Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství

Diplomová práce

Aplikace problému obchodního cestujícího v provozu rychlého občerstvení

Dominik Semmler

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. Dominik Semmler

Kvantitativní metody v ekonomice
Systémové inženýrství

Název práce

Aplikace problému obchodního cestujícího v provozu rychlého občerstvení

Název anglicky

Travelling salesman problem application in fastfood delivery

Cíle práce

Cílem diplomové práce je optimalizace rozvozu objednávek mezi společností Pizza Vito a zákazníky. Optimalizace má za cíl nalezení vhodných tras pro přepravu zboží, a to za přítomnosti předem stanovených časových oken, ve kterých jsou zákazníci obsluhováni. Dílčím cílem je pak demonstrace časové a nákladové úspory v závěrěčné části praktické práce.

Metodika

Diplomová práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Teoretická část bude vypracována na základě studia odborných zdrojů dané problematiky. Kapitoly teoretické práce budou detailně popisovat problematiku a řešení úloh obchodního cestujícího.

V praktické části bude nejdříve provedena charakteristika společnosti Pizza Vito. Následně bude v práci vytvořen celočíselný matematický model, v závislosti na různorodé poptávce po rozvozové společnosti ze strany zákazníků. K výpočtu matematických modelů pak bude použit doplněk tabulkového procesoru MS Excel OpenSolver, pracující na bázi metody větví a mezí. V závěrečné části práce bude vybrán konkrétní den rozvozu, který bude zpracován dle uvedené metodologie. Výsledné hodnoty budou srovnávány z hlediska úspory času a nákladů s hodnoty naměřenými ve společnosti Pizza Vito.

Doporučený rozsah práce

60-70

Klíčová slova

problém obchodního cestujícího, optimalizace, celočíselné programování, časová okna, časová úspora, nákladová úspora, pizza

---

Doporučené zdroje informací

COOK, William. Po stopách obchodního cestujícího: matematika na hranicích možností. Praha: Argo. Zip (Argo:Dokořán), 2012. ISBN 978-80-7636-412-4.
DANTZIG, G B. *Linear programming : 2: theory and extensions.* Madison: Springer, 2003. ISBN 978-0387986135.
FIALA, P. *Operační výzkum : nové trendy.* Praha: Professional Publishing, 2010. ISBN 978-80-7431-036-2.
JABLONSKÝ, Josef. Programy pro matematické modelování. Praha: Oeconomica, 2011. ISBN 978-80-245-1810-7.

Předběžný termín obhajoby

2019/20 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Robert Hlavatý, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 26. 1. 2020

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 13. 2. 2020

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 02. 04. 2020

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci „Aplikace problému obchodního cestujícího v provozu rychlého občerstvení“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 6. 4. 2020 ______________________________

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu práce Ing. Robertu Hlavatému, Ph.D. za poskytnuté rady a připomínky. Velký dík patří i mé rodině za neustálou podporu v průběhu celého studia.

Aplikace problému obchodního cestujícího v provozu rychlého občerstvení

Abstrakt

Tématem této diplomové práce je matematické vymezení pojmu *problém obchodního cestujícího* a jeho aplikace z pohledu vybrané firmy Pizza Vito.

Teoretická část práce nejprve vymezuje vznik a podstatu operačního výzkumu jako vědní disciplíny. Následuje definice matematického programování, konkrétně programování lineárního a celočíselného. Závěr teoretické části obsahuje rozbor problematiky obchodního cestujícího, a to zejména s ohledem na jeho algoritmizaci.

Praktická část práce je rozdělena dle Simonova modelovacího přístupu. V její první části je charakterizován vybraný subjekt, tedy firma Pizza Vito. Následuje podrobné představení celého problému s nastíněním možnosti jeho softwarového řešení. Ve druhé části jsou sestaveny dva reprezentativní modely, které jsou konstruovány na základě rozdílné poptávky v pozorovaném období. Na základě vypočtených výsledků jsou pro oba modely této části určeny vhodné rozvrhy jejich realizace.

Závěr práce se zaměřuje na ověření efektivity použité metodologie v reálném provozu firmy. Ověření probíhá pomocí určení časové a nákladové úspory pro vybraný den pozorování.

Klíčová slova: problém obchodního cestujícího, optimalizace, celočíselné programování, časová okna, časová úspora, nákladová úspora, NP-úplné úlohy, metoda větví a mezí

Travelling Salesman Problem application in fast food delivery

Abstract

The topic of the thesis is the mathematical definition of term *Travelling Salesman Problem* and it is application in case study of the chosen company Pizza Vito.

The theoretical part first defines the origin and substance of operational research as science discipline. Next, this part defines mathematical programming, linear and integer programming specifically. The conclusion of the theoretical part includes the analysis of business traveller topic, with main focus on its algorithmization.

The practical part is divided according to the Simon´s modelling approach. In the first part, the chosen subject is characterized. In this case it is the Pizza Vito company. Then, a detailed description of the problem is presented along with an outlined software solution. In the second part, the optimization models are constructed. These models are then calculated, and their results interpreted.

Thesis´ conclusion focuses on validating the efficiency of the used methodology in solving the *Travelling Salesman Problem*. For this purpose, a random day of operation had been chosen and thereafter worked out according to the used methodology. The elaboration´s results have been compared with measured values at Pizza Vito company.

Keywords: Travelling Salesman Problem, optimization, integer programming, time windows, time savings, cost savings, NP-complete tasks, branch and bound method

Obsah

Seznam obrázků

Seznam tabulek

1 Úvod

Problém obchodního cestujícího (TSP, z anglického *Travelling Salesman Problem*) v dnešní době řeší celá řada oborů – cestovatelé, dispečeři záchranných složek, kurýři, poštovní doručovatelé. Nalézt nejkratší trasu mezi všemi zadanými body a vrátit se zpět tam, kde cesta začala. Na první pohled se formulace celé úlohy nejeví výpočetně složitá, přesto zůstává komplexní a efektivní řešení celého problému nadále nezodpovězeno. Matematikům se totiž prozatím nepodařilo zjistit, zda lze obecně najít nejkratší možnou cestu rychleji než vypsáním všech možností řešení. Čím dál reálněji se tedy jeví i možnost, že taková efektivní metoda neexistuje.

Složitost celého problému spočívá v jeho rozsahu. Vypsání všech možností řešení modelu totiž přináší kombinatorický problém, který exponenciálně narůstá. Nalézt nejkratší možnou cestu mezi čtyřmi body je efektivně možné, jelikož existuje pouze 3! možných řešení, tedy šest. Při patnácti bodech se celý problém rozroste přibližně na 87 miliard možných řešení. Z praktického hlediska si však společnost nevede špatně, protože již dnes dokážeme vyřešit úlohu o 85 900 bodech. Vyřešení takové úlohy ovšem výkonným počítačům zabere okolo sta let *strojového času*.

Diplomová práce se v teoretické části věnuje zejména rozboru jednotlivých nástrojů pro řešení úloh obchodního cestujícího. Začátek práce definuje vznik a princip operačního výzkumu jako vědní disciplíny. Pokračuje rozborem jednotlivých matematických přístupů k problému, zejména ve snaze o jeho algoritmizaci. Závěrečné kapitoly teoretické práce se věnují modelům, které jsou dále použity v praktické části práce.

Pro praktickou část práce je problém definován striktně jako statická úloha obchodního cestujícího s časovými okny. V těchto časových oknech je třeba obsloužit zákazníky tak, aby nedošlo k překročení smluveného termínu. Z tohoto hlediska je rozvozová oblast rozdělena do zón, kterým přísluší různé časy termínů. Cílem výpočtů je nalezení takového rozvrhu, ve kterém budou všichni zákazníci včas obslouženi. Důraz je pak kladen zejména na úsporu času a nákladů. V závěrečné části práce je efektivita navržených modelů porovnávána s realizovanými obchodními případy.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Hlavním cílem této diplomové práce je optimalizace rozvozu objednávek mezi firmou Pizza Vito a zákazníky. Optimalizace má za cíl nalezení vhodných tras pro přepravu zboží, a to za dodržení předem stanovených časových intervalů, ve kterých jsou zákazníci obsluhováni.

Problém rozvozu zboží firmy Pizza Vito je v práci rozdělen na dvě části. První část má za cíl nalezení vhodných tras pro sestavené modelové dny. Druhá část srovnává skutečnou trasu rozvozu s teoreticky spočtenými hodnotami. Toto srovnání má za cíl demonstrovat časovou a nákladovou úsporu v případě použití optimalizačních metod ve firmě Pizza Vito.

2.2 Metodika

Teoretická část je vypracována na základě syntézy odborných a vědeckých zdrojů dané problematiky. Tato část práce nejdříve popisuje vznik a podstatu operačního výzkumu. Následuje kapitola představující problematiku matematického programování jakožto metodického nástroje pro řešení problému obchodního cestujícího v praktické části práce. Závěrečné kapitoly teoretické části podrobněji představují problém obchodního cestujícího.

Praktická část práce je zpracována pomocí modelovacího přístupu Intelligence – Design – Choice. Na začátku je provedena charakteristika podniku a dopravního problému v rámci fáze Intelligence. Následuje fáze Design, konkrétně proces vytvoření reprezentativního poptávkového modelu, který lze rozdělit do následujících kroků:

1. Sběr informací o objednávkách v jednotlivých dnech (čas, místo, cena)
2. Rozdělení objednávek dle časových intervalů po třiceti minutách
3. Rozdělení objednávek dle vzdálenosti od provozovny do zón
4. Výpočet průměrné četnosti objednávek v jednotlivých časových intervalech
5. Stanovení nejnavštěvovanějších míst (zón) v jednotlivých časových intervalech
6. Přiřazení jednotlivých míst do modelu na základě předchozích kroků

Na tomto principu jsou z důvodu nestálosti poptávky vytvořeny dva modely. Jeden pro všední dny, resp. pondělí až čtvrtek. Druhý pak pro pátek až neděli. Na základě poptávkového modelu je definován matematický model pro optimalizaci celého problému.

Výpočet modelu je proveden v rámci fáze Choice za pomoci metod operačního výzkumu, které jsou představeny v teoretické části práce. K výpočtu je použit software pro optimalizaci dopravních úloh, konkrétně se jedná o doplněk tabulkového procesoru MS Excel OpenSolver. Pomocí solveru zmíněného doplňku je pak vypočteno vhodné řešení. Následuje interpretace řešení a návrh vhodných tras modelu.

Pro kontrolu efektivity výpočtu byl vybrán konkrétní den rozvozu, který byl pak pomocí uvedené metodologie zpracován teoreticky. Výsledné hodnoty jsou v práci srovnávány z hlediska úspory času a ujeté vzdálenosti (tedy nákladů) při splnění garantované doby doručení.

3 Teoretická východiska

3.1 Operační výzkum

„*Operační výzkum lze charakterizovat jako vědní disciplínu nebo spíše soubor vědních disciplín, které se snaží pomocí určitých metod o nalezení konkrétních řešení zadaných problémů.*“ (Morse, 2003, str. 14)

Oblast aplikace operačního výzkumu pak můžeme přiblížit termínem *výzkum operací*. Disciplína nachází uplatnění v problémech, ve kterých se řeší analýza a koordinace prováděných operací daného systému. Cílem je stanovení úrovně proveditelnosti těchto operací pro co nejlepší možné fungování daného systému. Klíčovým nástrojem operačního výzkumu je matematické modelování.

„*Provádění operací v systému nemůže být absolutně nezávislé, ve všech případech závisí na omezených zdrojích, které jsou při těchto operacích čerpány, na provádění jiných operací, na vnějších činitelích ovlivňující chod systému apod.*“ (Jablonský, 2007, str. 10)

3.1.1 Vývoj operačního výzkumu

Datovat přesný vznik operačního výzkumu jako vědní disciplíny je prakticky nemožné. Počátky jeho zrodu lze nalézt již ve 30. letech minulého století. Těsně před 2. světovou válkou vzniká výzkumná stanice v britském Bawdsey, kde se termín začíná používat ve spojitosti s vývojem nové technologie protiletadlových technologií. Pomocí metod operačního výzkumu se mimo jiné zjišťovalo, jak efektivně využít nově vyvinutého radaru k lokalizaci nepřátelských jednotek. V průběhu 2. světové války pak byly zejména na území Velké Británie vytvořeny týmy pracovníků pro řešení vojenských problémů. Rozvoj disciplíny pokračoval i v poválečném období, kdy jeho nárůst vyplýval zejména z praktických potřeb společnosti (např. optimalizace technologických a výrobních procesů, minimalizace nákladů výroby apod.). (Saul & Assad, 2005)

Obecným faktorem pozitivně ovlivňujícím vědní disciplíny byl rychlý rozvoj výpočetní techniky (Jablonský, 2007), který je dle Fialy a kol. (2010) jednou ze dvou hlavních sil působících na obor dodnes.

„Rozvoj techniky napomáhá poskytovat kapacity pro transakce, uchovávat rozsáhlé objemy dat, zrychlovat realizaci složitých algoritmů a následně pomáhá implementovat složitá rozhodnutí.“

Další hybnou silou jsou podle autorů vědecké pokroky v disciplínách ekonomie, statistiky a v operačním výzkumu samotném. (Fiala, 2010)

Protože operační výzkum zahrnuje problematiku různorodých oblastí, které vyžadují specifické modely řešení, vznikly časem jeho samostatné obory. Mimo matematického programování**,** které je pro tuto práci klíčové, lze zmínit například teorii zásob, teorii hromadné obsluhy, vícekriteriální rozhodování, simulace, teorii her a další. (Jablonský, 2007)

3.2 Matematické programování

„Matematické programování je odvětví operačního výzkumu zabývající se řešením optimalizačních úloh, ve kterých se jedná o nalezení extrému daného kritéria, definovaného ve tvaru kriteriální funkce n proměnných, na množině variant určených soustavou omezujících podmínek, které jsou zadány ve tvaru ***lineárních*** *nebo* ***nelineárních*** *rovnic či nerovnic. Je-li kriteriální funkce lineární a všechny rovnice i nerovnice v modelu rovněž lineární, hovoříme o úloze* ***lineárního programování****. V opačném případě, tedy je-li alespoň jedna funkce nelineární, hovoříme o úloze* ***nelineárního programování****.“* (Jablonský, 2007, str. 14)

Matematický model úlohy matematického programování

Maximalizovat (minimalizovat):

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{3.1}$$

Za podmínek:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \tag{3.2}$$

$$g_2\,(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \tag{3.3}$$

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \tag{3.4}$$

$$x_j \geq 0, j = 1,2, \dots, n, \tag{3.5}$$

Kde:

n je počet proměnných modelu

m je počet omezujících podmínek

$f(\mathbf{x})$, $g_i(\mathbf{x})$, $i=1, 2, \ldots, m$ jsou obecné funkce *n* proměnných

3.2.1 Lineární programování

„Na konci války dostal Dantzig lákavou nabídku. Kolegové Dal Hitchcook a Marshall Wood po něm chtěli, aby mechanizoval procesy spojené s vojenským plánováním. Dantzig se do řešení pustil a vytvořil novou teorii: lineární programování (LP).“ (Cook, 2012, str. 114)

Termín *lineární programování* je složen ze dvou slov, která poměrně přesně vystihují podstatu tohoto odvětví operačního výzkumu. Přívlastek lineární vyjadřuje povahu vazeb v modelech lineárního programování. Slovo programování je zde chápáno jako plánování nebo vytváření programů (scénářů) budoucího vývoje systému. Lineární programování slouží jako prostředek pro realizace procesů a činností, zabezpečující dosažení optimálního výsledku ve vztahu k definovanému cíli. (Jablonský, 2007)

Lineární programování tedy chápeme jako systém matematických metod, jejichž cílem je nalezení extrému účelové funkce. Maximalizace (minimalizace) probíhá za existence řady omezujících podmínek, které jsou zapsány ve tvaru rovnic či nerovnic. (Král, 2018)

Model lineárního programování

Formulace problému

Formulace celého problému a následné řešení pomocí lineárního optimalizačního modelu můžeme rozdělit do čtyř etap: (Zimola, 2000)

1. Ekonomický model
2. Matematický model
3. Řešení modelu
4. Analýza výsledků

Ekonomický model

Ekonomický model sytému popisuje Dantzig jako souhrn matematických vztahů. Tyto vztahy dále ovlivňují hodnotu přípustných řešení celého modelu. Přípustná řešení jsou pro každý systém ovšem pouze ta, která jsou splnitelná v rámci systémových zdrojů. Při budování modelu lineárního programování je také potřeba dodržovat určité předpoklady. Konkrétně se jedná o předpoklady:

1. Nezápornosti (nonnegativity)
2. Proporcionality
3. Sčitatelnosti (additivity)
4. Linearity účelové funkce

Budování takového modelu tedy zahrnuje především přesnou analýzu jednotlivých prvků systému. Mezi prvky existují vazby, které je – stejně jako hodnoty jednotlivých proměnných – nutno v rámci modelu kvantifikovat.

Dantzig vytvořil pro tvorbu modelu vlastní postup, který je rozdělen do pěti následujících kroků: (Dantzig, 1963)

1. Definice procesů systému – rozklad procesů na jednotlivé prvky a určení vztahů mezi nimi. Následně výběr jednotky pro měření jednotlivých procesů.
2. Definice množiny prvků systému – rozdělení prvků. Potřeba ohodnotit vztahy zejména u spotřebních prvků, resp. ohodnotit, do jaké míry omezují realizaci jednotlivých procesů. Rozdělení na prvky spotřební a produkční.
3. Určení vstupu a výstupu – resp. strukturních koeficientů, které jsou zaneseny do modelu. Přesné určení spotřeby (produkce) každé položky v závislosti na jiných procesech a prvcích systému. Sestavení koeficientů vyjadřujících *cenu* produktu, cenové koeficienty.
4. Určení vztahů systému s okolím – zohlednění známých vztahů a předpokladů ve vztahu systému vůči okolí.
5. Určení rovnice materiálové rovnováhy (cíl optimalizace) – přiřazení jednotlivých proměnných $x_1, x_2, \dots, x_n$. Kvantifikace vztahů mezi proměnnými. Následné ohodnocení v rámci zdrojů systému a přiřazení konečných omezení. Sestavení funkce pro splnění cíle modelu (maximalizace zisku/minimalizace nákladů) a následné sestavení samotného modelu.

Matematický model

Výše popsaný Dantzigův postup je tedy zaměřen na ekonomické aplikace lineárního programování. Pro nalezení optimálního řešení problému je zapotřebí sestavit matematický model. Matematický model úlohy lineárního programování má obdobnou strukturu jako ekonomický. Jablonský problematiku transformace ekonomického modelu na matematický rozděluje do následujících kroků: (Jablonský, 2007)

1. Identifikace rozhodovacích proměnných x_j. V tomto kroku je důležité definovat počet rozhodovacích proměnných, stanovit jejich význam, popřípadě stanovit jejich fyzikální význam. Proměnné zpravidla reprezentují jednotlivé procesy, probíhající v rámci daného systému. Jestliže je procesem myšlena reálná aktivita (např. výroba produktu), potom proměnná vyjadřuje intenzitu provedení této činnosti (např. objem výroby produktu v kusech).
2. Definice optimalizačního kritéria a zároveň konstrukce účelové funkce, která je funkcí rozhodovacích proměnných.
3. Identifikace činitelů modelu a vyjádření těchto činitelů ve formě omezujících podmínek. V tomto kroku je důležité brát v potaz všechny činitele. V případě vynechání některého z nich by model sice mohl být z matematického pohledu správný, avšak poskytované výsledky by mohly být nesmyslné nebo v reálném čase nepoužitelné.

Dantzigův matematický model je složen ze **tří základních prvků**: (Dantzig, 1963)

1. Omezující podmínky

Omezující podmínky jsou v modelu formulovány ve tvaru rovnic či nerovnic. Vyjadřují vzájemné ohodnocení vztahu proměnných. Omezující podmínky se zavádějí i ve tvaru *proměnná větší nebo rovna nule*. Taková podmínka má za cíl zamezit zápornosti proměnné, jelikož by její záporná hodnota nedávala logický význam. (Cook, 2012)

Dantzig celou problematiku trefně demonstruje na známém rozhovoru z pohádky Alenka v říši divů:

„Nalijte si více čaje,“ řekl Březňák Alence.

„Ještě jsem žádný neměla,“ odpověděla Alenka uraženě, *„tak si nemohu nalít **více**.“*

„Chcete říci, že si nemůžete nalít ***méně****,"* řekl Kloboučník. *„Nalít si* ***více než nic*** *je přeci velmi snadné."* (Cook, 2012, str. 114)

Je zřejmé, že pokud označíme *množství vypitého čaje Alenkou* rovno *P*, pak tato proměnná nikdy nenabyde záporné hodnoty. Jen těžko se dá vypít záporné množství čaje. Do modelu se tedy zahrne omezující podmínka pro *P větší nebo rovno nule.* Pro omezující podmínky se používají zavedené termíny. Jedná-li se o omezující podmínku typu *menší nebo rovno*, hovoříme o *podmínce kapacitní*. Naopak omezující podmínka typu *větší nebo rovno* nese označení *požadavková*. Při rovnosti v omezující podmínce hovoříme o *podmínce určení*. (Šubrt, 2011)

2. Omezení na lineární podmínky

Dantzig obecně předpokládal, že procesy spotřebovávají zdroje v lineární závislosti. Jestliže si Alenka vhodí do jednoho šálku čaje dva cukry, pak si do tří šálků čaje vhodí cukrů šest. Tuto skutečnost lze vyjádřit rovnicí analogicky jako v předchozím případě.

Při formulaci omezujících podmínek je povoleno kombinovat více proměnných ve více rovnicích a nerovnicích. Ostatně, tím právě vzniká soustava lineárních rovnic a nerovnic, kterou dále řešíme. Při kombinaci ovšem není povoleno násobení proměnných, jelikož jeho výsledkem by vznikly rovnice kvadratického a vyššího řádu. (Cook, 2012)

3. Účelová funkce

„Účelová funkce je lineární funkce více proměnných, jejíž hodnota se maximalizuje nebo minimalizuje vhodným dosazením hodnot za proměnné. Optimální řešení soustavy omezujících podmínek je takové ohodnocení podmínek, které maximalizuje (nebo minimalizuje) hodnotu účelové funkce." (Cook, 2012, str. 117)

Maximalizační model LP

Maximalizovat:

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j \, x_j \rightarrow MAX \tag{3.6}$$

Za podmínek:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \;\le\; b_i\,,\;\; i = 1,2,\dots,m, \tag{3.7}$$

$$x_j \;\ge\; 0\,,\;\; j = 1,2,\dots,n, \tag{3.8}$$

Kde:

$(c_1, c_2, \dots, c_n)$ je n-složkový řádkový vektor cenových koeficientů
$(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ je n-složkový sloupcový vektor strukturních proměnných modelu koeficientů
$(b_1, b_2, \dots, b_m)^T$ je m-složkový sloupcový vektor hodnot pravé strany

Dantzig tedy našel metodu, kterou by problém vyřešil. Zbývalo mu už jen nalézt efektivní nástroj optimálního řešení problému. Vymyslel tedy algoritmus, který známe pod pojmem *simplexový algoritmus*. (Cook, 2012)

Řešení modelu

<u>Simplexový algoritmus</u>

Simplexový algoritmus slouží jako metodický aparát pro nalezení optimálního řešení dané úlohy. V tomto smyslu je také dodnes považován za jeden z nejúčinnějších nástrojů. Dantzig představil simplexový algoritmus společně s lineárním programováním v roce 1948 na Wisconsinské univerzitě. V roce 2000 byl Dantzigův algoritmus vyhlášen jedním z deseti nejlepších algoritmů století. (Cook, 2012,)

Simplexový algoritmus pracuje v rámci řešení problému krok po kroku. Jedná se tedy o iterační metodu s konečným počtem kroků. Po provedení těchto kroků jsme schopni dojít k optimálnímu řešení nebo prokázat neexistenci takového řešení. (Máče, 2018)

<u>Možnosti zakončení výpočtu úloh LP</u>

Simplexovou metodou tedy vypočteme optimální řešení úlohy lineárního programování, přičemž:

1. Úloha má jediné optimální řešení

Optimální řešení v tomto případě leží v průsečíku omezujících podmínek, které lze označit jako *aktivní omezující podmínky*. Pojem *aktivní* vyjadřuje nezaměnitelnost těchto podmínek. Jakákoliv změna aktivních podmínek pak způsobí změnu souřadnic bodu optimálního řešení.

Zda je podmínka aktivní, je ovlivněno koeficienty účelové funkce. Změnou těchto koeficientů pak dochází i ke změně směru optimalizace.

V této situaci může být každý vrchol mnohostěnu přípustných řešení při vhodné kombinaci koeficientů účelové funkce optimálním řešením pro zadanou úlohu. (Demel, online, 2020-03-08)

2. Úloha má alternativní optimální řešení

Množina optimálních řešení se v tomto případě nalézá na úsečce ležící na hraně mnohostěnu přípustných řešení modelu. V závislosti na kombinaci vstupních parametrů tedy existuje prakticky nekonečné množství optimálních řešení. Místo pojmu *alternativní optimální řešení* se tedy někdy setkáváme s pojmem *nekonečně mnoho optimálních řešení*. (Jablonský, 2007)

3. Úloha má neomezenou hodnotu účelové funkce

Pro množinu přípustných řešení nelze najít jednoznačné optimální řešení. Ke každému přípustnému řešení lze totiž nalézt přípustné řešení s lepší hodnotou účelové funkce. Ve dvourozměrném prostoru si lze situaci představit. Například pro maximalizaci platí, že v tomto případě není množina přípustných řešení *omezena shora*, čímž může optimální hodnota úlohy neomezeně růst. Nutným předpokladem, aby byla účelová funkce neomezena, je tedy množina neomezených přípustných řešení.

Tento fakt ovšem neplatí naopak. I přes neomezenou množinu přípustných řešení může mít úloha optimální řešení. Například v případech absence omezení účelové funkce shora je v případě změny povahy kritéria optimalizace na minimalizační docíleno optimální hodnoty v bodě (0,0) (Demel, online, 2020-03-08)

4. Neexistuje přípustné řešení úlohy

Situace, kdy žádný bod prostoru nesplňuje všechny omezující podmínky, resp. každý bod prostoru porušuje alespoň jednu omezující podmínku. (Demel, online, 2020-03-08)

Analýza výsledků

Výsledky získané v předchozích krocích je potřeba převést zpět do kategorií ekonomických. Klíčovou součástí analýzy je rozbor získaných výsledků a zhodnocení jejich použitelnosti.

Nepoužitelná řešení pak vracíme zpět do předchozích etap a kontrolujeme jejich správnost. (Zimola, 2000)

3.2.2 Celočíselné programování

Klasická úloha lineárního programování předpokládá, že jejím vyřešením získáme optimální hodnotu, která se pohybuje v oboru reálných čísel. Existuje ovšem celá řada specifických úloh, pro které potřebujeme pouze celočíselné hodnoty proměnných. Firmám napříč odvětvími se v konkrétních případech vyplatí optimalizovat výrobní proces tak, aby po jeho realizaci vznikaly celé kusy výrobků. V určitých případech se problém dá řešit pouhým zaokrouhlením výsledku na celé číslo nebo odstraněním desetinné čárky za celým číslem. U další řady úloh se ovšem s tímto postupem nelze spokojit, jelikož jeho aplikací model vypočte výsledky vzdálené od optimálního řešení téže celočíselné úlohy, popřípadě poskytne nepřípustné řešení úlohy. (Pelikán, 2011)

Typickými příklady takových úloh pak mohou být: (Jablonský, 2007)

1. Výrobní problémy – rozvržení výroby
2. Řezné problémy – úlohy o dělení materiálu
3. Nutriční problémy – např. počty jednotek potravin v denní dávce výživy

Všechny tyto úlohy předpokládají modely, které pracují s celočíselnými nezápornými hodnotami proměnných. Mimo těchto *obecných* úloh celočíselného lineárního programování se můžeme setkat ještě se speciálními případy problémů. Tyto problémy požadují splnění podmínky, aby proměnné nabývaly pouze hodnot 0 nebo 1. Takové proměnné se nazývají bivalentní proměnné a takto vytvořené úlohy bivalentní úlohy.

