



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

## PŘÍMOČARÝ HYDROMOTOR

HYDRAULIC CYLINDER

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Petr Svárovský

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Roman Klas, Ph.D.

BRNO 2017



## Zadání bakalářské práce

Ústav: Energetický ústav  
Student: **Petr Svárovský**  
Studijní program: Strojírenství  
Studijní obor: Základy strojního inženýrství  
Vedoucí práce: **Ing. Roman Klas, Ph.D.**  
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### Přímočarý hydromotor

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Rešerše jednotlivých typů hydromotorů bude doplněna o základní rovnice a charakteristiky těchto zařízení. Hlavní pozornost by měla být věnována přímočarým hydromotorům a to z hlediska jejich konstrukce, provedení dorazů, vhodného těsnění i statického výpočtu.

#### **Cíle bakalářské práce:**

Student se seznámí s úskalími konstrukce přímočarých hydromotorů, popíše pevnostní výpočet těchto motorů, zejména na vzpěr, a vytvoří jednoduchý matematický model sloužící k dalšímu rozboru.

#### **Seznam literatury:**

BLÁHA, Jaroslav a Karel BRADA. Hydraulické stroje. Praha: SNTL, 1992. ISBN 80-03-00665-1.

PEŇÁZ, Václav a Dušan BENŽA. Tekutinové mechanismy. Brno: Rektorát VUT v Brně, 1989. ISBN 80-214-0082-X.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17.

V Brně, dne 2. 11. 2016



doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.  
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou přímočarých hydromotorů. V úvodu je uvedeno obecné rozdělení hydromotorů. Hlavní část práce je věnována přímočarým hydromotorům, jejich částem a konstrukci. Dále je také uveden pevnostní výpočet hydromotoru. Závěr práce je věnován matematickému modelu pro výpočet vlastní frekvence hydromotoru.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Hydromotor, přímočarý hydromotor, těsnění, elektrohydraulická analogie

## **ABSTRACT**

This bachelor thesis deals with problems of linear hydraulic motors. In the introduction, the general distribution of hydraulic motors is given. The main part of the thesis is devoted to linear hydraulic motors, their parts and construction. The strength calculation of the hydraulic motor is also given. The conclusion of the thesis is devoted to the mathematical model for calculating the natural frequencies of the hydromotors.

## **KEY WORDS**

Hydraulic motor, hydraulic cylinder, seals, electro-hydraulic analogy



## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

SVÁROVSKÝ, P. *Přímočarý hydromotor*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 54 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Roman Klas, Ph.D.





## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci Přímočarý hydromotor vypracoval samostatně, pod vedením Ing. Roman Klas, Ph.D. a uvedl v seznamu všechny použité zdroje.

V Brně dne 26. května 2017

---

Petr Svárovský

## PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu Ing. Romanu Klasovi, Ph.D. za ochotu a vstřícnost při konzultacích a také rodině za trpělivost a podporu během celého dosavadního studia.



# OBSAH

<b>ÚVOD</b>	<b>12</b>
<b>1 ROZDĚLENÍ HYDROMOTORŮ</b>	<b>13</b>
1.1 ROTAČNÍ HYDROMOTORY	13
1.1.1 Zubové hydromotory	13
1.1.2 Lamelové hydromotory	14
1.1.3 Šroubové hydromotory	15
1.1.4 Pístové hydromotory	15
1.2 HYDROMOTORY S KYVNÝM POHYBEM	18
1.2.1 Kyvné hydromotory s otočným pístem	18
1.2.2 Hydromotory s přímočarým hydromotorem a převodem	18
1.2.3 Kyvný hydromotor s paralelními písty	18
<b>2 PŘÍMOČARÉ HYDROMOTORY</b>	<b>20</b>
2.1 ROZDĚLENÍ PŘÍMOČARÝCH HYDROMOTORŮ	20
2.2 ZÁKLADNÍ PARAMETRY PŘÍMOČARÝCH HYDROMOTORŮ	22
2.1. ZÁKLADNÍ ČÁSTI PŘÍMOČARÝCH HYDROMOTORŮ	23
2.3.1 Princip dorazů	26
2.4 DRUHY TĚSNĚNÍ	28
2.4.1 Statická těsnění	28
2.4.2 Dynamická těsnění	29
2.5 TŘECÍ SÍLY	33
2.5. NAMÁHÁNÍ A VÝPOČET PÍSTNÍ TYČE	34
<b>3 VLASTNÍ FREKVENCE SYSTÉMU</b>	<b>36</b>
3.1. ELEKTROHYDRAULICKÁ ANALOGIE	36
3.1.1 Odpor proti pohybu R	36
3.1.2 Odpor proti zrychlení H	38
3.1.3. Odpor proti deformaci $D_H$	38
3.2. STABILITA SYSTÉMU, OBECNÉ ŘEŠENÍ VLASTNÍ FREKVENCE	38
3.3. ŘEŠENÍ MATEMATICKÉHO MODELU HYDROMOTORU	41
3.3.1. Hydromotor s oboustrannou pístnicí a tuhým potrubím	42
3.3.2. Hydromotor s jednostrannou pístnicí	44
<b>ZÁVĚR</b>	<b>50</b>
<b>Seznam použitých zdrojů</b>	<b>51</b>
<b>Seznam použitých symbolů</b>	<b>52</b>
<b>Seznam obrázků a tabulek</b>	<b>54</b>

## ÚVOD

Hydraulické prvky jsou nedílnou součástí velkého množství strojů, které jsou v dnešní době používány. Tekutinovým (hydraulickým) mechanismem lze nazvat takové zařízení, které využívá pro přenos energie mezi vstupním a výstupním členem kapalinu nebo jinou látku v tekutém stavu. Každý hydraulický systém je tvořen vstupním členem (generátorem), výstupním členem (motorem) a přenosovými kanály (propojení vstupního a výstupního členu). Z hlediska využití energie lze rozdělit hydraulické mechanismy na hydrostatické a hydrodynamické. U hydrostatických prvků probíhá přeměna mechanické energie na hydraulickou (nebo obráceně) přímo na pracovním prvku stroje, kterým může být např. píst. Výhodou tohoto typu je, že se mechanická práce mění na tlakovou energii kapaliny přímo. U hydrodynamických prvků se děje tato přeměna nepřímo a je zprostředkována kinetickou energií kapaliny.

Hydraulické systémy mají velké množství výhod, díky kterým jsou hojně využívány. Mezi jejich výhody lze bezesporu zařadit schopnost přenosu velkých výkonů při použití součástí malých rozměrů a hmotností a možnost přenášet energii na velké vzdálenosti i do velmi nepřístupných míst. U těchto systémů lze také velmi dobře řídit jejich parametry (otáčky, průtok, rychlost, výkon) a měnit směr pohybu (reverzovat). Hydraulické systémy jsou velmi žádané také díky jejich velmi tichému chodu a také dobrému mazání pomocí pracovní látky, která zároveň zajišťuje odvod tepla z pracovních částí stroje.

Nicméně tekutinové mechanismy mají i své nevýhody, které zabraňují jejich použití v některých odvětvích. Obecně jsou tekutinové mechanismy citlivé na nečistoty a jejich vlastnosti jsou přímo závislé na vlastnostech pracovního média. Při přenosu energie dochází k nezanedbatelným ztrátám, jež snižují celkovou účinnost mechanismu. V neposlední řadě lze mezi nevýhody hydraulických mechanismů zařadit velké nároky na přesnost geometrických tvarů součástí a minimální vůle mezi vzájemně se pohybujícími plochami [12].

Cílem této práce je získání obecného povědomí o hydraulických motorech, jejich rozdělení, konstrukčním řešení a použití jednotlivých typů. V úvodní části práce je zpracován ucelený přehled jednotlivých typů hydromotorů, jejich parametrů a možnosti použití. Hlavní část práce je věnována problematice přímočarých hydromotorů. Je zde uveden rozbor jednotlivých částí hydromotoru s popisem materiálů, které jsou využívány pro jejich výrobu, konstrukční provedení některých částí, pevnostní výpočet a také obsáhlý přehled těsnění, jež jsou důležitou součástí každého hydromotoru, neboť ovlivňují jeho správnou funkčnost. Závěr práce je věnován matematickému modelu pro řešení vlastní frekvence hydromotoru a to jak obecnému, tak také i praktickému pro hydromotory s jednostrannou a oboustrannou pístnicí.

# 1 ROZDĚLENÍ HYDROMOTORŮ

Tekutinové motory spolu s generátory lze zařadit mezi převodníky. Tekutinový převodník je částí hydraulického mechanismu, který složí k převodu tlakové energie tekutiny na činné části motoru nebo naopak. Výstupní člen může konat tři druhy pohybu, dle kterých se hydromotory dělí na rotační, přímočaré a s kyvným pohybem.

## 1.1 ROTAČNÍ HYDROMOTORY

Rotační hydromotory jsou ve většině případů odvozeny od rotačních hydrogenerátorů. Typickými vlastnostmi těchto hydromotorů jsou široký rozsah otáček, rozměry a malá hmotnost na jednotku výkonu. Dle činných prvků, které vytváří geometrický objem motoru, jsou děleny na motory [1]:

- zubové
- lamelové
- pístové
- šroubové

### 1.1.1 Zubové hydromotory

Zubové hydromotory jsou složeny z dvou spoluzabírajících kol otočně uložených v příslušném vybrání tělesa. Pracovní prostor tvoří mezizubní mezery spolu s obalem motoru. Tyto motory jsou převážně vyráběny jako reverzní a využívají se tam, kde se pracuje při vyšších otáčkách. Při nízkých otáčkách enormně klesá účinnost těchto motorů a roste skluz. Zubové hydromotory lze rozdělit na hydromotory s vnějším a vnitřním ozubením [1].

#### Hydromotory s vnějším ozubením

Kapalina je přiváděna na vstupní část hydromotoru, kde vlivem tlakového spádu na vstupu a výstupu motoru dojde k uvedení do pohybu ozubeného soukolí a kapalina putuje skrz něj k výstupnímu otvoru. Kola mohou mít libovolný profil, který ovšem musí splňovat obecnou teorii ozubení. V praxi se výhradně používají kola evolventní nebo cykloidní. Podmínkou stálého převodu a záběru je, že kola musí být vyrobena z jedné série vyráběné odvalovací metodou. Své využití nachází tyto motory v oblastech, kde jsou méně náročné pohony, a nevadí větší skluz. Účinnost zubových hydromotorů s vnějším ozubením se pohybuje mezi 0,6 až 0,85 [2].

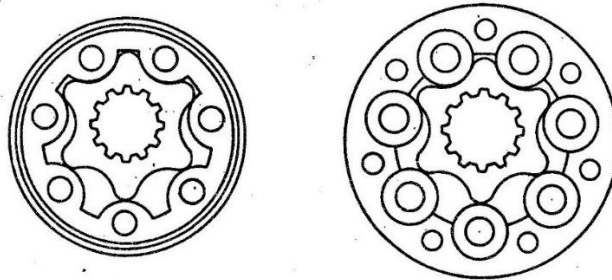


**Obr. 1.1** – schéma zubového hydromotoru [3]

#### Hydromotory s vnitřním ozubením

Nejnámějším představitelem motorů s vnitřním ozubením je hydromotor s označením ORBIT. Rotor hydromotoru je tvořen šesti zuby, které chodí ve statickém kole s počtem zubů o jeden větší než

u rotoru. Tím je docíleno, že záběr kol je stálý. Vložením rotoru do statického kola vznikne sedm navzájem oddělených pracovních komor, z nichž jsou vždy tři komory spojeny se vstupním prostorem a čtyři s prostorem výstupním. Rozváděcí ústrojí zajišťuje rozvod média do jednotlivých komor. Toto ústrojí může být radiální (u menších hydromotorů) nebo axiální (u hydromotorů větších). Rotor vykonává složený pohyb, skládající se z druhotného rotačního pohybu kolem osy spojovacího hřídele a posuvného unášivého pohybu po kruhové dráze. Na výstupní hřídel je skrz spojovací hřídel přenášen pouze rotační pohyb. Výhodou těchto hydromotorů je velký výstupní moment i při nízkých otáčkách a malá nerovnoměrnost úhlové rychlosti a momentu [2].



**Obr. 1.2** – schéma Gerotoru (vlevo) a Geroleru (vpravo) [1]

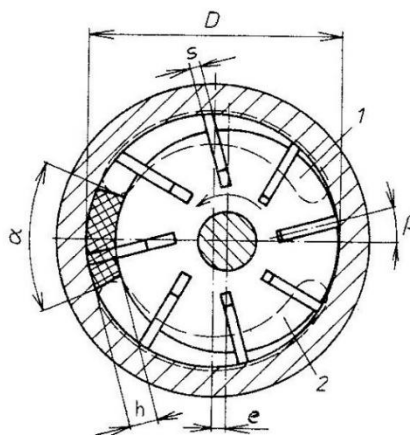
Modifikací těchto gerotorových hydromotorů jsou motory gerolerované, jejichž princip činnosti a provedení je stejný jako u gerotorovaných. Odlišností v konstrukci je, že zuby vnitřního prstence jsou nahrazeny válečky, čímž bylo dosaženo vyšší přesnosti při výrobě ozubení a zmenšení opotřebení mezi rotorem a ozubeným věncem.

### 1.1.2 Lamelové hydromotory

Princip těchto hydromotorů je založen na rotoru, který se otáčí ve statoru. Rotor je vybaven plochými radiálně pohyblivými lamelami, které jsou přitlačovány pružinami ke statoru. Tím je zaručen rozběh i při zatížení. Typickou vlastností lamelových hydromotorů je jejich velký geometrický objem při relativně malých rozměrech motoru. Podle tvaru křivkové dráhy a uspořádání lamel lze tyto motory rozdělit na motory:

- s nevyváženým rotorem
- s vyváženým rotorem
- s lamelami ve statoru

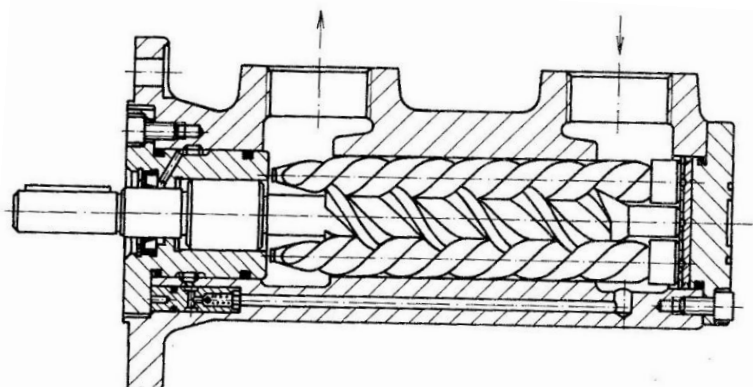
Lamelové hydromotory s nevyváženým rotorem se používají jen výjimečně a jejich konstrukce je určena spíše pro hydrogenerátory. Hydromotory s lamelami ve statoru mají horší účinnost oproti hydromotorům, které mají uloženy lamely ve statoru, avšak jejich předností je tichý chod a nižší cena. Hydromotory s vyváženým rotorem jsou nejpoužívanějšími díky svým konstrukčním výhodám a možnosti pracovat při nízkých otáčkách. Tyto hydromotory však nemají možnost změny geometrického objemu [2].



