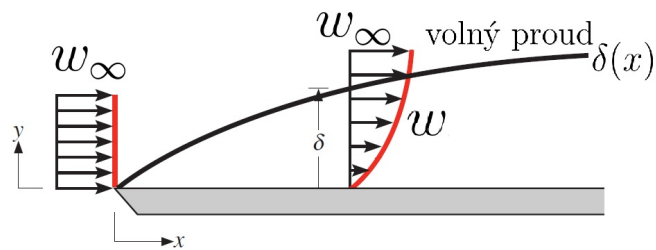
- **begin**
- $\Delta s_1 := 0, \quad \Delta s_2 := \Delta l,$
 $\Delta s_3 := \Delta l/2, \quad \Delta s := w\Delta t,$
 $KK := 0, \quad NB := \text{floor}(\frac{\Delta s - \Delta s_3}{\Delta l}) + 1,$
- **for** $p = 1 : kk$
 - Metoda kontrolních objemů u kapaliny a PCM s tím, že mezi elementy na rozhraní kapalina/PCM je tepelný tok počítán pomocí rovnic typu (3.48).
 - **if** $NB = 1$ **then**
 - * zařazení vektoru $T_t[:, N_{rt}, p]$ do matice výsledků V
 - * $T_t[i, j, p+1] := T_t[i, j-1, p]$ pro $i \in \{1, \dots, N_{rt}\}$ a $j \in \{2, \dots, N_l\}$
 - * $T_t[i, 1, p+1] := Tpe(p)$ pro $i \in \{1, \dots, N_{rt}\}$, kde $Tpe(p)$ je funkce teplot přicházejících elementů v závislosti na čase (v našem případě je to sinus)
 - end**
 - **if** $\Delta s_3 < \Delta s$ **then**
 - * $NB := 1$
 - * $\Delta s_3 := \Delta l + \Delta s_3 - \Delta s$
 - else**
 - * $NB := 0$
 - * $\Delta s_3 := \Delta s_3 - \Delta s$
 - end**
 - **if** $\Delta s_3 < 0,5\Delta l$ **then**
 - * $KK := 0$
 - * $\Delta s_1 := 0,5\Delta l - \Delta s_3$
 - else**
 - * $KK := 1$
 - * $\Delta s_1 := 1,5\Delta l - \Delta s_3$
 - end**
 - $\Delta s_2 = \Delta l - \Delta s_1$
- end**
- Vyhodnocení teplotní fluktuace pro průchodu tlumičem z matice V
- end.**

Celý algoritmus zpracovaný v programu MATLAB je přiložen k práci včetně

podrobného vysvětlujícího komentáře.

3.7 Rychlostní mezní vrstva

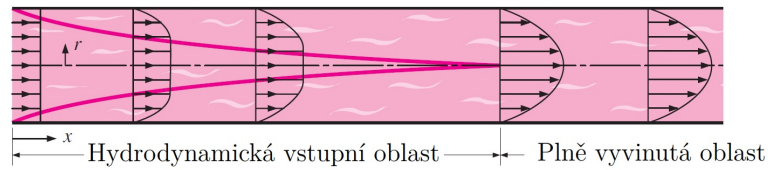
Rychlostní mezní vrstvou se označuje vrstva proudící tekutiny, která proudí blízko nějakého statického povrchu. Když se částice tekutiny dotýkají povrchu, jsou natolik zpomalovány, že je ve většině případů pádne předpokládat jejich nulovou rychlost. Tyto částice, které jsou v kontaktu s povrchem, zpomalují pohyb částic v další vrstvě. Tento proces vzájemného zpomalování se opakuje do určité vzdálenosti od statického povrchu $y = \delta$, od které se proces stává zanedbatelným. Postupné zpomalování směrem k povrchu je spojeno se smykovým napětím. Jako rychlost proudění mimo mezní vrstvu (rychlost volného proudu) označíme w_∞ a tloušťkou mezní budeme mít na mysli vzdálenost od statického povrchu, kde je rychlost rovna $w = 0,99 w_\infty$. S postupujícím prouděním se zpomalování vrstev dostává dále od statického povrchu [5]. Na obrázku 3.6 je uveden příklad rychlostní mezní vrstvy, jenž se vytváří na ploché rovině.



Obr. 3.6: Rychlostní profil mezní vrstvy na ploché rovině [5].

Náš případ se ovšem týká trubky. Mezní vrstva se na začátku oné trubky bude postupně zvětšovat, až se potká s druhou částí taktéž se zvětšující mezní vrstvy ze symetrické části trubky. Jakmile se tyto protějšší mezní vrstvy potkají, mezní vrstva se již nemění a vše za onou hranicí se nazývá hydrodynamicky plně vyvinutá oblast [6]. Oblast před plně vyvinutou se nazývá hydrodynamická vstupní oblast. V našem modelu budeme uvažovat pouze plně vyvinutou oblast, jelikož čerpadlo od začátku tlumiče je vzdáleno určitou délku, o které budeme předpokládat, že je delší než hydrodynamická vstupní oblast. Vývoj rychlostní mezní vrstvy v trubce je znázorněn na obrázku 3.7.

V experimentu, s kterým budeme na konci téhle kapitoly náš model porovnávat, je uveden průtok a nikoli rychlost. Z průtoku si tedy vypočítáme průměrnou rychlost a označíme ji w_m . Pro laminární proudění existuje empirický vztah vyjadřující

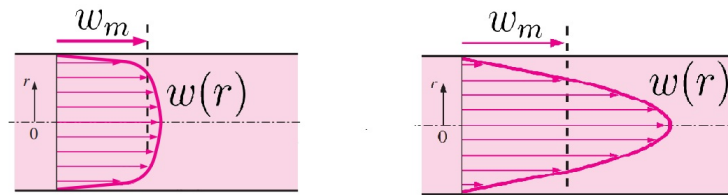


Obr. 3.7: Rychlostní profil mezní vrstvy laminárního proudění v trubce [6].

rychlostní profil mezní vrstvy. Rychlost kapaliny vzdálené r od osy trubky bude $w(r)$ a poloměr trubky bude jako v předešlém označen P [6]:

$$w(r) = 2w_m \left(1 - \frac{r^2}{P^2}\right). \quad (3.49)$$

Tvar rychlostního profilu se výrazně liší v závislosti na tom, zda je proudění laminární či turbulentní (viz obrázek 3.8). V případě turbulentního proudění musíme zvolit jiný přístup k rychlostní mezní vrstvě.



Obr. 3.8: Plně vyvinuté rychlostní profily mezních vrstev turbulentního proudění (vlevo) a laminárního proudění (vpravo) v trubce [6].

Tvar profilu u turbulentního proudění se získává semi-empiricky. To znamená, že díky experimentu se zjistí konstanty, které se dosadí do předpokládaného tvaru [6]. Experiment, s nímž budeme náš model srovnávat vychází na pomezí laminárního a turbulentního proudění (těsně za hranicí kritického $Re = 2300$). V takovém případě se jedná o přechodné proudění, které je známé svou velmi těžkou předvídatelností. Rychlostní profil tedy budeme uvažovat následovně:

$$w(r) = a w_m \left(1 - \frac{r}{P}\right)^{\frac{1}{n}}. \quad (3.50)$$

Takový tvar je velice podobný tvaru, který bychom použily v případě možnosti provedení experimentu (viz [6]). Konstantu n zvolíme třeba 10, protože v literatuře je uvedena jako příklad a tudíž můžeme tušit, že se pohybujeme v reálných mezích. Další konstantu a určíme tak, aby integrální průměr profilu byl roven w_m .

Dále aplikujeme princip mezní vrstvy do našeho modelu. To provedeme zobecněným postupem z podkapitoly 3.6. Princip bude stejný s rozdílností vztahu, na který

je metoda překryvů aplikována. Místo Newtonova vztahu zde budou vystupovat klasické rovnice metody kontrolních objemů přenosu tepla vedením. Nejdříve každé vrstvě elementů kapaliny $i \in \{1, \dots, N_{rt}\}$ přidělíme rychlost podle rychlostního profilu. Dále mezi každými dvěma vrstvami zavedeme systém překryvů jako tomu je na obrázcích 3.4 a 3.5. Jednotlivé parametry překryvů budou speciální pro každou vrstvu. Budou tedy vektory $(\Delta s(i), \Delta s1(i), \Delta s3(i), KK(i), NB(i))$.

3.8 Fázová přeměna pomocí metody efektivní tepelné kapacity

Materiály PCM v našem tlumiči využíváme kvůli změně fáze, která má větší potenciál utlumit fluktuace. V našem modelu však ještě změna fáze nebyla zahrnuta. Při tání do materiálu musíme vložit energii potřebnou k změně fáze, která se nazývá tzv. latentní teplo. Měrná tepelná kapacita je množství tepelné energie, kterou musíme dodat kilogramu uvažované látky, aby se ohřála o jeden teplotní stupeň (1K nebo 1 °C). Metoda efektivní tepelné kapacity spočívá v přizpůsobení měrné tepelné kapacity v závislosti na tom, v jaké části fázové přeměny se látka nachází. Toho se docílí tak, že jako měrnou tepelnou kapacitu budeme brát funkci závislou na teplotě $c_{eff} = c_{eff}(T)$. V okolí fázové přeměny bude tato funkce nabývat vyšších hodnot, aby dokázala popsat teplo, které materiál potřebuje navíc pro změnu fáze. Toto okolí se nazývá mushy oblast [34]. Tuhle funkci dosadíme v algoritmu všude, kde se vyskytovala měrná tepelná kapacita.

