

**UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI**

**PEDAGOGICKÁ FAKULTA**

**Katedra matematiky**

## **Diplomová práce**

Bc. Dagmar Štěbrová

**Aktivizační metody ve výuce matematiky na 2. stupni ZŠ**

Obor: Učitelství matematiky pro 2.stupeň základních škol a učitelství  
přírodopisu a enviromentální výchovy pro 2. stupeň základních škol

Olomouc 2019

vedoucí práce: Mgr. Květoslav Bártek, Ph.D.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdroje.

V Olomouci dne .....

.....

Bc. Dagmar Štěbrová

## **Poděkování**

Děkuji Mgr. Květoslavu Bártkovi, Ph.D. za odborné vedení diplomové práce, poskytování rad a materiálových podkladků k práci. Dále bych chtěla poděkovat paní učitelce Mgr. Evě Winterové za umožnění vykonání výzkumu.

## Obsah

Úvod .....	7
1. Teoretická část .....	9
1.1 Pojem metoda .....	9
1.2 Historický vývoj výukových metod.....	10
1.3 Vlastnosti výukových metod .....	11
1.4 Klasifikace výukových metod.....	13
1.4.1 Klasifikace podle Obsta .....	13
1.4.1.1 Metody informačně receptivní.....	14
1.4.1.2 Metody problémové.....	14
1.4.1.3 Metody výzkumné .....	14
1.4.2 Klasifikace podle Maňáka .....	15
1.4.3 Klasifikace podle Maňáka a Švece.....	16
1.5 Aktivizační výukové metody .....	17
1.5.1 Stručná charakteristika vybraných aktivizačních metod.....	19
1.5.1.1 Metody diskuzní .....	19
1.5.1.2 Metody situační .....	20
1.5.1.3 Metody inscenační (hraní rolí) .....	20
1.5.1.4 Didaktické hry .....	21
1.5.1.5 Metody heuristické, řešení problémů .....	22
1.5.1.6 Projektová metoda (projektové vyučování).....	24
1.5.2 Badatelsky orientované vyučování (BOV) .....	25
1.5.2.1 Historie bádání.....	25
1.5.2.2 Filozofické směry spojené s termínem BOV.....	25
1.5.2.3 Význam BOV .....	31
1.5.2.4 BOV a přírodovědné vzdělávání .....	32
1.5.2.5 BOV a matematickém vzdělávání .....	32

1.5.2.6 Úrovně BOV .....	33
1.5.2.7 Role učitele a žáků v BOV .....	35
1.5.2.8 Průběh bádání .....	38
1.5.2.9 Výhody badatelsky orientované výuky .....	44
1.5.2.10 Nevýhody badatelsky orientované výuky.....	44
1.5.2.11 Emoce spojené s BOV .....	45
1.5.2.12 Mezinárodní šetření PISA .....	45
1.5.2.13 Projekty BOV .....	47
2. Praktická část.....	50
2.1 Magické čtverce .....	50
2.1.1 Historie magických čtverců.....	50
2.1.2 Magické čtverce .....	54
2.1.2.1 Liché magické čtverce .....	54
2.1.2.2 Sudé magické čtverce .....	58
2.1.2.3 Magické čtverce dělitelné 4.....	62
2.2 Empirická část.....	63
2.2.1 Zpracovaný námět pro badatelsky orientovanou výuku .....	63
2.2.1.1 Popis aktivity, výukových cílů .....	63
2.2.1.2 Předpoklad znalostí žáků pro tuto aktivitu: .....	63
2.2.1.3 Výukový cíl: .....	63
2.2.1.4 Organizace (průběh) bádání.....	64
2.2.2 Empirické šetření.....	65
2.2.2.1 Metody empirického šetření .....	65
2.2.2.2 Výukový experiment .....	65
2.2.3 Test .....	72
2.2.3.1 Charakteristika testu .....	72
2.2.4 Postoje žáků k průběhu badatelsky orientované výuky .....	78

2.2.5 Shrnutí empirického šetření a doporučení pro pedagogickou praxi.....	90
2.2.5.1 Pedagogické pozorování v průběhu provedení experimentu badatelské výuky	90
2.2.5.2 Test .....	91
2.2.5.3 Postoje žáků k průběhu badatelsky orientované výuky.....	91
Závěr.....	92
Seznam použité literatury .....	94
Použité obrázky .....	103
Seznam obrázků.....	105
Tabulky.....	106
Seznam grafů .....	107
Seznam zkratk.....	108
Seznam příloh.....	109

## Úvod

V posledních letech je ve školství stále větší tlak na zvyšování inovativních přístupů ve výuce. Vše začalo ve 20. století po reformním pedagogickém hnutí. Na tradiční výukové metody se vzneslo mnoho kritiky, díky direktivnímu řízení, proto se začaly objevovat metody, které se soustřeďovaly na aktivnější spoluúčast žáků. Nešlo však o něco zcela nového, tradiční metody zůstaly jako osvědčené, do kterých se postupně začleňovaly pokrokové metody a inovace.

Jednou z těchto metod je badatelsky orientovaná výuka. Tato metoda je založena na konstruktivistickém přístupu ve vzdělávání. Učivo je založeno na bádání, hledání a objevování. Žáci jsou ve vyučování aktivní, konstruuji si poznání na základě vlastních zkušeností a jsou připraveni pro život.

V současné době je ze strany žáků na matematiku pohlíženo jako na neoblíbený předmět. Převážně žáci 2. stupně základních škol v hodinách matematiky postrádají smysl pro učení a propojení dané látky s reálným životem. V hodinách pokládají vyučujícím mnoho otázek typu: „K čemu nám to bude?“, „Proč se to učíme?“, „Kdy to v životě použijeme?“. Z tohoto důvodu se domnívám se, že by badatelsky orientovaná výuka mohla pomoc zlepšit současný stav. Rozvíjela by zájem o matematiku, zefektivnila vyučování, tvůrčí schopnosti žáků a propojenost s reálným životem. Žáci by snadněji matematiku pochopili, objevili aplikovatelnost matematického aparátů v matematice samotné, ale i v různých sférách lidské činnosti. V neposlední řadě by se badatelsky orientovanou výukou stala matematika zajímavější.

Hlavním cílem diplomové práce je charakterizovat badatelskou výuku na základě analýzy odborné literatury a provést výukový experiment badatelské výuky na ZŠ, který bude proveden ve dvou paralelních třídách (třída s rozšířenou výukou matematiky a běžná třída). Dílčím cílem diplomové práce je zpracování námětu pro badatelsky orientovanou výuku a vytvoření jednoduchého testu, který ověří, zda si žáci obsah výuky osvojili. Dalším dílčím cílem diplomové práce je zjistit postoje žáků k průběhu provedení badatelsky orientované výuky.

Teoretická část diplomové práce se skládá z několika kapitol. První tři kapitoly se zabývají pojmem metoda, jejím historickým vývojem a vlastnostmi. Čtvrtá kapitola se zabývá klasifikací výukových metod podle různých autorů. Pátá kapitola je zaměřena na aktivizační metody a jejich stručnou charakteristiku. Nejvíce zájmu získala badatelsky orientovaná výuka,

a proto se jí tato kapitola podrobně věnuje. Kapitola se zaměřila na její historii, význam, průběh, výhody i nevýhody. Dále se seznámila s výsledky mezinárodního šetření PISA zabývající se badatelsky orientovanou výukou z uplynulých let a s projekty vztahující se k tomuto tématu.

Praktická část diplomové práce má také více částí. V první části se nachází kapitola, která se zabývá teorií tématu, která byla předmětem praktické části diplomové práce. Druhá část se zabývá zpracováním námětu pro badatelsky orientovanou výuku. Následuje část věnovaná výukovému experimentu, který spočíval v provedení badatelské výuky ve dvou paralelních třídách. Další část se zabývá vytvořením jednoduchého testu, který ověří, zda si žáci obsah výukovým experimentem osvojili. Poslední část této práce se zabývá postoji žáků k průběhu badatelsky orientované výuky.



# 1. Teoretická část

## 1.1 Pojem metoda

Pojem metoda má původ z řeckého slova *Methodos*. Jeho význam znamená cesta směrem k cíli neboli postup. Metoda je tedy významným nástrojem a cestou, která vede k dosahování cílů v každé činnosti. Výuková metoda vede k dosažení stanovených výukových cílů. Funkce výukové metody je především vzdělávací, ale i výchovná. (Mojžíšek, 1975; Skalková, 2007; Kalhous, 2009)

Pomocí výukových metod jsou žákům zprostředkovány informace, které si žáci upevňují, procvičují a stávají se trvalejšími. (Mojžíšek, 1975).

Autoři uvádějí různé definice pojmu metoda:

*„V didaktice pod pojmem výuková metoda chápeme způsoby záměrného uspořádání činností učitele i žáků, které směřují ke stanoveným cílům.“* (Skalková, 2007, s. 181)

*„Metodu výuky lze chápat jako koordinovaný, úzce propojený systém výukových činností učitele a učebních aktivit žáků, orientovaných na dosažení výchovně-vzdělávacích cílů.“* (Maňák, 1997, s. 20)

L. Klingberg (1957 cit. podle Maňák, 1967, s. 20) zahrnuje pod termínem výuková metoda *„soubor všech postupů a prostředků, kterých se používá záměrným a promyšleným způsobem tak, aby si žák dokonale osvojil vyučovací látku“*.

Jinou definici uvádí Chlup (1939 cit. podle Mojžíšek, Lubomír, 1975, s. 9-10), který metodu považuje za *„cílevědomý, promyšlený způsob nebo postup, kterého učitel soustavně užívá a jímž usiluje o dosažení stanoveného výchovně vzdělávacího cíle“*.

Mojžíšek (1975, s. 16) poznamenává, *„výuková metoda je pedagogická aktivita subjektu a objektu vyučování, rozvíjející vzdělanostní profil žáka, současně působící výchovně, a to ve smyslu vzdělávacích a také výchovných cílů a v souladu s vyučovacími a výchovnými principy. Spočívá v úpravě obsahu, v usměrnění aktivity objektu a subjektu.“*

Výukové metody se často nazývají i vyučovací metody, oba názvy mají stejný význam a vystihují totéž. (Průcha, Mareš a Walterová 2003)

## 1.2 Historický vývoj výukových metod

S výchovou a výukou se člověk setkává od počátku lidské pospolitosti. V období, kdy žáci ještě nebyli vzděláváni v institucích a byli vyučováni příležitostně, tak převládaly metody, které byly založené na nápodobě činností dospělých. Velký význam mělo vyprávění a vysvětlování, které se pojilo s uchováváním tradic v podobě mýtů a bájí, které byly předávány dalším generacím. (Maňák, 1997)

Postupem času se výukové metody rozšiřovaly. V období antického Řecka se vyvíjely metody přednášky a metody rozhovoru. Metoda rozhovoru se často nazývá sokratická, tento název vznikl po jejím tvůrci. „*Tzv. sokratická metoda zachycená Platonem mimo jiné např. v dialogu Menon, je stále základem heuristických postupů.*“ (Maňák, 1997, s. 20) Antičtí řečníci, učitelé řečnictví a filozofové dokázali svými výklady zaujmout mnoho posluchačů. Využívali tehdejších znalostí psychiky člověka. Na začátek výkladu používali vhodné motivační postupy a veselé příhody. Zvolili vhodné způsoby argumentace, logické stavby řeči a byli vzorem pro ostatní lidi. (Maňák, 1967)

Ve středověku se metody opíraly hlavně o deduktivní postupy. Dominovaly metody slovní. Jednalo se o mluvené, psané a později i tištěné slovo. V tomto období bylo hlavním prostředkem a nositelem informací knižní vzdělávání. Jednalo se především o rozšiřování církevních textů. (Skalková, 1999)

V 17. století došlo k výrazným změnám. Změnil se způsob myšlení a překonaly se deduktivní postupy. Při poznávání skutečností bylo zdůrazňováno smyslové poznávání a experimentování. Důraz byl kladen na metodu induktivní. J. A. Komenský vyžadoval, aby bylo vzdělávání metodou přirozenou, odvozenou z poznávání a napodobování přírody. Usiloval o spojení teoretického poznání s přímou činností. Kladl tedy důraz na smyslové poznání, praxi a samostatnost žáků. U Komenského kromě obvyklých slovních metod vystupuje metoda pozorování jevů, předmětů a předvádění obrazů. (Maňák, 1967; Skalková, 1999; Skalková, 2007)

V 19. století ovlivnil metodické myšlení J. F. Herbart, který kladl důraz na formální vzdělávání. Vnesl čtyřstupňové schéma – teorie tzv. formálních stupňů (jasnost, asociace, systém a metoda). V této teorii uváděl, že veškerý psychický obsah žáků vzniká kombinací jejich představ. Na jeho teorii reagoval autor Schwerdt (1933 cit. podle Maňák, 1967, s. 32), který tvrdil, že Herbartova teorie je „*hlavní didaktický omyl, neboť vyučovací proces není určován pouze a výhradně psychologicky, tím méně mechanikou základních psychických*

*prvků – představ“*. V tomto století byly didaktické postupy založeny na analýze psychických procesů. Převládaly především slovní metody a aplikace formálního vzdělávání, která posilovala pasivitu žáků. (Skalková, 1999)

Ve 20. století proběhla reakce na herbartovský model vyučování. Snahou bylo překonat tento model a proběhlo reformní pedagogické hnutí. Představitelé reformního hnutí se snažili rozvíjet přímou činnost žáků po všech stránkách. S intelektuální aktivitou rozvíjeli manuální i emocionální stránku a celkovou osobnost žáků. Upřednostňovali postupy, které žáky vedly k získávání, osvojování a poznávání zkušeností, které byly blízké skutečnému životu. (Skalková, 1999)

Po druhé světové válce a v posledních desetiletích 20. století se zvýšil pozitivní proud různých inovací. Soustředěna byla pozornost na metodické kompetence učitelů a aktivnější spoluúčast žáků. Průkopníky inovací byli například Decroly v Belgii, Cousinet ve Francii, Dewey v USA, Úlehla u nás a jiní. Hledaly se alternativní metody, při kterých jsou žáci iniciativní, tvořiví, získávají osobní zkušenosti, seberealizují se a získávají vlastní odpovědnost. (Maňák, 1967; Skalková, 1999)

Termínem alternativní školství je označován tzv. zvláštní typ škol, který vyučuje žáky jiným způsobem než tradičním (herbartovským). Jejich cílem je vzdělávání žáků, kteří se chtějí vzdělávat odlišným způsobem nebo žáků, kteří mají specifické poruchy učení. Tyto typy škol dávají také možnosti vzdělání žákům, kteří by v klasických školách nebyli úspěšní. (Ševčíková a Langerová, 2014)

Maňák (1967, s. 34) uvádí, že *„školy se stále více přizpůsobovaly žákovi a jeho schopnostem a tím často ztrácely svou řídicí a vedoucí úlohu ve výchově“*.

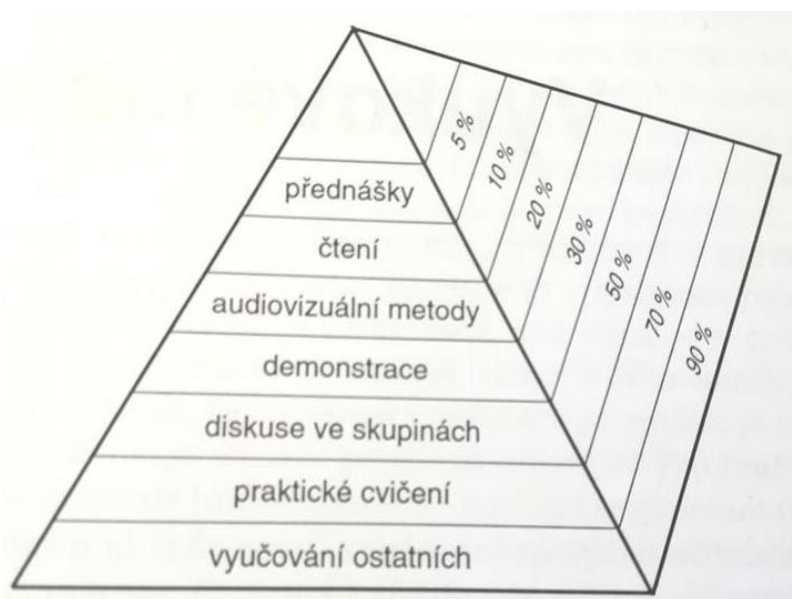
### **1.3 Vlastnosti výukových metod**

Prostřednictvím výukových metod je ve výuce prováděna vzájemná spolupráce mezi učitelem a žákem, která směřuje k dosažení výchovně vzdělávacích cílů. Učitel respektuje psychologické, sociální a individuální zvláštnosti žáků. Žáci respektují naplnění vzdělávacího cíle. Ve vzdělávání žáci získávají více informací a schopností, když jsou co nejvíce zapojeni do výuky. (Kalhous, 2009)

Výuková metoda je didaktický zásah, díky kterému se formují osobnosti žáků. Tímto zásahem jsou rozvíjeny osobnosti žáků, a tím se mění stav jejich vědomostí, dovedností, návyků, chování a celkové myšlení. (Mojžíšek, 1975)

Smyslem a posláním výukových metod je účinná a pokud možno trvalá požadovaná změna ve vzdělávání osobnosti žáků. (Mojžíšek, 1975)

S. Shapiro (1992 cit. podle Kalhous, Zdeněk, 2009) poukazuje na pyramidu učení, ve které je procentuální zastoupení jednotlivých výukových metod.



Obr. č. 1: pyramida učení

Z obrázku pyramidy učení je zřejmé, že při metodách slovních si žáci zapamatují nejmenší procento informací. Procentuální zapamatování se zvyšuje, když je žák co nejvíce aktivně zapojený do výuky.

Mojžíšek (1975) považuje výukovou metodu za účinnou, když má následující vlastnosti.

Metoda je:

- informativně nosná, tj. předává plnohodnotné informace;
- formativně účinná, tj. rozvíjí poznávací procesy;
- emocionálně působivá, tj. aktivuje žáka k poznávání;
- vede žáky k vědeckému poznání;
- výchovná, tj. rozvoj morálky, pracovitosti a jiné;
- použitelná v praxi a v životě.

Volba jednotlivých výukových metod závisí na mnoha okolnostech. Jednou z nich je pedagogicko-psychologický přístup k vědeckým faktům, se kterými se žáci mají seznámit. Další rozhodující faktor je obsah vyučování. Obsah vyučování někdy předurčuje určitý okruh vhodných vyučovacích metod. Hodně také záleží na specifičnosti žáků, žáci mají rozdílné vědomosti a zkušenosti. Proto někdy nelze využít stejnou výukovou metodu při stejném obsahu vyučování ve dvou různých třídách. Svou roli také sehrávají reálné prostředky, které má učitel k dispozici. V neposlední řadě se při volbě metod uplatňují i zkušenosti učitele. (Maňák, 1967; Mojžíšek, 1975; Skalková, 1999)

Velmi důležité je vyvarovat se přehnanému používání různých metod, při kterých se ztrácejí ostatní komponenty výuky. Metody nemohou být upřednostňovány nad obsahem výuky. (Maňák a Švec, 2003)

Různé výukové metody mají odlišné nároky na činnosti žáků, na jejich aktivitu a samostatnost. Obecně lze říci, že *„všechny metody jsou založeny na učitelově regulaci žákovu učení. Učitel konkretizuje edukační cíle, rozpracovává učivo, plánuje navozování učebních aktivit žáků, zprostředkovává žákům učební informace a úlohy, kontroluje průběžně výsledky jejich učení a plánuje další průběh výuky.“* (Žák, 2012, s. 5)

## 1.4 Klasifikace výukových metod

V různých literaturách didaktické teorie se lze setkat s různou klasifikací výukových metod, podle různých kritérií.

Ve starších didaktikách je klasifikace výukových metod tříděna podle logického postupu na analytické, syntetické, synkritické (srovnávací), induktivní, deduktivní, genetické a dogmatické metody. (Mojžíšek, 1975)

### 1.4.1 Klasifikace podle Obsta

Klasifikace metod výuky podle Obsta (2017) je tříděna do tří kategorií:

- Metody informačně receptivní;
- Metody problémové;
- Metody výzkumné.

Obst (2017) toto třídění prováděl na základě analýzy obecně didaktické literatury a zkušeností z praxe. Tento systém dle Obsta odpovídá lidské činnosti při osvojování učiva. Psychologové dělí lidské činnosti při osvojování učiva na reproduktivní (informačně receptivní metody), produktivní (problémové metody) a kreativní (výzkumné metody). (Obst, 2017)

#### 1.4.1.1 Metody informačně receptivní

Při těchto výukových metodách učitel prezentuje žákům hotové poznatky. Poznatky nemusejí být předávány jen učitelem, ale také knihou, filmem, televizí, videem či počítačem. Jestliže je aktivita přesunuta na učitele, žáci pouze pozorně poslouchají, pozorují a pamatují si informace. Žáci učivo poznávají jen povrchově, aniž by pronikli do hlubších souvislostí. Podstatou těchto metod je předávání poznatků žákům v hotové podobě. (Obst, 2017)

Pokud učitel *„předvádí demonstrační pokus, využívá názorných pomůcek, vyvozuje sám závěry a žáci pasivně sledují činnost učitele, jde o aplikaci informačně receptivních metod“*. (Obst, 2017, s. 67)

Obst (2017) uvádí, že mezi informačně receptivní metody patří přednáška, výklad, instruktáž, rozhovor a jiné.

#### 1.4.1.2 Metody problémové

Metody problémové vedou žáky k produktivní činnosti při osvojování učiva. Při těchto metodách učitel konstruuje problémové úlohy a žáci jsou ti, kteří mají tvůrčí činnost. (Obst, 2017)

Obst (2017) uvádí, že mezi problémové metody patří problémový výklad, heuristický rozhovor, řešení problémových úloh, řízená diskuse, didaktické hry, aktivizační metody a jiné.

#### 1.4.1.3 Metody výzkumné

Tyto metody vedou žáky při osvojování učiva ke kreativní činnosti. Žáci řeší úlohy samostatně a to pozorováním, experimentováním, hledáním domněnek, ověřováním správnosti řešení a jiné. (Obst, 2017)

Obst (2017) uvádí, že mezi výzkumné metody patří badatelské úlohy a samostatná experimentální činnost.

Každá z těchto metod může mít různé varianty a kombinace. Žádná z nich není nevhodná, každá má své pozitivní přínosy.

### **1.4.2 Klasifikace podle Maňáka**

Klasifikace výukových metod podle Maňáka (1967, s. 40-41) je tříděna do šesti kategorií podle různých aspektů:

*„A. Metody z hlediska pramene poznání a typu poznatků – aspekt didaktický*

#### *I. Metody slovní*

- 1. Monologické metody (přednáška, vyprávění, vysvětlování, instruktáž)*
- 2. Dialogické metody (rozhovor, diskuse, dramatizace)*
- 3. Metody písemných prací*
- 4. Metody práce s učebnicí a s knihou*

#### *II. Metody názorně demonstrační*

- 1. Pozorování předmětů a jevů*
- 2. Převádění (předmětů, obrazů, pomůcek, pokusů a jiných)*

#### *III. Metody praktické*

- 1. Nácvik pohybových a pracovních dovedností*
- 2. Pokusy žáků a jiné laboratorní činnosti*
- 3. Grafické a výtvarné práce*

*B. Metody z hlediska aktivity a samostatnosti žáků – aspekt psychologický*

- 1. Metoda sdělovací*
- 2. Metoda problémová*

### 3. Metoda badatelská

#### C. Metody z hlediska řízení osvojovacího procesu – aspekt kybernetický

##### 1. Programování

#### D. Struktura metod z hlediska myšlenkových operací – aspekt logický

##### 1. Postup srovnávací

##### 2. Postup induktivní

##### 3. Postup deduktivní

#### E. Varianty metod z hlediska fází vyučovacího procesu – aspekt procesuální

##### 1. Metody motivační

##### 2. Metody vytváření nových vědomostí a dovedností (expoziční)

##### 3. Metody upevňování učiva (fixační)

##### 4. Metody prověřování a hodnocení (diagnostické)“

### 1.4.3 Klasifikace podle Maňáka a Švece

Maňák a Švec (2003, s. 49) třídí výukové metody do tří kategorií. Jedná se o metody klasické, aktivizující a metody komplexní. Na jejich třídění poukazuje následující tabulka:

Klasické výukové metody	Metody slovní	Vyprávění
		Vysvětlování
		Přednáška
		Práce s textem
		Rozhovor
	Metody názorně-demonstrační	Předvádění a pozorování
		Práce s obrazem
		Instruktaž
	Metody dovednostně-praktické	Napodobování
		Manipulování, laborování a experimentování
		Vytváření dovedností
		Produkční metody
Aktivizující metody	Metody diskusní	
	Metody heuristické, řešení problémů	
	Metody situační	
	Metody inscenační	



	Didaktické hry
Komplexní výukové metody	Frontální výuka
	Skupinová a kooperativní výuka
	Partnerská výuka
	Individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků
	Kritické myšlení
	Brainstorming
	Projektová výuka
	Výuka dramatem
	Otevřené učení
	Učení o životních situacích
	Televizní výuka
	Výuka podporovaná počítačem
	Sugestopedie a superlearning
	Hypnopedie

Tab. 1: Přehled výukových metod

Jednotlivé metody se vzájemně propojují, využívají se různé metodické varianty a koncepce. (Maňák a Švec, 2003)

## 1.5 Aktivizační výukové metody

Tyto metody jsou někdy označovány jako aktivizační nebo také aktivizující. Jak již bylo zmíněno výše, tyto typy metod mohou autoři nazývat různě.

Aktivizační metody nabyly velkého významu po reformním pedagogickém hnutí ve 20. století. Na tradiční výukové metody se vneslo mnoho kritiky díky direktivnímu řízení, potlačování aktivity a samostatnosti žáků. Začaly se objevovat pokusy o změnu a nové přístupy, které odpovídají perspektivním tendencím a jsou vedeny ke konstruování poznatků. „*V každém případě jde o trvalý svár starého s novým, přičemž tzv. tradiční metody nepředstavují něco zcela zastaralého a překonaného, ale spíše zůstávají fondem osvědčených postupů, do něhož se postupně začleňují i progresivní řešení a inovace.*“ (Maňák a Švec, 2003, s. 105)

Již J. A. Komenský usiloval, aby se žáci učili hrou, radostnou činností, aktivitou a samostatností. Ve své publikaci *Analytická didaktika* uvádí, že žákům náleží práce a učitelé řízení výuky. To znamená, že „*má-li se žák něčemu naučit, musí tak činit vlastním konáním a úsilím. Aby žák získal hluboké a trvalé poznatky, musí ve vyučování projevovat vlastní aktivitu a uplatňovat samostatnou práci*“ (Maňák, 1967, s. 118)

Aktivizační metody přispívají k překonání stereotypní výuky, podporují tvořivé hledání a zaměřují se na žáka v edukačním procesu. Tyto metody angažují žáky ve výuce a kladou důraz na jejich činnost. (Maňák a Švec, 2003)

Jankovcová, Průcha a Koudela (1988, cit podle Maňák a Švec, 2003, s. 105) uvádějí, že aktivizační metody jsou „*postupy, které vedou výuku tak, aby se výchovně-vzdělávacích cílů dosahovalo na základě vlastní učební práce žáků, přičemž důraz se klade na myšlení a řešení problémů*“.

Tyto metody vycházejí z aktivity, samostatnosti i samočinnosti žáků. Aktiva žáků je důležitá, ale pouze z ní nelze vycházet, protože spontánnost, potřeby a zájmy žáků nejsou jediným určujícím faktorem vyučovacího procesu. (Maňák, 1967; Žák, 2012)

Pojem aktivita je běžně spojována s pojmem činnost. V mnoha směrech a oblastech nabývá vždy specifického významu. V pedagogicko-psychologické oblasti se užívá různých termínů například vlastní, tvořivá a výzkumná práce žáků, jejich úsilí, samostatnost, volný projev, zkušenosti a jiné. Jedná se o spontánní činnosti jako například pozorování, manipulace s předměty, řešení problémů a vlastní objevování, které žáky obohacují. Samočinnost žáků je chápána jako jednání, které je vedeno z vlastního popudu a na základě vlastních sil. (Skalková, 1971)

Učitel, který své žáky zná je dokáže ve výuce daleko více aktivizovat. Využívá vhodných životních situací a zkušeností žáků, bezprostředního pozorování, klade otázky, formuluje problémy, které žáci mají řešit, vytváří vhodné podmínky pro experimentování, motivuje žáky a další. Tyto podněty odpovídají potřebám žákům, které si spojují s dosavadními zkušenostmi. V jejich mysli se tvoří nové otázky, o kterých žáci uvažují a vzbuzují v nich zájem je řešit. (Skalková, 1971)

Intenzivní myšlení žáků, jejich aktivita, řešení úkolů a samostatné úsilí jsou vhodnými předpoklady pro osvojování vědomostí, vytváření návyků a dovedností. Pokud žáci znají výchovně vzdělávací cíl, tedy to, co si mají ve vyučování osvojit, pak mohou organizovat vlastní práci. Znalost výchovně vzdělávacích cílů podporuje činnost a myšlení žáků. Pokud jsou všechny tyto předpoklady poskytovány, tak vedou ke zvýšení efektivity ve vyučování. (Maňák, 1967; Skalková, 1967)

Z průzkumů mnoha učitelů bylo zjištěno, že ve své učitelské praxi využívají aktivizační metody, aniž by tušili, že se do této kategorie řadí. (Kotrba a Lacina, 2010)

## 1.5.1 Stručná charakteristika vybraných aktivizačních metod

### 1.5.1.1 Metody diskuzní

V aktivizačních metodách je diskuze považována za významný prvek v zapojení žáků. Diskuze je vzájemná komunikace mezi všemi členy skupiny, kteří diskutují o daném problému. Účastníci diskuze si vzájemně vyměňují názory, argumentují a společně nacházejí řešení daného problému. Aby byla diskuze úspěšná, je potřeba žáky předem seznámit s daným problémem, o kterém bude diskutováno. (Skalková, 1999; Maňák a Švec, 2003)

Maňák a Švec (2003) uvádějí podmínky diskuze:

- vhodně zvolené téma (zajímavé, které obsahuje rozpory a provokující podněty);
- příprava na diskuzi (znalost problematiky, argumenty pro a proti);
- pevné řízení diskuze (dodržování časového limitu a tématu);
- průběh v několika krocích (téma diskuze, prezentace a výměna názorů, argumentování na dané téma, shrnutí výsledků diskuze);
- příznivé podmínky a vhodná úprava prostoru.