**Obr. 1.3** – schéma lamelového převodníku s nevyváženým rotorem [2]

### 1.1.3 Šroubové hydromotory

Šroubové hydromotory nejsou příliš rozšířené, jejich konstrukce je spíše využitelná u hydrogenerátorů. Pracovními orgány jsou šroubová vřetena, která jsou uložena s malou radiální vůlí v tělese. Jednotlivý pracovní prostor je vymezen závitovou mezerou, záběrem vřeten a vybráním tělesa. Výhodou šroubových hydromotorů je rovnoměrnost otáčení a nízká hluchnost. Tyto motory mohou pracovat s tlaky až 20 MPa a nejsou příliš náročné na čistotu média [2].



**Obr. 1.4** – třívřetenový šroubový hydromotor [2]

### 1.1.4 Pístové hydromotory

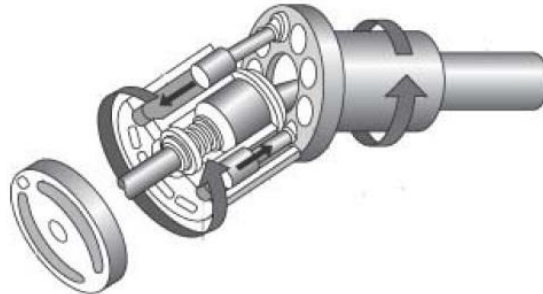
Pístové hydromotory jsou nejrozšířenějším typem hydraulických motorů. Pracovním prvkem jsou zde písty, který vykonávají ve válcích přímočarý vratný pohyb. Válce mohou být uspořádány jednotlivě nebo do tzv. bloků. Rozdělují se dle prostorového uspořádání pístů na pístové hydromotory axiální a radiální [2].

#### Axiální pístové hydromotory

Axiální pístové hydromotory mají osy válců uloženy rovnoběžně s osou rotace. Vyrábějí se v provedení jak neregulačním tak také i v provedení regulačním. Změnu geometrického objemu lze dosáhnout řízením zdvihu pístu změnou úhlu mezi osou hřídele a osou bloku válců, popř. změnou úhlu sklonu šikmé desky. Využívají se v případech, kde je třeba dosahovat vysokých pohybových frekvencí. Podle konstrukce se dále dělí na motory:

- s nakloněným blokem válců

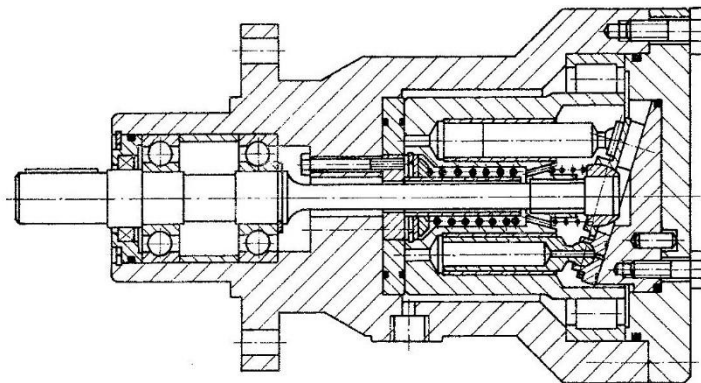
Tyto motory nemohou mít průběžný hřídel, mají větší rozměry a horší dynamické vlastnosti. Nicméně jejich výhodou je možnost vyšších otáček a tím i větší regulační rozsah [1].



**Obr. 1.5** – axiální pístový hydromotor s nakloněným blokem [3]

- s nakloněnou deskou

Motory s nakloněnou deskou mají vyšší třecí odpory mezi pístem a blokem válců při přenosu momentu od nakloněné desky přes blok válců na hřídel motoru, což má za následek nižší rozběhový moment ale také i menší celkovou účinnost. Jeho výhodou jsou však menší rozměry oproti motorům s nakloněným blokem válců [1].



**Obr. 1.6** – axiální pístový hydromotor s nakloněnou deskou [2]

### Radiální pístové hydromotory

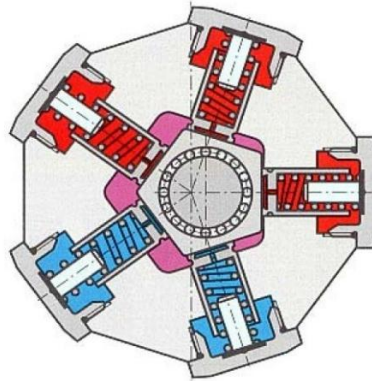
Radiální pístové hydromotory jsou konstruovány pro nízké a střední otáčky, při kterých mohou pracovat s tlaky až 40 MPa. Tyto tlaky zajišťují vysoký krouticí moment, který je využíván k přímému pohonu strojů bez vložené mechanické převodovky. Tyto motory mají osy válců v rovině, která je kolmá k ose rotace. Podobně jako u radiálních hydrogenerátorů jsou hydromotory konstruovány ve dvou provedeních:

- s písty vedenými ve statoru

Výstupní hřídel tohoto hydromotoru je opatřen výstředníkem, na který je přenášena síla pístu od tlaku kapaliny. Přenos síly od pístu ke středu excentru je zajištěn prostřednictvím ojnice, naklápěním vedení pístu nebo prostřednictvím vícebokého hranolu. Počet pístů bývá 5 až 7. Konstrukční provedení s písty uspořádanými ve dvou řadách, vzájemně



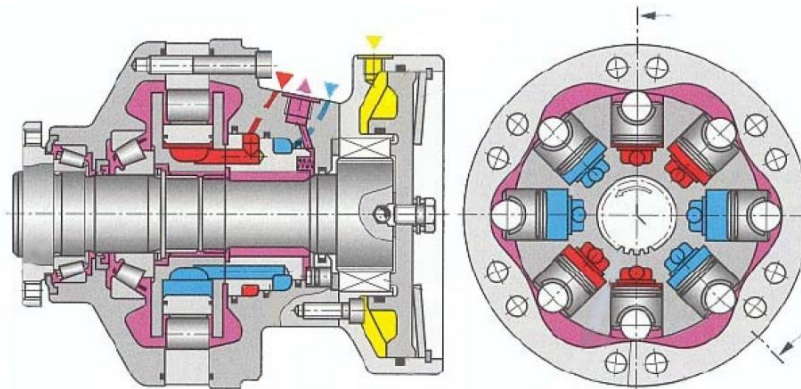
pootočených o polovinu rozteče, je využíváno pro zvýšení krouticího momentu. Rozvod kapaliny je zprostředkován pomocí válcových nebo plochých šoupátek. Jelikož je geometrický objem tvořen zdvihem pístů sledujících kruhovou dráhu, nazývají se hydromotory tohoto typu jednokřivkové [1].



**Obr. 1.7** – radiální pístový hydromotor s písty vedenými ve statoru [3]

- s písty vedenými v rotoru

Na rozdíl od radiálních hydrogenerátorů mají hydromotory pro píst křivkovou dráhu místo dráhy kruhové. Tato dráha umožňuje několikanásobný zdvih každého pístu během jedné otáčky, proto se hydromotory tohoto typu nazývají vícekřivkové. Rozvod média k vnitřní straně pístu je opět zprostředkován válcovým nebo plochým šoupátkem. V moderních konstrukcích jsou vznikající radiální síly vyrovnány, a to díky sudému počtu pístů. Vhodnou volbou tvaru oběžné dráhy lze dosáhnout dokonalé rovnoměrnosti otáčení [1].



**Obr. 1.8** – radiální pístový hydromotor s písty vedenými v rotoru [3]

Oba typy radiálních hydromotorů se používají především tam, kde je lze přímo vestavět do hnaného zařízení. Nejznámější aplikací jsou pohony navijecích bubnů jeřábů a pohony pojezdových kol mobilních stojů. Pro dosažení velmi vysokých točivých momentů se pomaloběžné hydromotory kombinují s planetovým převodem, který může být vybaven brzdou pro klidovou polohu hydromotoru [1].

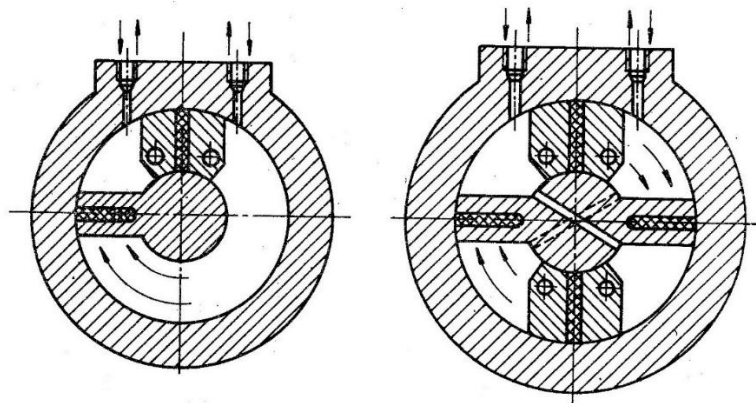
## 1.2 HYDROMOTORY S KYVNÝM POHYBEM

Kyvné hydromotory jsou využívány k přenosu krouticího momentu v omezeném úhlu natočení. Dle způsobu přenosu krouticího momentu se hydromotory s kyvným pohybem dělí na [1]:

- hydromotory s otočným pístem
- přímočaré hydromotory s převodem
- paralelní uspořádání pístů

### 1.2.1 Kyvné hydromotory s otočným pístem

Tento hydromotor představuje válec s pravoúhlým průřezem pracovního prostoru, ve kterém se pohybuje lopatka – píst. Vyskytují se v provedení s jednou nebo dvěma lamelami. Při použití jedné lamely je maximální úhel výkyvu  $280^\circ$  až  $300^\circ$ . U dvoulamelové konstrukce je maximální úhel výkyvu  $100^\circ$ , ale hodnota točivého momentu je dvojnásobná. Provozním problémem je dokonalé utěsnění pístu nejen po obvodě, ale i na čelech a také utěsnění hřídele mezi tlakovým a odpadním prostorem. Z toho vyplývá poměrně nízká účinnost 60 až 70 %. Pracovní tlak může nabývat hodnot až 21MPa [1].



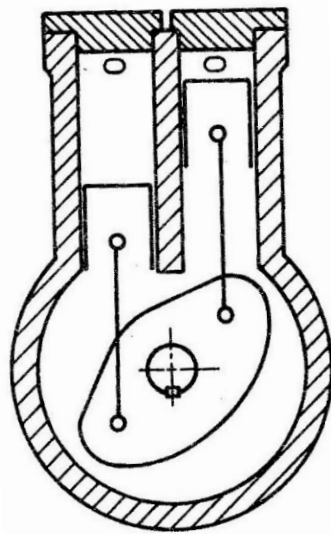
**Obr. 1.9** – Jednolamelový (vlevo) a dvoulamelový (vpravo) kyvný hydromotor [1]

### 1.2.2 Hydromotory s přímočarým hydromotorem a převodem

Činným prvkem je píst s přímočarým pohybem, od kterého je odvozen kyvný pohyb hřídele. Vzájemná poloha činného prvku a hřídele může být buď sousá, nebo je výstupní hřídel kolmo k ose pístu. Pohyb hřídele hydromotoru je odvozen od pohybu pístu pomocí šroubu nebo pohybu pomocí kulisy. U prvního provedení tvoří píst současně matici, která natáčí šroub a tím i výstupní hřídel. Vodící tyč nebo přímé drážkování zajišťují píst proti natočení. U hydromotoru s kulisou je nejčastěji síla z přímočarého hydromotoru převáděna na kyvný pohyb pomocí ozubeného převodu, kdy na pístnici je vytvořen ozubený hřeben, který přenáší sílu od tlakové tekutiny na pastorek, jenž koná samotný kyvný pohyb. Konstrukce umožňuje, že válec je co do délky výměnný a spolu s různou délkou ozubení pístnice umožňuje sestavit hydromotory pro úhel kyvu od  $90^\circ$  do  $360^\circ$  ale i více. Točivý moment je konstantní v plném rozsahu kyvného úhlu [1].

### 1.2.3 Kyvný hydromotor s paralelními písty

Vzhledem k malým rozměrům a přenášenému momentu mají tyto kyvné hydromotory řadu uplatnění, především ve zvedacích a manipulačních zařízeních. Jejich nevýhodou je, že krouticí moment na výstupním hřídeli závisí na natočení kulisy, proto se používají pro maximální úhel  $100^\circ$  [1].



**Obr. 1.10** – kyvný hydromotor s paralelními písty [1]

## 2 PŘÍMOČARÉ HYDROMOTORY

Hydromotory s přímočarým pohybem jsou nejrozšířenějším typem hydromotorů. Někdy jsou též označovány jako pracovní válce. Jejich nespornou výhodou je, že při relativně malých rozměrech a hmotnostech jsou schopny vyvinout síly v rozmezí od několika desítek N po několik set tisíc N. Z konstrukčního hlediska lze považovat přímočaré hydromotory za poměrně jednoduché, z čehož vyplývá jednoduchá technologie jejich výroby, vysoká spolehlivost a životnost. Základními prvky přímočarého hydromotoru jsou válec, píst, pístnice a víka válce. Vyrábějí se zpravidla v typizovaných řadách podle průřezu a zdvihu pro pracovní tlaky od 6,3 do 32 MPa. Průměr u těchto typizovaných typů může dosahovat až 250 mm a zdvihy až 4000 mm. Speciální jednoúčelová provedení mohou pracovat s tlaky až 63 MPa, průměry až 1500 mm a zdvihy až 10000 mm [1].

Princip práce hydromotoru s přímočarým pohybem spočívá v tom, že pracovní kapalina o tlaku  $p$  působí ve válci na píst s plochou  $S$ . Sílu vyvozenou pístem lze stanovit ze vztahu [1]:

$$F = S_p \cdot p = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot p \quad [N] \quad (2.1)$$

F... síla vyvozená pístem [N]  
S... plocha pístu [mm<sup>2</sup>]  
p... tlak média [MPa]  
D... vnější průměr pístu [mm]

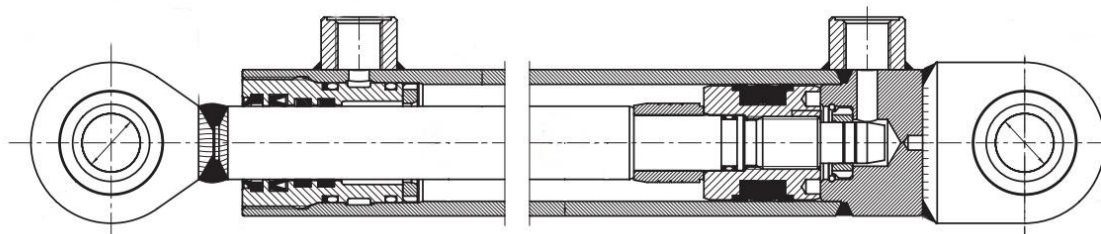
přičemž se píst pohybuje rychlostí

$$v = \frac{Q_v}{S} = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot D^2} \quad [m \cdot s^{-1}] \quad (2.2)$$

v... rychlost pístu [m·s<sup>-1</sup>]  
Q<sub>v</sub>... objemový průtok [m<sup>3</sup>·s<sup>-1</sup>]  
S... činná plocha pístu [m<sup>2</sup>]  
D... vnější průměr pístu [m]

### 2.1 ROZDĚLENÍ PŘÍMOČARÝCH HYDROMOTORŮ

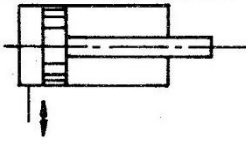
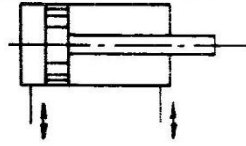

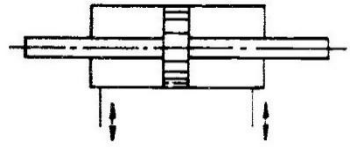
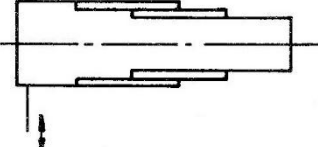
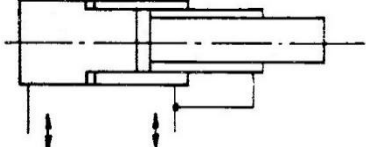
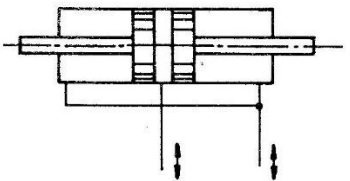
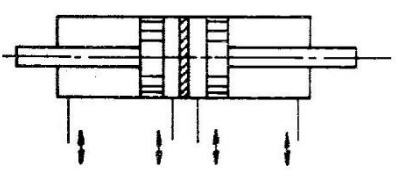
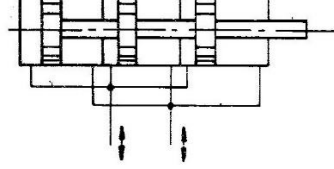
Základním rozdělením přímočarých hydromotorů je, zda je hydromotor jednočinný nebo dvojitý. U jednočinného hydromotoru je zajištěn vratný pohyb pomocí působení vnějšího zatížení, kdežto u dvojitýho je tento vratný pohyb ovládán, stejně jako pracovní zdvih, tlakovou kapalinou [1].