Entalpie je teplo uložené v nějakém termodynamickém systému za konstantního tlaku. Značí se H a má jednotky joule [J] [22]. Uvedeme zde vztah entalpie a efektivní tepelné kapacity [29]. Současně bude uveden i vztah dávající do souvislosti měrnou tepelnou kapacitu, latentní teplo L_f [Jkg^{-1}], zlomek podílu tuhé fáze f_s [–] a hustotu (neuvažujeme hustotu závislou na teplotě) s předešlým [29].

$$c_{eff}(T) = \frac{\partial H}{\partial T} = \rho c - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial T} \quad (3.51)$$

Mimo fázovou přeměnu, kdy materiál neodebírá latentní teplo, by měla být efektivní tepelná kapacita konstantní (předpokládáme měrnou tepelnou kapacitu nezávislou na teplotě). Nyní budeme předpokládat, že měrná tepelná kapacita je stejná pro pevnou fázi i pro kapalnou fázi. Efektivní tepelnou kapacitu budeme aproximovat pomocí Gaussovy funkce [15]. Tuto funkci budeme uvažovat ve tvaru:

$$c_{eff}(T) = c_0 + c_{pch} \exp\left\{ -\frac{(T - T_{pch})^2}{\sigma} \right\}. \quad (3.52)$$

Parametry tohoto vyjádření budeme určovat pomocí katalogu PCM materiálů Rubitherm [24]. Zde jsou uvedeny fyzikální charakteristiky jednotlivých materiálů. Naše hledané koeficienty budeme určovat jen z několika z nich. Je zřejmé, že měrná tepelná kapacita (Specific heat capacity) bude v (3.52) hrát roli c_0 . Úložná tepelná kapacita (Heat storage capacity) [Jkg^{-1}] je teplo nutné dodat kilogramu materiálu k tomu, aby se dostal z teploty T_1 do teploty T_2 (označme UTK). Tyto teploty jsou zde uvedeny a uvnitř intervalu (T_1, T_2) probíhá fázová přeměna. V úložné tepelné kapacitě je zahrnuto jak latentní teplo, tak teplo nutné pro zvýšení teploty materiálu. Z této charakteristiky uděláme následující podmínku, kterou musí c_{eff} splňovat.

$$\int_{T_1}^{T_2} c_{eff}(T)dT = UTK. \quad (3.53)$$

Další charakteristikou je interval teplot (T_m, T_c) , ve kterém probíhá fázová přeměna (Melting area). Hlavní vrchol přeměny budeme uvažovat v půlce tohoto intervalu (to ovšem vždy neplatí). Naše funkce by měla při začátku tání prudce vzrůst. Gaussova funkce ovšem vzrůstá spojitě a termín "prudce" si budeme muset určit nějakým způsobem sami. Podmínka tedy bude znít tak, že jakmile funkce vzroste 6krát vzhledem k c_0 , tak začne proces fázové přeměny:

$$c_{eff}(T_m) = 6c_0. \quad (3.54)$$

Maximum naší efektivní tepelné kapacity bude střed intervalu (T_m, T_c) a v (3.52) to bude T_{pch} . To je tzv. vrchol přeměny (peak). Občas nebývá přesně uprostřed intervalu (T_m, T_c) , což my ovšem zanedbáme.

Nyní tedy již máme pouze 2 neznáme (σ , c_{pch}) a dvě rovnice (3.53), (3.54). V rovnicích se vyskytuje určitý integrál Gaussovy funkce (neelementární chybová funkce). Problém budeme tedy řešit numericky.

Na tuto soustavu rovnic byl použit algoritmus využívající Optimalizaci hejnem částic neboli Particle swarm optimization. Jedná se o optimalizační meta-heuristickou techniku. Pojmeme Swarm se v této kapitole nebudeme zabývat. Samotný princip Swarmu nebyl naprogramován speciálně pro tuto práci, ale byl pouze přebrán z veřejně dostupného algoritmu a problém této práce na něm byl pouze aplikován. Autory veřejně dostupné verze jsou A. Ismael F. Vaz a L. N. Vicente.

Pomocí takového kódu tedy z informací od dodavatele PCM materiálů získáme použitelnou efektivní tepelnou kapacitu.

3.9 Fázová přeměna pomocí metody entalpie

Existuje ještě alternativní způsob namodelování fázové přeměny zahrnující latentní teplo. Tato metoda využívá objemovou entalpii definovanou vztahem, který je obdobou definice efektivní tepelné kapacity (3.51). Naši entalpii budeme myslet přírůstek entalpie od určité teploty, kterou nazveme referenční teplota T_{ref} .

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^T \left(\rho c - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial T} \right) d\Theta. \quad (3.55)$$

Dále využijeme diferenciální rovnici (2.36), kterou převedeme do cylindrických souřadnic a mírně přeznačíme (vypouštíme taky tangenciální člen přenosu tepla, což je zdůvodněno již v předešlém) [16].

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial l} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial l} \right) + f. \quad (3.56)$$

Nyní zakomponujeme vliv latentního tepla do vnitřního zdroje energie f . Myšlenka je taková, že míra uvolněného latentního tepla je rovna části přeměněné fáze vztažené na celkové latentní teplo. Následně rovnici upravíme.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial l} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial l} \right) + \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial t}. \quad (3.57)$$

$$\left(\rho c - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial l} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial l} \right). \quad (3.58)$$

Už zbývá jen dosadit zderivovanou definici entalpie a elementárně upravit.

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial l} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial l} \right). \quad (3.59)$$

Všimněme si, že rovnice (3.57) (bez vnitřního zdroje energie) a (3.59) jsou si velice podobné. Postup numerického řešení druhé z nich jsme si již odvodili v podkapitole (3.2). Liší se pouze v členu ρc na levé straně. Pokud iterativní výpočet T^p vynásobíme oním členem tak nám z rovnic vychází H^p (entalpie v p -té iteraci).

$$H_{i,j}^{t+\Delta t} = \frac{\dot{Q} \rho \Delta t}{m_{i,j}} + H_{i,j}^t. \quad (3.60)$$

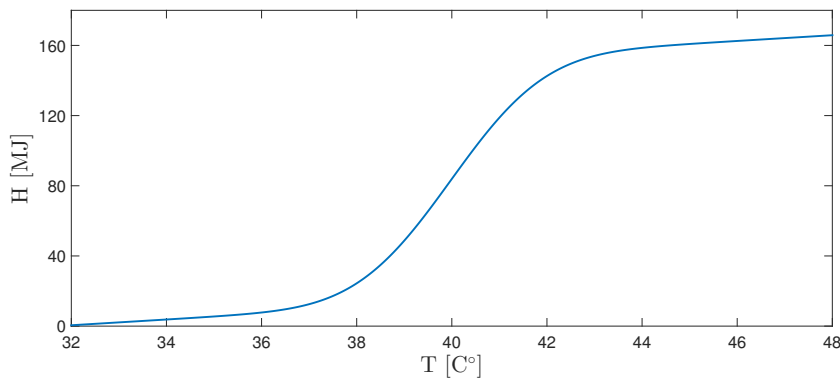
Tím jsme se ovšem pořád nezbavili potřeby znát v každé iteraci teploty ve všech elementech (v tepelném toku \dot{Q} je teplota obsažena). Postup výpočtu tedy bude v každé iteraci takový, že z teploty v oné iteraci zjistíme entalpii v iteraci další a následně z oné entalpie zjistíme teplotu v iteraci další.

$$T^p \rightarrow H^{p+1} \rightarrow T^{p+1}. \quad (3.61)$$

Ještě zbývá vyřešit problém získání teploty z entalpie. Tento problém vyřešíme pomocí efektivní tepelné kapacity (viz (3.51)).

$$H(T) = \int_{T_{ref}}^T c_{eff}(T)dT. \quad (3.62)$$

Budeme hledat takovou teplotu, po kterou musíme efektivní tepelnou kapacitu integrovat, abychom dostali námi vypočtenou entalpii. Referenční teplotu zvolíme tak, aby při celém procesu žádný element neměl teplotu nižší než je referenční. To se dá zajistit při předpokladu stability jednoduše. Numericky je ovšem získání teploty z entalpie relativně výpočetně složitou operací (zvláště při přihlédnutí k nutnosti ji provést v každém elementu a v každé iteraci). Prakticky probíhá tak, že c_{eff} numericky zintegrujeme v diskrétních bodech a získáme rostoucí posloupnost. Dále musíme najít dvě diskrétní entalpie mezi nimiž se námi vypočtená entalpie nachází. Následně provedeme interpolaci a získáme přibližnou hodnotu.



Obr. 3.9: Závislost entalpie na teplotě.

Při dostatečné hustotě bodů pokrývající numerický výpočet integrálu se metoda entalpie a metoda efektivní tepelné kapacity ve výsledcích nijak zvláště neliší. Pozitivem této metody je lepší numerická stabilita. Existují i další metody, které jsou schopny uchopit fázovou přeměnu. Patří mezi ně například metoda front tracking nebo metoda zotavující se teploty [16].

3.10 Srovnání numerického modelu s experimentálními daty

Náš model budeme reflektovat s experimentem, který proběhl na EÚ VUT FSI (popsán v [10]). Srovnání proběhne na třech různých pokusech, kde se liší tvar vstupních teplotních fluktuací. Tekutinou nesoucí tyto fluktuace byla voda. Jako

PCM byl použit materiál RT42. Z jeho parametrů, které jsou dostupné na [24], byla pomocí podkapitoly 3.8 odvozena následující aproximace efektivní tepelné kapacity:

$$c_{eff}(T) = 2\,000 + 37\,300 \exp\left\{-\frac{(T-40)^2}{4,8}\right\}. \quad (3.63)$$

Výsledky programem vypočítané a zde uvedené počítají s metodou efektivní tepelné kapacity. Z hmotnostního průtoku a podkapitoly 3.7 byl odvozen tvar rychlostní mezní vrstvy:

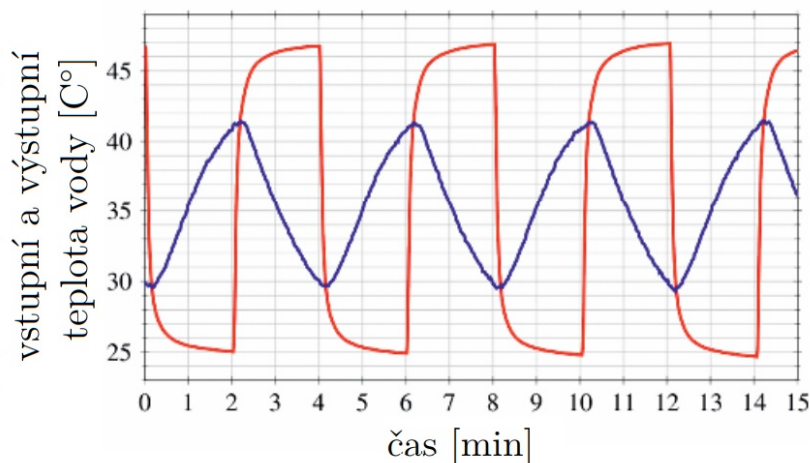
$$w(r) = 1,1 w_m \left(1 - \frac{r}{P}\right)^{\frac{1}{10}}. \quad (3.64)$$

Problémem u našeho experimentu je výsledek Reynoldsova čísla. Vychází těsně na pomezí turbulentního čísla ($Re = 2\,481$). Jeho blízkost kritickému Re ovšem naznačuje těžko analyticky určitelný součinitel přestupu tepla. Do modelu dosadíme hodnotu získanou z kritériálních rovnic. Je potřeba ji ale brát s rezervou. Správnost modelu budeme posuzovat v kontextu více pokusů. Nyní uvedeme tabulku informací vložených do programu, které by měly popisovat chování našeho pokusu (tab. 3.1).