Diskuze umožňuje žákům aktivně a pohotově využívat myšlenkové operace a přesně se vyjadřovat. Žáci přemýšlejí o svých názorech, vyslechnou a respektují názory druhých, pohotově reagují a koncentrují se. Díky diskuzi se žáci učí formulovat své myšlenky, veřejně vystupovat, rozvíjet komunikaci, hodnotit i sebehodnotit. Někdy není nutné zapojení všech účastníků, někteří mohou být aktivní vnitřně a jen pozorně poslouchat. (Skalková, 1999)

Funkce učitele je ovlivňování a řízení diskuze. Učitel v této pozici nemá dominantní postavení ani hlavní slovo, ale poskytuje a zajišťuje žákům prostor pro jejich projevy. Navozuje vhodné podmínky a povzbuzuje pasivnější žáky. Učitel také hlídá dodržování tématu a časového limitu. Žákům poskytuje dodatečný čas na promyšlení jejich stanovisek. Po určité době žákům shrne dosažené výsledky a formuluje možnosti dalšího pokračování diskuze. V závěru shrne výsledky diskuze, ke kterým žáci dospěli. (Maňák a Švec, 2003)

Do metod diskuzních patří například: brainstorming, brainwriting, řetězová diskuze, panelová diskuze, Gonrdonova metoda a další. (Kotrba a Lacina, 2010)

### 1.5.1.2 Metody situační

Vznik těchto metod se pojí s uplatňováním právních a ekonomických disciplín na obchodní vysoké škole v Harvardu ve 20. a 30. letech minulého století. (Maňák a Švec, 2003)

Metody situační jsou charakteristické tím, že žáci řeší problémovou situaci nebo reálnou životní událost. Jejich řešení je na základě konfrontace vědomostí, dovedností, názorů a postojů žáků. Jsou přizpůsobeny věku i mentalitě žáků a vhodným výběrem problémové situace. Situace mohou být vybrány z různých oblastí, které jsou velmi blízké životu žáků. Může se jednat o různé případy incidentů. (Skalková, 1999; Maňák a Švec, 2003; Kalhous, 2009; Žák, 2012)

Tyto metody u žáků vzbuzují osobní angažovanost a prožitky. Žáci vyberou jedno řešení, které považují za nejdokonalejší. Metody situační učí žáky se rozhodovat, což je přínosem do studijních, pracovních, osobních, ale i životních zkušeností každého z nich. Proces rozhodování nelze naučit v pravém slova smyslu, protože to není jen věcí nácviku a dovedností. Záleží na osobnosti každého žáka, povahovém rysu, způsobu myšlení, konkrétní situaci a podobně. (Kalhous, 2009; Žák, 2012)

Nedostatkem této metody je časová a materiální náročnost. Nevýhodou také může být zkrácení nebo zjednodušení problémů, statický popis dynamického děje a podobně. Vhodné je použití záznamů, dokumentů, výpočetní techniky, modelů a jiné didaktické techniky. (Maňák a Švec, 2003; Obst, 2017)

Do situačních metod patří: rozborové metody, metody konfliktních situací, metoda incidentu a další. (Kotrba a Lacina, 2010)

### 1.5.1.3 Metody inscenační (hraní rolí)

Metody inscenační bývají také označovány jako metody hraní rolí. Jejich charakteristika spočívá v problémových situacích, kdy řešení je realizováno (cvičeno) formou hraní rolí žáků. (Kalhous, 2009)

Hraní rolí prohlubuje učivo, lidské osudy, mezilidské vztahy, prožitky a myšlenky. U žáků se vzbuzuje osobní angažovanost a osobní postoje. Při této metodě jsou žáci aktéři, kteří předvádějí situace. Žáci by si měli dobrovolně zvolit určité role. (Kalhous, 2009; Žák, 2012)

Inscenační metody se rozlišují na strukturované, nestrukturované a mnohostranné. (Kalhous, 2009)

Strukturované inscenace se většinou drží pevně stanového scénáře. Žákům je znám popis výchozí situace a charakteristika jednotlivých rolí. Tato úroveň je nejjednodušší úrovní inscenace. (Maňák a Švec, 2003)

Nestrukturovaná inscenace je složitějším krokem inscenací. Tuto úroveň je vhodné zařazovat až poté, kdy žáci získají zkušenosti s inscenačními metodami. V této úrovni není pevně stanovený scénář. Žáci znají pouze výchozí situaci a inscenaci rozvíjí podle svých strategií. (Maňák a Švec, 2003; Kalhous 2009)

Mnohostranné inscenace představují nejsložitější variantu inscenačních metod. Žáci jsou na začátku seznámeni s problémovou situací. Větší skupiny je vhodné rozdělit na menší počet členů. Každý člen skupiny bude mít přidělenou roli. Po ukončení inscenace každá skupina zpracuje závěry svého provedení. Následně společně s učitelem i celou třídou proběhne rozbor všech závěrů z inscenací. (Maňák a Švec, 2003; Kalhous, 2009)

Inscenační metody jsou velmi náročné na přípravu. Při složitějších problémových situacích a nezkušenosti žáků se využívá hraní ve dvojicích. (Maňák a Švec, 2003)

#### 1.5.1.4 Didaktické hry

Sochorová (2011) uvádí: „*Teorie her přispívají k poznání hry jako víceúčelové činnosti, jež slouží k uspokojování řady různých potřeb žáků a umožňuje jeho vývoj ve všech složkách:*

- *rozvíjí duševní procesy,*
- *navozuje nové sociální vztahy a motivy,*
- *obohacuje citové prožívání a reguluje vnitřní psychické napětí,*
- *utváří cílevědomou zaměřenost žáků.“*

Didaktické hry se nejvíce využívají na prvním stupni základních škol. Ovšem svůj význam mají také u žáků staršího školního věku, jak uvedl již J. A. Komenský. (Skalková, 1999)

Didaktické hry navozují prostor pro vlastní iniciativu a tvořivost žáků. Žáci organizují vlastní činnost, rozvíjejí komunikaci, učí se dodržovat stanovená pravidla a spolupracují se svými spolužáky. Hry posilují zájem o učení a probíhají spontánní formou, neboť mají motivační charakter. (Skalková, 1999; Skalková, 2007) „*Prostřednictvím herních situací se dají*

*s žáky řešit i složité učební úlohy, neboť hra se pro ně stává silným motivačním stimulem, který je schopen značně zmobilizovat jejich kognitivní potenciál, zejména při soutěživých hrách.*“ (Kalhous, 2009, s. 323)

Prostřednictvím her jsou osvojené vědomosti, dovednosti a zkušenosti žáků daleko více trvalejší. Didaktická hra a učení by se mezi sebou měli přirozeně prolínat. Stejně jako ostatní výukové metody i didaktická hra musí mít přesně stanovený cíl. Podobně jako ostatní aktivizační metody i tato metoda je velmi náročná. Příklady možných didaktických her jsou: kvízy, soutěže, problémové úlohy, rozhodovací hry, hry pro učení sociálním dovednostem a další. (Maňák a Švec, 2003)

#### 1.5.1.5 Metody heuristické, řešení problémů

Maňák a Švec (2003, s. 113) uvádějí že „*heuristika (z řečtiny heureka = objevil jsem, našel jsem) je věda zkoumající tvůrčí myšlení, heuristická činnost, tj. způsob řešení problémů*“.

Heuristické metody jsou v současné době pokládány za jedny z nejmodernějších, ačkoliv didaktika je zná již staletí. Heuristické metody vedou žáky hlavně k samostatnosti a tvořivosti. Žáci vyhledávají, shromažďují a třídí informace, kladou si otázky, řeší rozpory a problémy. V těchto metodách jde o objevy a také o nové řešení. Žáci se tedy učí rozlišovat skutečné problémy, chápat problémové situace, hledat řešení, pronikat do hloubky problémů a jiné. (Mojžíšek, 1975; Maňák a Švec, 2003)

Před řešením heuristických metod je potřeba, aby žáci měli zkušenosti s jednotlivými fázemi procesu. Ze začátku se používá metoda řízeného objevování a metoda částečně výzkumná. Při těchto metodách učitel vytváří rozporné a obtížné učební úlohy z okruhu učiva žáků. (Kalhous, 2009)

V rozdílných didaktikách jsou různé názvy pro heuristické metody. Někteří autoři hovoří o heuristických metodách, jiní o problémových a projektových metodách, metodách experimentálně laboratorní povahy a jiné. (Mojžíšek, 1975)

Heuristickými metodami lze aktivizovat všechny žáky. Tyto metody vyhovují nadaným i méně nadaným žákům. Nedostatkem těchto metod je časová náročnost. (Kalhous, 2009)

Nejefektivnější a nepropracovanější heuristikou výukovou metodu se považuje metoda řešení problémů neboli problémové vyučování. Při těchto metodách se žáci učí pokusem a omylem. (Maňák a Švec, 2003)

#### 1.5.1.5.1 Problémové vyučování

Navození problémové situace způsobuje u žáků určitou nejistotu a napětí, která vede k tomu, že se u nich objevuje zvědavost a touha po řešení problému. Přístupy k této metodě většinou začínají otázkou „Proč?“. Daný problém žáci řeší aktivním objevováním, zkoumáním a myšlením. Řešení problémů probíhá v několika krocích: vytvoření domněnky o způsobu řešení, samotné řešení, návrat k výsledku a provedení pokusu. Problémové situace existují v mnoha stupních složitosti a obtížnosti. Je potřeba si ujasnit, kdy se jedná o problémovou situaci, a kdy o pouhou otázku na odpověď. (Skalková, 1967; Žák, 2012)

V otázce jsou obsaženy skoro všechny potřebné údaje pro odpověď. Většinou je tázáno na fakt, pojem, zákon, příčiny jevů a podobně. Při odpovědi je doplněna otázka o chybějící údaj. (Skalková, 1967)

Problémová situace neobsahuje všechny potřebné údaje pro odpověď. Žáci nejdříve musí určité údaje zjistit, aby mohli doplnit problém do takové situace, která již umožňuje odpověď. Při problémové situaci záleží na množství obsaženého materiálu, ale také na jeho obsahu. Jeli obsah problémové situace žákům velmi blízký, pak žáci musí vynaložit menší nároky a myšlenkové úsilí pro jeho řešení. Jeli obsah problémové situace žákům velmi vzdálený, pak žáci musí vynaložit velké nároky a myšlenkové úsilí pro jeho řešení. Složitější problémové situace vyžadují vyšší úroveň abstrakce, analýzy, hledání souvislostí a vztahů, protože jsou pro žáky tyto situace doposud neznámé. (Skalková, 1967)

Při problémovém vyučování je kladen důraz na hledání, objevování a vytváření podmínek pro žáky, které je učí přistupovat k úkolům, vytvářet si otázky, které směřují k dalšímu odhalení, objevovat skryté vztahy a řešit problém vlastními kroky. (Skalková, 1967)

Řešení problému vlastními kroky má tři etapy: kladení problému, řešení problému a kontrola správnosti. Jak uvádí někteří autoři, první musí být žáci seznámeni s problémovou situací, která je určitým způsobem blízká jejich životu. V jedné problémové situaci většinou bývá mnoho obtíží, díky kterým žáci volí své otázky. Vyberou jednu, kterou označí jako

domněnku řešení a již řeší daný problém. Jejich práce směřuje k ověření domněnek, vyřešení problému a zhodnocení výsledků. (Skalková, 1967)

Problémové vyučování je koncipováno tak, že žáci mají širokou možnost vlastních postupů řešení. Učitel žákům ukáže pouze obecný směr a žáci již samostatně řeší problém podle vlastních strategií. Toto vyučování je vhodné pro rozvíjení vlastní tvořivosti žáků. (Skalková, 1967)

#### 1.5.1.6 Projektová metoda (projektové vyučování)

V projektové metodě neboli projektovém vyučování žáci řeší komplexní problémy, které souvisí s jejich reálným životem. Komplexní problémy jsou řešeny na základě aktivity a samostatného zpracování žáky. Cílem projektové metody je určitý výstup, kterým může být výrobek, praktické řešení problému a jiné. (Skalková, 1999; Zormanová, 2012a)

Projekty mohou mít různý rozsah, někdy se realizují v rámci jedné vyučovací hodiny, jindy jsou vícedenní. Menší projekty bývají realizovány v rámci jednoho vyučovacího předmětu. Velké projekty bývají realizovány ve více vyučovacích předmětech, využívá se v nich mezipředmětových vztahů. (Skalková, 1999)

Jednotlivé kroky projektu:

- stanovení téma – vychází ze zájmů žáků;
- plánování řešení – otázky, typ činnosti, forma výsledku;
- provedení projektu;
- zhodnocení práce a výsledků projektu.

(Skalková, 1999; Zormanová, 2012a)

Při projektu žáci mohou pracovat i v terénu. Výsledkem může být realizace skleníku, ptačí budky, organizace výletu, letního tábora, meteorologická budka a mnoho dalšího. Žáci při projektové metodě vyhledávají, shromažďují, třídí informace a materiály, spolupracují v menších skupinkách a pracují s dokumentační technikou. (Mojžíšek, 1975)



## 1.5.2 Badatelsky orientované vyučování (BOV)

### 1.5.2.1 Historie bádání

V posledních letech se pojem bádání (anglicky *inquiry*) stal velmi populární pro označení změn ve vzdělávání. Měl mnoho očekávání, ale také mnoho pochybností. Někteří pod tímto pojmem očekávali něco nového, ostatní pouze jiný způsob označení něčeho, co už dlouho pedagogická praxe realizuje. (Stuchlíková, 2010)

Stuchlíková (2010) dokládá, že tento pojem se v pedagogické a pedagogicko-psychologické literatuře v anglicky psaných pramenech označuje poměrně dlouho. V historii se tento pojem poprvé objevil v 60. letech 20. století, a to v dílech amerického filozofa, pedagoga a psychologa Johna Deweye. Další jména spojená se studiem nebo podporou procesu bádání jsou L.S. Vygotsky, J-Piaget, D. Ausubel a jiní. Avšak nikdo z těchto autorů nepoužíval přímo pojem bádání. Autorka dále tvrdí, že výjimkou by mohl být M. Liman, který: „*hovoří o tzv. „community of inquiry“, společenství žáků a učitele, které společně bádá a hledá pravdu*“. (Stuchlíková, 2010, s. 129)

V České republice se termín badatelsky orientované vyučování zpočátku vůbec nepoužíval. Spíše se používal pojem bádání, a to hned poté co se tento pojem začal užívat v zahraničí. Zpočátku se používaly termíny, které se vztahovaly k tzv. aktivizačním metodám výuky, například metoda heuristická, řešení problémů, metoda výzkumná, metoda problémového výkladu, projektové výuky, učení v životních situacích a jiné. Metody se odehrávaly v rovině hledání pravdy a sloužily ke kritickému myšlení. Termín badatelsky orientovaná výuka se v České republice začal rozvíjet až po roce 2010. (Dostál, 2015a; Dostál, 2015b)

### 1.5.2.2 Filozofické směry spojené s termínem BOV

Z hlediska filozofie se lze ve vzdělávání setkat s řadou přístupů a směrů. Badatelsky orientovaná výuka má princip samostatného poznání žákem prostřednictvím aktivní činnosti. Bádání vychází z „*empirismu, respektive z něho odvozeného senzualismu, a racionalismu, nověji pak z konstruktivistických teorií*“. (Dostál, 2015b, s. 34)

Prvním z filozofických směrů, který odráží aplikaci badatelských metod je empirismus. „*Empirismus je filozofický názor, který tvrdí, že základním a rozhodujícím pramenem našeho*

*poznání je zkušenost (smyslové poznání), tj. vjemy a představy, ze kterých se odvozují nejen předměty a obsahy, ale i principy našeho poznání.*“ (Dvořák et al., 2008, s. 206) Tento směr je založený na zkušenostech smyslového poznání s využitím pomůcek, které žákům pomáhají a zpřístupňují poznání. Empirismus hledá těžiště poznání a pravdivost. V tomto směru je empirické dokazování založeno na pozorování, měření a experimentu. Badatelsky orientovaná výuka není postavena pouze na empirismu, tedy na skutečnosti, která se dá poznat pouze smyslově, ale i na tom, že smyslová zkušenost hraje významnou roli. (Dostál, 2015b)

*„S empirismem a badatelsky orientovanou výukou velmi úzce souvisí směr z něho vycházející, senzualismus, který pokládá smyslovost za hlavní zdroj poznání. Snaží se vyvodit poznání i veškerou ostatní činnost duše jen ze smyslů a prosazuje názory, že neexistují nejen vrozené ideje, ale ani vrozené duševní schopnosti.*“ (Dostál, 2015a, s. 22) Senzualismus ztotožňuje poznání s vnímáním. Heslo Johna Locka *„Nic není v rozumu, co dříve nebylo ve smyslech.*“ je typické pro senzualismus. (Dvořák et al., 2008, s. 207)

Důležitou roli pro bádání má myšlení žáků, hlavně rozumová složka, na kterou poukazuje racionalismus. (Dostál, 2015b) Dvořák et al. (2008, s. 207) uvádí, že: *„Racionalismus je filozofický názor, který tvrdí, že rozum je hlavní a samostatný zdroj našeho poznání. Racionalisté jsou přesvědčení o neomezených schopnostech lidského rozumu.*“ Racionalismus je uplatňován při aplikaci poznávacích metod v myšlenkových procesech žáků. Rozum a zkušenosti jsou při badatelsky orientovaném vyučování vzájemně ovlivňovány. (Dostál, 2015) Racionalismus nespojuje činnost smyslů jako počátek poznání. Smysly považuje za zdroj omylů a iluzí, a proto se na nich nedá vybudovat jisté a nesporné poznání. (Dvořák et al., 2008)

V současné době má největší spojení s badatelsky orientovanou výukou konstruktivistický směr. Osuská (2000 cit. podle Hrbáčková, 2010, s. 18) poznamenává, že konstruktivismus je *„jedna z možných cest uvažování, která nechce říkat, co máme dělat, ale spíše upozorňuje na to, čeho je potřeba si všimnout. Je to spíše způsob myšlení učení, vyučování a kurikulárních materiálů“.* V tomto filozofickém směru je učení založené na zkušenostech žáka, který si vytváří nové myšlenky na základě předchozích znalostí. Pro badatelsky orientované vyučování je konstruktivismus uplatňován v didaktických postupech, a to tak, že žáci si spojují zjištěné informace do stávajících a vytváří s nimi mentální operace. (Dostál, 2015b) Na dva principy konstruktivistického přístupu poukazuje Wheatly (1991 cit. podle Hrbáčková, 2010, s. 18):

1. Znalosti žáků jsou přijímány aktivně v průběhu poznávání, nikoliv pasivně. „*Myšlenky nemohou být přeneseny tak, že jsou zabudovány do slov a odeslány žákům, kteří si jejich smysl rozbali z poskládaných vět. Neumíme vložit myšlenky do hlav žáků v původní podobě, ale tak, že si konstruují jejich vlastní význam (personální konstruktivismus).*“

2. Naše poznání je na základě zkušeností světa, neobsahuje pravdivé věci o tomto světě. „*Dokážeme pouze konstruovat subjektivní obrazy světa, odrážející naši zkušenost, nikoli nedotčenou pravdu o světě (radikální konstruktivismus).*“

Poznání neboli učení žáků se konstruuje v mysli individuálně. Dostává se tedy do dosavadních myšlenkových struktur a současně je přetváří. Při tomto učení nastává určitá nerovnováha mezi tím, co žáci již znají a tím, co teprve poznávají. Nastává tedy problém mezi představou a novou informací. Tento problém je vyřešen tím, že žáci konstruují nové řešení. Jak již bylo řečeno výše, učení nezačíná v prázdné mysli, ale váže se k předchozímu učení. Snahou konstruktivismu je překonání transmisivního vyučování. Hrbáčková (2010)

Hrbáčková (2010) uvádí, že konstruktivistický přístup zdůrazňuje:

- aktivní roli žáků;
- kognitivní konstruování jako proces učení;
- efektivní učení díky aktivní manipulaci s předměty, modely a podobně;
- nové poznatky o učení navazující na předchozí učení;
- podporu v motivaci a učení žáků navozením významných problémových situací;
- sociální a kulturní kontext jako význam pro porozumění věcem a jevům.

Konstruktivismus v přírodovědném vzdělávání je založený na pozorování, měření, experimentování, modelování, aktivní vyhledávání a zpracování informací žákem. Žáci o svých poznatcích diskutují s učitelem i se svými spolužáky. Poznatky nezískávají pouze od učitelů a rodičů. Hlavně je získávají pozorováním svého okolí, manipulací s věcmi a vnímáním odpovědí, které jim okolí dává. (Bílek, 2010)

Při srovnání tradičního a konstruktivistického přístupu ve vzdělávání, na které poukazuje Krejčová a Kargerová (2003, cit. podle Nezvalová, 2010) jsou značné rozdíly:

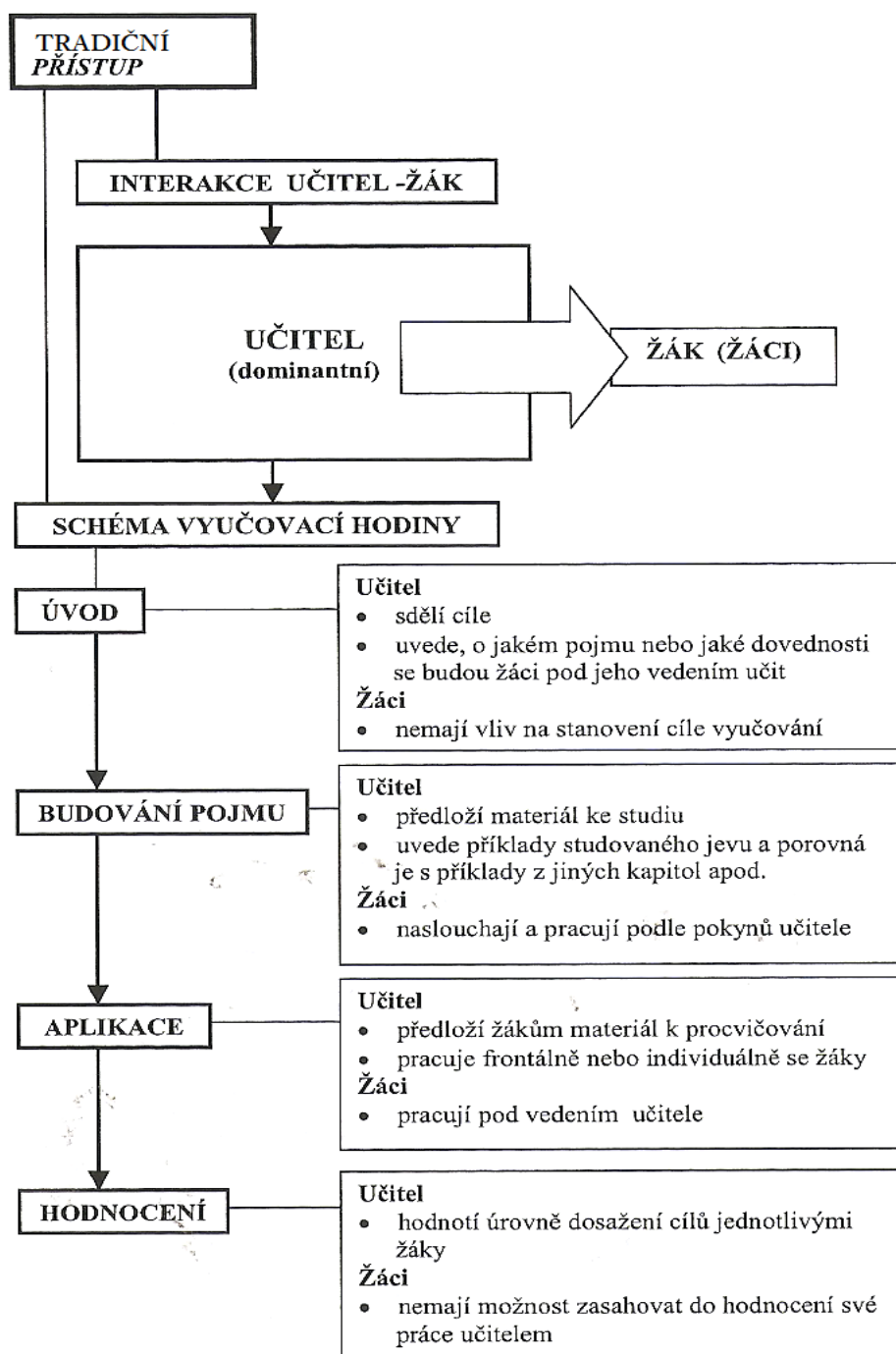
### Tradiční přístup

- učivo je žákům předáváno v hotové podobě;
- důraz obsahu vzdělávání je kladen na osvojení vědomostí;
- dominantní postavení má učitel;
- žák je považován za pasivního příjemce;
- učitel většinou učí frontálně;
- žáci převážně pracují individuálně;
- komunikace s rodiči je pouze za účelem informování o výsledcích žáka;
- hodnocení je prostřednictvím známek a porovnáním s ostatními žáky.

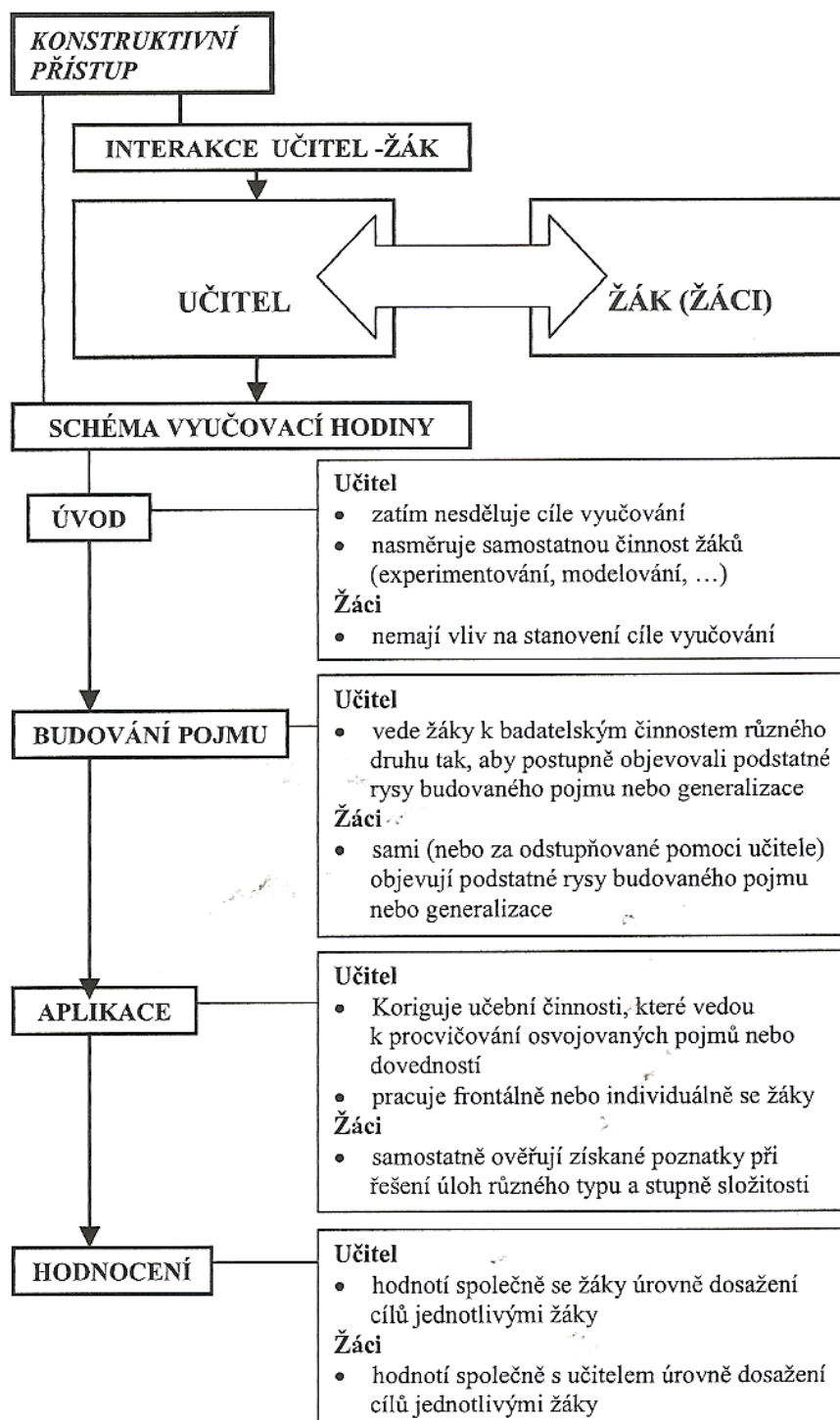
### Konstruktivistický přístup

- žáci jsou vzděláváním připraveni pro život;
- důraz obsahu vzdělávání je kladen na osvojení klíčových kompetencí;
- učitel je podporující partner;
- učitel respektuje individuální rozdíly žáků;
- žák je aktivní, konstruuje vlastní poznání na základě vlastních zkušeností;
- nové poznatky si žáci budují sami;
- žáci mohou pracovat individuálně;
- žáci mohou spolupracovat ve dvojicích nebo ve skupinách;
- rodiče jsou považováni za partnery učitele;
- hodnocení se zabývá individuálním pokrokem každého žáka.

Grafické znázornění tradičního a konstruktivistického přístupu:



Obr. č. 2: tradiční přístup ve vzdělávání



Obr. č. 3: konstruktivistický přístup ve vzdělávání

### 1.5.2.3 Význam BOV

Pro badatelsky orientované vyučování se používá zkratka BOV, která je českým ekvivalentem anglického Inquiry Based Education (IBE). (*Badatelé.cz*, 2013)

BOV je charakterizováno jako učení, které je založeno na bádání, objevování, hledání pravdy a řešení problémů. Principem BOV je učení se prostřednictvím aktivních činností. (Dostál, 2015a)

Některé literatury charakterizují BOV jako:

*„Badatelsky orientované vyučování je způsob vyučování, při kterém se znalosti budují během řešení určitého problému v postupných krocích, které zahrnují stanovení hypotézy, zvolení příslušné metodiky zkoumání určitého jevu, získání výsledků a jejich zpracování, shrnutí, diskuzi a mnohdy i spolupráci s kolegy-žáky.“* (Petr, 2010 cit. podle Dostál, 2015a, s. 34)

Badatelsky orientované vyučování bývá označováno jako účinná aktivizující metoda. Papáček (2010 cit. podle Dostál, 2015a, s. 34) uvádí že: *„základní charakteristika badatelsky orientovaného vyučování zahrnuje následující znaky: žáci si kladou badatelsky orientované otázky, žáci hledají důkazy, žáci formují objasnění na základě důkazů, žáci komunikují a ověřují objasnění“*.

*Škola BOV tvrdí, že badatelsky orientované vyučování „umožňuje žákovi relativně samostatně v kooperaci se spolužáky formulovat problém, navrhnout metodu jeho řešení, vyhledávat informace, řešit problém prodiskutovaným způsobem, a tak aktivně získávat potřebné kompetence, znalosti, dovednosti a komunikační schopnosti“*.