Obr. 2.1 – dvojitý hydromotor s tlumením v krajních polohách [7]

Dále lze přímočaré hydromotory rozdělit podle toho, zda jdou jednostupňové nebo vícestupňové.

**Tab. 2.1** rozdělení hydromotorů

Přímočaré hydromotory jednostupňové	S jednostrannou pístnicí		
	Plunžrový		
	S oboustrannou pístnicí		
Přímočaré hydromotory vícestupňové	Teleskopický		
	Tandemový		
	Vícenásobný		
		Jednočinný	Dvojčinný

U přímočarých hydromotorů s jednostrannou pístnicí prochází pístnice pouze jedním víkem válce, na rozdíl od oboustranného, kde prochází pístnice oběma víky. Hydromotory dvojčinné mají větší plochu pod pístem a menší nad pístem, což má za následek rozdíl geometrických objemů při obou směrech pohybu pístu a tím i různé vlastnosti hydromotoru při vysouvání a zasouvání. Při vysouvání je přenášena větší síla při menší rychlosti. Naopak u zasouvání je přenášena nižší síla při vyšší rychlosti.

Do kategorie jednostupňových hydromotorů spadá také hydromotor s plunžrem. Plunžrový hydromotor má vnitřní průměr válce přibližně stejný jako průměr pístnice. Charakteristickým prvkem tohoto typu je, že plunžr plní funkci pístu i pístnice. Tento typ se využívá například u hydraulických lisů, jelikož je určen pro přenos největších sil [1, 2].

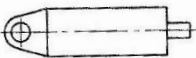
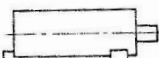

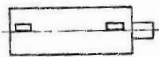
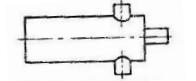

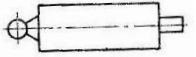
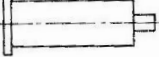
Pro dosažení velkých zdvihů lze využít vícestupňových hydromotorů. Typickým zástupcem je teleskopický hydromotor, jehož maximální zdvih může být až trojnásobek zástavbové délky. Jednotlivé stupně se vysouvají postupně a to od největšího průměru, přičemž počet pístů se pohybuje od 3 po 5. Využití nacházejí tyto hydromotory především u sklápění korby nákladních automobilů [1].

Mimo již uvedené typy existuje řada dalších konstrukčních provedení, jakými jsou například hydromotory s jištěním polohy, u kterých lze píst zajistit v jednotlivých mezipolohách nebo v polohách koncových. Přímočaré hydromotory lze také rozdělit podle způsobu upevnění k rámu stroje. Dle tohoto rozdělení rozeznáváme motory s pevnou pístnicí, pevným válcem nebo s válcem výkyvným. U hydromotorů s pevnou pístnicí koná pohyb válec, naopak u hydromotorů s pevným válcem koná pohyb pístnice [1].

Dle použití dělíme hydromotory do tří základních skupin. První skupinou jsou motory, které překonávají pouze pasivní odpory. U této skupiny není rozhodující síla potřebná k překonání pasivních odporů, ale například poměr rychlostí při pohybu vpřed a vzad. Druhou skupinou jsou motory přesných posuvných mechanismů. Rozměry motorů této skupiny se stanoví z poměru minimálního průtoku, který jsme ještě schopni řídit, a z nejmenší požadované rychlosti. Poslední skupinou jsou motory určené k překonání vnější zátěže [6].

Rozdělení hydromotorů podle jejich upevnění je znázorněno v tab. 2.2.

**Tab. 2.2** typy upevnění hydromotorů [3]

	Výkyvné motory			Pevné motory
V rovině		Závěsné oko s pouzdrem		Základové patky
		Závěsné oko s kloubovým ložiskem		Osové patky
		Čepový závěs		Příruba víka válce
Prostorově		Kloubový závěs		Příruba u dna válce

## 2.2 ZÁKLADNÍ PARAMETRY PŘÍMOČARÝCH HYDROMOTORŮ

- geometrický objem  $V_{02}$  [m<sup>3</sup>]
- objemový průtok  $Q_v$  [m<sup>3</sup> · s<sup>-1</sup>]
- pohybová frekvence  $f$  [s<sup>-1</sup>]

$$f = \frac{v}{2 \cdot h} \quad (2.3)$$

$v$  ..... rychlost translace [m · s<sup>-1</sup>]

$h$  ..... zdvih pístnice [m]

- zátěžná síla  $F_z$  [N]

$$F_z = \Delta p \cdot S \quad (2.4)$$

$\Delta p$  ..... tlakový spád [Pa]

$S$  ..... činná plocha pístu [m<sup>2</sup>]

- zátěžný tlak  $p_z$  [Pa]

$$p_z = \frac{h}{V_{02}} \cdot F_z \quad (2.5)$$

$h$  ..... zdvih pístnice [m]

$V_{02}$  ..... geometrický objem [m<sup>3</sup>]

$F_z$  ..... zátěžná síla [N]

- výkon  $P$  [W] pro přímočaré motory

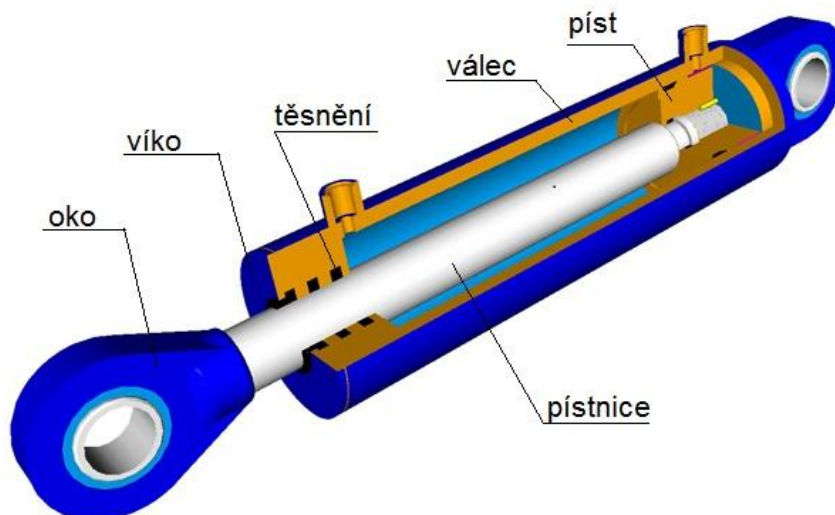
$$P = \Delta p \cdot S \cdot v \quad (2.6)$$

$\Delta p$  ..... tlakový spád [Pa]

$S$  ..... činná plocha pístu [m<sup>2</sup>]

$v$  ..... rychlost translace [m · s<sup>-1</sup>]

## 2.1. ZÁKLADNÍ ČÁSTI PŘÍMOČARÝCH HYDROMOTORŮ



Obr. 2.2 – schéma dvojčinného hydromotoru [9]

### Válec

Válec, někdy také nazýván obal, je hlavní částí hydromotoru, která zajišťuje jeho tuhost. Polotovarem pro výrobu válců jsou bezešvé ocelové trubky z vhodného materiálu zejména pro provoz s vodou nebo emulzí. Jsou vyráběny technologickým procesem válcování, tažené popřípadě lití. Vnitřní povrch válce bývá honován nebo válečkován pro dosažení geometrické přesnosti, jakosti povrchu a tolerance

H8. V některých případech může být vyroben válec s víkem z jednoho kusu materiálu. U tohoto typu bývá vnitřní povrch z technologických důvodů pouze broušen. Z důvodu poréznosti je nevhodná pro výrobu šedá litina. Tato vlastnost může způsobit propouštění oleje při vyšších tlacích [2].

#### Píst

Píst je zpravidla vyroben z jednoho kusu oceli, nebo šedé litiny. Bývá opatřen vnitřním závitem, kterým je spojen s pístnicí, nebo je k pístnici přišroubován. U hydromotorů malých rozměrů může být píst a pístnice vyrobeny z jednoho kusu. Tvar pístu se liší podle typu použitého těsnění. K jeho utěsnění se nejčastěji používají manžety, pístní kroužky popřípadě O – kroužky. Píst nezastává funkci pouze přenašeče síly, ale také i funkci dalšího vedení pístnice [2].

#### Pístnice

Pístnice je nejnáchylnější částí, u které může dojít k poškození. Na její tuhosti závisí správná funkčnost celého hydromotoru. Vzhledem k zatížení je pístní tyč kontrolována především na vzpěr. Pístnice se vyrábějí z pravidla z ocelí, které jsou chromovány nebo povrchově kaleny a následně leštěny nebo broušeny. Chromování pístních tyčí napomáhá k odolnosti proti korozi a zlepšuje třecí vlastnosti ve vedení pístnice. Přehled materiálů používaných pro výrobu pístnic jsou uvedeny v tab. 2.3 [2].



**Obr. 2.3** – zakončení pístnic [10]



**Tab. 2.3** materiály pístnic

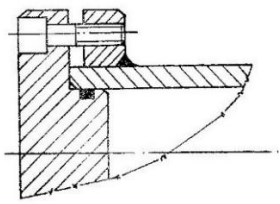
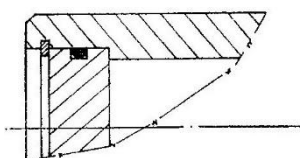
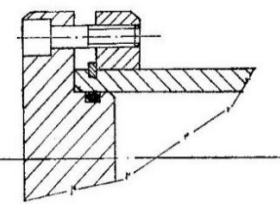
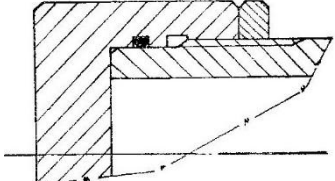
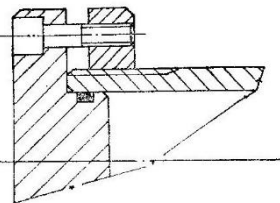
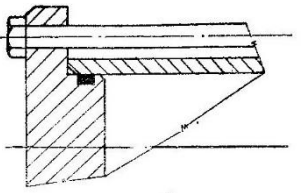
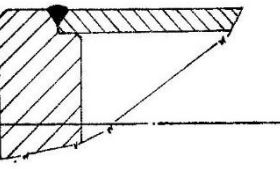
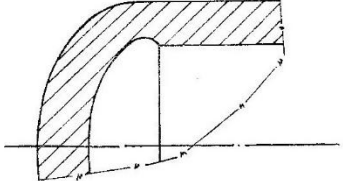
<b>Třída</b>	<b>Podobná ocel dle ČSN</b>	<b>Charakteristika</b>	<b>Možnost povrchového kalení</b>	<b>Průměr [mm]</b>	<b>Mez kluzu [MPa]</b>	<b>Mez pevnosti [MPa]</b>	<b>Svařitelnost</b>
20MnV6	13 220	Vanadiová ocel Vyšší mez průtažnosti Zlepšená svařitelnost a obrobitelnost	NE	8-20 20-80 80-120 >120	>510 >440 >440 >380	650 550-700 550-700 550-700	Výborná
42CrMo4	15 143 15 341	Slitinová ocel Zakalená a popuštěná v lázni Pro vysoce namáhané součásti	ANO	12-120 >120	>735 >680	900-1150 900-1150	Podmíněná
CK45	12 050	Uhlíková ocel	ANO	20-100 >100	>340 >320	580-800 520-680	Podmíněná
NICROM 350	-	Zvýšená korozní odolnost a životnost	NE	20-80 >80	≥450 ≥400	550-700 550-700	-

## Víka a spojení vík s válcem

Víka jsou vyráběna obvykle z litiny, oceli nebo neželezných kovů. Při použití vodících pouzder pro pístnici, není druh materiálu víka z hlediska kluzných podmínek rozhodující.

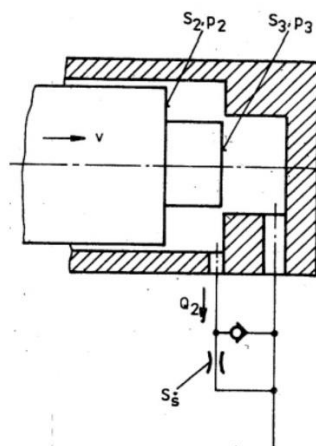
Pro spojení víka s válcem se využívá několika typů konstrukcí. Způsob připevnění víka se řídí také podle provozního tlaku. Mezi nejčastější způsoby upevnění patří spojení přírubami, našroubování víka na válec, přivařením nebo stažením vík na válec svorníky procházejícími vně tělesa. Přehled způsobů spojení vík s válci je zobrazen v tab. 2.4 [2].

**Tab. 2.4** spojení víka s válcem

Přišroubováno k přírubě přivařené k válci		Vsazeno do válce a uchyceno pojistným kroužkem	
Přišroubováno k přírubě uchycené na válci pojistným kroužkem		Spojeno s válcem pomocí závitu	
Přišroubováno k přírubě spojené s válcem pomocí závitu		Spojena s válcem svorníky	
Přivařeno k válci		Odlito z jednoho kusu	

### 2.3.1 Princip dorazů

Pokud není pohyb v kterémkoliv místě zdvihu pístu zastaven některým z řídicích prvků, naráží píst v plném zdvihu na víka válce. Tento problém je zvláště nebezpečný při vyšších rychlostech pístu a velkých pohybujících se hmotách spojených s pístnicí. Jestliže je rychlost pístu větší než  $0,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , je nutné pohyb pístu před dosednutím zpomalit. Princip tlumení spočívá ve škrtení průtoku kapaliny z odpadní větve hydromotoru. Toho lze docílit zasouváním nastavce popřípadě osazení pístu nebo pístnice do vybrání ve víku motoru, přičemž je škrtení způsobeno buď změnou velikosti vůle mezi tlumící částí a vybráním, nebo je řízeno škrťacím ventilem zabudovaným do víka. Z důvodů reverzace pohybu je nutné vestavění jednosměrného ventilu do víka válce [1].