Algoritmus		Tekutina (voda)		PCM RT42	
N_r	200	c_t	4 184 J K ⁻¹ Kg ⁻¹	c	viz (3.63)
N_l	250	ρ_t	1 000 kg m ⁻³	ρ	880 kg m ⁻³
N_{rt}	200	\dot{m}	2 l min ⁻¹	λ	0,2 Wm ⁻¹ K ⁻¹
Δt	0,005	w_m	0,0628 m s ⁻¹	Okolí	
Adap.děl.tek.	kvadratické	λ_t	0,632 W m ⁻¹ K ⁻¹	T_{out}	21 C°
k_t	2	Trubka		α_{PVC}	200 Wm ⁻² K ⁻¹
Adap.děl.PCM	exponenciální	P	0,013 m	Ostatní	
k	2	R	0,026 m	$N_{t\infty}$	140
Fáz.přeměna	efekt.tep.kap.	L	6,6 m	α	360 W m ⁻² K ⁻¹

Tab. 3.1: Tabulka parametrů, s kterými program pracoval.

Je zde více argumentů, které vylučují absolutní shodu modelu a experimentu. Již zmíněná nemožnost analytického výpočtu součinitele přenosu tepla je jedna z nich. Dalším je idealizovaný tvar vstupních fluktuací. V modelu byl předpokládán tvar sinusoida. Jak je ovšem možné vidět na obrázku 3.10, průběh teplot tekutiny na vstupu sinusoida nebyl. Dalším důvodem nepřesností může být opomenutá závislost některých veličin (hustota, tepelná vodivost, ..) na teplotě. Výpočet efektivní tepelné kapacity je pouze aproximativní a tudíž taktéž nepřesnost způsobující. I v konstrukci tlumiče jsme opomenuli celou řadu komponentů (měděná trubka, různé spoje, viz obrázek 1.4). Zvláště kolena v potrubí způsobují promíchání tekutiny



Obr. 3.10: Výsledek z experimentu pro první pokus [10].

napříč průřezem a tudíž těžko modelem uchopitelných reakcí. A konečně charakter numerických metod, které jsou vždy nepřesné. Podobných příčin vzdalující model realitě bychom mohli najít více. Důvody rozdílných výsledků modelu a experimentu lze hledat i na druhé straně problematiky. Každý experiment je zatížen chybou. Například ohledně místa měření teploty by se dalo debatovat. V modelu teplotu vycházející z trubky průměrujeme napříč průřezem, kdežto v experimentu se měřidlo umísťuje do tekutiny na statické místo a tudíž nemůže charakterizovat teplotu napříč celým průřezem. Spolehlivost měřidel navíc zdaleka není stoprocentní.

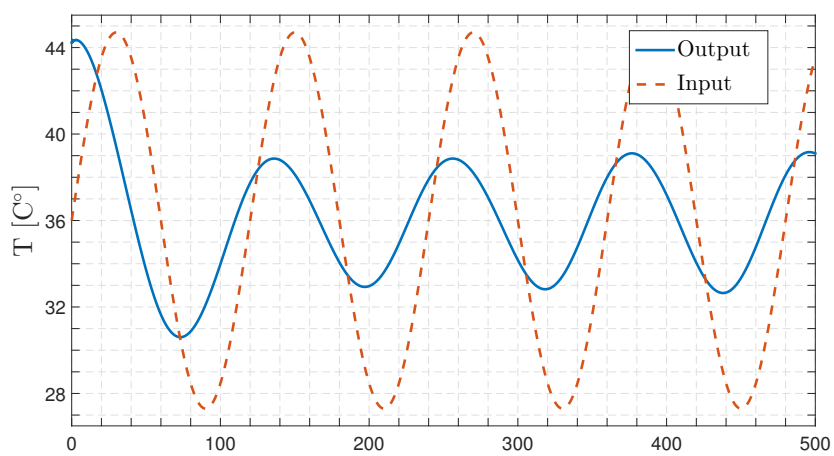
Nyní uvedeme tabulku (tab. 3.2), která shrnuje porovnání experimentu s našim modelem. Uvedeny jsou i charakteristiky vstupní fluktuační (zleva: rozdíl nejvyšší a nejnižší teploty, střední hodnota fluktuační, perioda).

Rozdíly mezi experimentálně zjištěnými výsledky a modelem vypočítanými sledávám jako velmi dobré.

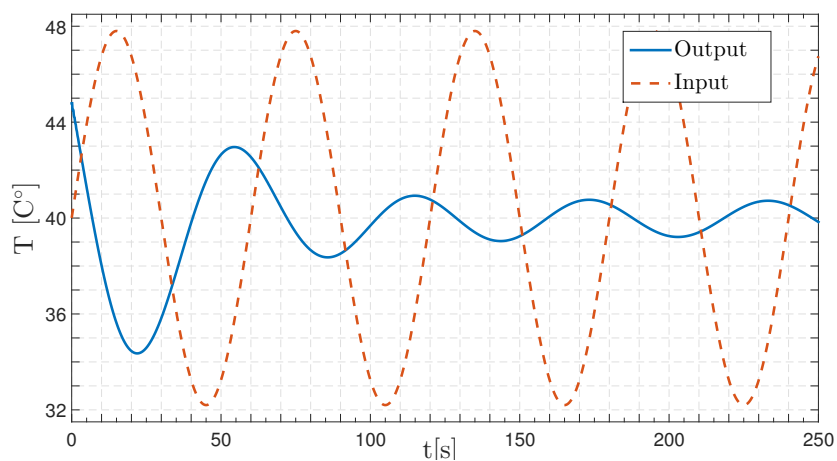
Pokus	Fluktuační			Experiment		Model	
	Vstupní	T_0	Perioda	Výstupní	Útlum	Výstupní	Útlum
1	21,9 K	36 C°	240 s	11,8 K	46%	11,66 K	47%
2	17,4 K	36 C°	120 s	4,7 K	73%	6,27 K	64%
3	15,6 K	40 C°	60 s	1,4 K	91%	1,71 K	89%

Tab. 3.2: Tabulka výsledků.

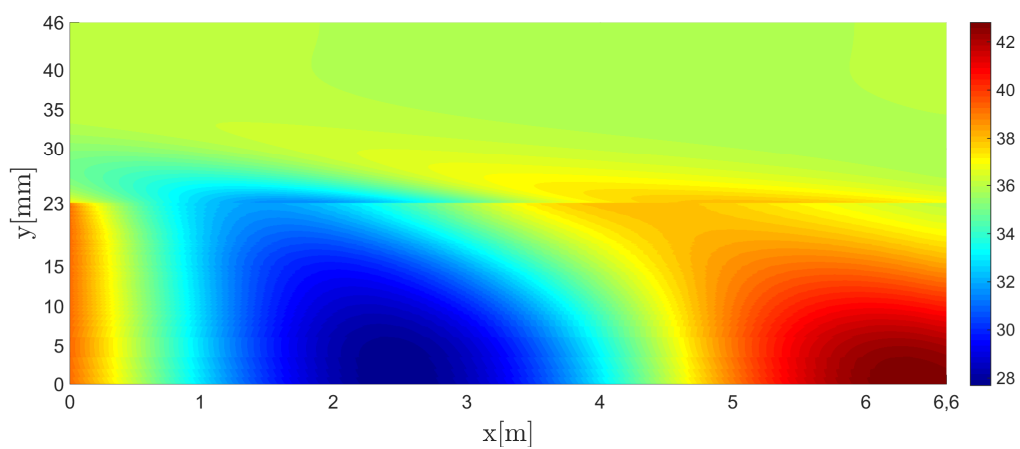
Na obrázcích 3.11 a 3.12 je zobrazen vývoj teplot na vstupu a výstupu pro 2. a 3. pokus. Lze pozorovat, jak PCM snižuje fluktuační až do ustálení. Na obrázku 3.13 je znázorněn průřez trubkou v průběhu modelovaného času. Pomocí barev jde pozorovat tepelné rozdělení napříč trubkou (rozhraní tekutina/PCM je na 23. mm).



Obr. 3.11: Výsledek z modelu pro druhý pokus.



Obr. 3.12: Výsledek z modelu pro třetí pokus.



Obr. 3.13: Axiální průřez trubkou pro druhý pokus.

4 OPTIMALIZACE NÁVRHU TLUMIČE

4.1 Úvod do metaheuristik

Již od počátku civilizace měl člověk tendenci v určitých oblastech a činnostech zlepšovat výsledky své práce. Zvyšování účinnosti procesů spojených s jeho záměrem mělo za následek ušetření jeho námahy a potenciál k dalšímu rozvoji. Například fakt blízkosti pravěkých obydlí k vodnímu zdroji je určitý typ optimalizace. Je tudíž možno prohlásit, že optimalizace doprovází člověka v rozličných podobách již dlouho. Hledání optimálních hodnot nás někdy nevědomky provází v běžném životě i dnes. Lze zmínit třeba výběr partnera nebo ekonomické chování jedince. Optimalizace pojata vědecky s exaktně definovaným zadáním má kratší historii a obsahuje velké množství druhů a metod. Jednou z prvních jednoznačných optimalizací (pomineme-li antické geometrické optimalizace) bylo Keplerovo hledání tvaru vinného sudu, který měl mít maximální objem při minimální obsahu pláště [14].

Jak již bylo uvedeno, druhů optimalizace je více. Mezi tyto druhy patří například lineární, konvexní, stochastická, celočíselná, vícekriteriální nebo kombinatorická. Náš problém tlumiče teplotních fluktuací se stane našim námětem k optimalizaci v různých později definovaných smyslech.

Pro metody, které využívají k řešení nějakého problému nepřesné či náhodné vyhledávání, se vžilo označení softcomputingové metody. Patří mezi ně metaheuristiky, fuzzy systém či umělé neuronové sítě (napodobují chování neuronu v mozku).

Metaheuristiky jsou třídou optimalizačních metod, které nezaručují získání přesného optima v rozumném čase. Hledají tedy řešení, které nemusí být přesné, ale které může být dostačující. Používají se často v rozsáhlých problémech, kde je těžké a často i nemožné použít nějakou exaktní metodu vedoucí přímo k optimu. Uplatnění nachází u problémů kde neznáme přesný tvar nebo, kde je exaktní vyjádření funkce příliš rozsáhlé.

Samotné slovo *metaheuristika* je spojením dvou slov řeckého původu. Prvním z nich je *meta* a znamená něco za nebo přeneseně i nad. Druhým ze slov je *heuristika*, což vyjadřuje metodu získávající výsledek pouze zkušeností bez exaktního důkazu. V řeckém originále je to *heuriskein*, což znamená objevovat nebo vynalézat [30]. Jako první použití tohoto slova se považuje článek [8] z roku 1986, který napsal Fred Glover a slovem metaheuristika označuje nadvrstvu nad běžnou heuristikou.

