

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

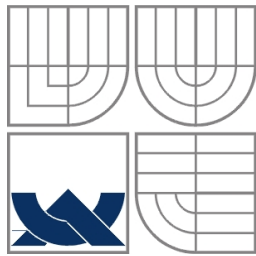
MATEMATICKÉ MODELY TRANSFORMÁTORŮ A ASYNCHRONNÍCH MOTORŮ

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

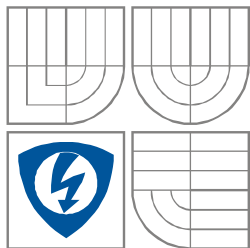
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. Radoslav Cipín

BRNO 2008



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**
**ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY
A ELEKTRONIKY**
FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

MATEMATICKÉ MODELY TRANSFORMÁTORŮ A ASYNCHRONNÍCH MOTORŮ

MATHEMATICAL MODELS OF THE TRANSFORMERS AND ASYNCHRONOUS MACHINES

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

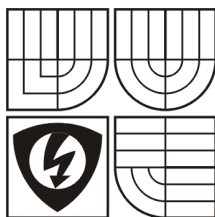
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. Radoslav Cipín

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Dr. Ing. Miroslav Patočka

BRNO, 2008



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika

Student: Cipín Radoslav, Bc.

Ročník: 2

ID: 88984

Akademický rok: 2007/08

NÁZEV TÉMATU:

Matematické modely transformátorů a asynchronních motorů

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. V prostředí Matlab-Simulink realizujte a ověřte matematický model transformátoru napětí a transformátoru proudu. U obou transformátorů uvažujte nelineární magnetický obvod.
2. U asynchronního motoru identifikujte měřením parametry náhradního zapojení ve tvaru Gama-článku. Z tohoto náhradního zapojení vypočtete všechny užité vlastnosti motoru.
3. Analýza vinutí střídavých strojů asynchronních i synchronních novou metodou, pomocí rozvoje prostorových veličin $B(\alpha)$, $n(\alpha)$ do Fourierovy řady.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Dle pokynů vedoucího práce

Termín zadání: 10.10.2007

Termín odevzdání: 30.05.2008

Vedoucí projektu: doc. Dr. Ing. Miroslav Patočka

doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.

předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor semestrální práce nesmí při vytváření semestrální práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

LICENČNÍ SMLOUVA POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Radoslav Cipín

Bytem: Pod nemocnicí 39, Brno, 625 00

Narozen/a (datum a místo): 15. 8. 1983 Brno

(dále jen „autor“)

a

2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00

jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:

doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc., předseda oborové rady Silnoproudá
elektrotechnika a elektroenergetika

(dále jen „nabyvatel“)

Čl. 1

Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

disertační práce

diplomová práce

bakalářská práce

jiná práce, jejíž druh je specifikován jako

(dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Matematické modely transformátorů a asynchronních motorů

Vedoucí/ školitel VŠKP: doc. Dr. Ing. Miroslav Patočka

Ústav: Výkonové elektrotechniky a elektroniky

Datum obhajoby VŠKP: 9. června 2008

VŠKP odevzdal autor nabyvateli v*:

tištěné formě – počet exemplářů 1

elektronické formě – počet exemplářů 1

* hodící se zaškrtněte

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

Článek 2

Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užit, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
 - ihned po uzavření této smlouvy
 - 1 rok po uzavření této smlouvy
 - 3 roky po uzavření této smlouvy
 - 5 let po uzavření této smlouvy
 - 10 let po uzavření této smlouvy(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

Článek 3

Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabyvá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne:

.....
Nabyvatel

.....
Autor

Abstrakt

První část práce se zabývá konstrukcí matematických modelů transformátorů napětí a proudů. Jsou zde vytvořeny modely transformátorů napětí a proudů s nelineární magnetizační charakteristikou a provedeny jejich simulace.

Druhá část práce se zabývá náhradním zapojení asynchronního motoru ve tvaru Γ -článku. Z tohoto náhradního zapojení jsou vypočteny momentová charakteristika a závislost statorového proudu na skluzu.

Třetí část práce se zabývá elektromagnetickým návrhem střídavých strojů pomocí klasické a nové metody.

Abstract

The first part of this work is dealt with the construction of the mathematical models of voltage and current transformers. There are created and simulated models of voltage and current transformer with the nonlinear magnetization characteristics.

The second part of this work is dealt with equivalent circuit of the induction motor in the form of Γ -circuit. The speed-torque characteristic and the dependence of stator current on the slip are calculated from this equivalent circuit.

The third part of this work is dealt with electromagnetic design of the alternating current machines by the help of a classic way and a new way.

Klíčová slova

Asynchronní motor; činitel vinutí; Γ -článek; matematický model transformátoru napětí; matematický model transformátoru proudu; momentová charakteristika

Keywords

Induction motor; Γ -circuit; mathematical model of voltage transformer; mathematical model of current transformer; speed-torque characteristic; winding factor

Bibliografická citace

CIPÍN, R. *Matematické modely transformátorů a asynchronních motorů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2008. 77 s. Vedoucí diplomové práce doc. Dr. Ing. Miroslav Patočka.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma *Matematické modely transformátorů a asynchronních motorů* jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

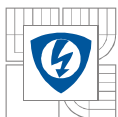
Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne Podpis autora

Poděkování

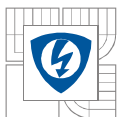
Děkuji vedoucímu diplomové práce *doc. Dr. Ing. Miroslavu Patočkovi* za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne Podpis autora

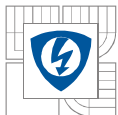


OBSAH

1 ÚVOD	16
2 TRANSFORMÁTOR	17
2.1 OBVODOVÝ MODEL TRANSFORMÁTORU	17
2.2 VSTUPNÍ PARAMETRY MODELŮ	18
2.3 MODELY TRANSFORMÁTORŮ S LINEÁRNÍ MAGNETIZAČNÍ CHARAKTERISTIKOU	20
2.3.1 MODEL TRANSFORMÁTORU <i>NAPĚTÍ</i> S LINEÁRNÍ MAGNETIZAČNÍ CHARAKTERISTIKOU	20
2.3.2 MODEL TRANSFORMÁTORU <i>PROUDU</i> S LINEÁRNÍ MAGNETIZAČNÍ CHARAKTERISTIKOU	21
2.4 MODELY TRANSFORMÁTORŮ S NELINEÁRNÍ MAGNETIZAČNÍ CHARAKTERISTIKOU	23
2.4.1 MAGNETIZAČNÍ CHARAKTERISTIKA	23
2.4.2 MODEL TRANSFORMÁTORU <i>NAPĚTÍ</i> S NELINEÁRNÍ MAGNETIZAČNÍ CHARAKTERISTIKOU	25
2.4.3 MODEL TRANSFORMÁTORU <i>PROUDU</i> S NELINEÁRNÍ MAGNETIZAČNÍ CHARAKTERISTIKOU ..	30
3 ASYNCHRONNÍ MOTOR	33
3.1 NÁHRADNÍ ZAPOJENÍ ASYNCHRONNÍHO MOTORU VE TVARU G-ČLÁNKU	33
3.2 PARAMETRY ASYNCHRONNÍHO MOTORU	34
3.3 MECHANICKÉ POMĚRY V ASYNCHRONNÍM MOTORU	35
3.4 STATOROVÝ PROUD ASYNCHRONNÍHO MOTORU V ZÁVISLOSTI NA SKLUZU	36
3.5 MOMENTOVÁ CHARAKTERISTIKA ASYNCHRONNÍHO MOTORU V ZÁVISLOSTI NA SKLUZU	37
3.6 POROVNÁNÍ MĚŘENÉ A VYPOČTENÉ MOMENTOVÉ CHARAKTERISTIKY	38
4 VÝPOČET UŽITNÝCH VLASTNOSTÍ A PARAMETRŮ ASYNCHRONNÍHO MOTORU	40
4.1 MOMENT A STATOROVÝ PROUD PŘI SKLUZU NULA	41
4.2 MOMENT A STATOROVÝ PROUD PŘI SKLUZU ZVRATU	42
4.3 MOMENT A STATOROVÝ PROUD PŘI SKLUZU JEDNA	42
4.4 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA MOMENTOVÉ CHARAKTERISTIKY PRO VŠECHNY PARAMETRY NÁHRADNÍHO ZAPOJENÍ ASM VE TVARU G-ČLÁNKU	43
4.4.1 CITLIVOST MOMENTU NA ODPOR STATOROVÉHO VINUTÍ.	43
4.4.2 CITLIVOST MOMENTU NA ODPOR ROTOROVÉHO VINUTÍ.	44
4.4.3 CITLIVOST MOMENTU NA ODPOR VYJADŘUJÍCÍ ZTRÁTY V ŽELEZE.	45
4.4.4 CITLIVOST MOMENTU NA INDUKČNOST STATOROVÉHO VINUTÍ.	47
4.4.5 CITLIVOST MOMENTU NA ROZPTYLOVOU INDUKČNOST.	49
4.5 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA MOMENTOVÉ CHARAKTERISTIKY NA OTEPLENÍ STATOROVÉHO A ROTOROVÉHO VINUTÍ	50
4.5.1 CITLIVOST MOMENTU NA OTEPLENÍ STATOROVÉHO VINUTÍ.	50
4.5.2 CITLIVOST MOMENTU NA OTEPLENÍ ROTOROVÉHO VINUTÍ.	52
4.5.3 CITLIVOST MOMENTU NA OTEPLENÍ STATOROVÉHO A ROTOROVÉHO VINUTÍ.	53
5 ANALÝZA VINUTÍ STŘÍDAVÝCH STROJŮ	55
5.1 KLASICKÁ ANALÝZA VINUTÍ STŘÍDAVÝCH STROJŮ	55
5.2 OBECNÁ ANALÝZA NOVOU METODOU	56
5.3 ANALÝZA NOVOU METODOU POMOCÍ ROZVOJE DO FOURIEROVY ŘADY	59

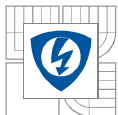


6 PŘÍKLADY UŽITÍ NOVÉ ANALÝZY	62
6.1 DVOUVRSTVÉ VINUTÍ $2P = 2, Q = 4, Y = 11$	62
6.1.1 VÝPOČET POMOCÍ PRAVOÚHLÝCH IMPULZŮ	62
6.1.2 VÝPOČET POMOCÍ DIRACOVÝCH IMPULZŮ	64
6.1.3 VÝPOČET KLASICKOU METODOU	65
6.2 JEDNOVRSTVÉ VINUTÍ $2P = 4, Q = 2, Y = 6$	66
6.2.1 VÝPOČET POMOCÍ PRAVOÚHLÝCH IMPULZŮ	66
6.2.2 VÝPOČET POMOCÍ DIRACOVÝCH IMPULZŮ	68
6.2.3 VÝPOČET KLASICKOU METODOU	70
6.3 ZLOMKOVÉ JEDNOVRSTVÉ VINUTÍ $2P = 4, Q = 3/2$	71
6.3.1 VÝPOČET POMOCÍ PRAVOÚHLÝCH IMPULZŮ	71
6.3.2 VÝPOČET POMOCÍ DIRACOVÝCH IMPULZŮ	73
6.4 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ JEDNOTLIVÝCH PŘÍKLADŮ	75
7 ZÁVĚR	76
LITERATURA	77



SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 2.1-1: Základní obvodový model transformátoru.....</i>	<i>17</i>
<i>Obr. 2.4.1-1: Magnetizační charakteristika pro transformátorové plechy, převzato z [4]</i>	<i>23</i>
<i>Obr. 2.4.1-2: Grafická závislost mezi relativní permeabilitou železa a magnetickou indukcí.....</i>	<i>25</i>
<i>Obr. 2.4.2-1: Model transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou.....</i>	<i>28</i>
<i>Obr. 2.4.2-2: Průběh napětí a proudů transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou ve stavu naprázdno.....</i>	<i>28</i>
<i>Obr. 2.4.2-3: Průběh napětí a proudů transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou při zatížení $R_z = 20 \text{ W}$.....</i>	<i>29</i>
<i>Obr. 2.4.2-4: Průběh napětí a proudů transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou s obdélníkovým primárním napětím při zatížení $R_z = 20 \text{ W}$.....</i>	<i>29</i>
<i>Obr. 2.4.3-1: Model transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou.....</i>	<i>31</i>
<i>Obr. 2.4.3-2: Průběh proudů a napětí transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou při zatížení $R_z = 1 \text{ W}$.....</i>	<i>31</i>
<i>Obr. 2.4.3-3: Průběh proudů a napětí transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou při zatížení $R_z = 170 \text{ W}$.....</i>	<i>32</i>
<i>Obr. 2.4.3-4: Průběh proudů a napětí transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou s obdélníkovým primárním proudem při zatížení $R_z = 120 \text{ W}$.....</i>	<i>32</i>
<i>Obr. 3.1-1: Náhradní zapojení jedné fáze asynchronního motoru ve tvaru G-čláčku</i>	<i>33</i>
<i>Obr. 3.6-1: Vypočtená a měřená momentová charakteristika asynchronního motoru.....</i>	<i>39</i>
<i>Obr. 3.6-2: Upravená a měřená momentová charakteristika asynchronního motoru.....</i>	<i>39</i>
<i>Obr. 3.8-1: Momentová a proudová charakteristika asynchronního motoru</i>	<i>41</i>
<i>Obr. 4.4.1-1: Citlivost momentu na odpor statorového vinutí.....</i>	<i>44</i>
<i>Obr. 4.4.2-1: Citlivost momentu na odpor rotorového vinutí</i>	<i>45</i>
<i>Obr. 4.4.3-1: Citlivost momentu na odpor vyjadřující ztráty v železe ($R_{Fe} = 0 \div 30 \text{ W}$)</i>	<i>46</i>
<i>Obr. 4.4.3-1: Citlivost momentu na odpor vyjadřující ztráty v železe ($R_{Fe} = 300 \div 1000 \text{ W}$)</i>	<i>47</i>
<i>Obr. 4.4.4-1: Citlivost momentu na indukčnost statorového vinutí ($L_1 = 0 \div 0,1 \text{ H}$)</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 4.4.4-2: Citlivost momentu na odpor statorového vinutí ($L_1 = 0,1 \div 0,5 \text{ H}$).....</i>	<i>48</i>
<i>Obr. 4.4.5-1: Citlivost momentu na rozptylovou indukčnost</i>	<i>49</i>
<i>Obr. 4.5.1-1: Citlivost momentu na oteplení statorového vinutí.....</i>	<i>51</i>
<i>Obr. 4.5.2-1: Citlivost momentu na oteplení rotorového vinutí.....</i>	<i>53</i>
<i>Obr. 4.5.3-1: Citlivost momentu na oteplení statorového a rotorového vinutí.....</i>	<i>54</i>



<i>Obr. 5.2-1: Interpretace pojmu hustoty vodičů $n(\mathbf{a})$.....</i>	<i>58</i>
<i>Obr. 6.2-1: Jednovrstvé vinutí $2p = 2, q = 4, y = 6$.....</i>	<i>62</i>
<i>Obr. 6.2-1: Jednovrstvé vinutí $2p = 4, q = 2, y = 6$.....</i>	<i>66</i>
<i>Obr. 6.3-1: Zlomkové jednovrstvé vinutí $2p = 4, q = 3/2$</i>	<i>71</i>

SEZNAM TABULEK

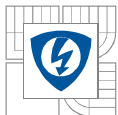
Tab. 1: Porovnání vypočtených činitelů vinutí klasickou a novou metodou	72
---	----

POUŽITÉ DOLNÍ INDEXY

0	naprázdno
1	vstupní, primární, statorový
12	primární hodnota přepočtená na sekundární stranu vinutí
2	výstupní, sekundární, rotorový
21	sekundární hodnota přepočtená na primární stranu vinutí
ef	efektivní
m	zvratu
max	maximální
z	záběrový
<i>m</i>	magnetizační

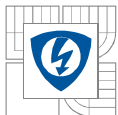
POUŽITÉ HORNÍ INDEXY

'	rotorová hodnota přepočtená na stranu statoru
^	komplexní číslo

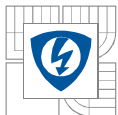


SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

a	m	šířka sloupku železného jádra
B	T	magnetická indukce
b	T^{-1}	empirická konstanta Frolichovy rovnice
B_{SAT}	T	saturační hodnota magnetické indukce
c	$m.H^{-1}$	převrácená hodnota počáteční permeability
f	Hz	kmitočet
H	$A.m^{-1}$	intenzita magnetického pole
i	A	okamžitá hodnota proudu
I	A	ustálená hodnota proudu
k	–	činitel vazby
k_{fFe}	–	činitel plnění statorových plechů ve svazku
$K_{I,2I,K}$	–	proudový přenos nakrátko transformátoru proudu
k_q	–	činitel rozlohy
k_t	–	činitel šířky zubu
$K_{U,12,0}$	–	napěťový přenos naprázdno transformátoru napětí
k_v	–	činitel vinutí
k_y	–	činitel kroku
L	H	vlastní indukčnost
l	m	aktivní délka statorového svazku
L_{dif}	H	indukčnost diferenčního rozptylu
l_{Fe}	m	délka indukční čáry v železe
L_{σ}	H	rozptylová indukčnost
M	H	vzájemná indukčnost
M	N.m	moment
m	–	počet fází
N	–	počet závitů vinutí
$n(a)$	–	hustota vodičů
p	–	počet pólových dvojic
P	–	perioda
P_{δ}	W	výkon přenášený vzduchovou mezerou
q	–	počet drážek na pól a fázi
R	Ω	odpor
r	m	střední poloměr vzduchové mezery
R_2	Ω	odpor výstupního obvodu
R_{Fe}	Ω	odpor respektující ztráty v železe
R_{prim}	Ω	odpor primárního vinutí
R_{sek}	Ω	odpor sekundárního vinutí



R_z	Ω	odpor zátěže
s	–	skluz
S_{Fe}	m^2	průřez železa
t	s	čas
u	V	okamžitá hodnota napětí
U	V	ustálená hodnota napětí
y	–	cívkový krok
ΔT	K	oteplení
Δu	V	úbytek napětí
Δu	V	úbytek napětí
W_m	$rad.s^{-1}$	mechanická úhlová rychlost rotoru
W_r	$rad.s^{-1}$	elektrický úhlový kmitočet rotoru, skluzový kmitočet
W_s	$rad.s^{-1}$	mechanická úhlová rychlost statorového magnetického pole
a	K^{-1}	teplotní součinitel odporu
a	rad	úhel
d_p	m	přepočítaná délka vzduchové mezery
F	Wb	magnetický tok
j	–	fázový posuv
m_0	$H.m^{-1}$	permeabilita vakua
m_i	–	počáteční relativní permeabilita
m_{rFe}	–	poměrná permeabilita železného jádra
w	$rad.s^{-1}$	elektrický úhlový kmitočet statoru
y	Wb	spřažený magnetický tok



1 ÚVOD

Práce je rozdělena na tři hlavní části.

První část práce (kapitola 1) se zabývá konstrukcí matematických modelů transformátorů napětí a proudu. Z obvodového modelu transformátoru jsou odvozeny vztahy pro matematické modely transformátorů napětí a proudů s lineární magnetizační charakteristikou. Tyto modely jsou dále rozšířeny o nelineární magnetizační charakteristiku a v programu Matlab-Simulink jsou provedeny jejich simulace.

Druhá část práce (kapitoly 2 a 3) se zabývá asynchronními motory. Z náhradního zapojení asynchronního motoru ve tvaru Γ -článku jsou určeny vztahy pro statorový proud a momentovou charakteristiku v závislosti na skluzu. Momentová charakteristika je podrobena citlivostní analýze pro všechny parametry náhradního zapojení ve tvaru Γ -článku. Pro ověření správnosti vztahu pro momentovou charakteristiku odvozenou z náhradního zapojení asynchronního motoru ve tvaru Γ -článku je provedeno srovnání vypočtené a změřené momentové charakteristiky pro asynchronní motor AOM090L02-016.