**Obr. 2.4** – schéma škrčení pomocí škrťacího ventilu [1]

Při dojezdu je nutné zachytit energii pohyblivé části pomocí brzdící síly

$$F_B = S_2 \cdot p_2 + S_3 \cdot p_3 \quad [N] \quad (2.7)$$

kde  $p_2$  se mění v závislosti na průtoku škrťacím ventilem. Průtok škrťacím ventilem jde vyjádřit vztahem

$$Q_{\check{s}} = S_{\check{s}} \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{2(p_2 - p_3)}{\rho}} = S_2 \cdot v \quad [m^3/s] \quad (2.8)$$

Na základě rozsahu rychlostí daného hydromotoru lze zjistit průtočnou plochu

- pro minimální rychlost

$$S_{\check{s}min} = \frac{Q_{\check{s}min}}{\alpha \cdot \sqrt{\frac{2(p_2 - p_3)}{\rho}}} \quad [mm^2] \quad (2.9)$$

- pro maximální rychlost

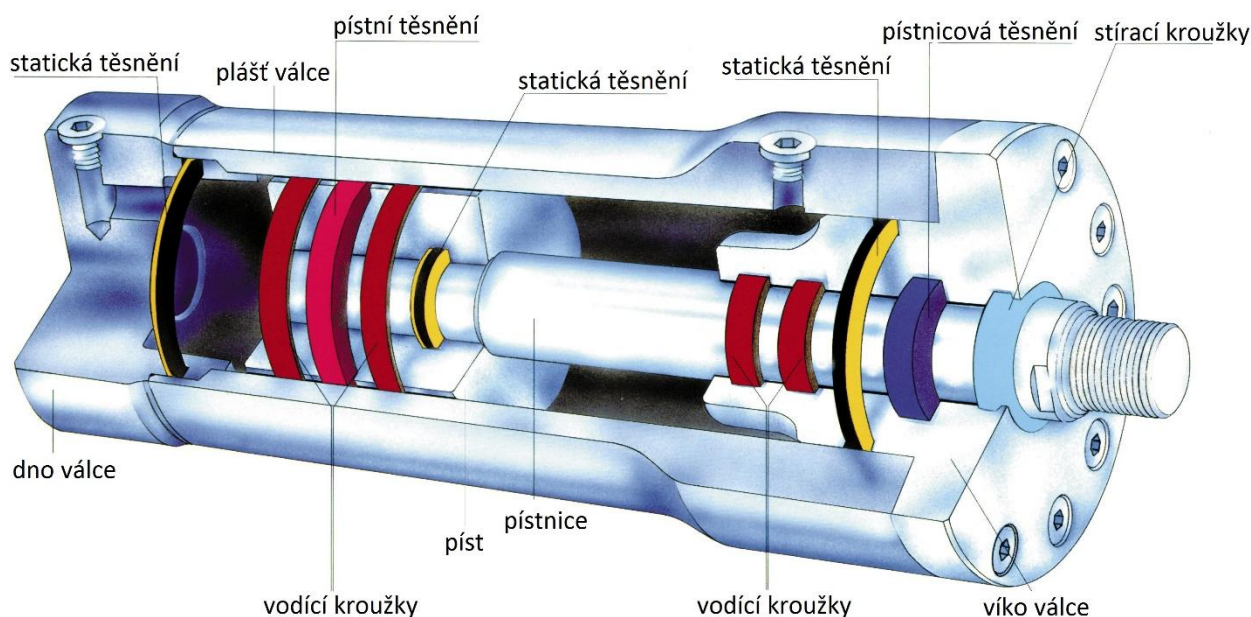
$$S_{\check{s}max} = \frac{Q_{\check{s}max}}{\alpha \cdot \sqrt{\frac{2(p_2 - p_3)}{\rho}}} \quad [mm^2] \quad (2.10)$$

### Těsnění

Funkčnost přímočarých hydromotorů a s ní spojený přenášený výkon jsou bezprostředně závislé na utěsnění pracovních a tlakových prostorů. Při volbě těsnění je nutné zohlednit velikost provozní tlaku, druh a teplotu použité kapaliny, typ vzájemného pohybu utěšňovaných součástí, velikost součástí a také stupeň přípustné netěsnosti. Těsnění hydromotorů se dělí dle vzájemného pohybu těsněných ploch do dvou skupin [6]:

- Statická těsnění
- Dynamická těsnění

Kvůli velkému množství různých typů těsnění a jejich důležitosti při provozu přímočarých hydromotorů bude následující kapitola věnována popisu základních typů těsnících prvků.



**Obr. 2.5** – umístění těsnících prvků v hydromotoru [4]

## 2.4 DRUHY TĚSNĚNÍ

### 2.4.1 Statická těsnění

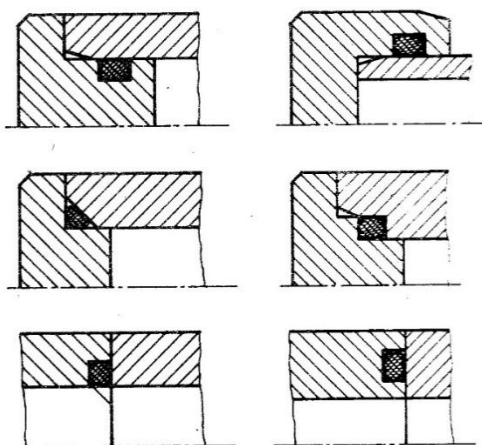
Statická těsnění jsou používána k utěsnění součástí, u kterých nedochází ke vzájemnému pohybu. Vzhledem k menšímu namáhání statických těsnění jsou nároky kladené na jejich vlastnosti mnohem menší než u těsnění dynamických. Nejčastějšími typy statických těsnění používaných v praxi jsou těsnění plochá a O – kroužky [2].

#### Plochá těsnění

Plochá těsnění slouží k utěsnění součástí, které se nerozebírají příliš často. Typickým příkladem je těsnění přírub nebo šroubení. Pro výrobu těchto těsnění se často využívají materiály jako papír, pryž, vyztužený textil, hliník nebo měď. Výhodou plochých těsnění je jejich snadná výroba a schopnost kopírovat tvar těsněných ploch. Vzhledem k větším silám, které jsou nutné pro dosažení potřebného měrného tlaku v těsnění, vznikají trvalé deformace, což znemožňuje opětovné použití stejného těsnění [1, 2].

#### O – kroužky

Díky dokonalému utěsnění součástí s uložením „kov na kov“ a s tím spojené rovnoměrné a přesné stlačení kroužku má za následek, že je tento typ těsnícího prvku velmi rozšířený. O – kroužky jsou schopny těsnit tlaky až 100 MPa. Aby nemohlo dojít k vytlačení těsnění v důsledku působení tlakové kapaliny, je nutné vytvořit v součástech drážky. Tyto drážky se vyrábějí v obdélníkových, trojúhelníkových, rybinových, ale i oblých provedeních. Materiál využívaný při výrobě O – kroužků je většinou pryž, ale lze použít i některé plastické hmoty, které mají požadované vlastnosti [1].



**Obr. 2.6** – příklady konstrukčního provedení statických utěsnění s O – kroužky [1]

#### 2.4.2 Dynamická těsnění

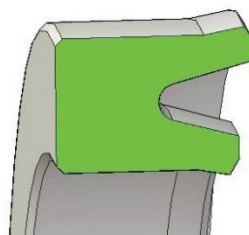
Účelem dynamických těsnění je utěsnění ploch, mezi nimiž dochází k vzájemnému pohybu. Proto jsou tato těsnění někdy také nazývána pohybová. Při volbě typu dynamického těsnění je nutno vzít v úvahu, jaký vzájemný pohyb těsněné součásti konají (rotační, posuvný), a zda je těsněným médiem olej, syntetická kapalina nebo vzduch. Dalším faktorem ovlivňujícím volbu těsnění je rozsah tlakových spádů a také rozsah rychlostí vzájemného pohybu součástí. Hlavními požadavky pro tato těsnění jsou vysoká životnost, nízký součinitel tření a také snadná montáž [1, 6].

#### Manžety

Manžety patří mezi nejdůležitější typy těsnění pohyblivých částí hydraulických i pneumatických zařízení při přímočarém posuvném pohybu. Těsnící funkce je v beztlakovém stavu založena na radiálním předpětí manžety díky stlačení břitu, který je vytvořen vyhnutím hrany manžety směrem k těsněné ploše. Při provozním tlaku je těsnosti dosaženo tlakem těsněného média, které tlačí břit k těsněné ploše. U přímočarých dvoustupňových převodníků je nutné namontovat dvě manžety proti sobě, jelikož tento typ těsnění se schopen těsnit pouze v jednom směru. Pro výrobu manžet je ve většině případů využívána pryž nebo jiný pružný materiál, který je případně zesílen tkaninovými vložkami. Manžety lze rozdělit podle jejich tvaru a materiálů na [2]:

- U – manžety pryžové

Jsou vyráběny v nevrstveném nebo vrstveném provedení. Mezi vrstvené lze zařadit ty manžety, které obsahují přírodní nebo syntetická vlákna, tedy jsou zpevněny tkaninovými vložkami. Nevrstvené manžety jsou využívány pro tlaky nepřekračující 20 MPa. Pro tlaky do 40 MPa se využívá manžet vrstvených. Pro každý směr pohybu se využívá pouze jedna manžeta [6].



**Obr. 2.7** – jednobřítá U – manžeta [7]

- U – manžety pryžové drážkované

Používají se pro těsnění tlaků do 16 MPa. Pomocí tohoto typu lze těsnit přímočarý pohyb do rychlosti 2 m/s a při malých rychlostech i kyvný pohyb [6].

- U – manžety kožené

Také nazývané usňové, se využívají jak u hydraulických, tak i u pneumatických mechanismů. Samotná kůže není odolná vůči minerálním olejům, proto je na její povrch nanášena syntetická pryskyřice. V některých případech nemusí pryskyřice vyhovovat, proto je nutné její nahrazení laminátem. Vzhledem k tomu, že syntetická pryskyřice i laminát mají jiný součinitel tření, mění se i pohybová citlivost pístu. Kůži je možné využít pro tlaky dosahující hodnot až 70 MPa [6].

- V – manžety

V praxi je často používán název stříškové manžety. Pro potřebné předpětí, které vzniká při montáži, je vnější průměr manžety větší než vnitřní průměr těsnícího prostoru a naopak vnitřní průměr manžety je menší než vnější průměr pístnice. Manžety jsou obvykle montovány v sadách mezi opěrné a přitlačné kroužky, které pomáhají přitlačovat břity manžet při tlacích blížících se nule. V – manžety mohou být z laminátové usně nebo impregnovány pryskyřicí, ale lze použít i teflon nebo jiný plastický materiál. Tyto manžety se využívají pro těsnění tlaků do 50 MPa [2, 6].



**Obr. 2.8** – pětídílná sada stříškových manžet [4]

- Manžety ševron

Manžety ševron lze použít pouze pro těsnění přímočarého pohybu. Pro toto utěsnění se používá 4 až 6 manžet složených za sebou. Nespornou výhodou tohoto typu je schopnost těsnit tlaky blížící se hodnotám 100 MPa. Nicméně pro nízké tlaky není jejich využití vhodné. Vyrábějí se v provedení děleném i neděleném z vrstvené pryže [6].

- Y – manžety

Y- manžety mají podobné vlastnosti jako manžety ševron, nicméně jsou oproti manžetám ševron vyšší. Při montáži se opět používá více manžet složených za sebou. Zvýšená tuhost břitu, který dosedá na funkční plochu, zapříčiňuje vyšší hodnotu tření a snižuje schopnost těsnit při nižších tlacích [6].

- **Jazýčkové manžety**

Jazýčkové manžety jsou odvozeny od U – manžet a vyznačují se jedním prodlouženým těsnícím jazýčkem. Manžety jsou zvláště vhodné pro těsnění vysokých tlaků, jelikož počet jednotlivých manžet v sadě může být podle potřeby volen [2].

- **Manžety miskové**

Miskové manžety jsou používány k utěšňování pístů ve válcích. Vyrábějí se pouze jako nedělené z usně, pryže nebo jiných materiálů. Při nutnosti těsnit v obou směrech musí být obě těsnění oddělena mezideskou nebo tělesem pístu [6].

- **Kloboučkové manžety**

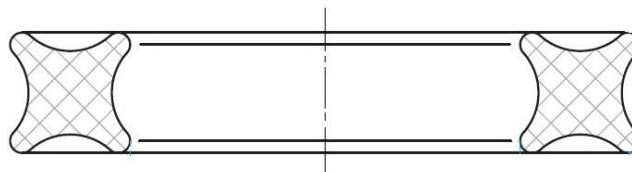
Tyto manžety jsou vhodné pro těsnění pístních tyčí a pro malé tlaky. Těsnění tohoto tvaru může také sloužit jako stírací kroužek, který odstraňuje olej a prach z povrchu pístnice. Díky tomu, že je otvor v těsnění zpravidla kuželový, vzniká již po montáži v místě jazýčku určité předpětí [2].

### O – kroužky

Těsnící kroužky jsou velmi rozšířeným typem jak pro statické, tak pro dynamické těsnění. K přednostem tohoto typu patří jednoduchá konstrukce, snadná montáž a také schopnost těsnit v obou směrech posuvného pohybu. Nicméně je nutné, aby těsněné médium neobsahovalo tvrdé částice a mělo dobrou mazací schopnost, jinak by nebyla zaručena funkčnost. Při montáži se vkládá kroužek do drážky s určitým předpětím. S rostoucím tlakem se průřez kroužku deformuje a při mezním tlaku je vytlačován prstencovou spárou mezi pohybující se součásti. Kroužky vyrobené ze syntetické pryže jsou schopny těsnit tlaky do 10 MPa. V případě, že se provozní tlaky pohybují mezi 10 a 20 MPa, je nutné použít opěrné kroužky, které zamezují vtlačování pružného materiálu těsnícího kroužku do spáry mezi utěšňovanými součástmi.

Tyto opěrné kroužky je nutné umístit vždy na stranu proti působícímu tlaku popřípadě u dvojitých převodníků na obě strany O – kroužku. Pro výrobu opěrných kroužků je velmi často využíván teflon, který má nízký součinitel tření a je zvláště netečný proti chemickému působení oleje. Opěrné kroužky mohou být i kovové ve tvaru šroubovice.

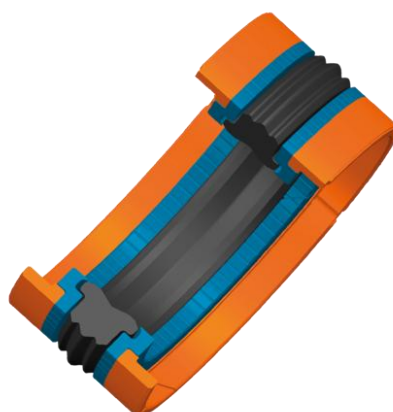
Při vzájemném pohybu součástí dochází ke tření, což vede k částečnému odvalování kroužků kruhového průřezu v drážce. Pro odstranění tohoto odvalování se vyrábějí kroužky, které připomínají svým tvarem kříž [2, 6].



**Obr. 2.9** – schéma O – kroužku křížkového tvaru [8]

### Sady těsnění pro písty

Tento typ těsnění je v praxi hojně využíván díky jeho komplexnosti. Skládá se z těsnícího kroužku z teflonu, které funguje jako dynamické těsnění, z pryžového kroužku uloženého pod těsnícím kroužkem a z vodících kroužků. Důvodem častého využívání těchto sad, jsou příznivé třecí vlastnosti těsnícího kroužku i vodících kroužků z teflonu. Podle provedení jsou vhodné pro těsnění tlaků mezi 20 a 40 MPa při provozní teplotě -30 až +120 °C a rychlostech 3 až 5 m/s. Pro velmi těžké namáhání se pryžový kroužek kruhového průřezu nahrazuje pryžovým kroužkem téměř obdélníkového průřezu [2].