Přesná definice metaheuristik není jednotná napříč vědeckou obcí. Existuje více vzájemně odlišných definic. Například Yang ve své knize [33] říká, že jednotná definice neexistuje. Jako metaheuristiku označuje jakýkoliv stochastický algoritmus s randomizací a lokálním prohledáváním. Debata o rozdílech mezi heuristikou a me-

taheuristikou je obsáhlejší a často je tato hranice smazána prostým zažitím jednoho z těchto dvou termínů.

Metaheuristiky se vesměs chovají způsobem prohledávání stavového prostoru na základě určitého algoritmu, jenž by měl posouvat prohledávané body směrem k optimálnímu řešení. Tím základním předpokladem tedy je, že hodnoty $(x, f(x))$ spolu navzájem nějakým způsobem korelují. Nejčastější inspirací pro jednotlivé metody z oboru metaheuristik bývá nalezena v přírodě. Metody pracují na principech, které jsou obsaženy například v genetice či chování živočichů (orli, opice, žáby, kočky atd.). Obecnější rozdělení algoritmů se může provést více způsoby. Jedním z nich je rozdělení v závislosti na tom, zda se stavový prostor prohledává pouze jedním kandidátem (single based) či celou populací (population based). Dalším kritériem pro rozdělení může být z jakých oblastí se vybírá v další iteraci nový kandidát (lokální a globální typy algoritmů) [30].

4.2 Optimalizace pomocí Včelího algoritmu

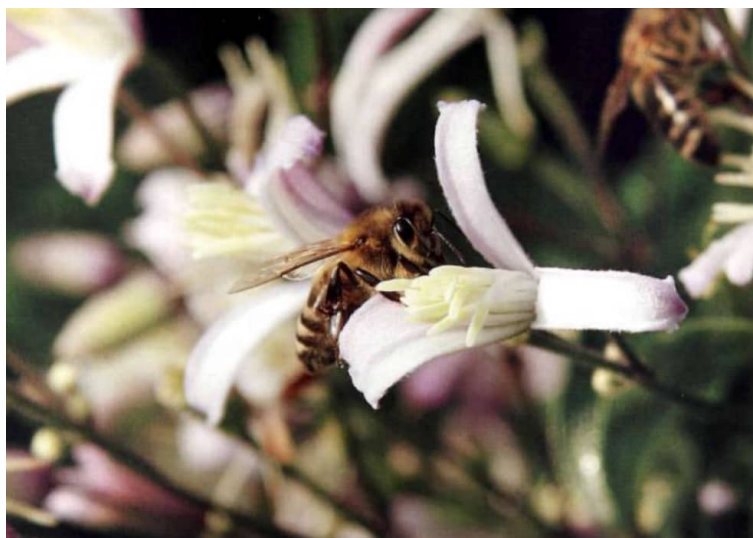
Jedním z typů metaheuristik jsou i rojové algoritmy založeny na principu inteligence hejna, což je technika umělé inteligence. Tyto algoritmy jsou inspirovány z přírody chováním větších společenství určitých živočichů. Je využito skupinové chování samoorganizujících se systémů. Tyto společenstva se skládají z více jedinců a stavový prostor je prohledáván více agenty. Tito kandidáti komunikují mezi sebou či okolním prostředím. Přestože chybí nějaká centrální regulace, tak jejich vzájemná kooperace vede díky jednoduchým vzorům chování k nalezení nebo přiblížení se hledanému optimu.

Mezi populace živočichů, kterými jsou algoritmy inspirovány, patří netopýři, včely, mravenci, ptáci, bakterie, lososi nebo světlušky [30]. Každý z těchto typů má své výhody, nevýhody a různé vhodnosti použití v závislosti na typu problému, na který jsou aplikovány. My se nyní pokusíme popsat a vytvořit základní verzi algoritmu, jenž se inspiruje chováním včelího společenstva.

Algoritmů inspirovaných se včelami je více a jsou populární. Jedním z nich je Honey bee mating optimization [1], který se inspiruje včelí královnou, rozmnožováním a kladením vajíček. Královna si musí vybírat z velkého množství potenciálních partnerů a kombinuje s nimi svůj genofond. Naproti tomu Artificial bee colony algorithm napodobuje chování včel při hledání potravy a tím se i budeme nadále zabírat. Tento algoritmus může být aplikován na kombinatorickou i funkční (naš případ) optimalizaci.

4.2.1 Včely v přírodě

Včela (*Apis*) vykazuje malou druhovou různorodost. Na celém světě je jí pouze devět druhů. V celé Evropě a Africe žije pouze jeden druh včely a to včela medonosná (*Apis mellifera*). Původně byly kvetoucí rostliny opylovávány pouze větrem. Poté ovšem hmyz objevil potravu v podobě pylu a tím se celý proces zefektivnil a dal příležitost ke vzniku nových druhů hmyzu. Včelstvo může teoreticky pokrýt kolem svého hnízda plochu až 400 km². To je ovšem extrém. Běžně se včely vzdalují od hnízda 2 – 4 km. Pokud by člověk organizoval populaci o počtu 50 000 lidí (zhruba populace včel v hnízdě) a vysílal je do různých koutů přilehlé krajiny s tím, že v každém zdroji je jiné množství potravy a potrava v čase ubývá v závislosti na délce a míře jejím odebrání, měl by před sebou náročný logistický problém. Včely tohle efektivně zvládnou bez centrálního řízení. Jednoduché vzory chování, kterými se řídí každá ze včel, mají za následek efektivní samoorganizaci celého roje [32].



Obr. 4.1: Včela medonosná [32].

Včely mají svůj algoritmus a způsob předávání informace o vzdálenosti, bohatosti a směru zdroje potravy. Několik starších včel (létavky) potravu vyhledává a následně předává informaci včelám mladším. Tuto komunikaci zprostředkovávají pomocí včelího tance, předávání vzorku potravy nebo vylučování chemických látek. Úplné pochopení včelího tance uniká biologům doposud, ale základní charakteristiky tohoto dorozumívání již byly popsány. U úlu vždy čekají nezaměstnané včely a následně se připojují k tanci, čímž lákají další včely, se kterými se pak vydávají ke zdroji. Létavky dál pokračují v dalším hledání zdrojů. V závislosti na kvalitě a vzdálenosti zdroje směřuje pozornost včel k větší efektivitě. Zajímavostí je, že i mezi včelami se vyskytují individuální rozdíly ve výkonnosti. Existují i včely

workoholičky, které se za den vydávají na deset a více výletů oproti línějším včelám s jedním až třemi výlety.

4.2.2 Popis Včelího algoritmu

Algoritmus náhodně prohledává stavový prostor pomocí jedinců populace (klasifikátory, včely). Každý tento klasifikátor je náhodně vybraný bod ve stavovém prostoru, jenž musí být omezen hranicemi. Ke každému z n jedinců se přiřadí hodnota účelové funkce. Následně se tyto klasifikátory seřadí podle hodnot účelové funkce. Za úspěšné průzkumníky se považuje p nejlépe hodnocených jedinců populace. Algoritmus dále prohledává okolí těchto jedinců. Dalším aspektem tohoto algoritmu je, že k lépe hodnoceným průzkumníkům vysílá více nových jedinců než k těm hůře hodnoceným. K nejlépe p_1 ($p_1 < p$) hodnoceným jedincům vysílá h_1 nových průzkumníků a k jedincům umístěným v tabulce úspěšnosti v pořadí p_1, \dots, p vysílá h_2 nových průzkumníků ($h_1 > h_2$). Tento průzkum v okolí jednotlivých jedinců je v našem kódu zajištěn podfunkcí *dance*. Obsáhlost okolí lze definovat různými způsoby. V pozdější demonstraci funkčnosti algoritmu je zajištěno jako průnik kruhového okolí (poloměr bude značen jako ε) a hranicemi omezeným stavovým prostorem. V tomto okolí se opět náhodně vybere určitý počet nových průzkumníků (h_1 nebo h_2) a určí se k nim hodnota příslušné účelové funkce. Jedinec, jehož okolí bylo prozkoumáváno, je přepsán nejlépe hodnoceným průzkumníkem v jeho okolí. Neprozkoumávání jedinci populace (v tabulce úspěšnosti na místech $p + 1, \dots, n$) se zruší a náhodně se vygenerují nové místa ze stavového prostoru. Tento proces se opakuje. Jeho ukončení může být podmíněno například počtem provedených iterací (dále označeno jako I). Algoritmus je stručně popsán v [23] následovně:

- Náhodné vygenerování bodů ve stavovém prostoru.
- Vyhodnocení úspěšnosti klasifikátorů.
- Podmínka ukončení algoritmu.
 - Rozdělení populace na části, podle prohledávání jejich okolí.
 - Vyslání včel na nejlépe hodnocená místa (více včel do lépe hodnocených).
 - Každý původní klasifikátor je nahrazen nejlépe hodnoceným ve svém okolí.
 - Včely, jejichž okolí nebylo prohledáváno, jsou nahrazeny nově náhodně vygenerovanými včelami.
- Pokud není splněna podmínka ukončení algoritmu, tak se cyklus opakuje.

Pro tuto práci byla naprogramována pouze základní verze Včelího algoritmu. Tato metaheuristika má ovšem mnohem více možností ke zlepšení její vlastností a i více forem. Více se o těchto možnostech lze dočíst v [12].