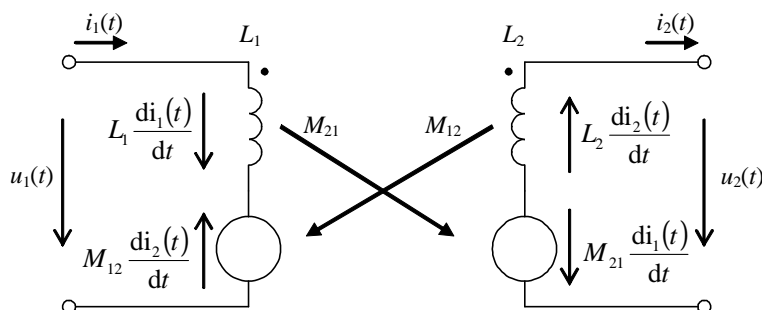
Třetí část práce (kapitoly 4, 5 a 6) se zabývá analýzou vinutí asynchronních i synchronních strojů. Na třech příkladech je ukázáno užití nové metody při výpočtu celkového počtu vodičů a jejich rozložení do drážek. Dále jsou určeny činitele vinutí, které jsou porovnány s klasickou metodou jejich výpočtu.

2 TRANSFORMÁTOR

2.1 Obvodový model transformátoru

Pro základní obvodový model transformátoru uvažujeme tyto předpoklady:

- Transformátor je napájen z tvrdého zdroje napětí, resp. proudu.
- Neuvažujeme ztráty hysterezní ani vířivými proudy.
- Neuvažujeme kapacity jednotlivých vinutí ani vzájemnou kapacitu mezi jednotlivými vinutími.
- Vinutí transformátoru nemají odpor, tento předpoklad model transformátoru nijak nemezuje, protože odpory primárního, resp. sekundárního vinutí lze uvažovat v odporu zdroje, resp. zátěže a tudíž lze tyto rezistence snadno zpět do modelu zařadit, jak bude ukázáno dále.
- Směr sekundárního proudu na *Obr. 2.1-1* je úmyslně volen tak, jako by transformátor byl zatížen pasivní zátěží, tj. je v spotřebičovém režimu.



Obr. 2.1-1: Základní obvodový model transformátoru

Základní obvodový model transformátoru podle *Obr. 2.1-1* vychází z existence dvou vzájemných indukčností, tj. dvou libovolných cívek, které mají vlastní a vzájemné indučnosti. Neboli model vychází z existence indukovaného napětí, vznikajícího v protilehlém vinutí při průchodu proudu vinutím opačným.

Z principu reciprocity, podrobněji popsáném v [1] a [2] vyplývá, že v lineárních i nelineárních magnetických obvodech jsou vzájemné indukčnosti M_{12} a M_{21} stejné a proto je dále budeme označovat pouze symbolem M , potom vztah mezi indukčnostmi M , L_1 a L_2 lze formálně zapsat jako:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} , \quad (2.1-1)$$



kde M vzájemná indukčnost,
 L_1, L_2 indukčnost primárního, resp. sekundárního vinutí,
 k činitel vazby, $k \in \langle 0,1 \rangle$.

Podle činitele vazby lze transformátory třídit na:

- $k < 1$ transformátor rozptylový, technicky realizovatelný,
- $k \rightarrow 1$ transformátor těsný, technicky realizovatelný,
- $k = 1$ transformátor dokonalý, technicky nerealizovatelný,
- $k = 1, L_1 \rightarrow \infty$ transformátor ideální, technicky nerealizovatelný.

Podle II. Kirchhoffova zákona sestavíme napěťové rovnice odpovídající obvodovému modelu transformátoru:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - k\sqrt{L_1 L_2} \frac{di_2(t)}{dt} \\ u_2(t) &= M \frac{di_1(t)}{dt} - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} = k\sqrt{L_1 L_2} \frac{di_1(t)}{dt} - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.1-2)$$

kde $u_1(t), u_2(t)$ okamžitá hodnota primárního, resp. sekundárního napětí,
 $i_1(t), i_2(t)$ okamžitá hodnota primárního, resp. sekundárního proudu.

Tato základní soustava rovnic dále poslouží k vytvoření modelů transformátorů napětí i proudu s lineárním a nelineárním magnetickým obvodem.

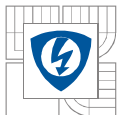
2.2 Vstupní parametry modelů

Při provádění simulací průběhů napětí a proudů jednotlivých modelů transformátoru je třeba znát parametry v nich vystupující. Tyto parametry pro naše simulace vypočteme na základě síťového transformátoru složeného z EI plech, rovnice jsou převzaty z [1].

Použité vztahy:

- průřez železa:

$$S_{Fe} = a^2, \quad (2.2-1)$$



- délka indukční čáry v železe:

$$l_{Fe} = 6a, \quad (2.2-2)$$

- celkový počet závitů:

$$N = \frac{U_{ef}}{\sqrt{2} p f B_{max} S_{Fe}}, \quad (2.2-3)$$

kde U_{ef} efektivní hodnota napětí,
 B_{max} maximální hodnota magnetické indukce,
 a šířka sloupku železného jádra,
 l_{Fe} délka indukční čáry v železe,
 S_{Fe} průřez železa.

Dále uvažujeme tyto hodnoty parametrů transformátoru:

- vstupní hodnota efektivního napětí $U_{1ef} = 230$ V
- výstupní hodnota efektivního napětí $U_{2ef} = 50$ V
- kmitočet sítě $f = 50$ Hz
- transformátorové plechy EI32, tj. $a = 32$ mm
- hodnota maximální indukce $B_{max} = 1,6$ T
- činitel vazby $k = 0,99$

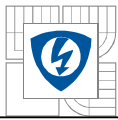
Na základě rovnic (2.2-1) až (2.2-3) a daných hodnot určíme zbývající parametry transformátoru:

- Počet závitů primárního vinutí:

$$N_1 = \frac{230}{\sqrt{2} \cdot p \cdot 50 \cdot 1,6 \cdot 0,032^2} \approx 632, \quad (2.2-4)$$

- Počet závitů sekundárního vinutí:

$$N_2 = \frac{50}{\sqrt{2} \cdot p \cdot 50 \cdot 1,6 \cdot 0,032^2} \approx 137, \quad (2.2-5)$$



2.3 Modely transformátorů s lineární magnetizační charakteristikou

2.3.1 Model transformátoru *napětí* s lineární magnetizační charakteristikou

Je dobré si uvědomit, že transformátoru napětí ani proudu nelze nezávisle na sobě vnutit primární napětí a primární proud, resp. sekundární napětí a sekundární proud.

Předpokládejme, že transformátor napětí je napájen z ideálního zdroje napětí primárním napětím $u_1(t)$, potom primární proud je $i_1(t)$ prvním výstupem modelu. Na sekundární straně transformátoru nás více zajímá sekundární napětí $u_2(t)$ než sekundární proud $i_2(t)$, proto matematický model vytvoříme ve formě:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{U11} & h_{U12} \\ h_{U21} & h_{U22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix}. \quad (2.3.1-1)$$

Díky principu reciprocity jsou parametry h_{U12} a h_{U21} shodné a jak dále vyplyne, mají význam převodu napětí naprázdno $K_{U,21,0}$. Soustavu rovnic (2.1-2) základního obvodového modelu upravíme do podoby (2.3.1-1), tím dostaneme matematický model transformátoru napětí s lineární magnetizační charakteristikou:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= I_{m0} + \frac{1}{L_1} \int u_1(t) dt + k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} i_2(t) \\ u_2(t) &= k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} u_1(t) - L_2 (1 - k^2) \frac{di_2(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.3.1-2)$$

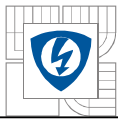
Formálně lze předcházející soustavu rovnic zapsat do obecně platné podoby pro jakýkoliv transformátor napětí:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= i_{1m}(t) + i_{21}(t) \\ u_1(t) &= u_{12}(t) - \Delta u_2(t) \end{aligned} \quad (2.3.1-3)$$

kde $i_{1\mu}(t)$ magnetizační primární proud,
 $i_{21}(t)$ sekundární proud přepočtený na primární stranu vinutí,
 $u_{12}(t)$ primární napětí přepočtené na sekundární stranu vinutí,
 $\Delta u_2(t)$ úbytek napětí na výstupní indukčnosti.

Z rovnic (2.3.1-2) lze definovat přenos naprázdno transformátoru napětí:

$$K_{U,21,0} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}. \quad (2.3.1-4)$$



Je zřejmé, že při činiteli vazby málo odlišném od jedničky, tj. u těsného transformátoru, jsou magnetické vodivosti pro obě indukčnosti téměř shodné, proto za této podmínky můžeme převod (2.3.1-4) přepsat na tvar:

$$K_{U,21,0} = k \sqrt{\frac{N_2^2 I_{m2}}{N_1^2 I_{m1}}} \approx k \frac{N_2}{N_1} \approx \frac{N_2}{N_1}. \quad (2.3.1-5)$$

Do soustavy rovnic (2.3.1-2) je třeba ještě zařadit závislost mezi sekundárním napětím a sekundárním proudem, v nejjednodušším případě se jedná o čistě odporovou zátěž:

$$i_2(t) = \frac{u_2(t)}{R_z}, \quad (2.3.1-6a)$$

kde R_z odpor zátěže a odpor sekundárního vinutí.

Při uvažování RL zátěže je závislost dána:

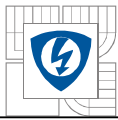
$$\begin{aligned} i_2(t) &= \frac{1}{R_z} \left[u_2(t) - L_z \frac{di_2(t)}{dt} \right] \\ i_2(t) &= \frac{1}{L_z} \left[\int u_2(t) dt - R_z \int i_2(t) dt \right] \end{aligned} \quad (2.3.1-6b)$$

je třeba poznamenat, že obě rovnice v (2.3.1-6b) jsou formálně shodné a obě dávají stejné závislosti mezi sekundárním napětím a sekundárním proudem. Vzhledem k tomu, že není na první pohled zřejmé, jakým způsobem RL zátěž zatěžuje transformátor v případě nesinusového sekundárního napětí $u_2(t)$, bude při simulacích užita zátěž čistě odporová podle rovnice (2.3.1-6a).

2.3.2 Model transformátoru proudu s lineární magnetizační charakteristikou

Transformátory proudu se používají převážně jako měřicí transformátory proudu, tj. vstupními parametry jsou primární proud $i_1(t)$ a sekundární napětí $u_2(t)$, výstupními parametry jsou primární napětí $u_1(t)$ a sekundární proud $i_2(t)$, proto má matematický model transformátoru proudu formu:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{111} & h_{112} \\ h_{121} & h_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \quad (2.3.2-1)$$



Soustavu rovnic (2.1-2) základního obvodového modelu upravíme do podoby (2.3.2-1), tím získáme matematický model transformátoru proudu s lineární magnetizační charakteristikou:

$$\begin{aligned}u_1(t) &= L_1(1-k^2)\frac{di_1(t)}{dt} + k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}u_2(t) \\i_2(t) &= k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}i_1(t) - \frac{1}{L_2}\int u_2(t)dt\end{aligned}\quad (2.3.2-2)$$

Formálně lze předcházející soustavu rovnic zapsat do obecně platné podoby pro libovolný transformátor proudu:

$$\begin{aligned}u_1(t) &= \Delta u_1(t) + u_{21}(t) \\i_2(t) &= i_{12}(t) - i_{2m}(t)\end{aligned}\quad (2.3.2-3)$$

kde $\Delta u_1(t)$ úbytek napětí na vstupní indukčnosti
 $u_{21}(t)$ sekundární napětí přepočtené na primární stranu vinutí,
 $i_{12}(t)$ primární proud přepočtený na sekundární stranu vinutí,
 $i_{2\mu}(t)$ magnetizační sekundární proud.

Z předcházející soustavy rovnic je vidět, že měřicí transformátor proudu má principiálně neodstranitelnou chybu měření způsobenou magnetizačním proudem $i_{2\mu}(t)$. Tuto chybu lze potlačit minimalizací odporu sekundárního vinutí a odporu zátěže, tj. minimalizací sekundárního napětí $u_2(t)$, které vytváří magnetizační proud.

Z rovnice (2.3.2-2) lze definovat přenos transformátoru proudu nakrátko:

$$K_{I,21,K} = k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \cong k\frac{N_1}{N_2} \cong \frac{N_1}{N_2}\quad (2.3.2-4)$$

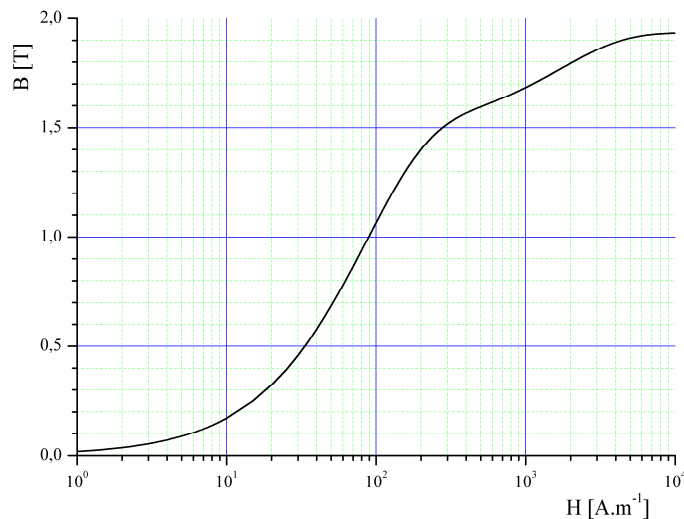
Vztah mezi sekundárním napětím a sekundárním proudem při odporové zátěži:

$$u_2(t) = R_z i_2(t),\quad (2.3.2-5)$$

2.4 Modely transformátorů s nelineární magnetizační charakteristikou

2.4.1 Magnetizační charakteristika

Magnetizační charakteristika materiálu je závislost magnetické indukce B na intenzitě magnetického pole H .



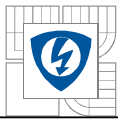
Obr. 2.4.1-1: Magnetizační charakteristika pro transformátorové plechy, převzato z [4]

Je třeba poznamenat, že tak jako neexistuje univerzální model hystere, tak ani neexistuje přesné matematické vyjádření magnetizační charakteristiky, pouze její aproximace, jako např. empirická Frolichova rovnice [6]:

$$B = \frac{H}{c + b|H|}, \quad (2.4.1-1)$$

$$c = \frac{1}{m_i m_0}, \quad b = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{m_i}}}{B_{SAT}}, \quad m_i = \left. \frac{1}{m_0} \frac{dB}{dH} \right|_{H=0}, \quad (2.4.1-2)$$

kde c převrácená hodnota počáteční permeability,
 b empirická konstanta Frolichovy rovnice,
 m_i počáteční relativní permeabilita,
 B_{SAT} saturační hodnota magnetické indukce.



Na základě *Obr. 2.4.1-1* lze odhadnout parametry B_{SAT} a μ_i :

$$\begin{aligned} B_{SAT} &= 1,92 \text{ T} \\ \mu_i &= 14451 \end{aligned} \quad (2.4.1-3)$$

dosazením do rovnic (2.4.1-2) získáváme parametry c a b :

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{14451 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 55,0671 \text{ m.H}^{-1} \\ b &= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{14451}}}{1,92} = 0,5165 \text{ T}^{-1} \end{aligned} \quad (2.4.1-4)$$

Frolichovu rovnici upravíme přidáním členu $m_0 H$, který respektuje to, že při velkém přesyce-
ní magnetického obvodu klesá jeho permeabilita a začíná se uplatňovat permeabilita vzduchu:

$$B = \frac{H}{c + b|H|} + m_0 H. \quad (2.4.1-5)$$

V matematických modelech dále budeme potřebovat inverzní magnetizační charakteristiku:

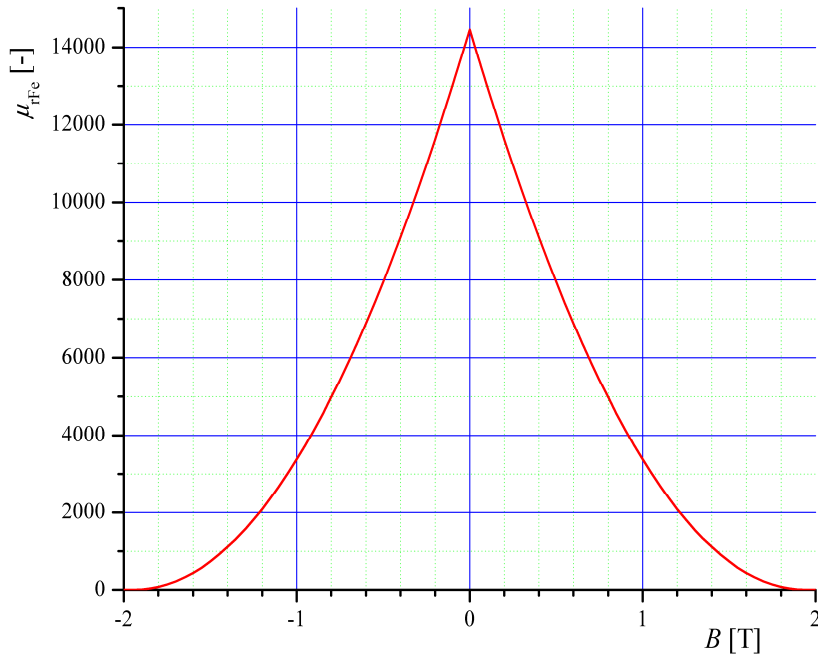
$$H = \frac{bB - (1 + m_0 c) + \text{sgn}(B) \sqrt{4m_0 bc|B| + [1 + m_0 c - bB \text{sgn}(B)]^2}}{2m_0 b} \quad (2.4.1-6)$$

a vztah mezi magnetickou indukcí a permeabilitou:

$$\frac{\partial B[H(B)]}{\partial H} = m_0 m_{rFe}(B) = \frac{2m_0 \sqrt{4m_0 bc|B| + [1 + m_0 c - b \text{sgn}(B)]^2}}{b|B| + m_0 c - 1 + \sqrt{4m_0 bc|B| + [1 + m_0 c - b \text{sgn}(B)]^2}}. \quad (2.4.1-7)$$

Průběh relativní permeability $m_{rFe}(B)$ z předcházející rovnice je na *Obr. 2.4.1-1*, z průběhu je zřejmé, že nastávají tři limitní případy a to:

$$\begin{aligned} \lim_{B \rightarrow 0} \frac{1}{m_0} \frac{\partial B[H(B)]}{\partial H} &= 1 + m_i \\ \lim_{B \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{m_0} \frac{\partial B[H(B)]}{\partial H} &= \pm 1 \end{aligned} \quad (2.4.1-8)$$



Obr. 2.4.1-2: Grafická závislost mezi relativní permeabilitou železa a magnetickou indukcí

V případě, že bychom nepoužili k vyjádření magnetizační charakteristiky rovnici (2.4.1-3), museli bychom ručně z Obr. 2.4.1-1 určit inverzní charakteristiku a závislost permeability na magnetické indukci.