**Obr. 2.10** – sada těsnění pro píst [4]

### Pístní kroužky

Pístní kroužky se používají tam, kde příliš nezáleží na dokonalém utěsnění pohyblivých součástí, jelikož kovový kroužek není chopen sledovat nerovnosti povrchu jako pružný kroužek. Jsou vyráběny z tenkostěnných trubek nejčastěji z nerezavějící oceli a mají zpravidla kruhový nebo oválný tvar. Jejich použití je omezeno na úzce specializované případy, například pro těsnění při mimořádně vysokých provozních tlacích a teplotách nebo tam, kde tlaková tekutina narušuje všechno běžná těsnění [2].

### Stírací kroužky

Stírací kroužky jsou speciálním typem těsnění. Jejich funkcí není, jako u předcházejících typů, udržovat těsněnou kapalinu uvnitř válce, ale chránit vnitřní části hydromotoru před působením vnějších vlivů, jako jsou nečistoty nebo vlhkost. Při volbě stíracího kroužku je nutné brát v úvahu teplotu zatížení a také stupeň znečištění okolí. Kroužky jsou vyráběny z polyesteru nebo polyuretanu, popřípadě mohou být vyztuženy kovovými kroužky [3].



**Obr. 2.11** – polyesterový stírací kroužek pro náročné podmínky [4]

### Vodící kroužky

Mezi těsnící prvky lze okrajově zařadit také vodící kroužky, které jsou často součástí sad těsnění pro píst nebo pístnici. Primární funkcí vodících kroužků je snížit opotřebení kovových částí válce a tím i cenu válce, jelikož není nutné použít dalších vodících pouzder například z bronzu. Tyto kroužky jsou vyráběny ve spirálách z tvrzené polyesterové tkaniny nebo z teflonu [3].



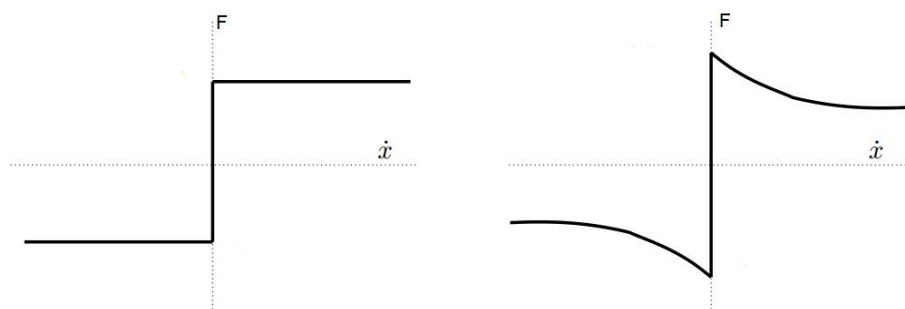


Obr. 2.12 – vodící kroužky [4]

## 2.5 TŘECÍ SÍLY

S těsníci prvky také velmi úzce souvisí třecí síly. Touto oblastí se zabývá vědní obor nazývaný tribologie. Tento obor zkoumá chování vzájemně se dotýkajících povrchů, které se pohybují. Tribologický proces zahrnuje veškeré tření a opotřebení spojené s ním. Tření lze chápat jako odpor proti pohybu mezi dvěma k sobě přitlačovanými tělesy v oblasti dotyku jejich povrchů. Tření je možné rozdělit na suché, kapalinové, plynné a plazmatické. V případě, že je materiálová oblast v místě styku v tuhém stavu, nastává suché tření. Toto tření je dále možné dělit na deformační (nastává především ve vakuu) a na tření v adhezivních vrstvách. Kapalinové tření je charakteristické tím, že vrstva materiálu, v kterém probíhá tření, má vlastnosti kapaliny. Obdobou kapalinového tření je tření plynné s tím rozdílem, že charakteristická vrstva má vlastnosti plynu. Posledním typem je tření plazmatické, u něž má charakteristická vrstva vlastnosti plazmy. V praxi se jednotlivé stavy vyskytují jen velmi zřídka a častěji nastává jejich kombinace [13].

Velikost třecí síly u přímočarých hydromotorů je ovlivněna především typem a materiálem těsnění, kvalitou povrchu válce, rychlostí pohybu a také typem použitého pracovního média, které zastává funkci maziva. Nejkritičtější fází z hlediska velikosti třecí síly, je rozběh motoru. Při dlouhé odstávce hydromotoru může dojít k nalepení těsnění na vnitřní povrch válce, což má nepříznivý vliv na velikost třecí síly. Možné přibližné charakteristiky velikosti třecí síly jsou znázorněny na obr. 2.13.



Obr. 2.13 – Monotónní graf plně implicitní tlumivé síly Coulombova typu (vlevo) a graf obecnější implicitní tlumivé síly Coulombova typu s relaxací (vpravo) [14]

Díky velkému vývoji v oblasti materiálů pro výrobu těsnění a novým konstrukčním řešením, lze v dnešní době při použití vhodného typu provozního média snížit velikost třecí síly k hodnotám blízcím se k nule.

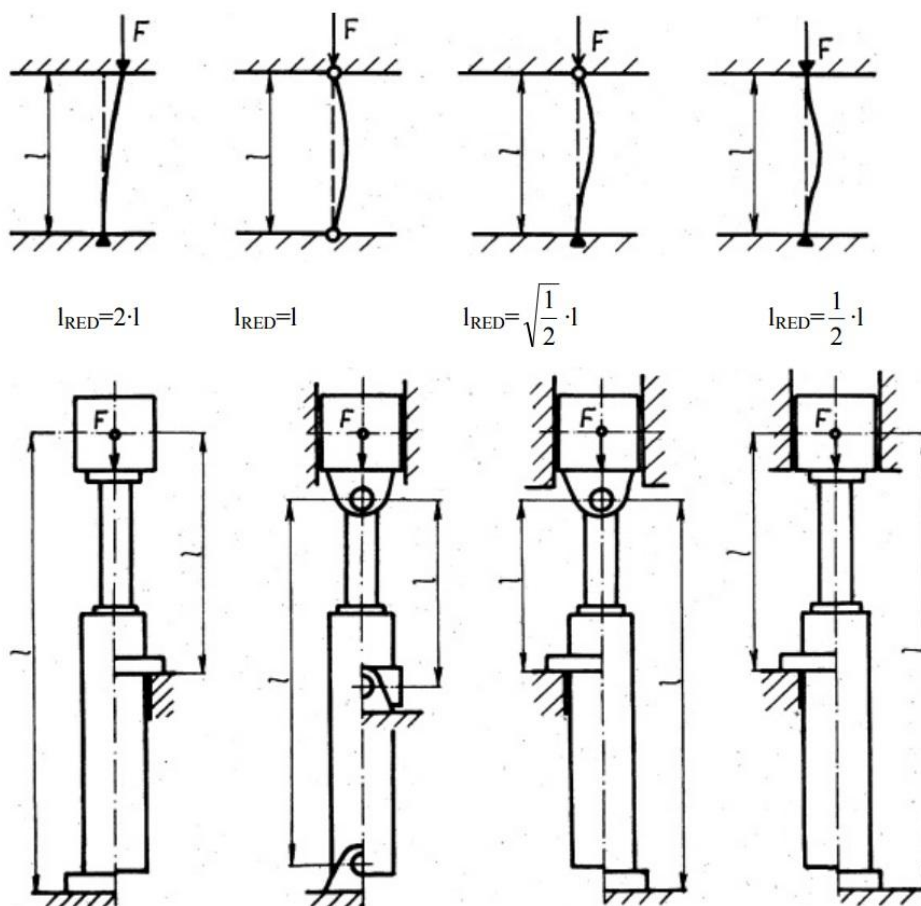
## 2.5. NAMÁHÁNÍ A VÝPOČET PÍSTNÍ TYČE

Pístnice lze uvažovat vzhledem k jejich rozměrům (dlouhé a štíhlé) jako štíhlé pruty, které jsou namáhány na vzpěr. Pro řešení namáhání prutů na vzpěr lze využít metodu stabilního rovnovážného stavu, která hodnotí deformace a průběhy napětí v oblasti Hookova zákona, ale častěji se v praxi využívá labilní rovnovážný stav. Tento fakt je zapříčiněn tím, že labilní část uvažuje s možností porušení v počáteční poloze, bez toho aniž by bylo překročeno maximální dovolené napětí. Pojem stabilní stav je možné si představit jako štíhlý prut zatížený malou silou, která nevychyluje prut z jeho přímosti. Pokud tato síla vzroste na hodnotu Eulerovi kritické síly, mění se rovnováha ze stabilní na neutrální, což může zapříčinit ohnutí prutu. Při překročení Eulerovi síly, vnitřní síly a jejich momenty nevyrovnávají účinky vnějších sil, což vede k deformaci, která teoreticky roste bez omezení až k lomu křehkých nebo ke značnému ohnutí houževnatých prutů[15].

Při zatížení tenké dlouhé tyče tlakem, nastává od určitého okamžiku její průhyb. Na počátku zatěžování je střednice profilu stlačována a její ohyb je nepodstatný. Při zvýšení namáhání se stává ohyb podstatným a stlačení střednice zanedbatelným. Hranice mezi těmito dvěma stavy je nazývána mez vzpěrné stability. Pro řešení této teorie je nutné, aby prut splňoval tyto předpoklady:

- střednice prutu je v nezatíženém stavu přímá
- zátěžná síla působí přesně v ose
- průřez prutu je prizmatický
- materiál je homogenní, izotropní a lineárně pružný (Hookovský materiál)

Při výpočtu dle Eulerova se uvažují 4 možné případy uložení, které se liší redukovanou délkou.



Obr. 2.13 – typy uložení při výpočtu tělesa namáhaného na vzpěr

Redukovanou délku lze definovat jako délku kloubově uloženého prutu shodné ohybové tuhosti, který ztratí stabilitu při stejné kritické síle. Tato délka je následně dosazena do rovnice (2.11) pro výpočet kritické síly.

$$F_{KR} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{l_{red}^2} [N] \quad (2.11)$$

Vzhledem k vysoké nebezpečnosti mezního stavu vzpěrné stability je nutné kritickou sílu snížit o bezpečnost  $k_v$ , která se pohybuje mezi hodnotou 3 až 5.

$$F = \frac{F_{KR}}{k_v} [N] \quad (2.12)$$

Kritickou sílu je také možné vypočítat z kritické hodnoty napětí, ale to pouze v případě, že štíhlostní poměr daného prutu (2.15) je větší než mezní štíhlostní poměr (2.16).

$$F_{KR} = \sigma_{KR} \cdot S_2 [N] \quad (2.13)$$

Výpočet kritického napětí (plátí pouze pro  $\lambda > \lambda_m$ )

$$\sigma_{KR} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda} [\text{MPa}] \quad (2.14)$$

Výpočet štíhlostního poměru

$$\lambda = l_{RED} \cdot \sqrt{\frac{S_2}{J}} \quad (2.15)$$

Výpočet mezního štíhlostního poměru

$$\lambda_m = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_m}} \quad (2.16)$$

### 3 VLASTNÍ FREKVENCE SYSTÉMU

Při volbě hydromotoru je nutné se zabývat také jeho vlastní frekvencí, která může v soustavě způsobovat rezonance, což by mohlo vést k haváriím. Pro zjištění vlastní frekvence hydromotoru je nutná znalost elektrohydraulické analogie.

#### 3.1. ELEKTROHYDRAULICKÁ ANALOGIE

Elektrohydraulická analogie je založena na podobnosti matematických modelů tekutinových a elektrických systémů. Tyto matematické modely obsahují algebraické a diferenciální rovnice, které popisují průtoky, tření nebo setrvačné síly. Podobnost elektrické analogie přispěla velkou měrou k rozvoji dynamiky tekutinových mechanismů. Do elektrohydraulické analogie se řadí tři druhy odporů: odpor proti pohybu, odpor proti zrychlení a odpor proti deformaci.

##### 3.1.1 Odpor proti pohybu R



**Obr. 3.1** – schématická značka odporu proti pohybu [5]

V odporu proti pohybu jsou zahrnuty odpory, které vznikají při proudění kapaliny. Toto proudění může být laminární nebo turbulentní. Pro laminární odpory lze využít analogie s ohmickým odporem, jelikož je tento odpor lineárně závislý na průtoku. Vzhledem k tomu, že turbulentní odpor je ve vyvinutém stádiu kvadraticky závislý na průtoku, je nutná jeho linearizace, aby bylo možno použití lineární teorie obvodů.

Pro výpočet tlakového spádu na hydraulickém odporu se využívá obecné mocninové funkce

$$\Delta p = R \cdot Q_v^n \quad [\text{Pa}] \quad (4.1)$$

kde:

$n = 1$  pro laminární proudění

$1 < n < 2$  pro přechodovou oblast mezi laminárním a turbulentním prouděním

$n = 2$  pro turbulentní proudění

Hydraulické odpory je, stejně jako u elektrických obvodů, možno řadit paralelně nebo sériově. Pro řešení odporové sítě, která je tvořena těmito odpory, je nutné zavedení zákonů, aby bylo dosaženo zachování hmotnosti a energie. Zákonem adekvátním k I. Kirchhoffovu zákonu, který je používán v elektrotechnice, je zákon o uzlech, jenž vyjadřuje rovnici kontinuity. Slovně je možné tento zákon popsat jako: součet průtoků vstupujících do smyčky je roven součtu průtoků ze smyčky vystupujících. Pro vyjádření II. Kirchhoffova zákona se v elektrohydraulické analogii využívá zákon o okruzích, který vyjadřuje zachování energie respektive tlakového spádu v jednom okruhu [5].

Prouděním média vznikají ztráty, které jsou zapříčiněny třením kapaliny o stěny potrubí nebo třením částic o sebe navzájem. Pro řešení ztrát je možno vycházet z Bernoulliho rovnice, která vyjadřuje zachování energie mezi dvěma body ležícími na stejné proudnici.

Obecná Bernoulliho rovnice je dána vztahem:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + g \cdot H = konst \quad (4.2)$$

$\frac{p}{\rho}$  ... měrná tlaková energie,  $\frac{v^2}{2}$  ... měrná kinetická energie,  $g \cdot H$  ... měrná potenciální energie

Po zavedení ztrát mezi dvěma body dostává Bernoulliho rovnice tvar:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot H_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + g \cdot H_2 + Y_z \quad (4.3)$$

Tlakové ztráty se dělí na místní, které vznikají v armaturách (ventily, klouby) a délkové, které vznikají v rovných úsecích potrubí. O typu proudění, které uvažujeme, rozhoduje Reynoldsovo číslo:

$$Re = \frac{v_s \cdot D_{Hyd}}{\nu} \quad (4.4)$$

Pro kruhové průřezy má kritické Reynoldsovo číslo ( $Re_{krit}$ ) hodnotu 2300. Pokud je  $Re < Re_{krit}$  jedná se o laminární proudění, je-li  $Re > Re_{krit}$  jde o proudění turbulentní.

K určení samotného odporu proti pohybu lze využít Weisbachův vztah pro tlakový úbytek u délkových ztrát:

$$Y_z = \lambda_1 \cdot \frac{l}{D_{Hyd}} \cdot \frac{v_s^2}{2} = \frac{\Delta p_z}{\rho} \Rightarrow \Delta p_z = \rho \cdot \lambda_1 \cdot \frac{l}{D_{Hyd}} \cdot \frac{v_s^2}{2} = R \cdot Q^n \quad (4.5)$$

kde třecí součinitel  $\lambda$  je funkcí hodnoty  $Re$  pro laminární proudění v případě, že tekutina proudí v tzv. hydraulicky hladkém potrubí. Pro hydraulicky drsné potrubí je třecí součinitel  $\lambda$  závislý na relativní drsnosti  $K_r$  a pro přechodnou oblast turbulentního proudění je třecí součinitel  $\lambda$  závislý jak na  $Re$ , tak na  $K_r$ .