4.2.3 Aplikace algoritmu na zkušební funkci

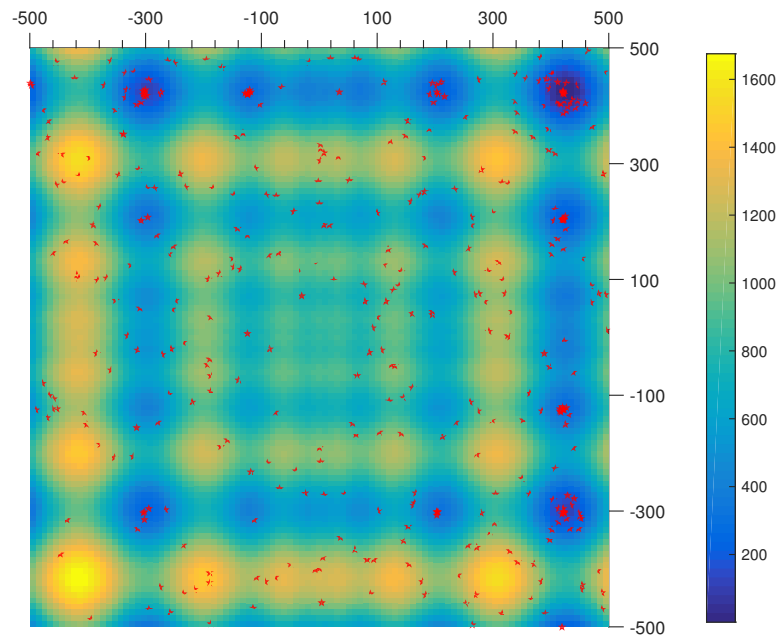
Náš Včelí algoritmus naprogramovaný v MATLABu byl primárně vytvořen pro aplikaci na model z kapitoly 3. Jeho správnost ověříme na Schwefelově funkci, která je následujícího tvaru [17]:

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, \dots, x_d) = 418,9829d - \sum_{i=1}^d x_i \sin(\sqrt{|x_i|}), \quad (4.1)$$

kde d je dimenze funkce (v našem případě je dimenze rovna 2). Funkce má více lokálních minima a jedno globální, což z ní dělá vhodnou zkušební funkci. Stavový prostor omezíme a zformulujeme náš optimalizační problém:

$$\begin{aligned} \min\{837,9658 - x_1 \sin(\sqrt{|x_1|}) - x_2 \sin(\sqrt{|x_2|})\}, \\ -500 < x_1 < 500 \\ -500 < x_2 < 500 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dále uvedeme obrázek, na němž jde vidět včelí roj při prozkoumávání stavového prostoru funkce. V obrázku pracuje algoritmus s jinými parametry, než je uvedeno v tab. 4.1. Všimněme si zvýšené pozornosti včel vůči lokálním minimům (obrázek je zachycen teprve ve 4. iteraci).



Obr. 4.2: Prohledávání stavového prostoru Včelím algoritmem.

V tabulce 4.1 jsou uvedeny všechny parametry, výsledky a srovnání se skutečným globálním minimem (značení parametrů viz 4.2.2, Op je optimum). K práci je přiložen i kód, který Včelí algoritmus aplikuje na Rastriginovu funkci.

Algoritmus		Skutečnost		Parametry algoritmu					
Op	0,0018	Op	~ 0.0000	n	30	p_1	5	h_1	10
x_1	420,8502	x_1	$\sim 420,9687$	I	30	p_2	10	h_2	5
x_2	420,9661	x_2	$\sim 420,9687$	p	15	ε	4	d	2

Tab. 4.1: Tabulka výsledků aplikace na zkušební funkci (4.2).

Jde vidět, že algoritmem vypočtené hodnoty se velice blíží skutečným. Při uvedených parametrech algoritmus zavolal účelovou funkci 3480 krát.

4.3 Další typy optimalizace

V další podkapitole budeme zde popsané metody aplikovat na náš model. Z důvodu obtížnosti těchto metod se ovšem zdržíme od celého náročného programování oněch algoritmů. Vyjma Včelího algoritmu budeme používat již někým vytvořené algoritmy. Bude to efektivnější i z důvodu toho, že plné využití potenciálu těchto metod požaduje více než jen pouhé vystihnutí hlavní myšlenky. V rámci této práce se tedy omezíme na krátký obecný popis těchto někým naprogramovaných metod. Zdrojem pro tuto podkapitolu jsou [26], [28] a [30].

4.3.1 Genetická optimalizace

Jedná se o jednu z nejznámějších a nepoužívanějších metaheuristik. Spadá do kategorie evolučních algoritmů. Její vznik sahá do sedmdesátých let minulého století a pojí se s J. Hollandem, který publikoval [9]. Na téma Genetické optimalizace vzniklo hodně článků a verzí a tudíž neexistuje jednotná definice. Základní charakteristiky zůstávají ovšem stejné.

Tato metoda je inspirována evolučním vývojem populace. Přeneseně by se dala evoluce přirovnat k určitému optimalizačnímu procesu genetické výbavy populace s účelovou funkcí, která určuje pravděpodobnost přežití, konkurenceschopnost jedince a schopnost předat dál svoji genetickou výbavu. Jednotlivé body ve stavovém prostoru budou opět představovat jednotlivce populace. Body jsou často zastoupeny ve dvojkové soustavě splynutím v jeden delší řetězec (obdoba DNA). Vhodnější hodnota *fitness funkce* (transformovaná podoba účelové funkce) v jednotlivých bodech bude znamenat lepší genetickou výbavu. Na začátku se vygeneruje

počáteční populace. Proces Genetické optimalizace je opět iterativní. Zástupci populace v jednotlivých iteracích můžeme označit jako generace. Přeměna jedné generace na druhou probíhá pomocí genetických operátorů mutace a křížení. Při přeměně se stará generace označuje jako rodiče a generace z ní odvozená jako děti. Tyto operátory ovšem jsou aplikovány jen na určitou část populace. Je vhodné upřednostnit jednotlivce s lepší hodnotou *fitness funkce*. Pro konvergenci algoritmu a neuváznutí v nějakém lokálním minimu je ovšem vhodné absolutně nezavrhnout jedince s horší hodnotou *fitness funkce*. Jedna z možností je přiřadit každému jedinci nějakou pravděpodobnost výběru, která reflektuje jeho hodnotu *fitness funkce*. Tato metoda selekce se nazývá ruleta. Další z možností selekce je turnaj. Jedinci se seřadí do skupinek a z jednotlivých skupinek se vybírá jedinec s nejlepší hodnotou. Obě tyto metody umožňují i výběr jedince, který by se při prostém seřazení podle hodnoty *fitness funkce*, do další generace nedostal. Část ze selektované populace se účastní křížení, což tvoří základ Genetických algoritmů. Jsou generovány dvojice, jejichž informace polohy se nějakým způsobem zkříží a vytvoří dva nové body. Způsobů tohoto zkřížení jedinců je více (jednobodové, tříbodové, uniformní). Dalším z operátorů vývoje genu populace je mutace. Většinou probíhá přičtením náhodného vektoru (například s normálním rozdělením) s rozumnou velikostí k náhodně vybraným jedincům selektované generace a následného přesunutí do generace dítě. Obnova populace může probíhat absolutně a generace rodičů zanikne či se část generace rodičů přesune do další iterace. V každé nové iteraci by se měly výsledky zlepšovat. Záleží na vyváženosti a míře křížení a mutace. Jeden z hlavních rozdílů mezi verzemi algoritmu se týká právě toho. Ukončení algoritmu lze různě podmínit (počet iterací, relativní změna vypočteného optima). Tato metoda byla původně vytvořena pro řešení kombinatorických problémů, ale její úspěch zapříčinil rychlý vznik i verzí pro spojitou optimalizaci.

4.3.2 Optimalizace hejnem částic

Particle swarm optimization (PSO) neboli optimalizace hejnem částic patří mezi nejnovější evoluční optimalizační metody využívající stochastický přístup a rojovou inteligenci. PSO je inspirováno chováním zvířat v hejně. Například můžeme jmenovat ryby nebo ptáky. Metoda byla poprvé použita roku 1995 v publikaci [13]. Algoritmus má obrovský potenciál pro tvorbu různých verzí a manipulaci s jeho chováním.

Populace, kterou opět představují jednotlivé body ve stavovém prostoru, se ovlivňuje navzájem a připomíná chování hejna. Velikost populace je většinou závislá na dimenzi stavového prostoru. V každé nové iteraci se celá populace přesune na nějaké nové místo. Na přesun hejna má vliv jak globální minimum v populaci G

(napříč celou populací a aktuální iterací), tak i historické minimum H (napříč iteracemi v historii daného jedince). Globální minimum může být nahrazeno pouze lokálním minimem skupiny částic v okolí aktuálního jedince. Základní koncept pohybu jednotlivce v hejně je dán (4.3) [30].

$$v_j^i = \xi(\omega v_j^{i-1} + c_1 r_1 (G^{i-1} - x_j^{i-1}) + c_2 r_2 (H_j^{i-1} - x_j^{i-1})), \quad (4.3)$$

$$x_j^i = x_j^{i-1} + v_j^i,$$

kde ξ , ω , c_1 , c_2 jsou parametry algoritmu a r_1 , r_2 jsou náhodné parametry. Parametr ω se na začátku volí větší a s probíhajícími iteracemi se zmenšuje kvůli nalezení optima. Poloha j -tého jedince v i -té iteraci je popsána jako x_j^i . Rychlost přesunu je pro jedince j v iteraci i značeno jako v_j^i . Lze vidět, že hejno se tedy pohybuje směrem ke vhodnějším pozicím. Změna polohy hejna je tedy kompromisem mezi sledováním „vůdce“ hejna a sledováním vlastní zkušenosti jednotlivce. V pokročilých verzích algoritmu je přítomno více pravidel zlepšujících jeho chování. Lze uvést třeba jednoduché pravidlo znějící „uhni, aby jsi zamezil srážce“. Hejno neovlivňuje tedy pouze vůdčí jedinec, ale i jeho sousedé. To vede k určité samoorganizaci a netriviálnímu prohledávání stavového prostoru.



Obr. 4.3: Hejno ptáků [4].

4.4 Aplikace optimalizačních metod

Hlavní motivací k tvorbě modelu je možnost předpovědi chování v případě změny jednotlivých parametrů. Pouze při jedné změně by možná bylo efektivnější (za předpokladu naší malé velikosti a složitosti tlumiče) toto chování zjistit pomocí experimentu, který je přesnější než model. V případě použití optimalizačních technik z předešlého bude ovšem nutné neustále zjišťovat změny chování v závislosti na změně parametrů. Z toho lze odvodit velkou nepraktičnost experimentu a na druhé straně užitečnost modelu.

Model nelze hlouběji analyzovat. Klasické metody optimalizace jsou neaplikovatelné. Musíme tedy sáhnout po metodách, které se na model dívají jako na black-box, čímž se znovu dostáváme k minulé podkapitole.

Problémem bude výpočetní náročnost modelu. Při jemnější diskretizaci se doba výpočtu (na soukromém počítači) pohybuje řádech minut, desítkách minut až hodin. Při přihlédnutí k nutnosti předešlých optimalizačních metod přivolat účelovou funkci (tedy model) zhruba tisíckrát je problém zjevný. Bude tedy nutné účelovou funkci urychlit. Prvním urychlením bude vynechání některých částí modelu. Nepoužijeme adaptivní dělení, mezní vrstvu a kód se pokusíme co nejvíce zeštíhlit. Metodu efektivní tepelné kapacity upřednostníme před metodou entalpie. Druhé urychlení proběhne zhrubnutím diskretizace.