2.4.2 Model transformátoru *napětí* s nelineární magnetizační charakteristikou

Vycházíme z definice magnetického spřaženého toku:

$$\Psi(t) = \Psi_0 + \int u(t) dt. \quad (2.4.2-1)$$

Za předpokladu, že veškerý magnetický tok F prochází pouze plochou železa, resp. magnetický tok v železe je mnohem větší než tok ve vzduchu, můžeme napsat vztah mezi spřaženým magnetickým tokem Y a magnetickým tokem F :

$$\Psi(t) \approx N \Phi(t) \approx N S_{Fe} B(t). \quad (2.4.2-2)$$

Vztah mezi intenzitou magnetického pole a proudem:

$$H(t) l_{Fe} = N i(t). \quad (2.4.2-3)$$



Z předcházejících vztahů plynou rovnice pro přepočet napětí na magnetickou indukci:

$$B(t) = \frac{\Psi_0 + \int u(t) dt}{N S_{Fe}} \quad (2.4.2-4)$$

a intenzity magnetického pole na elektrický proud:

$$i(t) = \frac{l_{Fe}}{N} H(t) . \quad (2.4.2-5)$$

Z rovnic pro transformátor napětí s lineárním magnetickým obvodem (2.3.1-2) plyne, že magnetický obvod transformátoru „cítí“ pouze účinky magnetizačního proudu:

- sekundární strana transformátoru je na prázdko $i_2(t) = 0$:

$$i_{1m}(t) = I_{m0} + \frac{1}{L_1} \int u_1(t) dt \quad (2.4.2-6)$$

- primární strana transformátoru je zkratována $u_1(t) = 0$:

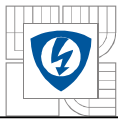
$$i_{2m}(t) = I_{m0} - \frac{1}{L_2(1-k^2)} \int u_2(t) dt \quad (2.4.2-7)$$

Okamžitě můžeme zkonstruovat nelineární závislost mezi primárním napětím a magnetizačním primárním proudem za pomoci inverzní magnetizační charakteristiky rovnice (2.4.1-4) a vztahů (2.4.2-4) až (2.4.2-6):

$$i_{1m}(t) = I_{m0} + \frac{l_{Fe}}{2m_0 b N_1} \left[\frac{b \int u_1(t) dt}{N_1 S_{Fe}} - (1 + m_0 c) + \operatorname{sgn} \left(\int u_1(t) dt \right) \sqrt{\frac{4m_0 b c}{N_1 S_{Fe}} \left| \int u_1(t) dt \right| + \left[1 + m_0 c - b \frac{\int u_1(t) dt}{N_1 S_{Fe}} \operatorname{sgn} \left(\int u_1(t) dt \right) \right]^2} \right] \quad (2.4.2-8)$$

Obdobný vztah by šel vytvořit i pro magnetizační sekundární proud (je třeba poznamenat, že sekundární magnetizační proud ve skutečném transformátoru neexistuje a zde byl zkonstruován pouze pro určení sekundární indučnosti L_2), ale to je zbytečné, vzhledem k tomu, že potřebujeme vztah pro úbytek napětí na výstupní rozptylové indukčnosti $L_2(1-k^2)$, kterou „vytvoří“ sekundární magnetizační proud, proto využijeme již připraveného vztahu závislosti permeability a magnetické indukce (2.4.1-5), rovnic (2.4.2-4) a (2.4.2-5):

$$\Delta u_2(t) = \frac{N_2^2 S_{Fe}}{l_{Fe}} \frac{2(1-k^2) m_0 \sqrt{\frac{4m_0 b c}{N_2 S_{Fe}} \left| \int u_2(t) dt \right| + \left[1 + m_0 c - b \operatorname{sgn} \left(\int u_2(t) dt \right) \right]^2}}{\frac{b}{N_2 S_{Fe}} \left| \int u_2(t) dt \right| + m_0 c - 1 + \sqrt{\frac{4m_0 b c}{N_2 S_{Fe}} \left| \int u_2(t) dt \right| + \left[1 + m_0 c - b \operatorname{sgn} \left(\int u_2(t) dt \right) \right]^2}} \frac{di_2(t)}{dt} \quad (2.4.2-9)$$



Při splnění následujících předpokladů:

- sekundární vinutí je naprázdno $i_2(t) = 0$,
- nemá odpor primárního vinutí, kdyby odpor měl, potom by na něm vznikaly nelineární úbytky napětí způsobené magnetizačním proudem podle rovnice (2.4.2-8), které by deformovaly napájecí primární napětí $u_1(t)$,
- má dokonalou vazbu $k = 1$,

bude okamžitá hodnota sekundární napětí:

$$u_2(t) = \frac{dy_2(t)}{dt} = N_2 \frac{d[\Phi_2(t)]}{dt} = N_2 \frac{d[\Phi(t)]}{dt} = N_2 \frac{d}{dt} \left[\frac{y_1(t)}{N_1} \right] = \frac{N_2}{N_1} \frac{d}{dt} \left[\int u_1(t) dt \right] = \frac{N_2}{N_1} u_1(t). \quad (2.4.2-10)$$

Je vidět, že nelinearita magnetizační charakteristiky nemá žádný vliv na napěťový přenos transformátoru a napěťový přenos je konstantní. Není důvodu si myslet, že při nedokonalé vazbě $k < 1$ se napěťový přenos chová jinak, proto definujeme přenos naprázdno transformátoru napětí obdobně jako v případě transformátoru s lineární magnetizační charakteristikou jako:

$$K_{U,12,0} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \approx k \frac{N_2}{N_1}. \quad (2.4.2-11)$$

S použitím rovnic (2.4.2-8), (2.4.2-9) a (2.4.2-11) upravíme rovnice popisující transformátor napětí s lineární magnetizační charakteristikou (2.3.1-2) a dostáváme soustavu rovnic popisující transformátor napětí s nelineární magnetizační charakteristikou:

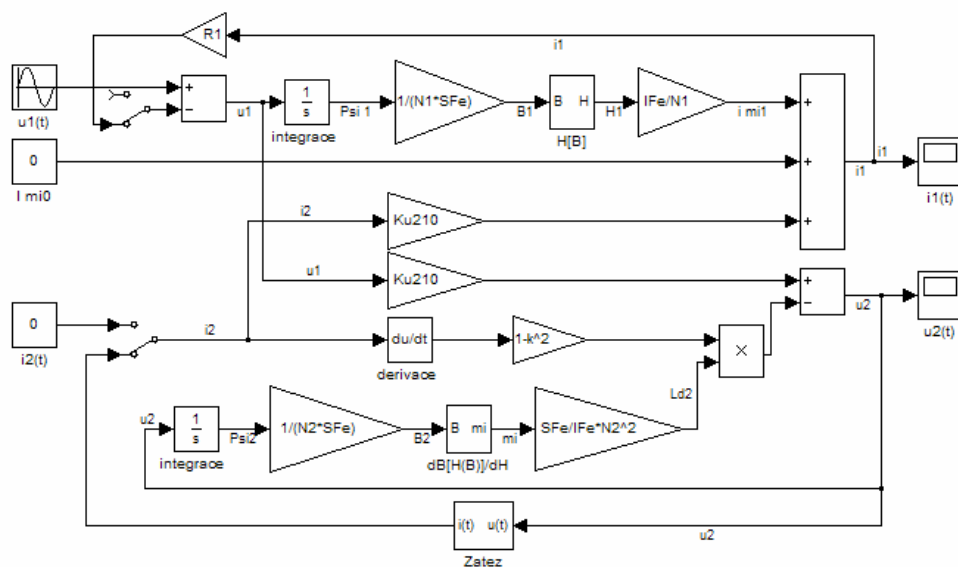
$$\begin{aligned} i_1(t) &= \overset{(2.4.2-8)}{i_{1m}(t)} + \overset{(2.4.2-11)}{K_{U,12,0}} i_2(t) \\ u_2(t) &= \overset{(2.4.2-11)}{K_{U,12,0}} u_1(t) - \overset{(2.4.2-9)}{u_m(t)} \end{aligned} \quad (2.4.2-12)$$

Předcházející soustavu rovnic můžeme doplnit odporem primárního vinutí R_1 , tj. primární napětí se transformuje vztahem $u_1(t) \rightarrow u_1(t) - R_1 i_1(t)$ a rovnicí zátěže (2.3.1-6a).

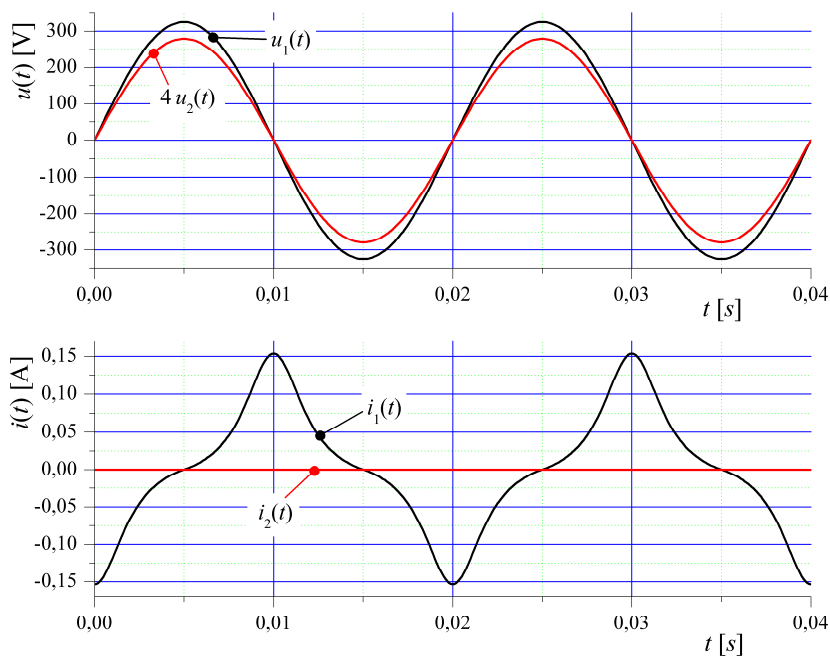
Sestavený model transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou v programu MATLAB – Simulink je na Obr. 2.4.2-1.

Na Obr. 2.4.2-2 je grafický průběh primárních a sekundárních napětí a proudů transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou při chodu naprázdno, je dobře vidět klasický průběh primárního magnetizačního proudu zpoždujícího se o 90° za primárním napětím.

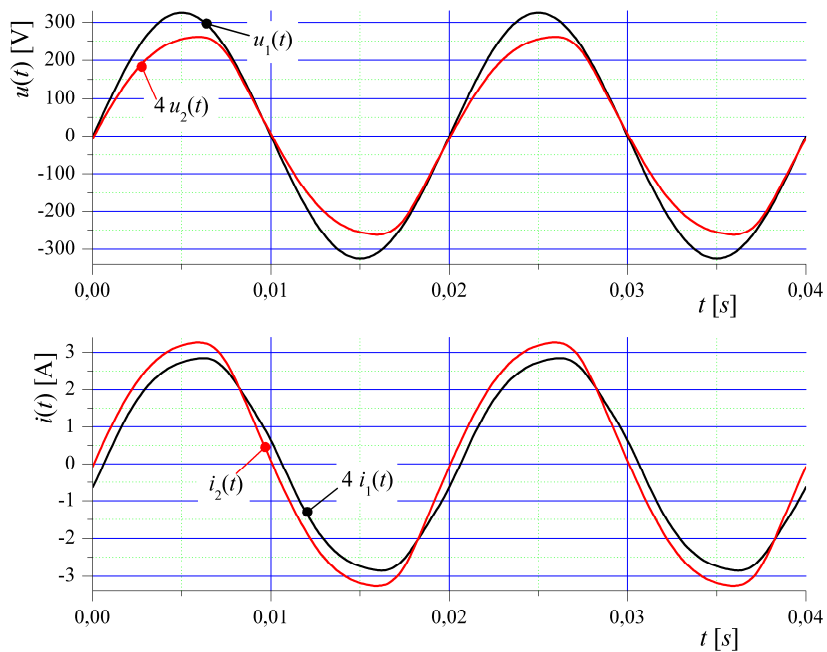
Na Obr. 2.4.2-3 a Na Obr. 2.4.2-4 jsou průběhy napětí a proudů při zátěži $R_z = 20 \Omega$ pro sinusové a obdélníkové primární napětí.



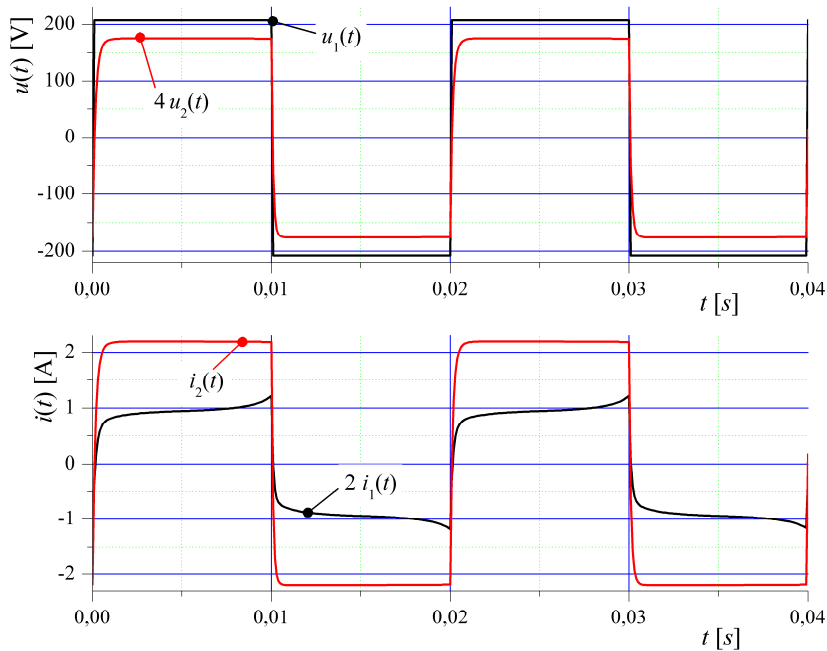
Obr. 2.4.2-1: Model transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou



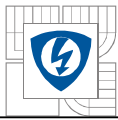
Obr. 2.4.2-2: Průběh napětí a proudů transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou ve stavu naprázdno



Obr. 2.4.2-3: Průběh napětí a proudů transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou při zatížení $R_z = 20 \text{ W}$



Obr. 2.4.2-4: Průběh napětí a proudů transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou s obdélníkovým primárním napětím při zatížení $R_z = 20 \text{ W}$



2.4.3 Model transformátoru *proudu* s nelineární magnetizační charakteristikou

Při odvozování rovnic popisující transformátor proudu s nelineární magnetizační charakteristikou postupujeme obdobně jako v předešlé kapitole, proto zde budou uvedeny pouze výsledné rovnice.

Vztah pro úbytek napětí na vstupní rozptylové indukčnosti $L_1(1 - k^2)$:

$$\Delta u_1(t) = \frac{N_1^2 S_{Fe}}{l_{Fe}} \frac{2(1-k^2)m_0 \sqrt{\frac{4m_0bc}{N_1 S_{Fe}} \left| \int u_1(t) dt \right| + \left[1 + m_0c - b \operatorname{sgn} \left(\int u_1(t) dt \right) \right]^2}}{\frac{b}{N_1 S_{Fe}} \left| \int u_1(t) dt \right| + m_0c - 1 + \sqrt{\frac{4m_0bc}{N_1 S_{Fe}} \left| \int u_1(t) dt \right| + \left[1 + m_0c - b \operatorname{sgn} \left(\int u_1(t) dt \right) \right]^2}} \frac{di_1(t)}{dt} \quad (2.4.3-1)$$

Převod transformátoru proudu nakrátko:

$$K_{I,21,K} = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \cdot k \frac{N_1}{N_2} \quad (2.4.3-2)$$

Magnetizační sekundární proud:

$$i_{2m}(t) = I_{m0} + \frac{l_{Fe}}{2m_0bN_2} \left[\frac{b \int u_2(t) dt}{N_2 S_{Fe}} - (1 + m_0c) + \operatorname{sgn} \left(\int u_2(t) dt \right) \sqrt{\frac{4m_0bc}{N_2 S_{Fe}} \left| \int u_2(t) dt \right| + \left[1 + m_0c - b \frac{\int u_2(t) dt}{N_2 S_{Fe}} \operatorname{sgn} \left(\int u_2(t) dt \right) \right]^2} \right] \quad (2.4.3-3)$$

Soustavu rovnic popisující transformátor proudu s nelineární magnetizační charakteristikou:

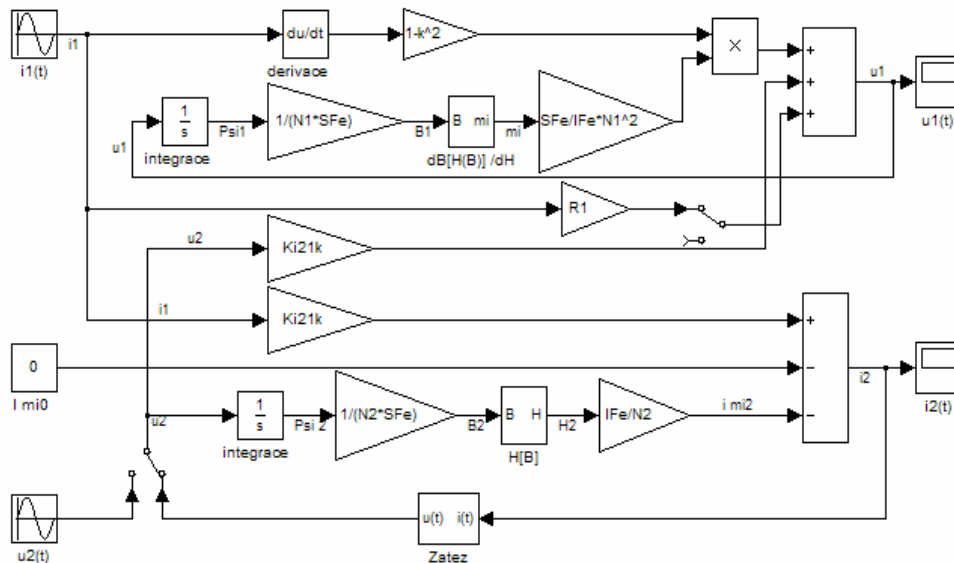
$$\begin{aligned} u_1(t) &= \overset{(2.4.3-1)}{\Delta u_1(t)} + \overset{(2.4.3-2)}{K_{I,21,K}} u_2(t) \\ i_2(t) &= \overset{(2.4.3-2)}{K_{I,21,K}} i_1(t) - \overset{(2.4.3-3)}{i_{2m}(t)} \end{aligned} \quad (2.4.3-4)$$

Při uvažování odporu primárního vinutí R_1 se primární napětí se transformuje vztahem $u_1(t) \rightarrow u_1(t) + R_1 i_1(t)$.

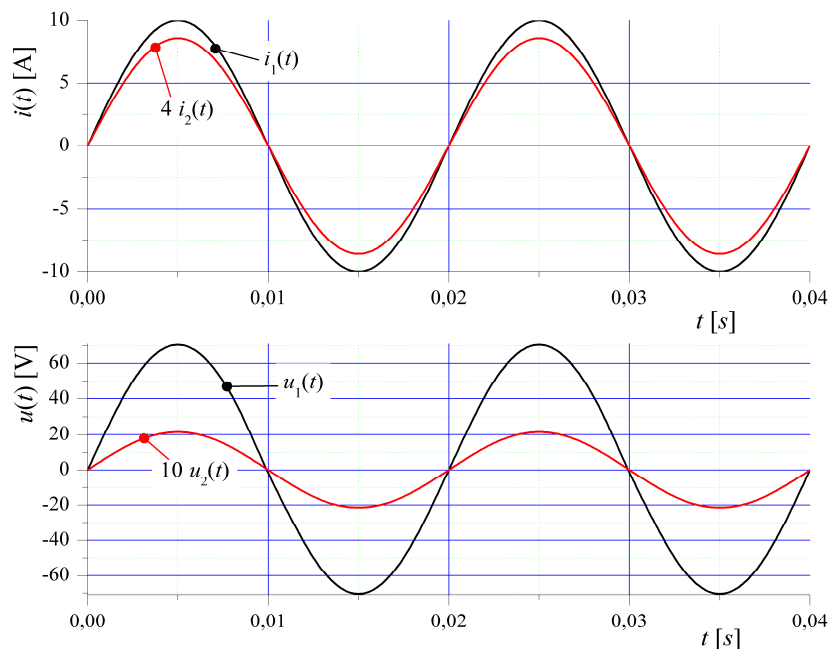
Sestavený model transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou je na Obr. 2.4.3-1. V modelu jsou užity stejné parametry jako u modelu transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou jenom s tím rozdílem, že byly prohozeny počty vodičů, tj. $N_1 = 137$ a $N_2 = 632$.

Na Obr. 2.4.3-2 je grafický průběh primárních a sekundárních napětí a proudů transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou při zatížení $R_z = 1 \Omega$.