Mezi tyto úlohy se řadí například: (Jablonský, 2007)

1. **Okružní dopravní úlohy**
2. Přiřazovací problém
3. Pokrývací problém

Metody řešení úloh celočíselného programování se dělí do skupin dle jejich charakteru. (Fiala, 2010)

Metoda zaokrouhlování

Metoda pracuje s nalezením optimálního řešení pomocí klasického simplexového algoritmu. Pokud je toto řešení celočíselné, pak je také řešením úlohy celočíselného lineárního programování. Jestliže celočíselné není, je zapotřebí najít nějaké *blízké* řešení splňující podmínky celočíselnosti pomocí zaokrouhlení tohoto optimálního řešení. V praxi se při použití této metody snadno dopustíme chyby.

Zaokrouhlením můžeme získat například celočíselné řešení, které ovšem nenabývá hodnot optimálního řešení celočíselné úlohy. Zaokrouhlením lze navíc získat i řešení nepřípustné. Jinými slovy, metoda zaokrouhlování není pro řešení úloh celočíselného programování příliš vhodná, i když se její výsledky často nacházejí relativně blízko optimálního řešení. (Fiala, 2010)

Metoda hrubé síly

Metoda pracuje na principu prověření všech přípustných řešení. Pokud je množina přípustných řešení konečná, obsahuje také konečný počet přípustných řešení. Ke každému z nich je pomocí dosazení hodnot možno spočítat hodnotu účelové funkce. Podle vypočtených hodnot snadno vybereme řešení, kterému přísluší optimální hodnota.

Na první pohled má metoda několik zásadních nedostatků:

1. Je třeba vyčíslit sice konečné množství přípustných řešení, takových řešení může být ovšem nepřiměřený počet.
2. V rámci výpočtu vyšetřujeme i body, které jsou od celočíselného optima nepřiměřeně vzdáleny.
3. Algoritmus předpovídá omezenou množinu přípustných řešení. Pokud tomu tak není, algoritmus je pro úlohu nepoužitelný.

Zde se nabízí myšlenka efektivnějšího prohledávání množiny přípustných řešení, než nabízí metoda hrubé síly. Pro tento případ zavedeme pojem relaxace. (Fábry, online, 2019-10-19)

Nechť je dána následující úloha celočíselného programování (IP):

$$z_{IP} = \max(\, c^T x : x \in S \subseteq Z_+^n) \tag{3.9}$$

Úloha (R):

$$z_{IP} = max(d^T x : x \in X \subseteq R_+^n) \quad (3.10)$$

Je relaxace úlohy (IP), jestliže:

$$S \subseteq X \quad (3.11)$$

$$d^T x \geq c^T x \quad (3.12)$$

Je-li úloha (R) relaxace úlohy (IP), pak $z_R > z_{IP}$, tzn. že z_R je horní mez pro z_{IP}. Vylepšeme tedy metodu hrubé síly o výpočet optimálního řešení této relaxace. Pro řešení úlohy (R) pak platí:

1. Pokud úloha (R) nemá přípustné řešení, pak nemá přípustné řešení ani úloha (IP).
2. Pokud má úloha (R) neomezenou hodnotu účelové funkce, může mít (IP) také neomezenou hodnotu účelové funkce, nebo úloha (IP) nemá optimální řešení.
3. Pokud je nalezené optimální řešení úlohy (R) celočíselné, je zároveň optimálním řešením úlohy (IP) a výpočet končí. V případě, že řešení úlohy (R) celočíselné není, nezískáváme žádnou informaci o optimu úlohy (IP), kromě faktu, že hodnota účelové funkce tohoto řešení slouží jako horní mez pro optimální hodnotu řešení úlohy (IP). Metodou hrubé síly tedy následně prohledáme body v blízkosti optima úlohy (R). K vlastním omezením pak lze přidat i podmínky zajištující zmenšení množiny přípustných řešení.

Většina podobných metod výpočtu úloh (IP) je založena na podobném principu. (Fiala, 2010)

Metoda řezných rovin

Mezi nejznámější vyučované metody řezných nadrovin patří Gomoryho algoritmus. Základním principem metody je nalezení optimálního řešení x_*^R úlohy LP bez ohledu na podmínky celočíselnosti. Poté je zapotřebí konstruovat dodatečná omezení modelu, tedy řezné nadroviny. Nadroviny formulujeme ve tvaru $a^T x_*^R > b$. Jejich cílem je omezení množiny přípustných řešení tak, aby v řešení zůstala pouze celočíselná řešení. Na rozšířenou úlohu je pak aplikována opět simplexová metoda. Postup opakujeme až do momentu, kdy je nalezeno optimum (IP). Jestliže je množina přípustných řešení prázdná, pak úloha nemá optimální řešení. (Fiala, 2010)

Metoda větví a mezí

Postupem času byly publikovány další metody pro řešení problému úlohy celočíselného programování. Metodu větví a mezí, kterou představili matematici Land a Doig v roce 1960, rozpracoval v roce 1968 Egon Balas. (Balas, online, 2019-10-14)

Na začátku algoritmu se, stejně jako v případě metody řezných nadrovin, vypočte optimální řešení zadané úlohy lineárního programování. V tomto případě opět neuvažujeme podmínky celočíselnosti. Optimální řešení označme standardně jako vektor $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ a jeho hodnotu účelové funkce z^0. Následně mohou nastat dvě situace. Vektor x^0 vyhovuje podmínkám celočíselnosti a je tedy současně optimálním řešením celočíselné úlohy lineárního programování. V opačném případě získáme z množiny přípustných řešení neceločíselné úlohy X^0 větvením dvě podmnožiny X^1 a X^2. Z vektoru x^0 libovolně vybereme proměnnou, která porušuje podmínky celočíselnosti. Označme tuto proměnnou jako x_k a její hodnotu ve vektoru x^0 jako x_k^0. Množina X^1 se pak vytvoří přidáním podmínky ve tvaru $x_k \geq \{x_k^0\} + 1$. Množina X^2 přidáním podmínky $x_k \leq \{x_k^0\}$. Hodnota $\{x_k^0\}$ představuje celou část z hodnoty x_k^0. Dále je v každé větvi opět vypočteno optimální řešení bez ohledu na podmínky celočíselnosti a větvení popřípadě pokračuje dále jako u množiny X^0. Součástí algoritmu je také odvození meze pro hodnotu účelové funkce celočíselného řešení. V případě maximalizace se jedná o horní mez. U celočíselných úloh lze pak tedy horní mez na množině X^K získat jako $\{z^k\}$, kde $\{z^k\}$ představuje celou část hodnoty optimálního řešení neceločíselné úlohy na množině X^K. Celý proces pokračuje do doby, dokud větve nejsou uzavřeny jedním z následujících způsobů: (Jablonský, 2007)

1. Ve větvi existuje řešení, které odpovídá podmínkám celočíselnosti.
2. Ve větvi neexistuje přípustné řešení.
3. Ve větvi je nalezeno neceločíselné řešení s hodnotou účelové funkce nižší, než je hodnota účelové funkce již nalezeného celočíselného řešení v některé z ostatních větví.

Za optimální je pak vybráno takové celočíselné řešení, které má nejlepší hodnotu účelové funkce ve všech větvích. Pro jednoduchou implementaci je nyní metoda součástí většiny optimalizačních softwarů. (Fiala, 2010)

3.2.3 Software pro řešení úloh matematického programování

Výběrem vhodného solveru pro úlohu LP se výrazně ovlivňuje rychlost celého algoritmu řešení problému. Mezi nejpoužívanější typy solverů patří: (Hladík, 2017)

1. Nekomerční solvery:
   SCIP (Solving Constraint Integer Programs)
   GLPK (GNU Linear Programming Kit)
2. Komerční solvery:
   CPLEX
   Gurobi (GNU Linear Progamming Kit)
3. Modelovací systémy:
   GAMS (General Algebraic Modeling System)
   NEOS (Network Enabled Optimization Server)
   AIMMS (Advanced Interactive Multidimensional Modeling System)
   AMPL (A Mathematical Programming Language)

3.3 P versus NP problém

Vymezení pojmu

„Pokud je snadné ověřit, zde je řešení správné, je také snadné řešení nalézt? Jestliže je dáno N měst, jak naplánovat trasu, abyste navštívili každé město jen jednou? Když mi předložíte řešení, snadno ověřím, zda je správné. Ale na základě dosud známých metod neumím řešení přesně nalézt." (Clay Mathematics Institute, online, 2019-10-25. Překlad autor práce.)

Clayův matematický institut zařadil problém P versus NP mezi sedm matematických problémů milénia. Na vyřešení každého z nich je institutem také vypsána odměna v hodnotě jednoho milionu amerických dolarů. (Cook, 2012)

Dobrý versus špatný algoritmus

Pro lepší orientaci v celém problému P versus NP je nejprve potřeba definovat kategorie dobrý a špatný algoritmus. Tyto kategorie budou následně klíčovým faktorem pro vymezení takzvaných tříd složitosti P a NP zmíněného problému.

„S rozvojem výpočetní techniky vznikala také myšlenka o vytvoření algoritmů pro řešení podobně složitých problémů. Podle definice je úloha algoritmicky řešitelná, když existuje postup, který po konečném počtu kroků vrátí správnou odpověď.“ (Pudlák, online, 2019-10-25)

Vezmeme-li v potaz fakt, že doba výsledného řešení narůstá s velikostí vstupu *n*, bylo zapotřebí zjistit, jaký způsob nárůstu elementárních kroků ve vztahu k řešení je ještě přijatelný. Edmonds tedy následně definici algoritmu doplnil a sám ho nazval jako *dobrý algoritmus*. Místo Edmondsova návrhu se dnes standardně používá označení *polynomiální algoritmus*.

Dobrý (polynomiální) algoritmus je takový, který zaručeně vypočte výsledek v čase n^k, kde k je libovolné přirozené číslo a n počet vstupů. Konstanta k musí být pevně fixována a není povoleno, aby rostla v závislosti na n. Této definici vyhovuje například algoritmus n^3. Naproti tomu *špatný (exponenciální) algoritmus* zaručuje výsledek v čase k^n, tedy například v čase 2^n. (Cook, 2012)

Vztah k úlohám obchodního cestujícího

Rozdíl v časech řešení jednotlivých algoritmů je tedy závislý na velikosti proměnné *n*. V úlohách TSP je pak logicky možno *n* chápat jako počet míst, které má vozidlo navštívit. Jestliže pro deset míst je rozdíl v čase řešení jednotlivých algoritmů v řádech mikrosekund, pak pro sto míst se rozdíl v čase řešení pohybuje v hodnotách let strojového času. Vztah TSP k problému P versus NP je tedy chápán jako nalezení polynomiálního algoritmu pro jeho řešení. Nejlepší dosud nalezená metoda, která pracuje v čase $n^2\, 2^n$, výše zmíněné definici nevyhovuje.

3.3.1 Třídy složitosti P a NP

Edmondsovo chápání pojmu dobrý a špatný algoritmus má tedy v konečném důsledku vliv na složité výpočetní úlohy. Třídy složitosti lze v tomto smyslu dělit na třídy P *(polynomiální algoritmus)* a NP (*nedeterministický polynomiální algoritmus*). Definovat třídu P je poměrně snadné, jedná se o třídu problémů, pro které existuje dobrý algoritmus. Zjistit, jestli je problém součástí této třídy, už může být složitější. Dosud se sice nepodařilo najít *polynomiální algoritmus* pro řešení TSP, to ovšem neznamená, že příslušný algoritmus neexistuje. Problém může být reálně součástí třídy P. (Cook, 2012)

Pod pojmem *nedeterministický polynomiální* se skrývá přirozená třída problémů. Lze si ji představit jako množinu, u které dostupnými metodami těžko vypočteme hodnotu výsledku v požadovaném čase. Když nám ovšem někdo prvek z této množiny předloží, snadno ověříme, zda je její součástí.

„Nedeterministický algoritmus je zobecněný algoritmus, kde následující operace nemusí být určena jednoznačně z předchozího stavu." (Pudlák, online, 2019-10-17)

Možnost rovnosti obou tříd stojí na revolučním výsledku Stephena Cooka a dalších matematiků. Cook a ostatní ve skutečnosti přišli na existenci speciálních problémů, které se označují jako NP – *úplné* problémy. TSP je příkladem NP – *úplného* problému.

Problém P (*easy to find*) versus NP (*easy to check*) formuloval Stephen Cook v roce 1971. (Cook, online, 2019-10-27)

„Třída NP má ještě jednu pozoruhodnou vlastnost. V této třídě existují v určitém smyslu nejtěžší úlohy, které nazýváme NP-úplné. Jsou to takové úlohy, na které se dá libovolná jiná převést polynomiálním algoritmem. Tudíž pokud by existoval polynomiální algoritmus pro jednu NP-úplnou úlohu, existoval by také pro libovolnou úlohu z NP, tj. bylo by P = NP." (Pudlák, online, 2019-10-17)

<u>P = NP</u>

Rovnost těchto tříd se nikdy nepodařilo dokázat ani vyvrátit. Existuje mnoho katastrofických scénářů, které popisují dopady rovnosti těchto tříd. Tyto scénáře končí až na hraně science fiction s vidinou řízení veškerých procesů programy umělé inteligence, které by následně mohly ovládnout i své biologické tvůrce. (Cook, 2012)

Reálněji se ovšem při představě této rovnosti jeví scénář popsaný v roce 2009 Lancem Fortnowem: (Fortnow, online, 2019-10-17)

„*Mnoho lidí se zabývá negativními důsledky, např. že P = NP by znemožnilo techniky šifrování založené na veřejném klíči. To je pravda, ale kdyby platilo P = NP, pak by celý internet vypadal jen jako zanedbatelná položka před zrodem mnohem bohatší historie.*"

Fortnow dále tvrdí, že by nastala doba „optima". Obchodní cestující by znali své nejkratší trasy, továrny by pracovaly na maximální výkony, doprava by mohla fungovat prakticky bez zpoždění, přírodní vědy by získaly nástroje o celé řády výkonnější apod. Společnost by byla schopna dokonale využít zdroje, které má k dispozici.

3.4 Problém obchodního cestujícího (TSP)

Obecná formulace problému

TSP je problém pojednávající o nalezení nejkratší možné trasy mezi určenými zastávkami. Cesta obchodního cestujícího začíná v daném bodě, ve kterém také končí, a následně spojuje všechny zastávky tak, že každá z těchto zastávek je navštívena právě jednou. (Gutin & Punnen, 2007)

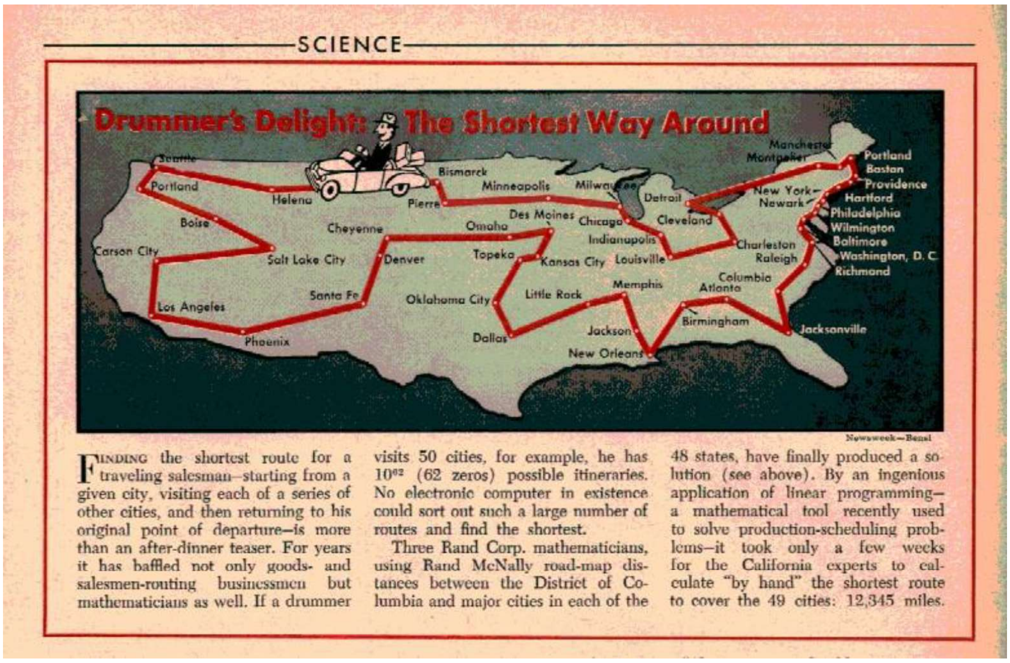
„ *Je dáno n měst spojených silniční sítí o známých délkách úseků mezi jednotlivými městy. Cílem je nalezení nejkratší cesty mezi jednotlivými městy takové, která se vrací do výchozího bodu. Každé z měst může být obchodním cestujícím navštíveno pouze jednou.“* (Bayer, 2008, str. 226)

Pro přiblížení složitosti řešení problému okružních dopravních úloh je vhodné si nejprve připomenou příklad z historického vývoje celého problému. V roce 1962 se americká společnost Procter & Gamble rozhodla spustit reklamní kampaň.

„*Představte si, že Toody a Muldoon chtějí cestovat po Spojených státech, navštívit každé z 33 míst na soutěžní mapě, a přitom ujet co nejkratší vzdálenost. Vaším úkolem je naplánovat trasu, která bude postupovat od města k městu a bude co do vzdálenosti nejkratší okružní cestou.“* (Cook, 2012, str. 14)

Složitost řešení výše uvedeného příkladu spočívá v jeho rozsahu. Matematici by mohli zkontrolovat postupně všechny možné cesty okružního problému a tu nejkratší zaslat jako výsledek řešení. Zároveň je ovšem důležité připomenout, kolik cest by museli zkontrolovat. Konečný počet cest nalezneme pomocí matematické teorie kombinatoriky. Počet všech kombinací jednotlivých cest vyčíslíme hodnotou 32!. Díky symetrii vzdáleností mezi jednotlivými městy lze konečný počet cest stanovit jako polovinu této hodnoty. Počet možných cest pro 33 měst se pak pohybuje v řádu 10^{36}.

Nutno podotknout, že už v této době existovala skupina kalifornských matematiků, kteří by úlohu pomocí lineárního programování byli schopní vyřešit. Do soutěže se ovšem nepřihlásili. Svoje snahy vkládali do vyřešení nejkratší možné cesty mezi 48 městy, což se jim nakonec i povedlo. Řešení celého problému bylo publikováno v časopisu *Newsweek*. Zmíněnými odborníky byla trojice matematiků Ray Fulkerson, Selmer Johnson a již citovaný George Dantzig. Metodou pro výpočet problému TSP se budeme dále zabývat v textu níže. (Cook, 2012)


SCIENCE

FINDING the shortest route for a traveling salesman—starting from a given city, visiting each of a series of other cities, and then returning to his original point of departure—is more than an after-dinner teaser. For years it has baffled not only goods- and salesmen-routing businessmen but mathematicians as well. If a drummer visits 50 cities, for example, he has 10^{62} (62 zeros) possible itineraries. No electronic computer in existence could sort out such a large number of routes and find the shortest.

Three Rand Corp. mathematicians, using Rand McNally road-map distances between the District of Columbia and major cities in each of the 48 states, have finally produced a solution (see above). By an ingenious application of linear programming—a mathematical tool recently used to solve production-scheduling problems—it took only a few weeks for the California experts to calculate "by hand" the shortest route to cover the 49 cities: 12,345 miles.

Obrázek 1– řešení úlohy TSP (Newsweek, online, 2019-09-20)

Matematická formulace problému

TSP je klasický kombinatorický optimalizační problém, který lze obecně matematickým modelem popsat následujícími prvky: (Fábry, 2011)

<u>Minimalizace účelové funkce</u>

$$z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \tag{3.13}$$

<u>Omezující podmínky</u>

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1,2,\dots,n \tag{3.14}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 1,2,\dots,n, \tag{3.15}$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n-1 \quad i = 1,2,\dots,n, \quad j = 2,3,\dots,n \tag{3.16}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i,j = 1,2,\dots,n, \tag{3.17}$$

Kde:

- n je počet míst, kterými vozidlo musí projet
- c_{ij} představuje cenový koeficient (například vzdálenost mezi místy i a j)
- x_{ij} je bivalentní proměnná nabývající hodnoty 1 v případě, že vozidlo jede z místa i do místa j. V opačném případě pak nabývá hodnoty 0.
- u_{ij} je pomocná proměnná modelu omezená hodnotou (n–1), udávající pořadové číslo navštívených míst okruhu

Optimální řešení

Nalezení přesné optimální hodnoty okružního dopravního problému je výpočetně složité, což je dáno především podmínkami (3.16). Pro n = 50 je více než 2 500 proměnných a omezujících podmínek. (Jablonský, 2007)

Počet omezujících proměnných roste tedy exponenciálně s počtem míst, které musí okruh pojmout. TSP se dá řešit pomocí řady aproximačních metod, které ovšem nenalézají matematické optimum účelové funkce, ale lze je považovat za minimum ekonomické. (Šubrt, 2011)

3.4.1 Statická versus dynamická úloha TSP

Současná doba klade na podniky, zejména v rámci flexibility vůči požadavkům zákazníka, vysoké nároky. Z tohoto hlediska je dále podstatné rozlišovat úlohy statické a dynamické. Statické úlohy pracují s informací o všech zákaznících a jejich požadavcích předem, tj. před započtením optimalizace. Dynamický přístup pak povoluje i reakci na požadavky, které přicházejí až po nalezení optimálních tras. Předmětem přístupu se stává rozhodnutí o tom, kdy a kdo požadavek obslouží. (Lagová a Jablonský, 2009)

Další text se vzhledem k charakteru praktické části práce zaměřuje na statické úlohy TSP s časovými okny.

3.4.2 Statická úloha TSP s časovými okny

Metoda časových oken se v praktické části používá pro specifikaci časových intervalů, ve kterých mají být zákazníci obslouženi. Časové okno je pak definováno jako interval mezi *nejdříve možným začátkem* obsluhy i-tého zákazníka e_i a *nejpozději přípustným začátkem* obsluhy i-tého zákazníka l_i. *Okamžik obsluhy* i-tého zákazníka je pak v modelu označován jako a_i. Předpokládejme základní omezení $a_i \geq e_i$, které vyjadřuje, že okamžik obsluhy i-tého zákazníka nemůže nastat dřív než možný začátek obsluhy téhož zákazníka.

Obsluha i-tého zákazníka tedy nesmí začít dřív, než udává proměnná e_i, a pokud vozidlo přijede k zákazníkovi dříve, musí čekat do tohoto termínu. Nedodržením stanoveného termínu, tzn. $a_i \geq l_i$., vznikají nadbytečné náklady v podobě penále spojených s nedodržením zákazníkova požadavku. Takto definovaný systém využívá takzvaných *soft* (slabých) omezení. Častěji však reálné aplikace požadují omezení *hard* (silná). Pro tento druh omezení platí podmínky $e_i \leq a_i \leq l_i$. K obecnému matematickému modelu TSP jsou pak přiřazeny následující omezující podmínky: (Fábry, 2006)

$$e_i \leq a_i \leq l_i, \;\; i = 2,3,\dots,n, \tag{3.18}$$

$$a_i + t_{ij} - M\left(1 - x_{ij}\right) \leq a_i, \;\; i = 1,2,\dots,n, \;\; j = 2,3,\dots,n, \;\; i \neq j \tag{3.19}$$

$$a_1 = 0, \tag{3.20}$$

$$a_i \geq 0, \;\; i = 2,3,\dots,n, \tag{3.21}$$

Časová okna je tedy možno použít pro definování časových intervalů, ve kterých mají být zákazníci obslouženi. Omezující podmínka (3.18) ošetřuje požadavek, aby zákazníci byli obslouženi vždy uvnitř časového okna. Omezující podmínka (3.19) pak zajišťuje minimalizaci intervalu mezi zákazníkem i a j a jeho hodnota se značí jako t_{ij}. U tras, které se nebudou realizovat, je potřebná nerovnost zaručena vysokou konstantou M. V okamžiku, kdy vozidlo dokončí obsluhu zákazníka i, má podle plánu navštívit zákazníka j. Časové okno zákazníka ovšem nemusí nutně v tuto chvíli připouštět obsluhu zákazníka. Vozidlo musí tedy na obsluhu zákazníka čekat.

Existují dvě možné strategie *čekání řidiče vozidla*. Řidič vozidla může po obsluze zákazníka i ihned odjet na místo obsluhy zákazníka j, kde stráví požadovaný čas čekání na zákazníka. Druhou možností je vyčkání řidiče vozidla na místě obsluhy zákazníka i do okamžiku, který je potřebný pro přemístění do místa obsluhy zákazníka j.

V práci bude dále popsána jen první strategie, která se obecně využívá při konstrukci statických modelů. Důvodem je fakt, že při této strategii se případné časové ztráty způsobené například dopravní situací mohou kompenzovat právě v tomto okamžiku *čekání*. Druhá strategie naopak bývá vhodná pro dynamické typy modelů, jelikož je flexibilnější při zařazení aktuálně přijatých objednávek do okruhu. (Fábry, 2006)

Úloha s čekáním vozidla u zákazníka před jeho obsluhou

Pro zjednodušení modelu předpokládejme rychlost vozidla za konstantu rovnou 60 km/h. Hodnota c_{ij} se tedy rovná hodnotě t_{ij} (i,j = 1,2,…, n), což nám umožňuje definovat hodnoty vzdálenosti v minutách. Dále zavedeme proměnné W_j a S_i, čímž definujeme novou účelovou funkci modelu. (Fábry, 2006)

- W_j představuje dobu čekání vozidla před obsluhou j-tého zákazníka
- S_i představuje údaj o časové délce obsluhy i-tého zákazníka

Účelová funkce má opět minimalizační charakter a lze vyjádřit tvarem:

$$z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} t_{ij}\, x_{ij} + \sum_{i=2}^{n} S_i + \sum_{j=2}^{n} W_j \rightarrow \mathbf{MIN} \tag{3.22}$$

Celkový model pak získáme doplněním omezujících podmínek.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1,2,\dots,n, \tag{3.23}$$

$$e_i \leq a_i \leq l_i, \quad i = 2,3,\dots,n, \tag{3.24}$$

$$a_i + t_{ij} - M\left(1 - x_{ij}\right) + W_i + S_i + vij = a_j, \tag{3.25}$$

$$i = 1,2,\dots,n, j = 2,3,\dots,n, i \neq j \tag{3.26}$$

$$a_1 = 0, \tag{3.27}$$

$$a_i \geq 0, \quad i = 2,3,\dots,n, \tag{3.28}$$

$$0 \leq v_{ij} \leq 2M\left(1 - x_{ij}\right) \quad i = 1,2,\dots,n, \quad j = 2,3,\dots,n, \quad i \neq j, \tag{3.29}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i,j = 1,2,\dots,n, \tag{3.30}$$

Jestliže vozidlo realizuje trasu z místa i do místa j, tedy $x_{ij} = 1$, pak hodnota proměnné $v_{ij} = 0$. Tato proměnná tedy zajišťuje přípustnost řešení vzhledem k časovému rozvrhu. V případě nezavedení podmínek (3.25) by tak nebylo možné zajistit splnění všech uvedených parametrů rovnic. (Fábry, 2006)

4 Vlastní práce

4.1 Modelovací přístup

V práci je použit modelovací přístup **Intelligence – Design – Choice**, jenž byl formulován v roce 1960 Herbertem Simonem. Už samotný název přístupu rozděluje celý proces do tří fází. Simonova struktura modelu vychází z tehdy již běžně používané triády otázek:

1. *O jaký problém se jedná?*
2. *Jaké jsou možnosti řešení?*
3. *Jaká je nejlepší varianta řešení?*

Simon tento model mírně modifikoval do následující podoby:

1. The Intelligence – fáze shromažďování informací, zkoumání prostředí a celkové situace
2. The Design – fáze brainstormingu, zahrnuje generování a analýzu jednotlivých řešení a dopadů řešení na zadaný problém
3. The Choice – fáze volby nebo také výběru (jednoho konkrétního směru řešení) (Simon, 1960)

4.2 Charakteristika vybraného subjektu

Firma Pizza Vito se zabývá přípravou a následným rozvozem jídel převážně italské kuchyně v okolí provozovny. Provozovna se nachází v Praze, konkrétně v městské části Suchdol na adrese *Za Sokolovnou 1159/5*. Firma byla založena v roce 2016 fyzickou osobou. Zhruba o rok později vlastník otevřel druhou pobočku, která se nachází v Šestajovicích. Vlastní část práce se zaměřuje na suchdolskou provozovnu. Autor práce byl ve firmě zaměstnán od září roku 2017 do konce roku 2019 na částečný úvazek jako kurýr.