4.4.1 Optimalizační problémy

Pokud chceme něco optimalizovat, musíme si nejdříve určit kritéria, která nám budou říkat, co je vhodnější. Efektivnost tlumiče se odvíjí od jeho míry tlumení. Pokud bychom například minimalizovali výstupní fluktuaci přes délku a tloušťku obalu tlumiče, lze odhadnout výsledek. Optimum by směřovalo k nekonečné délce a nekonečné tloušťce. Na zadání optimalizačních úkolů tedy musíme jít trošku jinak. Určíme si tři optimalizační problémy, které zde budou popsány a rozebrány.

První optimalizační problém

V prvním problému budeme brát za proměnné délku obalu a jeho tloušťku s tím, že účelová funkce nebude pouze výstupní fluktuace. V úvahu vezmeme taky množství spotřebovaného materiálu. Naším cílem tedy nebude pouze minimalizovat fluktuaci, ale bude zde přítomen i ekonomický prvek (více materiálu znamená větší cenu produktu). Tyto dva požadavky na výsledný tlumič budeme ještě vyvažovat váhovým koeficientem, díky kterému můžeme dát jednomu z nich větší prioritu.

Všechny ostatní parametry tlumiče budou dány na pevně. Problém včetně jeho omezení tedy bude formulován následovně:

$$\min_{R, L} \{W \text{fluk}(R, L) + (1 - W)M(R, L)\} \quad (4.4)$$

$$R_1 < R < R_2,$$

$$L_1 < L < L_2,$$

Optimalizujeme tedy přes poloměr PCM obalu R (musí být větší než poloměr trubky P) a přes délku obalu L . Váhový koeficient je značen W a bývá volen mezi nulou a jedničkou. Pokud budeme W zvětšovat, tak prioritu bude mít míra tlumení na úkor množství potřebného materiálu. Výstupní fluktuaci představuje fluk a M je hmotnost spotřebovaného PCM. Obě jsou funkcí R a L .

Druhý optimalizační problém

Představme si nyní situaci, ve které máme předem určenou délku obalu tlumiče. Například trubku nelze obalit na libovolné délce z důvodu samotné omezené délky trubky. Tloušťku obalu ovšem můžeme volit. Dále lze taky volit druh PCM. Vliv materiálových charakteristik na výsledné chování tlumiče je nesporný. Opět se budeme snažit najít určitý kompromis mezi efektivitou tlumení a ekonomickou stránkou tlumiče.

Materiálovou charakteristiku, jejichž ideální hodnotu v určitém smyslu se budeme snažit najít, je c_{pch} z (3.52). Zbytek materiálových charakteristik budeme uvažovat jako pevné. Budeme předpokládat lineární růst ceny za jednotku hmotnosti materiálu vzhledem k rostoucímu c_{pch} . Toto zřejmě v praxi neplatí, ale opět je náš postup pouze demonstrativní a v této podobě v praxi nepoužitelný. Další mezerou je předpoklad velice flexibilního přístupu výrobců PCM. Výroba PCM s přesně zákazníkem určenými parametry zřejmě nebude úplně bezproblémová.

$$\min_{c_{pch}, R} \{W \text{fluk}(c_{pch}, R) + (1 - W)c_{pch}M(R)\} \quad (4.5)$$

$$c_{pch1} < c_{pch} < c_{pch2},$$

$$R_1 < R < R_2,$$

Z důvodů řádově větších hodnot c_{pch} oproti obvyklé výstupní fluktuaci budeme W volit hodně blízko jedniče.

Třetí optimalizační problém

V naší poslední optimalizaci zvolíme značně větší stavový prostor. Ve skutečnosti při konstruování tlumiče musíme volit více než pouze dva parametry (minulé případy). Nyní bude mít účelová funkce celkem 5 proměnných. Tři z nich se budou týkat typu PCM a dva z těch tří budou přímo koeficienty v efektivní tepelné kapacitě. Zbylé

dva budou rozměry obalu PCM. Proměnnými tedy jsou hustota PCM, délka obalu, poloměr obalu a dva koeficienty v $c_{eff}(T)$. Optimalizační problém bude mít podobný tvar jako v předešlém. Bude tam ovšem přítomno více váhových koeficientů, jejichž součet bude jednička ($W_1 + W_2 + W_3 = 1$).

$$\min_{c_{pch}, R, L, \rho, \sigma} \{W_1 \text{fluk}(c_{pch}, R, L, \rho, \sigma) + W_2 c_{pch} M(R, L, \rho) + W_3 \sigma M(R, L, \rho)\} \quad (4.6)$$

$$c_{pch1} < c_{pch} < c_{pch2},$$

$$R_1 < R < R_2,$$

$$L_1 < R < L_2,$$

$$\rho_1 < \rho < \rho_2,$$

$$\sigma_1 < \sigma < \sigma_2,$$

4.4.2 Výsledky

Nejdříve si musíme určit model, který budeme optimalizovat. Jak již bylo napsáno, zvolíme hrubší diskretizaci kvůli výpočetní náročnosti optimalizačních technik. Vypočtené optimální proměnné, které hledáme, budou záviset na velkém množství věcí. Předně to budou parametry modelu, které jakýmkoli způsobem vstupují do výpočtu. Druh tekoucí tekutiny, rychlost proudění, charakteristiky PCM, geometrie trubky, parametry algoritmu a dokonce i okolí tlumiče budou hrát svou roli. Dále bude záležet na typu fluktuace, kterou budeme do tlumiče pouštět. Stanovíme si nové parametry modelu a fluktuace. Trubkou bude proudit voda, PCM bude mít parametry nekonkrétního materiálu a oscilace bude od minule taktéž mírně pozměněna. Z rozdílnosti našich dvou optimalizačních problémů plynou malé rozdíly mezi modely, které budeme optimalizovat. V tabulce 4.2 jsou uvedeny parametry společné pro oba optimalizační problémy.

Kvůli snaze redukovat výpočetní náročnost zvolíme pro fázovou přeměny metodu efektivní tepelné kapacity, kterou zvolíme následovně:

$$c_{eff}(T) = 1\,000 + c_{pch} \exp\left\{-\frac{(T-30)^2}{\sigma}\right\}. \quad (4.7)$$

Dále si uvedením tabulky 4.3 plně dodefinujeme naše modely. Nachází se tam zbývající v tab. 4.2 neuvedené parametry, jejichž hodnoty se napříč modely liší. V případě že je parametr optimalizovaná proměnná je políčko vyplněno jako x.

K optimalizačnímu procesu využijeme více technik. První z nich bude Včelí algoritmus (VA), který byl v minulých podkapitolách rozebrán a naprogramován speciálně pro tuto práci. Jeho parametry, které budou využity pro naše problémy,

Tekutina (voda)		Algoritmus		Okolí	
c_t	4 184 J K ⁻¹ Kg ⁻¹	N_r	30	T_{out}	25 C°
ρ_t	1 000 kg m ⁻³	N_l	45	α_{PVC}	200 W m ⁻¹ K ⁻¹
w_m	0,08 m s ⁻¹	N_{rt}	27	Trubka	
λ_t	0,632 W m ⁻¹ K ⁻¹	Δt	0,07	P	0,03 m
Oscilace		PCM		Ostatní	
Perioda	40 s	c	viz (4.7)	α	520 W m ⁻² K ⁻¹
Vstupní	30 K	λ	0,1 W m ⁻¹ K ⁻¹	$N_{t\infty}$	17
T_0	31 C°				

Tab. 4.2: Tabulka parametrů modelu, který byl optimalizován.

	1. problém	2. problém	3. problém
c_{pch}	45 000	x	x
L	x	7 m	x
R	x	x	x
ρ	1 000 kg m ⁻³	1 000 kg m ⁻³	x
σ	3,5	3,5	x
W	0,95	0,999995	[0,998995; 0,000005; 0,001]

Tab. 4.3: Tabulka zbývajících parametrů modelů, který byl optimalizován.

popisuje tabulka 4.4. Při demonstraci VA na zkušební funkci v podkapitole 4.2.3 byl stavový prostor čtverec. V aplikaci VA na náš model by mohl být problém s ε okolím, protože stavový prostor bude podlouhlý obdélník. Okolí ε tedy pojme v trochu jiném smyslu než v podkapitole 4.2.3. Budeme ho v algoritmu brát adaptivně k hranicím stavového prostoru. V okolí bodu bude tedy prohledávána elipsa. Průměr ve směru x bude -krát šířka stavového prostoru v daném směru.

Parametry algoritmu					
n	20	p_1	4	h_1	10
I	20	p_2	8	h_2	5
p	12	ε	0,05	d	2

Tab. 4.4: Tabulka parametrů Včelího algoritmu.

Další optimalizační technikou bude Genetický algoritmus (GA). Metodě se věnujeme v 4.3.1. Genetický algoritmus je implementován v optimalizačním toolboxu v Matlabu. Je ho zde možné nastavit pomocí množství parametrů, které zde nebudeme rozebírat. Za zmínku snad stojí jen velikost populace, kterou zvolíme rovnu 30.

Poslední využitou optimalizační metodou je Particle swarm optimization (PSO), kterou rozebíráme v 4.3.2. I PSO nebylo naprogramováno speciálně pro tuto práci a algoritmus byl převzat a problémy na něm pouze aplikovány. Autory veřejně dostupné verze jsou A. Ismael F. Vaz a L. N. Vicente. Použitý program vznikl v roce 2009. Algoritmus opět umožňuje více nastavitelných parametrů, včetně ukončovacích kritérií. My se zde jimi nebudeme zabývat a uvedeme pouze velikost populace, s kterou jsme pracovali. Ta je 20.

Poslední důležitou okolností je vymezení stavového prostoru optimalizace. Některá omezení jsou zřejmá. Například poloměr obalu PCM musí být větší než poloměr trubky. Hranice stavového prostoru musíme volit rozumně. V případě jejich zbytečné velikosti je pravděpodobné, že optimalizace nebude probíhat efektivně z důvodu značného rozsahu stavového prostoru. Naproti tomu opačný extrém by mohl způsobit neobsažení skutečného optima ve stavovém prostoru a tudíž nemožnost jeho nalezení. Hranice, kterými budeme pracovat, popisuje tabulka 4.5.

	1. optimalizační problém		2. optimalizační problém		
	R	L	c_{pch}	R	
dolní hranice	0,035 m	5 m	50 000	0,033 m	
horní hranice	0,08 m	15 m	110 000	0,07 m	
	3. optimalizační problém				
	c_{pch}	R	L	ρ	σ
dolní hranice	20 000	0,036 m	5 m	200 kg m ⁻³	1
horní hranice	140 000	0,08 m	15 m	2500 kg m ⁻³	15

Tab. 4.5: Tabulka vymezení stavového prostoru.