Při využití Weisbachova vztahu u místních ztrát dostáváme:

$$Y_z = \xi \cdot \frac{v_s^2}{2} = \frac{\Delta p_z}{\rho} \Rightarrow \Delta p_z = \rho \cdot \xi \cdot \frac{v_s^2}{2} = R \cdot Q^n \quad (4.6)$$

Z rovnice kontinuity následně dostáváme vyjádření  $R$ :

a) pro délkové ztráty

$$R = \rho \cdot \lambda_1 \cdot \frac{v_s^2}{2 \cdot v^n \cdot S^n} \quad (4.7)$$

b) pro místní ztráty

$$R = \rho \cdot \xi \cdot \frac{v_s^2}{2 \cdot v^n \cdot S^n} \quad (4.8)$$

### 3.1.2 Odpor proti zrychlení H



**Obr. 3.2** – schématická značka odporu proti zrychlení [5]

Vznik odporu proti zrychlení je způsoben setrvačností kapaliny nebo setrvačností pohybujících se hmotností (píst, pístnice, apod.). Při řešení je nutné uvažovat ideální tedy nestlačitelnou kapalinu. Setrvačné účinky závisící na tlakových ztrátách jsou vyjádřeny základním vzorcem [5]:

$$\Delta p = \frac{m}{S^2} \frac{dQ}{dt} = H \frac{dQ}{dt} \text{ [Pa]} \quad (4.9)$$

Odpor proti zrychlení pro kruhový průřez je tedy dán vztahem

$$H = \frac{m}{S^2} = \frac{\rho \cdot l}{S^3} \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-4}] \quad (4.10)$$

### 3.1.3. Odpor proti deformaci $D_H$



**Obr. 3.3** – schématická značka odporu proti deformaci [5]

Vzhledem k působení tlaku, který působí na kapalinu, dochází k jejímu stlačování, což vede ke změně objemu tohoto nositele energie. Závislost této změny vyplývá z fyzikálních vlastností daného média, tedy hlavně pružnosti, a na tlaku, který na toho médium působí. Jako základní rovnici pro výpočet tlakových ztrát je možno uvést [5]:

$$\Delta p = D_H \int Q \cdot dt \text{ [Pa]} \quad (4.11)$$

Odpor proti deformaci je dán vztahem

$$D_H = \frac{K}{V} \text{ [N} \cdot \text{m}^{-5}] \quad (4.12)$$

Převrácením vztahu pro odpor proti deformaci získáme hydraulickou kapacitu kapaliny

$$C = \frac{1}{D_H} \text{ [m}^5 \cdot \text{N}^{-1}] \quad (4.13)$$

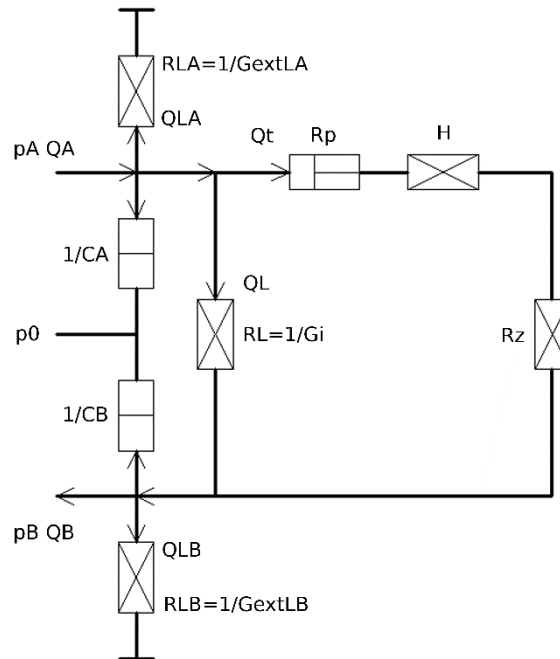
## 3.2. STABILITA SYSTÉMU, OBECNÉ ŘEŠENÍ VLASTNÍ FREKVENCE

Při výpočtu vlastní frekvence vycházíme z pohybové rovnice hydromotoru a z rovnic pro průtoky v jednotlivých částech hydromotoru.

Zjednodušená pohybová rovnice je dána vztahem

$$m \frac{dv}{dt} + bv + Fz = (p_A - p_B)S \quad (4.14)$$

kde  $Fz$  je zátěžná síla.



**Obr. 3.4** – náhradní schéma hydromotoru

Rovnice průtoků v pracovních prostorech hydromotoru:

$$Q_A = S_A v + C_A \frac{dp_A}{dt} + Q_{LA} + Q_L \quad (4.15)$$

$$Q_B = S_B v - C_B \frac{dp_B}{dt} - Q_{LB} + Q_L \quad (4.16)$$

Symbolsy  $Q_L$ ,  $Q_{LA}$ ,  $Q_{LB}$  jsou průtoky vzniklé vlivem průsaků skrze těsnění. Pro náš případ průtoky  $Q_{LA}$  a  $Q_{LB}$  zanedbáváme. Průtok skrz těsnění pístu je dán vztahem

$$Q_L = Z_v \Delta p \quad (4.17)$$

kde  $Z_v$  je svodová propustnost. Vzhledem k moderním a kvalitním typům těsnění viz kapitola 2.4 je hodnota svodové propustnosti při malých průtocích velmi blízká nule, proto tento průtok v našem řešení opět zanedbáváme. V tomto řešení uvažujeme stejnou změnu tlaků na obou stranách pístu ( $p_A = -p_B$ ), z čehož plyne, že i průtoky na obou stranách pístu si budou rovný.

Pro řešení stability systému je využívána Laplaceova transformace. Laplaceovým obrazem funkce

$x(t)$  je funkce komplexní proměnné  $X(s)$ , která je dána vztahem:

$$X(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} x(t) dt \quad (4.18)$$

Často je také označována  $X(s) = L[x(t)]$ . Stabilita systému je posuzována dle odezvy na vstupní signál. Pokud je odezva na konečný vstupní signál konečná, je systém stabilní. Systém je dán přenosem:  $Y(s) = \frac{q(s)}{p(s)}$ , kde  $P$  je tzv. charakteristický polynom, jehož kořeny se nazývají póly přenosu. V případě, že jsou póly přenosu záporné nebo se zápornou reálnou částí bude systém, který je lineární, spojitý, reálný a časově invariantní, považován za stabilní. Jestliže bude alespoň jedno číslo ležet na imaginární ose a bude jednoduché, půjde o systém na mezi stability. V tomto případě jde o přenos řízení přímočarého hydromotoru, který představuje sériové řazení proporcionálního členu se setrvačností 2. řádu

$$F_{XQ}(s) = \frac{q(s)}{Q_v(s)} = \frac{1}{s} \frac{K_M}{T_M^2 s^2 + 2a_M T_M s + 1} \quad (4.19)$$

kde  $K_M$  je součinitel zesílení daný vztahem

$$K_M = \frac{S_p}{Z_v \cdot b + S_p^2} \quad (4.20)$$

Časová konstanta je pro systém popsany rovnicemi (3.14), (3.15) a (3.16) dána vztahem

$$T_M = \sqrt{\frac{m}{S_p^2 \cdot (Z_v \cdot \frac{b}{S_p^2} + 1)} \cdot \frac{1}{\frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B}}} \quad (4.21)$$

Součinitel poměrného tlumení  $a_M$  je popsán jako

$$a_M = \frac{T_M}{2} \left( \frac{b}{m} + Z_v \left( \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B} \right) \right) \quad (4.22)$$

V případě, že uvažujeme konstantní kapacity  $C = C_A = C_B$  v poloze  $x = \frac{L}{2}$ , získá rovnice (3.21) tvar

$$T_M = \sqrt{\frac{m \cdot C}{S_p^2 \cdot (Z_v \cdot \frac{b}{S_p^2} + 1)}} \quad (4.23)$$

kde  $b$  je ..... součinitel tlumení vazkým třením [ $N \cdot s \cdot m^{-1}$ ]

Vztah  $R_p = \frac{b}{S_p^2}$  udává odpor proti pohybu, v němž je zahrnuto i tlumení hydromotoru.



Obecnou frekvenci získáme ze vztahu

$$\omega_M = \frac{1}{T_M} = 2\pi f_M \quad (4.24)$$

Pokud zavedeme kruhovou frekvenci  $\omega_0 = \frac{1}{T}$ , získává přenos systému tvar

$$\begin{aligned} F_{XQ}(s) &= \frac{q(s)}{Q_v(s)} = \frac{1}{s} \frac{K_M}{T_M^2 s^2 + 2a_M T_M s + 1} \\ &= \frac{1}{s} \frac{K_M \cdot \omega_0^2}{\omega_M^2 + 2a_M \omega_M s + s^2} \end{aligned} \quad (4.25)$$

U lineárního systému popsaného přenosem (3.25) může mít přechodová charakteristika, což je odezva na jednotkový (Heavisideův) skok, aperiodický nebo harmonický průběh. Pro nejjednodušší lineární systémy charakterizované diferenciální rovnicí druhého řádu s konstantními koeficienty zahrnujícími vliv setrvačných hmot, stlačitelnost média a místní a délkové ztráty může závislost homogenního řešení průtoku na čase rovněž vykazovat aperiodický nebo harmonický průběh a je nutné zohlednit tři možné případy [11]:

$$\lambda^2 + 2a\omega_0\lambda + \omega_0^2 = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} \quad (4.26)$$

- a) kořeny jsou reálná čísla (přechodová charakteristika bude aperiodická) s řešením ve tvaru

$$Q_H = c_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + c_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$$

- b) kořen je několikanásobný

$$Q_H = (c_1 + t \cdot c_2) \cdot e^{\lambda t}$$

- c) kořeny jsou komplexně sdružené (přechodová charakteristika bude periodická)

$$Q_H = e^{\lambda t} \cdot [c_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + i \cdot c_2 \cdot \sin(\omega \cdot t)]$$

Vzhledem k tomu, že uvažujeme soustavu, jejíž kořeny jsou komplexně sdružená čísla s tvarem  $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\omega$ , vycházíme z případu c) pro něhož bude frekvence tlumeného kmitání ve tvaru

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{T} = \frac{2\pi}{T_K} \quad (4.27)$$

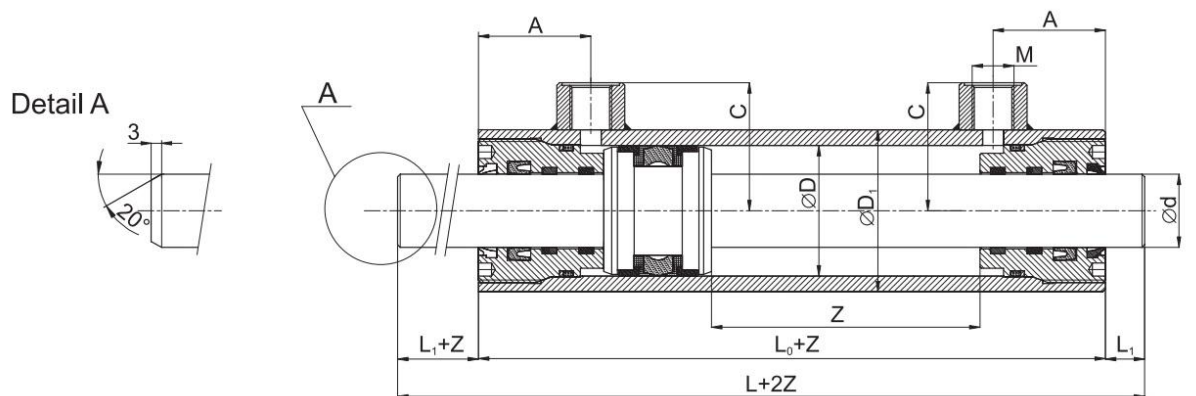
### 3.3. ŘEŠENÍ MATEMATICKÉHO MODELU HYDROMOTORU

V této části práce je řešen matematický model pro dva přímočaré hydromotory. Výsledkem této části by mělo být porovnání vlastních frekvencí pro tyto hydromotory a rozbor faktorů, které tuto frekvenci ovlivňují. Jako první typ hydromotoru byl zvolen motor s oboustrannou pístnicí opatřený tuhým potrubím. Druhým typem je dvojčinný hydromotor s jednostrannou pístnicí. Oba tyto hydromotory jsou reálně vyráběny a byly vybrány z katalogu firmy HYDRAULICS. Při samotném výpočtu byla využita Laplaceova transformace a zanedbána pružnost válce.

### 3.3.1. Hydromotor s oboustrannou pístnicí a tuhým potrubím



Obr. 3.5 – HM s oboustrannou pístnicí [7]



$\Phi D$	$\Phi d$	$\Phi D_1$	$L$	$L_0$	$L_1$	$M$	$A$	$C$
60	36	75	180	150	15	16x1,5	48	55,5

Parametry motoru:

Pracovní tlak	$p = 25 \text{ MPa}$
Průměr pístu	$D = 60 \text{ mm}$
Průměr pístní tyče	$d = 36 \text{ mm}$
Délka	$L = 400 \text{ mm}$
Modul objemové pružnosti kapaliny	$K = 1,5 \cdot 10^9 \text{ Pa}$
Zatížení	$M = 300 \text{ kg}$
Max. pracovní rychlost	$v = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Teplotní rozsah okolí	$-20^\circ\text{C} \div +70^\circ\text{C}$

Hydraulické válce s oboustrannou pístnicí se využívají především v oblasti tvářecích strojů, kde zastávají funkci řídicích a nastavovacích prvků, jako je například ovládání polohy a přitlaku rovnacích válců.

Než bude proveden samotný matematický model pro řešení frekvence válce, je nutné zkontrolovat tloušťku stěny válce. Pro výpočet je možné užití vzorce

(4.28)

$$s = \frac{p \cdot D}{2 \cdot \sigma_D}$$

za předpokladu, že  $\frac{D^2 + D_1^2}{2 \cdot D^2} \leq 1,1$ , nebo

(4.29)

$$s = \frac{D}{2} \cdot \left( \sqrt{\frac{\sigma_D + (1 - 2\mu) \cdot p}{\sigma_D - (1 + 2\mu) \cdot p}} - 1 \right)$$

jestliže  $\frac{D^2 + D_1^2}{2 \cdot D^2} > 1,1$

$$\frac{D^2 + D_1^2}{2 \cdot D^2} = \frac{60^2 + 75^2}{2 \cdot 60^2} = 1,28 > 1,1$$

Vzhledem k výsledku je pro výpočet stěny válce zvolen vzorec (3.8.)

$\sigma_D = 120 \text{MPa}$

$$s = \frac{p \cdot D}{2 \cdot \sigma_D} = \frac{25 \cdot 60}{2 \cdot 120} = 6,25 \text{mm}$$

Z výsledku lze usoudit, že stěna kontrolovaného válce o tloušťce 7,5mm je dostatečně dimenzována na daný pracovní tlak. Kontrola válce na vzpěr je v tomto případě vynechána, jelikož se jedná o katalogový model, u něž je jeho délka již omezena tímto výpočtem. Hydromotory s oboustrannou pístnicí se navíc využívají tak, že pístní tyč je namáhána v obou směrech pouze na tah.

Při řešení matematického modelu je frekvence počítána pro polohy pístu a) 10mm b) 25mm c) 50mm d) 100mm e) 200mm od krajní polohy. Ke stanovení průběhu vlastní frekvence pro tento typ bylo využito zákona o okruzích, který zajišťuje zachování energie v systému.