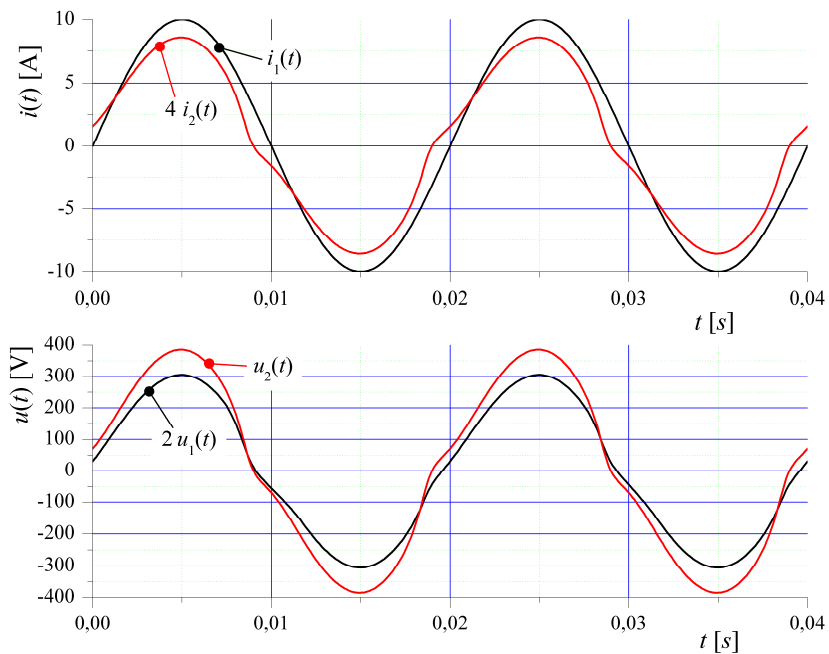
Na Obr. 2.4.3-3 a Na Obr. 2.4.3-4 jsou průběhy napětí a proudů při zatížení $R_z = 170 \Omega$, resp. $R_z = 120 \Omega$ pro sinusový, resp. obdélníkový primární proud. Je vidět, že sekundární napětí je mnohonásobně větší než při zatížení 1Ω , toto napětí transformátor značně přesycuje a výsledný magnetizační proud zdatelně deformuje zbylé průběhy napětí a proudů.



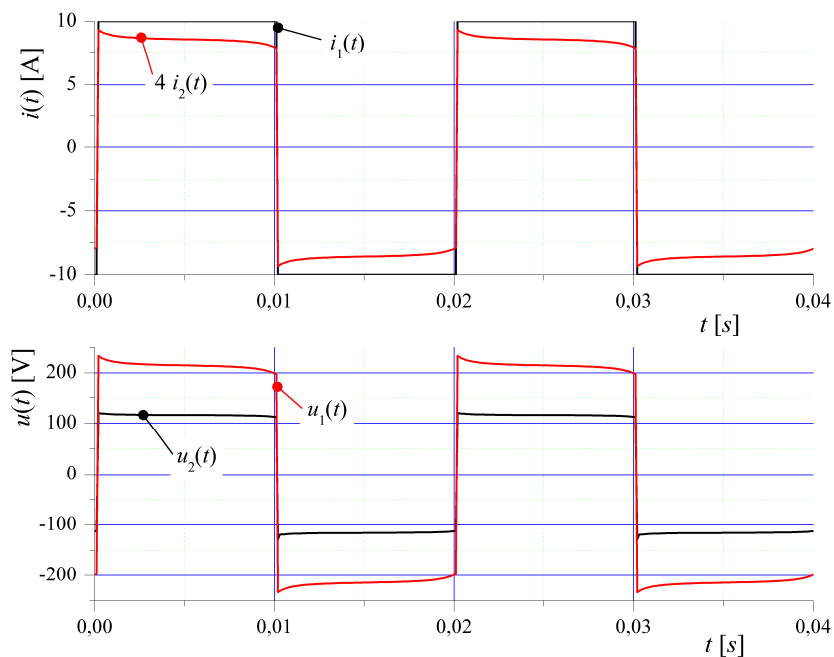
Obr. 2.4.3-1: Model transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou



Obr. 2.4.3-2: Průběh proudů a napětí transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou při zatížení $R_z = 1 \Omega$



Obr. 2.4.3-3: Průběh proudů a napětí transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou při zatížení $R_z = 170 \text{ W}$



Obr. 2.4.3-4: Průběh proudů a napětí transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou s obdélníkovým primárním proudem při zatížení $R_z = 120 \text{ W}$

3 ASYNCHRONNÍ MOTOR

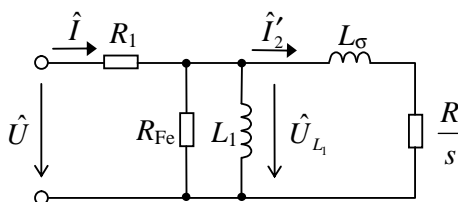
3.1 Náhradní zapojení asynchronního motoru ve tvaru G-článku

Jak je ukázáno v [2] platí:

- Pro každý lineární i nelineární pasivní obvod platí princip reciprocity, tj. matice Z a Y sestavené podle I. a II. Kirchhoffova zákona jsou symetrické podle hlavní diagonály.
- Každý přenosový dvojbran má pouze tři stupně volnosti, tj. v matici Z, resp. Y jsou pouze tři nezávislé parametry. Příkladem je obvodový model transformátoru *Obr. 2.1-1*, který je klasickým představitelem přenosového dvojbranu, upravením jeho Z matice do formy, která odpovídá matematickému modelu transformátoru napětí rovnice (2.3.1-2), je vidět, že matice má pouze tři nezávislé parametry a to primární indukčnost, výstupní rozptylovou indukčnost a napěťový přenos naprázdno.

Předcházející bod neřká kolik musí mít náhradní zapojení přenosového dvojbranu nezávislých parametrů, říká pouze to, jaký je jejich minimální počet pro přesný popis jeho chování.

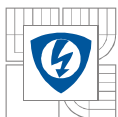
Z teorie asynchronních motorů a transformátorů plyne, že principiálně se jedná o dva totožné stroje, jenom jinak uspořádané. Samozřejmě jejich funkce jsou absolutně rozdílné, asynchronní motor slouží k přeměně elektrické energie na mechanickou, zatímco transformátor slouží k přeměně parametrů (napětí a proudů) elektrické energie. Z toho plyne, že si lze asynchronní motor představit jako jistou formu přenosového dvojbranu, tj. má pouze tři stupně volnosti, tj. jeho základní náhradní zapojení bude mít tvar Γ -článku *Obr. 3.1-1*, protože většina asynchronních motorů je napájena ze zdroje napětí, v žádném případě T-článku. V klasické literatuře např. [4] se tak jako tak při odvozování momentové charakteristiky úmyslně přechází z T-článku na Γ -článek ovšem nekorektním způsobem, v [3] je ukázáno jakým způsobem korektně převést T-článek na Γ -článek a naopak.



Obr. 3.1-1: Náhradní zapojení jedné fáze asynchronního motoru ve tvaru G-článku

Význam jednotlivých parametrů:

- \hat{U} statorové napětí
 \hat{I} statorový proud



R_1	odpor statorového vinutí
\hat{U}_{L_1}	napětí na hlavní indukčnosti
R_{Fe}	odpor respektující ztráty v železe
\hat{I}'_2	přepočtená hodnota rotorového proudu na stranu statoru
L_1	indukčnost statorového vinutí
L_σ	rozptylová indukčnost
R	odpor rotorového vinutí přepočtený na stranu statoru
s	skluz

V dalším textu zavedeme pro libovolný parametr A (napětí, proud a impedanci) toto označení:

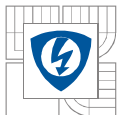
- \hat{A} komplexní hodnota parametru A ,
- $A \equiv |\hat{A}|$ absolutní hodnota parametru A ,
- j_A fázový posuv parametru A .

3.2 Parametry asynchronního motoru

Parametry asynchronního motoru AOM090L02-016 byly převzaty od Ing. Josefa Bělouška.

Štítkové a identifikované parametry motoru AOM090L02-016 jsou:

- jmenovitý výkon $P = 2,2$ kW
- jmenovité napájecí napětí $U = 400$ V – Y
- počet pólových dvojic $2p = 2$
- jmenovitý napájecí kmitočet $f = 50$ Hz
- odpor vinutí statoru $R_1 = 2,84$ Ω
- odpor rotoru přepočítaný na stator $R = 2,17$ Ω
- odpor respektující ztráty v železe $R_{Fe} = 905$ Ω
- indukčnost statoru $L_1 = 0,42$ H
- rozptylová indukčnost $L_\sigma = 20,43$ mH



3.3 Mechanické poměry v asynchronním motoru

Z principu činnosti asynchronního motoru je zřejmé, že v obvodu rotoru a statoru jsou rozdílné kmitočty napětí a proudů. Pro asynchronní motor, který je napájen ze střídavého zdroje napětí o kmitočtu f , můžeme definovat elektrický úhlový kmitočet:

$$\omega = 2\pi f, \quad (3.3-1)$$

kde ω elektrický úhlový kmitočet statoru,
 f kmitočet.

Mechanická úhlová rychlost statorového magnetického pole ve vzduchové mezeře je dána vztahem:

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p}, \quad (3.3-2)$$

kde Ω_s mechanická úhlová rychlost statorového magnetického pole,
 p počet pólových dvojic.

Hřídel rotoru se otáčí mechanickou úhlovou rychlostí rotoru Ω_m , která je menší než Ω_s a platí:

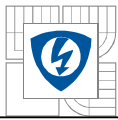
$$\Omega_m = \Omega_s(1 - s), \quad (3.3-3)$$

kde Ω_m mechanická úhlová rychlost rotoru,
 s skluz.

V obvodu rotoru je elektrický úhlový kmitočet rotoru, daný vztahem:

$$\Omega_r = \Omega_s - \Omega_m = s\Omega_s, \quad (3.3-4)$$

kde Ω_r elektrický úhlový kmitočet rotoru, skluzový kmitočet.



3.4 Statorový proud asynchronního motoru v závislosti na skluzu

Při určení statorového proudu vycházíme z přímo z Ohmova zákona, tj. proud statoru vypočítáme jako podíl statorového napětí a celkové impedance obvodu podle Obr. 3.1-1.

Pro zjednodušení zápisu si zavedeme symbol paralelní kombinace // definován jako:

$$A // B // C // \dots = (A^{-1} + B^{-1} + C^{-1} + \dots)^{-1} \quad (3.4-1)$$

Celková impedance jedné fáze náhradního obvodu asynchronního motoru:

$$\begin{aligned} \hat{Z} &= \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = R_1 + (R_{Fe}) // (j \omega L_1) // \left(\frac{R}{s} + j \omega L_s \right) = \\ &= \frac{R_1 R_{Fe} R + j \omega L_1 R_{Fe} \left[R_1 s \left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) + R \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \right] - s \omega^2 L_1 L_s R_{Fe} \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right)}{R_{Fe} R + j \omega L_1 R_{Fe} s \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) + j \omega L_1 R - s \omega^2 L_1 L_s} \end{aligned} \quad (3.4-2)$$

Z čehož okamžitě plyne vztah pro statorový proud v závislosti na skluzu

$$\hat{I} = \frac{R_{Fe} R + j \omega L_1 R_{Fe} s \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) + j \omega L_1 R - s \omega^2 L_1 L_s}{R_1 R_{Fe} R + j \omega L_1 R_{Fe} \left[R_1 s \left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) + R \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \right] - s \omega^2 L_1 L_s R_{Fe} \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right)} \hat{U} \quad (3.4-3)$$

Absolutní hodnota statorového proudu:

$$I = U \sqrt{\frac{\left[\frac{\omega}{R_{Fe}} + \left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) \frac{\omega}{R} s \right]^2 + \left[\frac{\omega^2 L_s}{R_{Fe} R} s - \frac{1}{L_1} \right]^2}{\left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) \frac{R_1 \omega}{R} s + \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \omega \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \frac{\omega^2 L_s}{R} s - \frac{R_1}{L_1} \right]^2}} \quad (3.4-4)$$

Fázový posuv statorového proudu:

$$j = \arctan \frac{\frac{\omega^2 L_s}{R_{Fe} R} s - \frac{1}{L_1}}{\frac{\omega}{R_{Fe}} + \left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) \frac{\omega}{R} s} - \arctan \frac{\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \frac{\omega^2 L_s}{R} s - \frac{R_1}{L_1}}{\left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) \frac{R_1 \omega}{R} s + \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \omega} \quad (3.4-5)$$



3.5 Momentová charakteristika asynchronního motoru v závislosti na skluzu

Celkový příkon P_1 dodávaný asynchronnímu motoru se rozdělí na ztráty ve vinutí statoru P_{j1} , ztráty v železe P_{Fe} a výkon P_δ prostupující vzduchovou mezerou jako výkon točivého pole. V rotoru se tento výkon dělí na elektrický výkon hradic ztráty ve vinutí rotoru P_{j2} a mechanické ztráty P_m . Potom moment asynchronního motoru určíme z rovnosti přenášeného výkonu vzduchovou mezerou a činného výkonu spotřebovaném na odporu rotorového vinutí při zanedbání mechanických ztrát:

$$P_d = M \frac{\omega}{p} = m \frac{R}{s} I_2'^2, \quad (3.5-1)$$

kde P_δ výkon přenášený vzduchovou mezerou,
 M moment asynchronního motoru,
 m počet fází stroje.

Přepočtenou hodnotu rotorového proudu na stranu statoru \hat{I}'_2 zjistíme následujícím způsobem: určíme napětí \hat{U}_{L1} z něhož vypočteme proud \hat{I}'_2 procházející sériovou kombinací L_σ a R/s . Napětí na primární indučnosti je dáno vztahem:

$$\begin{aligned} \hat{U}_{L1} &= \hat{U} \frac{(R_{Fe}) // (j\omega L_1) // \left(\frac{R}{s} + j\omega L_s \right)}{R_1 + (R_{Fe}) // (j\omega L_1) // \left(\frac{R}{s} + j\omega L_s \right)} = \\ &= \hat{U} \frac{j\omega L_1 R_{Fe} R - s\omega^2 L_1 L_s R_{Fe}}{R_1 R_{Fe} R + j\omega L_1 R_{Fe} \left[R_1 s \left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) + R \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \right] - s\omega^2 L_1 L_s R_{Fe} \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right)} \end{aligned} \quad (3.5-2)$$

Potom přepočtený proud rotoru na stator je dán výrazem:

$$\hat{I}'_2 = \frac{\hat{U}_{L1}}{j\omega L_s + \frac{R}{s}}, \quad (3.5-3)$$

jeho absolutní hodnota je:

$$I_2' = \frac{Us}{\sqrt{\left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) R_1 \omega s + \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) R \omega \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) \omega^2 s L_s - \frac{R_1 R}{L_1} \right]^2}}. \quad (3.5-4)$$



Dosažením předchozího vztahu do rovnice (3.4-1) získáváme vztah pro moment asynchronního motoru v závislosti na skluzu:

$$M = \frac{3U^2 R p w s}{\sqrt{\left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right) R_1 w s + \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) R w \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) w^2 s L_s - \frac{R_1 R}{L_1} \right]^2}} \quad (3.5-5)$$

3.6 Porovnání měřené a vypočtené momentové charakteristiky

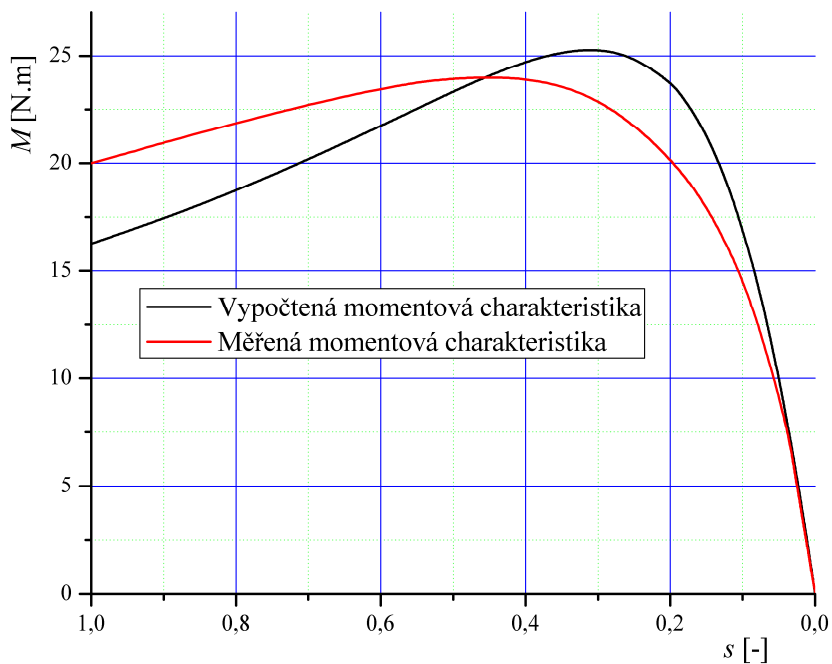
Na *Obr. 3.6-1* je provedeno porovnání vypočtené a naměřené momentové charakteristiky asynchronního motoru AOM090L02-016. Měření momentové charakteristiky provedl Ing. Josef Běloušek.

Je zřejmé, že do skluzu 0,05 se jedná o naprosto totožné křivky, dále již je jejich průběh rozdílný. Vysvětlení této odlišnosti je prosté, pomineme-li možné chyby při identifikaci jednotlivých parametrů, při zkoušce na dynamometru je motor zatěžován, tj. tečou vinutími několikanásobně větší proudy než ve stavu naprázdno, tj. vinutí statoru i rotoru se ohřívají, tj. rostou odpory rotoru i statoru. V kapitole 4.4 bude názorně ukázáno jaký vliv na momentovou charakteristiku mají jednotlivé parametry.

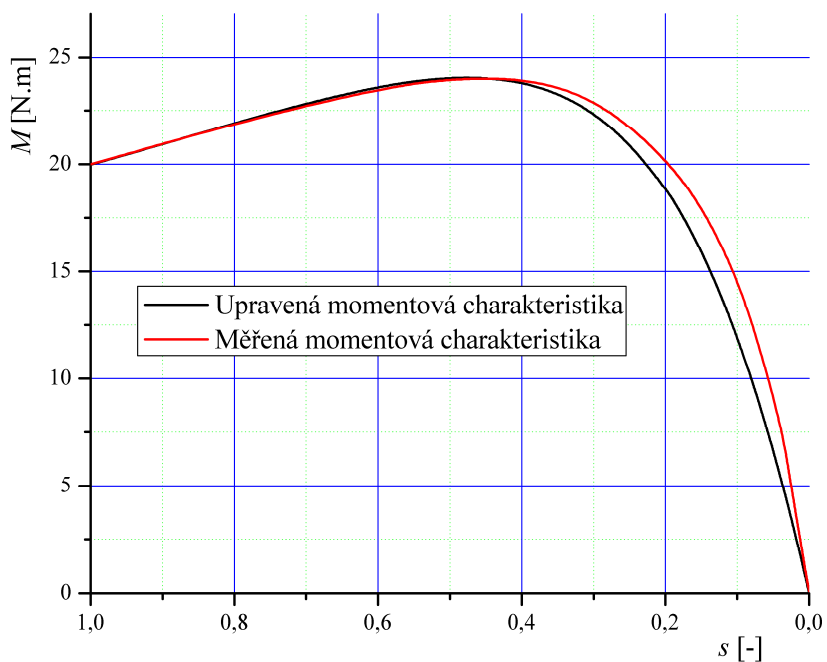
Konkrétně stačí změnit odpor statorového vinutí podle vztahu $R_1 \rightarrow R_1 + 0,36 \Omega$, odpor rotorového vinutí podle vztahu $R \rightarrow R + 1,25 \Omega$ a upravená momentová charakteristika bude mít tvar podle *Obr. 3.6-2*.