	1. optimalizační problém			2. optimalizační problém		
	R	L	Z_{min}	c_{pch}	R	Z_{min}
VA	0,0590 m	9,564 m	7,137	105 260	0,0375 m	17,912
GA	0,0594 m	9,610 m	7,153	104 255	0,0376 m	17,923
PSO	0,0581 m	10,131 m	7,140	109 747	0,0373 m	17,861
	3. optimalizační problém					
	c_{pch}	R	L	ρ	σ	Z_{min}
VA	97 388	0,0394 m	10,914	508 kg m ⁻³	14,684	12,322
GA	48 485	0,0372 m	9,852	2 055 kg m ⁻³	10,258	12,326
PSO	101 559	0,0360 m	10,423	852 kg m ⁻³	15,000	11,376

Tab. 4.6: Tabulka výsledků.

Diskuze k výsledkům

Nyní již zbývá pouze uvedení výsledků. Popisuje je tabulka 4.6. Z tabulky lze vyvodit více závěrů.

První optimalizační problém nebyl natolik výpočetně náročný. Hledala se ideální hodnota pouze dvou parametrů. Všechny metody mají velice podobné výsledky a lze odhadnout, že konvergují ke stejnému bodu. Nejlépe dopadl Včelí algoritmus.

Druhý optimalizační problém byl podobně jako první relativně výpočetně nenáročný. Výsledky byly opět podobné u všech metod. Lišily se minimálně a opět lze odhadnout, že se blížily ke stejnému lokálnímu optimu a pravděpodobně i globálnímu optimu. Nejlepší výsledky vygenerovala Optimalizace hejnem částic.

Třetí optimalizační problém je kvůli rozsáhlosti stavového prostoru znatelně náročnější. Lze na něm jasně demonstrovat základní vlastnost stochastických metaheuristik. A to tu, že každé spuštění algoritmu může vygenerovat úplně jiný výsledek. Ačkoli jsou hodnoty účelové funkce pro všechny metody blízké, tak podle jejich lokace ve stavové prostoru lze jasně prohlásit, že se neblíží ke stejnému bodu. Například hustota nalezená Genetickým algoritmem je více než čtyřikrát větší než hustota nalezená Včelím algoritmem. Nejvhodnější výsledky vygenerovala Optimalizace hejnem částic. Zbylé dvě metody účelovou funkci dokázaly minimalizovat na tažka stejnou hodnotu, ale lokace jimi nalezených bodů se značně liší. Výsledky dále napovídají, že účelová funkce má ještě potenciál ke zmenšení v případě zvětšení hranic stavového prostoru (R a σ jsou v PSO na hranici).

Veškeré provedené optimalizace jsou značně závislé na zvolených vahách. Je potřeba zmínit možné problémy v praxi v podobě nalezení či namíchání materiálu s parametry vzešlými z optimalizace. Z výsledků nicméně lze odhadnout trend, který říká, že pro efektivní utlumení fluktuací je důležitější délka pokrytí než tloušťka obalu. Dále výsledky jasně neurčují nejefektivnější metodu optimalizace. Navíc se lze poznamenat, že jednotlivé metody optimalizace jsou taktéž značně závislé na svých parametrech.

5 ZÁVĚR

V první kapitole jsme nahlédli do základních informací vztahujících se k PCM a tlumiči teplotních fluktuací. Byla to určitá motivace k dále zpracovávanému tématu.

Druhá kapitola měla za cíl odvodit základní rovnice přenosu tepla a ujistit se o tom, že přenos tepla je ve své podstatě matematickým problémem aplikovaným na reálný svět. Na konci této kapitoly byly zmíněny některé další rovnice, které byly v pozdějších fázích práce využity.

Třetí kapitola byla nejobsáhlejší a měla za cíl popsat numerický model tlumiče teplotních fluktuací. Přenos tepla byl zde proveden pomocí metody kontrolních objemů. Tato metoda zde byla popsána a aplikována na válec. Byla zde zmíněna omezení této metody v podobě její stability. Model musel počítat s fázovou přeměnou, protože ta byla gros celého tlumiče. Tato přeměna byla zpracována pomocí metody efektivní tepelné kapacity. Byl zde uveden i alternativní postup v podobě metody entalpie. Dále musel být statický model PCM spojen s proudící tekutinou uvnitř trubky. Toto sloučení PCM s proudící tekutinou zde bylo popsáno. V kapitole bylo i zmíněno odvození součinitele přestupu tepla pomocí podobnostních čísel. Model dostal i určitou nadstavbu v podobě adaptivního dělení kontrolních objemů a zakomponování skutečnosti rychlostní mezní vrstvy. V závěru této kapitoly byl model odzkoušen a srovnán s experimentem, který v minulosti proběhl na naší fakultě. Matlab kód, který je aplikací v práci popsaných postupů, je přiložen k práci. Je přítomen i komentář vysvětlující jednotlivé kroky.

Čtvrtá kapitola se věnuje optimalizaci. Obsahuje úvod do metaheuristik se stručným popisem problematiky. Dále se kapitola zabývá včelím algoritmem. Pro oživení práce je zde uvedeno skutečné chování včel. Následovně je rozebrán hlavní princip této metody. Algoritmus byl naprogramován, odzkoušen na zkušební funkci a je přiložen k práci. V práci byly na model aplikovány i jiné optimalizační metody, jejichž základní principy byly taktéž uvedeny. Finálním výsledkem práce byla samotná optimalizace návrhu tlumiče teplotních fluktuací, která je uvedena s jejím popisem, výsledky a diskuzí k výsledkům.

Jeden z hlavních cílů práce bylo vytvořit numerický model tlumiče teplotních fluktuací. Model nikdy nemůže zcela kopírovat realitu. Od určité míry přesnosti je ovšem použitelný a užitečný. Jeho hlavním úkolem je tedy zhruba vystihnout jakým směrem se bude měnit chování tlumiče vzhledem k směru změny jeho parametrů. Podle této vlastnosti jsme schopni provést optimalizaci. Parametry nebudou ideální, ale budou lepší než náhodně určené.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] AFSHAR A., HADDAD O. B., MARINO M. and ADAMS B.. Honey-bee mating optimization (hbmo) algorithm for optimal reservoir operation. *Journal of the Franklin Institute*, 344(5):452 - 462, 2007.
- [2] ALEXIADES, Vasilios. a Alan D. SOLOMON. *Mathematical modeling of melting and freezing processes*. Washington: Hemisphere Pub., c1993. ISBN 1560321253.
- [3] ARUN, KUMAR.S, SEKAR A., D.N.SIDDHARTHA JAIN a K.V. GOVINDA. Phase change materials (PCM) for thermal control during spacecraft transportation. *International Journal of Mechanical and Industrial Engineering (IJMIE)*. 2013, 2013(1). ISSN No. 2231-6477.
- [4] BARNES, Richard a Peter FRIEDERICI. How a Flock of Birds Can Fly and Move Together [online]. In: . March-April 2009 [cit. 2018-01-30]. Dostupné z: <http://www.audubon.org/magazine/march-april-2009/how-flock-birds-can-fly-and-move-together>
- [5] BERGMAN, T. L. a Frank P. INCROPERA. *Fundamentals of heat and mass transfer*. 7th ed. /. Hoboken, NJ: Wiley, c2011. ISBN 978-047-0501-979.
- [6] CENGEL, Yunus A. a Afshin J. GHAJAR. *Heat and mass transfer: fundamentals & applications*. Fifth edition. New York, NY: McGraw Hill Education, 2015. ISBN 9814595276.
- [7] FRANČŮ, Jan. *Parciální diferenciální rovnice. 4., dopl. vyd.* Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2011. ISBN 978-80-214-4399-0.
- [8] GLOVER F.. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operational Research*, 13(5), 1986.
- [9] HOLLAND J.. *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press, 1975.
- [10] CHARVÁT, Pavel, Josef ŠTETINA, Ondřej PECH, Lubomír KLIMEŠ, Milan OSTRÝ, Tomáš VÍT, Petra DANČOVÁ a Petr NOVOTNÝ. Experimental investigation of stabilization of flowing water temperature with a water-PCM heat exchanger. *EPJ Web of Conferences* [online]. 2014, 67, 02046- [cit. 2017-12-29]. DOI: 10.1051/epjconf/20146702046. ISSN 2100-014x. Dostupné z: <http://www.epj-conferences.org/10.1051/epjconf/20146702046>

- [11] KALČÍK, Josef. Technická termomechanika. Praha: ČAV, 1960, 514 s.
- [12] KARABOGA D. and AKAY B.. A survey: algorithms simulating bee swarm intelligence. *Artificial Intelligence Review*, 311-4:61-85, 2009.
- [13] KENNEDY J. and EBERHART R.. Particle swarm optimization. In *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*, pages 1942-1948 vol.4, 1995.
- [14] KEPLER, J. *Nova Stereometria Doliorum Vinariorum*; 1615.
- [15] KLIMEŠ, L., CHARVÁT, P., OSTRÝ, M. Attenuation of Fluid Temperature Fluctuations with the Use of Phase Change Materials—a Numerical Model of a Fluid-PCM Heat Exchanger, 2012.
- [16] KLIMEŠ, L. Optimalizace parametru sekundárního chlazení plynulého odlévání oceli. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 192 s., 13 s. příloh. Školitel doc. Ing. Josef Štetina, Ph.D.
- [17] KUO, Hsin-Chuan, Jinn-Tong CHIU a Ching-Hai LIN. Intelligent Garbage Can Decision-Making Model Evolution Algorithm for optimization of structural topology of plane trusses. *Applied Soft Computing Journal* [online]. Elsevier B.V, 2012, 12(9), 2719-2727 [cit. 2018-01-26]. DOI: 10.1016/j.asoc.2012.03.011. ISSN 1568-4946.
- [18] KUZNIK, Frédéric, Joseph VIRGONE a Jean-Jacques ROUX. Energetic efficiency of room wall containing PCM wallboard: A full-scale experimental investigation. *ENERGY and BUILDINGS*. 2008, (40), 148-156. DOI: 10.1016/j.enbuild.2007.01.022.
- [19] MCKENNA, Phil: Melt buildings to save fuel. *New Scientist*, 2012, č.2846, s. 17-18 <http://www.3pol.cz/cz/rubriky/bez-zarazeni/240-materialy-s-premenou-faze-spori-energii>
- [20] MEHLING, Harald a Luisa F. CABEZA. Heat and cold storage with PCM: An up to date introduction into basics and applications. Heidelberg: Springer, 2008. ISBN 978-364-2088-070.
- [21] PATANKAR, S. Číslennyje metody řešení zadač teploobmena i dinamiki židkosti. Moskva: Energoatomizdat, 1984.
- [22] PAVELEK, M. a kol.: Termomechanika. Akademické nakladatelství CERM s.r.o. Brno, Brno 2011.