Učitel žákům nepředává hotové učivo, ale pouze jim pomáhá, aby si sami našli cestu k řešení problémů. Žáci mohou využívat pozorování, pokus, simulaci, ale také hledání informací z různých zdrojů. Velká výhoda při BOV je využití žakovy přirozené zvědavosti. Lze využít rozporných situací, které žáka vedou k přirozené touze po bádání. (*Badatelé.cz*, 2013) Hodně se také využívá spojení známých a neznámých situací, které jsou pro žáky zajímavé a podnětné. (Pech et al., 2015,)

*Badatelé.cz* (2013, s. 15) tvrdí: *„nejde o to rutinně zvládat badatelské kroky, důležitý je způsob, jak žák, při bádání přemýšlí. Měl bych přicházet s nápady, testovat své hypotézy, nebát se udělat chybu“*.

#### 1.5.2.4 BOV a přírodovědné vzdělávání

Velká pozornost je dnes věnována přírodovědnému vzdělávání. Zájem žáků o přírodovědné předměty na školách klesá. Za zlepšení dnešní situace se předpokládá odklon deduktivních způsobů výuky a posun k badatelsky orientovanému vzdělávání. Hlavní roli badatelsky orientované výuky v přírodovědných předmětech hrají otázky žáků. (Nezvalová, 2010)

V tradičním vzdělávání se od žáků neočekává mnoho otázek, „*žáci většinou pouze odpovídají na otázky kladené učitelem, které vedou převážně k memorování sděleného obsahu*“. (Nezvalová, 2010, s. 59-60) V dnešní moderní době memorování obsahu nehraje důležitou roli. Mnoho informací a faktů si každý žák najde v lehce dostupných zdrojích. Důležité je porozumění skutečnostem, informacím, a stejně tak i dovedností jejich využití. Jde tedy o celkový přechod k jejich aplikovatelnosti. Žáci nehledají pouhé správné odpovědi, které ani nemusí existovat. Žáci se snaží hledat odpovídající řešení, které se vztahuje k dané otázce či problému, a tím si zvyšují rozvoj dovedností, návyků a postojů, které využijí po celý život. Z počátku zavádění BOV se od žáků neočekávají komplikované myšlenkové operace. Žáky je potřeba nasměrovat postupnou cestou od jednoduché úrovně otázek, po složitější myšlenkové operace, které už vyžadují tvořivé myšlení. (Nezvalová, 2010)

*„Rámcový vzdělávací program naznačuje, že výuka přírodovědných předmětů má činnostní a badatelský charakter a měla by umožnit žákům hlouběji porozumět zákonitostem přírodních procesů také prostřednictvím specifických forem poznávání, jakými jsou pozorování, experiment nebo měření.“* (Nezvalová, 2010, s. 60-61)

V přírodovědných a technických oborech jsou využívány heuristické metody a metody problémové. Žáci pomocí experimentů, manipulací s předměty, montáží a demontáží hledají odpovědi. Tyto metody jsou považovány za velmi efektivní vyučovací metody. Vytvářením těchto metod je rozvíjeno technické myšlení žáků. (Friedmann, 1993 cit. podle Dostál, 2015a)

#### 1.5.2.5 BOV a matematickém vzdělávání

Badatelsky orientované vyučování v předmětu matematika, nabízí možnosti objevení matematických znalostí v různých sférách lidské činnosti. Jedná se o pozorování a zkoumání přírody až po matematiku samotnou. (Samková, 2015)



Problémové vyučování v matematice je aktuální z hlediska rozvíjení zájmu o matematiku, zefektivnění vyučování a rozvíjení tvůrčích schopností žáků. Problémové vyučování v matematice vede k vytváření matematických pojmů na základě vhodně zvolených úloh a situací, které učitel navozuje. Situace mohou být reálné, v nichž se matematické téma nevyskytuje nebo problémové, ve kterých se už matematické téma vyskytuje. Problémové vyučování se považuje za pracovní úsilí, které se opírá o experiment. Pracovní úsilí vychází ze zkušeností žáků. Žáci formulují hypotézy, konstruují příklady a protipříklady. Žáci si řešením problémových úloh vytváří matematický aparát, který mohou aplikovat v různých oborech i v samotné matematice. (Kuřina, 1976)

Kuřina (1976, s. 14) uvádí, že „*problémovým vyučováním rozumíme takový systém vyučování, kdy žák samostatným zkoumáním dané problémové situace, formulací a řešením úloh dospívá k pochopení a tvorbě matematických pojmů a postupů a k řešení problémů*“. Je také přesvědčen, že při problémovém vyučování lze dosáhnout u žáků lepších výsledků, ale je třeba počítat se značnými časovými nároky, které problémové vyučování zahrnuje.

Badatelsky orientovaná výuka je v souladu s Rámcovým vzdělávacím programem a efektivně rozvíjí klíčové kompetence žáků. Klíčové kompetence jsou důležité pro bezproblémové začlenění žáků do pracovního i osobního života. Podporu klíčových kompetencí ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace rozvíjí tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Tento okruh zařazuje netradiční matematické náměty, které rozvíjí logické a kombinatorické myšlení žáků, prostorové vnímání a poukazuje na souvislosti se životem. Tyto úlohy by u žáků měly poukázat na využitelnost matematiky, hravost a jiné. (Houska, 2009)

Nestandardní aplikační úlohy a problémy by se měly prolínat v průběhu celého základního vzdělávání. Matematické vzdělávání rozvíjí abstraktní a analytické myšlení, logické usuzování, osvojuje ovládání matematických nástrojů a jiné. Je potřeba, aby si žáci uvědomili, že matematika se nachází úplně všude. (Samková, 2015)

### 1.5.2.6 Úrovně BOV

*Badatelé.cz* (2013) uvádějí činnosti a úrovně, které se týkají BOV:

Činnosti:

- motivace žáků;

- výběr tématu;
- stanovení výzkumné otázky a hypotézy;
- výběr postupu a pomůcek;
- analýza, interpretace, sdílení;
- vyvození závěru.

Úrovně:

- potvrzující bádání – problém i postup je žákům poskytnut; výsledky jsou známy, žáci daným postupem výsledky pouze ověřují
- strukturované bádání – otázku a možný postup učitel žákům sděluje, a ti na základě těchto informací postup krok po kroku opakují; docházejí k vlastním výsledkům a formulují vysvětlení a závěry
- nasměřované bádání – učitel pokládá výzkumnou otázku, žáci navrhnou metodický postup a následně ho realizují
- otevřené bádání – žáci si sami formulují problém, promýšlejí postup, provádějí šetření a formulují výsledky

Při potvrzujícím bádání je činnost žáků minimální. Žáci od učitele obdrží veškeré informace a postupují podle daného návodu. Smyslem této úrovně je pouze potvrzení či ověření výsledků. Žáci mohou například ověřovat platnost zákonitostí, která jsou obecně platná. Jde tedy o nejjednodušší úroveň bádání. (Dostál, 2010a)

Strukturované bádání je podobné jako potvrzující bádání. Žáci obdrží od učitele výzkumnou otázku a postup. Pouze výsledek žákům není znám. Sami žáci krok po kroku přicházejí k vlastnímu výsledku. Tato úroveň zahrnuje řešení problému. Žáci se na této úrovni bádání mohou projevit jako tvůrci, kteří jsou směřováni učitelem. (Dostál, 2010a)

Učitelova aktivita se více snižuje při nasměřovaném bádání. Učitel pouze položí výzkumnou otázku a následně poskytuje jen rady při realizaci bádání. Žáci sami navrhnou metodický postup pro ověření výzkumných otázek, který následně realizují. Při této úrovni bádání se zvyšuje samostatnost žáků. (Dostál, 2010a)

Při úrovni otevřené bádání si žáci dokáží bez problémů klást vlastní otázky a samotně je řešit, získávat data a potvrzovat či vyvracet výzkumné otázky. Otevřené bádání je tedy nejvyšší

úroveň BOV. V této úrovni se projevuje maximální samostatnost žáků a v největší míře se podobá skutečnému bádání ve vědě. (Dostál, 2010a)

Z tohoto přehledu úrovní je zřejmé, že u žáků, kteří nemají žádné zkušenosti s BOV se používá úroveň potvrzující bádání. Postupem času se na žáky předává více zodpovědnosti za bádání a zvyšují se nároky. Tím se zvyšuje aktivita žáků a úroveň bádání se posunuje směrem k otevřenému bádání. Potvrzující bádání je nejjednodušší úroveň bádání a otevřené bádání je nejvyšší úroveň bádání.

### 1.5.2.7 Role učitele a žáků v BOV

Nejvýznamnější roli v BOV sehraávají žáci a učitel. Učitel sestavuje, realizuje a vyhodnocuje konkrétní badatelskou vyučovací hodinu. Žáci jsou relativně samostatní jedinci, učící se prostřednictvím aktivní učební činnosti. Cílem vyučovací hodiny je všestranně rozvíjet žáka na základě bádání. Vzdělávání žáků ovlivňuje mnoho faktorů příkladem může být aktivita žáka, kompetence pedagogů, vliv rodičů, materiální vybavení školy a mnoho dalšího. (Dostál, 2015b)

#### 1.5.2.7.1 Role učitele

Realizace badatelsky orientované výuky je pro učitele velmi náročná, závisí na jeho schopnostech a vlastních zkušenostech. Učitel „*se stává facilitátorem žákova učení, pomáhá mu hledat efektivní cesty k učení, mimo jiné využíváním škály vyučovacích metod, aktivizujících hlavně myšlenkové procesy žáka, a kooperativních strategií výuky*“. (Dostál, 2015b, s. 42)

Badatelsky orientované vyučování je náročné také z hlediska časové dispozice učitele. Zahrnuje důležitou přípravu, vlastní vyzkoušení, fyzickou přítomnost při bádání žáků a také vyhodnocení. Náplň jedné vyučovací hodiny může obsahovat pouze přípravu na bádání žáka. Z hlediska přiblížení skutečného života je vhodné, aby učitel volil tzv. multioborová témata. „*Učitel badatelsky orientovanou výuku koncipuje tak, že zpravidla zahrnuje posloupnost situací, které jsou cíleně vytvářeny nebo ovlivňovány za účelem dosažení požadovaného rozvoje žáka v různých rovinách*“. (Dostál, 2015b, s. 42)

Význam učitele při navození a řízení badatelsky orientované výuky je zcela klíčový. Někteří autoři, jak uvádí Dostál (2015b) tvrdí, že kvalita výuky je ovlivněna technickými i osobnostními kompetencemi učitele, znalostí oboru a zájmu o žáky.

Nezvalová (2010) a Dostál (2015a) uvádějí, že učitelova role v BOV vychází z následujících předpokladů:

Učitel

- posuzuje vhodnost zařazení badatelských aktivit do výuky;
- plánuje badatelské aktivity v souladu s předpisy a nařízeními;
- plánuje výuku v souladu s kurikulárními dokumenty vymezujícími obsah vzdělávání;
- má znalosti a dovednosti o badatelsky orientované výuce;
- plánuje výuku tak, aby se každý žák aktivně podílel;
- plánuje badatelskou výuku s možností dalšího rozšíření (mimo výuku);
- připravuje pro žáky materiály, nástroje a zdroje;
- plánuje výuku s prostředky běžně dostupnými pro žáky;
- podporuje u žáků zodpovědnost;
- přizpůsobuje (individualizuje) výuku dané potřebě žáků;
- motivuje žáky;
- využívá badatelských aktivit při uvedení nového učiva a fixaci učiva;
- navádí žáky otázkami, které je vedou k divergentnímu myšlení;
- zajišťuje bezpečnost při výuce;
- rozvíjí myšlení, představivost, vnímání, zájmy, sociální vztahy žáků;
- sleduje problémy v učení žáků;
- hodnotí postup žáků;
- sdílí poznatky z badatelské aktivity s ostatními pedagogy;
- reflektuje přípravu a realizaci badatelské výuky s cílem k jejímu zkvalitnění.

#### 1.5.2.7.2 Role žáků

Smyslem badatelsky orientované výuky je rozvoj žáků a jejich kompetencí zaměřených na řešení problémů. (Dostál, 2015a) Někteří autoři považují za velký význam rozvoj kompetencí k řešení problémů a uvádějí, že „*vysoce rozvinutá schopnost řešit problémové situace usnadňuje další vzdělávání, úspěšné zapojení do společnosti, ale je nezbytná i pro mnohé osobní aktivity*“. (Lesh a Zawojewski, 2007 cit. podle Dostál, 2015a, s. 9)

Při bádání žáci rozvíjí a trénují dovednosti. Mezi dovednosti patří „*motivace žáků k učení, kritické a tvořivé myšlení, logické usuzování, schopnost plánování práce, samostatnost a zodpovědnost*“ a v neposlední řadě také komunikace a spolupráce s žáky. (Badatelé.cz, 2013, s. 18)

Vzdělávací program *Čtením a psaním ke kritickému myšlení*, který pochází z mezinárodního směru RWCT = Reading and Writing to Critical Thinking se zabývá metodami, které pomáhají žákům s porozuměním textu a mají za cíl rozvíjet tvořivé a intuitivní myšlení. Při kritickém myšlení se žáci dívají na věci z různých úhlů pohledu, a stávají se samostatnými mysliteli a čtenáři. Promyšlené i strukturované učení, psaní a diskuse pomáhá žákům v rozvoji myšlení a tvoření nových situací. Velkou výhodou je přihlídnutí k zájmu a potřebám žáka. (*Čtením a psaním ke kritickému myšlení (RWCT)*, 2001)

Kritické myšlení velmi úzce souvisí s čtenářskou gramotností. Žáci při čtení textu nejen rozumí obsahu, ale také v něm dokáží hledat určité souvislosti. Důležitý je i způsob, jak žáci pracují s chybou. Když se jim práce nedaří, nesmí chybu přijmout jako nezdar, ale musí pátrat po příčinách. (Badatelé.cz, 2013)

Celým programem *Čtením a psaním ke kritickému myšlení* prostupuje třífázový model učení. Třífázový model učení se obvykle označuje jako model E-U-R. Díky tomuto modelu je učivo v paměti žáků zachováno po delší dobu, žáci jsou ve vyučování aktivnější a více motivovaní k učení. (Zormanová, 2012b)

Jednotlivé fáze modelu E-U-R uvádí Zormanová (2012b):

1. evokace – učitel zjišťuje prekoncepty žáků;
2. uvědomění – žáci hledají nové informace a porovnávají je s původními;
3. reflexe – žák třídí a upevňuje informace ve svém vědomí.

BOV má význam v objevování skutečností, které si žáci mají osvojit, dále v učení se nových skutečností aktivně poznávat. To znamená osvojovat si badatelské postupy, a také badatelsky myslet. (Dostál, 2015b)

Nezvalová (2010) uvádí že žákova role v BOV vychází z následujících předpokladů:

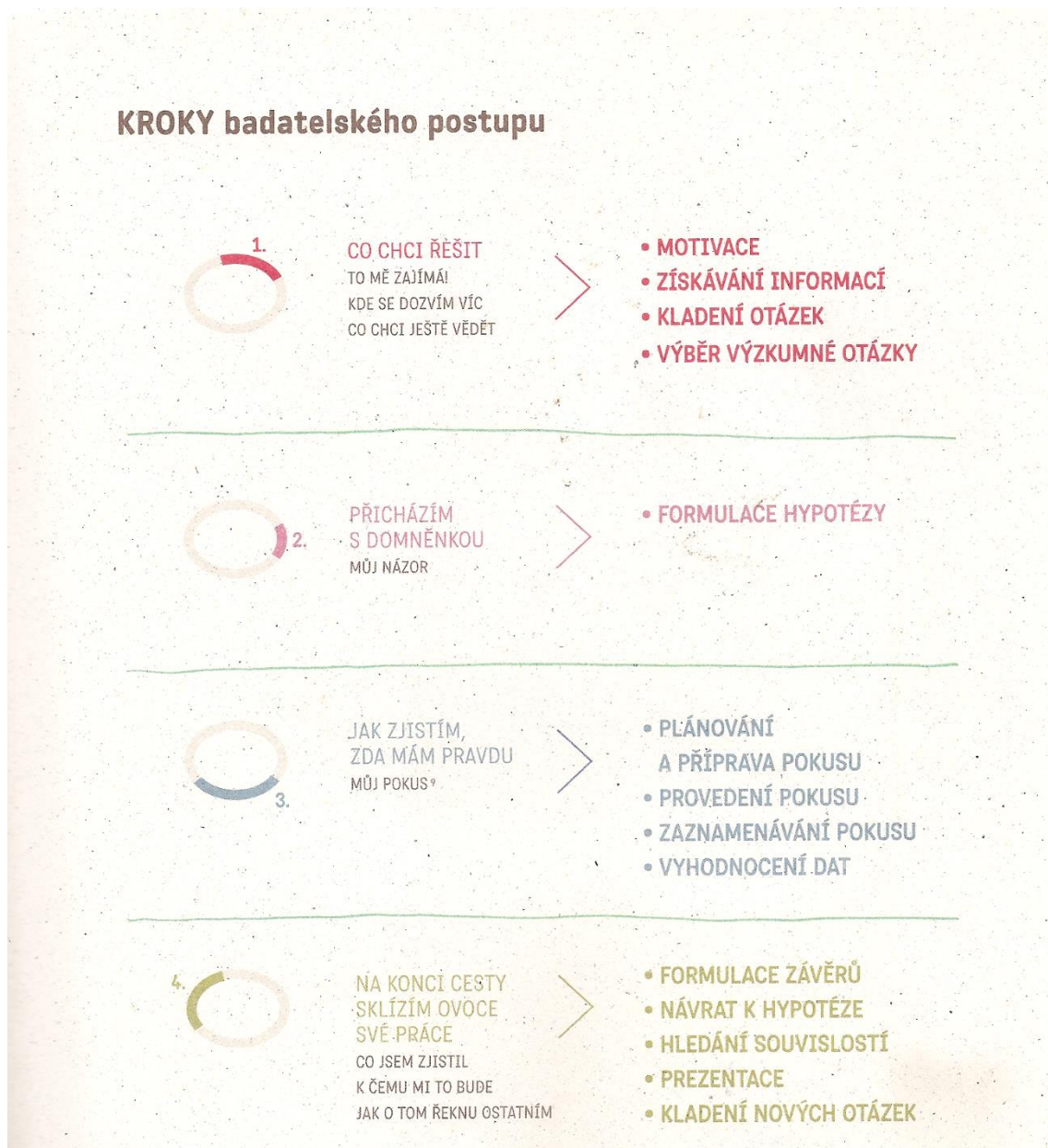
Žák:

- má zájem se učit a je zodpovědný;
- akceptuje výzvu k učení a ochotně se účastní procesu objevování;
- vytváří myšlenky a nápady;
- dokáže klást otázky, které se vztahují k objevování a zkoumání;
- navrhuje metody a postupy k ověření myšlenek a nápadů;
- potvrzuje nebo odmítá myšlenky a nápady;
- využívá potřebné materiály;
- pozoruje, hodnotí a zapisuje informace;
- tvoří nákresy a zápisy;
- pozoruje změny a podobnosti;
- komunikuje a spolupracuje s ostatními členy týmu;
- rozpoznává své slabé a silné stránky;
- hodnotí svou práci;
- reflektuje své učení s učitelem a spolužáky.

#### 1.5.2.8 Průběh bádání

Badatelsky orientovaným vyučováním se žáci učí spolupracovat. Bádání probíhá v menších skupinkách, ve kterých žáci spolupracují. Většinou si žáci ve skupině určí své role, jako například zapisovatel, měřič, mluvčí a jiné. Žáci berou své role zodpovědně, společně si pomáhají a nesvalují vinu na druhé. Společně také hodně komunikují, a tím rozvíjí komunikační dovednosti. Musejí umět vyjádřit své myšlenky, aby i ostatní žáci ve skupině jim porozuměli. Při bádání žáci také pracují s pomůckami a technikou. V průběhu bádání zapisují zjištěná data z bádání do tabulek a načrtávají si průběh pokusů při svém bádání. Velmi důležitá je „*podpora atmosféry spolupráce, nikoliv soutěživosti*“, protože „*potřeba je rozvíjet dovednosti všech žáků ve třídě, a nejen ty nejrychlejší a v bádání nejobratnější*“. (Badatelé.cz, 2013, s. 24)

Nabízí se mnoho otázek, jak vůbec s bádáním u žáků začít. Bádání probíhá v určitém cyklu, jeho jednotlivé části Badatelé.cz (2013) rozdělili na 4 kroky:



Obr. č. 4: kroky badatelského postupu

### 1.5.2.8.1 První krok badatelského cyklu

První krok v badatelském cyklu je motivace. Pojem motivace pochází z latinského jazyka a znamená pohyb. Dalo by se říct, že motivace je síla, která ovlivňuje lidské chování. (Studium Psychologie, 2016)

Mareš (2013, s. 252) se opírá o definici motivace: „*Motivací rozumíme soubor vnitřních i vnějších faktorů, které ovlivňují lidské jednání:*

- *aktivizují lidské jednání, dodávají mu energii, aby mohl začít;*
- *navozují u jedince určitá očekávání;*
- *zaměřují jednání určitým směrem, k určitému cíli, k určitým hodnotám;*
- *udržují jednání v chodu, dodávají mu energii, aby mohlo dál probíhat;*
- *navozují prožívání úspěchů a neúspěchů, spouštějí jedincovo hodnocení vlastního jednání i jednání jiných lidí. “*

Motivace ve vztahu k učení zahrnuje velký počet potřeb, citů, hodnot a dílčích motivačních momentů, které jsou v různých obdobích života jedince. Motivace k učení se rozlišuje na vnější a vnitřní. Vnitřní motivace je spjatá se zvědavostí a radostí z momentální činnosti. Vnější motivace se pojí s vnějšími činiteli, které přicházejí z okolí. Mezi vnější činitele patří například odměna, pochvala, trest, donucení a jiné. Existuje mnoho vnějších pobídek, které motivaci žáků ovlivňují. Žáky lze upoutat novou situací, informací, která v nich probudí zvědavost. Příprava prvních hodin je často rozhodující o motivaci či demotivaci. (Obst, 2017)

Důležité je žáka zaujmout, ale také spustit jeho myšlenkové pochody. Zvolení vhodného tématu pro bádání žáka motivuje a zvyšuje jeho zájem o bádání i učení se něčemu novému. Motivovat žáky můžeme různými způsoby, záleží na celkovém složení dané skupiny žáků a také na věku. Žáky mladšího školního věku můžeme motivovat přečtením příběhu, pohádky a vyprávěním, které se týká jejich filmových hrdinů. Také lze využít neobvyklých a záhadných předmětů, které žáky překvapí a vzbudí motivační charakter. U starších žáků může být motivace provedena demonstračním pokusem, článkem z odborných i populárně naučných časopisů, televizním pořadem, videem a předložením aktuálního problému z běžného života žáků. (Badatelé.cz, 2013)

Po motivaci je vhodné vést žáky k tomu, aby si zapsali počáteční zjištěné informace. Zapsání je důležité, aby se i později k těmto informacím mohli vrátit. Následně žáci neboli badatelé prodiskutují své počáteční zjištěné informace ve své skupině s ostatními spolužáky. Tím je zajištěno získání informací i pro žáky, kteří si dané informace nestihli poznamenat. Ve skupině žáci diskutují a vymýšlejí otázky, na které by chtěli znát odpovědi. Ze svých odpovědí vyberou jednu výzkumnou otázku, nad kterou budou bádát. Důležité je vybrat otázku, která žáky láká, ale zároveň se dá v daných podmínkách realizovat. Není vhodné vybírat otázku, která je časově náročná a nejsou k ní dostatečné podmínky (zázemí, pomůcky a další). (Badatelé.cz, 2013)

*Badatelé.cz* (2013) u prvního kroku badatelského cyklu uvádí jaké dovednosti žáci rozvíjí.



Žák:

- přemýšlí o tématu;
- získává další informace z různých zdrojů;
- dokáže třídit získané informace;
- rozlišuje věrohodnost zdrojů;
- klade si otázky;
- hledá odpovědi a souvislosti ve známých a neznámých informacích;
- porovnává své myšlenky s názory ostatních spolužáků a dalšími zdroji informací;
- vybírá výzkumnou otázku.

#### 1.5.2.8.2 Druhý krok badatelského cyklu

Druhým krokem v badatelském cyklu je formulace hypotézy neboli domněnky. Na základně vybraných otázek, které žáky zajímají, si zvolí jednu výzkumnou otázku a nazvou ji hypotéza neboli domněnka. U mladších žáků se používá pojem domněnka, u starších hypotéza. Při bádání žáci napodobují skutečné bádání vědců. *„Vědci svými pokusy neodpovídají na otázky, ale hledají důkazy pro své domněnky, případně se snaží domněnky jiného vědce vyvrátit.“* (Badatelé.cz, 2013, s. 51)

Zvolená hypotéza čili domněnka by měla být po konci bádání potvrzena nebo vyvrácena. *Badatelé.cz* (2013, s. 53) uvádí, že *„předpokládání („hypotézování“) je efektivní formou učení, kdy žák konstruuje sám své poznání. Na základě svých dosavadních znalostí odhaduje „neznámé“. Přesahuje tak své současné limity, objevuje souvislosti, sahá dál a prohlubuje nabyté poznatky“.*

Žákům je třeba vysvětlit, že hypotéza se používá pro formulování cíle bádání. Pro každou činnost bádání je třeba si říct, co chceme ověřit, a pak teprve jak to budeme provádět. Hypotézu je také možné formulovat jako *„tvrzení, o kterém si myslíme, že je pravdivé, že platí, ale nejsme si úplně jisti“.* (*Badatelé.cz*, 2013, s. 56)

*Badatelé.cz* (2013) uvádí, že správně formulovaná hypotéza musí být:

- jednoznačná – tzn. buď platí anebo neplatí; nemůže platit jen napůl;
- ověřitelná – existuje způsob ověření;
- zobecnitelná – musí platit i pro větší nebo jiný počet jevů, objektů;

- měřitelná – lze změřit nebo kvantitativně spočítat;
- specifická – musí být zacílena na konkrétní jev; podrobná, aby nevyvolávala pochyby.

Při práci s hypotézami se u žáků musí přihlídnout k jejich věku. Mladší žáci si stanovují jednodušší hypotézy a starší žáci náročnější. Ze začátku je tvorba hypotézy pro žáky náročná. Nejprve si žáci ze svých otázek vytvoří oznamovací větu a poté mají hypotézu. (*Badatelé.cz*, 2013)

U druhého kroku badatelského cyklu *Badatelé.cz* (2013) uvádí, jaké dovednosti žák rozvíjí.

Žák:

- odhaduje výsledek pokusu na základě známých informací;
- dokáže vybrat ze svých otázek jednu výzkumnou otázku;
- dokáže zformulovat hypotézu.

#### 1.5.2.8.3 Třetí krok badatelského cyklu

Třetím krokem v badatelském cyklu je experiment neboli vědecký pokus. V této fázi žáci mají již položenou výzkumnou otázku a zformulovanou hypotézu. Další činností je ověření hypotézy. Ověřování probíhá na základě pokusu, který hypotézu potvrdí nebo vyvrátí. První je potřeba pokus naplánovat a připravit. Žáci musí zvážit všechny fáze pokusu, jeho provedení a pomůcky. Větší počet opakování pokusů, například i kontrolní variantou dává žákům přesnější výsledky. Velký význam má s žáky komunikovat o průběhu pokusu, aby si uvědomili, proč, a co svým pokusem dělají. Žáci své provádění pokusu tedy bádání musejí zaznamenávat, aby se kdykoliv k těmto informacím a poznámkám mohli vrátit. Je vhodné vést žáky k zamyšlení, zda díky pokusu mimo zjištění zajímavých skutečností dosáhli i odpověď na svou výzkumnou otázku. U žáků, kteří nemají s BOV žádné zkušenosti je vhodné plánovat postup pokusu společně a později žákům předávat více samostatnosti. Žáky je potřeba povzbuzovat při práci a oceňovat jejich kreativní postupy. (*Badatelé.cz*, 2013)

*Badatelé.cz* (2013) u třetího kroku badatelského cyklu uvádí, jaké dovednosti žák rozvíjí.

Žák:

- plánuje postup, při kterém ověří hypotézu;
- spolupracuje ve skupině;

- určí rozdělení rolí ve skupině;
- rozvíjí analytické schopnosti při provedení pokusu;
- zaznamenává zjištěná data;
- zpracovává a interpretuje zjištěná data.

#### 1.5.2.8.4 Čtvrtý krok badatelského cyklu

Čtvrtým a zároveň posledním krokem badatelského cyklu je formulace závěrů, návrat k hypotéze, prezentace výsledků a kladení nových otázek. Po provedení pokusu se žáci zamýšlejí nad výsledky, kterých dosáhli při svém bádání. Výsledky shrnou a zapíší si fakta, která považují za důležitá. Následně se žáci vrátí k hypotéze, kterou si navrhli na začátku bádání a porovnají ji s výsledky, kterých dosáhli. Jejich hypotéza buď bude potvrzena nebo vyvrácena. Je důležité žáky upozornit, že vyvrácená hypotéza není chybná „někdy má větší hodnotu než ta, která se potvrdila“, protože může určovat směr pro další bádání. (*Badatelé.cz*, 2013, s. 87)

Poté žáci formulují závěr, který by měl mít základní rysy, jak uvádějí *Badatelé.cz* (2013):

- vychází z výsledků vlastního bádání;
- komentuje hypotézu, která byla stanovena na začátku bádání;
- je srozumitelný i pro ostatní žáky;
- uvádí nové otázky a problémy.

Žáci by měli hledat souvislosti svého bádání mezi dalšími informacemi a jejich vlastním životem. Propojenost s běžným životem je důležité neustále zdůrazňovat. Své závěry z bádání žáci prezentují ostatním žákům. Je to prostor pro žáky, aby mohli sdílet s ostatními spolužáky na co přišli, komunikovat a argumentovat. Prezentace jejich bádání může být libovolná, mohou využít klasické prezentace v počítačovém programu, vytvořit plakát, článek do školních novin a mnoho dalšího. (*Badatelé.cz*, 2013)

U čtvrtého kroku badatelského cyklu *Badatelé.cz* (2013) uvádí, jaké dovednosti žák rozvíjí.

Žák:

- vyvozuje závěry z bádání;
- shrnuje svými slovy důležitá fakta;
- vybírá podstatné informace do prezentace;
- formuluje závěr;

- navrací se k hypotéze;
- prezentuje výsledky;
- klade nové otázky.