4.3 Charakteristika problému (fáze Intelligence)

Hlavním cílem této části diplomové práce je optimalizace dopravní úlohy mezi provozovnou Pizza Vito a zákazníkem. Provoz probíhá za součinnosti personálu, který má v jeho rámci pevně stanovené úkoly.

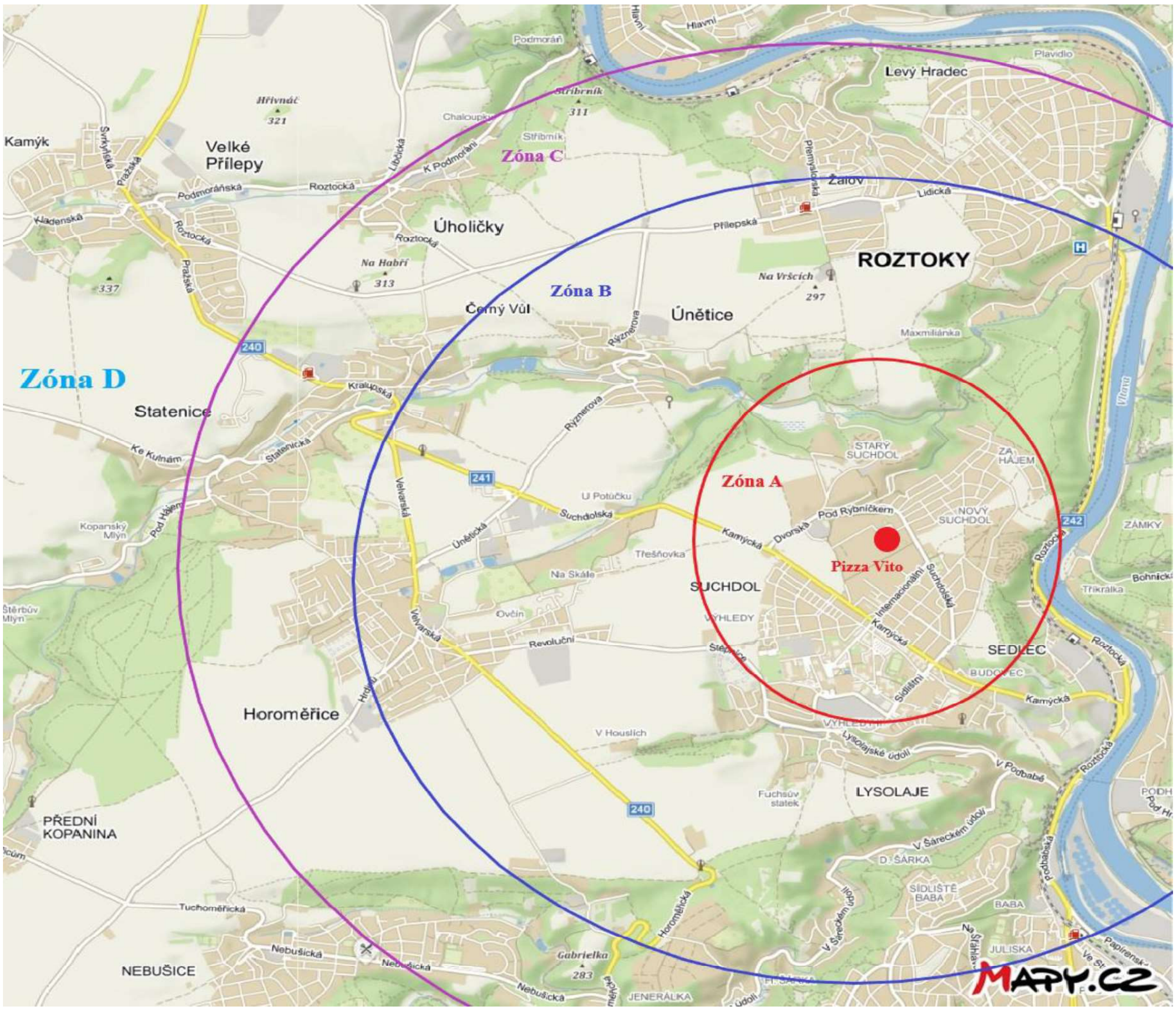
1. Kuchař – výroba pizzy, kontrola zboží na skladě a vytváření objednávek zboží vůči dodavatelům, kontrola čerstvosti surovin, odpovědnost za pokladní systém na provozovně, udržování čistoty a pořádku v provozovně.
2. Kurýr – zajištění technického stavu vozidla, příjímání objednávek, sestavování okruhů (ve spolupráci s kuchařem), rozvoz objednávek zákazníkům, odpovědnost za tržbu rozvozu, udržování čistoty a pořádku ve vozidle, zajištění dostatku obalů na pokrmy.
3. Pomocný kuchař – výroba ostatních pokrmů, kontrola stavu potravin na provozně, zajištění dostatku nádobí v provozu, zajištění dostatku chlazených nápojů, udržování čistoty celého prostoru provozovny a okolí, večerní úklid provozovny.

Pizza Vito se od svého vzniku zaměřuje na rozvoz jídel v okolí. V rámci provozovny není vyhrazen prostor pro sezení zákazníků. Firma tedy nefunguje jako klasická pizzerie, spíše jako koncept *take away bistro*. Hlavním zdrojem příjmu podniku je tedy distribuce objednávek za pomoci vozidla. Tento přístup k podnikání umožňuje modelovat celou úlohu jako dopravní. Jinými slovy, na vytížení pracovníků v rámci výroby pokrmů na provozně je v práci kladen minimální důraz. Práce se zaměřuje na vytížení kurýra rozvozu, a to zejména ve vztahu ke **včasnému obsloužení všech požadavků** zákazníků. Vytížení pracovníků v rámci modelu je reprezentováno časovými intervaly mezi jednotlivými okruhy optimalizace. Velikost těchto intervalů je stanovena individuálně pro každý okruh s ohledem na čas přijetí jednotlivých objednávek a dobu jejich realizace personálem. Naložení objednávek do automobilu pak probíhá v rámci jednotek minut. Tato doba je do intervalů rovněž přičtena.

Rozvoz objednávek je celý realizován jedním osobním automobilem. Zákazníci mají možnost vytvořit objednávku v rozmezí od 11:00 do 21:15, resp. do 21:30 v případě druhého modelu (viz dále). Podnik přijímá objednávky zejména telefonicky, popřípadě prostřednictvím aplikace *Mpizza.cz* a *Damejidlo.cz*.

Vzhledem k velikosti a počtu objednávek, které musí vozidlo rozvézt v jednom okruhu, v práci není kladen důraz na kapacitní omezení vozidla. Toto omezení v praxi prakticky nenastává, v autě je možno přepravovat v termotaškách až 25 pizz. Okolo termotašek se dají dle potřeby rozmístit nápoje a ostatní pokrmy, které jsou zpravidla baleny do speciálních obalů pro uchování teploty. Na obrázku č. 2 je možno vidět oblast, kterou Pizza Vito obsluhuje. Zároveň i přibližné rozložení adres do zón tak, jak tomu je při reálném provozu.

Tato problematika je dále podrobně rozebrána v kapitole 4.5.1., konkrétně pod bodem 3. Rozdělení objednávek dle vzdálenosti od provozovny do zón.



Obrázek 2 – oblast rozvozu firmy Pizza Vito (vlastní zpracování)

4.4 Softwarové řešení TSP

V praktické části práce je k výpočtu statické úlohy TSP s časovými okny použit software pro optimalizaci dopravních úloh, konkrétně doplněk tabulkového procesoru MS Excel OpenSolver. Prostřednictvím zmíněného doplňku je možné řešit úlohy TSP v poměrně krátkém čase. Hlavním důvodem je existence tabulkového prostředí, které napomáhá vytvoření omezujících podmínek modelu. Přepsání modelu do prostředí tabulkového procesoru má tedy výhodu v rychlé transformaci ekonomické teorie do matematického modelu. Následné vytvoření modelu pak probíhá pomocí grafického rozhraní. Standardní definování jednotlivých omezujících podmínek modelu je zde nahrazeno vyplněním soustavy matic (tabulek) v grafickém editoru prostředí MS Excel, vytvořením vzájemných odkazů uvnitř tabulek a vzájemným porovnáním hodnot jednotlivých matic a proměnných modelu, čímž je dosaženo značného zjednodušení tvorby modelu. Stejným způsobem jsou pak vytvářeny definice proměnných buněk modelu a optimalizačního kritéria.

Pro samotný výpočet v rámci metody větví a mezí je v praktické části použit *solver CBC*, který byl vytvořen v roce 2005 Johnem Forrestem. Výpočet funguje na bázi kombinace metod pro řešení úloh lineárního programování a metod pro celočíselné programování. Obecný postup algoritmu je pak dán metodou větví a mezí, která je podrobně popsána v kapitole 3.2.2. (Forrest, 2015)

Přepis vstupních dat modelu

Pro jednodušší pochopení problematiky bude dále problém vysvětlen na jednoduchém příkladu TSP úlohy bez časových oken. Model je koncipován principiálně správně, vozidlo má za cíl z místa A navštívit místa B, C, D, E a následně se vrátit zpět do místa A. Tvorba modelu se tedy řídí striktně podmínkami TSP, které jsou specifikované v rovnicích (3.13 až 3.17).

$\mathbf{C_{ij}}$	A	B	C	D	E
A	0	18	39	81	89
B	18	0	24	103	34
C	39	24	0	97	14
D	20	103	97	0	9
E	89	81	14	9	0

Tabulka 1 – matice vzdáleností (vlastní zpracování)

Matice vzdáleností udává dráhu vozidla v km potřebnou pro přemístění z jednotlivých míst do zbylých.

Pomocí matice binární proměnné pak definujeme splnění podmínky (3.14 a 3.15), konkrétně pomocí buňky, ve které jsou definované součty sloupců a řádků binární proměnné (viz obrázek č. 3). Tyto buňky je pro model nutné položit rovno jedné, jak je možné vidět na obrázku č. 5.

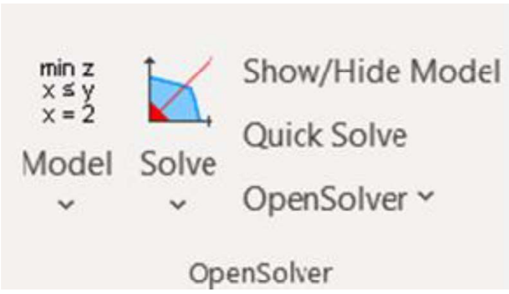
Účelovou funkci pak definujeme do zvláštní buňky jako součin těchto matic. Splnění podmínky (3.16) zajistíme zanesením této rovnice do matematického modelu. Pomocí podmínky (3.16) zamezíme *zacyklení* celé úlohy do více samostatných okruhů. Pro tento účel je třeba pro každou příslušnou proměnnou definovat hodnotu levé strany této rovnice, která bude následně porovnávána s hodnotou pravé strany rovnice. Tento krok je možno pochopit z obrázku č. 3.

7		MATICE VZDÁLENOSTÍ						
8		cij (km)	A	B	C	D	E	
9	1.	A	0	18	39	81	89	
10	2.	B	18	0	24	103	34	
11	3.	C	39	24	0	97	14	
12	4.	D	20	103	97	0	9	
13	5.	E	89	81	14	9	0	
14		MATICE BIN. PR.						
15		xij (0/1)	A	B	C	D	E	Suma řádek = 1
16		A						0
17		B						0
18		C						0
19		D						0
20		E						0
21		Suma sloupec = 1	0	0	0	0	0	
22					n =	5		
23		**Hodnota úč. Fce**	0		n-1=	4		
24				**u_2-u_1 + n * ci_{12}**	x			
25		x_{12}	90	**J10-J9+F22*D9**				

Obrázek 3 – příprava podmínek (vlastní zpracování)

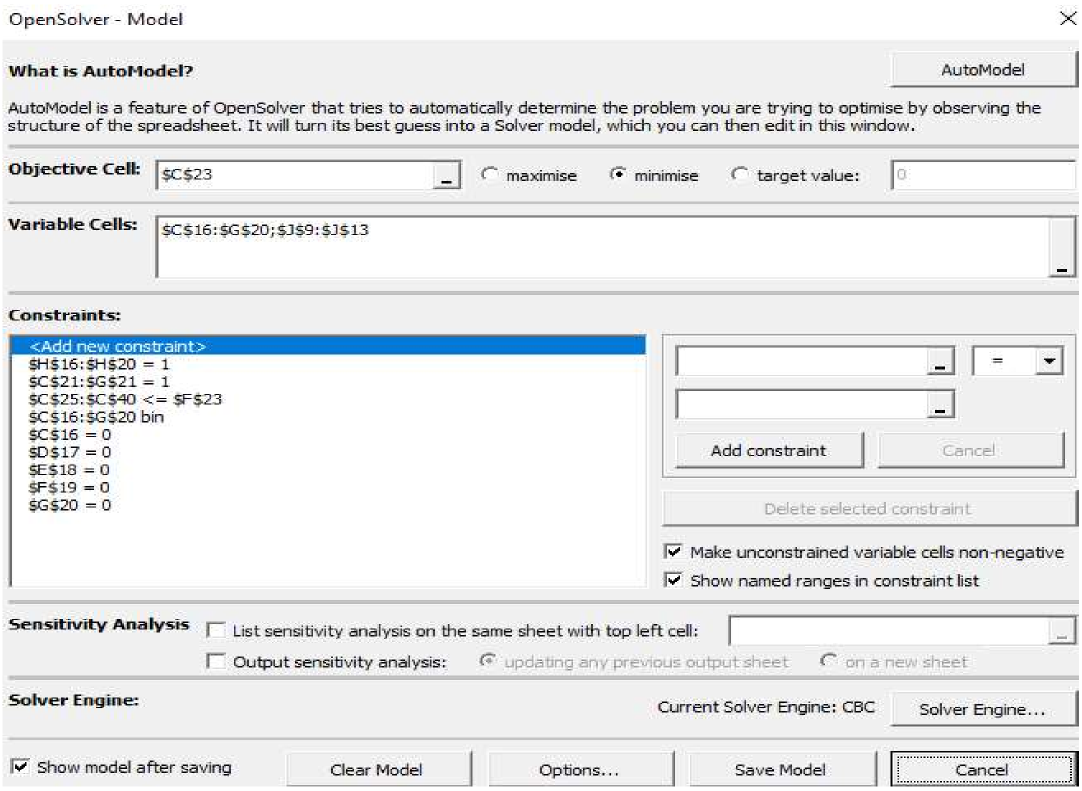
Tvorba matematického modelu

Samotný matematický model je tedy tvořen pomocí doplňku tabulkového procesoru MS Excel OpenSolver. Po instalaci doplňku je k dispozici v jednoduchém grafickém rozhraní v pravém rohu programu. (viz obrázek č. 4)



Obrázek 4 – doplněk OpenSolver (vlastní zpracování)

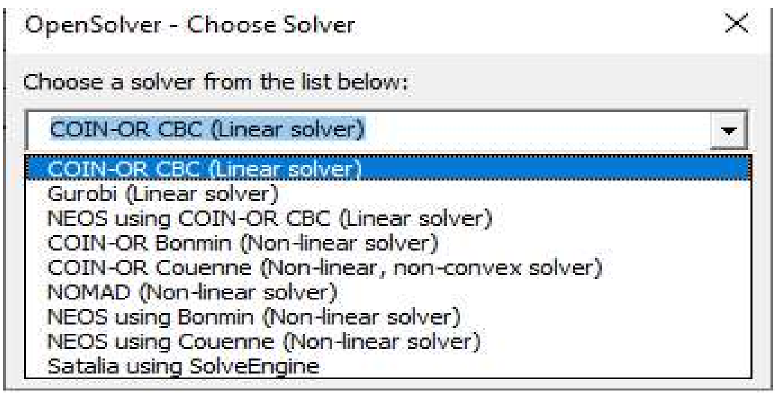
Model definujeme pomocí záložky *model*. Výběrem možnosti se otevře následující rozhraní, pomocí kterého vytvoříme celý matematický model. Omezující podmínky *constraints* budou následně definovány ve stejném pořadí jako v předchozí kapitole. (viz rovnice 3.14 až 3.17) Proměnné modelu *variable cells* jsou definovány pomocí matice binární a pomocné proměnné (tedy x_{ij} a u_{ij}). Účelová funkce *objective cell* pak pomocí povahy a hodnoty určuje cíl celého procesu optimalizace.



Obrázek 5 – matematický model TSP (vlastní zpracování)

Omezující podmínky tvaru *rovno nule* jsou v modelu pro zamezení jízdy vozidla z místa A do místa A. V modelu TSP je tento fakt již definován, a to přímo pomocí hodnoty indexů proměnných. (viz 3.14 a 3.15). Zajištění omezující podmínky rovnice (3.17) nebylo ještě v textu záměrně zmíněno. Tuto podmínku zajistíme jednoduše pouhým definováním proměnné jako binární. (C16 – G20 bin)

Pomocí možnosti *options* pak můžeme volit jednotlivé parametry metody větví a mezí (přesnost, tolerance…). Možnost *Current Solver Engine: CBC* poskytuje možnost výběru jednotlivých solverů.



Obrázek 6 – solvery pro řešení úloh (vlastní zpracování)

Uložením modelu se proces vrátí do rozhraní OpenSolveru, kde výběrem tlačítka *solve* započneme proces optimalizace pomocí vybraného solveru. Výsledek se zobrazí v následující podobě:

Xij	A	B	C	D	E
A	0	1	0	0	0
B	0	0	1	0	0
C	0	0	0	0	1
D	1	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0

Tabulka 2 – výsledek úlohy (vlastní zpracování)

Z tabulky č. 2 je patrná vhodná trasa pro vozidlo (*tedy A–B–C–E–D–A*). Tato trasa má konečnou hodnotu 85 km, která je pro ni optimální.

Podobným způsobem lze prostřednictvím doplňku OpenSolver formulovat i složitější úlohy. Složitostí se v tomto smyslu myslí zejména počet omezujících podmínek. Počet omezujících podmínek je pak určen nejen počtem míst, které má vozidlo navštívit. Jejich počet a složitost přípravy narůstá i se zvolením metody výpočtu celého problému TSP.

4.5 Vytvoření modelu TSP (fáze Design)

Tvorba modelu TSP pro firmu Pizza Vito se řídí obecnými zásadami tvorby modelu dle Dantziga, které jsou popsané v teoretické části práce (viz kapitola 3.2.1). V práci jsou z důvodu nestálosti poptávky v jednotlivých dnech vytvořeny dva modely. První model je vytvořen pro účel optimalizace při průměrné poptávce ve dnech pondělí až čtvrtek, druhý model ve dnech pátek až neděle.

Tvorba obou modelů je popsána v následujícím textu na základě těchto kroků:

1. Sběr informací o objednávkách v jednotlivých dnech (čas, místo, cena)
2. Rozdělení všech objednávek za den – dle časových intervalů po třiceti minutách
3. Rozdělení objednávek dle vzdálenosti od provozovny do zón
4. Výpočet průměrné četnosti objednávek v jednotlivých časových intervalech
5. Stanovení nejnavštěvovanějších míst (zón) v jednotlivých časových intervalech
6. Přiřazení jednotlivých míst do modelu na základě předchozích kroků

4.5.1 Vytvoření modelu TSP (pondělí až čtvrtek)

1. Sběr informací o objednávkách v jednotlivých dnech (čas, místo, cena)

Pro vytvoření modelu bylo nejprve zapotřebí stanovit určitý počet dní, ve kterých bude probíhat pozorování rozvozu v podniku. Tento počet byl stanoven na deset dní v každém modelu, což v praxi reprezentuje pracovní měsíc zaměstnance. Pozorování bylo provedeno přímo autorem práce v rámci pracovní doby. Následně byl rozpis s objednávkami přepsán do elektronické formy v programu MS Excel. Pro přehlednost je v tabulce č. 3 zachycen pouze jeden den rozvozu, celý sešit je k dispozici jako příloha č. 1, resp. příloha č. 2.

Číslo objednávky	Čas přijetí	Čas doručení	Místo doručení
1.	11:00	11:30	Za Halami 877
2.	11:00	11:48	Mini kadeřnictví, Dejvice
3.	11:08	11:30	Za Halami 877
4.	11:15	12:09	Vysokoškolská 52
5.	11:20	12:14	Kamýcká 1281
6.	11:26	12:16	Kamýcká 4 A
7.	11:38	12:34	Přerušená 189
8.	11:40	13:00	Suchdolské náměstí 12
9.	11:42	12:58	K Háji 15
10.	12:08	13:06	Staročeská 1
11.	12:34	13:13	Holubí 3
12.	12:36	13:11	Výhledské náměstí 16
13.	12:38	13:25	Kroupka 64
14.	13:14	14:02	Starosuchdolská 11
15.	13:38	14:11	V Sedlci 4
16.	14:02	14:57	Mikuláše Alše 794
17.	14:11	14:37	Kamýcká 64
18.	14:42	15:27	Staročeská 33
19.	15:10	15:35	Na Vrchmezí 12
20.	15:27	16:40	Třešňovka 108
21.	15:45	16:24	Suchdolská 3
22.	16:16	16:53	Hřebenova 16
23.	16:27	17:01	Politických vězňů 692
24.	18:15	19:18	Habrova 938
25.	18:17	19:00	Havraní 9
26.	18:20	19:07	U Kruhovky 12
27.	18:27	19:40	Kamýcká 1281
28.	18:32	19:53	Sídlištní 18 H

29.	18:36	19:36	Ke Kozím hřbetům 8
30.	18:44	19:30	Armádní 25
31.	19:01	20:02	K Roztokům 55
32.	19:04	19:58	Nad Dolíky 15
33.	19:47	20:33	Kamýcká 1281
34.	20:02	20:29	Návazná 34
35.	20:08	20:25	Internacionální 1
36.	20:33	21:12	K Osmi domkům 24
37.	20:39	21:17	Kamýcká 55
38.	20:53	21:21	Kamýcká 1280

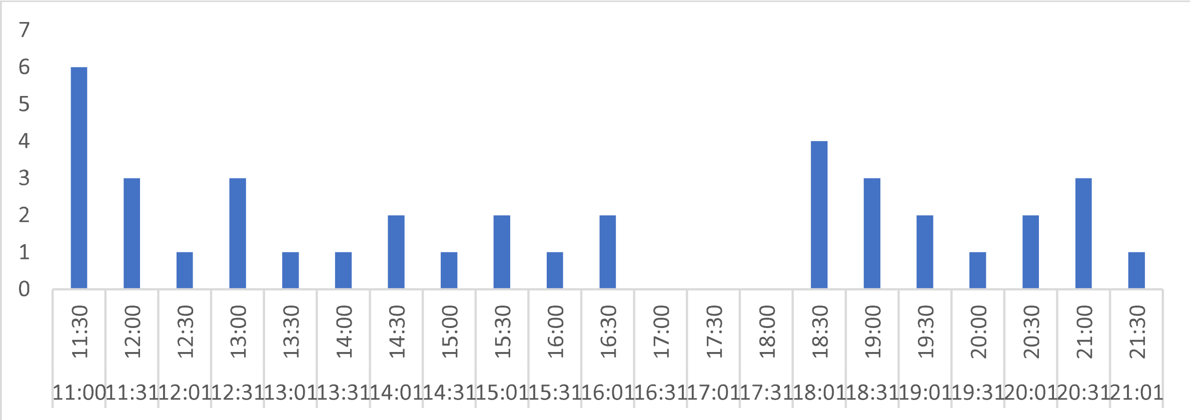
Tabulka 3 – konkrétní den rozvozu (vlastní zpracování)

2. Rozdělení objednávek dle časových intervalů po třiceti minutách

Tabulka č. 4 má za cíl co nejlépe vystihnout rozložení objednávek v rámci dne. Všech deset dní tak bylo rozděleno do intervalů po třiceti minutách, ve kterých byla v dalších krocích zkoumána četnost objednávek.

Časový interval objednávky	**Četnost objednávek**
11:00 – 11:30	6
11:31 – 12:00	3
12:01 – 12:30	1
12:31 – 13:00	3
13:01 – 13:30	1
13:31 – 14:00	1
14:01 – 14:30	2
14:31 – 15:00	1
15:01 – 15:30	2
15:31 – 16:00	1
16:01 – 16:30	2
16:31 – 17:00	0
17:01 – 17:30	0
17:31 – 18:00	0
18:01 – 18:30	4
18:31 – 19:00	3
19:01 – 19:30	2
19:31 – 20:00	1
20:01 – 20:30	2
20:31 – 21:00	3
21:01 – 21:30	0

Tabulka 4 – rozdělení objednávek dle časových intervalů (vlastní zpracování)



Obrázek 7– rozdělení objednávek dle časových intervalů (grafické zobrazení) (vlastní zpracování)

3. Rozdělení objednávek dle vzdálenosti od provozovny do zón

Jednotlivým adresám v modelu já dále přiřazena zóna. Jelikož je v požadovaném čase (při přijetí objednávky) nežádoucí zjišťovat vzdálenost zastávky od provozovny, je v praxi tato zóna stanovena dle polohy obce, ve které se zmíněná zastávka nachází. V práci je možno tento parametr specifikovat přesněji, jelikož je možno každou objednávku analyzovat po delší dobu, tudíž i přesněji.

Označení zóny	Vzdálenost od provozovny	Smluvený termín
A	<2 500 m	<60 min.
B	2 500 m – 5 000 m	<75 min.
C	5 000 m – 7 500 m	<90 min.
D	>7 500 m	<105 min.