Tedy:  $\Delta p_H + \Delta p_1 + \Delta p_2 = 0$

Diferenciální rovnice pro řešení vlastní frekvence má po využití tohoto zákona tvar

(4.30)

$$H \frac{dQ}{dt} + D_1 \int Q \cdot dt + D_2 \int Q \cdot dt = 0$$

Následnou matematickou úpravou dostáváme

(4.31)

$$H \frac{d^2Q}{dt^2} + (D_1 + D_2) \cdot Q = 0$$

Separací Q a zavedením substituce získáme

(4.32)

$$\lambda^2 + \frac{D_1 + D_2}{H} = 0 \rightarrow \lambda_{1,2} = 0 \pm i \cdot \omega_0$$

Vlastní frekvence je vyjádřena z diferenciální rovnice jako

(4.33)

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(D_1 + D_2)}{H}}$$

Výpočet  $D_1$  a  $D_2$

$$D_1 = \frac{K}{V_1} = \frac{4 \cdot K}{\pi(D^2 - d^2) \cdot x} = 8,29 \cdot 10^{11} \cdot \frac{1}{x} [N \cdot m^{-5}]$$

$$D_2 = \frac{K}{V_2} = \frac{4 \cdot K}{\pi(D^2 - d^2) \cdot (L - x)} = 8,29 \cdot 10^{11} \cdot \frac{1}{(L - x)} [N \cdot m^{-5}]$$

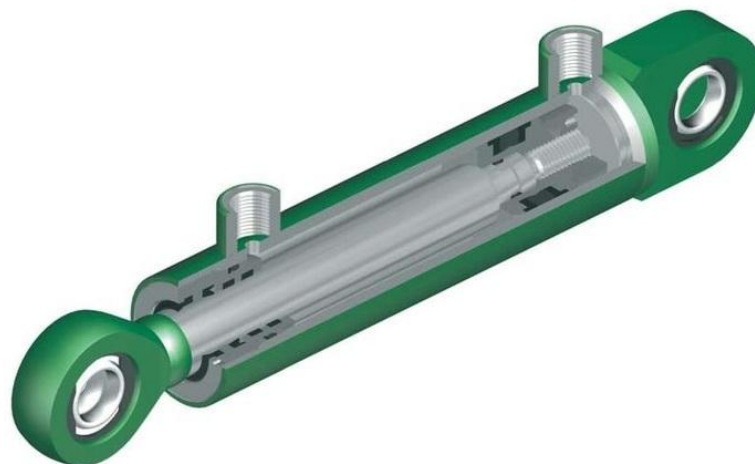
Výpočet  $H$

$$H = \frac{M}{(S_D - S_d)^2} = \frac{M}{\left[\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\right]^2} = \frac{M}{\left[\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\right]^2} = 9,16 \cdot 10^7 [N \cdot m^{-5}]$$

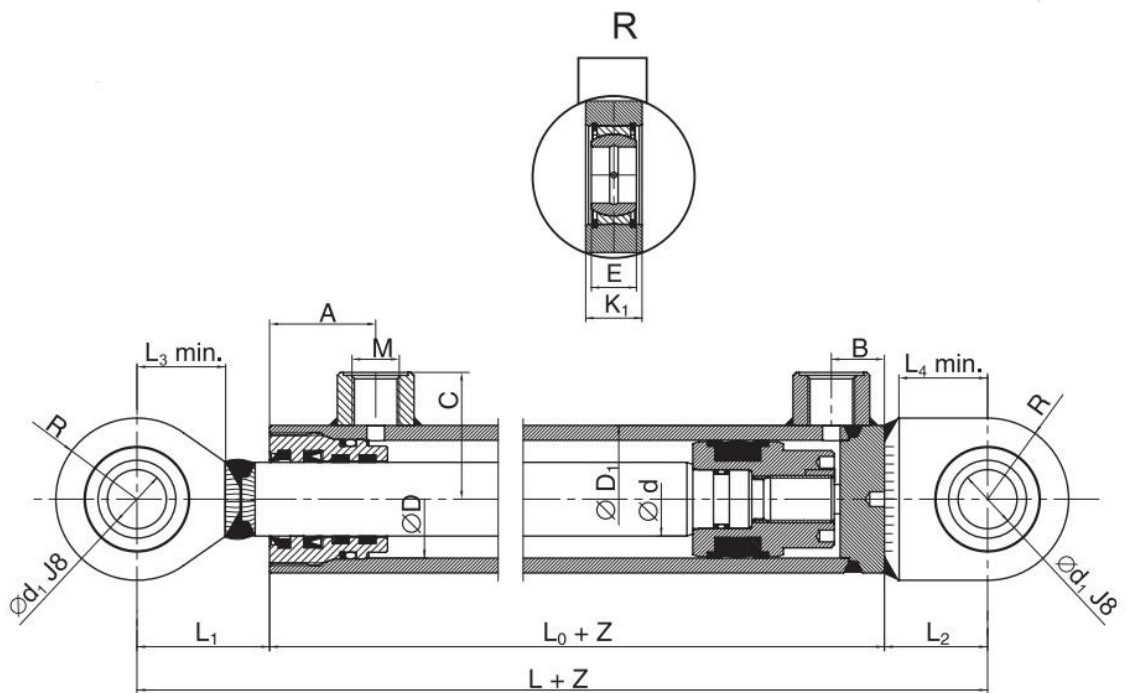
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(D_1 + D_2)}{H}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{4 \cdot K}{\pi(D^2 - d^2) \cdot x} + \frac{4 \cdot K}{\pi(D^2 - d^2) \cdot (L - x)}\right)}{\frac{M}{\left[\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\right]^2}}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{K}{x} + \frac{K}{(L - x)}\right)}{\frac{M}{\left[\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\right]^2}}}$$

x [m]	0,01	0,025	0,05	0,1	0,2
D1 [N · m <sup>-5</sup> ]	8,29 · 10 <sup>13</sup>	3,32 · 10 <sup>13</sup>	1,66 · 10 <sup>13</sup>	2,29 · 10 <sup>12</sup>	4,14 · 10 <sup>12</sup>
D2 [N · m <sup>-5</sup> ]	1,93 · 10 <sup>12</sup>	2,00 · 10 <sup>12</sup>	2,13 · 10 <sup>12</sup>	2,76 · 10 <sup>12</sup>	4,14 · 10 <sup>12</sup>
ω [s <sup>-1</sup> ]	962,2	619,4	451,8	347,3	300,8
f <sub>M</sub> [Hz]	153,1	98,6	71,9	55,3	47,9

### 3.3.2. Hydromotor s jednostrannou pístnicí



Obr. 3.6 – HM s jednostrannou pístnicí [7]



$\Phi D$	$\Phi d$	$\Phi D_1$	$\Phi d_1$	L	$L_0$	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	M	A	B	C	E	K	R
60	36	75	25	225	126	57	42	37	36	16x1,5	48	25	55,5	20	25	35

Parametry motoru:

Pracovní tlak	$p = 25 \text{ MPa}$
Průměr pístu	$D = 60 \text{ mm}$
Průměr pístní tyče	$d = 36 \text{ mm}$
Délka	$L = 400 \text{ mm}$
Modul objemové pružnosti kapaliny	$K = 1,5 \cdot 10^9 \text{ Pa}$
Zatížení	$M = 300 \text{ kg}$
Max. pracovní rychlost	$v = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Teplotní rozsah okolí	$-20^\circ\text{C} \div +70^\circ\text{C}$

Dvojitý hydromotor s jednostrannou pístnicí má velké množství využití. Motory tohoto typu jsou montovány především do stavebních strojů nebo zařízení v těžkém průmyslu. Díky jejich jednoduché konstrukci jsou poměrně snadné na výrobu a tím je i jejich cena nízká. Dle potřeb zákazníka je možné jednoduchou úpravou modifikovat zakončení pístní tyče i válce, což dále rozšiřuje oblast použití tohoto motoru například na ovládání simulátorů pro letecký průmysl.

U tohoto hydromotoru je řešení velmi podobné. Pro kontrolu stěny válce vycházíme z předchozího případu, tedy že válec vyhovuje. Vzhledem k tomu, že se jedná o hydromotor s jednostrannou pístnicí, je nutné provést kontrolní výpočet na vzpěr.

Pro tento výpočet je nejprve nutné stanovit délku a typ uložení z rozměrů hydromotoru a obr. 2.13. Jelikož je motor uložen na obou stranách oky s kluznými ložisky, je  $l_{\text{red}} = l$ . Délka je brána při výpočtu vzpěr vždy pro pístnici v maximálním vysunutém stavu

$$l = L_1 + L_0 + L_2 + 2 \cdot Z = 0,057 + 0,126 + 0,042 + 2 \cdot 0,4 = 1,025 \text{ m}$$

Pro další řešení pevnostního výpočtu je nutné stanovit osoví kvadratický moment  $J$ .

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot 0,036^4}{64} = 8,2448 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

Dále již ve výpočtu postupujeme dle kapitoly 2.5.

$$\lambda = l_{red} \cdot \sqrt{\frac{S_2}{J}} = l_{red} \cdot \sqrt{\frac{16}{d^2}} = 1,025 \cdot \sqrt{\frac{16}{0,036^2}} = 113,9$$

K získání meze pružnosti vycházíme z tab. 2.3. Pro materiál 20MnV6 a průměr pístní tyče  $d = 36 \text{ mm}$  má  $\sigma_m$  hodnotu 440 MPa.

$$\lambda_m = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_m}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5}{440}} = 68,63$$

Jelikož je  $\lambda > \lambda_m$ , jedná se o oblast pružného vzpěru a je možný postup dle Eulera

$$F_{KR} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{l_{red}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 8,2448 \cdot 10^{-8}}{1,025^2} = 162649 \text{ N}$$

$$F = \frac{F_{KR}}{k_v} = \frac{162649}{2} = 81324,5 \text{ N}$$

Pro zjištění síly vyvozené tlakem kapaliny vycházíme ze vzorce

$$F_p = p \cdot S_p = p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 25 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi \cdot 0,06^2}{4} = 70686 \text{ N}$$

Jak je patrné z výsledků, je maximální přípustná síla  $F$  vyšší, než síla vyvozená tlakem kapaliny  $F_p$  z čehož vyplývá, že z hlediska pevnostního výpočtu na vzpěr tento hydromotor vyhovuje.

Hydromotory tohoto typu mohou být osazeny pružným potrubím na přívod tlakového média. V takovém případě je nutné uvažovat také odpor proti deformaci tohoto potrubí. Do výpočtu je nutné zahrnout korekci modulu objemové pružnosti kapaliny:

$$K_s = \kappa^2 \cdot K \tag{4.34}$$

Součinitel pro tenkostěnné potrubí kruhového průřezu lze vyjádřit jako

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{K \cdot D}{E \cdot S}}} \tag{4.35}$$

kde  $s$  je tloušťka stěny potrubí a  $E$  je Youngův modul pružnosti potrubí

Kapacita pro pružné potrubí je po úpravě tedy:

$$C_H = \frac{V}{\kappa^2 \cdot K_1} \quad (4.36)$$

Redukovaná kapacita pro hydromotor s jednostrannou pístnicí:

$$C_r = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \frac{S_2^2}{S_1^2}} \quad (4.37)$$

Z důvodu změny polohy pístu během pohybu, se mění objemy pracovních prostorů ve válci a tím i kapacita.

Kapacita před pístem:

$$C_1 = \frac{S_1 \cdot x}{K_1} \quad (4.38)$$

Kapacita za pístem:

$$C_2 = \frac{S_2 \cdot (L - x)}{K_1} \quad (4.39)$$

U hydromotoru s jednostrannou pístnicí se liší plochy  $S_1$  (kruhová plocha) a  $S_2$  (mezikružší), proto je nutné tento fakt při výpočtu zohledňovat. Po dosazení  $C_1$  a  $C_2$  do rovnice pro redukovanou kapacitu získáváme rovnici pro redukovaný odpor proti deformaci:

$$D_r = \frac{1}{C_r} = \frac{K}{S_1} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{(L - x)} \frac{S_1}{S_2} \right) \quad (4.40)$$

Frekvence je, stejně jako u hydromotoru s oboustrannou pístnicí, počítána pro polohy pístu  
a) 10mm b) 25mm c) 50mm d) 100mm e) 200mm od krajní polohy.

Výpočet  $D_1$  a  $D_2$

$$D_1 = \frac{K}{V_1} = \frac{4 \cdot K}{\pi \cdot D^2 \cdot x} = 5,31 \cdot 10^{11} \cdot \frac{1}{x} \text{ [N} \cdot \text{m}^{-5}\text{]}$$

$$D_2 = \frac{K}{V_2} = \frac{4 \cdot K}{\pi(D^2 - d^2) \cdot (L - x)} = 8,29 \cdot 10^{11} \cdot \frac{1}{(L - x)} \text{ [N} \cdot \text{m}^{-5}\text{]}$$

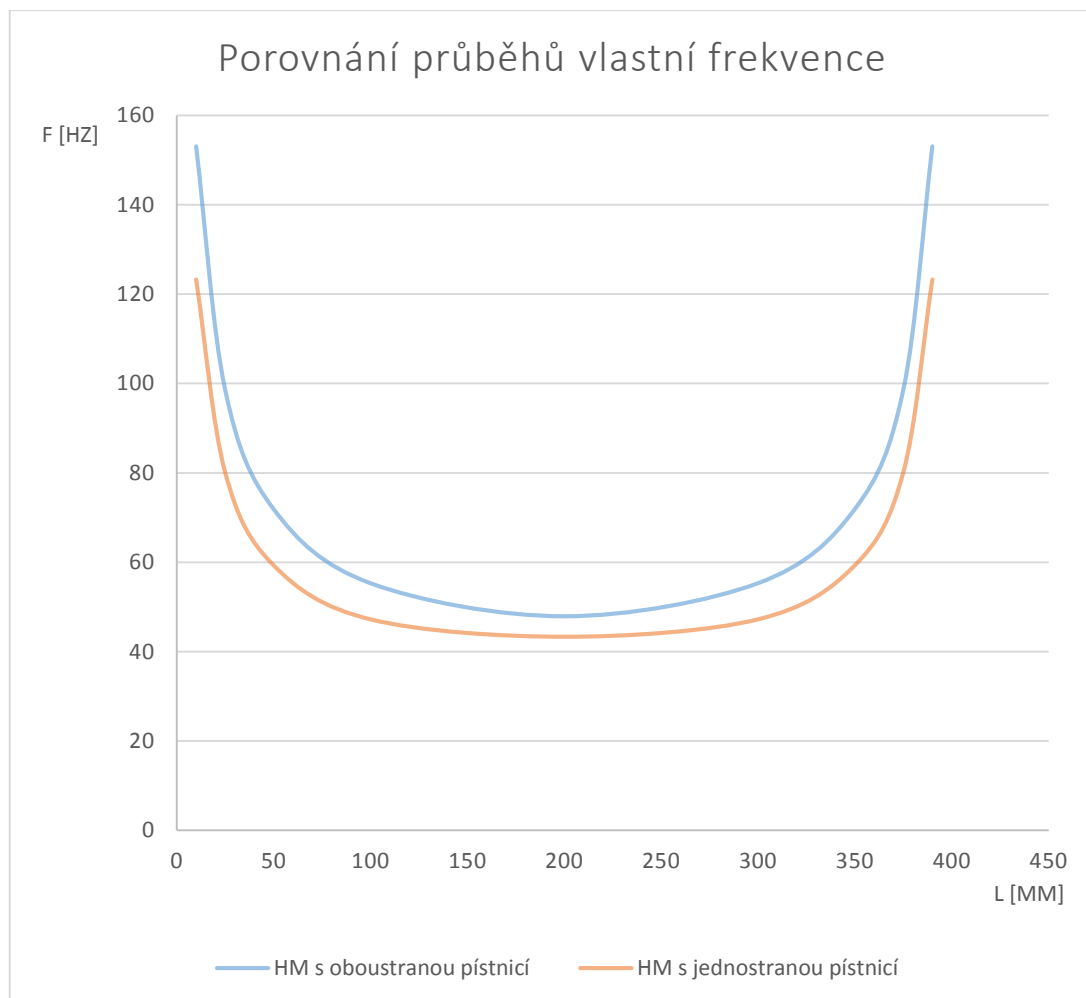
Výpočet  $H$

$$H = \frac{M}{(S_D - S_d)^2} = \frac{M}{\left[\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\right]^2} = \frac{M}{\left[\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\right]^2} = 9,16 \cdot 10^7 \text{ [N} \cdot \text{m}^{-5}\text{]}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(D_1 + D_2)}{H}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{4 \cdot K}{\pi \cdot D^2 \cdot x} + \frac{4 \cdot K}{\pi(D^2 - d^2) \cdot (L - x)}\right)}{\frac{M}{\left[\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\right]^2}}}$$

x [m]	0,01	0,025	0,05	0,11	0,22
D1 [N · m <sup>-5</sup> ]	5,31 · 10 <sup>13</sup>	2,12 · 10 <sup>13</sup>	1,06 · 10 <sup>13</sup>	5,31 · 10 <sup>12</sup>	2,65 · 10 <sup>12</sup>
D2 [N · m <sup>-5</sup> ]	1,93 · 10 <sup>12</sup>	2,00 · 10 <sup>12</sup>	2,13 · 10 <sup>12</sup>	2,76 · 10 <sup>12</sup>	4,14 · 10 <sup>12</sup>
ω [s <sup>-1</sup> ]	775,0	503,3	372,8	296,8	272,3
f <sub>M</sub> [Hz]	123,3	80,1	59,3	47,2	43,3

Vykreslení dat bylo zpracováno pomocí programu Microsoft Excel.