*„Badatelsky orientovaná výuka nelze být považována jen za výukovou metodu, jelikož metoda samotná, pokud není navázána na vhodný vzdělávací obsah, vhodné organizační formy a podobně dosažení požadovaných výstupů nezajistí.“ (Dostál, 2015a, s. 42)*

Termín badatelsky orientované vyučování není vhodné zaměňovat s výukou problémovou, aktivním vyučováním nebo se zážitkovou pedagogikou, protože BOV má daleko širší význam. Žáci po zaměřených badatelsky orientovaných výukách umějí myslet, odhalovat, řešit problémy, odhadovat a vytvářet správné úsudky. (Dostál, 2015a)

#### 1.5.2.9 Výhody badatelsky orientované výuky

Badatelsky orientované vyučování a aktivita žáků spolu mohou vytvořit velmi dobré výsledky vzdělávání. Žáci rozvíjí kompetence, které jsou důležité v jejich budoucím životě. Učí se aktivně pozorovat, získávat informace, vyhledávat a shromažďovat data, plánovat, vyhodnocovat a tvořit závěry. Žáci mají při svém učení více svobody a může být projevena jejich kreativita. Badatelsky orientovanou výuku je vhodné využít v mezipředmětových vztazích. Vhodná organizační forma podporuje kooperativní učení žáků. Badatelsky orientovaným vyučováním lze vyučovat všechny věkové kategorie žáků. (Nezvalová, 2010)

#### 1.5.2.10 Nevýhody badatelsky orientované výuky

Mezi hlavní nevýhodu badatelsky orientovaného vyučování patří velká časová náročnost. Jedná se o náročnost v přípravě učitele, ale také při samotné realizaci. Učitel je omezený hodinovou dotací pro daný předmět a množstvím učiva, které má s žáky stihnout. Jako další důvod, který by se dal považovat za nevýhodu, je obava stávajících učitelů z jiných vyučovacích metod než takových, na které jsou již zcela zvyklí.

### 1.5.2.11 Emoce spojené s BOV

*„Emoce jsou psychické procesy, které hodnotí různé skutečnosti, situace, události, průběh a výsledky činnosti jedince. Vyjadřují prožívání subjektivního stavu a vztahu k působícím podnětům.“* (Dvořák, Emmert a Katrňák, 2008, s. 160)

Význam emocí ve vzdělávání je důležitý. Maláč a Francová (1975) poukazují na skutečnost, že prožití dobrodružných vyučovacích hodin nebo radostné očekávání z nových poznatků, u žáků ovlivňuje zájem, který se stává hlubokým a trvalým. Vyučovací hodina a celkový její proces žáky emocionálně ovlivňuje. (Dostál, 2015a)

Heller (2007, cit. podle Dostál, 2015a) pokládá emoce za *„prožívání vzrušení vyvolaného konkrétní, životně významovou situací nebo za prožívání vegetativních změn. Pocity příjemného a nepříjemného fylogeneticky původně signalizovaly biologickou hodnotu podnětu (ať pozitivní či negativní).“*

Emoce *„způsobují integraci nebo nesoulad, motivaci nebo demotivaci, zájem či nezájem o to, co se dělá nebo se má udělat“*. (Fernandes, 2004, cit. podle Dostál, 2015a) Poznatky, které si žáci při badatelsky orientovaném vyučování osvojují jsou doprovázeny emočními stavy. Pozitivní emoční stavy výrazně přispívají k trvalosti osvojení. (Fernandes, 2004, cit. podle Dostál, 2015a)

### 1.5.2.12 Mezinárodní šetření PISA

Mezinárodním šetřením v oblasti měření výsledků vzdělávání se zabývá Mezinárodní šetření PISA (Programme for International Student Assessment). Výzkumy provádí Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj (OECD). (*Mezinárodní šetření PISA, 2017*)

V Mezinárodním šetření PISA, které proběhlo v roce 2003 jsou výsledky matematické gramotnosti žáků České republiky nad průměrem v porovnání s ostatními zeměmi. Součástí výzkumu OECD bylo řešení problémových úloh. Tyto úlohy patří ve všech vyspělých zemích k hlavním cílům vzdělávání. *„Pedagogové a tvůrci školské politiky se věnují zejména kompetencím žáků řešit problémové úlohy, které vycházejí ze skutečného života. K těmto kompetencím patří porozumění dané informaci, nalezení důležitých prvků a vztahů mezi nimi, jejich znázornění, vyřešení problému, posouzení řešení, jeho zdůvodnění a zprostředkování určitému okruhu čtenářů nebo posluchačů. Proces řešení problémů se objevuje v celém kurikulu, tedy v matematice, v přírodních vědách, ve výuce jazyků, ve společenských vědách*

*i v mnoha dalších oblastech.*“ (Koncepce řešení problémových úloh ve výzkumu PISA 2003, 2003, s. 5)

Součástí mezinárodního šetření PISA 2012 byla oblast řešení tzv. problémových úloh. Při řešení těchto úloh žáci kombinují vědomosti a dovednosti z různých oborů. Testování probíhalo prostřednictvím počítače a celkem se zapojilo 43 zemí světa. Testování v České republice se zúčastnilo 2 800 patnáctiletých žáků. Výsledky žáků české republiky byly mírně nadprůměrné. Lepších výsledků dosahovali žáci ze zemí Singapur, Austrálie, Finska a Kanady. Ústřední školní inspektor Tomáš Zatloukal (*Výsledky mezinárodního šetření PISA 2012 – Problem solving byly zveřejněny*, 2014) se vyjádřil, že: „*Příčinou nadprůměrných výsledků českých žáků v oblasti řešení problémových úloh může být úspěšné využívání progresivních výukových metod – například problémové učení, badatelsky orientované vyučování a také individuální a skupinová práce na projektech.*“

Další šetření PISA, které proběhlo roku 2015 poukazuje, že japonští a čínští žáci dosáhli nejlepších výsledků v matematické gramotnosti. Mezi nejlepší žáky z Evropy patří žáci Švýcarska a Estonska. Výsledky žáků České republiky jsou na úrovni průměru zemí OECD a jejich výsledky jsou srovnatelné s žáky Nového Zélandu, Francie, Austrálie a Velké Británie. (Blažek a Příhodová, 2015, s. 24)

Na badatelské aktivity poukazuje i Mezinárodního šetření PISA 2015. „*Ukázalo se, že čeští učitelé upřednostňují obsahovou znalost předmětů. Proto je potřeba se zaměřit na hledání a rozvíjení takových metodických a didaktických postupů v předmětech, které budou využívat nejen nabytých znalostí, vědomostí žáků, ale budou také rozvíjet jejich badatelské a experimentální dovednosti a schopnosti řešit problémy vycházející z reálných životních situací. Tím je možné žáky přesvědčit o důležitosti a významu vyučovacích předmětů pro jejich život, o smysluplnosti výuky, a tím lze zdůvodňovat nezbytnost a výhodnost vzdělávání.*“ (Blažek a Příhodová, 2015, s. 46)

Z výsledků šetření PISA je zřetelné, že žáci na základních školách jsou vedeni ke kladení otázek, hledání odpovědí a řešení problémů. (Dostál, 2015b).

### 1.5.2.13 Projekty BOV

#### 1.5.2.13.1 Projekt POLLEN

Badatelsky orientovanou výukou se zabýval projekt POLLEN, který probíhal v letech 2006-2009. Cílem projektu bylo zvýšení úrovně přírodovědného vzdělávání, pomocí badatelsky orientované výuky v základních školách. Projekt hledal a nabízel nové cesty, které zvyšovaly dosavadní úroveň vzdělávání žáků. Projekt tvořila síť dvanácti evropských měst, která zajišťovala kvalitu badatelsky orientované výuky. Zapojeno bylo několik evropských zemí, mimo Českou republiku. Země s městy zapojené do projektu se snažily v co největší míře využívat badatelsky orientované metody vzdělávání žáků, ale také i místní komunity, tedy rodiče, městské úřady, obecní úřady, muzea, kulturní centra a jiné. Účastníci projektu poskytovali materiály, pracovní listy pro žáky, příručky pro učitele, a také proškolené učitelé v oblasti badatelsky orientované výuky. Projekt sloužil k výměně zkušeností, poznatků a přístupů ve vzdělávání jednotlivých zemí. (Janoušková, 2008)

Janoušková (2008) uvádí země s městy zapojené do projektu POLLEN:

Belgie (Brusel), Estonsko (Tartu), Francie (Saint-Etienne), Německo (Berlín), Itálie (Perugia), Nizozemí (Amsterdam), Portugalsko (Sacavém-Loures), Španělsko (Girona), Švédsko (Stockholm), Velká Británie (Leicester), Maďarsko (Vac) a Slovinsko (Ljubljana).

Papáček (2010) vydal článek, který poukazoval, že Evropská unie v roce 2010 financovala čtyři velké mezinárodní projekty. Projekty se zabývaly vzděláváním, vyučováním matematiky a přírodních věd. Financování těchto projektů probíhalo prostřednictvím *Sedmého rámcového programu pro výzkum a vývoj*. Jednalo se o S-TEAM, ESTABLISH, Fibonacci a PRIMAS.

#### 1.5.2.13.2 Projekt S-TEAM

Projekt S-TEAM je projekt podporující nové metody v přírodovědném vzdělávání. Na projektu spolupracovalo 26 partnerů z 15 zapojených zemích. Projekt probíhal v letech 2009-2011. V roce 2009 se do tohoto projektu zapojila i Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích. (Samková, 2015)

#### 1.5.2.13.3 Projekt ESTABLISH

Projekt ESTABLISH byl vytvořen v roce 2010 a probíhal v letech 2010-2014. Na projektu spolupracovalo 11 evropských zemí. Cílem projektu byla podpora širšího využití badatelsky orientované výuky přírodovědných předmětů na 2. stupni základních škol. Členové tohoto projektu spolupracovali na vývoji badatelsky orientované výuky s učiteli a studenty jednotlivých zemí. Společně vytvořili vhodné materiály, které slouží pro učitele přírodních věd, kteří mají zkušenosti s přístupem založeným na principu bádání. (McLoughlin, 2010)

V roce 2010 se českým partnerem projektu stala Matematicko-fyzikální fakulta a Přírodovědecká fakulta Univerzity Karlovy v Praze. (Samková, 2015)

#### 1.5.2.13.4 Projekt Fibonacci

Projekt Fibonacci je označován jako volné pokračování projektu POLLEN. Prostřednictvím tohoto projektu bylo zřízeno 12 Referenčních center a 24 Twin center. Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích je právě jedno ze sídel Twin center. Toto sídlo v České republice se zabývá badatelsky orientovaným přírodovědným a matematickým vzděláváním. Cílem tohoto centra je, aby učitelé matematiky základních a středních škol zjistili, kolik matematiky je používáno v nematematických předmětech. Společně pracovali na přípravě žáků v používání matematických pojmů v nematematických předmětech. V rámci projektu je vytvořeno mnoho pracovních listů badatelsky orientované výuky. (*Projekt Fibonacci, 2013*)

Projekt Fibonacci byl pojmenován podle slavného italského matematika Leonarda Pisánského neboli Leonarda z Pisy. Fibonacci je znám především díky tzv. Fibonacciho posloupnosti, díky které popisoval růst populace králíků. (Reichl a Všeticka, 2019)

#### 1.5.2.13.5 Projekt Primas

Projekt Primas probíhal v letech 2010-2013, ve kterém spolupracovalo 14 univerzit z 12 různých zemí. Společně se podíleli na podpoře zavedení badatelsky orientované výuky v matematice a vědě. Cílem projektu byla podpora badatelsky orientované výuky a příprava metodických materiálů pro výuku matematiky a přírodovědných předmětů. Díky projektu se vytvořilo mnoho materiálů, které mohou být využity ve výuce. Mimo jiné projekt spolupracuje



se subjekty jako jsou politici, ředitelé škol a rodiče, kteří vytvářejí vhodné podmínky vzdělávání. (Mass, 2019)

#### 1.5.2.13.6 Projekt MaScil

Projekt MaScil (Mathematics and Science for Life – Matematika a přírodní vědy pro život) je projekt, který probíhal v letech 2013-2016. Na projektu se podílelo 18 partnerů z 13 zemí. Jedním z partnerů se roce 2013 stala Přírodovědecká fakulta Univerzity Hradce Králové. (Mascil, 2013)

Cílem projektu je propagace badatelsky orientované výuky přírodních věd v základních a středních školách. Snahou je aplikovat přírodní vědy a matematiku do vzdělávání. Jedná se o propojení těchto předmětů se světem práce a poukázání jejich významu. Projekt vytvořil mnoho materiálů, pořádal kurzy pro učitele a jiné aktivity. Kurzy pro učitele sloužily k dalšímu profesnímu vzdělávání a probíhaly v letech 2014-2016. (Doorman, Jonker a Wijers, 2016)

Uvedené projekty nejsou jediné, které se zabývají rozšířením BOV, jako další lze například uvést:

- PRI-SCI-NET
- PROFILES
- ASSIST-ME
- SCIENTIX

## 2. Praktická část

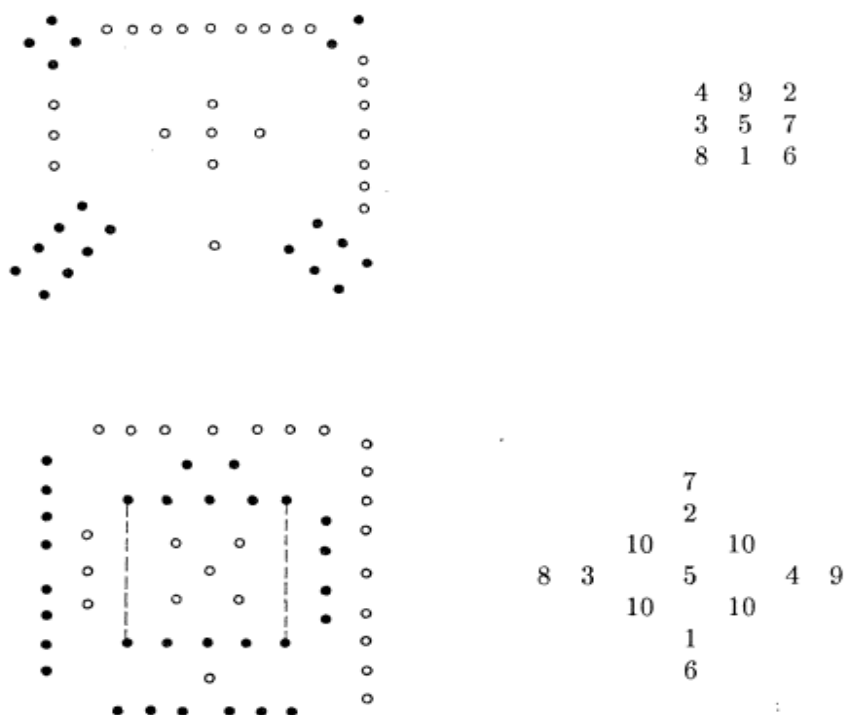
Praktická část diplomové práce má více částí. V první části se nachází kapitola, která se zabývá teorií tématu, která byla předmětem praktické části diplomové práce. Druhá část se zabývá zpracováním námětu pro badatelsky orientovanou výuku. Následuje část věnovaná výukovému experimentu, který spočíval v provedení badatelské výuky ve dvou paralelních třídách. Další část se zabývá vytvořením jednoduchého testu, který ověří, zda žáci látku výukovým experimentem pochopili. Poslední část diplomové práce se zabývá postoji žáků k průběhu badatelsky orientované výuky.

### 2.1 Magické čtverce

#### 2.1.1 Historie magických čtverců

Z hlediska matematického vývoje vznikaly první matematické pojmy v Egyptě, Mezopotámii, Číně a Indii. Za nejspolehlivější zdroj informací o matematických poznacích jsou považovány písemné záznamy. Nejstarší matematické doklady jsou uvedené v posvátné knize *I-ting*, která je přeložena do češtiny jako *Knih proměn*. Tato kniha pochází z roku 2 200 př. n. l. (Fuchs, 1993)

Původ magického čtverce popisuje starý čínský legendární příběh *Lo Shu*. Tento příběh byl sepsán v letech 650 př. n. l. Vypráví o císaři *Yu*, který našel v období obrovské potopy želvu, která vylezla na břeh z řeky. Želva měla na svém hřbetu schémata, na které poukazuje následující obrázek. (Fuchs, 1993; Roskovec, 2009)



Obr. č. 5: schémata na hřbetu želvy

Přepis prvního schéma do číselného vyjádření tvoří magický čtverec.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Obr. č. 6: magický čtverec

Je to nejstarší magický čtverec o 3 x 3 polích. Vyplněný čísly 1 až 9, a v jeho středu leží číslo 5. Součet ve sloupcích, řádcích a obou úhlopříčkách je roven číslu 15.

Při přepisu druhého schéma, do číselného vyjádření je pozoruhodná mnohočetná vnitřní symetrie.

Například:

$$5 + 4 = 9$$

$$5 + 3 = 8$$

$$5 + 2 = 7$$

$$5 + 1 = 6$$

$$3 + 10 + 1 = 8 + 6$$

$$3 + 10 + 2 = 8 + 7$$

U tohoto schéma se dá najít mnoho dalších početních symetrií. Schéma je nazýváno tzv. Říční mapa. V jejím středu se opět nachází číslo 5. (Fuchs, 1993)

Číňané číslo 5 považovali za symbolické číslo a jako jedno z nejvýznamnějších čísel. Magickými čtverci byli lidé natolik fascinováni, že obrazcům přisuzovali magické vlastnosti a sílu. Dokonce půdorysy čínských chrámů mají tvar magických čtverců. Lidé začali magické čtverce využívat pro magické účely a byli přesvědčeni, že jim zajistí blahobyt a štěstí. Používali je jako přívěsky, amulety a vkládali je do základů při stavbě domů. Jejich účinkům věřili lidé z celého světa jako například v Indii, Persii a postupně se dostávaly i do Evropy. V Orientu jsou dodnes využívány pro kouzelnické účely. (*Magický čtverec*, 2018)

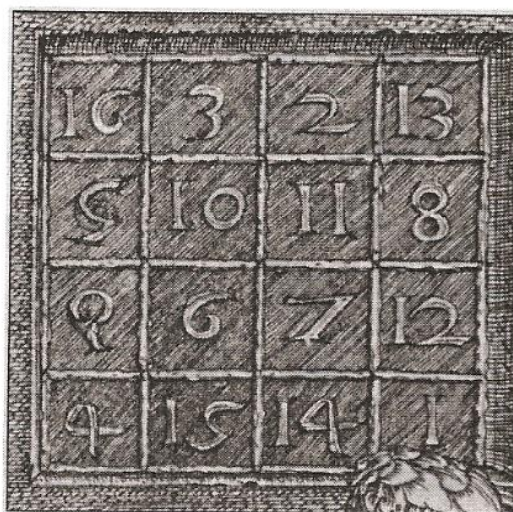
Později se i Arabové inspirovali magickými čtverci. Vytvořili další magické čtverce a přiřadili je k planetám. Stanovení planety, které odpovídá magický čtverec se nazývá planetární tabulka. Pomocí těchto tabulek lidé zjišťovali hvězdy, podle kterých určovali nejlepší roky vývoje jedince, které na ně působí a budoucnost. První známky o magických čtvercích s rozměry 5 x 5 a 6 x 6 pocházejí z arabského spisu *Rasá'il Ichwán al-Safá'*. Tento spis byl popsán roku 1300 v Bagdádu a je přeložen jako Encyklopedie Nevinnosti bratří. (Walek, 2003; Rooney, 2017) V Evropě se poprvé o magických čtvercích zmínil řeckobyzantský Manuel Moschopoulos. Italský matematik Luca Pacioli se také zajímal o magické čtverce a vydal roku 1494 knihu o číselných hlavolamech a magii. (Rooney, 2017)

Nejnámější magický čtverec se nachází na obraze Melancholie I., který vznikl v roce 1514, jehož autorem je norimberský malíř Albrecht Dürer. Obraz Melancholie I. je renesanční mědirytina. Mědiryt je umělecká a velmi obtížná technika, která spočívá v rytí do měděné nebo jiné kovové desky. Magický čtverec se na obraze nachází v rozměru 4 x 4. Čísla v něm obsažená udávají datum smrti jeho matky a rok zhotovení rytiny. Součet jednotlivých čísel v obraze, a to

vodorovně, svisle, úhlopříčně a v jednotlivých kvadrantech udávají vždy stejný počet 34. (*Melancholie I.*, 2006; *Mědiryt*, 2006; *Magický čtverec*, 2018)



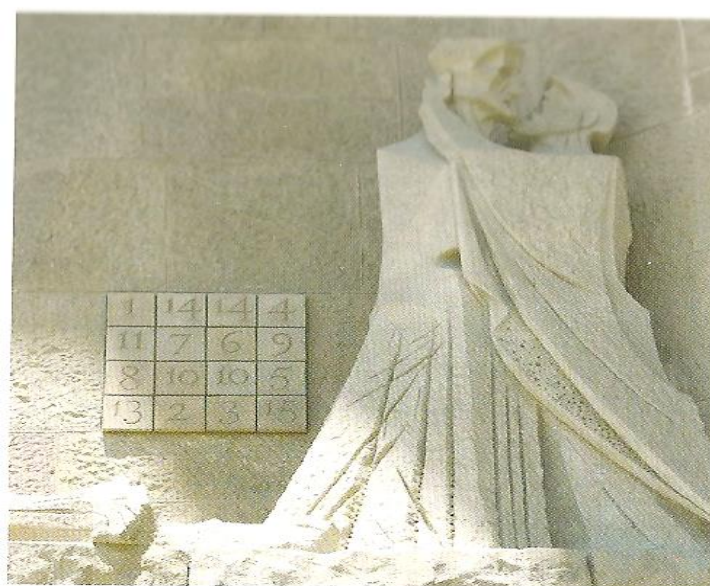
**Melancholie**



**Detail magického čtverce**

Obr. č. 7: Melancholie od Alberchta Dürera

Za zmínku stojí také magický čtverec v katedrále Sagrada Família v Barceloně (Španělsko). Magický čtverec tam uložil Antoni Gaudí, který pozměnil původní Dürerův. Jeho magická konstanta činí 33, tedy věk Krista. (Rooney, 2017)



Obr. č. 8: magický čtverec Antonia Gaudí

## 2.1.2 Magické čtverce

Magické čtverce představují uspořádání přirozených čísel ve čtvercové síti. Součet v každém řádku, sloupci i diagonálách je stejný. Tento stejný součet se nazývá magická konstanta. (Rooney, 2017)

Definice: Magický čtverec je čtvercová tabulka o  $n$  sloupcích a  $n$  řádcích ( $n \times n$ ), kterou je potřeba vyplnit čísly po sobě jdoucími od 1 do  $n^2$  tak, aby součty v řádcích a sloupcích a na obou diagonálách byly stejné. (Mareš, 2008)

Králová (2005) uvádí vzorec pro určení konstanty:

$$\frac{1}{2} \cdot (1 + n^2) \cdot n$$

Nejmenší magický čtverec má tři sloupce a tři řádky, tedy jeho rozměr je  $3 \times 3$ . Jeho magická konstanta je 15. (Rooney, 2017)

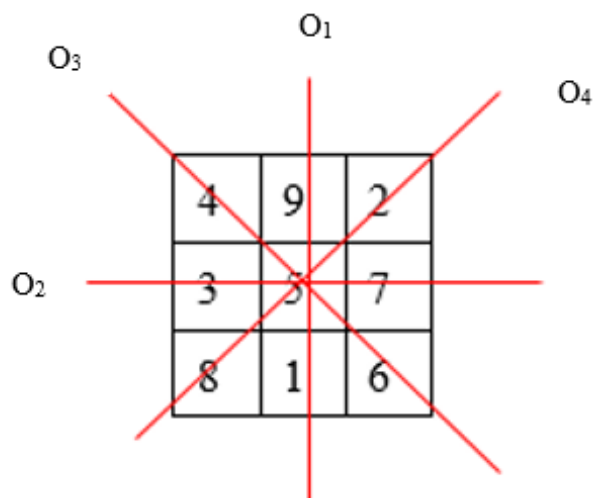
$$K = \frac{1}{2} \cdot (1 + 3^2) \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot (1 + 9) \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 30 = 15$$

Pro magické čtverce se rozlišují tři případy  $n$ , a to liché, sudé a  $n$  dělitelné 4.

### 2.1.2.1 Liché magické čtverce

Lichý magický čtverec, znamená, že daný čtverec má počet řádků i počet sloupců vždy lichý. Nejvíce jsou používány liché magické čtverce o rozměru  $3 \times 3$ . Součet řad, sloupců i diagonál udává konstanta, jejíž magický součet činí 15. (Walek, 2003)

Magický čtverec o rozměru  $3 \times 3$  existuje pouze jeden jediný. Ale čtverec má celkem 8 shodností (4 osy souměrnosti a 4 otočení, mezi které je řazena i identita). Proto lze vytvořit dalších 7 verzí magického čtverce.



Obr. č. 9: osy souměrnosti

Osa souměrnosti dle  $O_1$ :

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Osa souměrnosti dle  $O_2$ :

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Osa souměrnosti dle  $O_3$ :

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Osa souměrnosti dle  $O_4$ :

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Otočení (střed čtverce je číslo 5):

Otočení o 90°:

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Otočení o 180°:

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Otočení o 270°:

2	7	6
9	5	1
4	3	8

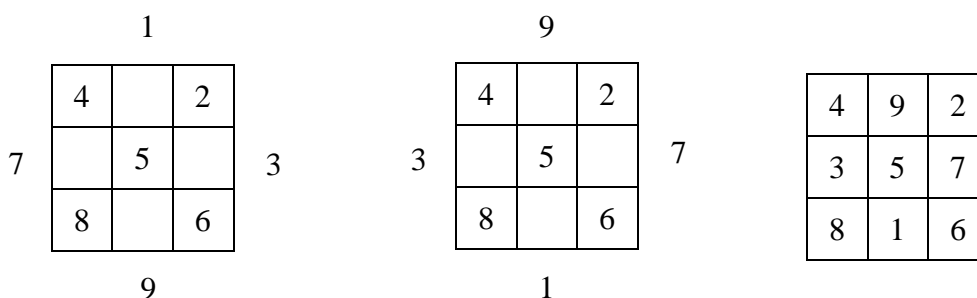
Otočení o 360° (identita):

4	9	2
3	5	7
8	1	6

### 2.1.2.1.1 Postup konstrukce magického čtverce 3 x 3

#### 1. Diagonální metoda podle Yanga Hui

Postupně po diagonálách se zapíše čísla od 1 až po 9. Vzniknou čísla, která se nenacházejí ve čtverci. U těchto čísel vyměníme jejich pozice (1 a 9, 7 a 3). Po následném vložení těchto čísel do tabulky, vznikne magický čtverec. (*Magischvierkant*, 2003)



#### 2. Siamská metoda

Tuto metodu vynalezl v 17. století Simon de la Loubère. Metoda začíná umístěním čísla 1 do prostředního sloupce prvního řádku. Následně se postupuje vždy diagonálně vpravo nahoru. Při tomto kroku se dostaneme mimo tabulku, vrátíme se do ní, tak, že číslo napíšeme do úplně posledního řádku, ale stejného sloupce, ve kterém číslo mělo být v původní pozici mimo tabulku. Lze si představit, že máme více čtvercových sítí vedle sebe. Tímto způsobem pokračujeme až do doby, než narazíme na obsazené políčko. Jakmile je políčko obsazené, tak dopíšeme číslo pod poslední napsané číslo. (Kociánová, 2009)



	1	

	1	
		2

	1	
3		
		2

	1	
3		
4		2

	1	
3	5	
4		2

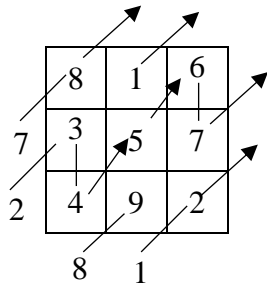
	1	6
3	5	
4		2

	1	6
3	5	7
4		2

8	1	6
3	5	7
4		2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Pro lepší pochopení postup pomocí šipek:



Stejnými postupy konstrukce lze dosáhnout magického čtverce o rozměru 9 x 9.

47	58	69	80	1	12	23	34	45
57	68	79	9	11	22	33	44	46
67	78	8	10	21	32	43	54	56
77	7	18	20	31	42	53	55	66
6	17	19	30	41	52	63	65	76
16	27	29	40	51	62	64	75	5
26	28	39	50	61	72	74	4	15
36	38	49	60	71	73	3	14	25
37	48	59	70	81	2	13	24	35

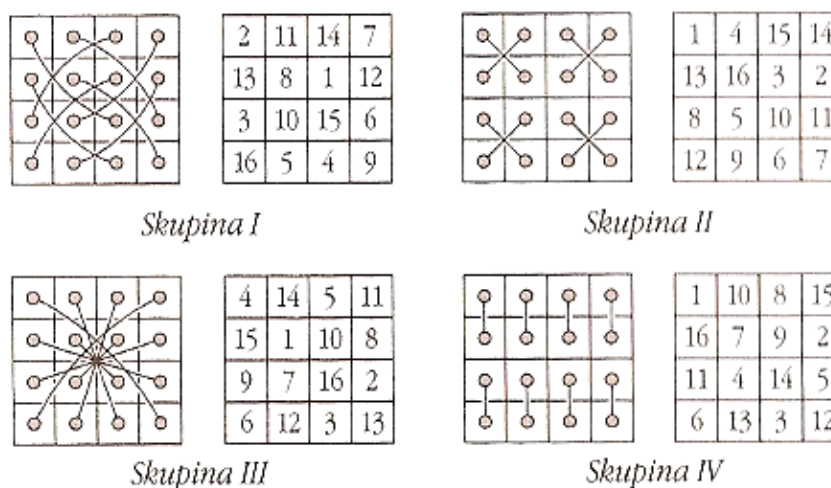
### 2.1.2.2 Sudé magické čtverce

Sudý magický čtverec, znamená, že daný čtverec má počet řádků i počet sloupců vždy sudý. Nejvíce jsou používány sudé magické čtverce o rozměru 4 x 4. Součet řádků, sloupců i diagonál u čtverce 4 x 4 je roven 34. (Králová, 2005)

$$K = \frac{1}{2} \cdot (1 + 4^2) \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot (1 + 16) \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot (17) \cdot 4 = 17 \cdot 2 = 34$$

Matematici magické čtverce otáčeli, zrcadlově převraceli, aby zjistili existenci možných magických čtverců o rozměru 4 x 4. Jejich zjištění bylo, že existuje 880 možných magických čtverců. Vytvářeli komplementární čísla ve čtvercích 4 x 4 a vzniklo 12 *Dudeneyových vzorců*. Tyto vzorce byly rozděleny do 4 skupin. (Lundy et al., 2015)

Jako příklad čtyř skupin magických čtverců z 12 *Dudeneyových vzorců* poukazuje následující obrázek (Lundy et al., 2015, s. 360):



Obr. č. 10: skupiny *Dudeneyových vzorců*

### 2.1.2.2 Postup konstrukce magického čtverce 4 x 4

#### 1. Metoda *Dudeneyových vzorců*

Skupina I je skupina pandiagonálních čtverců. Ve čtverci je šest neúplných úhlopříček. Pokud tyto úhlopříčky budou doplněny „patříčnou délkou přiléhajícími čísly magického koberce, na němž čtverec leží, dostaneme rovněž magický součet.“ (Lundy, 2015, s. 360)

Do čtverce se doplní čísla 1 až 16 postupně. Začne se v levém horním rohu a postupuje se doprava, následně se pokračuje o řádek níže obdobným způsobem. Magický čtverec se vytvoří jedním z *Dudeneyových vzorců*. Podle naznačených křivek, na který poukazuje obrázek níže, se vymění pozice čísel.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

11	12	9	10
15	16	13	14
3	4	1	2
7	8	5	6

Ve čtverci 4 x 4 není jen součet čtyř obvyklých úhlopříček, ale také součet čtyř „zlomených“ úhlopříček tedy pandiagonálů. Šest úhlopříček lze doplnit na patřičnou délku do magického koberce. Jednotlivé doplněné úhlopříčky dávají součet 34.