Pro rozsah skluzu 0,05 až 0,4 nelze určit jednu hodnotu změny odporu rotorového a statorového vinutí, je třeba tento úsek rozdělit na menší části a pro každou část určit odpory R_1 a R zvlášť.

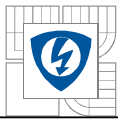
Je třeba poznamenat, že pro přesné porovnání teoretické momentové charakteristiky podle rovnice (3.5-5) a měřené charakteristiky by muselo měření probíhat jiným způsobem než na dynamometru, při kterém se motor značně ohřívá, tj. rostou mu odpory statorového a rotorového vinutí.



Obr. 3.6-1: Vypočtená a měřená momentová charakteristika asynchronního motoru



Obr. 3.6-2: Upravená a měřená momentová charakteristika asynchronního motoru



4 VÝPOČET UŽITNÝCH VLASTNOSTÍ A PARAMETRŮ ASYNCHRONNÍHO MOTORU

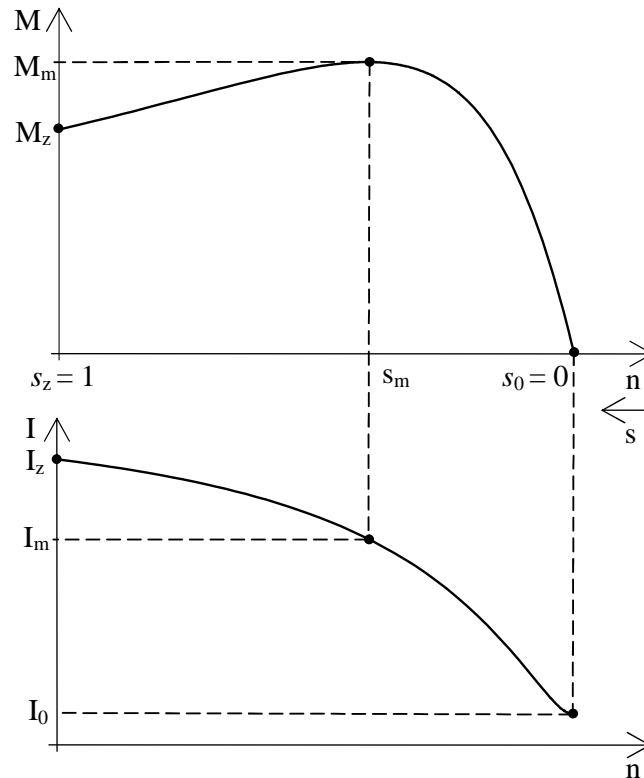
Mezi základní vlastnosti a parametry asynchronního motoru patří:

- Momentová charakteristika asynchronního motoru v závislosti na skluzu.
- Statorový proud asynchronního motoru v závislosti na skluzu.
- Moment a statorový proud při skluzu nula.
- Moment a statorový proud při skluzu zvratu.
- Moment a statorový proud při skluzu jedna.

Pro názornost jsou všechny tyto charakteristiky a body vyznačeny na *Obr. 4-1*.

Mezi další užité charakteristiky patří citlivost momentové charakteristiky na změnu jednotlivých parametrů:

- Citlivost momentu na odpor vyjadřující ztráty v železe.
- Citlivost momentu na odpor statorového vinutí.
- Citlivost momentu na odpor rotorového vinutí.
- Citlivost momentu na indukčnost statorového vinutí.
- Citlivost momentu na rozptylovou indukčnost.
- Citlivost momentu na oteplení statorového vinutí.
- Citlivost momentu na oteplení rotorového vinutí.
- Citlivost momentu na oteplení statorového i rotorového vinutí.



Obr. 4-1: Momentová a proudová charakteristika asynchronního motoru

4.1 Moment a statorový proud při skluzu nula

Ve stavu naprázdno se rotor otáčí téměř synchronními otáčkami, tj. skluz je přibližně nulový, proto do rovnice momentové charakteristiky (3.4-5), resp. do rovnice (3.3-4) pro statorový proud dosadíme $s = 0$, potom dostaneme moment naprázdno M_0 a statorový proud naprázdno I_0 :

$$M_0 = 0, \quad (4.1-1)$$

$$I_0 = U \sqrt{\frac{\frac{w^2}{R_{fe}^2} + \frac{1}{L_1^2}}{\left(1 + \frac{R_1}{R_{fe}}\right)^2 w^2 + \frac{R_1^2}{L_1^2}}}. \quad (4.1-2)$$

Při stavu naprázdno má asynchronní motor nulový moment, což je logické vzhledem k tomu, že při synchronních otáčkách se v rotoru neindukuje žádné napětí, tj. neprochází žádný rotorový proud, tj. nevzniká žádné magnetické pole působící proti magnetickému poli statoru, tj. nevzniká žádný vnitřní moment stroje.



4.2 Moment a satorový proud při skluzu zvratu

Skluz momentu zvratu určíme jako lokální extrém momentové charakteristiky, tj. rovnici (3.4-5) derivujeme podle skluzu, výsledek položíme rovný nule a určíme skluz zvratu.

$$\frac{\partial M[s]}{\partial s} = 0 \quad (4.2-1)$$

Řešením získáváme vztah pro skluz zvratu:

$$s_m = \pm \frac{R}{w} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right)^2 w^2 + \frac{R_1^2}{L_1^2}}{\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right)^2 w^2 L_s^2 + \left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right)^2 R_1^2}}, \quad (4.2-2)$$

kde s_m skluz zvratu. Kladné znaménko platí pro motorický chod asynchronního stroje, záporné pro generátorický chod.

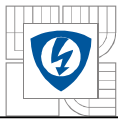
Hodnotu momentu zvratu, resp. jeho satorového proudu vypočteme tak, že skluz zvratu rovnice (4.2-2) dosadíme do rovnice momentové charakteristiky (3.4-5), resp. do rovnice (3.3-4) pro satorový proud.

4.3 Moment a satorový proud při skluzu jedna

Motor má záběrový moment při rozběhu, tj. nulových otáčkách rotoru, tj. skluzu rovném jedné. Proto pro získání vztahů popisující chování motoru v záběrném stavu stačí do rovnic pro moment (3.4-5) a pro satorový proud (3.3-4) dosadit za skluz jedničku.

$$M_z = \frac{3U^2 R p w}{\sqrt{\left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) R_1 w + \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) R w\right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) w^2 L_s - \frac{R_1 R}{L_1}\right]^2}} \quad (4.3-1)$$

$$I_z = U \sqrt{\frac{\left[\frac{w}{R_{Fe}} + \left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) \frac{w}{R}\right]^2 + \left[\frac{w^2 L_s}{R_{Fe} R} - \frac{1}{L_1}\right]^2}{\left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) \frac{R_1 w}{R} + \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) w\right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) \frac{w^2 L_s}{R} - \frac{R_1}{L_1}\right]^2}} \quad (4.3-2)$$



4.4 Citlivostní analýza momentové charakteristiky pro všechny parametry náhradního zapojení ASM ve tvaru G-článku

Citlivostí momentu se rozumí to, jaký vliv na hodnotu momentu má změna parametrů vyskytujících se v náhradním zapojení asynchronního motoru, např. změna odporu statorového vinutí, oteplení rotorového vinutí, atd. Citlivost momentu na libovolně zvolenou veličinu vypočteme tak, že rovnici momentové charakteristiky (3.4-5) derivujeme podle zvolené veličiny, tím získáme směrnici přímkou pro libovolný bod momentové charakteristiky, kterou takto v úzkém okolí zvoleného bodu linearizujeme.

4.4.1 Citlivost momentu na odpor statorového vinutí.

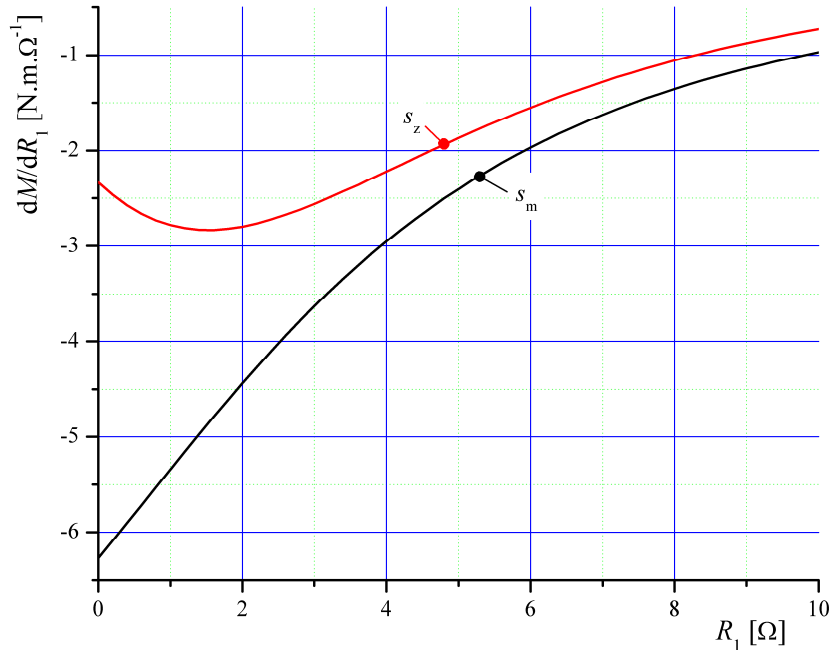
Citlivost momentu na odpor statorového vinutí R_1 určíme jako derivaci rovnice momentové charakteristiky (3.4-5) podle odporu R_1 .

$$\frac{\partial M}{\partial R_1} = -6p R s U^2 w \cdot \frac{\left[\frac{R}{R_{Fe}} + \left(1 + \frac{L_1}{L_s}\right) s \right] w^2 \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) R + \left(1 + \frac{L_1}{L_s}\right) R_1 s \right] + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right] \left(\frac{L_s s w^2}{R_{Fe}} - \frac{R}{L_1} \right)}{\left[\left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) R w + \left(1 + \frac{L_1}{L_s}\right) R_1 s w \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right]^2 \right]} \quad (4.4.1-1)$$

Nedopustíme se velké chyby pokud zanedbáme R_1/R_{Fe} a L_s/L_1 vůči jedničce, potom dostáváme:

$$\frac{\partial M}{\partial R_1} = -6p R s U^2 w \frac{\left(\frac{R}{R_{Fe}} + s \right) w^2 (R + R_1 s) + \left(L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right) \left(\frac{L_s s w^2}{R_{Fe}} - \frac{R}{L_1} \right)}{\left[(R w + R_1 s w)^2 + \left(L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right)^2 \right]} \quad (4.4.1-2)$$

Grafické znázornění citlivosti momentu na odpor statorového vinutí podle rovnice (4.4.1-1) pro moment zvratu a záběrový moment je na *Obr. 4.4.1-1*.



Obr. 4.4.1-1: Citlivost momentu na odpor statorového vinutí

Příklad použití citlivosti momentu na odpor statorového vinutí:

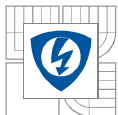
Pro statorový odpor $R_1 = 2,84 \Omega$ je citlivost pro změnu momentu zvratu rovna $dM/dR_1 = -3,75 \text{ N.m.}\Omega^{-1}$ (odečteno z Obr. 4.4.1-1), tj. při nárůstu odporu o $0,36 \Omega$ by měl moment zvratu poklesnout o $1,35 \text{ N.m.}$ Z Obr. 3.6-1 plyne, že moment poklesl o $1,3 \text{ N.m.}$, což plně souhlasí. Vzniklý rozdíl je způsoben tím, že citlivost momentu na odpor statorového vinutí není konstantní.

4.4.2 Citlivost momentu na odpor rotorového vinutí.

Citlivost momentu na odpor rotorového vinutí R určíme jako derivaci rovnice momentové charakteristiky (3.4-5) podle odporu R .

$$\frac{\partial M}{\partial R} = \frac{-6pRsU^2w \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) w^2 \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) R + \left(1 + \frac{L_1}{L_s}\right) R_1 s \right] - \frac{R_1}{L_1} \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) L_s s w^2 - \frac{RR_1}{L_1} \right] \right]}{\left[\left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) R w + \left(1 + \frac{L_1}{L_s}\right) R_1 s w \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) L_s s w^2 - \frac{RR_1}{L_1} \right]^2 \right]} \quad (4.4.2-1)$$

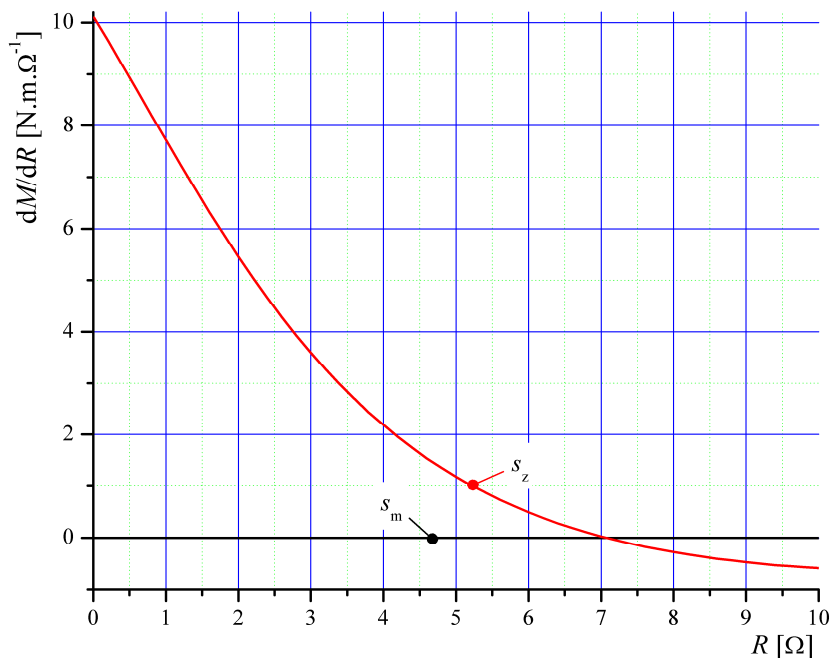
$$= \frac{3psU^2w}{\left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) R w + \left(1 + \frac{L_1}{L_s}\right) R_1 s w \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) L_s s w^2 - \frac{RR_1}{L_1} \right]^2}$$



Nedopustíme se velké chyby pokud zanedbáme R_1/R_{Fe} a L_s/L_1 vůči jedničce, potom dostáváme:

$$\frac{\partial M}{\partial R} = \frac{-6pRsU^2w \left[w^2(R+R_1s) - \frac{R_1}{L_1} \left(L_s s w^2 - \frac{RR_1}{L_1} \right) \right]}{\left[(Rw+R_1sw)^2 + \left(L_s s w^2 - \frac{RR_1}{L_1} \right)^2 \right]^2} - \frac{3psU^2w}{(Rw+R_1sw)^2 + \left(L_s s w^2 - \frac{RR_1}{L_1} \right)^2} \quad (4.4.2-2)$$

Grafické znázornění citlivosti momentu na odpor rotorového vinutí podle rovnice (4.4.2-1) pro moment zvratu a záběrový moment je na *Obr. 4.4.2-1*. Je dobře vidět, že hodnota záběrového momentu se se změnou rotorového odporu nemění.



Obr. 4.4.2-1: Citlivost momentu na odpor rotorového vinutí

4.4.3 Citlivost momentu na odpor vyjadřující ztráty v železe.

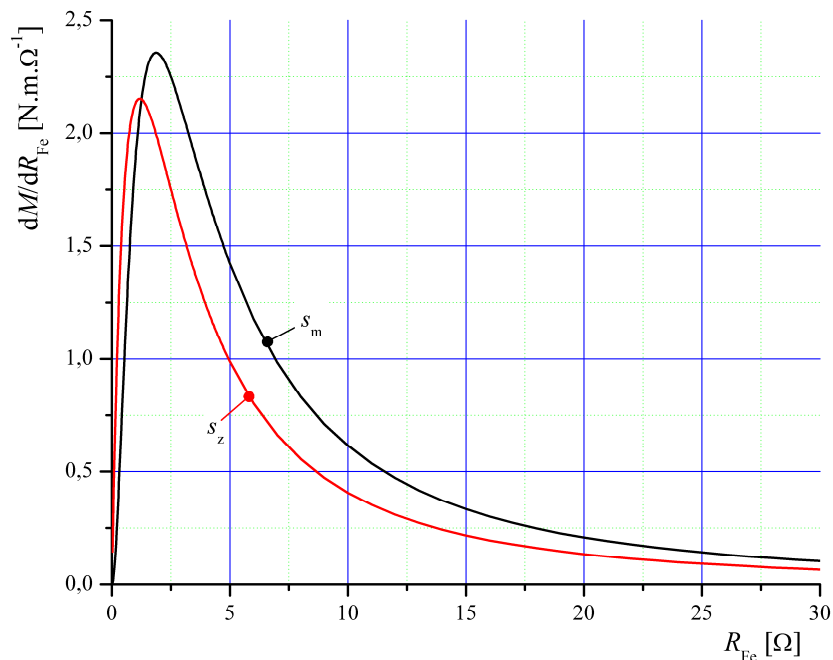
Citlivost momentu na odpor vyjadřující ztráty v železe R_{Fe} určíme jako derivaci rovnice momentové charakteristiky (3.4-5) podle odporu R_{Fe} .

$$\frac{\partial M}{\partial R_{Fe}} = 6p \frac{R R_1}{R_{Fe}^2} s U^2 w^3 \cdot \frac{R \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) R + \left(1 + \frac{L_1}{L_s} \right) R_1 s \right] + L_s s \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right]}{\left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) R w + \left(1 + \frac{L_1}{L_s} \right) R_1 s w \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right]^2} \quad (4.4.3-1)$$

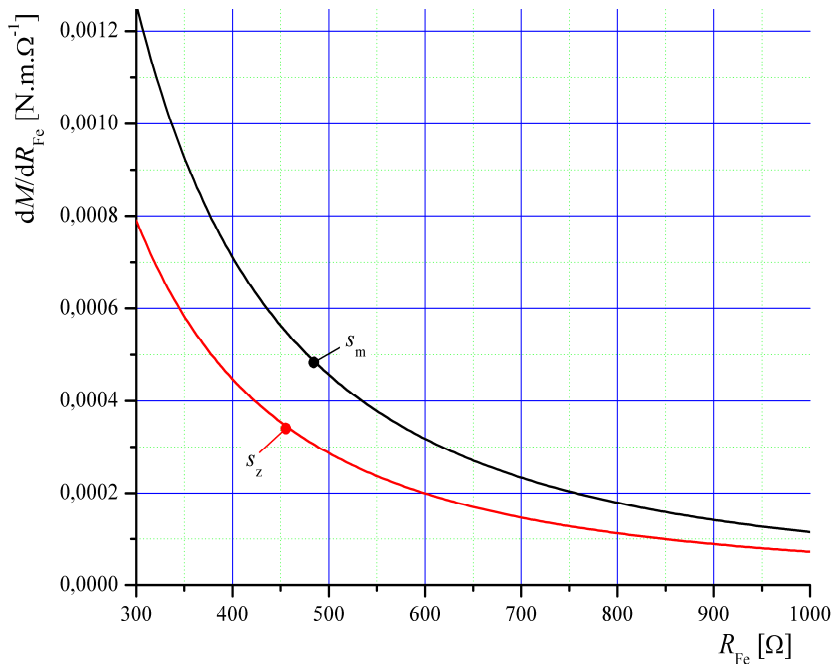
Nedopustíme se velké chyby pokud zanedbáme R_1/R_{Fe} a L_s/L_1 vůči jedničce, potom dostáváme:

$$\frac{\partial M}{\partial R_F} = 6p \frac{R R_1}{R_{Fe}^2} s U^2 w^3 \frac{R(R + R_1 s) + L_s s \left(L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right)}{\left[(R w + R_1 s w)^2 + \left(L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right)^2 \right]} \quad (4.4.3-2)$$

Grafické znázornění citlivosti momentu na odpor vyjadřující ztráty v železe podle rovnice (4.4.3-1) pro moment zvratu a záběrový moment je na *Obr. 4.4.3-1* a *Obr. 4.4.3-2*. Je vidět, že pro velké hodnoty odporu R_{Fe} lze změny jím způsobené na momentové charakteristice zanedbat.