Tabulka 5 – rozdělení oblasti rozvozu do zón (vlastní zpracování)

4. Výpočet průměrné četnosti objednávek v jednotlivých časových intervalech

V jednotlivých časových intervalech je tedy pro všech deset dní vypočítán průměrný počet objednávek. Konkrétní příklad v časovém intervalu 11:00 až 11:30 je možno vidět v tabulce č. 6.

Označení zóny	Četnost objednávek	Četnost objednávek v %
A	33	68,75
B	12	25
C	3	6,25
Celkem	48	100

Tabulka 6 – průměrné četnosti v jednotlivých zónách (vlastní zpracování)

5. Stanovení nejnavštěvovanějších míst (zón) v jednotlivých časových intervalech

Již tedy známe počet adres v jednotlivých intervalech, který do modelu zahrneme. Zbývá vybrat konkrétní místa tak, aby model obsahoval co možná nejpřesnější kopii reálného provozu. Pro tuto potřebu využijeme opět rozdělení objednávek do zón podle vzdáleností od provozovny a intervalů podle času přijetí těchto objednávek. Výsledkem je pak stanovení procentuálního zastoupení jednotlivých zón v celkovém počtu objednávek. Tabulka č 7 zobrazuje poslední fázi (pro čas 11:00 až 11:30) *přiřazení jednotlivých míst do modelu na základě předchozích kroků*. Toto přiřazení probíhá na základě výběru nejfrekventovanějších adres v jednotlivých zónách v datovém modelu. Byl-li tento výběr shodný či nepřesný, byla pro model vybrána vždy vzdálenější adresa. Přiřazené adresy kopírují pouze orientačně procentuální zastoupení jednotlivých zón v modelu, a to zejména z důvodu komplikace celé úlohy vzdálenějšími adresami. Takto koncipovaný model by tedy měl být z hlediska náročnosti na rozvoz jakousi horní mezí v pozorovaných dnech.

Čas přijetí	Místo doručení	Označení zóny
11:00	Za Halami 877	B
11:03	Suchdolské náměstí 7	A
11:06	Kamýcká 1280	A
11:15	Pražská 115	C
11:25	Pod Rybníčkem 23	A

Tabulka 7 – přiřazení jednotlivých míst do modelu (vlastní zpracování)

<u>Finální model pro pondělí až čtvrtek</u>

Finální model tedy obsahuje jednotlivé adresy pro optimalizaci. Model je vytvořen aplikací výše zmíněného postupu na všechny objednávky. Po úpravě je získán finální model, který bude v části Choice dále optimalizován.

Pořadí	Čas přijetí	Místo doručení	Zóna	Časové okno (od / do)	
1.	11:00	Za Halami 877	B	11:00	12:15
2.	11:03	Suchdolské náměstí 7	A	11:03	12:03
3.	11:06	Kamýcká 1280	A	11:06	12:06
4.	11:15	Pražská 115	C	11:15	12:45
5.	11:25	Pod Rybníčkem 95/23	A	11:25	12:25
6.	11:34	Do Oříšků 210	B	11:34	12:49
7.	11:35	Kamýcká 1283	A	11:35	12:35

8.	11:45	Na Pískách 946/134	D	11:53	13:38
9.	11:58	Novosuchdolská 32	A	11:58	12:58
10.	12:02	Lysolajské údolí 62	B	12:11	13:26
11.	12:16	Holubí 1	A	12:16	13:16
12.	12:18	K Horoměřicům 53	A	12:18	13:18
13.	12:38	Kroupka 64	C	12:38	14:08
14.	12:40	Výhledské náměstí 16	A	12:45	13:45
15.	13:15	K Roztokům 63	A	13:15	14:15
16.	13:28	Boční 444	B	13:28	14:43
17.	13:47	Habrova 938	B	13:47	15:02
18.	13:48	Novosuchdolská 40	A	13:48	14:48
19.	14:21	U Nového Suchdola 34	A	14:21	15:21
20.	14:43	Janáčkova 721	B	14:43	15:58
21.	14:44	Na Mírách 1301	A	14:44	15:44
22.	15:17	Kamýcká 4 C	A	15:17	16:17
23.	15:27	Třešňovka 21	B	15:27	16:42
24.	15:38	Kamýcká 1071	A	15:38	16:38
25.	15:40	Havlíčkova 667	D	15:40	17:25
26.	16:11	Za Halami 877	B	16:11	17:26
27.	16:54	Kamýcká 20	A	16:54	17:54
28.	17:11	Lysolajská 895	B	17:22	18:37
29.	17:26	Kamýcká 1283	A	17:26	18:26
30.	17:33	Hřebenova 16	A	17:33	18:33
31.	17:50	Svatý Jan 220/12	B	17:50	19:05
32.	17:55	Kamýcká 933	A	17:55	18:55
33.	18:10	Seifertova 660	D	18:10	19:55
34.	18:21	Novosuchdolská 15	A	18:21	19:21
35.	18:29	Holubí 7	A	18:29	19:29
36.	18:37	Sadová 391, S.	C	18:37	20:07
37.	18:41	Kamýcká 1283	A	18:42	19:42
38.	18:43	Kamýcká 8	A	18:43	19:43
39.	19:08	Armádní 13	A	19:08	20:08
40.	19:11	Novosuchdolská 19	A	19:11	20:11
41.	19:18	Masarykova 726	C	19:18	20:48
42.	20:21	Václavská 455	D	20:21	22:06
43.	20:28	Nad Mohylou 900	A	20:28	21:28
44.	20:43	Kamýcká 1283	A	20:43	21:43
45.	20:47	Velvarská 15,	B	20:47	22:02
46.	21:07	U Myslivny 881	A	21:07	22:07

Tabulka 8 – finální model pro pondělí až čtvrtek (vlastní zpracování)

4.5.2 Vytvoření modelu TSP (pátek až neděle)

Konstrukce druhého modelu pro daný výpočet je provedena identickým postupem jako u předchozího modelu. Konkrétně se tedy jedná opět o následující postup:

1. Sběr informací o objednávkách v jednotlivých dnech (čas, místo, cena)
2. Rozdělení objednávek dle časových intervalů po třiceti minutách
3. Rozdělení objednávek dle vzdálenosti od provozovny do zón
4. Výpočet průměrné četnosti objednávek v jednotlivých časových intervalech
5. Stanovení nejnavštěvovanějších míst (zón) v jednotlivých časových intervalech
6. Přiřazení jednotlivých míst do modelu na základě předchozích kroků

Zmíněným postupem tedy opět získáme finální model, tentokrát pro pátek až neděli.

Pořadí	Čas přijetí	Místo doručení	Zóna	Časové okno (od / do)	
1.	11:02	Dvorská 1	A	11:02	12:02
2.	11:05	Rýznerova 1	B	11:05	12:20
3.	11:13	Kamýcká 1280	A	11:13	12:13
4.	11:21	Slovanská 384	C	11:21	12:51
5.	11:29	Armádní 13	A	11:29	12:29
6.	11:38	Politických vězňů 699	B	11:38	12:53
7.	11:53	Kamýcká 1280	A	11:53	12:53
8.	11:59	Svatý Jan 206/13	C	11:59	13:29
9.	12:00	V Údolí 32	A	12:00	13:00
10.	12:03	Kamýcká 20	A	12:03	13:03
11.	12:08	K Horoměřicům 57	A	12:08	13:08
12.	12:19	Kamýcká 1283	A	12:19	13:19
13.	12:29	Nad Štolou 768	C	12:29	13:59
14.	12:41	Na Vrchmezí 12	A	12:41	13:41
15.	12:56	Kamýcká 1283	A	12:56	13:56
16.	12:58	Chelčického 2178	D	12:58	14:43
17.	13:11	Suchdolské náměstí 12	A	13:11	14:11
18.	13:26	Sídlištní 18 D	A	13:26	14:26
19.	13:29	Habrova 938	B	13:29	14:44
20.	13:47	Holubí 7	A	13:47	14:47
21.	14:00	Politických vězňů 708	B	14:00	15:15
22.	14:09	Pod Hajnicí 198	C	14:09	15:39
23.	14:10	Stržná 45	A	14:10	15:10
24.	14:58	Nad Vltavou 2164	D	14:58	16:43

25.	15:11	Husova 1162	C	15:11	16:41
26.	15:28	Kamýcká 1283	A	15:28	16:28
27.	15:34	Kamýcká 1280	A	15:34	16:34
28.	15:58	Boční 444	B	15:58	17:13
29.	16:09	Holubí 6	A	16:09	17:09
30.	16:23	Halasova 716	D	16:23	18:08
31.	16:37	Sídlištní 245/18 B	A	16:37	17:37
32.	16:44	Na Kalvárii 80	C	16:44	18:14
33.	17:03	Kamýcká 1280	A	17:03	18:03
34.	17:08	Zvoncová 2295	C	17:08	18:38
35.	17:27	K Roztokům 34	A	17:27	18:27
36.	17:29	V rokli 10/4	B	17:29	18:44
37.	17:47	Kamýcká 1281	A	17:47	18:47
38.	17:51	Komenského 915	B	17:51	19:06
39.	17:59	K Roztokům 22	A	17:59	18:59
40.	18:11	Suchdolské náměstí 8	A	18:11	19:11
41.	18:19	Sídlištní 22	A	18:19	19:19
42.	18:23	Velvarská 17	B	18:23	19:38
43.	18:37	Stehlíkova 18	A	18:37	19:37
44.	18:40	Kamýcká 1283	A	18:40	19:40
45.	18:57	Václavská 455	D	18:57	20:42
46.	19:02	Holubí 1	A	19:02	20:02
47.	19:08	Máchova 700	D	19:08	20:53
48.	19:34	Kamýcká 4 C	A	19:34	20:34
49.	19:58	Opletalova 1503	D	19:58	21:43
50.	20:03	U Nového Suchdola 34	A	20:03	21:03
51.	20:11	Výstavby 412	B	20:11	21:26
52.	20:44	Kamýcká 1283	A	20:44	21:44
53.	20:52	Sadová 684	B	20:52	22:07
54.	21:06	Kamýcká 1280	A	21:06	22:06

Tabulka 9 – finální model pro pátek až neděli (vlastní zpracování)

4.6 Optimalizace modelu TSP (fáze Choice)

Optimalizace modelu TSP s časovými okny probíhá v několika krocích. Nejprve je zapotřebí stanovit časová okna, ve kterých mají být zákazníci obslouženi. Čas vyjetí vozidla z provozovny je stanoven jako $a = 0$. Od této hodnoty se pak odvíjejí další časové intervaly pro navštívení vozidla v konkrétním okruhu. Tato hodnota je nastavena pro každý okruh stejně, což umožňuje snadnější orientaci při výpočtu úlohy.

Stanovení intervalů pro obsluhu zákazníka probíhá v závislosti na času přijetí objednávky personálem provozovny a také v závislosti na vzdálenosti místa doručení od provozovny, resp. na zařazení do jednotlivých zón. (viz kapitola 4.5.1)

Pro lepší pochopení celého problému je v práci akcentován první okruh modelu pondělí až čtvrtek. Stejný postup je pak aplikován na všechny objednávky obou modelů, vytvořených v kapitole 4.5. Jak již bylo řečeno, oba modely pak pracují s teoretickým základem, který je možno vidět v kapitole 3.4.2.

Tento teoretický základ je pak implementován pro výpočet do OpenSolveru. Konkrétně je pro výpočet v práci použit solver CBC. Solver pracuje na bázi metody větví a mezí, která je podrobně představena v kapitole 3.2.2.

Sestavení jednotlivých okruhů v rámci práce bylo provedeno jejím autorem na základě zkušenosti s vytížením ostatního personálu provozovny. Kuchař realizuje objednávky v závislosti na kurýrovi. V momentě, kdy kurýr odjíždí z provozovny na daný okruh, je již připravován okruh další v závislosti na aktuálních objednávkách.

Kuchař tedy přibližně ví, kolik času bude potřebovat na přípravu objednávky pro další okruh kurýra. Zmíněná informace je předána kurýrovi při odjezdu. Tímto odhadem je možné realizovat další okruh poměrně rychleji. Kurýr dá ve správný čas telefonicky vědět kuchařovi, který pak objednávku realizuje v čase, po který se kurýr ještě nachází na předchozím okruhu. V ideálním případě se tedy kurýr vrátí z okruhu a pouze naloží zboží potřebné pro rozvoz do okruhu dalšího. Tento přístup je vhodné aplikovat zejména v případě vysoké poptávky po kurýrní službě. V opačném případě je pak z hlediska nákladů naopak nejvýhodnější počkat do okamžiku, kdy se celý okruh ještě stihne v čase realizovat a kurýr je tím pádem schopen rozvézt více objednávek, než kdyby z provozovny vyjel ihned po objednání.

Vytvoření intervalů pro obsluhu zákazníka

Vytvoření modelu pro obsluhu zákazníka tedy funguje na jednoduchém principu. Nejprve je zapotřebí stanovit čas zahájení rozvozu daného okruhu. Poté následuje přepsání těchto hodnot do modelu a vytvoření časových oken dle výše popsané závislosti. Vzájemným odečtením těchto dvou hodnot získáme výsledný čas v minutách. Tento čas reprezentuje nejpozději přípustnou hodnotu pro obsloužení zákazníka. Pro výpočet modelu je následně tato hodnota převedena na sekundy.

Místo doručení	**Časové okno**		**Termín (minuty)**	**Termín (vteřiny)**
Za Halami 877	11:40	12:15	35	2100
Suchdolské náměstí 7	11:40	12:03	23	1380
Kamýcká 1280	11:40	12:06	26	1560
Pražská 115	11:40	12:45	65	3900
Pod Rybníčkem 23	11:40	12:25	45	2700

Tabulka 10 – vytvoření časových oken pro obsluhu zákazníka (vlastní zpracování)

Vytvoření matice vzdáleností (časů)

Dalším krokem pro výpočet vhodné trasy okruhu je vytvoření matice vzdáleností, resp. matice časů modelu. Vzdálenosti mezi jednotlivými zastávkami okruhu jsou definovány v metrech. Zmíněné hodnoty je pak možno odečíst pomocí serveru *Mapy.cz*. Následně je zapotřebí převést vzdálenosti do jednotek času, za předpokladu průměrné rychlosti 40 km/h. Tímto krokem se synchronizují jednotky vzhledem k potřebám časových oken modelu. Výsledná matice má pak následující podobu:

$\mathbf{C_{ij}}$	Z. S. 5	Z. H.	Such.	Kam.1280	Praž.115	P. R. 23
Za Sokolovnou 5	0	288	53	126	583	66
Za Halami 877	288	0	315	286	359	237
Suchdolské nám. 7	53	315	0	50	582	93
Kamýcká 1280	126	286	50	0	561	125
Pražská 115	583	359	582	561	0	523
Pod Rybníčkem 23	66	220	93	125	523	0

Tabulka 11 – matice vzdáleností (časů) (vlastní zpracování)

Vytvoření modelu pro optimalizaci úlohy

Sestavení modelu pro optimalizaci úlohy probíhá striktně dle rovnic 3.23 až 3.30.

Dalším krokem pro sestavení optimalizačního modelu je definice doby, po kterou kurýr čeká na zákazníka v místě objednávky. Tato doba je v uvedena v sekundách a je stanovena na základě naměřených hodnot.

Označení doby proměnné	Hodnota doby proměnné
s_1	0
s_2	78
s_3	134
s_4	161
s_5	84
s_6	101

Tabulka 12 – doba strávená u jednotlivých zákazníků (vlastní zpracování)

Dále je zapotřebí v modelu definovat rovnici 3.25, která zajišťuje přípustnost řešení vzhledem k časovému rozvrhu. Výslednou hodnotu pro každou proměnnou x_{ij} definujeme v konkrétní buňce sešitu, jak je možno vidět v tabulce č. 13.

Označení bin. prom.	$a_i - a_j + M * x_{ij} + w_i + s_i + v_{ij}$	=	t_{ij}
x_{12}	99712	=	99712
x_{13}	99922	=	99922
x_{14}	99551,36	=	99551,36
x_{15}	99553,16	=	99553,16
x_{16}	99557,44	=	99557,44
x_{23}	99607,36	=	99607,36
x_{24}	99866	=	99866
x_{25}	99788,6	=	99788,6
x_{26}	99333,7	=	99333,7
x_{32}	99551,36	=	99551,36
x_{34}	99815,6	=	99815,6
x_{35}	99839	=	99839
x_{36}	99773,3	=	99773,3
x_{42}	99553,16	=	99553,16
x_{43}	99788,6	=	99788,6
x_{45}	99278,3	=	99278,3
x_{46}	99713,9	=	99713,9
x_{52}	99557,44	=	99557,44
x_{53}	99333,7	=	99333,7
x_{54}	99355,3	=	99355,3
x_{56}	99393,1	=	99393,1
x_{62}	99679	=	99679
x_{63}	99806,3	=	99806,3
x_{64}	99773,9	=	99773,9
x_{65}	99376,1	=	99376,1

Tabulka 13 – zajištění omezující podmínky 3.25 (vlastní zpracování)

Pravou stranu rovnice po převedení definujeme jako t_{ij}. Tuto hodnotu získáme odečtem hodnot matice času a doby výdeje objednávky od definované konstanty *M*. Výsledné hodnoty matice t_{ij} je možno vidět v tabulce č. 14.

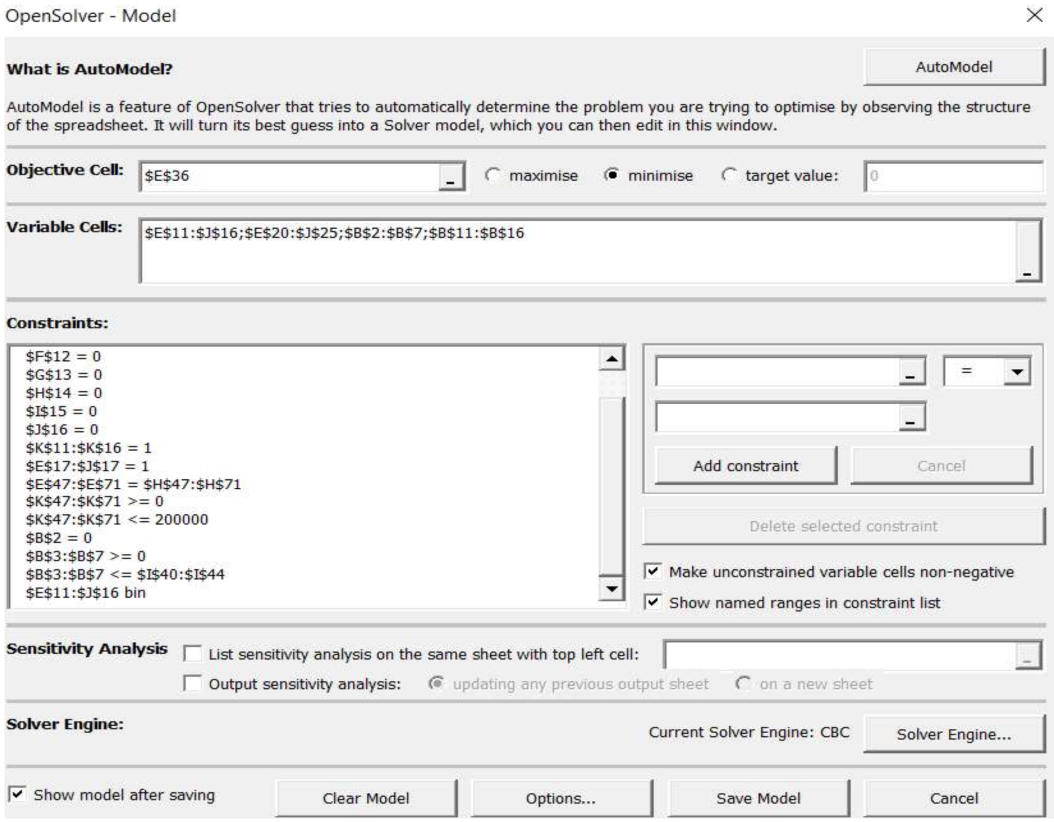
T_{ij}	Z. S. 5	Z. H.	Such. n.7	Kam.1280	Praž.115	P. R. 23
Za Sokolovnou 5	10000	99712	99946,81	99874	99416,8	99934,3
Za Halami 877	99634	99922	99607,36	99636,16	99563,44	99685,3
Suchdolské nám.	99812,81	99551,36	99866	99815,6	99283,7	99773,3
Kamýcká 1280	99713	99553,16	99788,6	99839	99278,3	99713,9
Pražská 115	99332,8	99557,44	99333,7	99355,3	99916	99393,1
Pod Rybníčkem	99833,3	99679	99806,3	99773,9	99376,1	99899

Tabulka 14 – hodnoty t_{ij} (vlastní zpracování)

Následně je potřeba vytvořit volné buňky pro proměnné *a, w* a pro pomocnou proměnnou *v*. Tyto hodnoty budou při optimalizaci solverem automaticky dopočítány.

Výpočet modelu TSP s časovými okny

Pro optimalizaci kurýrní služby je také potřeba minimalizovat dobu, po kterou se potraviny převáží ve vozidle. Tento fakt je v modelu ošetřený jednoduchou úvahou. Vozidlo nemůže opustit zónu *A*, dokud nesplní veškeré její požadavky. Nejprve musí vozidlo tedy obsloužit zákazníky v zóně *A*, následně může pokračovat do dalších zón. Tento požadavek je ovšem nemožné realizovat kvůli omezujícím podmínkám. Pro potřebnou trasu je tedy nutné zanést do modelu tzv. *nulovou sazbu*. Reálná hodnota cesty, pro kterou byla zvolena nulová sazba, je na konci přičtena k celkové trase optimalizace, čímž získáme přesnou hodnotu času stráveného kurýrem na konkrétním okruhu. Po kompletním sestavení vztahů v modelu můžeme spustit jeho řešení pomocí solveru.



Obrázek 8– rozhraní pro definici matematického modelu (vlastní zpracování)

Po provedení výpočtu daného modelu solverem je možné odečíst jeho nejkratší možnou trasu.

X_{ij}	Z. S. 5	Z. H.	S. n. 7	Kam.1280	Praž.115	P. R. 23
Za Sokolovnou 5	0	0	1	0	0	0
Za Halami 877	0	0	0	0	1	0
Suchdolské nám. 7	0	0	0	1	0	0
Kamýcká 1280	0	1	0	0	0	0
Pražská 115	0	0	0	0	0	1
Pod Rybníčkem 23	1	0	0	0	0	0

Tabulka 15 – výsledek optimalizace pomocí solveru (vlastní zpracování)

Nejkratší možná trasa okruhu je tedy: *Za Sokolovnou 5 – Suchdolské náměstí 7 – Kamýcká 1280 – Za Halami 877 – Pražská 115 – Pod Rybníčkem 23 – Za Sokolovnou 5*, s celkovou hodnotou realizace **2020 vteřin**.

Tato trasa není ovšem z pohledu požadavků vhodná, protože zastávka *Pod Rybníčkem 23* leží v zóně *A* a musí být tedy obsloužena před zastávkou *Za Halami 877.* Předcházející adresa je *Kamýcká 1280*. Pro optimalizaci problému je tedy zapotřebí mezi zastávkami *Kamýcká 1280* a *Pod Rybníčkem 23* zavést nulovou sazbu. (viz tabulka č. 16)

C_{ij}	Z. S. 5	Z. H.	Such.	Kam.1280	Praž.115	P. R. 23
Za Sokolovnou 5	0	288	53	126	583	66
Za Halami 877	288	0	315	286	359	237
Suchdolské nám. 7	53	315	0	50	582	93
Kamýcká 1280	126	286	50	0	561	0
Pražská 115	583	359	582	561	0	523
Pod Rybníčkem 23	66	220	93	125	523	0

Tabulka 16 – výsledek optimalizace pomocí solveru po zavedení nulové sazby (vlastní zpracování)

Po zavedení nulové sazby se tedy změní trasa do následující podoby:

Za Sokolovnou 5 – Suchdolské náměstí 7 – Kamýcká 1280 – Pod Rybníčkem 23 – Za Halami 877 – Pražská 115 – Za Sokolovnou 5.

Po přičtení reálné hodnoty namísto nulové sazby získáváme dobu strávenou kurýrem na okruhu, konkrétně **2073 vteřin**. Takto koncipovaná trasa již vyhovuje veškerým požadavkům a je tedy brána jako vhodná trasa pro realizaci okruhu.

<u>Určení času realizace jednotlivých zastávek okruhu</u>

Čas realizace jednotlivých zastávek v rámci okruhu je možno odečíst ze zvolené trasy pro realizaci. Postupným součtem vzdáleností jednotlivých zastávek a doby čekání na obsloužení zákazníka získáme požadované hodnoty.

Místo doručení	**Časové okno**		**Realizace objednávky**
Za Halami 877	11:00	12:15	**11:53**
Suchdolské náměstí 7	11:03	12:03	**11:41**
Kamýcká 1280	11:06	12:06	**11:43**
Pražská 115	11:15	12:45	**12:03**
Pod Rybníčkem 23	11:25	12:25	**11:49**
Za Sokolovnou 5			**12:12**

Tabulka 17 – určení realizace jednotlivých objednávek (vlastní zpracování)

<u>Rozvrh realizace objednávek pro vybraný model TSP</u>

Celý tento postup se tedy opakuje až po obsloužení všech objednávek modelu. Po vyřešení všech okruhů modelu je získán vhodný rozvrh realizace objednávek pro vybraný model TSP s časovými okny.