		7	8	9	6	
10	11	12	9	10	11	
	14	15	16	13	14	15
1	2	3	4	1	2	3
	6	7	8	5	6	7
		11	12	9	10	
			16			

Úhlopříčky lze naznačit i bez pomocného doplnění do magického koberce. Pandiagonály jsou naznačeny barvami. Jejich magická konstanta činí 34. Součet platí pro pandiagonálu zprava i pro pandiagonálu zleva.

11	12	9	10
15	16	13	14
3	4	1	2
7	8	5	6

11	12	9	10
15	16	13	14
3	4	1	2
7	8	5	6

Pandiagonální magické čtverce o rozměru 4 x 4 bývají často označovány za nejdokonalejší magické čtverce. (Lundy, 2015)

## 2. Metoda symetrické transformace

Do čtverce se doplní čísla 1 až 16 postupně. Začne se v levém horním rohu a postupuje se doprava, následně se pokračuje o řádek níže obdobným způsobem. Pouze úhlopříčky čtverce již dávají součet 34. Ve čtverci se sestrojí vodorovná a svislá osa souměrnosti daného čtverce. Vznikne tedy síť čtverce se čtyřmi kvadranty. V druhém kvadrantu (levý horní) se vytvoří šachovnice. Šachovnice může být vytvořena dvěma směry. Tuto šachovnici nyní lze překlápět osově souměrně podle vodorovné a svislé osy. Nezáleží na pořadí, zda se první bude překlápět podle vodorovné osy nebo svislé osy. (Kopka, 2007; *Magischvierkant*, 2013)

První směr šachovnice:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Každé vyznačené políčko v šachovnici se překlápí osově souměrně podle vodorovné osy a následně podle svislé osy. Vyznačená čísla na šachovnici si vymění dle osové souměrnosti

své pozice. Nevyznačená pole s čísly zůstanou na svých pozicích. Vzniklý čtverec je opravdu magický, protože jeho součet řádků, sloupců i obou diagonál tvoří součet 34.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Druhý směr šachovnice:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Každé vyznačené políčko v šachovnici se překlopí osově souměrně podle vodorovné osy a následně podle svislé osy. Vyznačená čísla na šachovnici si vymění dle osově souměrnosti své pozice. Nevyznačená pole s čísly zůstanou na svých pozicích. Vzniklý čtverec je opravdu magický, protože jeho součet řádků, sloupců i obou diagonál tvoří součet 34.

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Magický čtverec rozměru 6 x 6 není znám. Protože číslo 6 je dělitelné 2 ale není dělitelné 4. (Lundy, 2015)

### 2.1.2.3 Magické čtverce dělitelné 4

#### 2.1.2.3.1 Postup konstrukce magického čtverce 8 x 8

Při konstrukci magického čtverce 8 x 8 se vyplní tabulka čísly 1 až 64. Postupně se začne vyplňovat číslem 1 v levém horním rohu a postupuje se doprava, následně se pokračuje o řádek níže obdobným způsobem. Dle znázorněných křivek se vyměňují pozice čísel. Čísla, kterými křivky neprocházejí zůstávají na svých pozicích. Viz obrázek níže. (Lundy, 2015)

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

Další postup je možný pomocí symetrické transformace viz výše.

## 2.2 Empirická část

### 2.2.1 Zpracovaný námět pro badatelsky orientovanou výuku

#### 2.2.1.1 Popis aktivity, výukových cílů

Objektem zkoumání je objevení vlastností magického čtverce a vytvoření dalších možných magických čtverců.

#### 2.2.1.2 Předpoklad znalostí žáků pro tuto aktivitu:

- sčítání přirozených čísel;
- rozklady přirozených čísel na součet tří přirozených čísel;
- shodnost čtverce (osové souměrnosti a otočení).

#### 2.2.1.3 Výukový cíl:

- Žák charakterizuje obecné vlastnosti magického čtverce
- Žák vytvoří vlastní magický čtverec podle obecných vlastností a dle svých znalostí

#### 2.2.1.4 Organizace (průběh) bádání

Žáci budou rozděleni do náhodných skupin po 4 žácích (záleží na přesném počtu žáků). Do skupiny dostanou jeden pracovní list (viz příloha 1 a 2). Pracovní list začíná čínským příběhem. Po společném přečtení příběhu žáci sami budou bádát, proč je schéma želvy magické. Pracovní list je doplněn návodnými otázkami, které žákům pomůžou při jejich práci. Příklad návodné otázky: „*Co vidíte, když si pořádně prohlédnete schéma želvy a zamyslíte se nad ním?*“, „*Proč je tedy schéma želvy magické?*“. Návodné otázky byly zadány do pracovního listu se záměrným úmyslem. Ani jedna třída nemá žádné zkušenosti s badatelsky orientovanou výukou. Žáci jsou zvyklí na klasickou metodu výuky. Veškerá aktivita bude přenesena na žáky. Má pozice bude pouze žákům sdělit jejich postup při bádání, rozdat pracovní listy, usměrňovat chování žáků a popřípadě být žákům nápomocná dalšími návodnými otázkami.

V prvním pracovním listu žáci budou mít za úkol po přečtení příběhu zjistit, proč schéma želvy, které měla na svém krunýři je magické. Její schéma představuje čtverec, který je vyjádřen pomocí teček. Žáci by měli přijít na to, že tečky v tomto schématu mohou matematicky zapsat pomocí čísel do čtverce. Následně ve čtverci by měli vybádát, že součet všech řádků, sloupců a diagonál dává stejný součet a to číslo 15. Toto zjištění, které zjistili ve čtverci 3 x 3, by měli obecně převést na jakýkoliv čtverec, a tím by získali vlastnosti každého magického čtverce.

V druhém pracovním listu (viz příloha 2) žáci budou mít zadaní uspořádat čísla na mobilním telefonu (bez 0). Jejich úkolem bude zjistit, zda se jedná o magický čtverec a následně přemístit počet tlačítek tak, aby vytvořili magický čtverec. Jejich postup bádání může být náhodným experimentováním (strategie pokus – omyl), tedy dosazováním náhodných čísel a kontrolou, zda ve čtverci platí vlastnosti, které již zjistili v předchozím pracovním listu. Další možné řešení je pomocí rozkladu čísel na součet tří přirozených čísel. Tedy najít rozklady čísla 15. Například pokud bude v rozkladu čísla 15 obsažena 1, tak dostaneme:  $15 = 1 + 5 + 9$  nebo  $15 = 1 + 6 + 8$ . Máme tedy dva možné rozklady, proto musí být umístěna někde ve středu stran čtverce, kde se protíná sloupec a řádek. A tak dále mohou pokračovat s dalšími rozklady. Po sestrojení magického čtverce následuje další otázka: „*Existují ještě nějaká další řešení?*“ Tato otázka žáky vede k zjištění, že mohou dále experimentovat, aby získali další magické čtverce. Nebo využít shodnosti čtverce, a díky osově souměrnosti a otočení získat další čtverce.



## 2.2.2 Empirické šetření

Empirickým šetřením bylo kvalitativní ověření zpracovaného pracovního listu a provedení experimentu badatelské výuky ve vyučování na ZŠ. Provedení badatelské výuky dokládají pracovní listy žáků (viz příloha 1 a 2). Zda žáci látku této hodiny pochopili bylo ověřeno jednoduchým testem, který žáci řešili (viz příloha 3). Postoje žáků k průběhu badatelsky orientované výuky byly zhodnoceny v dotazníku. Výsledkem empirického šetření je hlavní přínos pro vlastní praxi, vyzkoušení této badatelské metody a zpětná vazba (reflexe) o její úspěšnosti.

### 2.2.2.1 Metody empirického šetření

V průběhu badatelsky orientované výuky byla provedena metoda pedagogického pozorování. Žáci zaznamenávali svá řešení do pracovního listu (viz Příloha 1 a 2). Poznatky, které žáci získali v průběhu výuky byly následně ověřeny vyplněním testu s malým množstvím cvičení. Postoje žáků k provedené výuce z časových důvodů nemohly být prodiskutovány slovně, proto byl zvolen dotazník. Dotazník se skládal z jednoduchých otázek, které byly uzavřené, výběrové a otevřené, ale převládala převaha uzavřených. Dotazník byl sestaven tak, aby se zjistily postoje žáků k předmětu matematiky, ale také postoje žáků ke způsobu provedení výuky. Cílem analýzy pracovních listů byly způsoby řešení žáků. Cílem testu bylo ověření, zda si žáci správně osvojili téma vyučovací hodiny.

### 2.2.2.2 Výukový experiment

Výukový experiment byl proveden v rámci jedné vyučovací hodiny ve dvou paralelních třídách ZŠ v okrese Kroměříž. Jedna třída byla třída s rozšířenou výukou matematiky a druhá třída byla běžná. Experimentu se účastnili žáci devátých tříd ZŠ. Žáci s rozšířenou výukou matematiky mají vyšší hodinovou dotaci výuky matematiky v porovnání se žáky z běžných tříd základní školy. Z tohoto důvodu se dá předpokládat, že vztah žáků s rozšířenou výukou matematiky bude k této metodě výuky daleko více pozitivnější a práce v této hodině pro ně nebude až tak obtížná.

### 2.2.2.2.1 Průběh bádání (vyučovací hodiny) a jeho reflexe

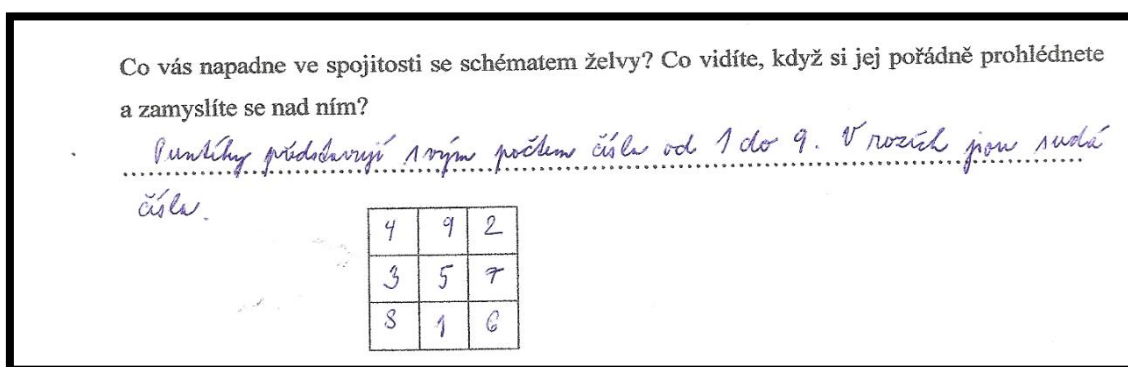
Pro žáky bylo vybráno zajímavé téma (magické čtverce), které bylo uvedeno formou příběhu. V hodině byl vytvořen prostor pro samotné bádání žáků. S BOV neměla žádná třída žádnou zkušenost, proto žáci byli rozděleni do menších skupin. Dalším důvodem rozdělení do skupin byla jejich spolupráce, společné přicházení na možná řešení, rozvíjení komunikačních dovedností a žádný strach při projevení svého názoru před ostatními.

Třída s rozšířenou výukou matematiky:

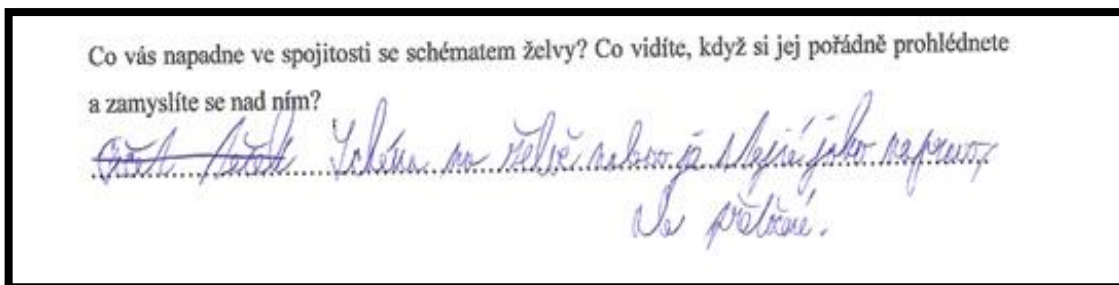
V tento den bylo ve třídě celkem 24 žáků, z toho 12 dívek a 12 chlapců. Žáci v této třídě byli rozděleni do 6 náhodných skupin. Skupiny byly složeny z dívek i chlapců po 4 žácích.

Pracovní list č. 1:

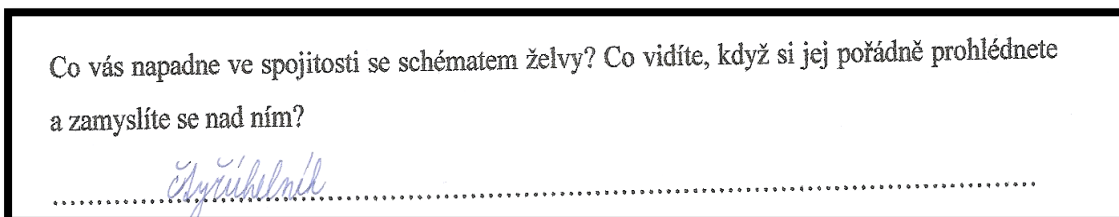
Žáci společně spolupracovali, během experimentu se mohli kdykoliv zeptat, pokud nerozuměli zadání a spontánně reagovali na pokyny. Jako první krok badatelského cyklu byla zvolená motivace. Žáci byli namotivováni pomocí společného přečtení příběhu, který se vztahoval k magickým číslům. Následně žáci začali pracovat na pracovním listu č. 1 a měli odpovědět na otázku: „Co vás napadne ve spojitosti se schématem želvy? Co vidíte, když si jej pořádně prohlédnete a zamyslíte se nad ním?“ Z 6 skupin žáků dokázali formulovat své myšlenky jen 3 skupiny. Další 3 skupiny nebyly schopny formulovat žádnou myšlenku.



Obr. č. 11: ukázka řešení žáků (a)

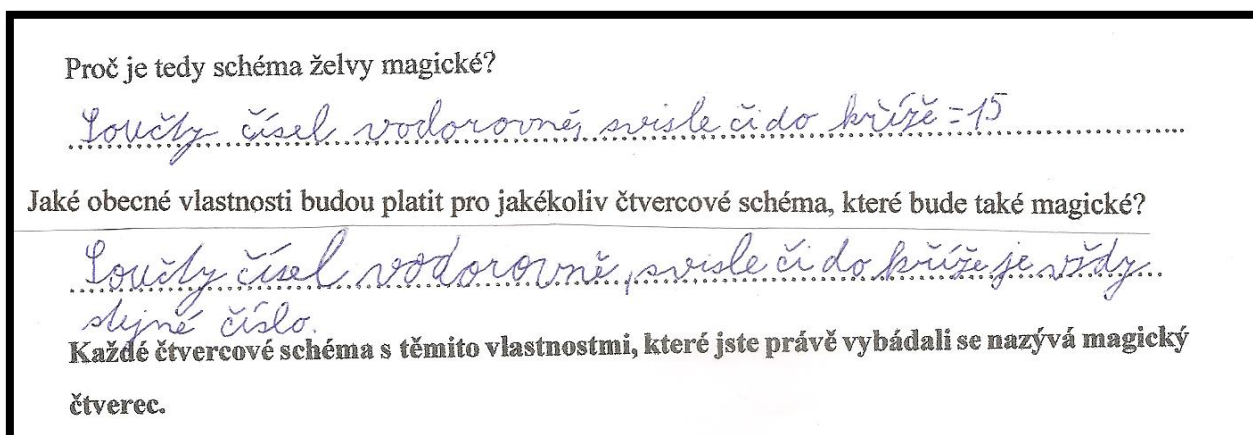


Obr. č. 12: ukázka řešení žáků (b)



Obr. č. 13: ukázka řešení žáků (c)

Přepsat schéma želvy pomocí čísel do čtverce napadlo všechny skupiny. Všech 6 skupin také přišlo na to, že schéma je magické, protože součet řádků, sloupců i obou úhlopříček dává stejný součet 15. Zodpovědět obecné vlastnosti pro jakékoliv schéma, které bude také magické, zvládly pouze 4 skupiny. Ostatním skupinám dělal problém si uvědomit, že když budou mít třeba čtverec o rozměru 4 x 4, tak už nebude součet 15.



Obr. č. 14: ukázka řešení žáků (d)

Po ukončení prvního pracovního listu bylo s žáky společně shrnuto, co tedy zjistili a jaké obecné vlastnosti má magický čtverec. Shrnutí bylo z důvodu, aby si všichni žáci uvědomili vlastnosti magického čtverce a mohli s nimi pracovat v dalším pracovním listu.

## Pracovní list č. 2

Dále žáci pokračovali v pracovním listu č. 2, který měl název Tlačítka na mobilním telefonu. Na první otázku, zda přiložený čtverec v pracovním listu je magický zodpovědělo 5 skupin správně.

Úkol o přemístění tlačítek tak, aby sestrojili magický čtverec vytvořily 4 skupiny, tak jak nebylo zcela předpokládáno. 4 skupiny žáků opsaly magický čtverec z předchozího cvičení, čímž úkol splnily a poradily si velmi jednoduše. Nic se tím, ale nezměnilo, protože stejně v dalším úkolu jej vymyslet musely. Pouze 2 skupiny se v tomto úkolu snažily experimentováním (pokus – omyl) přemístit tlačítka a vytvořit magický čtverec. Jakmile našly jedno řešení přesunuly se na další úkol. Posledním úkolem bylo zjistit další magické čtverce. Z 6 skupin 3 skupiny začaly správně řádky a sloupce různě přehazovat. Žáci, kteří si s tímto cvičením nevěděli rady, tak byli nasměrováni, ať využijí shodnosti čtverce (osovou souměrnost a otočení). Těm, kterým to pomohlo, začali pracovat a přišli na 4 další magické čtverce. Největší počet řešení měla jedna skupina 7, další 6 a třetí skupina 5. Nejmenší počet čtverců zjistila 1 skupina, a to pouze se 2 čtverci. Na poslední otázku typu „*Kolik tlačítek na mobilním telefonu můžete přemístit, abyste dostali magickou klávesnici?*“ dokázaly odpovědět 4 skupiny. Jen pouze jedna jediná skupina zdůvodnila, že pouze tlačítko, na kterém je 5 musí zůstat uprostřed.

Existují ještě nějaká další řešení?

*ano, řada dalších magických čtverců, ano, přirozených čísel at magických čtverců*

8	1	6
3	5	7
4	9	2

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	7	4
1	5	9
6	3	2

8	3	4
1	5	9
6	7	2

2	9	4
7	5	3
8	1	8

4	7	8
9	5	1
2	3	6

4	3	8
9	7	1
2	7	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	7	8
9	5	1
2	3	6

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Kolik tlačítek na mobilním telefonu můžete přemístit, abyste dostali magickou klávesnici?

*Můžeme přemístit všechny tlačítka kromě 5, která musí zůstat uprostřed.*

Obr. č. 15: ukázka řešení žáků (e)

Kolik tlačítek na mobilním telefonu můžete přemístit, abyste dostali magickou klávesnici?

*Můžeme přemístit všechny tlačítka kromě 5, která musí zůstat uprostřed.*

Obr. č. 16: ukázka řešení žáků (f)

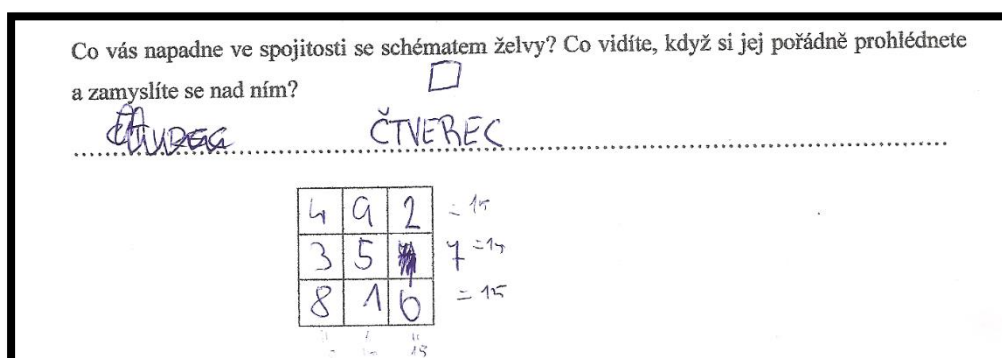
Závěr pozorování: Žáci společně ve skupinách komunikovali a společně se snažili najít řešení. Měnili si mezi sebou pracovní list a střídali se v doplňování a zkoušení nových čtverců. Problémem žáků bylo, že nedokázali písemně formulovat své myšlenky. Následně si nemohli vzpomenout na čtvercovou shodnost. BOV v této třídě proběhla velmi dobře, žáci se věnovali úkolům a panovala příjemná atmosféra.

Běžná třída:

V tento den bylo ve třídě celkem 20 žáků, z toho 9 dívek a 11 chlapců. Žáci v této třídě byli rozděleni do 5 náhodných skupin. Skupiny byly složeny z dívek i chlapců po 4 žácích.

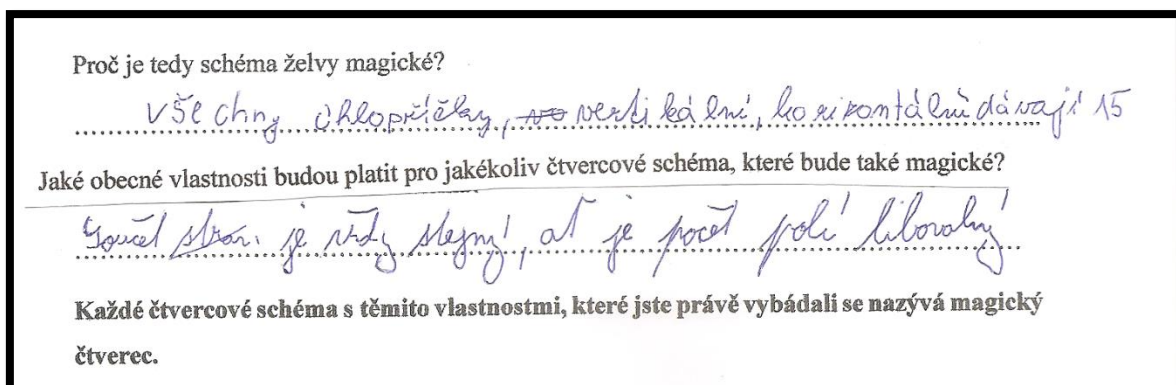
Pracovní list č. 1:

Tito žáci také společně spolupracovali a spontánně reagovali na pokyny. Během experimentu se mohli kdykoliv zeptat, pokud v zadání něčemu nerozuměli. Jako první krok badatelského cyklu byla zvolená motivace. Žáci byli namotivováni pomocí společného přečtení příběhu, který se vztahoval k magickým číslům. Následně žáci začali pracovat na pracovním listu č. 1 a měli odpovědět na otázku: „Co vás napadne ve spojitosti se schématem želvy? Co vidíte, když si jej pořádně prohlédnete a zamyslíte se nad ním?“ Z 5 skupin žáků dokázali formulovat své myšlenky jen 2 skupiny. Další 3 skupiny neformulovaly žádnou svou myšlenku. Teprve až s menší dopomocí zjistily, že se jedná o čtverec, který mohou vyjádřit číselně do čtverce.



Obr. č. 17: ukázka řešení žáků (g)

Následně již všichni zvládli přepsat schéma želvy pomocí čísel do čtverce. Všech 5 skupin také přišlo, že schéma je magické, protože součet řádků, sloupců i obou úhlopříček dává stejný součet 15. Zodpovědět obecné vlastnosti pro jakékoliv schéma, které bude také magické, zvládly 4 skupiny. Pouze jedné skupině dělal problém si uvědomit, že když budou mít třeba čtverec o rozměru 4 x 4, tak už nebude součet 15.

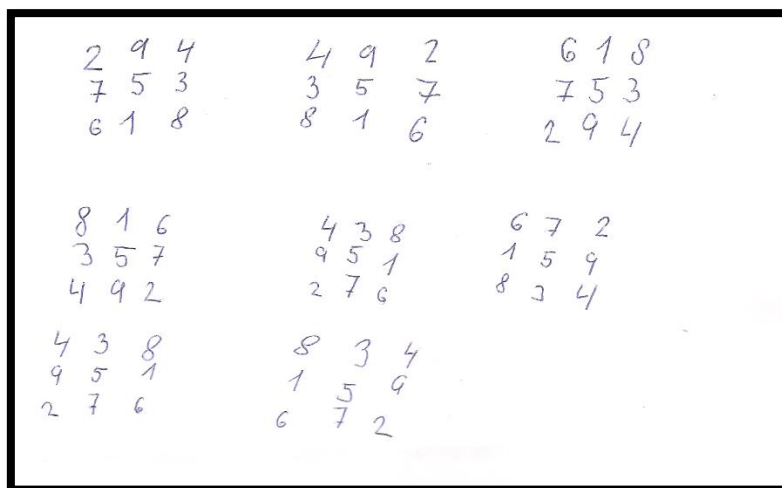


Obr. č. 18: ukázka řešení žáků (h)

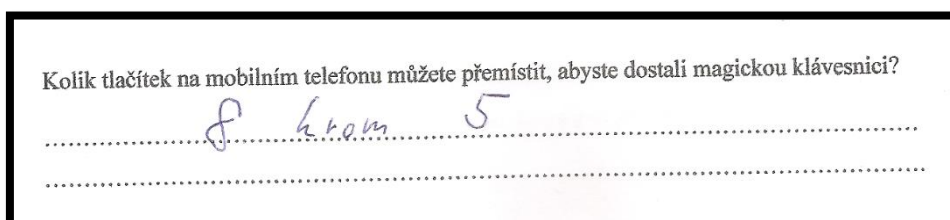
Po ukončení prvního pracovního listu bylo společně s žáky shrnuto, co tedy zjistili, jaké obecné vlastnosti má magický čtverec. Shrnutí bylo z důvodu, aby si všichni žáci uvědomili vlastnosti magického čtverce a mohli s nimi pracovat v dalším pracovním listu.

#### Pracovní list č. 2

Dále žáci pokračovali v pracovním listu č. 2, kterým měl název Tlačítka na mobilním telefonu. Na první otázku, zda přiložený čtverec v pracovním listu je magický zodpovědělo všech 5 skupin správně. Úkol o přemístění tlačítek tak, aby sestrojili magický čtverec, také jako v předešlé třídě i tady 3 skupiny vytvořily opsáním z předešlého pracovního listu. Stejně se pro ně nic neměnilo, protože v dalším úkolu svá řešení vymyslet musely. 2 skupiny přemístily tlačítka náhodným dosazováním čísel, tedy experimentováním (pokus – omyl). V úkolu na zjišťování dalších magických čtverců začaly všechny skupiny čísla různě přehazovat. Největší počet nalezených magických čtverců byl 8, a ty našla jedna skupina. Další skupina našla pouze 6. Nejmenší počet nalezených magických čtverců měla jedna skupina, která našla pouze 2 čtverce. Žáci náhodně prohazovali řádky, sloupce a zkoušeli kombinovat čísla, která by jim daly magický součet 15. Žáci, kteří měli málo nalezených čtverců byli nasměrováni, ať využijí shodnosti čtverce (osy souměrnosti a otáčení). Ne zcela všem takhle nápověda pomohla. Na poslední otázku typu „Kolik tlačítek na mobilním telefonu můžete přemístit, abyste dostali magickou klávesnici?“ dokázaly odpovědět 4 skupiny. 4 skupiny správně zodpověděly, že je potřeba přemístit 8 tlačítek. Jen pouze jedna jediná skupina z těch 4 navíc zdůvodnila, že pouze tlačítko, na kterém je 5 musí zůstat uprostřed.



Obr. č. 19: ukázka řešení žáků (i)



Obr. č. 20: ukázka řešení žáků (j)

Závěr pozorování: Žáci společně ve skupinách komunikovali a společně se snažili najít řešení. Problémem bylo to, že žáci nedokázali písemně formulovat své myšlenky. Následně nedokázali pojmenovat součty řádků, sloupců nebo diagonál. Dále si nemohli vzpomenout na čtvercovou shodnost. BOV v této třídě proběhla s mírnou obtíží než v předchozí třídě. Žáci museli být napomínáni, ať se věnují úkolům.

## 2.2.3 Test

Test je charakterizován jako zkouška, která „objektivně zjišťuje úroveň zvládnutí učiva u určité skupiny osob“. (Chráška, 2007, s. 184)

### 2.2.3.1 Charakteristika testu

Cílem testu je zjistit, zda si žáci správně osvojili učivo badatelsky orientované výuky. Z časových důvodů test obsahoval pouze 4 položky, na který žáci měli 10 minut. Jednalo se pouze o rychlé zjištění, zda žáci pochopili cíl výuky.



### 2.2.3.2 Vyhodnocení dat

Získaná data byla vyhodnocena v programu Microsoft Office Excel.

Připravený test byl ověřen na vzorku žáků. Test je validní, protože zkoumá osvojení magických čtverců. Test je praktický, protože se dá použít také jako ověření osvojených poznatků při stejné výuce u jiných tříd. Test je také objektivní, protože zadání testu bylo u obou tříd stejné, oprava byla provedena stejným měřítkem a žáci v obou třídách měli stejné podmínky a stejně zvolený čas na jeho vyplnění. Reliabilita nemohla být posouzena, protože test nebyl opakovaně proveden u stejné skupiny žáků. Testovaní žáci byli seznámeni s podmínkami testu a také s časovým vymezením, že jde pouze o rychlý přehled osvojených znalostí, na který mají 10 minut. Žáci také museli být ujištěni, že test nebude klasifikován.

Test se zdál býti velice jednoduchý, ale přesto se menší obtíže objevily. Žáci často chybovali ve sčítání přirozených čísel do 100. Většina žáků neumí číst zadání a vyřešila pouze polovinu úkolu, a tedy na další část úkolu již neodpověděli. S prvním cvičením si poradila většina žáků, někteří žáci chybovali ve sčítání přirozených čísel. Menší část žáků ztratila bodový zisk, díky tomu, že nedokázala svou odpověď zdůvodnit. U testovaných žáků se jeví jejich tempo pomalé. U druhého cvičení dělalo žákům problém najít hodnotu úhlopříčky a následně dopočítat čísla, tak aby řádky i sloupce měly stejnou hodnotu. Většina žáků si s tímto úkolem poradila. Ve třetím cvičení žáci mohli dostat největší počet bodů, většině se to podařilo, ale někteří ztratili body díky tomu, že neodpověděli na druhou část otázky, zda jsou čtverce A, B, C magické. Poslední cvičení žákům nedělalo skoro žádný problém, většina dokázala zjistit magický součet krychle.