Obr. 4.4.3-1: Citlivost momentu na odpor vyjadřující ztráty v železe ($R_{Fe} = 0 \div 30 \text{ W}$)



Obr. 4.4.3-1: Citlivost momentu na odpor vyjadřující ztráty v železe ($R_{Fe} = 300 \div 1000 \text{ W}$)

4.4.4 Citlivost momentu na indukčnost statorového vinutí.

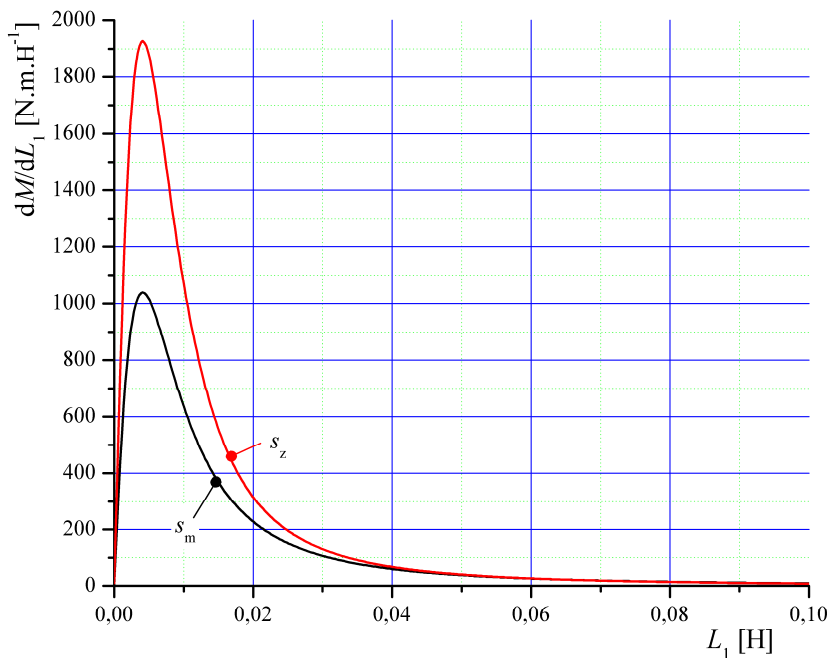
Citlivost momentu na indukčnost statorového vinutí L_1 určíme jako derivaci rovnice momentové charakteristiky (3.4-5) podle indukčnosti L_1 .

$$\frac{\partial M}{\partial L_1} = 6p \frac{R R_1}{L_1^2} s U^2 w \cdot \frac{L_s s w^2 \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) R + \left(1 + \frac{L_1}{L_s} \right) R_1 s \right] - R \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right]}{\left[\left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) R w + \left(1 + \frac{L_1}{L_s} \right) R_1 s w \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}} \right) L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right]^2 \right]^2} \quad (4.4.4-1)$$

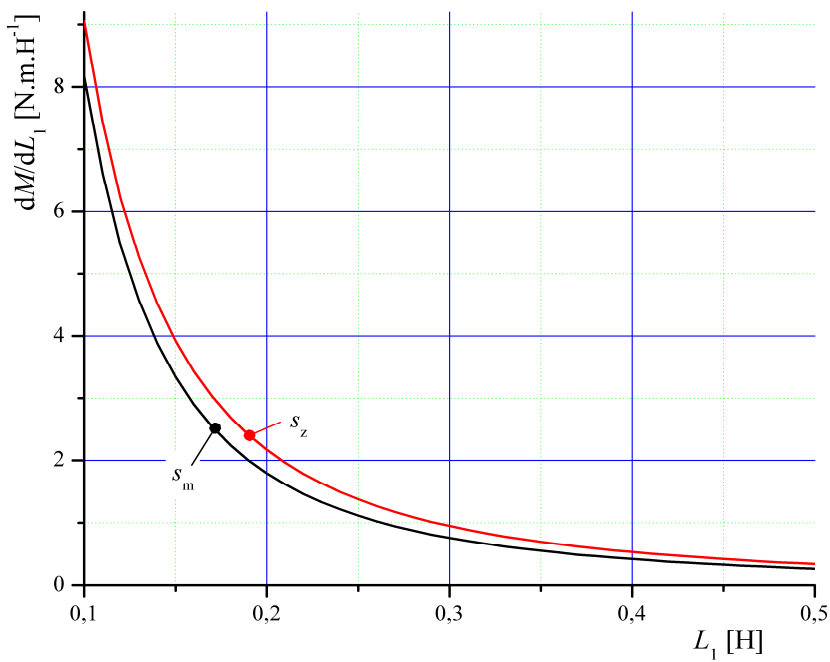
Nedopustíme se velké chyby pokud zanedbáme R_1/R_{Fe} a L_s/L_1 vůči jedničce, potom dostáváme:

$$\frac{\partial M}{\partial L_1} = 6p \frac{R R_1}{L_1^2} s U^2 w \frac{L_s s w^2 (R + R_1 s) - R \left(L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right)}{\left[(R w + R_1 s w)^2 + \left(L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right)^2 \right]^2} \quad (4.4.4-2)$$

Grafické znázornění citlivosti momentu na indukčnost statorového vinutí podle rovnice (4.4.4-1) pro moment zvratu a záběrový moment je na *Obr. 4.4.4-1* a na *Obr. 4.4.4-2*.



Obr. 4.4.4-1: Citlivost momentu na indukčnost statorového vinutí ($L_1 = 0 \div 0,1$ H)



Obr. 4.4.4-2: Citlivost momentu na odpor statorového vinutí ($L_1 = 0,1 \div 0,5$ H)

4.4.5 Citlivost momentu na rozptylovou indukčnost.

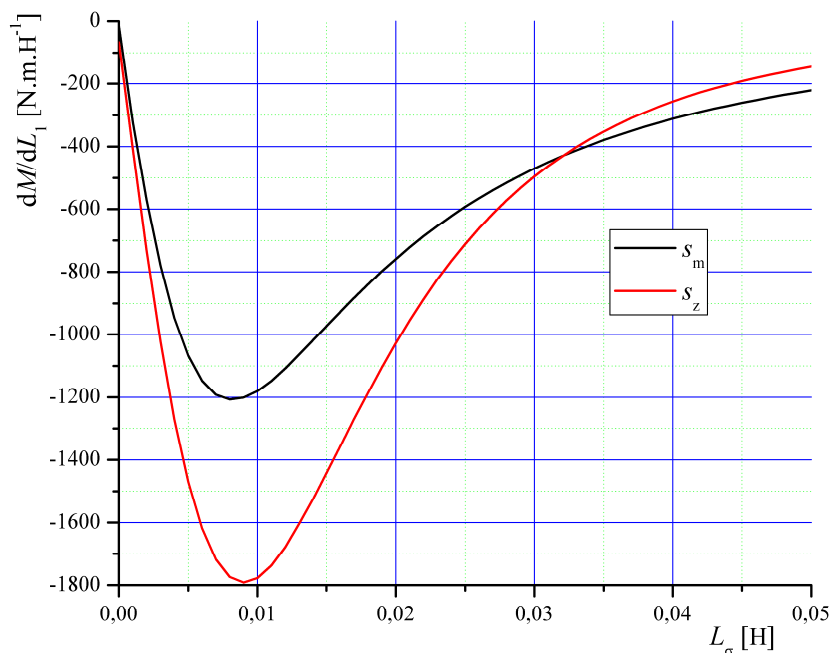
Citlivost momentu na rozptylovou indukčnost L_σ určíme jako derivaci rovnice momentové charakteristiky (3.4-5) podle indukčnosti L_σ .

$$\frac{\partial M}{\partial L_s} = -6p R s^2 U^2 w^3 \cdot \frac{\frac{R_1}{L_1} \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{fe}} \right) R + \left(1 + \frac{L_1}{L_s} \right) R_1 s \right] + \left(1 + \frac{R_1}{R_{fe}} \right) \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{fe}} \right) L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right]}{\left[\left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{fe}} \right) R w + \left(1 + \frac{L_1}{L_s} \right) R_1 s w \right]^2 + \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_{fe}} \right) L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right]^2 \right]} \quad (4.4.5-1)$$

Nedopustíme se velké chyby pokud zanedbáme R_1/R_{fe} a L_s/L_1 vůči jedničce, potom dostáváme:

$$\frac{\partial M}{\partial L_s} = -6p R s^2 U^2 w^3 \frac{\frac{R_1}{L_1} (R + R_1 s) + \left(L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right)}{\left[(R w + R_1 s w)^2 + \left(L_s s w^2 - \frac{R R_1}{L_1} \right)^2 \right]} \quad (4.4.5-2)$$

Grafické znázornění citlivosti momentu na rozptylovou indukčnost podle rovnice (4.4.5-1) pro moment zvratu a záběrový moment je na Obr. 4.4.5-1.



Obr. 4.4.5-1: Citlivost momentu na rozptylovou indukčnost



4.5 Citlivostní analýza momentové charakteristiky na oteplení statorového a rotorového vinutí

Citlivostí momentu na oteplení vinutí rozumíme to, jakým způsobem se změní momentová charakteristika se změnou oteplení jednotlivých vinutí, tj. jakým způsobem se změní při změně odporu vinutí vlivem jeho oteplení.

Závislost statorového, resp. rotorového odporu vinutí na teplotě uvažujeme lineární a to v podobě:

$$R_1 = R_{10}(1 + a \Delta T), \quad (4.5-1)$$

$$R = R_0(1 + a \Delta T), \quad (4.5-2)$$

kde R_1, R odpor statorového, resp. rotorového vinutí při oteplení ΔT ,
 R_{10}, R_0 odpor statorového, resp. rotorového vinutí při počáteční teplotě,
 a teplotní součinitel odporu, pro měď $1/234,5 \text{ K}^{-1}$ a pro hliník $1/244 \text{ K}^{-1}$,
 ΔT oteplení.

Pro analýzu momentové charakteristiky na teplotě předpokládáme, že oteplení ΔT je v celém objemu vinutí stejné.

4.5.1 Citlivost momentu na oteplení statorového vinutí.

Citlivost momentu na oteplení statorového vinutí vypočítáme podle vztahu:

$$\frac{\partial M[R_1(\Delta T)]}{\partial \Delta T} = \frac{\partial M[R_1]}{\partial R_1} \frac{\partial R_1[\Delta T]}{\partial \Delta T} \quad (4.5.1-1)$$

Po provedení této derivace a úpravě dostáváme:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M[R_1(\Delta T)]}{\partial \Delta T} = & 6pR_s U^2 a w R_{10} \left\{ w^2 \left[\frac{R}{R_{fe}} + \left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) s \right] \left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) R_{10} s (1 + a \Delta T) + R \left(1 + \frac{R_{10}(1 + a \Delta T)}{R_{fe}}\right) \right] + \right. \\ & \left. + \left[\frac{L_s s w^2}{R_{fe}} - \frac{R}{L_1} \right] \left[\left(1 + \frac{R_{10}(1 + a \Delta T)}{R_{fe}}\right) L_s s w^2 - \frac{R R_{10}(1 + a \Delta T)}{L_1} \right] \right\} \\ = & \frac{\left[\left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) R_{10} (1 + a \Delta T) s w + R \left(1 + \frac{R_{10}(1 + a \Delta T)}{R_{fe}}\right) w \right]^2 + \left[L_s \left(1 + \frac{R_{10}(1 + a \Delta T)}{R_{fe}}\right) s w^2 - \frac{R R_{10}(1 + a \Delta T)}{L_1} \right]^2 \right]^2} \end{aligned} \quad (4.5.1-2)$$



Nedopustíme se velké chyby pokud zanedbáme R_1/R_{Fe} a L_s/L_1 vůči jedničce, potom dostáváme:

$$\frac{\partial M[R_1(\Delta T)]}{\partial \Delta T} = \frac{6pRsU^2 awR_{10} \left\{ w^2 \left(\frac{R}{R_{Fe}} + s \right) R_{10}s(1+a\Delta T) + R \right\} + \left(\frac{L_s s w^2}{R_{Fe}} - \frac{R}{L_1} \right) \left[L_s s w^2 - \frac{RR_{10}(1+a\Delta T)}{L_1} \right]}{\left[R_{10}(1+a\Delta T)sw + R_0w \right]^2 + \left[L_s s w^2 - \frac{RR_{10}(1+a\Delta T)}{L_1} \right]^2} \quad (4.5.1-3)$$

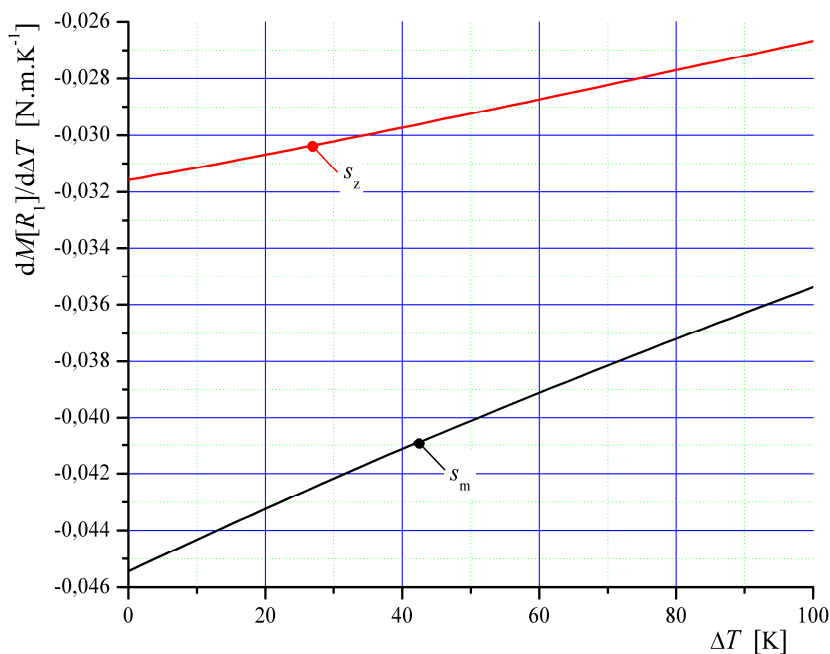
Ve smyslu předchozích rovnic je třeba upravit i vztah pro skluz zvratu (3.5-2):

$$s_m = \pm \frac{R}{w} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{R_{10}(1+a\Delta T)}{R_{Fe}} \right)^2 w^2 + \frac{[R_{10}(1+a\Delta T)]^2}{L_1^2}}{\left(1 + \frac{R_{10}(1+a\Delta T)}{R_{Fe}} \right)^2 w^2 L_s^2 + \left(1 + \frac{L_s}{L_1} \right)^2 [R_{10}(1+a\Delta T)]^2}}, \quad (4.5.1-4)$$

resp.

$$s_m = \pm \frac{R}{wL_1} \sqrt{\frac{w^2 L_1^2 + [R_{10}(1+a\Delta T)]^2}{w^2 L_s^2 + [R_{10}(1+a\Delta T)]^2}}. \quad (4.5.1-5)$$

Grafické znázornění citlivosti momentu na odporu statorového vinutí podle rovnice (4.5.1-2) pro moment zvratu a záběrový moment je na Obr. 4.5.1-1.



Obr. 4.5.1-1: Citlivost momentu na oteplení statorového vinutí



4.5.2 Citlivost momentu na oteplení rotorového vinutí.

Citlivost momentu na oteplení rotorového vinutí vypočítáme podle vztahu:

$$\frac{\partial M[R(\Delta T)]}{\partial \Delta T} = \frac{\partial M[R]}{\partial R} \frac{\partial R[\Delta T]}{\partial \Delta T} \quad (4.5.2-1)$$

Po provedení této derivace a úpravě dostáváme:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M[R(\Delta T)]}{\partial \Delta T} &= -6p R_0^2 s U^2 (1+a \Delta T) a w \cdot \\ & \cdot \frac{\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) w^2 \left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) R_1 s + R_0 \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) (1+a \Delta T) \right] - \frac{R_1}{L_1} \left[L_s \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) s w^2 - \frac{R_0 R_1}{L_1} (1+a \Delta T) \right]}{\left[\left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) R_1 s w + R_0 \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) (1+a \Delta T) w \right]^2 + \left[L_s \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) s w^2 - \frac{R_0 R_1}{L_1} (1+a \Delta T) \right]^2 \right]^2} + (4.5.2-2) \\ & + \frac{3p_p R_0 s U^2 a w}{\left[\left[\left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right) R_1 s w + R_0 \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) (1+a \Delta T) w \right]^2 + \left[L_s \left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right) s w^2 - \frac{R_0 R_1}{L_1} (1+a \Delta T) \right]^2 \right]} \end{aligned}$$

Nedopustíme se velké chyby pokud zanedbáme R_1/R_{Fe} a L_s/L_1 vůči jedničce, potom dostáváme:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M[R(\Delta T)]}{\partial \Delta T} &= -6p R_0^2 s U^2 (1+a \Delta T) a w \cdot \\ & \cdot \frac{w^2 \left[R_1 s + R_0 (1+a \Delta T) \right] - \frac{R_1}{L_1} \left[L_s s w^2 - \frac{R_0 R_1}{L_1} (1+a \Delta T) \right]}{\left[\left[R_1 s w + R_0 (1+a \Delta T) w \right]^2 + \left[L_s s w^2 - \frac{R_0 R_1}{L_1} (1+a \Delta T) \right]^2 \right]^2} + (4.5.2-3) \\ & + \frac{3p_p R_0 s U^2 a w}{\left[\left[R_1 s w + R_0 (1+a \Delta T) w \right]^2 + \left[L_s s w^2 - \frac{R_0 R_1}{L_1} (1+a \Delta T) \right]^2 \right]} \end{aligned}$$

Ve smyslu předchozích rovnic je třeba upravit i vztah pro skluz zvratu (3.5-2):

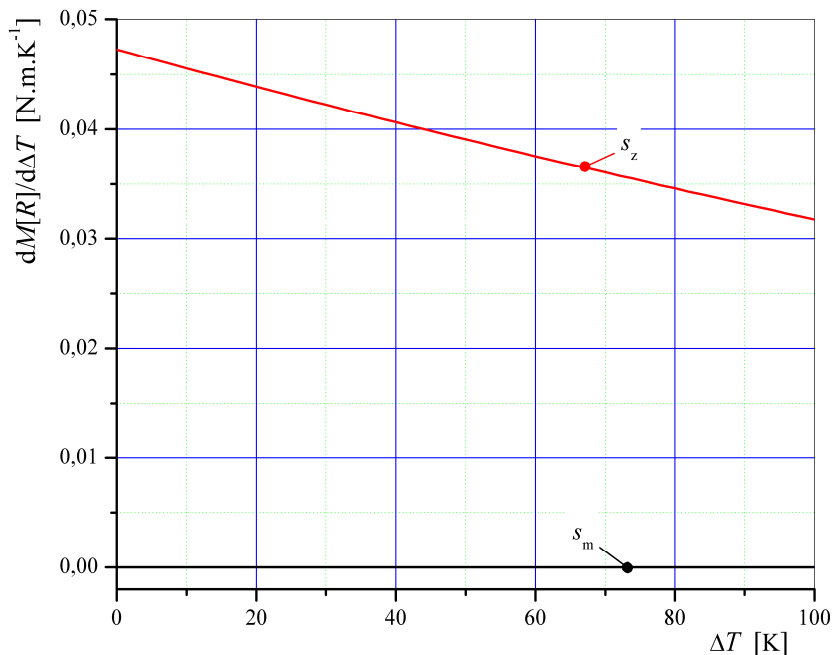
$$s_m = \pm \frac{R_0 (1+a \Delta T)}{w} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right)^2 w^2 + \frac{R_1^2}{L_1^2}}{\left(1 + \frac{R_1}{R_{Fe}}\right)^2 w^2 L_s^2 + \left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right)^2 R_1^2}}, \quad (4.5.2-4)$$



resp.

$$s_m = \pm \frac{R_0 (1 + a \Delta T)}{w L_1} \sqrt{\frac{w^2 L_1^2 + R_1^2}{w^2 L_s^2 + R_1^2}}. \quad (4.5.2-5)$$

Grafické znázornění citlivosti momentu na oteplení rotorového vinutí podle rovnice (4.5.2-2) pro moment zvratu a záběrový moment je na *Obr. 4.5.2-1*.