Okruh	Místo doručení	Čas realizace	Odjezd	Návrat	Časové okno	
1.	Za Halami 877	**11:53**	**11:40**	**12:12**	11:00	12:15
	Suchdolské náměstí 7	**11:41**			11:03	12:03
	Kamýcká 1280	**11:43**			11:06	12:06
	Pražská 115	**12:03**			11:15	12:45
	Pod Rybníčkem 95/23	**11:49**			11:25	12:25
2.	Do Oříšků 210	**12:37**	**12:22**	**12:45**	11:34	12:49
	Kamýcká 1283	**12:27**			11:35	12:35
3.	Na Pískách 946/134	**13:15**	**12:55**	**13:27**	11:53	13:38
2.	Novosuchdolská 32	**12:23**	**12:22**	**12:45**	11:58	12:58
3.	Lysolajské údolí 62	**13:05**	**12:55**	**13:27**	12:11	13:26
	Holubí 1	**12:59**			12:16	13:16
	K Horoměřicům 53	**12:57**			12:18	13:18
4.	Kroupka 64	**13:52**	**13:35**	**14:04**	12:38	14:08
	Výhledské náměstí 16	**13:37**			12:45	13:45
	K Roztokům 63	**13:40**			13:15	14:15
5.	Boční 444	**14:26**	**14:15**	**14:37**	13:28	14:43
	Habrova 938	**14:29**			13:47	15:02
	Novosuchdolská 40	**14:16**			13:48	14:48
6.	U Nového Suchdola	**14:51**	**14:50**	**15:12**	14:21	15:21
	Janáčkova 721	**15:03**			14:43	15:58
	Na Mírách 1301	**14:56**			14:44	15:44
7.	Kamýcká 4 C	**16:02**	**16:00**	**16:36**	15:17	16:17
	Třešňovka 21	**16:29**			15:27	16:42
	Kamýcká 1071	**16:05**			15:38	16:38
	Havlíčkova 667	**16:19**			15:40	17:25
8.	Za Halami 877	**17:07**	**17:00**	**17:15**	16:11	17:26
	Kamýcká 20	**17:02**			16:54	17:54
9.	Lysolajská 895	**18:18**	**18:05**	**18:36**	17:22	18:37
	Kamýcká 1283	**18:09**			17:26	18:26
	Hřebenova 16	**18:19**			17:33	18:33
	Svatý Jan 220/12	**18:25**			17:50	19:05
	Kamýcká 933	**18:07**			17:55	18:55
10.	Seifertova 660	**19:22**	**18:50**	**19:35**	18:10	19:55
	Novosuchdolská 15	**18:51**			18:21	19:21
	Holubí 7	**19:01**			18:29	19:29
	Sadová 391, S.	**19:14**			18:37	20:07
	Kamýcká 1283	**18:55**			18:42	19:42
	Kamýcká 8	**19:05**			18:43	19:43
11.	Armádní 13	**19:46**	**19:45**	**20:14**	19:08	20:08

	Novosuchdolská 19	**19:48**			19:11	20:11
	Masarykova 726	**20:02**			19:18	20:48
12.	Václavská 455	**21:39**	**21:15**	**21:56**	20:21	22:06
	Nad Mohylou 900	**21:19**			20:28	21:28
	Kamýcká 1283	**21:24**			20:43	21:43
	Velvarská 15	**21:50**			20:47	22:02
	U Myslivny 881	**21:17**			21:07	22:07

Tabulka 18 – rozvrh pro rozvoz objednávek pro model pondělí až čtvrtek (vlastní zpracování)

Rozvrh realizace objednávek pro model pátek až neděle

Okruh	**Místo doručení**	**Čas realizace**	**Odjezd**	**Návrat**	**Časové okno**	
1.	Dvorská 1	**11:37**	**11:30**	**12:03**	11:02	12:02
	Rýznerova 1	**11:44**			11:05	12:20
	Kamýcká 1280	**11:32**			11:13	12:13
	Slovanská 384	**11:53**			11:21	12:51
2.	Armádní 13	**12:16**	**12:15**	**12:45**	11:29	12:29
	Politických vězňů 699	**12:30**			11:38	12:53
	Kamýcká 1280	**12:18**			11:53	12:53
	Svatý Jan 206/13	**12:36**			11:59	13:29
	V Údolí 32	**12:23**			12:00	13:00
3.	Kamýcká 20	**12:52**	**12:50**	**13:18**	12:03	13:03
	K Horoměřicům 57	**12:58**			12:08	13:08
	Kamýcká 1283	**12:54**			12:19	13:19
	Nad Štolou 768	**13:09**			12:29	13:59
4.	Na Vrchmezí 12	**13:36**	**13:35**	**14:15**	12:41	13:41
	Kamýcká 1283	**13:40**			12:56	13:56
	Chelčického 2178	**14:01**			12:58	14:43
	Suchdolské nám. 12	**13:39**			13:11	14:11
	Sídlištní 18 D	**13:44**			13:26	14:26
5.	Habrova 938	**14:32**	**14:20**	**14:58**	13:29	14:44
	Holubí 7	**14:25**			13:47	14:47
	Politických vězňů 708	**14:36**			14:00	15:15
	Pod Hajnicí 198	**14:44**			14:09	15:39
	Stržná 45	**14:21**			14:10	15:10
6.	Nad Vltavou 2164	**16:07**	**15:45**	**16:17**	14:58	16:43
	Husova 1162	**16:02**			15:11	16:41
	Kamýcká 1283	**15:50**			15:28	16:28
	Kamýcká 1280	**15:48**			15:34	16:34
7.	Boční 444	**17:04**	**16:50**	**17:41**	15:58	17:13

	Holubí 6	**16:57**			16:09	17:09
	Halasova 716	**17:17**			16:23	18:08
	Sídlištní 245/18 B	**16:54**			16:37	17:37
8.	Na Kalvárii 80	**17:59**	**17:45**	**18:22**	16:44	18:14
	Kamýcká 1280	**17:51**			17:03	18:03
	Zvoncová 2295	**18:10**			17:08	18:38
	K Roztokům 34	**17:47**			17:27	18:27
9.	V rokli 10/4	**18:34**	**18:25**	**18:55**	17:29	18:44
	Kamýcká 1281	**18:39**			17:47	18:47
	Komenského 915	**18:45**			17:51	19:06
	K Roztokům 22	**18:26**			17:59	18:59
	Suchdolské náměstí 8	**18:28**			18:11	19:11
10.	Sídlištní 22	**19:04**	**19:00**	**19:24**	18:19	19:19
	Velvarská 17	**19:15**			18:23	19:38
	Stehlíkova 18	**19:02**			18:37	19:37
	Kamýcká 1283	**19:07**			18:40	19:40
11.	Václavská 455	**20:13**	**19:45**	**20:27**	18:57	20:42
	Holubí 1	**19:47**			19:02	20:02
	Máchová 700	**19:59**			19:08	20:53
	Kamýcká 4 C	**19:43**			19:34	20:34
12.	Opletalova 1503	**21:06**	**20:50**	**21:26**	19:58	21:43
	U Nového Suchdola	**20:51**			20:03	21:03
	Výstavby 412	**21:19**			20:11	21:26
	Kamýcká 1283	**20:56**			20:44	21:44
13.	Sadová 684	**21:56**	**21:45**	**22:06**	20:52	22:07
	Kamýcká 1280	**21:42**			21:06	22:06

Tabulka 19 – rozvrh pro rozvoz objednávek pro model pátek až neděle (vlastní zpracování)

4.7 Porovnání naměřených a teoretických hodnot

Pro ověření efektivity použité metody je provedeno porovnání naměřených a teoretických hodnot v rámci vybraného dne rozvozu. Pro srovnání bylo vybráno 14. září 2018. Po tento den byl autorem práce sledován průběh jednotlivých objednávek a jejich rozvoz zákazníkům. Datový základ pro tento den je možno vidět v tabulce č. 20.

Okruh	Místo doručení	Přijetí obj.	Doručení obj.
1.	Suchdolské náměstí 5	11:03	11:33
	Gagarinova 31	11:01	11:37
	Kamýcká 1280	11:06	11:40
	Za Drupolem 420	11:00	11:52
	Karla IV. 942	11:02	11:55
	Nebušická 709	11:00	11:58
2.	Výhledy – Konečná autobusu	11:18	12:20
	Suchdolské náměstí 12	11:20	12:22
3.	Suchdolské náměstí 7	12:07	12:30
	Nad Štolou 768	11:36	12:42
4.	Holubí 3	12:23	13:22
	Holubí 2	12:49	13:24
5.	Na Mírách 1301	12:54	13:32
	K Drsnici 16	12:57	13:37
6.	Ke Kladivům 8	13:44	14:05
	Za Humny 297	13:19	14:19
7.	K Horoměřicům 28	14:48	15:20
	Habrova 938	14:57	15:31
	Račanská 43	14:31	15:41
8.	K Horoměřicům 45	15:38	16:23
	U Kruhovky 28	15:51	16:28
	Kamýcká 1283	15:36	16:32
	Při Hranici 8	15:55	16:37
9.	Krupka 64	16:20	17:12
10.	Stehlíkova 20	17:10	17:56
	U Kruhovky 1	17:02	18:00
	V Sedlci 4b	17:29	18:04
	Výhledské náměstí 16	17:30	18:09
11.	Kamýcká 1218	17:31	18:26
	Kamýcká 1280	17:34	18:33
12.	Vysokoškolská 49	17:44	18:45
	Novosuchdolská 34	17:50	18:51
13.	Novosuchdolská 40	18:12	19:04
	Budyňská 32	18:22	19:07
	Za Drupolem 383	18:00	19:14
14.	Armádní 13	18:40	19:37
	Kamýcká 8	18:43	19:41
15.	Novosuchdolská 19	19:11	20:18
	Kamýcká 933	18:54	20:13

	Kamýcká 4 C	19:27	20:17
	Kamenická 635	19:02	20:28
	Ke Kůlnám 547	19:33	20:34
16.	Kamýcká 4 B	19:51	20:54
	Kamýcká 1280	19:40	21:04
	K Vodárně 904	19:43	21:10
	Nad Mohylou 900	20:14	21:18

Tabulka 20 – rozvrh objednávek v reálném provozu (vlastní zpracování)

Metodika sestavení okruhů pro jednotlivé objednávky je v rámci optimalizace opět sestavena autorem práce. Sestavení okruhů bere ohled na dobu realizace jednotlivých objednávek kuchařem tak, jak tomu bylo v předchozích kapitolách práce. Rozvržení jednotlivých okruhů pro optimalizaci problému je pak možno vidět v tabulce č. 21.

Okruh	**Místo doručení**	**Přijetí obj.**	**Doručení obj.**
1.	Suchdolské náměstí 5	11:03	11:31
	Gagarinova 31	11:01	11:34
	Kamýcká 1280	11:06	11:36
	Za Drupolem 420	11:00	11:54
	Karla IV. 942	11:02	11:57
	Nebušická 709	11:00	12:00
2.	Výhledy – Konečná	11:18	12:27
1.	Suchdolské náměstí 12	11:20	11:33
2.	Suchdolské náměstí 7	12:07	12:22
	Nad Štolou 768	11:36	12:38
3.	Holubí 3	12:23	13:16
	Holubí 2	12:49	13:14
	Na Mírách 1301	12:54	13:24
	K Drsnici 16	12:57	13:22
4.	Ke Kladivům 8	13:44	14:03
	Za Humny 297	13:19	14:16
5.	K Horoměřicům 28	14:48	15:13
	Habrova 938	14:57	15:22
	Račanská 43	14:31	15:31
6.	K Horoměřicům 45	15:38	16:19
	U Kruhovky 28	15:51	16:22
	Kamýcká 1283	15:36	16:25
	Při Hranici 8	15:55	16:12
7.	Krupka 64	16:20	17:40
	Stehlíkova 20	17:10	17:27

	U Kruhovky 1	17:02	17:30
8.	V Sedlci 4b	17:29	18:23
	Výhledské náměstí 16	17:30	18:10
	Kamýcká 1218	17:31	18:17
	Kamýcká 1280	17:34	18:13
	Vysokoškolská 49	17:44	18:08
	Novosuchdolská 34	17:50	18:31
9.	Novosuchdolská 40	18:12	18:47
	Budyňská 32	18:22	18:51
	Za Drupolem 383	18:00	19:00
10.	Armádní 13	18:40	19:31
	Kamýcká 8	18:43	19:36
	Novosuchdolská 19	19:11	19:48
	Kamýcká 933	18:54	19:41
11.	Kamýcká 4 C	19:27	20:02
	Kamenická 635	19:02	20:14
	Ke Kůlnám 547	19:33	20:26
12.	Kamýcká 4 B	19:51	20:47
11.	Kamýcká 1280	19:40	20:04
	K Vodárně 904	19:43	20:17
12.	Nad Mohylou 900	20:14	20:53

Tabulka 21 – rozvrh objednávek pro optimalizaci (vlastní zpracování)

Dalším krokem pro porovnání výsledků reálného provozu a optimalizační metody je tedy výpočet modelu sestaveného dle tabulky č. 21. Výpočet probíhá dle stejné metodiky, jako tomu bylo v kapitole 4.6. této práce. Jediným rozdílem oproti metodice použité v předchozí kapitole je stanovení průměrné rychlosti vozidla. Průměrná rychlost vozidla zde není definována jako konstanta (tak jak tomu bylo v předešlých modelech), ale je stanovena na základě pozorovaných okruhů v praxi jako podíl celkové dráhy vozidla vůči času strávenému řidičem ve vozidle na konkrétním okruhu. Čas strávený řidičem ve vozidle je pak vypočten jako rozdíl celkového času rozvozu a součtu všech časů obsluhy u jednotlivých zákazníků v okruhu. V případě, že se okruhy neshodují, je průměrná rychlost stanovena stejným způsobem, avšak v potaz je brán z reality pouze ten okruh, kde je více objednávek v optimalizačním modelu. Čas obsluhy je pak zahrnut pouze pro adresy, které jsou součástí optimalizačního modelu. Výsledkem modelu je celkový čas strávený kurýrem v automobilu a celkový počet ujetých metrů.

Porovnání výsledků

Výslednou hodnotou srovnání je úspora času stráveného kurýrem v automobilu při rozvozu objednávek a nákladová úspora, která je reprezentována ušetřením najetých metrů při rozvozu objednávek. V poslední řadě je v rámci hodnoty rezerva pro doručení dané objednávky provedeno srovnání časů, ve kterých zákazník obdrží požadovanou objednávku. V případě překročení smluveného termínu má pak tato hodnota v modelu záporné znaménko.

Porovnání výsledků je tedy třeba chápat ve třech směrech:

1. **Časová úspora modelu**
2. **Nákladová úspora modelu**
3. **Včasné obsloužení všech zákazníků modelu**

Časová úspora modelu

Při časové optimalizaci je tedy porovnáván čas, který stráví kurýr jízdou a obsluhou v rámci jednotlivých okruhů. Součet těchto hodnot pak udává celkový čas, který kurýr stráví při rozvozech za celý den. Ze srovnání (viz tabulku č. 22) je patrné, že po optimalizaci modelu se čas strávený při rozvozech zkrátí. Ze srovnání je také patrné, že v některých případech (při identických okruzích) je reálný čas rozvozu kratší. Tento fakt má prostý důvod, server *Mapy.cz* naplánuje nejrychlejší trasu dle dopravních předpisů. V případě, že kurýr zvolil jinou trasu, kterou realizoval rychleji, než předpokládá server *Mapy.cz*, je pak výsledný čas okruhu logicky kratší. Obecně lze ovšem předpokládat, že trasy zvolené serverem *Mapy.cz* budou při dodržení předpisů nejrychlejší, a hlavně z hlediska spolehlivosti nejstabilnější.

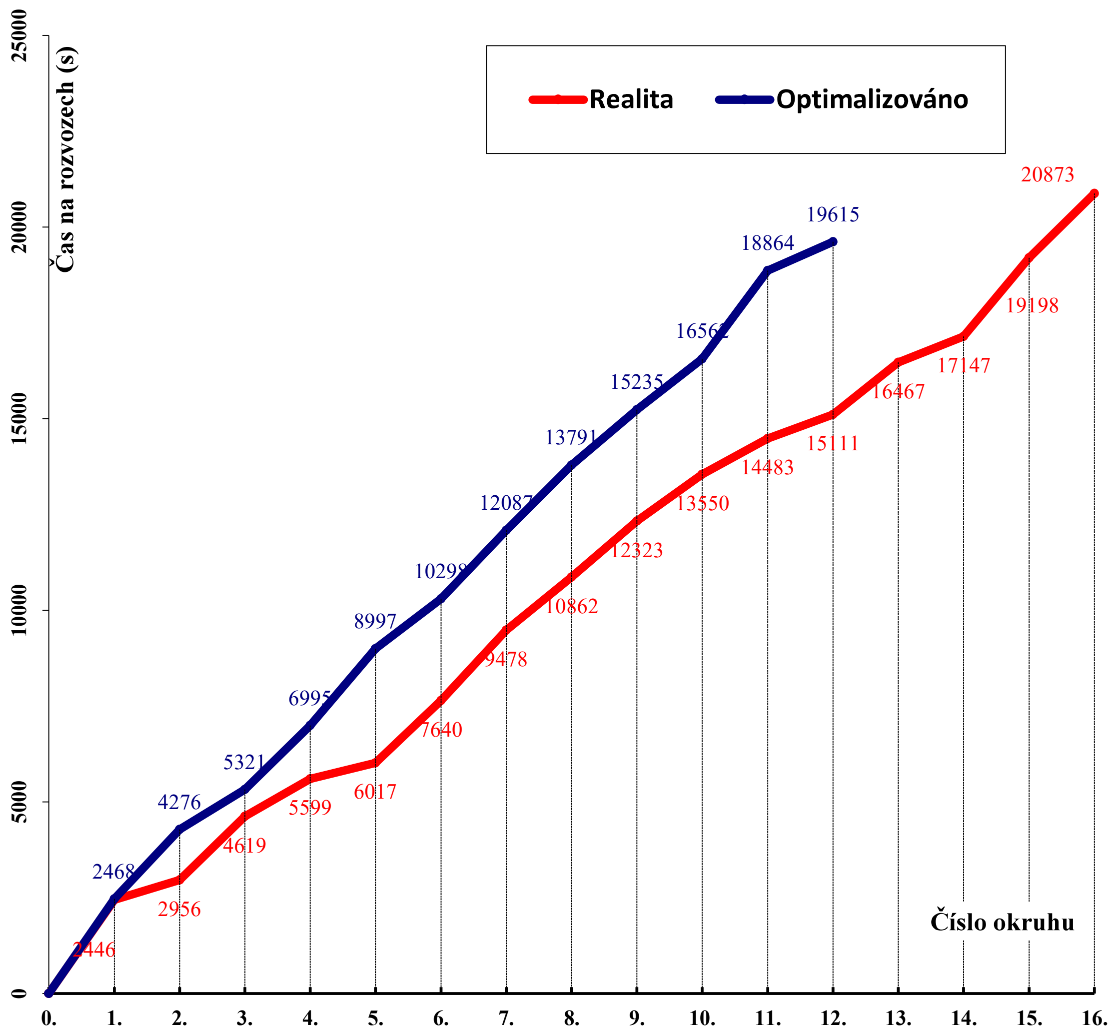
Naměřené hodnoty (Realita)			**Vypočtené hodnoty (Metodika)**		
Pořadí objednávky	**Čas na rozvozu (s)**	**Čas na rozvozu (s) kumulativní**	**Pořadí objednávky**	**Čas na rozvozu**	**Čas na rozvozu (kumulativní)**
1.	2 446	2446	1.	2 468	2 468
2.			2.		
3.			3.		
4.			4.		
5.			5.		
6.			6.		
7.	510	2956	7. (viz 9.-10.)	0	

<table>
<tr><td>8.</td><td></td><td></td><td>8. (viz 1.- 6.)</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>9.</td><td rowspan="2">1 663</td><td rowspan="2">4 619</td><td>9.</td><td rowspan="2">1 808</td><td rowspan="2">4 276</td></tr>
<tr><td>10.</td><td>10.</td></tr>
<tr><td>11.</td><td rowspan="3">980</td><td rowspan="3">5 599</td><td>11.</td><td rowspan="4">1 045</td><td rowspan="4">5 321</td></tr>
<tr><td>12.</td><td>12.</td></tr>
<tr><td>13.</td><td>13.</td></tr>
<tr><td>14.</td><td>418</td><td>6 017</td><td>14.</td></tr>
<tr><td>15.</td><td rowspan="2">1 623</td><td rowspan="2">7 640</td><td>15.</td><td rowspan="2">1 674</td><td rowspan="2">6 995</td></tr>
<tr><td>16.</td><td>16.</td></tr>
<tr><td>17.</td><td rowspan="3">1 838</td><td rowspan="3">9 478</td><td>17.</td><td rowspan="3">2 002</td><td rowspan="3">8 997</td></tr>
<tr><td>18.</td><td>18.</td></tr>
<tr><td>19.</td><td>19.</td></tr>
<tr><td>20.</td><td rowspan="4">1 384</td><td rowspan="4">10 862</td><td>20.</td><td rowspan="4">1 301</td><td rowspan="4">10 298</td></tr>
<tr><td>21.</td><td>21.</td></tr>
<tr><td>22.</td><td>22.</td></tr>
<tr><td>23.</td><td>23.</td></tr>
<tr><td>24.</td><td>1 461</td><td>12 323</td><td>24.</td><td rowspan="3">1 789</td><td rowspan="3">12 087</td></tr>
<tr><td>25.</td><td rowspan="4">1 227</td><td rowspan="4">13 550</td><td>25.</td></tr>
<tr><td>26.</td><td>26.</td></tr>
<tr><td>27.</td><td>27.</td><td rowspan="6">1 704</td><td rowspan="6">13 791</td></tr>
<tr><td>28.</td><td>28.</td></tr>
<tr><td>29.</td><td rowspan="2">933</td><td rowspan="2">14 483</td><td>29.</td></tr>
<tr><td>30.</td><td>30.</td></tr>
<tr><td>31.</td><td rowspan="2">628</td><td rowspan="2">15 111</td><td>31.</td></tr>
<tr><td>32.</td><td>32.</td></tr>
<tr><td>33.</td><td rowspan="3">1 356</td><td rowspan="3">16 467</td><td>33.</td><td rowspan="3">1 444</td><td rowspan="3">15 235</td></tr>
<tr><td>34.</td><td>34.</td></tr>
<tr><td>35.</td><td>35.</td></tr>
<tr><td>36.</td><td rowspan="2">680</td><td rowspan="2">17 147</td><td>36.</td><td rowspan="4">1 327</td><td rowspan="4">16 562</td></tr>
<tr><td>37.</td><td>37.</td></tr>
<tr><td>38.</td><td rowspan="5">2 051</td><td rowspan="5">19 198</td><td>38.</td></tr>
<tr><td>39.</td><td>39.</td></tr>
<tr><td>40.</td><td>40.</td><td rowspan="3">2 302</td><td rowspan="3">18 864</td></tr>
<tr><td>41.</td><td>41.</td></tr>
<tr><td>42.</td><td>42.</td></tr>
<tr><td>43.</td><td rowspan="2">1 675</td><td rowspan="2">20873</td><td>43.</td><td>751</td><td>19 615</td></tr>
<tr><td>44.</td><td>44. (viz 40.- 42.)</td><td>0 s</td><td></td></tr>
</table>

45.			45. (viz 40.-42.)	0 s	
46.			46. (viz. 43.)	0 s	
Celkem	**20 873 s**	**20 873 s**	**Celkem**	**19 615 s**	**19 615 s**

Tabulka 22 – časová úspora modelu (vlastní zpracování)

Celková úspora času je patrná z níže uvedené tabulky č. 23.



Obrázek 9 – průběh času na rozvozu (v sekundách) (vlastní zpracování)

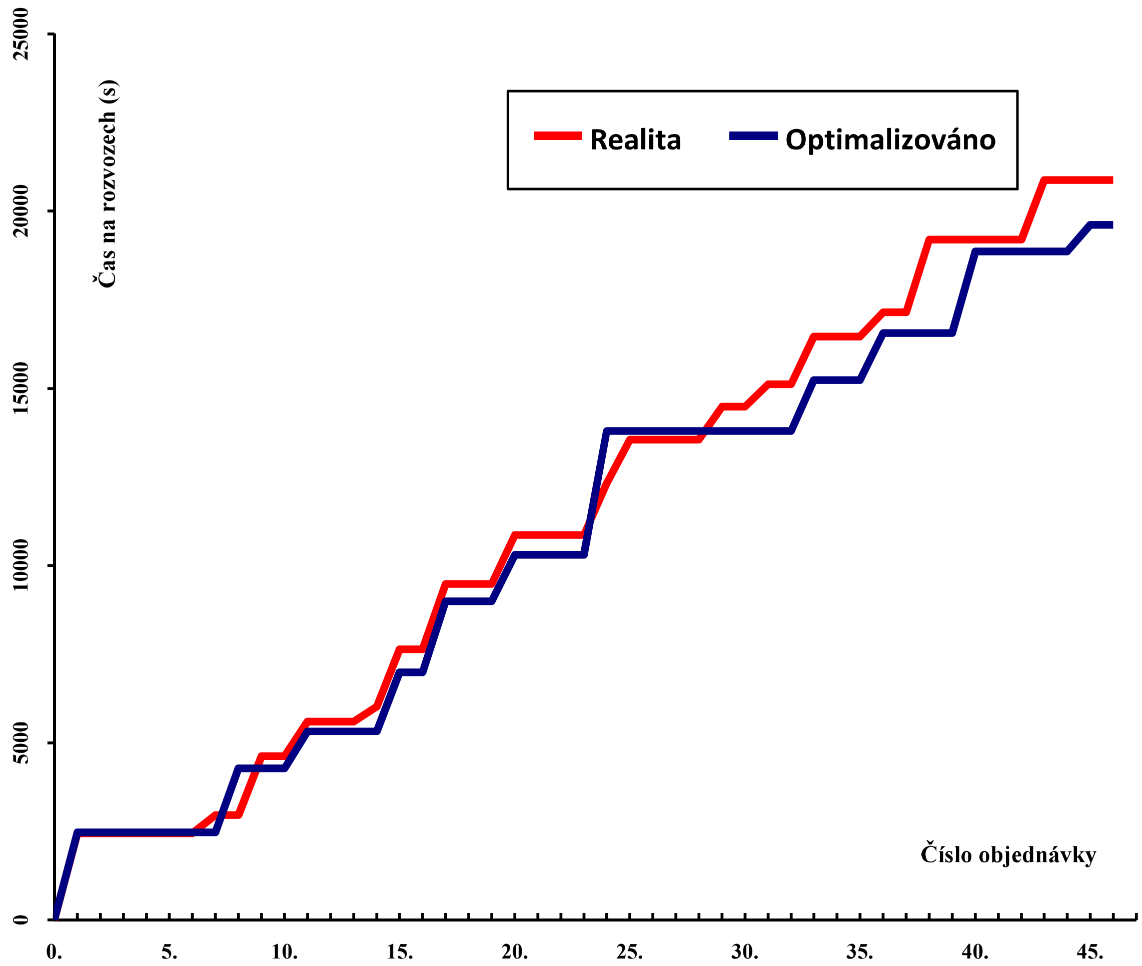
Obrázek č. 9 je nutno vnímat z pohledu ujetých okruhů. Například v okamžiku, kdy je ujetý 4. okruh v optimalizačním modelu (6 995 s), byl reálně už ujetý 6. okruh (7 640 s). V tento moment je v modelech shodně rozvezena objednávka č. 16. (viz tabulka č. 22)

Celkový objem objednávek je pak pomocí optimalizačního modelu realizován ve 12 okruzích, zatímco v reálném modelu byl realizován pomocí 16 okruhů. Z křivky optimalizačního modelu tak můžeme vidět zejména větší rozestupy hodnot mezi časem stráveným při rozvozech v rámci jednotlivých okruhů. Tento fakt je dán lepším rozvržením a v některých případech také úsporou času stráveného kurýrem přímo ve vozidle.

Naměřené hodnoty (Realita)	Vypočtené hodnoty (Metodika)
20 873 vteřin	19 615 vteřin
Ušetřený čas celkem	**1 258 vteřin**

Tabulka 23 – porovnání výsledných časů modelu (vlastní zpracování)

Na obrázku č. 10 je možno vidět průběh této časové úspory ve vztahu k objednávkám. Konstantní části křivek tvoří jednotlivé okruhy, čas byl pro objednávky ve stejném okruhu konstantní. Pro porovnání je tedy potřeba najít vhodné body, ve kterých se modely nacházejí ve stejné fázi (dle tabulky č. 22). Zmíněný fakt je možno vidět například u objednávky číslo 15, 17, 20 nebo 33.