**Obr. 3.7** – porovnání průběhů vlastních frekvencí hydromotoru

Pro naše zadání byl dán požadavek, aby hodnota vlastní frekvence obou hydromotorů nebyla nižší než 50 Hz. Jak vyplývá z vypočtených hodnot a grafického znázornění, nebyl tento požadavek dodržen. Pro dodržení tohoto požadavku by bylo nutné zvýšit hodnoty odporů proti deformaci, pomocí zvětšení



plochy mezikruží. Nicméně tento rozměr je spojen s pevnostním výpočtem pro namáhání na vzpěr, proto musí rozměry splňovat oba požadavky. Dalším možným řešením pro zvýšení vlastní frekvence je záměna pracovního média za jiné, s vyšším modulem objemové pružnosti, ale to je pouze teoretická možnost, která je z hlediska pracovních podmínek v zásadě nepravděpodobná. Poslední možností, jak zvýšit vlastní frekvenci hydromotoru, je snížení hmotnosti pístu, pístní tyče a břemene, čím se sníží i hodnota odporu proti zrychlení.

## ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo seznámení se s problematikou přímočarých motorů, především z hlediska jejich konstrukce a pevnostního výpočtu.

V první části byl zpracován ucelený přehled základních typů hydromotorů. Tento přehled byl rozdělen dle druhu pohybu, který vykonává výstupní člen, na rotační, s kyvným pohybem a na hydromotory přímočaré. Při zpracování byla využita nejen standardní běžně dostupná literatura, ale také aktuální produktové katalogy a materiály firem, které se zabývají výrobou těchto hydromotorů, čímž bylo dosaženo aktuálnosti informací o používaných materiálech, těsněních atd. Z použitých zdrojů lze usoudit, že některé typy hydromotorů prošly velkým vývojem, nicméně některé typy vycházejí z původních konstrukcí, které jsou známé již léta.

Velká část práce je věnována především přímočarým motorům, u kterých byl proveden rozbor jednotlivých součástí jak z hlediska konstrukce tak také materiálů. Dále bylo řešeno jejich uložení, typy konstrukcí spojení vík s válcem a také princip dorazů.

Nedílnou součástí každé hydromotoru je těsnění, jemuž byla věnována velká část práce. Bylo uvedeno základní rozdělení na statické a dynamické, a také rozbor a vhodnost jednotlivých typů těsnění, které byly doplněny o názorné ilustrace, jež pocházejí od renomovaných výrobců těchto těsnění.

V další podkapitole byl zpracován názorný postup a popis při výpočtu pístní tyče, která je namáhána na vzpěr.

Poslední část práce je věnována matematickému modelu výpočtu vlastní frekvence pro hydromotor s jednostrannou a oboustrannou pístnicí. Jak vyplývá z výsledků, jejich frekvence se jen nepatrně liší, což je způsobeno podobnou konstrukcí obou hydromotorů. Tento model byl zpracován pro seznámení se s problematikou vlastní frekvence hydromotorů a jako výchozí model pro řešení dalších složitějších přímočarých hydromotorů.

Vzhledem k požadavkům na snížení hmotnosti a rozměrů v odvětvích, kde se přímočaré hydromotory využívají, je pravděpodobné, že ve specializovaných provozech tento trend v brzkých letech zasáhne i samotné hydromotory. Pro toto snížení bude nutné využití materiálů, které mají lepší vlastnosti a budou tak schopny přenášet stejné zatížení při menších rozměrech. Díky nastupujícímu trendu a velkému rozvoji 3D tisku z kovových materiálů se dá očekávat, že tato technologie bude v budoucnu využita pro výrobu některých součástí, především za účelem snížení hmotnosti jednotlivých součástí.

Tato práce vznikla ve spolupráci se společností HYDRAULICS, která je mým zaměstnavatelem, z níž byly částečně čerpány i materiály pro tvorbu práce. Úkolem bylo získání základního přehledu pro řešení vlastní frekvence hydromotorů, pro následné řešení reálných hydromotorů přímo ve firmě a jejich konstrukční úpravu pro jednotlivé aplikace. Takovýto výpočet je z hlediska vstupních dat velmi náročný, jelikož je zapotřebí tato data získat pomocí praktického měření konkrétního typu hydromotoru při tlakové zkoušce ve zkušebně.

## Seznam použitých zdrojů

- [1] PEŇÁZ, Václav a Dušan BENŽA. *Tekutinové mechanismy*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1990. ISBN 80-214-0082-X.
- [2] PIVOŇKA, Josef. *Tekutinové mechanismy*. Praha: SNTL, 1987, 623 s.
- [3] JANOVEC, Aleš. *Sestavení souboru multimediálních schémat hydromotorů* [online]. Brno, 2007 [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [http://autnt.fme.vutbr.cz/szz/2007/BP\\_Janovec.pdf](http://autnt.fme.vutbr.cz/szz/2007/BP_Janovec.pdf). Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Ing. Stanislav Věchet, Ph.D.
- [4] HENNLICH TĚSNĚNÍ: *firemní stránky* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://tesneni.hennlich.cz/tesneni.html> PROKEŠ, Josef a Jiří VOSTROVSKÝ. *Hydraulické a pneumatické mechanismy*. Praha: SNTL, 1988.
- [5] VYSKOČIL, Lukáš. *Modelování hydraulických mechanismů* [online]. Brno, 2012 [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=52831](https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=52831). Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Ing. Roman Klas, Ph.D.
- [6] PROKEŠ, Josef a Jiří VOSTROVSKÝ. *Hydraulické a pneumatické mechanismy*. Praha: SNTL, 1988.
- [7] HYDRAULICS: *firemní stránky* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://www.hydraulics.cz/>
- [8] Těsnící prvky RUBENA: *firemní stránky* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [http://www.rubena.eu/underwood/download/files/tesnici-prvky\\_2015.pdf](http://www.rubena.eu/underwood/download/files/tesnici-prvky_2015.pdf)
- [9] AMP Hydraulika: *firemní stránky* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://www.amp-hydraulika.cz/>
- [10] ARKOV: *firemní stránky* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <https://www.arkov.cz/>
- [11] KOZUBKOVÁ, Milada. *Simulace a modelování hydraulických systémů* [online]. Ostrava, 2009 [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://www.338.vsb.cz/wp-content/uploads/2016/03/Kozubkova-Simulace2009.pdf>
- [12] BLÁHA, Jaroslav a Karel BRADA. *Hydraulické stroje*. Praha: SNTL, 1992. ISBN 80-03-00665-1.
- [13] Katedra strojírenské technologie – TU Liberec [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [http://www.ksp.tul.cz/cz/kpt/obsah/vyuka/stud\\_materialy/ttv/tribologie.pdf](http://www.ksp.tul.cz/cz/kpt/obsah/vyuka/stud_materialy/ttv/tribologie.pdf)
- [14] BABOVÁKOVÁ, Jana. *Oscilace mechanických systémů s implicitními konstitutivními vztahy* [online]. Praha, 2012 [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <https://is.cuni.cz/webapps/zzp/detail/77637/>. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce Doc. RNDr. Dalibor Pražák, Ph.D.
- [15] *Pružnost a pevnost – učební texty* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://beta.fme.vutbr.cz/cpp/>

## Seznam použitých symbolů

Symbol	Rozměr	Veličina
$a_M$	[-]	součinitel poměrného tlumení
$b$	$[N \cdot s \cdot m^{-1}]$	součinitel tlumení vazkým třením
$C$	$[m^5 \cdot N^{-1}]$	kapacita
$d$	[m]	průměr pístní tyče
$D$	[m]	vnější průměr pístu
$D_H$	$[N \cdot m^{-5}]$	odpor proti deformaci
$D_{Hyd}$	[m]	hydraulický průměr
$E$	[MPa]	Youngův modul pružnosti
$F$	[N]	síla vyvozená pístem
$F_B$	[N]	brzdná síla
$F_{KR}$	[N]	kritická síla
$f_M$	$[s^{-1}]$	vlastní frekvence
$f_p$	$[s^{-1}]$	pohybová frekvence
$F_z$	[N]	zátěžná síla
$h$	[m]	zdvih pístnice
$H$	$[kg \cdot m^{-4}]$	odpor proti zrychlení
$J$	$[m^4]$	osový kvadratický moment
$k_v$	[-]	koeficient bezpečnosti pro vzpěr
$l$	[m]	délka potrubí
$l_{red}$	[m]	redukováná délka pístní tyče
$m$	[kg]	hmotnost
$p$	[Pa]	tlak média
$P$	[W]	výkon přímočarého hydromotoru
$p_z$	[Pa]	zátěžný tlak
$Q_{\xi}$	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	průtok škrtícím ventilem
$Q_v$	$[m^3 \cdot s^{-1}]$	objemový průtok
$R$	$[\Omega]$	odpor
$Re$	[-]	Reynoldsovo číslo
$s$	[m]	tloušťka stěny válce
$S$	$[m^2]$	činná plocha pístu
$S_p$	$[m^2]$	plocha pístu
$S_{\xi}$	$[m^2]$	průtočná plocha ventilu
$S_{Smax}$	$[m^2]$	maximální průtočná plocha
$S_{Smin}$	$[m^2]$	minimální průtočná plocha
$S_2$	$[m^2]$	průřez pístnice
$T_M$	[-]	časová konstanta
$v$	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost pístu
$V$	$[m^3]$	objem
$v_s$	$[m \cdot s^{-1}]$	střední rychlost proudění
$V_{02}$	$[m^3]$	geometrický objem
$Y_z$	[-]	ztrátová měrná energie
$Z_v$	$[m^4 \cdot kg^{-1}]$	svodová propustnost
$\alpha$	[-]	součinitel
$\Delta p$	[Pa]	tlakový spád
$\rho$	$[kg \cdot m^{-3}]$	měrná hmotnost kapaliny
$\pi$	[-]	Ludolfovo číslo
$\lambda$	[-]	štíhlostní poměr
$\lambda_1$	[-]	třecí ztrátový součinitel
$\nu$	$[m^2 \cdot s^{-1}]$	kinematická viskozita

$\xi$	[-]	ztrátový součinitel
$\omega_0$	[s <sup>-1</sup> ]	kruhová frekvence
$\sigma_{KR}$	[Mpa]	kritické napětí
$\sigma_m$	[MPa]	mez pružnosti písní tyče

## Seznam obrázků a tabulek

<b>Obr. 1.1</b> – schéma zubového hydromotoru [5]	13
<b>Obr. 1.2</b> – schéma Gerotoru (vlevo) a Geroleru (vpravo) [2]	14
<b>Obr. 1.3</b> – schéma lamelového převodníku s nevyváženým rotorem [3]	15
<b>Obr. 1.4</b> – třívřetenový šroubový hydromotor [3]	15
<b>Obr. 1.5</b> – axiální pístový hydromotor s nakloněným blokem [5]	16
<b>Obr. 1.6</b> – axiální pístový hydromotor s nakloněnou deskou [3]	16
<b>Obr. 1.7</b> – radiální pístový hydromotor s písty vedenými ve statoru [5]	17
<b>Obr. 1.8</b> – radiální pístový hydromotor s písty vedenými v rotoru [5]	17
<b>Obr. 1.9</b> – Jednolamelový (vlevo) a dvoulamelový (vpravo) kyvný hydromotor [2]	18
<b>Obr. 1.10</b> – kyvný hydromotor s paralelními písty [2]	19
<b>Obr. 2.1</b> – dvojčinný hydromotor s tlumením v krajních polohách [7]	20
<b>Tab. 2.1</b> rozdělení hydromotorů	21
<b>Tab. 2.2</b> typy upevnění hydromotorů [3]	22
<b>Obr. 2.2</b> – schéma dvojčinného hydromotoru [9]	23
<b>Obr. 2.3</b> – zakončení pístnic [10]	24
<b>Tab. 2.3</b> materiály pístnic	25
<b>Tab. 2.4</b> spojení víka s válcem	26
<b>Obr. 2.4</b> – schéma škrcení pomocí škrtícího ventilu [2]	27
<b>Obr. 2.5</b> – umístění těsnících prvků v hydromotoru [6]	28
<b>Obr. 2.6</b> – příklady konstrukčního provedení statických utěsnění s O – kroužky [2]	29
<b>Obr. 2.7</b> – jednobřítá U – manžeta [7]	29
<b>Obr. 2.8</b> – pětídílná sada stříškových manžet [6]	30
<b>Obr. 2.9</b> – schéma O – kroužku křížkového tvaru [8]	31
<b>Obr. 2.10</b> – sada těsnění pro píst [6]	32
<b>Obr. 2.11</b> – polyesterový stírací kroužek pro náročné podmínky [6]	32
<b>Obr. 2.12</b> – vodící kroužky [6]	33
<b>Obr. 2.13</b> – Monotónní graf plně implicitní tlumivé síly Coulombova typu (vlevo) a graf obecnější implicitní tlumivé síly Coulombova typu s relaxací (vpravo) [14]	33
<b>Obr. 2.13</b> – typy uložení při výpočtu tělesa namáhaného na vzpěr	34
<b>Obr. 3.1</b> – schématická značka odporu proti pohybu [12]	36
<b>Obr. 3.2</b> – schématická značka odporu proti zrychlení [12]	37
<b>Obr. 3.3</b> – schématická značka odporu proti deformaci [12]	38
<b>Obr. 3.4</b> – náhradní schéma hydromotoru	39
<b>Obr. 3.5</b> – HM s oboustrannou pístnicí [7]	41
<b>Obr. 3.6</b> – HM s jednostrannou pístnicí [7]	44
<b>Obr. 3.7</b> – porovnání průběhů vlastních frekvencí hydromotoru	48