Obr. 4.5.2-1: Citlivost momentu na oteplení rotorového vinutí

4.5.3 Citlivost momentu na oteplení statorového a rotorového vinutí.

Citlivost momentu na oteplení statorového a rotorového vinutí vypočítáme podle vztahu:

$$\frac{\partial M[R_1(\Delta T), R(\Delta T)]}{\partial \Delta T} = \frac{\partial M[R_1]}{\partial R_1} \frac{\partial R_1[\Delta T]}{\partial \Delta T} + \frac{\partial M[R]}{\partial R} \frac{\partial R[\Delta T]}{\partial \Delta T}. \quad (4.5.3-1)$$

Je zřejmé, že lze o prostý součet rovnic (4.5.1-2) a (4.5.2-2) a vzhledem k jejich rozsáhlosti zde nebudou uvedeny. Vztah pro skluz zvratu (3.5-2) opět upravíme do podoby respektující teplotní závislost odporů:

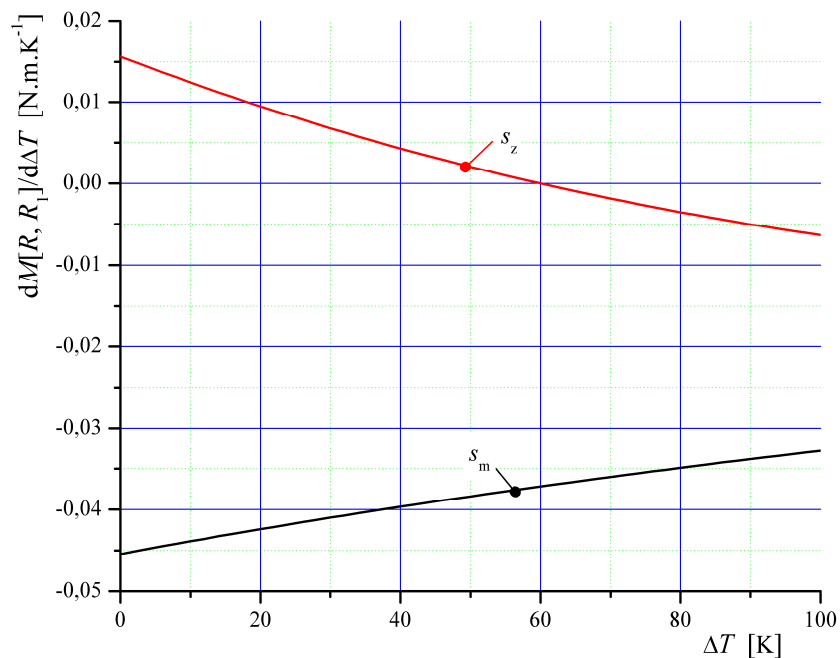


$$s_m = \pm \frac{R_0(1+a \Delta T)}{w} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{R_{10}(1+a \Delta T)}{R_{Fe}}\right)^2 w^2 + \frac{[R_{10}(1+a \Delta T)]^2}{L_1^2}}{\left(1 + \frac{R_{10}(1+a \Delta T)}{R_{Fe}}\right)^2 w^2 L_s^2 + \left(1 + \frac{L_s}{L_1}\right)^2 [R_{10}(1+a \Delta T)]^2}}, \quad (4.5.3-2)$$

resp.

$$s_m = \pm \frac{R_0(1+a \Delta T)}{w L_1} \sqrt{\frac{w^2 L_1^2 + [R_{10}(1+a \Delta T)]^2}{w^2 L_s^2 + [R_{10}(1+a \Delta T)]^2}}. \quad (4.5.3-3)$$

Grafické znázornění citlivosti momentu na oteplení statorového a rotorového vinutí podle rovnice (4.5.3-1) pro moment zvratu a záběrový moment je na *Obr. 4.5.3-1*.



Obr. 4.5.3-1: Citlivost momentu na oteplení statorového a rotorového vinutí



5 ANALÝZA VINUTÍ STŘÍDAVÝCH STROJŮ

Klasický návrh vinutí spočívá v určení celkového počtu závitů a jejich rozložení do statorových drážek tak, aby výsledné magnetické pole ve vzduchové mezeře bylo co nejvíce sinusové. Pomocí nové metody analýzy vinutí můžeme dále jednoduše určit tvar magnetického pole libovolného vinutí, jako i vlastní indukčnosti jednotlivých vinutí a vzájemné indukčnosti mezi jednotlivými vinutími.

5.1 Klasická analýza vinutí střídavých strojů

Podrobně se klasickým návrhem střídavých strojů zabývá práce [4].

Obdobně jako při návrhu počtu závitů u transformátoru, jímž se podrobně zabývá [2], lze i pro asynchronní motor určit celkový počet závitů jednoho pólpáru statorového vinutí:

$$N = \frac{U_{ef}}{2\sqrt{2} p k_v k_t k_{Fe} f B_{max} l r}, \quad (5.1-1)$$

kde	N	celkový počet závitů,
	U_{ef}	efektivní hodnota napájecího fázového napětí stroje,
	k_v	činitel vinutí,
	k_t	činitel šířky zubu, obvykle v rozmezí 0,45 až 0,5,
	k_{Fe}	činitel plnění statorových plechů ve svazku, přibližně 0,96,
	B_{max}	maximální zvolená indukce ve statorovém zubu,
	l	aktivní délka statorového svazku,
	r	střední poloměr vzduchové mezery.

Klasickým způsobem lze snadno určit činitel vinutí k_v pouze pro specifické typy vinutí, tj. nelze jej užít např. pro zlomková vinutí apod.

Činitel vinutí k_v vyjadřuje zmenšení indukovaného napětí ve vinutí oproti vinutí v základním provedení, tj. vinutí jedna drážka na pól a fázi, jehož všechny závity jsou soustředěny do dvou protilehlých drážek. Vypočítá se podle vztahu:

$$k_v = k_q k_y, \quad (5.1-2)$$

kde	k_q	činitel rozlohy,
	k_y	činitel kroku.



Činitel rozlohy k_q vyjadřuje zmenšení indukovaného napětí rozložením cívkových stran do q drážek, vypočítá se podle vztahu:

$$k_q = \frac{\sin \frac{p}{2m}}{q \sin \frac{p}{2mq}}, \quad (5.1-3)$$

kde q počet drážek na pól a fázi.

Činitel kroku k_y vyjadřuje další zmenšení indukovaného napětí vlivem roztažení cívkových stran dvouvrstvého vinutí do více drážek na každém pólu při menším, nebo větším kroku než je pólová rozteč, vypočítá se podle:

$$k_y = \sin \left(\frac{y}{mq} \frac{p}{2} \right) \quad (5.1-4)$$

kde y cívkový krok.

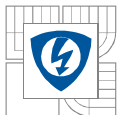
5.2 Obecná analýza novou metodou

Díky nové metodě lze pro libovolný asynchronní i synchronní stroj ze znalosti jeho geometrických rozměrů l , r , d_p , počtu pólů p a hustoty vodičů $n(a)$ zvoleného vinutí, nebo již existujícího vinutí vypočítat celkový spřažený magnetický tok, průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře stroje, vlastní i vzájemné indukčnosti jednotlivých vinutí motoru. Je dobré říci, že zde uvedené vztahy lze použít jak pro statorová, tak i pro rotorová vinutí.

Podrobné odvození zde uvedených rovnic je uvedeno v [2]. Celkový spřažený magnetický tok mezi vinutími A a B lze vypočítat na základě rovnice (5.2-1), pokud bychom chtěli vypočítat spřažený tok pouze jednoho vinutí stačí v rovnici (5.2-1) dosadit $n_A(a)$ místo $n_B(a)$.

$$\Psi_{A,B} = I_{m,A} \frac{\mu_0 l r}{p d_p} \int_0^{2p} \left[\int_a^{2p} \left(\int_0^a n_A(a) da \right) da \right] n_B(a) da, \quad (5.2-1)$$

kde Ψ spřažený magnetický tok,
 I_μ magnetizační proud,
 d_p přepočítaná délka vzduchové mezery,
 $n(a)$ hustota vodičů,
 a úhel.



Znovu zde napíšeme definici zpraženého magnetického toku:

$$\Psi(t) = \Psi_0 + \int u(t) dt. \quad (2.4.2-1)$$

Pokud pracujeme v lineární části magnetizační charakteristiky, potom lze vztah mezi napětím a proudem vyjádřit rovnicí:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (5.2-2)$$

Z porovnání předchozích vztahů okamžitě vyplyne, že ze vztahu pro spřažený magnetický tok můžeme určit vlastní indukčnost vinutí (5.2-3), jakož i vzájemnou indukčnost mezi jednotlivými vinutími (5.2-4).

Vlastní odlučnost vinutí:

$$L = \frac{\Psi}{I_m} = \frac{\mu_0 lr}{pd_p} \int_0^{2p} \left[\int_a^{2p} \left(\int_0^a n(a) da \right) da \right] n(a) da, \quad (5.2-3)$$

kde L vlastní indukčnost vinutí.

Vzájemná indukčnost vinutí A a B:

$$M_{A,B} = k_{A,B} \frac{\mu_0 lr}{pd_p} \int_0^{2p} \left[\int_a^{2p} \left(\int_0^a n_A(a) da \right) da \right] n_B(a) da, \quad (5.2-4)$$

kde $M_{A,B}$ vzájemná indukčnost vinutí A a B,
 $k_{A,B}$ činitel vazby.

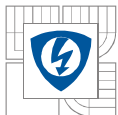
Vztah mezi vzájemnou indukčností a jednotlivými vlastními indukčností:

$$M_{A,B} = k_{A,B} \sqrt{L_A L_B}. \quad (5.2-5)$$

Při znalosti rozložení vodičů $n(a)$, lze zjistit přesný průběh magnetické indukce v rámci jednoho pólpáru podle vztahu:

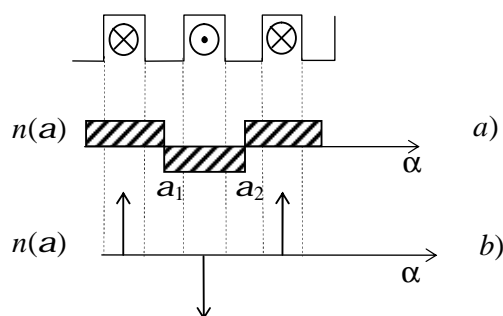
$$B(a) = I_m \frac{\mu_0}{d_p} \int_0^a n(a) da. \quad (5.2-6)$$

Celkový tvar magnetického pole ve vzduchové mezeře je pro trojfázový stroj dán součtem magnetických polí vytvořených jednotlivými vinutími, pro střídavé stroje točivé požadujeme,



aby pole mělo tvar co neblíže sinusový, aby moment neměl pulzující charakter a byl stále konstantní.

Na Obr. 5.2-1 je nakreslen příklad rozložení vodičů v drážkách a jemu odpovídající interpretace hustoty vodičů $n(a)$. V případě a) se jedná o pravoúhlé impulzy centrované na střed drážky a rozprostřené na celou drážkovou rozteč, což je mnohem více podobné skutečnému rozložení vinutí v drážce než v podobě Diracových pulzů. V případě b) má hustota podobu Diracových impulzů umístěných na střed drážky. Důležité je říci, že v obou případech plocha stejnohlých impulzů je stejná, protože plochy jednotlivých impulzů mají význam počtu vodičů v jednotlivých drážkách. Je třeba poznamenat, že hustotu vodičů $n(a)$ lze interpretovat i jinými způsoby, např. pomocí lichoběžníků, apod. ale vždy musí být splněna předchozí podmínka.



Obr. 5.2-1: Interpretace pojmu hustoty vodičů $n(a)$

Pro celkový počet vodičů na intervalu $\langle a_1; a_2 \rangle$ platí:

$$N = \int_{a_1}^{a_2} n(a) da . \quad (5.2-7)$$

Celkový počet vodičů na intervalu $\langle 0; 2p \rangle$ se vypočítá podle vztahu:

$$N = \frac{1}{2} \int_0^{2p} |n(a)| da . \quad (5.2-8)$$

Je zřejmé, že pro libovolné vinutí musí platit $\int_0^{2p} n(a) da = 0$, pokud by tomu tak nebylo je funkce $n(a)$ určena špatně.



5.3 Analýza novou metodou pomocí rozvoje do Fourierovy řady

Vycházíme z toho, že každou periodickou funkci $f(x)$ po částech spojitou s periodou $P > 0$, která je kvadraticky integrabilní, lze vyjádřit pomocí Fourierovy trigonometrické řady:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2p k x}{P} + b_k \sin \frac{2p k x}{P} \right), \quad (5.3-1)$$

kde jednotlivé koeficienty jsou definovány takto:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{P} \int_0^P f(x) dx \\ a_k &= \frac{2}{P} \int_0^P f(x) \cos \frac{2p k x}{P} dx, \\ b_k &= \frac{2}{P} \int_0^P f(x) \sin \frac{2p k x}{P} dx \end{aligned} \quad (5.3-2)$$

Pro náš případ je vhodné uvažovat periodu $P = 2\pi$, tj. vinutí se periodicky opakuje každých 360° po obvodu statoru, resp. rotoru. Rozvineme-li hustotu vodičů $n(a)$ do Fourierovy trigonometrické řady je z předešlé kapitoly zřejmé, že koeficient a_0 je vždy nulový, tedy pokud integrujeme přes celou periodu P , potom hustotu vodičů má tvar:

$$n(a) = \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k a) + b_k \sin(k a)]. \quad (5.3-3)$$

Pro další zjednodušení si zavedeme vztah pro absolutní hodnotu k -té harmonické hustoty vodičů:

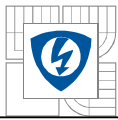
$$n_k = \sqrt{(a_k^2)^2 + (b_k^2)^2}, \quad (5.3-4)$$

je třeba si uvědomit, že platí:

- Je-li $n(a)$, sudou funkcí, tj. $n(-a) = n(a)$, potom člen $b_k = 0$. Pro praxi lze říci, že většina typů užívaných vinutí má hustotu vodičů ve formě sudé funkce.
- Je-li $n(a)$, lichou funkcí, tj. $n(-a) = -n(a)$, potom člen $a_k = 0$.

Po dosažení a úpravě předchozích vztahů do rovnice (5.2-1) pro spřažený magnetický tok dostáváme:

$$\Psi = \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_k = I_m p \frac{m_0 l r}{p d_p} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{n_k}{k^2}. \quad (5.3-5)$$



U trojfázových strojů nejsou harmonické, jejichž řád je trojnásobný, tj. sumaci v předcházející rovnici je třeba chápat jako:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{n_k^2}{k^2} = \frac{n_1^2}{1^2} + \frac{n_2^2}{2^2} + \frac{n_4^2}{4^2} + \frac{n_5^2}{5^2} + \frac{n_7^2}{7^2} + \frac{n_8^2}{8^2} + \frac{n_{10}^2}{10^2} + \frac{n_{11}^2}{11^2} + \dots \quad (5.3-6)$$

Pro hustoty vodičů $n(a)$, které mají podobu sudé funkce navíc vymizí sudé harmonické, tj. sumace bude mít tvar:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{n_k^2}{k^2} = \frac{n_1^2}{1^2} + \frac{n_5^2}{5^2} + \frac{n_7^2}{7^2} + \frac{n_{11}^2}{11^2} + \dots \quad (5.3-7)$$

Potom se vlastní indukčnost vypočítá podle vztahu:

$$L = p \frac{m_0 l r}{p d_p} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{n_k}{k^2}. \quad (5.3-8)$$

V souladu s [2] a [4] můžeme vlastní indukčnost L rozložit na indukčnost pracovní a indukčnost diferenčního rozptylu. Indukčnost pracovní je právě takového řádu, kolik má asynchronní motor pólů p , potom při uvažování sumace (5.3-6), resp. (5.3-7) má indukčnost diferenčního rozptylu tvar:

$$L_{\text{dif}} = p \frac{m_0 l r}{p d_p} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{n_k}{k^2} - L_p \quad (5.3-9)$$

Vzájemná indukčnost vinutí A a B vzájemně pootočených o obecný úhel φ je:

$$M_{A,B} = k_{A,B} p \frac{m_0 l r}{p d_p} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(a_{Ak} a_{Bk})^2 + (b_{Ak} b_{Bk})^2}}{k^2}. \quad (5.3-10)$$

Návrh celkového počtu závitů se provádí v rámci jednoho pólu a spočívá v porovnání spřaženého magnetického toku jednoho pólu vůči pracovnímu užitečnému harmonickému toku určeného podle rovnice (5.3-5). Pod pojmem užitečná pracovní harmonická rozumíme první harmonickou v rámci jednoho pólu, resp. takovou jaký počet pólů p má asynchronní stroj. Amplituda spřaženého toku pólu určíme za předpokladu, že motor je napájen kosinusovkou napětím s amplitudou $\sqrt{2} U_{ef}$, potom platí:

$$\Psi = \int \frac{\sqrt{2} U_{ef}}{p} \cos(\omega t) dt = \frac{\sqrt{2} U_{ef}}{p \omega} \sin(\omega t) \Rightarrow \Psi_{\text{ampl}} = \frac{\sqrt{2} U_{ef}}{p \omega} \quad (5.3-11)$$



Porovnáním tohoto vztahu s pracovní harmonickou toku podle rovnice (5.3-5) dostáváme:

$$n_p = \frac{U_{ef}}{\sqrt{2} p^2 k_l k_{Fe} f B_{max} l r}, \quad (5.3-12)$$

odtud snadno zjistíme celkový počet vodičů, protože jednotlivé amplitudy a_p a b_p jsou násobky N , jak bude dále ukázané na příkladech.

Pro porovnání nové metody analýzy vinutí s klasickou lze snadno určit činitel vinutí jako porovnání klasické rovnice (5.1-1) pro určení počtu závitů a závitů určených z rovnice (5.3-12):

$$k_v = \frac{p}{2} \frac{n_p}{N}. \quad (5.3-13)$$

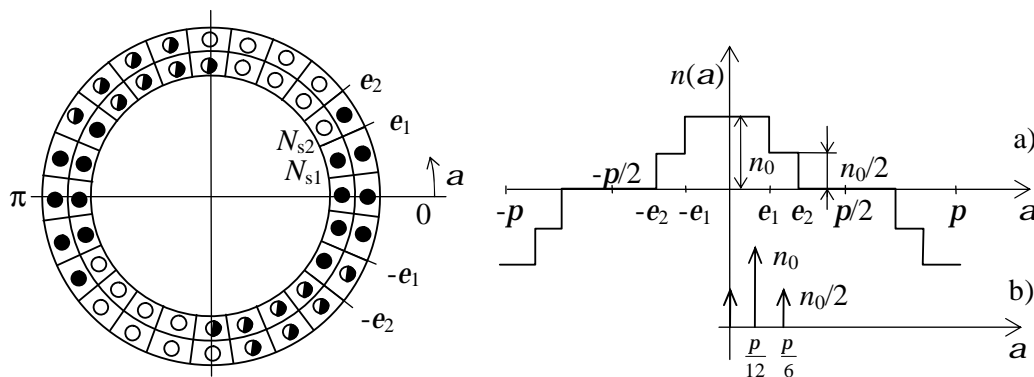
6 PŘÍKLADY UŽITÍ NOVÉ ANALÝZY

6.1 Dvouvrstvé vinutí $2p = 2, q = 4, y = 11$

Parametry vinutí:

- Počet pólových dvojic $2p = 2$
- Počet drážek na pól a fázi $q = 4$
- Zkrácený krok cívky $y = 11$
- Počet fází $m = 3$
- Celkový počet drážek $Q = 24$
- Mechanická drážková rozteč $b_s = \pi/12 = 15^\circ$

Hustota vodičů $n(a)$ ve formě pravoúhlých pulzů a Diracových impulzů je pro toto vinutí na Obr. 6.1-1.