Obrázek 10 – průběh času na rozvozu ve vztahu k objednávkám (vlastní zpracování)

Nákladová úspora modelu

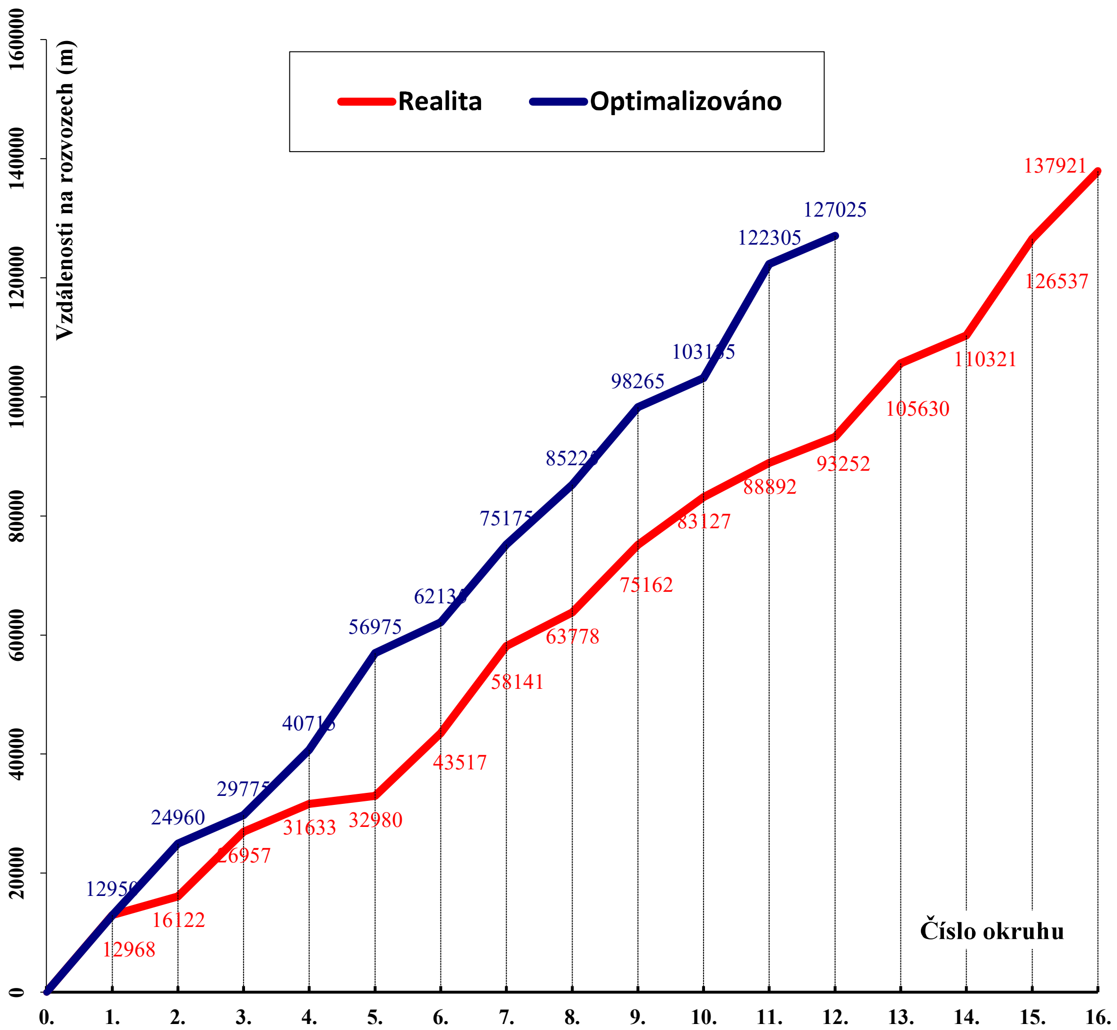
Úspora nákladů na rozvoz je pro potřeby práce přímo úměrná úspoře vzdálenosti, kterou vozidlo realizuje v rámci okruhů. V práci není brán ohled na mzdové náklady personálu, opotřebení automobilu apod. Základním požadavkem optimalizace je tedy minimalizace vzdálenosti, kterou musí automobil za den ujet.

Vzdálenost je pak přepočítána na finance dle jednoduchého předpokladu. Vozidlo spotřebuje průměrně 8,5 litrů benzínu na 100 km jízdy. Tento vysoký průměr je dán způsobem, jakým je vozidlo nuceno pohybovat se v obci. Při stanovení fixní ceny za 1 litr benzínu (k 31. 12. 2019 32 Kč) činí náklad na pohonné hmoty 2,72 Kč/km.

<table>
<tr><th colspan="3">Naměřené hodnoty (Realita)</th><th colspan="3">Vypočtené hodnoty (Metodika)</th></tr>
<tr><th>Pořadí objednávky</th><th>Vzdálenost na rozvozu</th><th>Vzdálenost na rozvozu (m) kumulativní</th><th>Pořadí objednávky</th><th>Vzdálenost na rozvozu (m)</th><th>Vzdálenost na rozvozu kumulativní</th></tr>
<tr><td>1.</td><td rowspan="6">12 968</td><td rowspan="6">12 968</td><td>1.</td><td rowspan="6">12 950</td><td rowspan="6">12 950</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>2.</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>3.</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>4.</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>5.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>6.</td></tr>
<tr><td>7.</td><td rowspan="2">3 154</td><td rowspan="2">16 122</td><td>7. (viz 9.-10.)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td>8. (viz 1.-6.)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9.</td><td rowspan="2">10 835</td><td rowspan="2">26 957</td><td>9.</td><td rowspan="2">12 010</td><td rowspan="2">24 960</td></tr>
<tr><td>10.</td><td>10.</td></tr>
<tr><td>11.</td><td rowspan="3">4 676</td><td rowspan="3">31 633</td><td>11.</td><td rowspan="4">4 815</td><td rowspan="4">29 775</td></tr>
<tr><td>12.</td><td>12.</td></tr>
<tr><td>13.</td><td>13.</td></tr>
<tr><td>14.</td><td>1 347</td><td>32 980</td><td>14.</td></tr>
<tr><td>15.</td><td rowspan="2">10 537</td><td rowspan="2">43 517</td><td>15.</td><td rowspan="2">10 940</td><td rowspan="2">40 715</td></tr>
<tr><td>16.</td><td>16.</td></tr>
<tr><td>17.</td><td rowspan="3">14 624</td><td rowspan="3">58 141</td><td>17.</td><td rowspan="3">16 260</td><td rowspan="3">56 975</td></tr>
<tr><td>18.</td><td>18.</td></tr>
<tr><td>19.</td><td>19.</td></tr>
<tr><td>20.</td><td rowspan="2">5 637</td><td rowspan="2">63778</td><td>20.</td><td rowspan="2">5 160</td><td rowspan="2">62 135</td></tr>
<tr><td>21.</td><td>21.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>22.</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td>22.</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>23.</td><td>23.</td></tr>
<tr><td>24.</td><td>11 384</td><td>75 162</td><td>24.</td><td rowspan="3">13 040</td><td rowspan="3">75 175</td></tr>
<tr><td>25.</td><td rowspan="4">7 965</td><td rowspan="4">83 127</td><td>25.</td></tr>
<tr><td>26.</td><td>26.</td></tr>
<tr><td>27.</td><td>27.</td><td rowspan="6">10 050</td><td rowspan="6">85 225</td></tr>
<tr><td>28.</td><td>28.</td></tr>
<tr><td>29.</td><td rowspan="2">5 765</td><td rowspan="2">88 892</td><td>29.</td></tr>
<tr><td>30.</td><td>30.</td></tr>
<tr><td>31.</td><td rowspan="2">4 360</td><td rowspan="2">93 252</td><td>31.</td></tr>
<tr><td>32.</td><td>32.</td></tr>
<tr><td>33.</td><td rowspan="3">12 378</td><td rowspan="3">105 630</td><td>33.</td><td rowspan="3">13 040</td><td rowspan="3">98 265</td></tr>
<tr><td>34.</td><td>34.</td></tr>
<tr><td>35.</td><td>35.</td></tr>
<tr><td>36.</td><td rowspan="2">4 691</td><td rowspan="2">110 321</td><td>36.</td><td rowspan="4">4 870</td><td rowspan="4">103 135</td></tr>
<tr><td>37.</td><td>37.</td></tr>
<tr><td>38.</td><td rowspan="5">16 216</td><td rowspan="5">126 537</td><td>38.</td></tr>
<tr><td>39.</td><td>39.</td></tr>
<tr><td>40.</td><td>40.</td><td rowspan="3">19 170</td><td rowspan="3">122 305</td></tr>
<tr><td>41.</td><td>41.</td></tr>
<tr><td>42.</td><td>42.</td></tr>
<tr><td>43.</td><td rowspan="4">11 384</td><td rowspan="4">137 921</td><td>43.</td><td>4 720</td><td>127 025</td></tr>
<tr><td>44.</td><td>44. (viz 40.-42.)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>45.</td><td>45. (viz 40.-42.)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>46.</td><td>46. (viz. 43.)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Celkem</td><td>137 921 m</td><td>137 921 m</td><td>Celkem</td><td>127 025 m</td><td>127 025 m</td></tr>
</table>

Tabulka 24 – nákladová úspora modelu (vlastní zpracování)



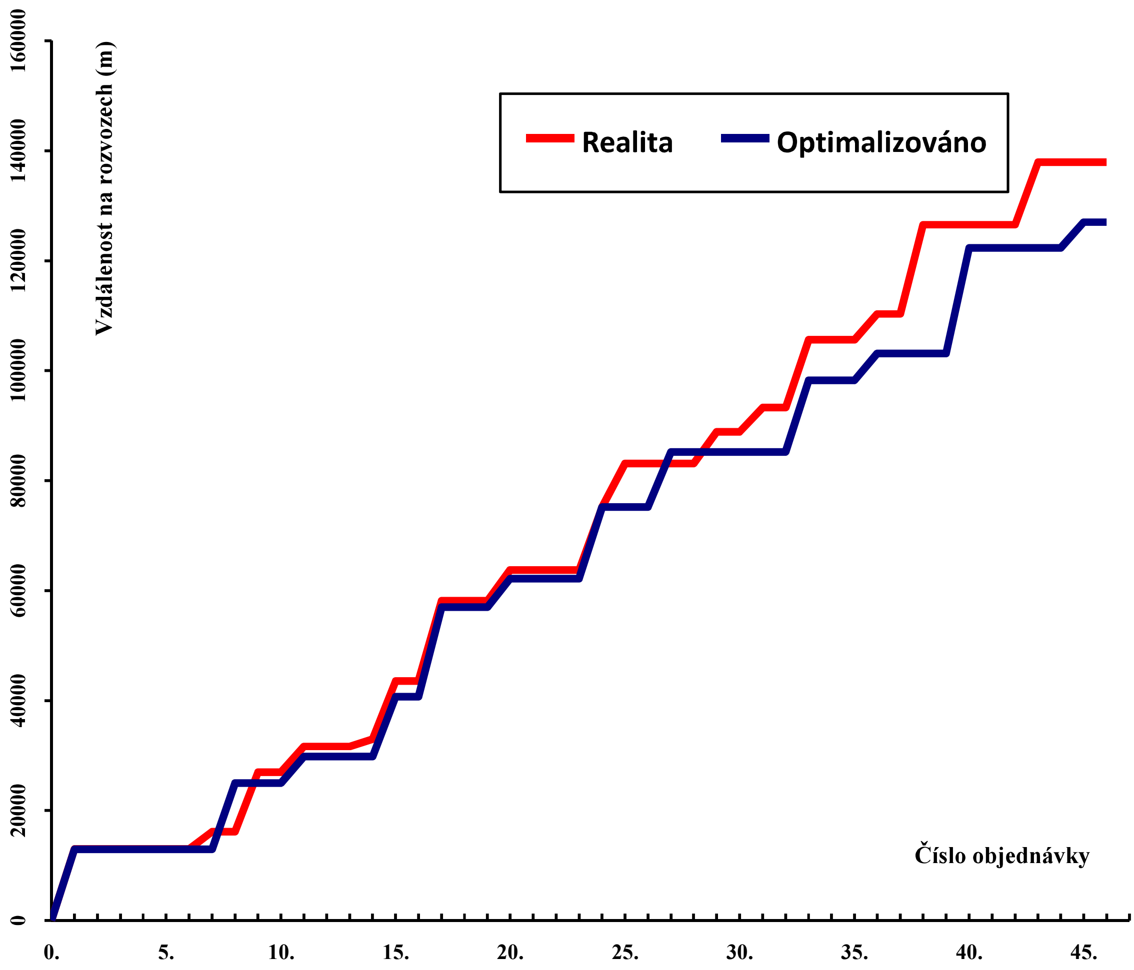
Obrázek 11 – průběh vzdálenosti ujeté na rozvozech (v metrech) (vlastní zpracování)

Obrázek č. 11 opět znázorňuje průběh ujeté vzdálenosti na jednotlivých okruzích rozvozu. Pro porovnání je potřeba brát v potaz tabulku č. 24, kde je možno vidět rozložení jednotlivých objednávek v rámci okruhů. Pro lepší porovnání závislosti ujeté vzdálenosti při jednotlivých objednávkách je opět k dispozici obrázek č. 12.

Naměřené hodnoty (Realita)	Vypočtené hodnoty (Metodika)
137 921 m	127 615 m
Ušetřená vzdálenost	**10 896 m**
Ušetřený náklad na pohonné hmoty/den	**29,64 Kč**

Tabulka 25 – porovnání nákladové úspory modelu (vlastní zpracování)

Při použití optimalizačních metod by tedy za konkrétní den rozvozu firma ušetřila na pohonných hmotách 29,64 Kč. Srovnání obou modelů je možno vidět na obrázku č. 12. Pro porovnání je opět potřeba najít vhodné body, ve kterých se modely nacházejí ve stejné fázi (dle tabulky č. 24). Zmíněný fakt je možno vidět například u objednávky číslo 15, 17, 20 nebo 33.



Obrázek 12 – průběh vzdálenosti ujeté na rozvozu ve vztahu k objednávkám (vlastní zpracování)

Včasné obsloužení všech zákazníků

Třetí část srovnání je pro praxi nejpodstatnější. Z hlediska dlouhodobé funkčnosti podniku je jistě přínosem ušetřit denně 30 Kč na nákladech za pohonné hmoty, ovšem prioritou je co nejrychlejší obsloužení zákazníků po zadání objednávky. Dá se rovněž předpokládat, že spokojenost zákazníků stoupá s rychlostí obsloužení. Tito zákazníci si pak pravděpodobně objednají službu znovu, čímž podniku v dlouhodobém horizontu stoupnou tržby. Spokojení zákazníci navíc podniku přispívají kladnými referencemi a hodnocením v rámci různých aplikací a webových portálů.

Včasné obsloužení je přímým požadavkem optimalizace. Model tedy přímo určuje, že každý zákazník musí být obsloužen v požadovaném termínu. Včasným obsloužením je v práci míněna spíše maximalizace rezervy, kterou má kurýr k dispozici pro realizaci objednávky. Z hlediska nákladů je ovšem nutné volit rozumnou mez mezi touto rezervou a ujetou vzdáleností kurýrem. V případě, že by kurýr vyjížděl jednotlivě s každou objednávkou ihned po její realizaci, by sice tato hodnota byla na maximální hodnotě, avšak vozidlo by najelo nespočetně více metrů. Nehledě na fakt, že v případě vysoké poptávky by po delší době kurýr ani nestíhal tyto požadavky rozvézt. V reálném modelu je pak možno vidět záporné hodnoty, chápané jako překročení požadavku na doručení.

Místo doručení	**Přijetí objedn.**	**Smluv. termín**	**Reálný model**		**Optimalizace**	
			Realizace objedn.	**Rezerva (minuty)**	Realizace objedn.	**Rezerva (minuty)**
Suchdolské náměstí 5	11:03	12:03	11:32	**31**	11:31	**32**
Gagarinova 31	11:01	12:01	11:37	**24**	11:34	**27**
Kamýcká 1280	11:06	12:06	11:40	**26**	11:36	**30**
Za Drupolem 420	11:00	12:15	11:52	**23**	11:54	**21**
Karla IV. 942	11:02	12:17	11:55	**22**	11:57	**20**
Nebušická 709	11:00	12:15	11:58	**17**	12:00	**15**
Výhledy – Konečná	11:18	12:30	12:20	**10**	12:27	**3**
Suchdolské náměstí 1	11:20	12:20	12:22	**-2**	11:33	**47**
Suchdolské náměstí 7	12:07	13:07	12:30	**37**	12:22	**45**
Nad Štolou 768	11:36	12:51	12:42	**9**	12:38	**13**
Holubí 3	12:23	13:23	13:22	**1**	13:16	**7**
Holubí 2	12:49	13:49	13:24	**25**	13:14	**35**
Na Mírách 1301	12:54	13:55	13:17	**38**	13:24	**31**
K Drsnici 16	12:57	13:57	13:37	**20**	13:22	**35**
Ke Kladivům 8	13:44	14:44	14:05	**39**	14:03	**41**
Za Humny 297	13:19	14:34	14:19	**15**	14:16	**18**
K Horoměřicům 28	14:48	15:58	15:20	**38**	15:13	**45**
Habrova 938	14:57	16:12	15:31	**41**	15:22	**50**
Račanská 43	14:31	16:01	15:41	**20**	15:31	**30**
K Horoměřicům 45	15:38	16:38	16:23	**15**	16:19	**19**
U Kruhovky 28	15:51	16:51	16:28	**23**	16:22	**29**
Kamýcká 1283	15:36	16:36	16:32	**4**	16:25	**11**
Při Hranici 8	15:55	16:55	16:37	**18**	16:12	**43**
Krupka 64	16:20	17:50	17:12	**38**	17:40	**10**
Stehlíkova 20	17:10	18:10	17:56	**14**	17:27	**43**

U Kruhovky 1	17:02	18:02	18:00	**2**	17:30	**32**
V Sedlci 4b	17:29	18:29	18:04	**25**	18:23	**6**
Výhledské náměstí 16	17:30	18:30	18:09	**21**	18:10	**20**
Kamýcká 1218	17:31	18:31	18:26	**5**	18:17	**14**
Kamýcká 1280	17:34	18:34	18:33	**1**	18:13	**21**
Vysokoškolská49	17:44	18:44	18:45	**-1**	18:08	**36**
Novosuchdolská 34	17:50	18:50	18:51	**-1**	18:31	**19**
Novosuchdolská 40	18:12	19:12	19:04	**8**	18:47	**25**
Budyňská 32	18:22	19:22	19:07	**15**	18:51	**31**
Za Drupolem 383	18:00	19:15	19:14	**1**	19:00	**15**
Armádní 13	18:40	19:40	19:37	**3**	19:31	**9**
Kamýcká 8	18:43	19:43	19:41	**2**	19:36	**7**
Novosuchdolská 19	19:11	20:11	20:18	**-7**	19:48	**23**
Kamýcká 933	18:54	19:54	20:13	**-19**	19:41	**13**
Kamýcká 4 C	19:27	20:27	20:17	**10**	20:02	**25**
Kamenická 635	19:02	20:17	20:28	**-11**	20:14	**3**
Ke Kůlnám 547	19:33	21:03	20:34	**29**	20:26	**37**
Kamýcká 4 B	19:51	20:51	20:54	**-3**	20:47	**4**
Kamýcká 1280	19:40	20:40	21:04	**-24**	20:04	**36**
K Vodárně 904	19:43	20:58	21:10	**-12**	20:17	**41**
Nad Mohylou 900	20:14	21:14	21:18	**-4**	20:53	**21**

Tabulka 26 – rezerva při obsloužení jednotlivých objednávek (vlastní zpracování)

Z tabulky č. 25 je možno vidět, že všechny objednávky se po optimalizaci podařilo rozvézt v požadovaném termínu. Srovnání mezi modely je pak k dispozici jako tabulka č. 26.

Naměřené hodnoty (Realita)	Vypočtené hodnoty (Metodika)
Rezerva na jednu objednávku **Součet rezerv jednotlivých objednávek / Počet celkových objednávek**	
576 / 46 = 13 minut	**1 138 / 46 = 25 minut**

Tabulka 27 – průměrná rezerva jednotlivých modelů (vlastní zpracování)

Výsledky všech výše uvedených porovnání budou dále komentovány v kapitole č. 5.

5 Výsledky a diskuse

5.1 Optimalizace modelu TSP

Definované cíle první části práce, tedy optimalizace dvou modelů TSP, se podařilo naplnit. Sestavené okruhy jsou z hlediska požadavku na včasné obsloužení zákazníků sestaveny korektně. Modely dostatečně odrážejí realitu provozu, zejména počtu a rozmístění jednotlivých objednávek. Výpočet samotných modelů byl proveden za předpokladu konstantní rychlosti 40 km/h. Vzhledem ke konkrétní lokaci je tato rychlost považována za reálnou. Podnik je situován na okraji Prahy, kde je sice rychlost omezena na 50 km/h, resp. 30 km/h, značnou část jízdy ovšem kurýr stráví i při přesunech v meziměstských oblastech, kde je povolena rychlost 90 km/h. Zároveň se kurýři příliš často nesetkávají s dopravními komplikacemi v podobě dopravní zácpy. Rychlost je ovšem v modelech parametrem, který lze libovolně modifikovat. Při dlouhodobějším pozorovaní a zpřesnění odhadu rychlosti přesunu mezi jednotlivými adresami by pak celý model mohl poskytovat ještě efektivnější řešení. Rozvrh řešení pro oba dny je pak v práci uveden v podobě tabulky č. 18, resp. č. 19.

5.2 Porovnání naměřených a teoretických hodnot

Porovnání hodnot v rámci práce proběhlo ve třech směrech. V první fázi práce bylo provedeno srovnání časů jednotlivých okruhů pro zjištění celkové úspory času, za předpokladu použití optimalizačních metodik práce. V porovnání vyšla celková časová úspora modelu po optimalizaci na 1 258 vteřin. Tato hodnota představuje 6,03% celkové hodnoty času stráveného na okruzích za den. První část vybraného dne probíhala prakticky identicky s naměřenými hodnotami. Časová úspora byla získána v průběhu večerních objednávek, což je možno vidět například z obrázku č. 10. V této fázi dne je identicky získána i úspora ujeté vzdálenosti, resp. nákladů na pohonné hmoty. Lze tedy předpokládat, že pro večerní hodiny byly okruhy v provozovně sestaveny nesystematicky, což bylo příčinnou překročení smluvených termínů pro předání objednávky. Z tohoto hlediska je nutno vždy brát v potaz ostatní objednávky a případně prodloužit po domluvě se zákazníkem smluvený termín objednávky.

Další část porovnání byla zaměřena na úsporu nákladů za předpokladu použití optimalizačních metod práce. V této části vyšla výsledná hodnota úspory trasy 10 896 m, což odpovídá nákladům na pohonné hmoty přibližně 29,6 Kč/den. Hodnota představuje 7,9 % celkové vzdálenosti ujeté na okruzích za pozorovaný den. Pro úsporu opět platí, že byla získána ve večerních hodinách.

Zmíněná hodnota úspory ovšem nereflektuje náklady na opotřebení vozidla, které procesem optimalizace modelu také klesnou. V tomto ohledu lze z pozorování vyčíst, že při použití optimalizačních metod byly pro trasy nalezeny převážně hlavní komunikace, což dlouhodobé opotřebení vozidla také snižuje. Z výsledků je také možno vidět, že v několika případech byla reálná trasa modelu kratší než trasa optimalizačního modelu, což je dáno právě snahou o nalezení co nejlépe průjezdných komunikací. Dokonce i čas strávený na okruzích byl v tomto ohledu někdy kratší v reálném modelu, což je ovšem zase dáno faktem, že zvolené kratší trasy byly ujety rychleji, než server *Mapy*.cz kalkuloval. Z dlouhodobého hlediska je tedy možné konstatovat, že trasy optimalizačního modelu jsou opravdu těmi vhodnými.

Poslední část porovnání měla za cíl zjistit časovou rezervu pro obsloužení jednotlivých zákazníků. Zatímco v reálném modelu se včasné obsloužení všech zákazníků nepodařilo zajistit, v optimalizovaném modelu je již tento předpoklad splněn. Pro poměření této rezervy byla zvolena jednoduchá metoda. Od smluveného termínu pro doručení objednávky byla odečtena hodnota její realizace. Vzniklý rozdíl pak reprezentuje časovou rezervu pro každou objednávku (viz tabulku č. 26). Následně byl součet všech těchto hodnot vydělen počtem objednávek. Tímto podílem pak byla zjištěna průměrná rezerva pro jednotlivou objednávku. Pro reálný model tedy vyšla průměrná časová rezerva 12 minut, což v případě objednávky ze zóny *A* znamená, že byla v průměru doručena za 48 minut. Pro optimalizační model vyšla tato hodnota na 25 minut, což pro analogický případ znamená doručení za 35 minut. Z tohoto pohledu jsou hodnoty optimalizačního modelu naprosto uspokojivé.

6 Závěr

Praktická část diplomové práce aplikuje model řešení TSP, který je analyzován v předešlé, teoretické části na konkrétní provozní podmínky firmy Pizza Vito.

Problém byl řešen na základě Simonova modelovacího přístupu Intelligence – Design – Choice, který byl nejprve obecně popsán. Následně byl charakterizován vybraný subjekt, tedy firma Pizza Vito, pro nějž byl definován optimalizační problém. Následovalo nastínění možnosti softwarového řešení a vytvoření dvou modelů ve fázi Design, jednoho pro pracovní dny, druhého pro tzv. víkendový provoz. Jednotlivým adresám byly přiřazeny zóny a určena časová okna, ve kterých mají být objednávky na tyto adresy dodány. Základním požadavkem takto vytvořených modelů bylo tedy pomocí vhodných tras rozvézt všechny objednávky v definovaných časových intervalech. Po provedení výpočtu ve fázi Choice rozvrhy vyhovovaly zadaným požadavkům, z čehož vyplývá, že stanovených cílů bylo dosaženo.

Druhá část praktické práce měla za cíl vyhodnotit efektivitu použité metody. Srovnání reálných hodnot naměřených ve firmě Pizza Vito s hodnotami teoreticky vypočtenými potvrdilo prvotní předpoklady, že po optimalizaci celého problému budou nové trasy pro provoz výhodnější jak z hlediska času, tak i nákladů. Výsledky jednotlivých výpočtů byly interpretovány v kapitole č. 5.

7 Seznam použitých zdrojů

Knižní zdroje

BAYER, Tomáš. *Algoritmy v digitální kartografii*. Praha: Karolinum, 2008. ISBN 978-80-246-1499-1.

COOK, W., 2012. *Po stopách obchodního cestujícího: matematika na hranicích možností*. 1. vyd. v českém jazyce. Praha: Argo. Zip (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-7636-412-4.

DANTZIG, George B. *Linear Programming and Extensions*. 2. vyd. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1963. ISBN 0-691-08000-3.

FÁBRY, Jan. *Dynamické okružní a rozvozní úlohy: disertační práce*. Praha: VŠE-FIS. 2006. ISBN 978-80-7431-036-2.

FÁBRY, Jan. *Matematické modelování*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing. 2011. ISBN 978-80-7431-066-9.

FIALA, Petr. *Operační výzkum: nové trendy*. Praha: Professional Publishing, 2010. ISBN 978-80-7431-036-2.

GUTIN, Gregory a Abraham P. PUNNEN. *The Traveling Salesman Problem and its variations*. New York: Springer, c2007. ISBN 0-387-44459-9.

JABLONSKÝ, Josef, 2007. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing. ISBN 978-80-86946-44-3.

JABLONSKÝ, Josef. *Programy pro matematické modelování*. 2., přeprac. vyd. Praha: Oeconomica, 2011. ISBN 978-80-245-1810-7.

KRÁL, Bohumil. *Manažerské účetnictví*. 4. rozšířené a aktualizované vydání. Praha: Management Press, 2018. ISBN 978-80-7261-568-1.

LAGOVÁ, Milada a Josef JABLONSKÝ. *Lineární modely*. 2., přeprac. vyd. Praha: Oeconomica, 2009. ISBN 978-80-245-1511-3.