- [23] PHAM, D., GHANBARZADEH, A., KOC, E., OTRI, S., RAHIM, S., ZAIDI, M. The Bees Algorithm – A Novel Tool for Complex Optimisation Problems. In Intelligent Production Machines and Systems. Cardiff: Manufacturing Engineering Centre, Cardiff University, 2006. The Bees Algorithm – A Novel Tool for Complex Optimisation Problems. pp 454-466.
- [24] Produktový list Rubitherm RT 22 HC. Dostupné z http://www.rubitherm.eu/media/products/datasheets/Techdata_RT22HC_EN.PDF [online] 25.5.2016 [cit. 2016-05-25].
- [25] PROCHÁZKA, P.: Modelování fotonických struktur pomocí metody konečných diferencí v časové oblasti. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 35 s. Vedoucí práce doc. RNDr. Jiří Petráček, Dr.
- [26] RAUDENSKÁ, L. Metriky a kritéria pro diagnostiku sociotechnických systémů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 80 s. Vedoucí disertační práce doc. Ing. ALOIS FIALA, CSc.
- [27] SHARMA, Atul, V.V. TYAGI, C.R. CHEN a D. BUDDHI. Review on thermal energy storage with phase change materials and applications. 2007. DOI: 10.1016/j.rser.2007.10.005.
- [28] SRNEC, P. : Optimalizace nastavení závodního vozu simulátoru TORCS, diplomová práce, Brno, FIT VUT v Brně, 2012
- [29] STEFANESCU, D. M. Science and Engineering of Casting Solidification. Druhé vydání. New York: Springer, 2009. 400 s. ISBN 978-1441945099.
- [30] ŠANDERA, Č. Hybridní model metaheuristických algoritmů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 154s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Miloš Šeda, Ph.D.
- [31] ŠOB, František. Hydromechanika. Vyd. 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008. ISBN 978-80-214-3578-0.
- [32] TAUTZ, Jürgen. Fenomenální včely: biologie včelstva jako superorganismu. Praha: Ve spolupráci s Českým svazem včelařů vydalo nakl. Brázda, 2009. ISBN 978-80-209-0376-1.
- [33] YANG X.-S.. Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms. Luniver Press, 2008.
- [34] ZÁLEŠÁK, Martin. Počítačové modelování úloh přenosu tepla s fázovými přeměnami v MATLABu: bakalářská práce. BRNO: Vysoké učení technické

- v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav Matematiky, 2016. 60 s. Vedoucí práce Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.
- [35] ZAVORALOVÁ, Pavla. Využití materiálů s fázovou přeměnou (PCM) ve stavebnictví. [s.l.], 2010. 120 s. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, Katedra technických zařízení budov.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

Symbol	Rozměr	Veličina
B	[m]	charakteristický rozměr soustavy (v našem případě průměr)
c	[J K ⁻¹ Kg ⁻¹]	měrná tepelná kapacita
c_0	[J K ⁻¹ Kg ⁻¹]	měrná tepelná kapacita mimo fázovou přeměnu
c_{eff}	[J K ⁻¹ Kg ⁻¹]	efektivní tepelná kapacita
c_{pch}, σ	[-]	koefficienty v Gaussově funkci, která aproximuje efektivní tepelnou kapacitu
d	[-]	počet dimenzí
ΔEst	[J]	změna vnitřní energie kontrolního objemu
E	[J]	vnitřní energie tělesa
\dot{E}_{in}	[W]	tok energie vstupující do kontrolního objemu za jednotku času
\dot{E}_{gen}	[W]	tok energie vnitřního zdroje kontrolního objemu za jednotku času
\dot{E}_{out}	[W]	tok energie vystupující z kontrolního objemu za jednotku času
\dot{E}_{st}	[W]	tok energie uchovaná v kontrolním objemu (ve formě vnitřní energie) za jednotku času
\mathbf{e}_i		ortonormální báze kartézské soustavy
f	[-]	Moodyho (Darcyho) faktor tření
$fluk$	[K]	výchozí teplotní fluktuace
f_s	[-]	zlomek podílu tuhé fáze
h_1, h_2	[-]	velikosti vedlejších populací ve Včelím algoritmu
H	[J]	entalpie
I	[-]	počet iterací ve Včelím algoritmu
i, j, k	[-]	indexy

KK	$[-]$	logická hodnota charakterizující pozici kapaliny vůči PCM
L	$[m]$	výška válce
L_f	$[J\ kg^{-1}]$	latentní teplo
M	$[kg]$	celková hmotnost PCM v tlumiči
m	$[kg]$	hmotnost
\dot{m}	$[kg\ s^{-1}]$	hmotnostní průtok
$m_{i,j,k}$	$[kg]$	hmotnost kontrolního objemu o indexech i, j, k
n	$[-]$	velikost populace ve Včelím algoritmu
N_r, N_l, N_ψ		jemnost diskretizace PCM v jednotlivých směrech
N_{rt}, N_{lt}	$[J]$	jemnost diskretizace tekutiny v jednotlivých směrech
NB	$[-]$	logická hodnota vstupu nového elementu v dalším časovém kroku
Nu	$[-]$	Nusseltovo číslo
Op	$[-]$	optimální hodnota účelové funkce
p, p_1, p_2	$[-]$	pořadí nejlépe hodnocených klasifikátorů ve Včelím algoritmu
P	$[m]$	poloměr vnitřního válcového otvoru
Pr	$[-]$	Prandtlovo číslo
ΔQ	$[J]$	rozdíl tepla
Q	$[J]$	teplo
\dot{Q}	$[W]$	tepelný tok
Q_a, Q_b, Q_f, Q_s	$[J]$	průchozí množství tepla za element času
$\dot{Q}_H^{i,j,k}, \dot{Q}_D^{i,j,k}, \dot{Q}_P^{i,j,k}, \dot{Q}_L^{i,j,k}, \dot{Q}_\psi^{i,j,k}$	$[W]$	tepelný tok přes jednotlivé stěny kontrolního objemu o indexech i, j, k
q	$[W]$	tepelný tok
\dot{q}	$[W\ m^{-2}]$	hustota tepelného toku
R	$[m]$	poloměr vnější válcové plochy
$\Delta r, \Delta\psi, \Delta l$	$[m, rad, m]$	diskretizační kroky cylindrického souřadného systému
Re	$[-]$	Reynoldsovo číslo
S	$[m^2]$	obsah
$S_H^{i,j,k}, S_D^{i,j,k}, S_P^{i,j,k}, S_L^{i,j,k}, S_\psi^{i,j,k}$	$[m^2]$	obsahy jednotlivých stěn kontrolního objemu o indexech i, j, k
$S_{\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3}$	$[m^2]$	obsah trojúhelníku $\Delta\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{x}_3$
Δs	$[m]$	dráha, o kterou se posune kapalina vůči PCM za jeden časový krok

$\Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3$	[m]	délky charakterizující postavení elementů PCM vůči kapaliny
T	[K], [C°]	teplota
T_1, T_2	[K], [C°]	tepelné meze pro UTK
$T_{i,j,k}^t$	[K], [C°]	teplota kontrolního objemu o indexech i, j, k v čase t
(T_m, T_c)	[K, K]	interval, v kterém probíhá fázová přeměna
T_{out}	[K], [C°]	teplota vnějšího prostředí
T_{pch}	[K], [C°]	vrchol (peak) fázové přeměny
T_{ref}	[K], [C°]	referenční teplota při výpočtu entalpie
T_s	[K], [C°]	teplota smáčeného povrchu
T_∞	[K], [C°]	teplota tekutiny
Δt	[s]	časový diskretizační krok
t	[s]	čas
(t_α, t_β)	[s,s]	element času
UTK	[J kg ⁻¹]	úložná tepelná kapacita
V	[m ³]	objem
W	[-]	váhový parametr v účelové funkci
x	[m]	souřadnice kartézské souřadné soustavy
\mathbf{x}	[m,m,m]	vektor prostorových souřadnic
(x, y, z)	[m,m,m]	prostorové souřadnice kartézské soustavy
(x_a, x_b)	[m,m]	element vzdálenosti
α	[W m ⁻² K ⁻¹]	součinitel přestupu tepla
ε	[-]	poloměr okolí ve Včelí algoritmu
λ	[W m ⁻¹ K ⁻¹]	tepelná vodivost
ρ	[kg m ⁻³]	hustota
\mathbb{R}		reálná čísla

Zkratka	Význam
DNA	Deoxyribonukleová kyselina
EÚ VUT FSI	Energetický ústav FSI VUT v Brně
GA	Genetický algoritmus
KO	Kontrolní objem
PCM	Phase changed materials
PSO	Particle swarm optimization
RT42	Rubitherm 42
VA	Včelí algoritmus

OBSAH PŘILOŽENÉHO CD

V příloženém CD jsou obrázky uvedené v práci a m-soubory, v nichž se nacházejí algoritmy zmíněné v práci. Tyto soubory byly zpracovány v programu Matlab verze R2014b.

Tab. 5.1: Přehled obsahu CD

Název na CD	Popis
Diplomová práce- Lukáš Kozubík	Elektronická verze diplomové práce
GA- Účelové funkce	Účelové funkce využité při aplikaci GA na optimalizační problémy
Obrázky	Všechny obrázky vyskytující se v práci
PSO- Ceff	Složka obsahující matlab kódy hledající tvar efektivní tepelné kapacity pomocí PSO
PSO- Optimalizační problém 1	Složka obsahující matlab kódy řešící 1. optimalizační problém pomocí PSO
PSO- Optimalizační problém 2	Složka obsahující matlab kódy řešící 2. optimalizační problém pomocí PSO
PSO- Optimalizační problém 3	Složka obsahující matlab kódy řešící 3. optimalizační problém pomocí PSO
TRUBKA	Matlab kód včetně komentáře obsahující kompletní model se všemi zmíněnými nastavitelnými metodami
VA- Optimalizační problém 1	Složka obsahující matlab kódy řešící 1. optimalizační problém pomocí VA
VA- Optimalizační problém 2	Složka obsahující matlab kódy řešící 2. optimalizační problém pomocí VA
VA- Optimalizační problém 3	Složka obsahující matlab kódy řešící 3. optimalizační problém pomocí VA
VA- Rastrigin	Složka obsahující matlab kódy hledající minimum Rastriginovy funkce pomocí VA
VA- Schwefel	Složka obsahující matlab kódy hledající minimum Schwefelovy funkce pomocí VA