Bodování jednotlivých cvičení bylo rozdílné. Největší počet bodů žáci mohli získat u cvičení č. 3 a nejmenší počet bodů u cvičení č. 4. Bodové hodnocení testu je přiloženo (viz příloha 4). Celkem bylo možné v testu získat 46 bodů.

Celkové výsledky jednotlivých tříd:

Třída s rozšířenou výukou matematiky	
žák	počet bodů
1	46
2	7
3	38
4	7
5	38
6	44
7	45
8	45
9	18
10	39
11	44
12	42
13	37
14	44
15	46
16	27
17	41
18	42
19	45
20	46
21	41
22	26
23	34
24	41

Běžná třída	
žák	počet bodů
1	39
2	36
3	16
4	36
5	43
6	11
7	44
8	20
9	43
10	43
11	22
12	24
13	20
14	29
15	46
16	40
17	23
18	24
19	38
20	34

Žáci s rozšířenou výukou matematiky mají vyšší hodinovou dotaci výuky matematiky v porovnání se žáky z běžných tříd základní školy. Z tohoto důvodu se dá předpokládat, že bodový zisk testu i při této metodě výuky u žáků s rozšířenou výukou matematiky bude daleko vyšší než u žáků z běžné třídy.

#### U-TEST MANNA A WHITNEYHO

Statistická hypotéza: Průměrný počet bodů v testu z matematiky je u žáků s rozšířenou výukou matematiky vyšší než průměrný počet bodů u žáků z běžné třídy.

Hypotézy:

$H_0$  ... průměrný počet získaných bodů ve třídě žáků s rozšířenou výukou matematiky a žáků z běžné třídy je stejný

$H_1$  ... průměrný počet získaných bodů ve třídě žáků s rozšířenou výukou matematiky a žáků z běžné třídy není stejný

Zvolená hladina významnosti je 0,05.

Nejprve dosažené bodové hodnoty z testu byly seřazeny vzestupně a bylo jim přiřazeno pořadí podle velikosti.

Třída s rozšířenou výukou matematiky	
Počet bodů	Pořadí
7	1,5
7	1,5
18	5
26	12
27	13
34	15,5
37	19
38	21
38	21
39	23,5
41	27
41	27
41	27
42	29,5
42	29,5
44	35,5
44	35,5
44	35,5
45	39
45	39
45	39
46	42,5
46	42,5
46	42,5
$n_1 = 24$	$R_1 = 624$

Běžná třída	
Počet bodů	Pořadí
11	3
16	4
20	6,5
20	6,5
22	8
23	9
24	10,5
24	10,5
29	14
34	15,5
36	17,5
36	17,5
38	21
39	23,5
40	25
43	32
43	32
43	32
44	35,5
46	42,5
$n_2 = 20$	$R_2 = 366$

Testové kritérium:

$$U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - R_2$$

kde  $n_1$  je četnost hodnot v prvním výběru, kde  $n_2$  je četnost hodnot v druhém výběru.  $R_1$  je součet pořadí v první výběru a  $R_2$  je součet pořadí v druhém výběru. Testovaným kritériem statistické významnosti se z hodnot  $U_1$  a  $U_2$  volí menší hodnota. (Chráška, 2007, s. 94)

V našem případě je  $n_1$  počet žáků ve třídě s rozšířenou výukou matematiky a  $n_2$  je počet žáků v běžné třídě.  $R_1$  je součet pořadí žáků ve třídě s rozšířenou výukou matematiky a  $R_2$  je součet pořadí žáků v běžné třídě.

Dosazení do vzorce:

$$U_1 = 24 \cdot 20 + \frac{24 \cdot (24 + 1)}{2} - 624 = 156$$

$$U_2 = 24 \cdot 20 + \frac{20 \cdot (20 + 1)}{2} - 366 = 324$$

Testovým kritériem je menší hodnota, tedy  $U_1 = 156$ .

Protože je dána třída, ve které je více než 20 žáků, tak musí být zvolen U-test pro velké četnosti. Mann a Whitney dokázali, že testové kritérium u větších skupin má normální rozdělení. (Chráška, 2007)

Určení hodnoty normované normální veličiny:

$$|u| = \frac{U - \frac{n_1 \cdot n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

kde  $U$  je vypočítaná hodnota testového kritéria,  $n_1$  je četnost jednoho výběru a  $n_2$  je četnost druhé výběru. (Chráška, 2007, s. 96)

Dosazení do vzorce:

$$|u| = \frac{156 - \frac{24 \cdot 20}{2}}{\sqrt{\frac{24 \cdot 20 \cdot (24 + 20 + 1)}{12}}} = 1,97898$$

Vypočítaná hodnota se porovná s kritickou hodnotou na hladině významnosti 0,05.

$$u_{0,05} = 1,96.$$

$$1,97898 > 1,96$$

Jelikož  $|u| > u_{0,05}$  (tj  $1,97898 > 1,96$ ), odmítáme nulovou hypotézu na hladině významnosti 0,05 a přijímáme hypotézu alternativní.

Závěr: Průměrný počet získaných bodů ve třídě žáků s rozšířenou výukou matematiky a žáků z běžné třídy není stejný. Přesto počet získaných bodů není zase až tak statisticky významný.

$\bar{x}$	36,79
$\hat{x}$	46
$\tilde{x}$	41

$\bar{x}$	31,55
$\hat{x}$	43
$\tilde{x}$	35

#### Třída s rozšířenou výukou matematiky

Celkem tři žáci získali plný počet bodů. Celkem dva žáci dosáhli nejmenšího počtu z celkového počtu získaných bodů a to počtem 7. Aritmetický průměr bodového zisku u žáků s rozšířenou výukou matematiky byl 36,79 bodů. Celková průměrná úspěšnost celé třídy v procentuálním zastoupení byla 79,97 %. Nejčastější hodnota bodů, které žáci dosáhli bylo 46 bodů. Prostřední hodnota dosažených bodů byla 41.

#### Běžná třída

V této třídě pouze jeden žák získal plný počet bodů. Jednomu žákovi chyběl jeden bod k získání plného počtu bodů z celkového testu. Pouze jeden žák dosáhl nejmenšího počtu z celkového počtu získaných bodů a to počtem 11. Aritmetický průměr bodového zisku u žáků vzdělávaných v běžné třídě byl 31,55 bodů. Průměrná celková úspěšnost celé třídy

v procentuální zastoupení byla 68,6 %. Nejčastější hodnota bodů, které žáci dosáhli bylo 43 bodů. Průměrná hodnota dosažených bodů byla 35.

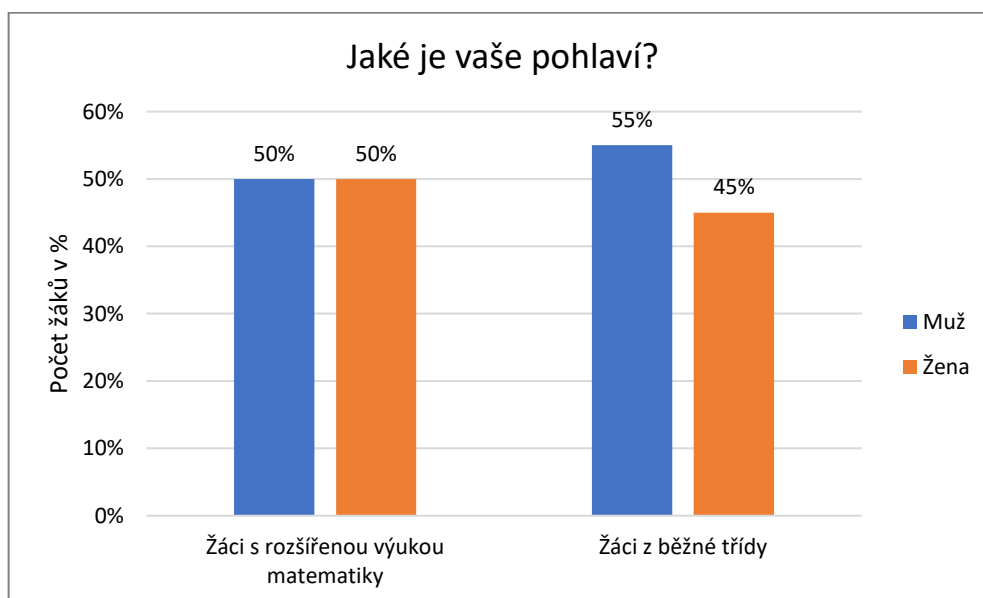
Pro porovnání bodového zisku je zastoupení jednotlivých tříd procentuálním vyjádřením z důvodu různého počtu žáků ve třídách.

Závěr: Bylo správně předpokládáno, že bodový zisk testu při této metodě výuky u žáků s rozšířenou výukou matematiky bude vyšší než u žáků z běžné třídy. Při tomto testu a této metodě nebyl mezi žáky až takový rozdíl. Průměrná úspěšnost třídy s rozšířenou výukou matematiky byla 79,97 % a průměrná úspěšnost žáků z běžné třídy 68,6 %.

## 2.2.4 Postoje žáků k průběhu badatelsky orientované výuky

Po skončení vyučovací hodiny každý žák anonymně vyplnil dotazník. Dotazník se skládal ze dvou částí. V první části se dotazoval na vztah žáků k předmětu matematiky a v druhé části na postoje k provedené badatelsky orientované výuky. Celkem dotazník obsahoval 14 položek. Položky v dotazníku byly otevřené i uzavřené. Odpovědi žáků jsou zpracovány v grafech tak, aby čtenář mohl porovnat odpovědi žáků s rozšířenou výukou matematiky a odpovědi žáků navštěvující běžnou třídu.

Dotazníková položka č. 1:

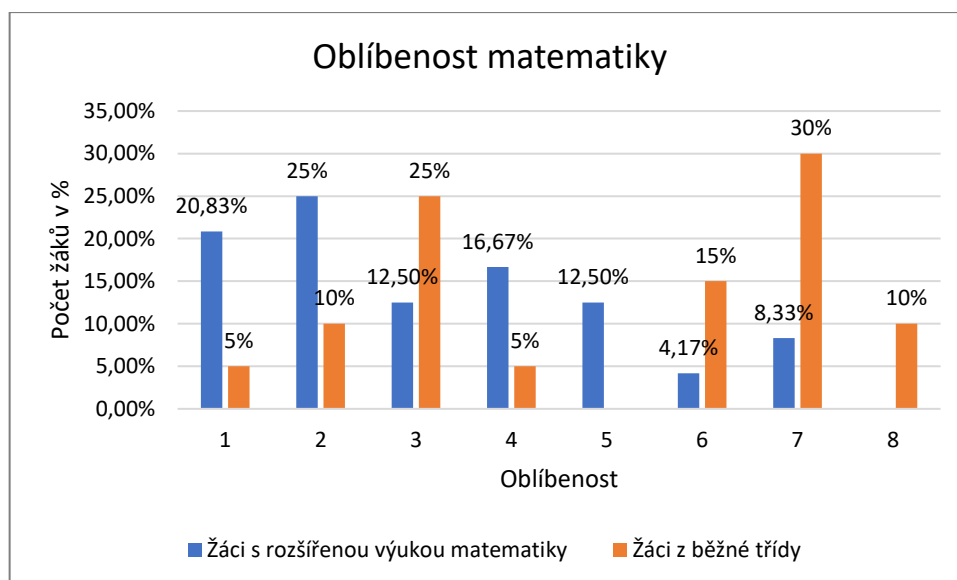


Graf 1: Odpovědi na 1. položku dotazníkového šetření

Celkem se dotazníku zúčastnilo 44 respondentů z devátých tříd ZŠ. Respondentů ze třídy s rozšířenou výukou matematiky bylo 24. V této třídě je stejný počet mužů a žen. Nachází se zde 12 mužů (50 % dotazovaných) a 12 žen (50 % dotazovaných). V běžné třídě se zúčastnilo dotazníku 20 respondentů. Z toho 11 mužů (55 % dotazovaných) a 9 žen (45 % dotazovaných).

Dotazníková položka č. 2:

Ve druhé položce dotazníku žáci seřazovali podle oblíbenosti předměty, a to tak, že který měli nejraději, přiřadili mu číslo 1 a předmětu nejméně oblíbenému číslo 8.



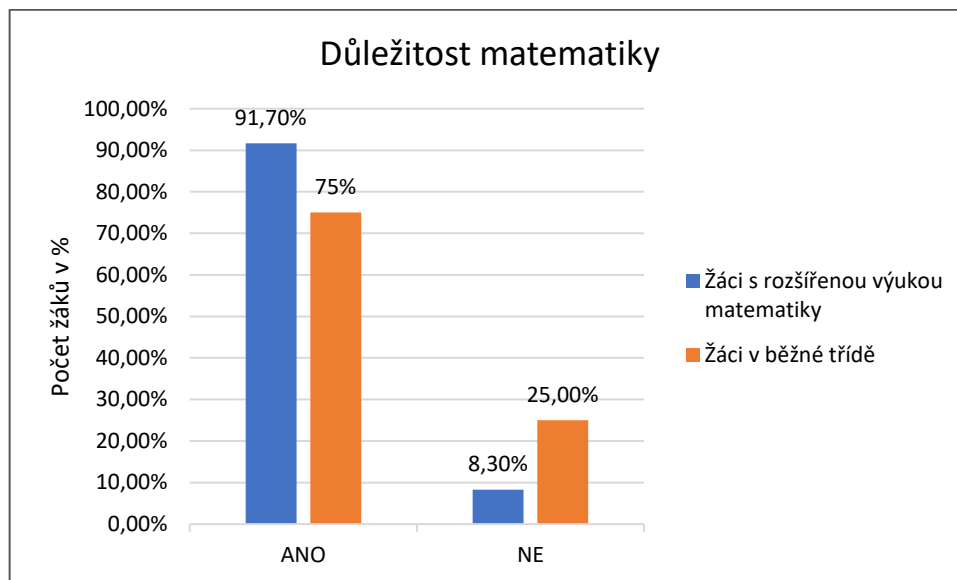
Graf 2: Odpovědi na 2. položku dotazníkového šetření

Pro 20,83 % žáků s rozšířenou výukou matematiky je předmět matematika velmi oblíbený. Pro dalších 25 % žáků je předmět matematiky hned na druhém místě oblíbenosti.

U žáků z běžné tříd je matematika na prvním místě v oblíbenosti pouze u 5 % žáků. Za největší počet procentuálního zastoupení, a to 30 % žáků radí matematiku na předposlední místo v jejich žebříčku oblíbenosti.

Dotazníková položka č. 3:

Ve třetí položce dotazníku žáci odpovídali na otázku, zda si myslí, že je matematiky pro jejich budoucí život důležitá.



Graf 3: Odpovědi na 3. položku dotazníkového šetření

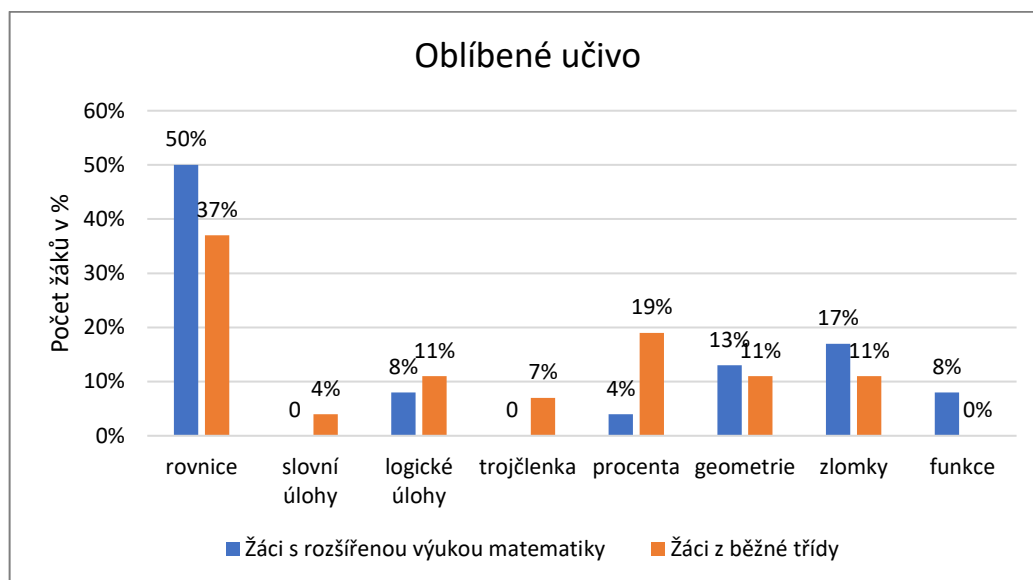
Téměř většina žáků si je jistá důležitostí matematiky v životě. Jen malá většina, která zároveň matematiku označila za neoblíbený předmět, považuje, že ji v životě nebude potřebovat.

Většina žáků se shodla, že matematika je pro jejich budoucí život důležitá, a to z důvodu: dalšího studia a následné maturity, povolání, financí, manipulací s penězi při nakupování. Jen malá část žáků si uvědomila, že matematika se odráží v celém životě, při jakékoliv činnosti. Dokonce dva žáci se shodli, že matematika rozvíjí mysl a logické usuzování.



Dotazníková položka č. 4:

Dotazníková položka č. 4 obsahovala otevřenou otázku „Co vás na matematice baví (příklad učiva)?“



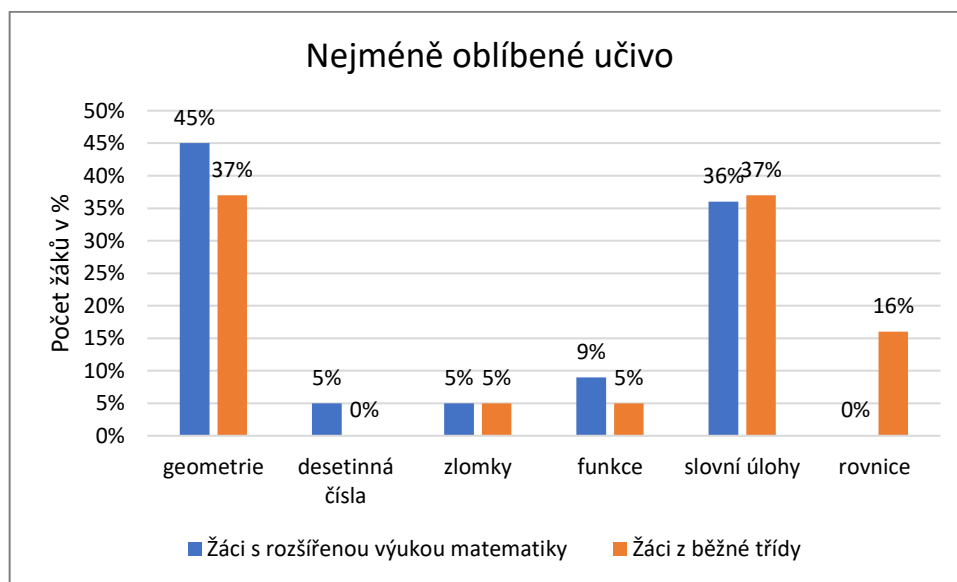
Graf 4: Odpovědi na 4. položku dotazníkového šetření

Z této položky dotazníku byli vyřazeni žáci, kteří na ni vůbec neodpověděli a ti, kteří uvedli nesmyslné odpovědi. Graf je tedy vytvořen pouze z odpovědí žáků, kteří na tuto položku dotazníku odpověděli. Největší počet žáků ze třídy s rozšířenou výukou matematiky uvedli, že je nejvíce baví rovnice a zlomky. S velmi malým počtem odpovědí byly označeny odpovědi jako geometrie, funkce, logické úlohy a procenta. Žáci z běžné třídy se také nejvíce shodli na učivu rovnic, které patří do jejich žebříčku oblíbenosti. V oblíbenosti také byly obsažené procenta, logické úlohy, geometrie, zlomky a logické úlohy, ale již s menším počtem zastoupení.

Ze zjištěného dotazování se dá shrnout, že pro obě třídy dotazovaných žáků, kteří uvedli své odpovědi na položce č. 4 patří učivo rovnic a zlomků za jejich nejvíce oblíbené učivo v matematice.

Dotazníková položka č. 5:

Otevřená položka dotazníku č. 5 zjišťovala, které učivo v matematice je pro žáky nejméně oblíbené.

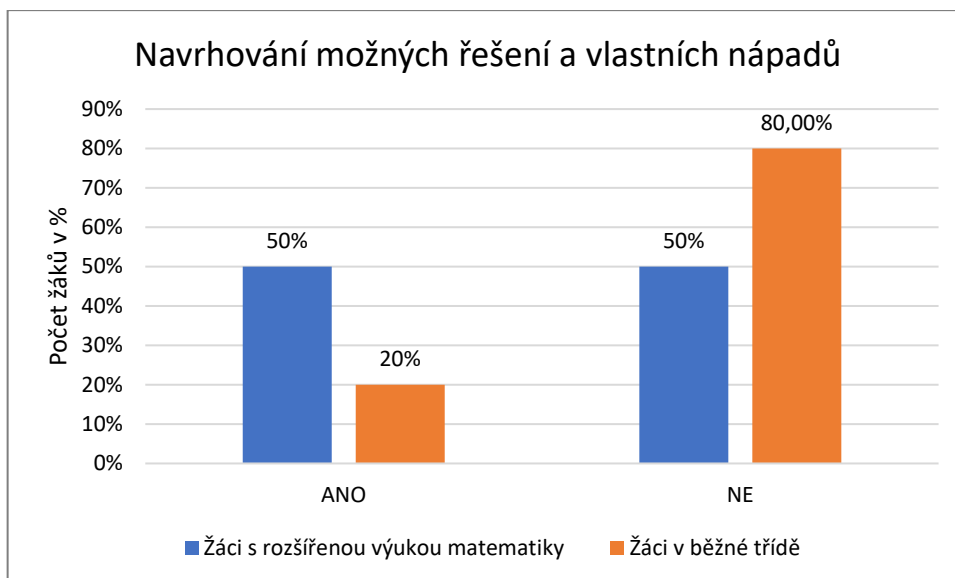


Graf 5: Odpovědi na 5. položku dotazníkového šetření

Z této položky dotazníku byli vyřazeni žáci, kteří na ni vůbec neodpověděli a ti, kteří uvedli nesmyslné odpovědi. Graf je tedy vytvořen pouze z odpovědí žáků, kteří na tuto položku dotazníku odpověděli. Třída žáků s rozšířenou výukou matematiky se nejvíce shodla na geometrii a slovních úlohách. Jako nejméně oblíbené učivo geometrie uvedlo 45 % žáků ze třídy s rozšířenou výukou matematiky a slovní úlohy 36 % žáků ze třídy s rozšířenou výukou matematiky. Žáci z běžné třídy uvedli také jako nejméně oblíbené slovní úlohy a geometrii. Odpověď nejméně oblíbeného učiva jako geometrii uvedlo 37 % žáků a slovní úlohy také 37 % žáků. Obě třídy se na tomto příkladu učiva shodly. Z toho se dá usoudit, že pro obě dotazované třídy žáků, kteří zodpověděli na dotazníkovou položku č. 5 patří mezi jejich nejméně oblíbené učivo matematiky geometrie a slovní úlohy.

Dotazníková položka č. 6:

Dotazníková položka č. 6 obsahovala otázku, zda žáci v hodinách matematiky navrhnou možná řešení a přicházejí s vlastními nápady.

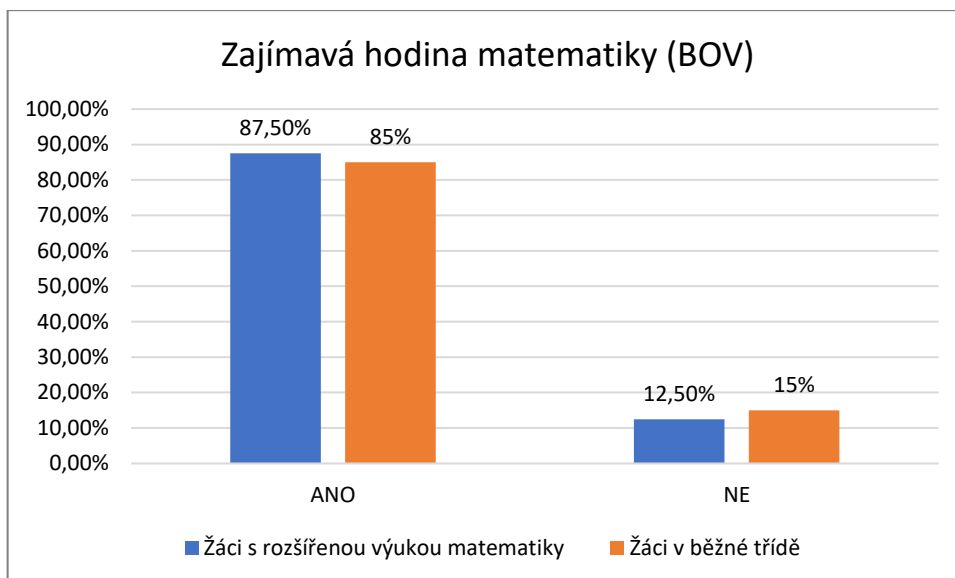


Graf 6: Odpovědi na 6. položku dotazníkového šetření

Přesně 50 % žáků ze třídy s rozšířenou výukou matematiky při této položce dotazníku uvedlo, že v hodinách matematiky navrhuje možná řešení a přicházejí s vlastními nápady. Jako příklad uvedli, že se snaží najít různé postupy řešení, a to především ve slovních úlohách. Zbylých 50 % žáků ze třídy s rozšířenou výukou matematiky uvedlo, že s vlastními nápady a možnými řešeními nepřicházejí. Z běžné třídy pouze 20 % žáků uvedlo, že v hodinách matematiky navrhuje možná řešení a přicházejí s vlastními nápady. Žáci uvedli, že se snaží nacházet různé postupy řešení. Zbylých 80 % žáků z této třídy uvedlo, že nepřicházejí s vlastními nápady ani možnými řešeními a nechávají nápady ostatním spolužákům a paní učitelce.

Dotazníková položka č. 7:

Od této dotazníkové položky se již následující položky zaměřovaly na proběhlou badatelsky orientovanou výuku. Dotazníková položka č. 7 obsahovala otázku, zda žákům dnešní hodina matematiky přišla zajímavá.



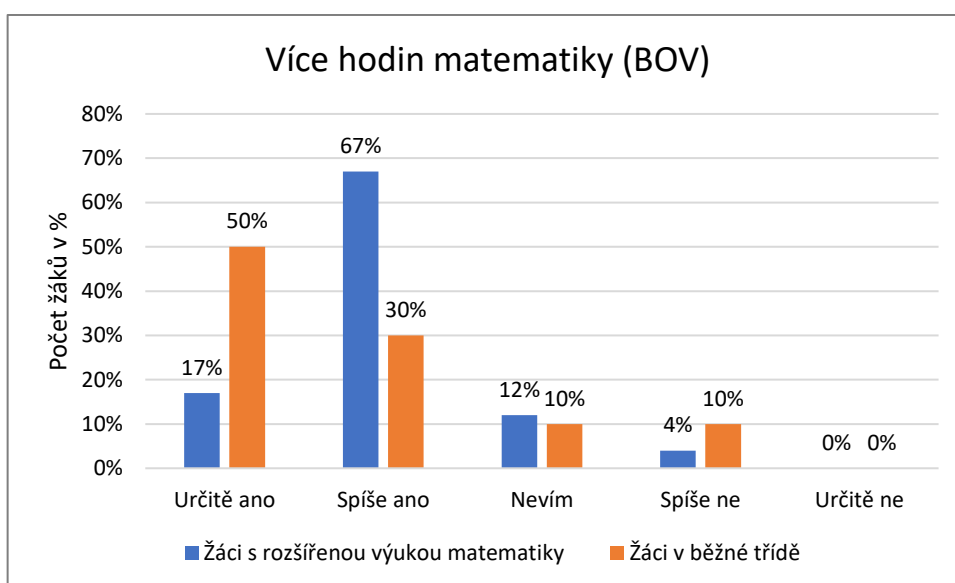
Graf 7: Odpovědi na 7. položku dotazníkového šetření

Ve třídě s rozšířenou výukou matematiky na tuto dotazníkovou položku odpovědělo 87,50 % žáků, že jim hodina matematiky přišla zajímavá, zbylých 12,50 % žáků uvedli, že je výuka nezaujala. Žáci z běžné třídy hodnotili obdobným způsobem výuku matematiky. 85 % uvedlo, že je hodina matematiky zaujala. Zbylých 15 % žáků hodnotilo výuku, že je nezaujala.

Z celkového hodnocení vyplývá že více jak většinu žáků hodina zaujala.

Dotazníková položka č. 8:

Dotazníková položka č. 8 obsahovala otázku, zda by žáci chtěli zažít více takových hodin jaké té dnešní (BOV)



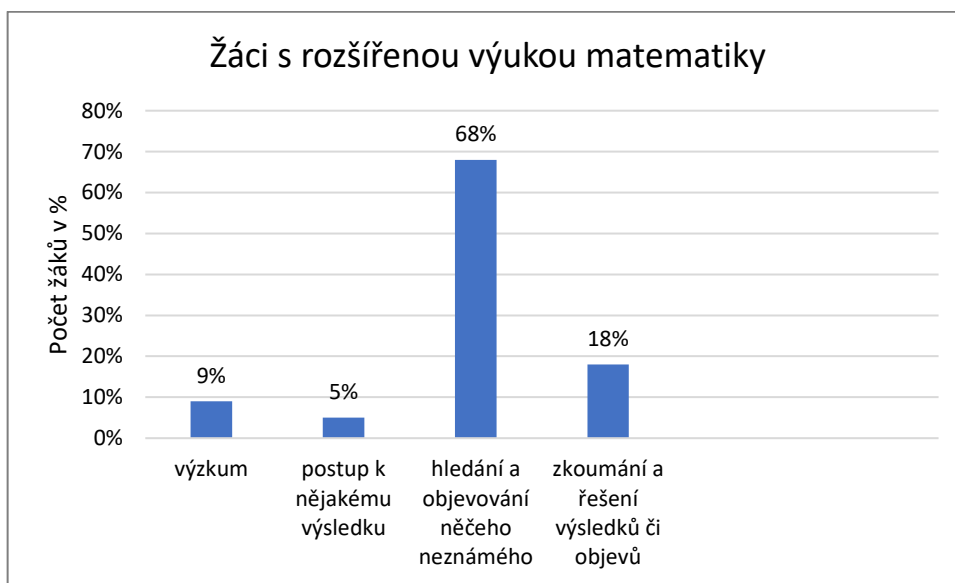
Graf 8: Odpovědi na 8. položku dotazníkového šetření

Ve třídy s rozšířenou výukou matematiky uvedlo 17 % žáků, že by určitě chtěli zažívat více podobných hodin jako té dnešní. Dalších 67 % žáků uvedlo, že by takových hodin chtěli spíše zažívat více. 12 % žáků se vyjádřilo, že nevědí. A 4 % žáků určily, že spíše už takové hodiny nechtějí. V běžné třídě hodnotilo 50 % žáků, že by takových hodin chtěli zažívat určitě více, 30 % uvedlo spíše ano. 10 % žáků se vyjádřilo, že nevědí a 10 %, že už spíše takových hodin zažívat nechtějí.