MÁČE, Miroslav. *Manažerské účetnictví veřejného sektoru*. Praha: Grada, 2018. Účetnictví a daně (Grada). ISBN 978-80-271-2003-1.

MORSE, Philip M. a George E. KIMBALL. *Methods of Operations Research*. Mineola, N.Y.: Dover Publications, 2003. ISBN 04-86432343.

PELIKÁN, Jan. *Diskrétní modely v operačním výzkumu*. Brno: Professional Publishing. 2001. ISBN 80-864-1917-7.

SIMON, Henry. *The New Science of Management Decision*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1960. ISBN 0136161367.

ŠMEREK, Michal a Jiří MOUČKA. *Ekonomicko-matematické metody: učební text pro distanční studium*. Brno: Univerzita obrany, 2008. ISBN 978-80-7231-526-0.

ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody.* Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk. 2011. ISBN 978-80-7380-345-2.

ZIMOLA, Bedřich. *Operační výzkum.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta managementu a ekonomiky ve Zlíně, 2000. ISBN 80-214-1664-5.

Webové zdroje

BALAS, Egon. *A note of the branch and bound principle*. [online] [cit. 2019-10-14]. Dostupné z: https://pubsonline.informs.org/doi/pdf/10.1287/opre.16.2.437

CLAY MATEMATICS INSTITUTE. *P vs NP Problem* [online] [cit. 2019-10-25]. Dostupné z: http://www.claymath.org/millennium-problems/p-vs-np-problem

COOK, Stephen. The P versus NP Problem. [online] [cit. 2019-10-27]. Dostupné z: http://www.claymath.org/sites/default/files/pvsnp.pdf

DEMEL, Jiří. *Operační výzkum* [online]. [cit. 2020-03-08]. Dostupné z: https://kix.fsv.cvut.cz/~demel/ped/ov/ov110215.pdf

FÁBRY, Jan. *Diskrétní modely* [online]. Praha, 2016 [cit. 2019-10-19]. Dostupné z: https://nb.vse.cz/~fabry/4EK314-prezentace.pdf.

FORREST, James. *CBC user guide 26. července 1954*. [online]. [cit. 2019-09-20]. Dostupné z: https://www.coin-or.org/Cbc/cbcuserguide.html#least

FORTNOW, Lance. *The Status of the P versus NP Problem*. [online] [cit. 2019-10-17]. Dostupné z: https://lance.fortnow.com/papers/files/pnp-cacm.pdf

HLADÍK, Milan. *Celočíselné programování: text k přednášce z roku 2017*. Praha, 45 s. Dostupné z: https://kam.mff.cuni.cz/~hladik/CP/text_cp.pdf

NEWSWEEK. *Drummer´s Delight 26. července 1954*. [online]. [cit. 2019-09-20]. Dostupné z: http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/data/usa/img/newsweek.jpg

PUDLÁK, Pavel. *Staré a nové problémy v matematice*. [online] [cit. 2019-10-18]. Dostupné z: https://vesmir.cz/cz/casopis/archiv-casopisu/1995/cislo-6/stare-nove-problemy-matematice.html

8 Přílohy

Příloha č. 1: Datový základ pro první model (pondělí až čtvrtek)

Příloha č. 2: Datový základ pro druhý model (pátek až neděle)

Příloha č. 1: Datový základ pro první model (pondělí až čtvrtek)

1. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:00	Za Halami 877	**11:00**	**11:30**	6
2.	11:00	Na Pískách 134	**11:31**	**12:00**	3
3.	11:08	Za Halami 877	**12:01**	**12:30**	1
4.	11:15	Vysokoškolská 52	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:20	Kamýcká 1083	**13:01**	**13:30**	1
6.	11:26	Kamýcká 4 A	**13:31**	**14:00**	1
7.	11:38	Přerušená 189	**14:01**	**14:30**	2
8.	11:40	Suchdolské náměstí	**14:31**	**15:00**	1
9.	11:42	K Háji 15	**15:01**	**15:30**	2
10.	12:08	Staročeská 1	**15:31**	**16:00**	1
11.	12:34	Holubí 3	**16:01**	**16:30**	2
12.	12:36	Výhledské náměstí 16	**16:31**	**17:00**	0
13.	12:38	Kroupka 64	**17:01**	**17:30**	0
14.	13:14	Starosuchdolská 11	**17:31**	**18:00**	0
15.	13:38	V Sedlci 4	**18:01**	**18:30**	4
16.	14:02	Mik. Alše 794	**18:31**	**19:00**	3
17.	14:11	Kamýcká 64	**19:01**	**19:30**	2
18.	14:42	Staročeská 33	**19:31**	**20:00**	1
19.	15:10	Na Vrchmezí 12	**20:01**	**20:30**	2
20.	15:27	Třešňovka 101	**20:31**	**21:00**	3
21.	15:45	Suchdolská 3	**21:01**	**21:30**	1
22.	16:16	Hřebenova			
23.	16:27	Politických vězňů 692			
24.	18:15	Habrova 938			
25.	18:17	Havraní 9			
26.	18:20	U Kruhovky 12			
27.	18:27	Kamýcká 1281			
28.	18:32	Sídlištní 18 H			
29.	18:36	Ke Kozím hřbetům 8			
30.	18:44	Armádní 25			

31.	19:01	K Roztokům 55			
32.	19:04	Nad Dolíky 15			
33.	19:47	Kamýcká 1281			
34.	20:02	Návazná 34			
35.	20:08	Internacionální 1			
36.	20:33	K Osmidomkům 24			
37.	20:39	Kamýcká 55			
38.	20:53	Kamýcká 1280			
39.	21:07	U Myslivny 881			

2. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:13	Internacionální 8	**11:00**	**11:30**	3
2.	11:15	Lesnická fakulta	**11:31**	**12:00**	2
3.	11:29	Stržná 13	**12:01**	**12:30**	1
4.	11:38	Kamýcká 1283	**12:31**	**13:00**	1
5.	11:47	Kamýcká 1280	**13:01**	**13:30**	1
6.	12:08	Suchdolské náměstí	**13:31**	**14:00**	0
7.	12:59	Třešňovka 108	**14:01**	**14:30**	1
8.	13:16	Dvorská 1	**14:31**	**15:00**	3
9.	14:21	Budyňská 3 A	**15:01**	**15:30**	3
10.	14:31	Novosuchdolská 19	**15:31**	**16:00**	2
11.	14:47	Kroupka 64	**16:01**	**16:30**	0
12.	14:48	Kamýcká 1283	**16:31**	**17:00**	1
13.	15:13	Za Halami 877	**17:01**	**17:30**	1
14.	15:14	Suchdolská 35	**17:31**	**18:00**	2
15.	15:21	Kamýcká 20	**18:01**	**18:30**	1
16.	15:48	K Horoměřičům 49	**18:31**	**19:00**	2
17.	15:55	Dvorská 14	**19:01**	**19:30**	2
18.	17:00	Kamýcká 1280	**19:31**	**20:00**	3
19.	17:15	U Lip 135	**20:01**	**20:30**	3
20.	17:45	Staročeská 1	**20:31**	**21:00**	3
21.	17:50	Kamýcká 1280	**21:01**	**21:30**	1

22.	18:22	Kamýcká 4 C			
23.	18:37	Kamýcká 1281			
24.	18:38	Kamýcká 129			
25.	19:12	Armádní 13			
26.	19:30	Novosuchdolská 19			
27.	19:38	V Údolí 6			
28.	19:52	K Horoměřicům 26			
29.	20:00	Suchdolská 3			
30.	20:08	Velvarská 15			
31.	20:11	Sadová 391			
32.	20:26	Boženy Němcové 710			
33.	20:43	Kamýcká 1280			
34.	20:50	K Chotolu 502			
35.	20:53	K Horoměřicům 45			
36.	21:06	Špačkova 1			

3. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:00	Suchdolské náměstí 5	**11:00**	**11:30**	8
2.	11:00	Gagarinova 31	**11:31**	**12:00**	1
3.	11:01	Kamýcká 1280	**12:01**	**12:30**	2
4.	11:02	Za Drupolem 420	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:03	Karla IV. 942	**13:01**	**13:30**	1
6.	11:06	Nebušická 709	**13:31**	**14:00**	1
7.	11:18	Výhledy – Konečná	**14:01**	**14:30**	0
8.	11:20	Suchdolské náměstí	**14:31**	**15:00**	3
9.	11:36	Suchdolské náměstí 7	**15:01**	**15:30**	0
10.	12:07	Nad Štolou 768	**15:31**	**16:00**	4
11.	12:23	Holubí 3	**16:01**	**16:30**	1
12.	12:49	Holubí 2	**16:31**	**17:00**	0
13.	12:54	Na Mírách 1301	**17:01**	**17:30**	4
14.	12:57	K Drsnici 16	**17:31**	**18:00**	5
15.	13:19	Ke Kladivům 8	**18:01**	**18:30**	2

16.	13:44	Za Humny 297	**18:31**	**19:00**	3
17.	14:31	K Horoměřicům 28	**19:01**	**19:30**	3
18.	14:48	Habrova 938	**19:31**	**20:00**	4
19.	14:57	Račanská 43	**20:01**	**20:30**	1
20.	15:36	K Horoměřicům 45	**20:31**	**21:00**	0
21.	15:38	U Kruhovky 28	**21:01**	**21:30**	0
22.	15:51	Kamýcká 1283			
23.	15:55	Při Hranici 8			
24.	16:20	Kroupka 64			
25.	17:02	Stehlíkova 20			
26.	17:10	U Kruhovky 1			
27.	17:29	V Sedlci 4b			
28.	17:30	Výhledské náměstí 16			
29.	17:31	Kamýcká 1218			
30.	17:34	Kamýcká 1280			
31.	17:44	Vysokoškolská 49			
32.	17:50	Novosuchdolská 34			
33.	18:00	Novosuchdolská 40			
34.	18:12	Budyňská 32			
35.	18:22	Za Drupolem 383			
36.	18:40	Armádní 13			
37.	18:43	Kamýcká 8			
38.	18:54	Novosuchdolská 19			
39.	19:02	Kamýcká 933			
40.	19:11	Kamýcká 4 C			
41.	19:27	Kamenická 635			
42.	19:33	Ke Kůlnám 547			
43.	19:40	Kamýcká 4 B			
44.	19:43	Kamýcká 1280			
45.	19:51	K Vodárně 904			
46.	20:14	Nad Mohylou 900			

4. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:00	Suchdolské náměstí 5	**11:00**	**11:30**	2
2.	11:15	Kamýcká 1280	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:42	Nad Dolíky 22	**12:01**	**12:30**	1
4.	11:48	Otvovická 2	**12:31**	**13:00**	1
5.	11:56	Staročeská 33	**13:01**	**13:30**	1
6.	11:57	Bažantí 1	**13:31**	**14:00**	4
7.	12:06	Kralupská 246	**14:01**	**14:30**	1
8.	12:48	Kroupka 64	**14:31**	**15:00**	2
9.	13:14	K Roztokům 15	**15:01**	**15:30**	1
10.	13:45	K Roztokům 47	**15:31**	**16:00**	0
11.	13:47	Při Hranici 8	**16:01**	**16:30**	0
12.	13:48	Gagarinova 29	**16:31**	**17:00**	1
13.	13:50	Stehlíkova 25	**17:01**	**17:30**	2
14.	14:13	Kamýcká 1281	**17:31**	**18:00**	1
15.	14:50	Kamýcká 1294	**18:01**	**18:30**	1
16.	14:53	Třešňovka 114	**18:31**	**19:00**	4
17.	15:23	Výhledské náměstí	**19:01**	**19:30**	2
18.	17:00	Kamýcká 1280	**19:31**	**20:00**	4
19.	17:07	Sídlištní 18 F	**20:01**	**20:30**	1
20.	17:25	Pod Rybníčkem 30	**20:31**	**21:00**	3
21.	17:55	Kamýcká 933	**21:01**	**21:30**	1
22.	18:02	Kamýcká 1280			
23.	18:43	Stržná 13			
24.	18:52	Otvovická 17			
25.	18:58	Ke Kozím hřbetům 5			
26.	19:00	Kamýcká 129 A			
27.	19:04	Rozvojová 4			
28.	19:06	Žákovská 1/30			
29.	19:44	V Údolí 10 C			
30.	19:49	Ke kozím hřbetům			
31.	19:51	Sídlištní 18 E			
32.	19:55	Kovárenská 6/12			

33.	20:18	Habrova 938			
34.	20:31	Kamýcká 8			
35.	20:48	Suchdolská 3 A			
36.	20:51	Sídlištní 18 G			
37.	21:02	Komenského 915			

5. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:00	K Roztokům 53	**11:00**	**11:30**	8
2.	11:00	Kamýcká 1218	**11:31**	**12:00**	1
3.	11:01	K Roztokům 47	**12:01**	**12:30**	2
4.	11:09	K Horoměřicům 51	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:10	Novosuchdolská 10	**13:01**	**13:30**	1
6.	11:27	Kamýcká 933	**13:31**	**14:00**	1
7.	11:29	K Roztokům 63	**14:01**	**14:30**	0
8.	11:31	Do Oříšků 210	**14:31**	**15:00**	3
9.	11:46	Za Halami 877	**15:01**	**15:30**	0
10.	11:50	Kamýcká 1281	**15:31**	**16:00**	4
11.	11:53	Stržná 45	**16:01**	**16:30**	1
12.	12:09	Dvořákova 334	**16:31**	**17:00**	0
13.	12:18	Za Rájem 7	**17:01**	**17:30**	4
14.	12:50	Velvarská 991	**17:31**	**18:00**	5
15.	12:53	Ke Kozím hřbetům 3	**18:01**	**18:30**	2
16.	13:13	Brandejsovo náměstí	**18:31**	**19:00**	3
17.	13:30	Armádní 13	**19:01**	**19:30**	3
18.	13:43	Bicanova 900/6	**19:31**	**20:00**	4
19.	13:59	V Údolí 1	**20:01**	**20:30**	1
20.	14:13	Pod Rybníčkem 23	**20:31**	**21:00**	0
21.	14:40	Kamýcká 1218	**21:01**	**21:30**	0
22.	14:43	Janáčkova 721 C			
23.	15:11	Kroupka 64			
24.	15:13	Bažantí 8			
25.	15:35	Ke Kozím hřbetům 3			

26.	15:47	Kamýcká 1281			
27.	16:19	Novosuchdolská 8			
28.	16:32	Stržná 55			
29.	16:53	Za Špejcharem 887			
30.	17:21	Internacionální 19			
31.	17:24	U Kruhovky 8			
32.	17:26	Kamýcká 1280			
33.	17:53	Holubí 3			
34.	18:10	Seifertova 660			
35.	18:15	Za Drupolem 420			
36.	18:20	Sídlištní 18 C			
37.	18:21	K roztokům 10			
38.	18:26	Halasova 716,			
39.	18:36	Ke Kladivům 18			
40.	18:42	Kamýcká 1280			
41.	18:43	Kamýcká 4 C			
42.	19:00	Kamýcká 1281			
43.	19:04	Dvorská 1			
44.	19:06	Kamýcká 4 C			
45.	19:15	Nad Vltavou 2164			
46.	19:18	Masarykova 726			
47.	19:20	Bicanova 900/4			
48.	19:29	Na Parcelách 69			
49.	19:36	Mikuláše Alše 794			
50.	19:43	K Horoměřicům 25			
51.	19:46	Kamýcká 1280			
52.	20:23	Rohová 6			
53.	20:40	K Roztokům 12			
54.	20:43	Kamýcká 1283			
55.	20:52	Novosuchdolská 40			
56.	20:53	Mikuláše Alše 794			
57.	21:03	Kamýcká 1280			
58.	21:11	Kamýcká 1281			

6. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:13	Unětická 885	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:15	Pražská 115	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:19	Kamýcká 1280	**12:01**	**12:30**	3
4.	11:25	Pod Rybníčkem 23	**12:31**	**13:00**	1
5.	11:31	Sídlištní 18 A	**13:01**	**13:30**	4
6.	11:36	Internacionální 8	**13:31**	**14:00**	0
7.	11:42	Lysolajská 895	**14:01**	**14:30**	0
8.	11:45	Na Pískách 134	**14:31**	**15:00**	1
9.	12:15	Přerušená 108	**15:01**	**15:30**	1
10.	12:15	K Drsnici 16	**15:31**	**16:00**	0
11.	12:29	U Kruhovky 28	**16:01**	**16:30**	0
12.	12:47	Na cestě 3	**16:31**	**17:00**	0
13.	13:13	V Rokli 10	**17:01**	**17:30**	2
14.	13:18	Za Halami 877	**17:31**	**18:00**	1
15.	13:20	Vysokoškolská 52	**18:01**	**18:30**	5
16.	13:24	Výhledské náměstí	**18:31**	**19:00**	1
17.	14:44	Na Mírách 1301	**19:01**	**19:30**	4
18.	15:10	Za Halami 877	**19:31**	**20:00**	1
19.	17:08	Kamýcká 1280	**20:01**	**20:30**	3
20.	17:09	Suchdolské náměstí	**20:31**	**21:00**	1
21.	17:50	Kamýcká 933	**21:01**	**21:30**	0
22.	18:01	Zvoncová 2295			
23.	18:05	Suchdolské náměstí			
24.	18:17	Velvarská 24			
25.	18:18	Otvovická 10			
26.	18:30	Kamýcká 1218			
27.	18:38	Zákolanská 1			
28.	19:06	Starosuchdolská 23			
29.	19:07	Kamýcká 914			
30.	19:27	Kamýcká 4 C			
31.	19:29	Kamýcká 1280			
32.	19:59	K Roztokům 47			

33.	20:21	Václavská 455			
34.	20:22	U Myslivny 881			
35.	20:22	U Kruhovky 8			
36.	20:38	Staročeská 33			

7. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:03	Křičkova 12	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:05	Pod Rybníčkem 23	**11:31**	**12:00**	3
3.	11:21	Slepá 21	**12:01**	**12:30**	4
4.	11:28	T.G.Masaryka 907	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:38	V Podbabě 11	**13:01**	**13:30**	2
6.	11:46	Starosuchdolská 11	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:48	Velvarská 991	**14:01**	**14:30**	1
8.	12:02	Lysolajské údolí 62	**14:31**	**15:00**	2
9.	12:11	Do Oříšků 112	**15:01**	**15:30**	1
10.	12:20	Bažantí 807	**15:31**	**16:00**	2
11.	12:22	Vysokoškolská 52	**16:01**	**16:30**	2
12.	12:38	K Chotolu 258	**16:31**	**17:00**	1
13.	12:40	Výhledské náměstí 16	**17:01**	**17:30**	3
14.	12:55	Opletalova 1503	**17:31**	**18:00**	4
15.	13:15	K Roztokům 63	**18:01**	**18:30**	3
16.	13:19	Při Hranici 6	**18:31**	**19:00**	1
17.	13:38	Kamýcká 64	**19:01**	**19:30**	2
18.	13:50	Lysolajská 895	**19:31**	**20:00**	2
19.	14:07	Kolej JIH	**20:01**	**20:30**	1
20.	14:38	Kolej BCD	**20:31**	**21:00**	1
21.	14:51	Kapitulní 16	**21:01**	**21:30**	1
22.	15:24	K Roztokům 34			
23.	15:38	K Chotolu 502			
24.	15:40	Havlíčkova 667			
25.	16:08	K Horoměřicům			
26.	16:20	Na Vrchmezí 787			

27.	16:55	Suchdolské náměstí 8			
28.	17:01	Suchdolská 11			
29.	17:08	Vysokoškolská 33			
30.	17:22	Za Halami 877			
31.	17:37	Rozvojová 3			
32.	17:48	Špačkova 3			
33.	17:50	Svatý Jan 12			
34.	17:59	Unětická 327			
35.	18:04	Kamýcká 60			
36.	18:21	Novosuchdolská 15			
37.	18:28	K Roztokům 34			
38.	18:36	Kamýcká 1280			
39.	19:08	Uzoučká 3			
40.	19:15	Kamýcká 4 B			
41.	19:37	Suchdolská 7			
42.	19:48	U Roztockého háje 1			
43.	20:05	Za Drupolem 420			
44.	20:38	Velvarská 15			
45.	21:03	Staročeská 34			

8. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:00	Za Halami 877	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:02	K roztokům 63	**11:31**	**12:00**	3
3.	11:10	Za sokolovnou 9 A	**12:01**	**12:30**	4
4.	11:13	Novosuchdolská 15	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:16	Za Halami 877	**13:01**	**13:30**	2
6.	11:24	Za Halami 877	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:35	Suchdolská 11	**14:01**	**14:30**	1
8.	11:36	Pod Vodojemem 1728	**14:31**	**15:00**	2
9.	11:38	Spojovací 268	**15:01**	**15:30**	1
10.	11:54	U kruhovky 8	**15:31**	**16:00**	2
11.	11:56	Kamýcká 1280	**16:01**	**16:30**	2

12.	12:15	K Roztokům 34	**16:31**	**17:00**	1
13.	12:18	K Horoměřicům 53	**17:01**	**17:30**	3
14.	12:23	Kamýcká 129 A	**17:31**	**18:00**	4
15.	12:24	K Horoměřicům 57	**18:01**	**18:30**	3
16.	12:33	Jana Palacha 324	**18:31**	**19:00**	1
17.	12:51	Kamýcká 4 D	**19:01**	**19:30**	2
18.	13:03	Kamýcká 60	**19:31**	**20:00**	2
19.	13:05	Návazná 19	**20:01**	**20:30**	1
20.	13:18	Kamýcká 1283	**20:31**	**21:00**	1
21.	13:37	Špačkova 3	**21:01**	**21:30**	1
22.	13:43	K Roztokům 7			
23.	14:21	Sukova 459			
24.	14:33	Karla IV. 942			
25.	14:37	Habrova 938			
26.	15:18	K Horoměřicům 31			
27.	15:23	Kamýcká 4 C			
28.	16:34	U Kruhovky 12			
29.	16:41	Kamýcká 1280			
30.	16:57	Trojanův mlýn 16/2			
31.	17:11	Kosova 27			
32.	17:23	Podholí 3			
33.	17:34	Sídlištní 18 A			
34.	17:38	Holubí 4			
35.	18:03	Suchdolská 35			
36.	18:37	Sadová 391			
37.	18:47	Pražská 48			
38.	19:01	Hřebenova 16			
39.	19:09	Staročeská 1			
40.	19:27	Komenského 915			
41.	19:37	Kamýcká 933			
42.	19:41	Bažantí 8			
43.	20:03	Kamýcká 1281			
44.	20:48	Rýznerova 15			

9. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:03	Vysokoškolská 33	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:11	Za Halami 877	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:18	K Roztokům 47	**12:01**	**12:30**	3
4.	11:24	Budyňská 3	**12:31**	**13:00**	4
5.	11:39	Kamýcká 1280	**13:01**	**13:30**	1
6.	11:48	Za Dvorem 523	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:55	Kamýcká 1283	**14:01**	**14:30**	3
8.	11:59	Sídlištní 18 A	**14:31**	**15:00**	0
9.	12:16	Holubí 1	**15:01**	**15:30**	1
10.	12:18	Na Vrchmezí 2	**15:31**	**16:00**	2
11.	12:24	Sídlištní 20	**16:01**	**16:30**	2
12.	12:44	Habrova 938	**16:31**	**17:00**	0
13.	12:51	Nad Dolíky 26	**17:01**	**17:30**	4
14.	12:53	Hašlerova 5	**17:31**	**18:00**	4
15.	12:58	Návazná 19	**18:01**	**18:30**	3
16.	13:28	Boční 444	**18:31**	**19:00**	2
17.	13:31	Kralupská 83	**19:01**	**19:30**	1
18.	13:48	Novosuchdolská 40	**19:31**	**20:00**	1
19.	14:03	Armádní 13	**20:01**	**20:30**	2
20.	14:21	U Nového Suchdola	**20:31**	**21:00**	2
21.	14:28	Otvovická 10	**21:01**	**21:30**	1
22.	15:16	Spojovací 33			
23.	15:31	Konzumní 164			
24.	15:38	Kamýcká 1281			
25.	16:03	Kamýcká 1283			
26.	16:18	Gagarinova 1			
27.	17:02	Stehlíkova 18			
28.	17:11	Lysolajská 895			
29.	17:24	Rozvojová 263			
30.	17:25	Kosova 27			
31.	17:33	Hřebenova 16			
32.	17:38	V Podbabě 21			

33.	17:51	Kamýcká 1280			
34.	17:52	Za Halami 877			
35.	18:11	Kamýcká 1280			
36.	18:28	Smetanova 394, VP.			
37.	18:30	Do vrchu 4			
38.	18:37	Kolej BCD			
39.	18:48	Bicanova 900, H.			
40.	19:13	Kolej A			
41.	19:46	Dubová 1026, H.			
42.	20:11	Nad Štolou 768, H.			
43.	20:22	Kolej BCD			
44.	20:38	Křičkova 12			
45.	20:41	Nad Mohylou 900			
46.	21:08	Kolej JIH			

10. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:00	Velvarská 24	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:05	Na Vrchmezí 10	**11:31**	**12:00**	2
3.	11:25	Osvobození 5	**12:01**	**12:30**	4
4.	11:28	Gagarinova 29	**12:31**	**13:00**	2
5.	11:53	Vysokoškolská 54	**13:01**	**13:30**	3
6.	11:58	Novosuchdolská 32	**13:31**	**14:00**	1
7.	12:01	Za Halami 877	**14:01**	**14:30**	1
8.	12:06	Brandejsovo náměstí 7	**14:31**	**15:00**	1
9.	12:11	U Kruhovky 1	**15:01**	**15:30**	3
10.	12:27	Nebušická 372	**15:31**	**16:00**	0
11.	12:46	Kamýcká 1081	**16:01**	**16:30**	3
12.	12:48	Politických vězňů 708	**16:31**	**17:00**	1
13.	13:01	Staročeská 12	**17:01**	**17:30**	5
14.	13:21	Gagarinova 20	**17:31**	**18:00**	3
15.	13:28	Suchdolská 3	**18:01**	**18:30**	5
16.	13:59	Nad Vltavou 2164	**18:31**	**19:00**	1
17.	14:11	Novosuchdolská 13 A	**19:01**	**19:30**	3

18.	14:38	K Roztokům 27	**19:31**	**20:00**	2
19.	15:06	K Drsnici 16	**20:01**	**20:30**	3
20.	15:17	Kamýcká 4 C	**20:31**	**21:00**	2
21.	15:29	Pod Rybníčkem 23	**21:01**	**21:30**	2
22.	16:11	Za Halami 877			
23.	16:12	Za Halami 877			
24.	16:27	Kamýcká 1281			
25.	16:54	Kamýcká 20			
26.	17:02	Stehlíkova 22			
27.	17:08	Suchdolské náměstí 8			
28.	17:11	K Horoměřicům 16			
29.	17:24	K Háji 15			
30.	17:29	Sídlištní 18 H			
31.	17:37	Politických Vězňů 642			
32.	17:48	Hřebenova 16			
33.	17:50	K Horoměřicům 49			
34.	18:09	Habrova 938			
35.	18:10	Třešňovka 101			
36.	18:14	Přerušená 189			
37.	18:21	Holubí 1			
38.	18:29	Holubí 7			
39.	18:37	V Rokli 10/4			
40.	19:08	Armádní 13			
41.	19:17	Sadová 391			
42.	19:21	Stehlíkova 28			
43.	19:47	Za Drupolem 420			
44.	19:58	Lysolajské údolí 43			
45.	20:11	Kamýcká 933			
46.	20:17	Václavská 455			
47.	20:28	Nad Mohylou 900			
48.	20:39	Kamýcká 1280			
49.	20:47	Velvarská 15			
50.	21:08	Mikuláše Alše 794			
51.	21:10	Uzoučká 1			