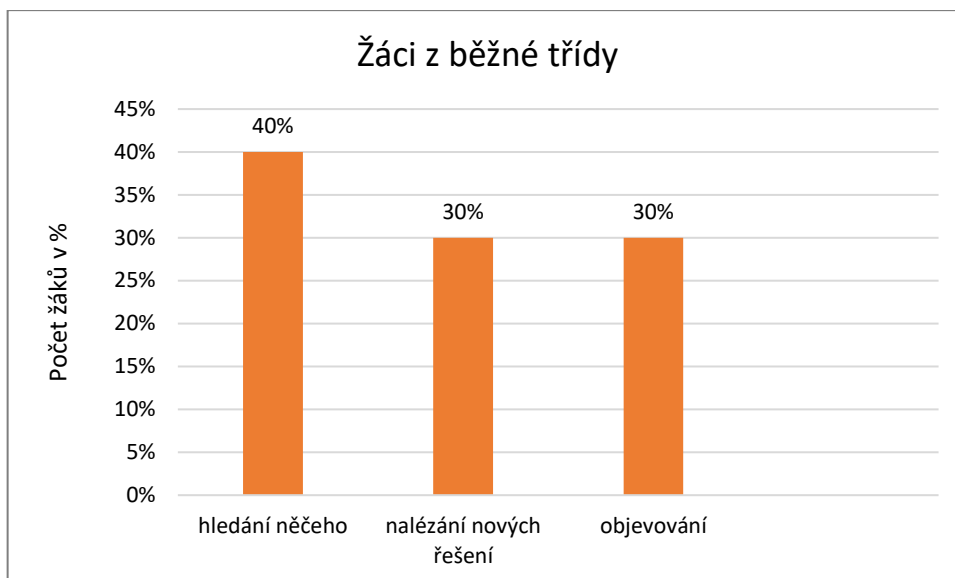
Z celkového hodnocení se dá vyvodit, že většina žáků z obou tříd by podobných hodin, jako té dnešní uvítala.

Dotazníková položka č. 9:

V této otevřené dotazníkové položce se žáci měli pokusit napsat vlastními slovy co je to „bádání“.



Graf 9 (a): Odpovědi na 9. položku dotazníkového šetření

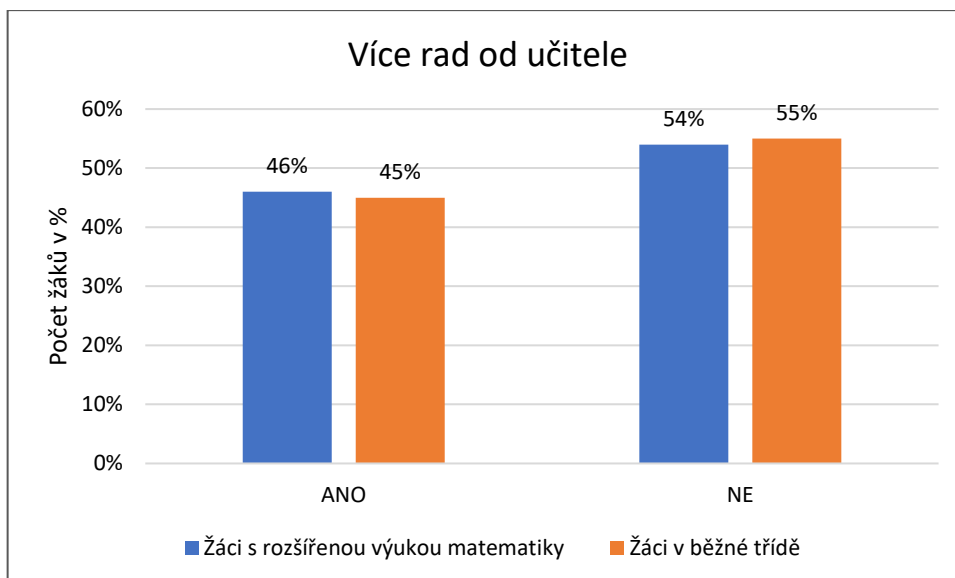


Graf 9 (b): Odpovědi na 9. položku dotazníkového šetření

Z této položky dotazníku byli vyřazeni žáci, kteří na ni vůbec neodpověděli a ti, kteří uvedli nesmyslné odpovědi. Graf je tedy vytvořen pouze z odpovědí žáků, kteří na tuto položku dotazníku odpověděli. Třída žáků s rozšířenou výukou matematiky se nejvíce shodla v 68 %, že bádání je hledání a objevování něčeho neznámého. Běžná třída se nejvíce shodla v 40 %, že je to hledání něčeho. 30 % počet žáků se shodlo na nalézání nových řešení a objevování. Svým způsobem mají všichni žáci pravdu.

Dotazníková položka č. 10:

V této dotazníkové položce č. 10 žáci odpovídali na otázku, zda by potřebovali při dnešní výuce více rad od učitele.

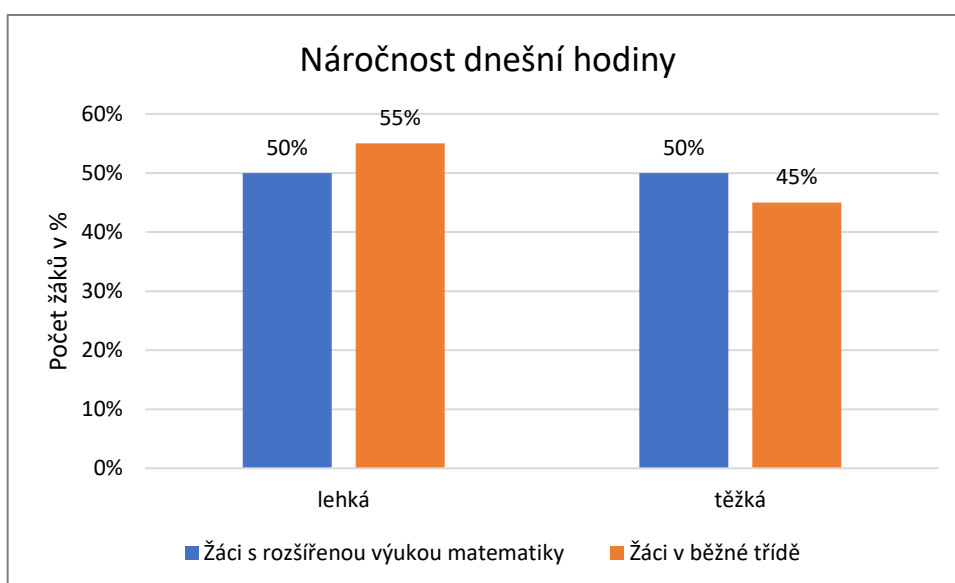


Graf 10: Odpovědi na 10. položku dotazníkového šetření

V této položce dotazníku byly odpovědi žáků velmi vyrovnané. Ve třídě žáků s rozšířenou výukou matematiky by 46 % žáků potřebovalo více rad od učitele a 54 % žáků by více rad od učitele nepotřebovalo. V běžné třídě by 45 % žáků potřebovalo více rad od učitele a 55 % by více rad nepotřebovalo.

Dotazníková položka č. 11:

V jedenácté položce dotazníku žáci odpovídali na otázku, zda jim dnešní hodina z hlediska jejich práce připadala lehká nebo těžká.

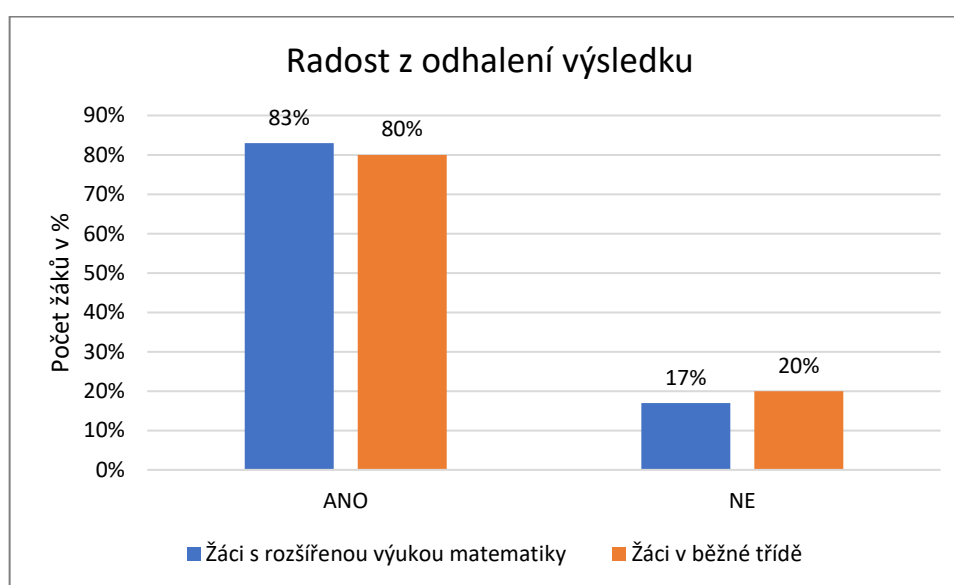


Graf 11: Odpovědi na 11. položku dotazníkového šetření

V této položce byly odpovědi žáků taky hodně vyrovnané. Ve třídě s rozšířenou výukou matematiky hodnotilo 50 % žáků hodinu z hlediska náročnosti jejich práce lehkou a dalších 50 % žáků jako těžkou. V běžné třídě 55 % žáků uvedlo, že hodina z hlediska náročnosti jejich práce byla lehká a 45 % žáků, že byla těžká.

Dotazníková položka č. 12:

V dotazníkové položce č. 12 žáci odpovídali na otázku, zda se jim líbilo, že si dnešní výsledek hodiny odhalili sami.



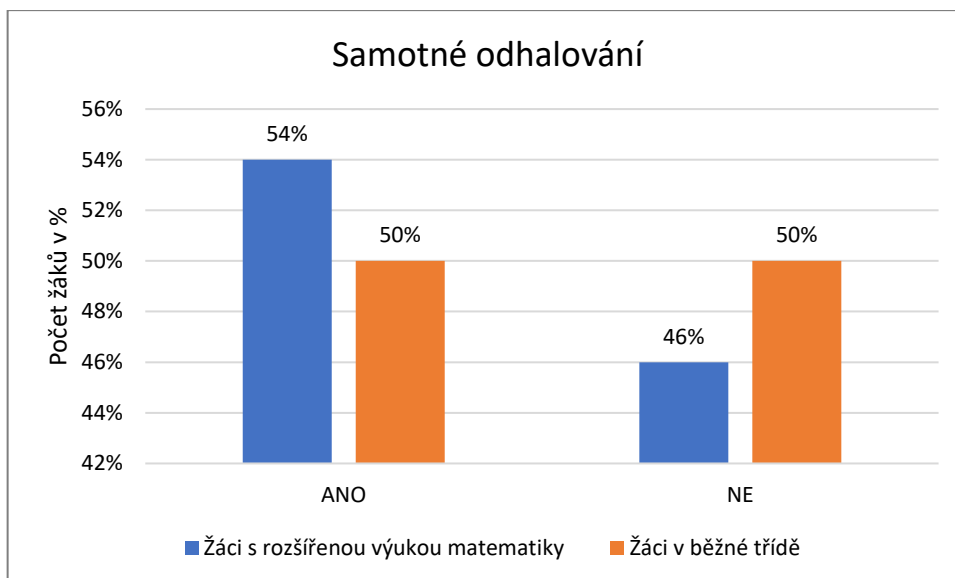
Graf 12: Odpovědi na 12. položku dotazníkového šetření

Ve třídě s rozšířenou výukou matematiky 83 % žáků odpovědělo, že se jim líbilo, že na řešení a výsledek přišli sami. Pouze 17 % žákům se samotné odhalení výsledku nelíbilo. 80 % žáků z běžné třídy odpověděli, že se jim líbilo, že si řešení a výsledek sami odhalili. A zbylým 20 % žákům se to nelíbilo.

Dotazníková položka č. 13:

Třináctá položka se dotazovala, zda v hodinách matematiky zkoušejí žáci odhalit nebo přijít na některé věci sami. A pokud ano, tak ať uvedou příklady.



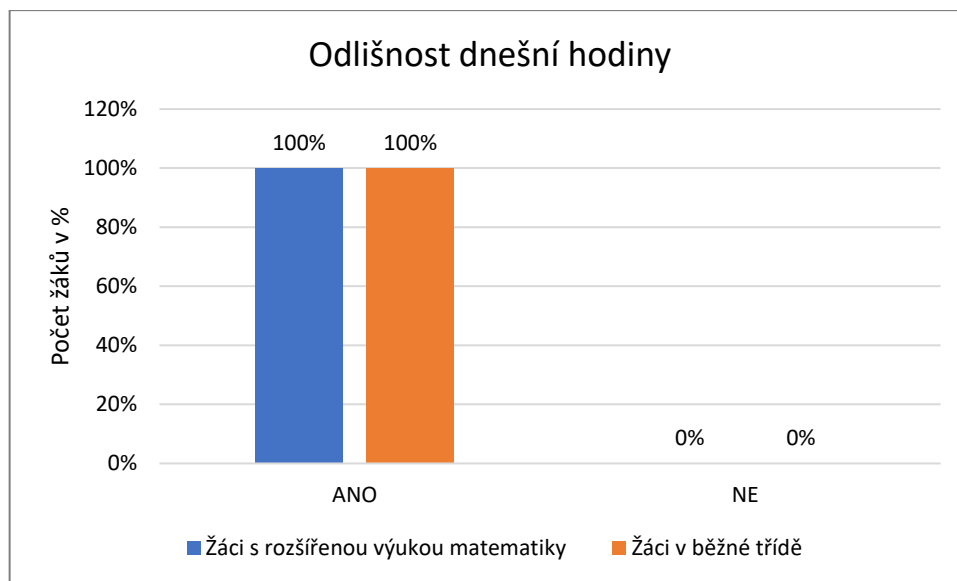


Graf 13: Odpovědi na 13. položku dotazníkového šetření

Žáci ze třídy s rozšířenou výukou matematiky se převážně shodli v 54 %, že se snaží přijít a odhalit některé věci sami. Tito žáci uvedli, že se hlavně snaží přicházet na věci, když nacházejí jiné postupy řešení, také když počítají sami a výsledky si pouze kontrolují. Zbýlých 46 % uvedlo, že se nepokoušejí přicházet na některé věci sami. V běžné třídě odpovědělo 50 % žáků, že se snaží přicházet na některé věci v hodině matematiky sami. Tito žáci uvedli jako příklad, že se snaží převážně u lehkých příkladů rovnic nebo když sami počítají. Dalších 50 % žáků to raději přenechává ostatním spolužákům a paní učitelce.

Dotazníková položka č. 14:

Tato čtrnáctá dotazníková položka byla poslední položkou celého dotazníku. Položka obsahovala zjištění, zda se dnešní hodina matematiky lišila od ostatních hodin matematiky. Pokud ano, tak žáci měli uvést příklad.



Graf 14: Odpovědi na 14. položku dotazníkového šetření

Všichni žáci z obou tříd se shodli, že dnešní hodina matematiky byla zcela jiná od ostatních hodin. Jako příklady uvedli žáci ze třídy s rozšířenou výukou matematiky, že se nejednalo o nudné počítání příkladů z učebnice, hodina nebyla zaměřena jen na teorii, byla zábavnější a zajímavější, vypadala jako hra, zaměření hodiny bylo více na logiku, myšlení a nejvíce žáci ocenili práci ve skupinách. Podobné odpovědi byly získány u žáků z běžné třídy, kteří hodnotili hodinu také jako zajímavou a zábavnou, líbily se jim logické úlohy, ocenili jinou práci než počítání příkladů z učebnice a také práci ve skupinách.

## 2.2.5 Shrnutí empirického šetření a doporučení pro pedagogickou praxi

Empirickým šetřením na základě provedení experimentu badatelské výuky ve vyučování na ZŠ, pedagogickým pozorováním jejího průběhu, analýzou vypracovaných pracovních listů a dotazníkovým šetřením byly zjištěny určité výsledky.

### 2.2.5.1 Pedagogické pozorování v průběhu provedení experimentu badatelské výuky

Žáci v obou třídách ve skupinách komunikovali a společně se snažili najít řešení. Všichni členové skupiny pracovali společně a každý člen se snažil úkol vyplnit. Největším problémem žáků byla formulace svých myšlenek a následně jejich písemné sepsání.

### 2.2.5.2 Test

Test se zdál jednoduchý, ale přesto se menší obtíže objevily. Žáci často chybovali ve sčítání přirozených čísel do 100. Bylo zjištěno, že většina žáků neumí číst zadání, a tím vyřeší pouze polovinu úkolu. Tempo vyplňování testu testovaných žáků bylo poměrně pomalé. Žáci ze třídy s rozšířenou výukou matematiky dosáhli v testu mírně vyššího bodového zisku než žáci z běžné třídy. Průměrná úspěšnost třídy s rozšířenou výukou matematiky byla 79,97 % a průměrná úspěšnost žáků z běžné třídy 68,6 %. Dá se tedy říci, že průměrná úspěšnost obou tříd byla velmi vyrovnaná.

### 2.2.5.3 Postoje žáků k průběhu badatelsky orientované výuky

Na základě dotazníkového šetření byly zjištěny postoje žáků k průběhu badatelsky orientované výuky. Celkem se dotazníku zúčastnilo 44 žáků z devátých tříd ZŠ. Dotazovaní žáci byli žáci ze třídy s rozšířenou výukou matematiky a žáci z běžné třídy. V první části dotazníku bylo zjišťováno, jaký vztah mají žáci k předmětu matematiky. V druhé části dotazníku byly zjišťovány postoje žáků k průběhu badatelsky orientované výuky.

Většina žáků si je vědoma, že matematika je pro jejich budoucí život důležitá. Nejvíce oblíbené učivo matematiky žáci uvedli rovnice a zlomky. Nejméně oblíbené učivo hodnotili slovní úlohy a geometrii. V hodinách matematiky se převážně žáci ze třídy s rozšířenou výukou matematiky snaží navrhnout možná řešení a přicházet s vlastními nápady. Většina žáků z běžné třídy s vlastními nápady moc nepřichází a nechávají je na ostatních spolužácích a na paní učitelce.

Pro většinu žáků se hodina badatelskou výukou jevila jako zajímavá. Žáci měli velkou radost, že zažili jinou vyučovací hodinu, než na jakou jsou zvyklí. Měli radost, když si výsledek odhalili sami a podobných hodin by chtěli zažívat více. Na čem se žáci nemohli shodnout, byla obtížnost badatelské úlohy a také, zda by potřebovali více rad od učitele. Někteří žáci díky svému bádání, dokázali určit, co to vůbec bádání je. Všichni žáci uvítali, že badatelská výuka byla zábavnější, zajímavější, opírala se více o logiku, myšlení a nejednalo se pouze o počítání příkladů z učebnice, ale také, že mohli pracovat ve skupinách.

## Závěr

Hlavním cílem mé diplomové práce bylo charakterizovat badatelskou výuku na základě odborné literatury a provést výukový experiment badatelské výuky na ZŠ, který byl proveden ve dvou paralelních třídách. Dílčím cílem diplomové práce bylo zpracování námětu pro badatelsky orientovanou výuku a vytvoření jednoduchého testu, který ověřil, zda si žáci dané učivo hodiny osvojili. Dalším dílčím cílem diplomové práce bylo zjistit postoje žáků k průběhu provedení badatelsky orientované výuky.

K dosažení těchto cílů předcházelo zpracování námětu pro badatelsky orientovanou výuku. Námět byl zpracován v podobě pracovních listů na téma magické čtverce. Tyto pracovní listy byly ověřeny při provedení experimentu badatelské výuky ve vyučování na ZŠ v Kroměříži. Cílem analýzy pracovních listů byl způsob řešení žáků. Výukový experiment byl proveden v rámci jedné vyučovací hodiny v jednotlivých paralelních třídách ZŠ. Jedna třída byla s rozšířenou výukou matematiky a druhá třída byla běžná. Výuky se zúčastnili žáci devátých tříd. Tito žáci neměli žádné zkušenosti s badatelskou výukou, proto výuka nesla pouze prvky bádání a žáci byli rozděleni do náhodných skupin ve třídě. Všichni členové skupiny pracovali společně a každý člen se snažil úkol vyplnit. Největším problémem žáků byla formulace svých myšlenek a následně jejich písemné sepsání.

Zda si žáci dané obsah vyučovací hodiny touto metodou osvojili, bylo ověřeno jednoduchým testem. Žáci s rozšířenou výukou matematiky mají vyšší hodinovou dotaci výuky matematiky v porovnání se žáky z běžných tříd základní školy. Z tohoto důvodu bylo předpokládáno, že pro žáky ze třídy s rozšířenou výukou matematiky bude práce v této hodině jednodušší a následným testem získají vyšší počet bodů než žáci z běžné třídy. Z výsledků metody výuky a testu bylo zjištěno, že žáci ze třídy s rozšířenou výukou matematiky sice získali vyšší bodový zisk než žáci z běžné třídy, ale až takový rozdíl mezi nimi nebyl. Průměrná úspěšnost třídy s rozšířenou výukou matematiky byla 79,97 % a průměrná úspěšnost žáků z běžné třídy 68,6 %. Dá se tedy říci, že průměrná úspěšnost obou tříd byla velmi vyrovnaná.

Po skončení vyučovací hodiny každý žák anonymně vyplnil dotazník. Dotazník se skládal ze dvou částí. V první části se dotazoval na vztah žáků k předmětu matematiky a ve druhé části na postoje k provedené badatelsky orientované výuce. Většina žáků si je vědoma, že matematika je pro jejich budoucí život důležitá. Žáci uvedli, že nejvíce oblíbeným učivem jsou rovnice a zlomky. Za nejméně oblíbené učivo považovali slovní úlohy a geometrii. V hodinách matematiky se převážně žáci ze třídy s rozšířenou výukou matematiky snaží

navrhovat možná řešení a přicházet s vlastními nápady. Většina žáků z běžné třídy s vlastními nápady moc nepřichází a nechávají je na ostatních spolužácích a na paní učitelce.

Pro většinu žáků se hodina badatelsky orientovanou výukou jevila jako zajímavá. Žáci měli velkou radost, že zažili jinou vyučovací hodinu, než na jakou jsou zvyklí, a také, že si výsledek odhalili sami. Většina žáků z obou tříd se shodla, že by podobných hodin chtěli zažívat více. Všichni žáci uvítali, že badatelská výuka byla zábavnější, zajímavější, opírala se více o logiku, myšlení a nejednalo se pouze o počítání příkladů z učebnice a také, že mohli pracovat ve skupinách.

Z výsledků těchto žáků vyplývá, že zařazování aktivizačních metod zvyšuje zájem o matematiku, zefektivňuje vyučování a podporuje tvůrčí schopnosti žáků. Výsledek práce šetření pro začínajícího učitele dle přiložených podkladů je hodnocen jako úspěšný. Nelze však stanovit závěr, že badatelsky orientovaná metoda je nejefektivnější metodou, která by měla být využívána často. Spíše lze uvést, že badatelsky orientovanou metodu je vhodné příležitostně využívat, protože může zvýšit zájem o předmět matematiky.

Výsledkem šetření je hlavní přínos pro vlastní praxi, vyzkoušení si této badatelské metody a získání zpětné vazby o její úspěšnosti.

## Seznam použité literatury

1. BÍLEK, Martin. Teorie konstruktivismu v přírodovědném vzdělávání. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 24-26. ISBN 978-80-244-2540-5.
2. BLAŽEK, Radek a Silvie PŘÍHODOVÁ. *Mezinárodní šetření PISA 2015: národní zpráva: přírodovědná gramotnost*. Praha: Česká školní inspekce, 2016. ISBN 978-80-88087-08-3.
3. *Čtením a psaním ke kritickému myšlení (RWCT)* [online]. Praha: Consortium for Democratic Pedagogy, 2001 [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: [http://kritickemysleni.cz/facelift\\_index.php](http://kritickemysleni.cz/facelift_index.php)
4. DOORMAN, Michiel, Vincent JONKER, Monica WIJERS, Jan SUK, Martin BÍLEK a Veronika MACHKOVÁ. *Matematika a přírodní vědy pro život: badatelsky orientovaná výuka a svět práce: Čtyři roky evropské spolupráce v rámci projektu Mascil*. Hradec Králové: Gaudeamus, 2016. ISBN 978-80-7435-662-9.
5. DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: Kompetence učitelů k její realizaci v technických a přírodovědných předmětech na základních školách*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015b. ISBN 978-80-244-4515-1.
6. DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015a. ISBN 978-80-244-4393-5.
7. DVOŘÁK, Jan, František EMMERT, Tomáš KATRŇÁK, et al. *Odmaturuj ze společenských věd*. Brno: DIDAKTIS, 2008. ISBN 978-80-7358-122-0.
8. FERNANDES, Evaristo, 2004 cit. podle DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015a. ISBN 978-80-244-4393-5.

9. FRIEDMANN, Z., 1993 cit. podle DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015a. ISBN 978-80-244-4393-5.
10. FUCHS, Eduard. Přehled vývoje matematiky. *Czech Digital Mathematics Library: Historie matematiky. I. Seminář pro vyučující na středních školách* [online]. Brno: Jednota českých matematiků a fyziků, 1993 [cit. 2019-04-04]. Dostupné z: [https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400583/DejinyMat\\_01-1994-1\\_2.pdf](https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400583/DejinyMat_01-1994-1_2.pdf)
11. HOUSKA, Jan. Netradiční úlohy ve výuce matematiky. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků, 2012, 18.02.2009 [cit. 2019-03-17]. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/3002/netradicni-ulohy-ve-vyuce-matematiky.html/>
12. HRBÁČKOVÁ, Karla. Konstruktivismus a přírodovědné vzdělávání. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 17-23. ISBN 978-80-244-2540-5.
13. CHLUP, O., J. KUBÁLEK a J. UHER, 1939 cit. podle MOJŽÍŠEK, Lubomír. *Vyučovací metody*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1975. Č. 74-0-233.
14. CHRÁSKA, Miroslav. *METODY PEDAGOGICKÉHO VÝZKUMU: Základy kvantitativního výzkumu*. Havlíčkův Brod: Grada Publishing, 2007. ISBN 978-80-247-1369-4.
15. Jankovcová, M., J. Průcha a J. Koudela, 1988 cit podle MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5
16. JANOUŠKOVÁ, Svatava. Projekt POLLEN. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků, 2012, 18.3.2008 [cit. 2019-03-15]. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/P/2120/PROJEKT-POLLEN.html/>

17. KALHOUS, Zdeněk. Výukové metody. KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST a kol. *Školní didaktika*. 2. Praha: Portál, 2009, s. 307-327. ISBN 978-80-7367-571-4.
18. KLINGBERG, L., 1957 cit. podle MAŇÁK, Josef. *Vyučovací metody*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1967.
19. KOCIÁNOVÁ, Bára. Magické čtverce. *Matematický korespondenční seminář* [online]. Praha: Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze, 2009 [cit. 2019-04-07]. Dostupné z: [https://mks.mff.cuni.cz/library/MagickectverceBK/MagickectverceBK.pdf?fbclid=IwAR2RE7aHm4BisPFVXvgisA8klfGwgnpaPmq\\_7L\\_CX7arxqaOgMy2q-Qpnc](https://mks.mff.cuni.cz/library/MagickectverceBK/MagickectverceBK.pdf?fbclid=IwAR2RE7aHm4BisPFVXvgisA8klfGwgnpaPmq_7L_CX7arxqaOgMy2q-Qpnc)
20. Koncepce řešení problémových úloh ve výzkumu PISA 2003. *Česká školní inspekce* [online]. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2003 [cit. 2019-02-25]. Dostupné z: <https://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2003/Koncepce-reseni-problemovych-uloh-publicace.pdf>
21. KOPKA, Jan. *Výzkumný přístup při výuce matematiky*. Druhé. Ústí nad Labem: Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem, 2007. ISBN 978-80-7044-926-4.
22. KOTRBA, Tomáš a Lubor LACINA. *Praktické využití aktivizačních metod ve výuce*. Brno: Barrister & Principal, 2010. ISBN 978-80-87029-12-1.
23. KRÁLOVÁ, Magda. Magické čtverce. *EDUPORTÁL: Vzdělávací portál Techmanie* [online]. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni a Škoda Investmemnt, 2005 [cit. 2019-04-11]. Dostupné z: [https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/matematika/aritmetika/magickectverce?fbclid=IwAR3nd3sEmfRifdESs3Wf793HAFfsL\\_Lk2lPJTScts-kipPLQoqfHJFpK\\_hg](https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/matematika/aritmetika/magickectverce?fbclid=IwAR3nd3sEmfRifdESs3Wf793HAFfsL_Lk2lPJTScts-kipPLQoqfHJFpK_hg)
24. KREJČOVÁ, V. a J. KARGEROVÁ, 2003 cit. podle NEZVALOVÁ, Danuše. Tradiční a konstruktivistický přístup. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. *Inovace v*



- přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 27-32. ISBN 978-80-244-2540-5.
25. KUŘINA, František. *Problémové vyučování v geometrii*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1976, 203 s. Odborná literatura pro učitele. ISBN (Brož.).
26. LESH, Richard a Judith s. ZAWOJEWSKI, 2007 cit. podle DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015a. ISBN 978-80-244-4393-5.
27. LUNDY, Miranda, Daud SUTTON, Anthony ASHTON, Jason MARTINEAU a John MARTINEAU. *Kvadrivium: čtyři svobodná umění: aritmetika, geometrie, hudba a astronomie*. Přeložil Stanislav PAVLÍČEK, přeložil Jiří PILUCHA, přeložil Helena NYKLOVÁ, přeložil Petr HOLČÁK, přeložil Robert TSCHORN. Praha: Dokořán, 2015. Pergamen. ISBN 978-80-7363-732-3.
28. *Magický čtverec* [online]. Praha: Pure bohemia, 2018 [cit. 2019-04-06]. Dostupné z: <http://www.magickyctverec.cz/>
29. *Magischvierkant* [online]. 2013 [cit. 2019-04-07]. Dostupné z: <https://www.magischvierkant.com/>
30. MALÁČ, Jaromír a Marta FRANCOVÁ. *Problémové vyučování matematice na základní škole*. Brno: Univerzita J. E. Purkyně v Brně, fakulta pedagogická, 1975.
31. MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5
32. MAŇÁK, Josef. Tradiční metody výuky. MAŇÁK, Josef a kol. *Alternativní metody a postupy*. Brno: Masarykova univerzita v Brně, 1997, s. 5-8. ISBN 80-210-1549-7.
33. MAŇÁK, Josef. *Vyučovací metody*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1967.

34. MAREŠ, Jiří. *Pedagogická psychologie*. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0174-8.
35. MAREŠ, Milan. *Příběhy matematiky: Stručná historie královny věd*. Příbram: Pistorius & Olšanská, 2008. ISBN 978-80-87053-16-4.
36. *Mascil: Mathematics and science for life* [online]. Germany: University of Education Freiburg, 2013 [cit. 2019-03-16]. Dostupné z: <https://mascil-project.ph-freiburg.de/>
37. MASS, Katja. *Primas: Primas Project* [online]. Germany: Utrecht University, 2019 [cit. 2019-03-16]. Dostupné z: <https://primas-project.eu/>
38. MCLOUGHLIN, Eilish, 2010. *ESTABLISH* [online]. Ireland: Dublin City University, [cit. 2019-03-15]. Dostupné z: <http://www.establish-fp7.eu/>
39. *Mědiryt*. [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 2006, poslední aktualizace 28. 2. 2019 [cit. 2019-04-06], Wikipedie. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/M%C4%9Bdiryt>
40. *Melancholie I*. [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 2006, poslední aktualizace 28. 2. 2019 [cit. 2019-04-06], Wikipedie. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Melancholie\\_I](https://cs.wikipedia.org/wiki/Melancholie_I)
41. *Mezinárodní šetření PISA. Česká školní inspekce ČR* [online]. Praha: Portál, 2017 [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: <https://www.csicr.cz/Prave-menu/Mezinarodni-setreni/PISA>
42. *Mezinárodní výzkum PISA 2009 – Programme for International Student Assessment* [online]. Praha: Česká školní inspekce, 2010 [cit. 2019-02-25]. Dostupné z: <https://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2009/strucne-shrnuti.pdf>
43. MOJŽÍŠEK, Lubomír. *Vyučovací metody*. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1975, 328 s.

44. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. Badatelsky orientované přírodovědné vzdělávání. NEZVALOVÁ, Danuše. *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 55-67. ISBN 978-80-244-2540-5.
45. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. Tradiční a konstruktivistický přístup. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 27-32. ISBN 978-80-244-2540-5.
46. OBST, Otto. *Obecná didaktika*. 2. vydání, dotisk. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2017. ISBN 978-80-244-5141-1.
47. OSUSKÁ, L. a B. PUPALA, 2000 cit. podle HRBÁČKOVÁ, Karla. Konstruktivismus a přírodovědné vzdělávání. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 17-23. ISBN 978-80-244-2540-5.
48. PAPÁČEK, Miroslav, 2010 cit. podle DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015a. ISBN 978-80-244-4393-5.
49. PAPÁČEK, Miroslav. Badatelsky orientované přírodovědné vyučování - cesta pro biologické vzdělávání generací Y, Z a alfa?. *Scientia in educatione* [online]. 2010, 26.10.2013, 1(1), 33-49 [cit. 2019-03-15]. ISSN 1804-7106. Dostupné z: <https://ojs.cuni.cz/scied/article/view/4/5>
50. *Projekt Fibonacci*. Katedra matematiky: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích 2013 [online]. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích [cit. 2019-03-16]. Dostupné z: <https://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/m/Fibo/fibotext.pdf>
51. PRŮCHA, Jan, Jiří MAREŠ a Eliška WALTEROVÁ. *Pedagogický slovník*. 4. aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2003. ISBN 80-717-8772-8.
52. REICHL, Jaroslav a Martin VŠETIČKA. Život o dílo Fibonacciho. *Encyklopedie fyziky* [online]. Praha: Copyright © 2006-2019, 2019 [cit. 2019-03-16]. Dostupné z:

[http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/1492-zivot-a-dilo-fibonacciho?fbclid=IwAR1dd9otIKXXCWFQes6Vs-HDvNxxPuYSxfNVjCLpXp7Kp6d1yUWaP\\_dNY0s](http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/1492-zivot-a-dilo-fibonacciho?fbclid=IwAR1dd9otIKXXCWFQes6Vs-HDvNxxPuYSxfNVjCLpXp7Kp6d1yUWaP_dNY0s)

53. ROONEY, Anne a Renata ŠTULCOVÁ. *PŘÍBĚH MATEMATIKY: Od projektování pyramid po objevení nekonečna*. Praha: DOBROVSKÝ, 2017. ISBN 978-80-7390-579-8.
54. ROSKOVEC, Tomáš. *Magické čtverce. Matematický korespondenční seminář* [online]. Praha: Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze, 2009 [cit. 2019-04-04]. Dostupné z: <https://mks.mff.cuni.cz/library/MagickeCtverceTR/MagickeCtverceTR.pdf>
55. SAMKOVÁ, Libuše. *Badatelsky orientované vyučování*, PECH, Pavel, Lenka ČINČUROVÁ, Martin GÜNZEL, et al. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky s podporou technologií*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2015. ISBN 978-80-7394-531-2.
56. SHAPIRO, S., 1992 cit. podle KALHOUS, Zdeněk. *Výukové metody*. KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST a kol. *Školní didaktika*. 2. Praha: Portál, 2009, s. 307-327. ISBN 978-80-7367-571-4.
57. SCHWERDT, Th., 1933 cit. podle MAŇÁK, Josef. *Vyučovací metody*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1967.
58. SKALKOVÁ, Jarmila. *Aktivita žáků ve vyučování*. 2. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1971, 190 s.
59. SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika*. 2., rozšířené a aktualizované vydání. Praha: Grada Publishing, 2007. ISBN 978-80-247-1821-7.
60. SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika*. Praha: ISV nakladatelství, 1999. ISBN 80-85866-33-1.

61. SOCHOROVÁ, Libuše. Didaktická hra a její význam ve vyučování. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků, 2012, 26.10.2011 [cit. 2019-03-31]. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/o/z/13271/didakticka-hra-a-jeji-vyznam-ve-vyucovani.html/>
62. *Studium Psychologie: "Web o psychologii, přehledně a v souvislostech"* [online]. 2016 [cit. 2019-03-17]. Dostupné z: <https://www.studium-psychologie.cz/>
63. STUHLÍKOVÁ, Iva. O badatelsky orientovaném vyučování. PAPÁČEK, Miroslav, ed. Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování (DiBi 2010): Sborník příspěvků semináře, 25. a 26. března 2010 [online]. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2010, s. 128-135 [cit. 2019-03-01]. ISBN 978-80-7394-210-6. Dostupné z: <https://docplayer.cz/1157485-Didaktika-biologie-v-ceske-republice-2010-a-badatelsky-orientovane-vyucovani-sbornik-prispevku-seminare.html>
64. ŠAROUNOVÁ, Alena. *Magické čtverce a další číselná schémata*. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-315-1
65. ŠEVČÍKOVÁ, Renáta a Pavlína LANGEROVÁ. Alternativní metody ve školství s ohledem na individuální přístup k osobnosti žáka: expresivní terapie jako nástroj nastavení klimatu pro optimální spolupráci. *Českomoravská vzdělávací* [online]. Praha: Českomoravská vzdělávací, 2014 [cit. 2019-03-20]. Dostupné z: [http://www.cmzdelavaci.cz/files/khk/alternativni\\_metody.pdf?fbclid=IwAR0kvWKVB2mF5ioKYhIBKQf2QCBMPa79eeQGROWucNOkDdnpdwBDQqoIIY](http://www.cmzdelavaci.cz/files/khk/alternativni_metody.pdf?fbclid=IwAR0kvWKVB2mF5ioKYhIBKQf2QCBMPa79eeQGROWucNOkDdnpdwBDQqoIIY)
66. *Škola BOV* [online]. [cit. 2019-03-01]. Dostupné z: [http://home.pf.jcu.cz/~bov/co\\_je\\_bov.php](http://home.pf.jcu.cz/~bov/co_je_bov.php)
67. VOTÁPKOVÁ, Dana, Radka VAŠÍČKOVÁ, Hana SVOBODOVÁ a Barbora SEMERÁKOVÁ, ed. *Badatelé.cz: Průvodce pro učitele badatelsky orientovaným vyučováním*. Praha: Sdružení Tereza, 2013. ISBN 978-80-87905-02-9.

68. *Výsledky mezinárodního šetření PISA 2012 - Problem solving byly zveřejněny* [online]. Praha: Česká školní inspekce, 2014 [cit. 2019-02-25]. Dostupné z: <https://www.csicr.cz/Stredni-cast/Tiskove-zpravy/Vysledky-mezinarodniho-setreni-PISA-2012-Problem>
69. WALEK, Milan. *NUMEROLOGIE MAGICKÝCH ČTVERCŮ A DEVÍTI HVĚZD: TAJNÁ ŘEČ ČÍSEL*. Olomouc: Poznání, 2003. ISBN 80-86-606-09-0.
70. WHEATLEY, G. H., 1991 cit. podle HRBÁČKOVÁ, Karla. Konstruktivismus a přírodovědné vzdělávání. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 17-23. ISBN 978-80-244-2540-5.
71. ZORMANOVÁ, Lucie. Projektová výuka. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků, 2012a, 21.05.2012 [cit. 2019-03-31]. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/s/14983/PROJEKTOVA-VYUKA.html>
72. ZORMANOVÁ, Lucie. Výukové metody v pedagogice: Třífázový model učení. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků, 2012b, 09.07.2012 [cit. 2019-03-18]. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/o/z/16247/vyukove-metody-v-pedagogice-trifazovy-model-uceni.html/>
73. ŽÁK, Vojtěch. *Metody a formy výuky: Hospitační arch*. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, 2012. ISBN 978-80-87063-61-3.

## Použité obrázky

Obr. č. 1: SHAPIRO, S. , 1992 cit. podle KALHOUS, Zdeněk. Výukové metody. KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST a kol. *Školní didaktika*. 2. Praha: Portál, 2009, s. 307-327. ISBN 978-80-7367-571-4.

Obr. č. 2: NEZVALOVÁ, Danuše. Tradiční a konstruktivistický přístup. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 27-32. ISBN 978-80-244-2540-5.

Obr. č. 3: NEZVALOVÁ, Danuše. Tradiční a konstruktivistický přístup. NEZVALOVÁ, Danuše a kolektiv. *Inovace v přírodovědném vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010, s. 27-32. ISBN 978-80-244-2540-5.

Obr. č. 4: VOTÁPKOVÁ, Dana, Radka VAŠIČKOVÁ, Hana SVOBODOVÁ a Barbora SEMERÁKOVÁ, ed. *Badatelé.cz: Průvodce pro učitele badatelsky orientovaným vyučováním*. Praha: Sdružení Tereza, 2013. ISBN 978-80-87905-02-9.

Obr. č. 5: FUCHS, Eduard. Přehled vývoje matematiky. *Czech Digital Mathematics Library: Historie matematiky. I. Seminář pro vyučující na středních školách* [online]. Brno: Jednota českých matematiků a fyziků, 1993 [cit. 2019-04-04]. Dostupné z: [https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400583/DejinyMat\\_01-1994-1\\_2.pdf](https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400583/DejinyMat_01-1994-1_2.pdf)

Obr. č. 6: *Magický čtverec*, vytvořen autorkou diplomové práce

Obr. č. 7: KOPKA, Jan. *Výzkumný přístup při výuce matematiky*. Druhé. Ústí nad Labem: Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem, 2007. ISBN 978-80-7044-926-4.

Obr. č. 8: ROONEY, Anne a Renata ŠTULCOVÁ. *PŘÍBĚH MATEMATIKY: Od projektování pyramid po objevení nekonečna*. Praha: DOBROVSKÝ, 2017. ISBN 978-80-7390-579-8.

Obr. č. 9: *Osy souměrnosti*, vytvořen autorkou diplomové práce

Obr. č. 10: LUNDY, Miranda, Daud SUTTON, Anthony ASHTON, Jason MARTINEAU a John MARTINEAU. *Kvadrivium: čtyři svobodná umění: aritmetika, geometrie, hudba a astronomie*. Přeložil Stanislav PAVLÍČEK, přeložil Jiří PILUCHA, přeložil Helena NYKLOVÁ, přeložil Petr HOLČÁK, přeložil Robert TSCHORN. Praha: Dokořán, 2015. Pergamen. ISBN 978-80-7363-732-3.

Obr. č. 11: ukázka řešení žáků (a), vytvořen žáky

Obr. č. 12: ukázka řešení žáků (b), vytvořen žáky

Obr. č. 13: ukázka řešení žáků (c), vytvořen žáky

Obr. č. 14: ukázka řešení žáků (d), vytvořen žáky

Obr. č. 15: ukázka řešení žáků (e), vytvořen žáky

Obr. č. 16: ukázka řešení žáků (f), vytvořen žáky

Obrázek želvy v pracovním listu:

[https://www.google.com/search?biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=siWyXLCFLILBlwSasJH4Bg&q=P%C5%99%C3%ADb%C4%9Bh+lo+shu&oq=P%C5%99%C3%ADb%C4%9Bh+lo+shu&gs\\_l=img.3...14049.18325..18684...4.0..0.151.1924.8j10.....0....1..gws-wiz-img.....0..0i67j0j0i5i30j0i8i30j0i24.ScVyp3W83ic#imgdii=0R3xK4QqEoW3mM:&imgsrc=yGI464QzXxEqgM:](https://www.google.com/search?biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=siWyXLCFLILBlwSasJH4Bg&q=P%C5%99%C3%ADb%C4%9Bh+lo+shu&oq=P%C5%99%C3%ADb%C4%9Bh+lo+shu&gs_l=img.3...14049.18325..18684...4.0..0.151.1924.8j10.....0....1..gws-wiz-img.....0..0i67j0j0i5i30j0i8i30j0i24.ScVyp3W83ic#imgdii=0R3xK4QqEoW3mM:&imgsrc=yGI464QzXxEqgM:)



## Seznam obrázků

Obrázek č. 1: pyramida učení

Obrázek č. 2: tradiční přístup ve vzdělávání

Obrázek č. 3: konstruktivní přístup ve vzdělávání

Obrázek č. 4: kroky badatelského postupu

Obrázek č. 5: schémata na hřbetu želvy

Obrázek č. 6: magický čtverec

Obrázek č. 7: Melancholie od Alberchta Dürera

Obrázek č. 8: magický čtverec Antonia Gaudí

Obrázek č. 9: osy souměrnosti

Obrázek č. 10: skupiny *Dudeneyových vzorců*

Obrázek č. 11: ukázka řešení žáků (a)

Obrázek č. 12: ukázka řešení žáků (b)

Obrázek č. 13: ukázka řešení žáků (c)

Obrázek č. 14: ukázka řešení žáků (d)

Obrázek č. 15: ukázka řešení žáků (e)

Obrázek č. 16: ukázka řešení žáků (f)

## **Tabulky**

Tab. 1: Přehled výukových metod

Tab. 1: MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5

Ostatní tabulky, vytvořeny autorkou diplomové práce

## **Seznam grafů**

Graf 1: Odpovědi na 1. položku dotazníkového šetření

Graf 2: Odpovědi na 2. položku dotazníkového šetření

Graf 3: Odpovědi na 3. položku dotazníkového šetření

Graf 4: Odpovědi na 4. položku dotazníkového šetření

Graf 5: Odpovědi na 5. položku dotazníkového šetření

Graf 6: Odpovědi na 6. položku dotazníkového šetření

Graf 7: Odpovědi na 7. položku dotazníkového šetření

Graf 8: Odpovědi na 8. položku dotazníkového šetření

Graf 9 (a): Odpovědi na 9. položku dotazníkového šetření

Graf 9 (b): Odpovědi na 9. položku dotazníkového šetření

Graf 10: Odpovědi na 10. položku dotazníkového šetření

Graf 11: Odpovědi na 11. položku dotazníkového šetření

Graf 12: Odpovědi na 12. položku dotazníkového šetření

Graf 13: Odpovědi na 13. položku dotazníkového šetření

Graf 14: Odpovědi na 14. položku dotazníkového šetření

## Seznam zkratek

BOV	badatelsky orientovaná výuka
IBE	Inquiry Based Education
$n$	neznámá
$H_0$	nulová hypotéza
$H_1$	alternativní hypotéza

## **Seznam příloh**

**Příloha č. 1** – Pracovní list magická čísla

**Příloha č. 2** – Pracovní list tlačítka na mobilním telefonu

**Příloha č. 3** – Test

**Příloha č. 4** – Bodové hodnocení testu

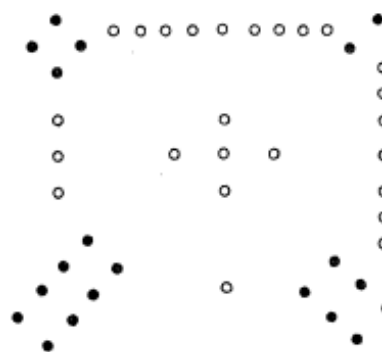
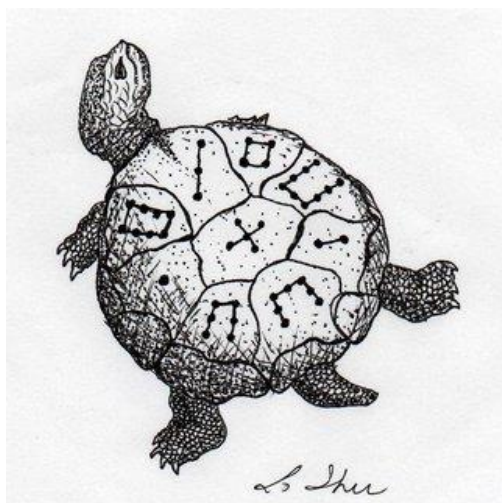
**Příloha č. 5** – Test – řešení

**Příloha č. 6** – Dotazník

## Příloha č. 1 – Pracovní list magická čísla

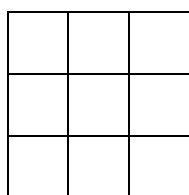
### Magická čísla

Čínská legenda *Lo Shu* vypráví, že v letech 650 př. n. l. byla v Číně velká potopa. Podle legendy se bůh vody rozzlobil, a tím řeka vystoupla ze svého koryta a zaplavila lidská obydlí. Jednoho dne se vydal čínský císař Yu boha vody přemlouvat, aby zachránil svůj lid. Když přistoupil k řece, uviděl želvu, která vylezla na břeh. Nejdříve se vylekal, ale hned poté spatřil zvláštní magické schéma na jejím krunýři. Proč je její schéma magické?



Co vás napadne ve spojitosti se schématem želvy? Co vidíte, když si jej pořádně prohlédnete a zamyslíte se nad ním?

.....



Proč je tedy schéma želvy magické?

.....

Jaké obecné vlastnosti budou platit pro jakékoliv čtvercové schéma, které bude také magické?

.....

**Každé čtvercové schéma s těmito vlastnostmi, které jste právě vybádali se nazývá magický čtverec.**

## Příloha č. 2 – Pracovní list tlačítka na mobilním telefonu

### Tlačítka na mobilním telefonu

Tlačítka na mobilním telefonu nebo třeba i na bankomatu (když opomeneme 0) jsou uspořádána do čtverce:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Jedná se o magický čtverec? Svou odpověď zdůvodněte.

.....

.....

.....

Pokuste se přemístit tlačítka tak, abyste sestrojili magický čtverec:

Existují ještě nějaká další řešení?

.....  
.....  
.....

Kolik tlačítek na mobilním telefonu můžete přemístit, abyste dostali magickou klávesnici?

.....  
.....



**Příloha č. 3 – Test**

1. Které čtverce jsou magické? Zdůvodni svou odpověď.

21	18	33
36	24	12
15	30	27

24	22	32
34	25	18
20	30	28

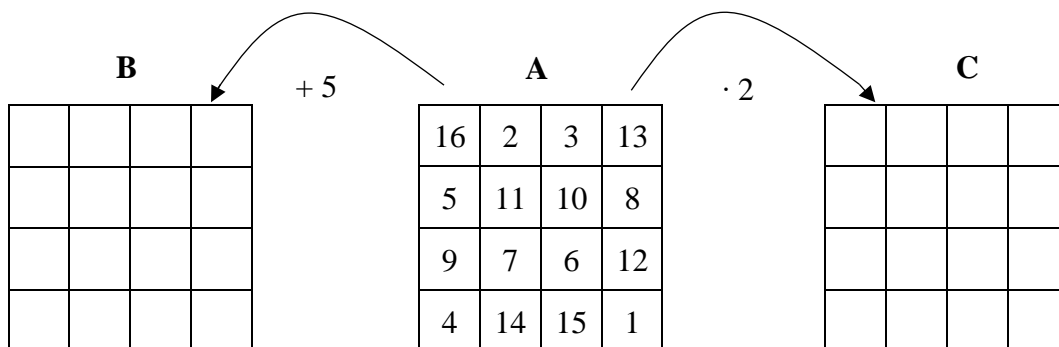
4	18	8
14	10	6
12	2	16

.....  
 .....

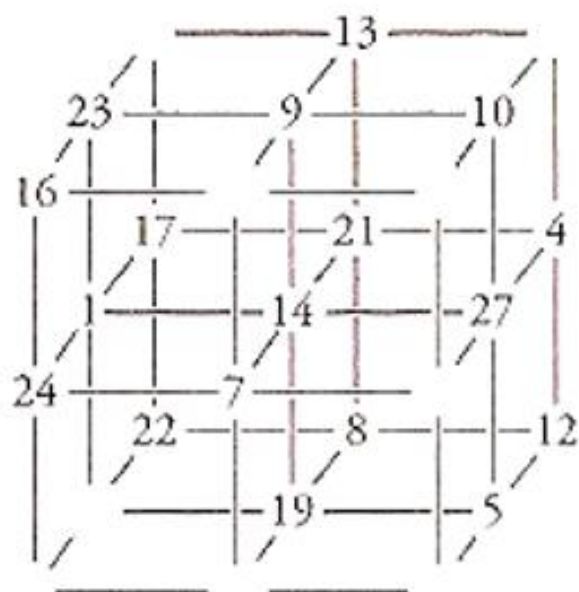
2. Doplň čtverec tak, aby byl magický.

15		14	
10	5		8
		2	13
	9		12

3. Je dán čtverec A, vytvoř k němu čtverec B s čísly o 5 většími a čtverec C, který bude mít dvojnásobky čísel čtverce A. Jsou čtverce A, B, C magické?



4. Urči magický součet krychle, u které chybí některá čísla.



Jaký je její magický součet?

.....

**Příloha č. 4 – Test – řešení**

1. Které čtverce jsou magické? Zdůvodni svou odpověď.

21	18	33
36	24	12
15	30	27

24	22	32
34	25	18
20	30	28

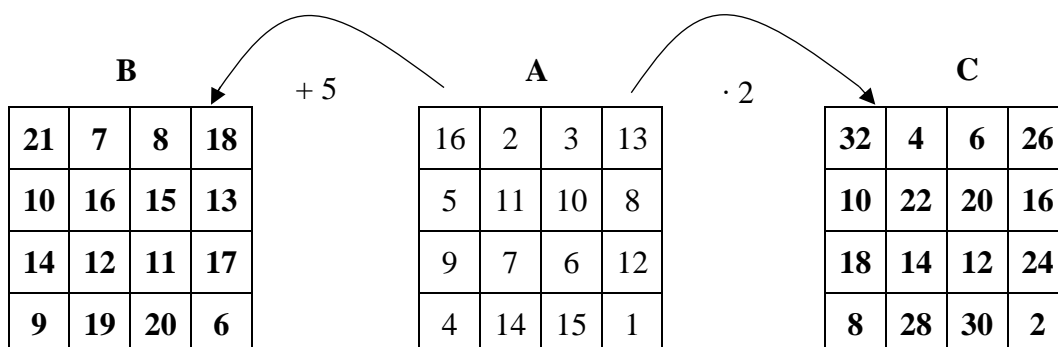
4	18	8
14	10	6
12	2	16

Magické čtverce jsou **první a třetí**. Magické jsou proto, protože součet v každém řádku, sloupci i diagonálách je stejný. Tento stejný součet se nazývá magická konstanta.

2. Dopln čtverec tak, aby byl magický.

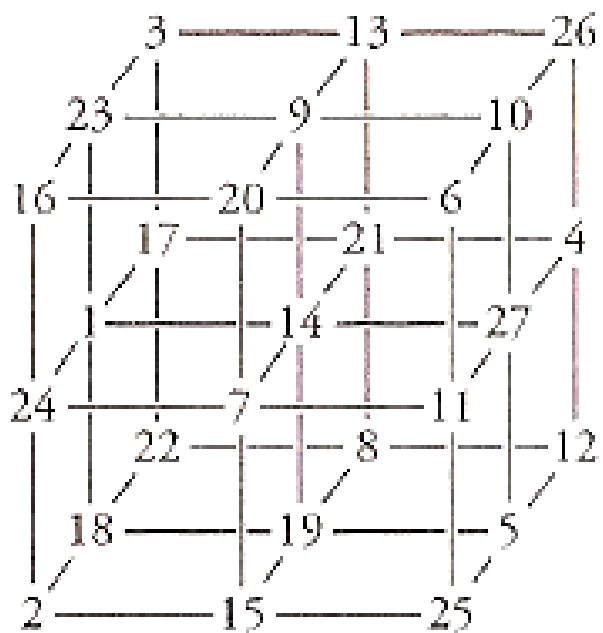
15	<b>4</b>	14	<b>1</b>
10	5	<b>11</b>	8
<b>3</b>	<b>16</b>	2	13
<b>6</b>	9	<b>7</b>	12

3. Je dán čtverec A, vytvoř k němu čtverec B s čísly o 5 většími a čtverec C, který bude mít dvojnásobky čísel čtverce A. Jsou čtverce A, B, C magické?



Ano čtverce A, B, C jsou magické.

4. Urči magický součet krychle, u které chybí některá čísla.



Jaký je její magický součet?

**Magický součet je 42.**

## Příloha č. 5 – Bodové hodnocení testu

Cvičení	Popis	Celkem
1.	2 body za správné určení magických čtverců + 1 bod za zdůvodnění své odpovědi	3
2.	každý bod za správně vypočítané políčko	7
3.	Každý bod za správně vypočítané políčko + 3 body za určení, které čtverce jsou magické	35
4.	Odhalení magického součtu 1 bod	1
Celkem		46

**Příloha č. 6 – Dotazník**

1. Jaké je vaše pohlaví?

a) muž

b) žena

2. Seřad'te následující předměty podle oblíbenosti, tak že předmětu, který máte nejraději, přiřad'te číslo 1 a předmětu nejméně oblíbenému číslo 8.

Matematika .....

Český jazyk .....

Anglický jazyk .....

Fyzika .....

Dějepis .....

Chemie .....

Přírodopis .....

Tělesná výchova .....

3. Myslíte si, že je matematika pro váš budoucí život důležitá?

a) ANO

b) NE

Uved'te důvod:

.....  
.....

4. Co vás na matematice baví (příklad učiva)?

.....  
.....

5. Co vás na matematice nebaví (příklad učiva)?

.....  
.....

6. Navrhujete v hodinách matematiky možná řešení a přicházíte s vlastními nápady?

a) ANO

b) NE

Uved'te příklad: .....

.....

7. Přišla vám dnešní hodina matematiky zajímavá?

a) ANO

b) NE

8. Chtěli byste zažít více takových hodin jako té dnešní?

a) Určitě ano

b) Spíše ano

c) Nevím

d) Spíše ne

d) Určitě ne

9. Dokážete vlastními slovy popsat co je to „bádání“?

.....  
.....

10. Potřebovali byste při dnešní výuce více rad od učitele?

a) ANO

b) NE

11. Jaká vám připadala dnešní hodina z hlediska vaší práce?

a) lehká

b) těžká

12. Líbilo se vám, že jste odhalili výsledek sami?

a) ANO

b) NE

13. Zkoušíte v hodinách matematiky přijít na některé věci sami?

a) ANO

b) NE

Uveďte příklad: .....

.....

14. Lišila se dnešní hodina od jiných hodin matematiky?

a) ANO

b) NE

Uveďte příklad: .....

.....

## ANOTACE

<b>Jméno a příjmení:</b>	Bc. Dagmar Štěbrová
<b>Katedra:</b>	Katedra matematiky
<b>Vedoucí práce:</b>	Mgr. Květoslav Bártek, Ph.D.
<b>Rok obhajoby:</b>	2019

<b>Název práce:</b>	Aktivizační metody ve výuce matematiky na 2. stupni ZŠ
<b>Název v angličtině:</b>	Activating methods in education of mathematics at lower secondary school
<b>Anotace práce:</b>	Diplomová práce se zabývá aktivizačními metodami ve výuce matematiky na 2. stupni ZŠ. Teoretická část obsahuje pět kapitol, ve kterých je zmíněna klasifikace metod a jejich historický vývoj, stručná charakteristika, aktivizační metody a podrobné rozpracování badatelsky orientované výuky. Praktická část obsahuje zpracování námětu pro badatelsky orientovanou výuku, výukový experiment provedený ve dvou paralelních třídách, test a postoje žáků k průběhu badatelsky orientované výuky. Diplomová práce především slouží pro vlastní přínos praxe, vyzkoušení si této badatelské metody a získání zpětné vazby o její úspěšnosti.
<b>Klíčová slova:</b>	Výukové metody, klasifikace, problémové metody, výzkumné metody, aktivizační výukové metody, metody diskuzní, metody situační, metody inscenační, didaktické hry, metody heuristické, badatelsky orientovaná výuka, bádání, magické čtverce.



<p><b>Anotace v angličtině:</b></p>	<p>This diploma thesis deals with activation methods used in Math lesson at the lower secondary school. The theoretical part consists of five chapters which focus on classification of methods and their historical development, brief description, activation methods and thorough examination of inquiry-based learning. The practical part includes a prepared suggestion for an inquiry-based lesson, an educational experiment carried out in two parallel classes, a test and pupils' opinions on the inquiry-based lesson. The diploma thesis was done mainly to gain experience and to try out inquiry-based learning and its methods as well as to gain feedback about its success.</p>
<p><b>Klíčová slova v angličtině:</b></p>	<p>Teaching methods, classification, problems method, researching methods, activating teaching methods, discussion methods, situational methods, staging methods, production methods, didactic games, heuristic methods, inquiry based education, inquiry, magic squares</p>
<p><b>Přílohy vázané v práci:</b></p>	<p><b>Příloha č. 1</b> – Pracovní list magická čísla  <b>Příloha č. 2</b> – Pracovní list tlačítka na mobilním telefonu  <b>Příloha č. 3</b> – Test  <b>Příloha č. 4</b> – Bodové hodnocení testu  <b>Příloha č. 5</b> – Test – řešení  <b>Příloha č. 6</b> – Dotazník</p>
<p><b>Rozsah práce:</b></p>	<p>109</p>
<p><b>Jazyk práce:</b></p>	<p>Český jazyk</p>