Příloha č. 2: Datový základ pro druhý model (pátek až neděle)

1. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:02	Kamýcká 4 C	**11:00**	**11:30**	5
2.	11:10	K Roztokům 34	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:13	Dvorská 1	**12:01**	**12:30**	4
4.	11:18	Slovanská 384	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:19	Nad Štolou 768	**13:01**	**13:30**	1
6.	11:34	Kamýcká 55/5	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:49	V Údolí 27	**14:01**	**14:30**	2
8.	11:51	Kamýcká 1280	**14:31**	**15:00**	1
9.	11:59	V Údolí 32	**15:01**	**15:30**	2
10.	12:11	Suchdolské náměstí 7	**15:31**	**16:00**	1
11.	12:21	Kamýcká 1280	**16:01**	**16:30**	1
12.	12:28	Rozvojová 8	**16:31**	**17:00**	2
13.	12:30	Vysokoškolská 52	**17:01**	**17:30**	2
14.	12:48	Velvarská 17	**17:31**	**18:00**	2
15.	12:49	Stehlíkova 20	**18:01**	**18:30**	4
16.	12:58	Chelčického 2178	**18:31**	**19:00**	2
17.	13:26	Spojovací 268	**19:01**	**19:30**	2
18.	13:38	Stehlíkova 18	**19:31**	**20:00**	1
19.	13:41	K Horoměčicům 57	**20:01**	**20:30**	2
20.	14:08	Suchdolské náměstí 12	**20:31**	**21:00**	1
21.	14:26	Na Rybářce 27	**21:01**	**21:30**	1
22.	14:38	K Horoměčicům 37			
23.	15:11	T.G. Masaryka 925			
24.	15:24	K Roztokům 63			
25.	15:37	K Roztokům 34			
26.	16:08	Lysolajská 896			
27.	16:39	Třešňovka 47			
28.	16:47	K Horoměřicům 20			
29.	17:10	Tiché údolí 119			
30.	17:28	K Horoměřicům 43			

31.	17:41	Kamýcká 6			
32.	17:48	K Roztokům 13			
33.	18:12	Holubí 6			
34.	18:23	Osvobození 36			
35.	18:24	Lanýžová 3			
36.	18:30	Nad Dolíky 5			
37.	18:41	K Osmidomkům 3			
38.	18:49	Unětická 182			
39.	19:08	Máchova 700			
40.	19:24	Velvarská 17			
41.	19:36	Kamýcká 1283			
42.	20:07	Kamýcká 20			
43.	20:13	Staročeská 33			
44.	20:47	Nad Mohylou 909			
45.	21:08	Kamýcká 1283			

2. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:04	Za Halami 877	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:06	Za Halami 877	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:13	Kamýcká 1283	**12:01**	**12:30**	5
4.	11:27	Špačkova 3 A	**12:31**	**13:00**	2
5.	11:41	Třešňovka 101	**13:01**	**13:30**	3
6.	11:50	Kamýcká 1283	**13:31**	**14:00**	3
7.	11:52	Novosuchdolská 10	**14:01**	**14:30**	1
8.	11:58	Staročeská 12	**14:31**	**15:00**	1
9.	12:03	Kamýcká 20	**15:01**	**15:30**	1
10.	12:17	Kamýcká 1281	**15:31**	**16:00**	1
11.	12:19	K Roztokům 26	**16:01**	**16:30**	3
12.	12:24	Kamýcká 1077	**16:31**	**17:00**	1
13.	12:28	Internacionální 8	**17:01**	**17:30**	3
14.	12:56	Kamýcká 1283	**17:31**	**18:00**	1
15.	12:59	Brandejsovo náměstí 1	**18:01**	**18:30**	3

16.	13:11	Suchdolské náměstí 12	**18:31**	**19:00**	3
17.	13:18	Kosova 3	**19:01**	**19:30**	2
18.	13:26	Nad Dolíky 5	**19:31**	**20:00**	2
19.	13:47	Holubí 7	**20:01**	**20:30**	2
20.	13:48	Habrova 938	**20:31**	**21:00**	1
21.	13:59	Kamýcká 15	**21:01**	**21:30**	2
22.	14:08	Preláta 83			
23.	14:36	U Lip 135			
24.	15:11	Kosova 27			
25.	15:46	Křičkova 12			
26.	16:03	Kamýcká 1280			
27.	16:11	Na Rybářce 7			
28.	16:23	U Nového Suchdola 1			
29.	16:39	Komenského 915			
30.	17:08	Svatý Jan 12			
31.	17:16	K Vinici 1			
32.	17:29	V Rokli 10/4			
33.	17:59	K Roztokům 20			
34.	18:08	Májová 4			
35.	18:11	Sídlištní 18 A			
36.	18:28	Špačkova 5			
37.	18:36	Velvarská 15			
38.	18:47	Kamýcká 1280			
39.	18:56	Suchdolská 59			
40.	19:07	Za Sokolovnou 9 A			
41.	19:21	Kroupka 64			
42.	19:36	Sadová 391			
43.	19:58	Seifertova 665			
44.	20:11	Výstavby 412			
45.	20:29	K Horoměřicům 57			
46.	20:47	Kamýcká 1283			
47.	21:02	Špačkova 1			
48.	21:06	Kamýcká 1280			

3. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:01	Novosuchdolská 26	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:08	Za Halami 877	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:21	Slovanská 384	**12:01**	**12:30**	3
4.	11:24	Staročeská 33	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:38	Politických vězňů 699	**13:01**	**13:30**	3
6.	11:47	Velvarská 15	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:53	Kamýcká 1280	**14:01**	**14:30**	3
8.	11:57	U Nového Suchdola 28	**14:31**	**15:00**	1
9.	12:06	Stržná 31	**15:01**	**15:30**	2
10.	12:11	K Roztokům 3	**15:31**	**16:00**	1
11.	12:27	Křičkova 8	**16:01**	**16:30**	4
12.	12:36	Armádní 13	**16:31**	**17:00**	0
13.	12:49	V Údolí 808	**17:01**	**17:30**	3
14.	12:57	Unětická 182	**17:31**	**18:00**	1
15.	13:06	Za Halami 877	**18:01**	**18:30**	2
16.	13:09	Staročeská 9	**18:31**	**19:00**	3
17.	13:17	Kamýcká 1283	**19:01**	**19:30**	2
18.	13:41	V Podbabě 21	**19:31**	**20:00**	1
19.	13:58	Lysolajské údolí 11	**20:01**	**20:30**	1
20.	14:06	Stržná 55	**20:31**	**21:00**	1
21.	14:17	Dvorská 1	**21:01**	**21:30**	1
22.	14:28	Uzoučká 3			
23.	14:37	Staročeská 35			
24.	15:02	Roztocká 134			
25.	15:27	Brandejsovo náměstí 7			
26.	15:48	Suchdolské náměstí 11			
27.	16:03	Suchdolské náměstí 3			
28.	16:07	Rohová 876			
29.	16:09	Holubí 6			
30.	16:11	Sídlištní 20			
31.	17:03	Kamýcká 1280			
32.	17:14	Dvořákova 599			

33.	17:29	Mikuláše Alše 794			
34.	18:00	K Padesátníku			
35.	18:11	Suchdolské náměstí 8			
36.	18:23	Velvarská 17			
37.	18:39	Kamýcká 1281			
38.	18:43	Kamýcká 1283			
39.	18:51	Návazná 42			
40.	19:17	K Chotolu 256			
41.	19:23	Ke Stavebninám 34			
42.	19:37	Kamýcká 20			
43.	20:06	V Údolí 15			
44.	20:27	Politických vězňů 708,			
45.	20:47	Suchdolské náměstí 5			
46.	21:02	Suchdolská 3			

4. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:01	Novosuchdolská 26	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:08	Za Halami 877	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:21	Slovanská 384	**12:01**	**12:30**	3
4.	11:24	Staročeská 33	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:38	Politických vězňů 699	**13:01**	**13:30**	3
6.	11:47	Velvarská 15	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:53	Kamýcká 1280	**14:01**	**14:30**	3
8.	11:57	U Nového Suchdola 28	**14:31**	**15:00**	1
9.	12:06	Stržná 31	**15:01**	**15:30**	2
10.	12:11	K Roztokům 3	**15:31**	**16:00**	1
11.	12:27	Křičkova 8	**16:01**	**16:30**	4
12.	12:36	Armádní 13	**16:31**	**17:00**	0
13.	12:49	V Údolí 808	**17:01**	**17:30**	3
14.	12:57	Unětická 182	**17:31**	**18:00**	1
15.	13:06	Za Halami 877	**18:01**	**18:30**	2
16.	13:09	Staročeská 9	**18:31**	**19:00**	3

17.	13:17	Kamýcká 1283	**19:01**	**19:30**	2
18.	13:41	V Podbabě 21	**19:31**	**20:00**	1
19.	13:58	Lysolajské údolí 11	**20:01**	**20:30**	1
20.	14:06	Stržná 55	**20:31**	**21:00**	1
21.	14:17	Dvorská 1	**21:01**	**21:30**	1
22.	14:28	Uzoučká 3			
23.	14:37	Staročeská 35			
24.	15:02	Roztocká 134			
25.	15:27	Brandejsovo náměstí 7			
26.	15:48	Suchdolské náměstí 11			
27.	16:03	Suchdolské náměstí 3			
28.	16:07	Rohová 876			
29.	16:09	Holubí 6			
30.	16:11	Sídlištní 20			
31.	17:03	Kamýcká 1280			
32.	17:14	Dvořákova 599			
33.	17:29	Mikuláše Alše 794			
34.	18:00	K Padesátníku			
35.	18:11	Suchdolské náměstí 8			
36.	18:23	Velvarská 17			
37.	18:39	Kamýcká 1281			
38.	18:43	Kamýcká 1283			
39.	18:51	Návazná 42			
40.	19:17	K Chotolu 256			
41.	19:23	Ke Stavebninám 34			
42.	19:37	Kamýcká 20			
43.	20:06	V Údolí 15			
44.	20:27	Politických vězňů 708			
45.	20:47	Suchdolské náměstí 5			
46.	21:02	Suchdolská 3			

5. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:02	Boční 444	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:13	Armádní 13	**11:31**	**12:00**	3
3.	11:18	Holubí 5	**12:01**	**12:30**	4
4.	11:28	Dvorská 1	**12:31**	**13:00**	4
5.	11:34	Rackova 7	**13:01**	**13:30**	2
6.	11:47	Rýznerova 1/26	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:50	Dubová 1026	**14:01**	**14:30**	1
8.	12:06	Sídlištní 26	**14:31**	**15:00**	2
9.	12:11	Gagarinova 29	**15:01**	**15:30**	2
10.	12:12	Nad Spáleným mlýnem	**15:31**	**16:00**	2
11.	12:26	Kamýcká 1283	**16:01**	**16:30**	0
12.	12:37	Dvořákova 334	**16:31**	**17:00**	3
13.	12:41	Kamýcká 1283	**17:01**	**17:30**	0
14.	12:50	Velvarská 991	**17:31**	**18:00**	5
15.	12:56	U Kruhovky 14	**18:01**	**18:30**	0
16.	13:11	Osvobození 36	**18:31**	**19:00**	6
17.	13:30	Za Špejcharem 887	**19:01**	**19:30**	4
18.	13:43	Zákolanská 1	**19:31**	**20:00**	6
19.	13:54	Svatý Jan 13, U.	**20:01**	**20:30**	2
20.	14:14	Stehlíkova 9	**20:31**	**21:00**	4
21.	14:38	Suchdolské náměstí 12	**21:01**	**21:30**	1
22.	14:43	Novosuchdolská 21			
23.	15:18	Kroupka 64			
24.	15:21	Staročeská 1			
25.	15:36	Gagarinova 33			
26.	15:47	Kamýcká 1281			
27.	16:35	Slovanská 384			
28.	16:41	Stržná 55			
29.	17:00	U Hrocha 4			
30.	17:38	Suchdolské náměstí 11			
31.	17:41	Kamýcká 1280			
32.	17:42	Kamýcká 1283			

33.	17:53	Gagarinova 1			
34.	18:00	Seifertova 660			
35.	18:31	Suchdolská 9			
36.	18:32	Stehlíkova 11			
37.	18:37	Stržná 45			
38.	18:49	U Lip 22			
39.	18:51	Kamýcká 933			
40.	18:58	Ke Kůlnám 371			
41.	19:13	Kamýcká 1283			
42.	19:16	T. G. Masaryka 907			
43.	19:28	Kamýcká 1281			
44.	19:29	Konzumní 128			
45.	19:31	Budyňská 3 A			
46.	19:40	Holubí 1			
47.	19:44	Návazná 17			
48.	19:48	U Hotelu 4			
49.	19:55	Máchova 690			
50.	20:00	Za Drupolem 420			
51.	20:02	Hřebenová 16			
52.	20:21	Kamýcká 1283			
53.	20:42	Stehlíkova 18			
54.	20:43	Kamýcká 1280			
55.	20:51	Sadová 684			
56.	20:54	Rozvojová 3			
57.	21:08	Uzoučká 3			

6. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:02	Armádní 13	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:11	Pražská 115	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:28	Kamýcká 1280	**12:01**	**12:30**	5
4.	11:30	Pod Rybníčkem 23	**12:31**	**13:00**	4
5.	11:37	Otvovická 10	**13:01**	**13:30**	3

6.	11:41	K Chotolu 502	**13:31**	**14:00**	1
7.	11:49	Lanýžová 5	**14:01**	**14:30**	1
8.	11:57	Lysolajská 895	**14:31**	**15:00**	2
9.	12:06	Dvorská 1	**15:01**	**15:30**	1
10.	12:11	Kamýcká 1283	**15:31**	**16:00**	2
11.	12:18	Havraní 11	**16:01**	**16:30**	1
12.	12:27	Stehlíková 27	**16:31**	**17:00**	2
13.	12:30	Unětická 167	**17:01**	**17:30**	4
14.	12:39	Na Cestě 3	**17:31**	**18:00**	6
15.	12:47	Křičkova 20	**18:01**	**18:30**	3
16.	12:53	Kamýcká 1283	**18:31**	**19:00**	2
17.	12:59	Na pískách 738	**19:01**	**19:30**	1
18.	13:12	Nad Spáleným mlýnem 17	**19:31**	**20:00**	1
19.	13:24	K Horoměřicům 35	**20:01**	**20:30**	1
20.	13:30	V Podbabě 11	**20:31**	**21:00**	1
21.	13:59	Za Hotely 813	**21:01**	**21:30**	2
22.	14:08	Vysokoškolská 31			
23.	14:22	Holubí 2			
24.	14:37	Slepá 21			
25.	14:50	Kamýcká 1283			
26.	15:21	U Studánky 194			
27.	15:47	Kamýcká 933			
28.	15:56	K Osmidomkům 3			
29.	16:08	Rohová 6			
30.	16:37	Májová 19			
31.	16:48	Vysokoškolská 52			
32.	17:08	Zvoncová 2295			
33.	17:23	Starodvorská 10			
34.	17:26	Holubí 7			
35.	17:29	K Roztokům 1			
36.	17:38	Návazná 19			
37.	17:39	Kamýcká 1280			
38.	17:47	Kamýcká 1281			
39.	17:49	Sídlištní 26			

40.	17:51	Alšova 3			
41.	18:00	Suchdolské náměstí 11			
42.	18:11	Kamýcká 1283			
43.	18:13	K Horoměřicům 55			
44.	18:19	Habrova 938 A			
45.	18:36	Kamýcká 1283			
46.	18:57	Václavská 455			
47.	19:11	T. G. Masaryka 907			
48.	19:58	Opletalova 1503			
49.	20:11	U Nového Suchdola 34			
50.	20:40	Novosuchdolská 40			
51.	21:09	Kamýcká 1280			

7. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:02	Za Halami 877	**11:00**	**11:30**	5
2.	11:08	Lysolajské údolí 11	**11:31**	**12:00**	5
3.	11:16	K Chotolu 258	**12:01**	**12:30**	3
4.	11:24	Suchdolské náměstí 12	**12:31**	**13:00**	5
5.	11:27	Dvořákova 599	**13:01**	**13:30**	1
6.	11:39	Kamýcká 1283	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:42	Žákovská 5	**14:01**	**14:30**	2
8.	11:48	Rackova 13	**14:31**	**15:00**	2
9.	11:57	Holubí 4	**15:01**	**15:30**	1
10.	11:59	Svatý Jan 13	**15:31**	**16:00**	1
11.	12:06	Kamýcká 1280	**16:01**	**16:30**	3
12.	12:17	Rozvojová 1	**16:31**	**17:00**	1
13.	12:29	Slovanská 384	**17:01**	**17:30**	4
14.	12:33	Hašlerova 5	**17:31**	**18:00**	3
15.	12:38	Nebušická 414	**18:01**	**18:30**	4
16.	12:47	Kamýcká 1280	**18:31**	**19:00**	2
17.	12:49	Kosova 3	**19:01**	**19:30**	2
18.	12:51	Dvorská 1	**19:31**	**20:00**	2

19.	13:09	U Státní dráhy 4	**20:01**	**20:30**	1
20.	13:37	V Sedlci 4 B	**20:31**	**21:00**	1
21.	13:48	Svrkyňská 753	**21:01**	**21:30**	1
22.	14:05	Suchdolské náměstí 5			
23.	14:19	Kamýcká 8			
24.	14:36	Gagarinova 31			
25.	14:57	Husova 1162			
26.	15:24	Kamýcká 1283			
27.	15:38	Kamýcká 1280			
28.	16:05	K Chumberku 4			
29.	16:11	Holubí 7			
30.	16:28	U Hrocha 4			
31.	16:37	Sídlištní 18 B			
32.	17:03	Rackova 7			
33.	17:11	Unětická 885			
34.	17:24	V Sedlci 4			
35.	17:29	Lysolajská 19			
36.	17:33	Stehlíkova 18			
37.	17:45	Kamýcká 1281			
38.	17:51	Komenského 915			
39.	18:02	Suchdolské náměstí 11			
40.	18:13	Gagarinova 29			
41.	18:16	Sídlištní 20			
42.	18:27	Stehlíkova 18			
43.	18:39	Kamýcká 129 A			
44.	18:46	Kamýcká 1280			
45.	19:02	Holubí 1			
46.	19:19	Ke Kouli 2			
47.	19:36	Nad Spáleným mlýnem 17			
48.	19:44	Ke Kulnám 547			
49.	20:03	U Nového Suchdola 34			
50.	20:47	Velvarská 1			
51.	21:06	Čapkova 1626			

8. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:02	Dvorská 1	**11:00**	**11:30**	3
2.	11:05	Kamýcká 1283	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:29	Armádní 13	**12:01**	**12:30**	4
4.	11:31	Rozvojová 1	**12:31**	**13:00**	2
5.	11:35	Ke Skále 275	**13:01**	**13:30**	4
6.	11:38	Suchdolské náměstí 12	**13:31**	**14:00**	2
7.	11:42	Levohradecká 1170	**14:01**	**14:30**	2
8.	12:05	Do Oříšků 210	**14:31**	**15:00**	0
9.	12:19	Kamýcká 1283	**15:01**	**15:30**	1
10.	12:24	Staročeská 12	**15:31**	**16:00**	3
11.	12:26	Stržná 11	**16:01**	**16:30**	0
12.	12:38	K Horoměřicům 55	**16:31**	**17:00**	1
13.	12:58	Sídlištní 20	**17:01**	**17:30**	2
14.	13:06	Habrova 938	**17:31**	**18:00**	4
15.	13:11	Nad Štolou 768	**18:01**	**18:30**	4
16.	13:26	Sídlištní 18 D	**18:31**	**19:00**	3
17.	13:29	Návazná 31	**19:01**	**19:30**	3
18.	13:41	Na Cestě 3	**19:31**	**20:00**	1
19.	13:58	Novosuchdolská 40	**20:01**	**20:30**	1
20.	14:10	Stržná 45	**20:31**	**21:00**	1
21.	14:21	Kamýcká 1281	**21:01**	**21:30**	2
22.	15:20	Kamýcká 4 C			
23.	15:38	Husova 1162			
24.	15:49	U Nového Suchdola 34			
25.	15:58	Boční 444			
26.	16:38	Sídlištní 18 C			
27.	17:11	Kamýcká 1283			
28.	17:24	K Horoměřicům 49			
29.	17:35	Kamýcká 1280			
30.	17:49	Třešňovka 101			
31.	17:55	Sadová 391			
32.	18:00	Dolina 10			

33.	18:10	Boženy Němcové 710			
34.	18:21	Staročeská 33			
35.	18:27	Politických vězňu 842			
36.	18:29	Kříčkova 9			
37.	18:36	Uzoučká 3			
38.	18:40	V Rokli 10/4			
39.	18:57	Kamýcká 933			
40.	19:04	Holubí 1			
41.	19:13	K Roztokům 34			
42.	19:27	Stehlíkova 18			
43.	19:47	Komenského 915			
44.	20:21	Ke Kouli 2			
45.	20:44	Kamýcká 1283			
46.	21:04	Kamýcká 1280			
47.	21:10	Suchdolské náměstí 3			
48.	19:44	Ke Kůlnám 547			
49.	20:03	U Nového Suchdola 34			
50.	20:47	Velvarská 1			
51.	21:06	Čapkova 1626			

9. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:05	Rýznerova 1/26	**11:00**	**11:30**	4
2.	11:08	Dvorská 1	**11:31**	**12:00**	6
3.	11:24	Gagarinova 24	**12:01**	**12:30**	2
4.	11:28	Osvobození 5	**12:31**	**13:00**	3
5.	11:31	Kralupská 150	**13:01**	**13:30**	3
6.	11:35	Zelená 496	**13:31**	**14:00**	0
7.	11:36	Havraní 11	**14:01**	**14:30**	3
8.	11:48	Armádní 26	**14:31**	**15:00**	2
9.	11:49	Kamýcká 1283	**15:01**	**15:30**	1
10.	11:58	Pod Rybníčkem 23	**15:31**	**16:00**	2
11.	12:19	Kamýcká 1283	**16:01**	**16:30**	3

12.	12:25	K Horoměřicům 47	**16:31**	**17:00**	0
13.	12:33	Nad Štolou 768	**17:01**	**17:30**	4
14.	12:47	Kamýcká 1280	**17:31**	**18:00**	3
15.	12:59	K Drsnici 19	**18:01**	**18:30**	3
16.	13:05	K Bytovkám 365	**18:31**	**19:00**	2
17.	13:19	Lysolajská 11	**19:01**	**19:30**	2
18.	13:27	V Údolí 15	**19:31**	**20:00**	1
19.	14:07	K Horoměřicům 29	**20:01**	**20:30**	2
20.	14:20	Špačkova 24	**20:31**	**21:00**	2
21.	14:27	Starodvorská 3	**21:01**	**21:30**	1
22.	14:46	Brandejsovo náměstí 8			
23.	14:59	Rohová 6			
24.	15:11	Ve Vilkách 402			
25.	15:36	Lysolajská 8			
26.	15:48	Na Mírách 14			
27.	16:08	Za Humny 295			
28.	16:17	Kamýcká 4 A			
29.	16:25	U Kruhovky 26			
30.	17:03	Budyňská 22			
31.	17:08	Na Pasece 7			
32.	17:16	Ke Kouli 2			
33.	17:27	Komenského 915			
34.	17:36	Májová 23			
35.	17:49	Za Sokolovnou 9 A			
36.	17:55	V Šáreckém údolí 6			
37.	18:11	Hřebenová 16			
38.	18:24	Za Cihelnou 222			
39.	18:30	K Roztokům 34			
40.	18:40	Výhledské náměstí 16			
41.	18:54	Kamýcká 1281			
42.	19:08	Velvarská 17			
43.	19:27	Kolmá 230			
44.	19:31	Kamýcká 933			
45.	20:10	V Podbabě 38			

46.	20:23	Kamýcká 1283			
47.	20:32	U Nového Suchdola 34			
48.	20:46	Kamýcká 1280			
49.	21:14	Velvarská 1			

10. pozorovaný den

Číslo	Přijetí objednávky	Místo doručení	Průběh objednávek		Četnost
1.	11:02	Gagarinova 29	**11:00**	**11:30**	6
2.	11:10	Budyňská 3 A	**11:31**	**12:00**	4
3.	11:19	Kamýcká 1280	**12:01**	**12:30**	7
4.	11:24	Husova 1050	**12:31**	**13:00**	2
5.	11:25	Kamýcká 933	**13:01**	**13:30**	4
6.	11:27	Rozvojová 1	**13:31**	**14:00**	3
7.	11:37	U Rybníčku 237	**14:01**	**14:30**	3
8.	11:41	Špačkova 3 A	**14:31**	**15:00**	1
9.	11:48	Sídlištní 20	**15:01**	**15:30**	3
10.	11:56	Kamýcká 1281	**15:31**	**16:00**	3
11.	12:08	Kamýcká 1283	**16:01**	**16:30**	3
12.	12:09	Kamýcká 1280	**16:31**	**17:00**	3
13.	12:20	Kamýcká 20	**17:01**	**17:30**	5
14.	12:22	Kamýcká 933	**17:31**	**18:00**	3
15.	12:27	Ke Kozím hřbetům 6/5	**18:01**	**18:30**	3
16.	12:29	Nad Štolou 768	**18:31**	**19:00**	3
17.	12:30	Za Hájem 4	**19:01**	**19:30**	0
18.	12:46	Ke Kladivům 10	**19:31**	**20:00**	1
19.	12:58	Kralupská 150	**20:01**	**20:30**	0
20.	13:02	Majerové 5	**20:31**	**21:00**	2
21.	13:08	Suchdolská 3	**21:01**	**21:30**	0
22.	13:17	Otvovická 10			
23.	13:29	Habrova 938 A			
24.	13:38	K Horoměřicům 53			
25.	13:44	Sídlištní 18 A			
26.	13:56	Holubí 5			

27.	14:03	Osvobození 5			
28.	14:09	Pod Hajnicí 198			
29.	14:30	Kamýcká 1281			
30.	14:38	Kamýcká 8			
31.	15:06	Za Hotely 811			
32.	15:11	Husova 1162			
33.	15:20	Kamýcká 1280			
34.	15:47	Staročeská 35			
35.	15:53	Akátová 788			
36.	15:59	Kamýcká 1283			
37.	16:08	Na Vrchmezí 787			
38.	16:13	Kamýcká 1280			
39.	16:27	Kamýcká 1280			
40.	16:39	K Horoměřicům 55			
41.	16:44	Na Kalvárii 80			
42.	16:50	K Chumberku 7			
43.	17:10	Rozvojová 3			
44.	17:12	Májová 23			
45.	17:20	K Horoměřicům 37			
46.	17:26	Keltská 475			
47.	17:27	K Roztokům 34			
48.	17:38	Komenského 915			
49.	17:49	Výhledské náměstí 16			
50.	17:50	Rohová 778			
51.	18:06	Holubí 7			
52.	18:15	Velvarská 1			
53.	18:19	Sídlištní 22			
54.	18:37	Stehlíkova 18			
55.	18:46	U Nového Suchdola 34			
56.	19:00	Ke Kůlnám 547			
57.	19:40	Kamýcká 1281			
58.	20:37	Za humny 186			
59.	20:41	Kamýcká 1283			