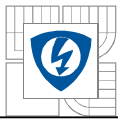


Obr. 6.1-1: Jednovrstvé vinutí $2p = 2, q = 4, y = 6$

6.1.1 Výpočet pomocí pravoúhlých impulzů

Kvůli zjednodušení výpočtů je hustota vodičů posunuta takovým způsobem, aby z ní vznikla sudá funkce a mohli jsme jednoduše počítat na intervalu $\langle 0, p/2 \rangle$, tj. koeficienty $b_k = 0$, potom podle Obr. 6.1-1 a) má hustota vodičů relativní tvar:

$$n(a) = \begin{cases} n_0 & \text{pro } a \in \langle 0; +e_1 \rangle \\ \frac{n_0}{2} & \text{pro } a \in \langle -e_1; +e_2 \rangle \end{cases} \quad (6.1.1-1)$$



Podle vztahu (5.2-8) určíme celkový počet vodičů:

$$N = 2 \int_0^{p/2} n(\mathbf{a}) d\mathbf{a} = 2 \int_0^{e_1} n_0 d\mathbf{a} + 2 \int_{e_1}^{e_2} \frac{n_0}{2} d\mathbf{a} = (e_1 + e_2)n_0. \quad (6.1.1-2)$$

Odtud plyne velikost hustoty vodičů vyjádřená pomocí celkového počtu závitů:

$$n_0 = \frac{N}{(e_1 + e_2)}. \quad (6.1.1-3)$$

Potom absolutní tvar funkce $n(\mathbf{a})$ je:

$$n(\mathbf{a}) = \begin{cases} \frac{N}{(e_1 + e_2)} & \text{pro } \mathbf{a} \in \langle 0; +e_1 \rangle \\ \frac{N}{2(e_1 + e_2)} & \text{pro } \mathbf{a} \in \langle -e_1; +e_2 \rangle \end{cases} \quad (6.1.1-4)$$

Tuto funkci rozvineme do Fourierovy řady, kvůli zjednodušení

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(\mathbf{a}) \cos k\mathbf{a} d\mathbf{a} = \frac{4}{p} \int_0^{p/2} n(\mathbf{a}) \cos k\mathbf{a} d\mathbf{a} = \\ &= 4 \int_0^{e_1} \frac{N}{(e_1 + e_2)} \cos k\mathbf{a} d\mathbf{a} + 4 \int_{e_1}^{e_2} \frac{N}{2(e_1 + e_2)} \cos k\mathbf{a} d\mathbf{a} = \frac{2N}{p} \frac{(\sin ke_1 + \sin ke_2)}{k(e_1 + e_2)} \end{aligned} \quad (6.1.1-5)$$

Dosazením do předešlého vztahu za úhel $e_1 = \pi/8$ a za $e_2 = 5\pi/24$ dostáváme absolutní hodnotu první harmonické hustoty vodičů podle (5.3-4) je:

$$n_1 = \frac{6N}{p^2} \left(\sin \frac{p}{8} + \sin \frac{5p}{24} \right) = 0,602726N, \quad (6.1.1-6)$$

Z rovnice (5.3-7) okamžitě plyne hodnota činitele vinutí:

$$k_v = \frac{p}{2} 0,602726 = 0,946760, \quad (6.1.1-7)$$

Porovnáním první harmonické (6.1.1-6) s rovnicí (5.3-12) získáváme vztah pro celkový počet vodičů:

$$N = \frac{U_{ef}}{\sqrt{2} p^2 0,602726 k_r k_{jFe} f B_{\max} l r}, \quad (6.1.1-8)$$



Potom v každé drážce je celkový počet vodičů:

$$N_{s1} = \int_{p/12}^{p/6} n(a) da = \int_{p/12}^{p/6} \frac{3N}{p} da = \frac{N}{4} \quad (6.1.1-9)$$

$$N_{s2} = \int_{p/6}^{5p/24} n(a) da = \int_{p/6}^{5p/24} \frac{3N}{p} da = \frac{N}{8} \quad (6.1.1-10)$$

6.1.2 Výpočet pomocí Diracových impulzů

Díky symetrii podél svislé osy je vhodné Diracovy impulzy umístit doprostřed drážky jako na Obr. 6.1-1 b), potom má hustota vodičů relativní tvar:

$$n(a) = \frac{n_0}{2} \left[d(0) + 2d\left(a - \frac{p}{12}\right) + d\left(a - \frac{p}{6}\right) \right] \quad (6.1.2-1)$$

Je si třeba uvědomit, že pokud počítáme na zkráceném intervalu mají všechny Diracovy impulzy na hranici intervalu poloviční velikost.

Podle vztahu (5.2-8) určíme celkový počet vodičů:

$$N = 2 \int_0^{p/2} n(a) da = 4n_0. \quad (6.1.2-2)$$

Odtud plyne velikost hustoty vodičů vyjádřená pomocí celkového počtu závitů:

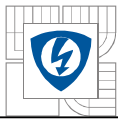
$$n_0 = \frac{N}{4}. \quad (6.1.2-3)$$

Potom absolutní tvar funkce $n(a)$ je:

$$n(a) = \frac{N}{8} \left[d(0) + 2d\left(a - \frac{p}{12}\right) + d\left(a - \frac{p}{6}\right) \right] \quad (6.1.2-4)$$

Fourierovy koeficienty určené podle rovnice (5.3-2) na intervalu $\langle 0; p/2 \rangle$:

$$a_k = \frac{4}{p} \int_0^{p/2} n(a) \cos ka da = \frac{N}{2p} \left(1 + 2 \cos k \frac{p}{12} + \cos k \frac{p}{6} \right) \quad (6.1.2-5)$$



Absolutní hodnota první harmonické hustoty vodičů podle (5.3-4) je:

$$n_2 = \frac{N}{2p} \left(1 + \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0,604451N, \quad (6.1.1-7)$$

Z rovnice (5.3-7) okamžitě plyne hodnota činitele vinutí:

$$k_v = \frac{p}{2} 0,604451 = 0,949469 \quad (6.1.1-8)$$

6.1.3 Výpočet klasickou metodou

Činitel vinutí vypočítáme klasickou metodou pomocí vztahů (5.1-2) až (5.1-4) .

Činitel rozlohy:

$$k_q = \frac{\sin \frac{p}{2 \cdot 3}}{4 \sin \frac{p}{2 \cdot 3 \cdot 4}} = 0,957662. \quad (6.1.3-1)$$

Činitel kroku:

$$k_y = \sin \left(\frac{11}{3 \cdot 4} \frac{p}{2} \right) = 0,991445. \quad (6.1.3-2)$$

Činitel vinutí:

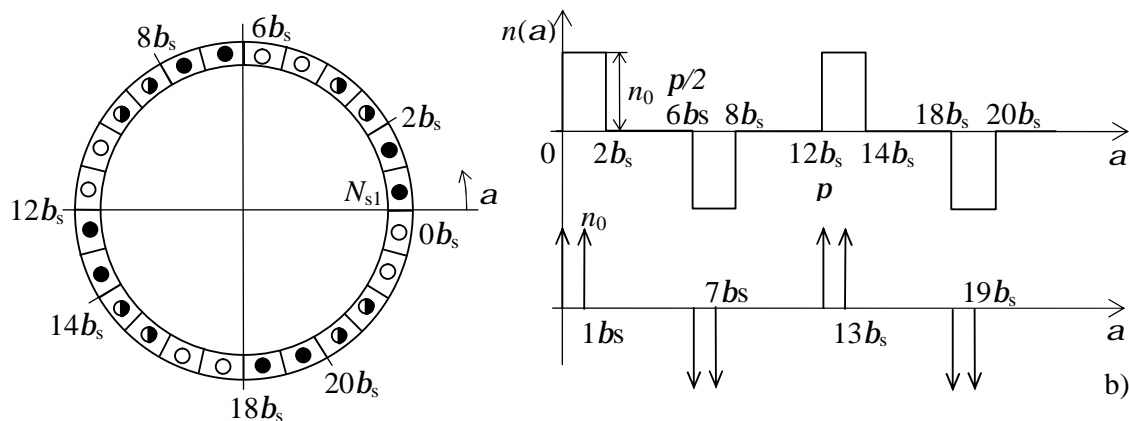
$$k_v = 0,957662 \cdot 0,991445 = 0,949469. \quad (6.1.3-3)$$

6.2 Jednovrstvé vinutí $2p = 4, q = 2, y = 6$

Parametry vinutí:

- Počet pólových dvojic $2p = 4$
- Počet drážek na pól a fázi $q = 2$
- Krok cívky $y = 6$
- Počet fází $m = 3$
- Celkový počet drážek $Q = 24$
- Mechanická drážková rozteč $b_s = \pi/12 = 15^\circ$

Hustota vodičů $n(a)$ ve formě pravoúhlých pulzů a Diracových impulzů je pro toto vinutí na Obr. 6.2-1.



Obr. 6.2-1: Jednovrstvé vinutí $2p = 4, q = 2, y = 6$

6.2.1 Výpočet pomocí pravoúhlých impulzů

Podle Obr. 6.2-1 a) má hustota vodičů relativní tvar:

$$n(a) = \begin{cases} n_0 & \text{pro } a \in \langle 0; 2b_s \rangle \\ -n_0 & \text{pro } a \in \langle 6b_s; 8b_s \rangle \\ n_0 & \text{pro } a \in \langle 12b_s; 14b_s \rangle \\ -n_0 & \text{pro } a \in \langle 18b_s; 20b_s \rangle \end{cases} \quad (6.2.1-1)$$



Podle vztahu (5.2-8) určíme celkový počet vodičů:

$$N = \frac{1}{2} \int_0^{2p} |n(a)| da = \frac{4}{2} \int_0^{2b_s} n_0 da = \frac{p}{3} n_0. \quad (6.2.1-2)$$

Odtud plyne velikost hustoty vodičů vyjádřená pomocí celkového počtu závitů:

$$n_0 = \frac{3}{p} N. \quad (6.2.1-3)$$

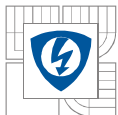
Potom absolutní tvar funkce $n(a)$ je:

$$n(a) = \begin{cases} \frac{3}{p} N & \text{pro } a \in \langle 0; 2b_s \rangle \\ -\frac{3}{p} N & \text{pro } a \in \langle 6b_s; 8b_s \rangle \\ \frac{3}{p} N & \text{pro } a \in \langle 12b_s; 14b_s \rangle \\ -\frac{3}{p} N & \text{pro } a \in \langle 18b_s; 20b_s \rangle \end{cases} \quad (6.2.1-4)$$

Protože byla úmyslně hustota $n(a)$ volena jako zcela obecná funkce, tj. není lichá ani sudá, je nutné počítat sinové i kosinové Fourierovy koeficienty, šlo by pro zjednodušení počítat pouze první pravoúhlý pulz hustoty vodičů na intervalu $\langle 0; p/2 \rangle$, ale v tomto případě budeme počítat přes celý interval $\langle 0; 2p \rangle$ podle rovnic (5.3-2):

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(a) \cos(ka) da = \\ & \frac{3N}{p^2} \left[\int_0^{p/6} \cos(ka) da - \int_{p/2}^{2p/3} \cos(ka) da + \int_p^{7p/6} \cos(ka) da - \int_{3p/2}^{5p/3} \cos(ka) da \right] = \\ & \frac{3N}{kp^2} \left[\sin\left(\frac{kp}{6}\right) + \sin\left(\frac{kp}{2}\right) + \sin\left(\frac{7kp}{6}\right) + \sin\left(\frac{3kp}{2}\right) - \sin\left(\frac{2kp}{3}\right) - \sin\left(\frac{5kp}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (6.2.1-5)$$

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(a) \sin(ka) da = \\ & \frac{3N}{p^2} \left[\int_0^{p/6} \sin(ka) da - \int_{p/2}^{2p/3} \sin(ka) da + \int_p^{7p/6} \sin(ka) da - \int_{3p/2}^{5p/3} \sin(ka) da \right] = \\ & \frac{3N}{kp^2} \left[1 + \cos\left(\frac{2kp}{3}\right) + \cos(kp) + \cos\left(\frac{5kp}{3}\right) - \cos\left(\frac{kp}{6}\right) - \cos\left(\frac{kp}{2}\right) - \cos\left(\frac{7kp}{6}\right) - \cos\left(\frac{3kp}{2}\right) \right] \end{aligned}$$



Postupným dosazováním jednotlivých harmonických k do předcházejících rovnic lze ukázat, že platí:

$$\begin{aligned} a_k & \begin{cases} \neq 0 & \text{pro } k = 2 + 8n \\ = 0 & \text{pro } k \neq 2 + 8n \end{cases} \\ b_k & \begin{cases} \neq 0 & \text{pro } k = 2 + 4n \\ = 0 & \text{pro } k \neq 2 + 4n \end{cases} \end{aligned} \quad (6.2.1-6)$$

kde $n = 0, 1, 2, \dots$

Z předešlého je zřejmé, že vinutí podle *Obr. 6.2-1* nemá první harmonickou, jeho pracovní harmonická je tedy až druhá, což je v souladu s kapitolou 5.3. Absolutní hodnota druhé harmonické hustoty vodičů podle (5.3-4) je:

$$n_2 = N \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{p^2}\right)^2 + \left(\frac{3}{p^2}\right)^2} = 0,607927N, \quad (6.2.1-7)$$

Z rovnice (5.3-7) okamžitě plyne hodnota činitele vinutí:

$$k_v = \frac{p}{2} 0,607927 = 0,954930, \quad (6.2.1-8)$$

Porovnáním druhé harmonické (6.2.1-7) s rovnicí (5.3-12) získáváme vztah pro celkový počet vodičů:

$$N = \frac{U_{ef}}{\sqrt{2} p^2 0,607927 k_t k_{fFe} f B_{max} l r}, \quad (6.2.1-9)$$

Potom v každé drážce je celkový počet vodičů:

$$N_{s1} = \int_0^{b_s} n(a) da = \int_0^{p/12} \frac{3}{p} N da = \frac{N}{4} \quad (6.2.1-10)$$

6.2.2 Výpočet pomocí Diracových impulzů

Podle *Obr. 6.2-1 b)* má hustota vodičů relativní tvar:

$$n(a) = n_0 \left[\begin{aligned} & d(0) + d(a - b_s) - d(a - 6b_s) - d(a - 7b_s) + \\ & + d(a - 12b_s) + d(a - 13b_s) - d(a - 18b_s) - d(a - 19b_s) \end{aligned} \right] \quad (6.2.2-1)$$



Podle vztahu (5.2-8) určíme celkový počet vodičů:

$$N = \frac{1}{2} \int_0^{2p} |n(a)| da = \frac{1}{4} n_0. \quad (6.2.2-2)$$

Odtud plyne velikost hustoty vodičů vyjádřená pomocí celkového počtu závitů:

$$n_0 = 4N. \quad (6.2.2-3)$$

Potom absolutní tvar funkce $n(a)$ je:

$$n(a) = 4N \left[\begin{aligned} & d(0) + d\left(a - \frac{p}{12}\right) - d\left(a - \frac{p}{2}\right) - d\left(a - 7\frac{p}{12}\right) + \\ & + d(a - p) + d\left(a - 13\frac{p}{12}\right) - d\left(a - 3\frac{p}{2}\right) - d\left(a - 19\frac{p}{12}\right) \end{aligned} \right] \quad (6.2.2-4)$$

Fourierovy koeficienty určené podle rovnice (5.3-2) na intervalu $\langle 0; 2p \rangle$:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(a) \cos(ka) da = \\ &= 4N \left[\begin{aligned} & 1 + \cos\left(\frac{kp}{12}\right) - \cos\left(\frac{kp}{2}\right) - \cos\left(\frac{7kp}{12}\right) + \cos(kp) + \\ & + \cos\left(\frac{13kp}{12}\right) - \cos\left(3\frac{kp}{2}\right) - \cos\left(\frac{19kp}{12}\right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (6.2.2-5)$$

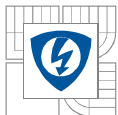
$$\begin{aligned} b_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(a) \sin(ka) da = \\ &= 4N \left[\sin\left(\frac{kp}{12}\right) - \sin\left(\frac{kp}{2}\right) - \sin\left(\frac{7kp}{12}\right) + \sin\left(\frac{13kp}{12}\right) - \sin\left(3\frac{kp}{2}\right) - \sin\left(\frac{19kp}{12}\right) \right] \end{aligned}$$

Absolutní hodnota druhé harmonické hustoty vodičů podle (5.3-4) je:

$$n_2 = N \sqrt{\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2p}\right)^2} = 0,614927N, \quad (6.2.2-6)$$

Z rovnice (5.3-7) okamžitě plyne hodnota činitele vinutí:

$$k_v = \frac{p}{2} 0,614927 = 0,965926 \quad (6.2.2-7)$$



6.2.3 Výpočet klasickou metodou

Činitel vinutí vypočítáme klasickou metodou pomocí vztahů (5.1-2) až (5.1-4).

Činitel rozlohy:

$$k_q = \frac{\sin \frac{p}{2 \cdot 3}}{2 \cdot \sin \frac{p}{2 \cdot 3 \cdot 2}} = 0,965926. \quad (6.2.3-1)$$

Činitel kroku:

$$k_y = \sin \left(\frac{6}{3 \cdot 2} \frac{p}{2} \right) = 1. \quad (6.2.3-2)$$

Činitel vinutí:

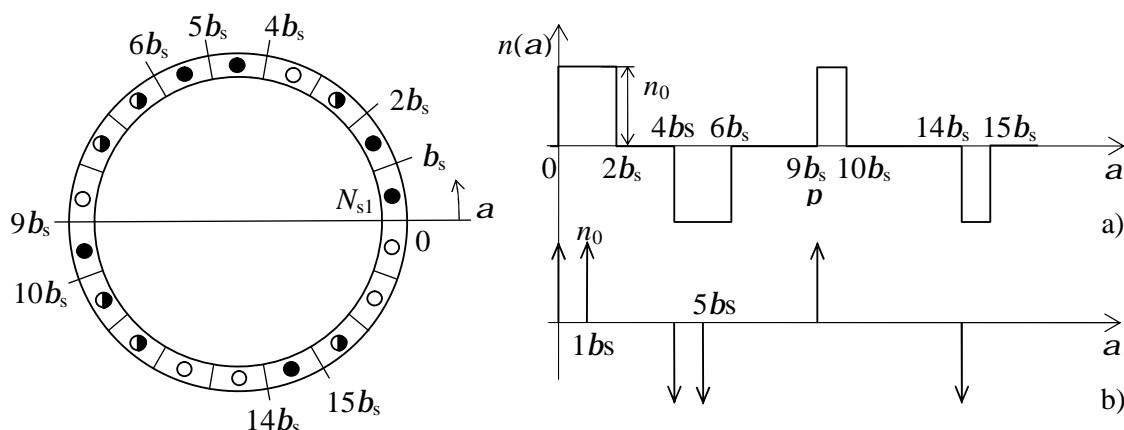
$$k_v = 0,965926. \quad (6.2.3-3)$$

6.3 Zlomkové jednovrstvé vinutí $2p = 4, q = 3/2$

Parametry vinutí:

- Počet pólových dvojic $2p = 4$
- Počet drážek na pól a fázi $q = 1\frac{1}{2}$
- Počet fází $m = 3$
- Celkový počet drážek $Q = 18$
- Mechanická drážková rozteč $b_s = \pi/9 = 20^\circ$

Hustota vodičů $n(a)$ ve formě pravoúhlých pulzů a Diracových impulzů je pro toto vinutí na Obr. 6.3-1.



Obr. 6.3-1: Zlomkové jednovrstvé vinutí $2p = 4, q = 3/2$

6.3.1 Výpočet pomocí pravoúhlých impulzů

Podle Obr. 6.3-1 a) má hustota vodičů relativní tvar:

$$n(a) = \begin{cases} n_0 & \text{pro } a \in \langle 0; 2b_s \rangle \\ -n_0 & \text{pro } a \in \langle 4b_s; 6b_s \rangle \\ n_0 & \text{pro } a \in \langle 9b_s; 10b_s \rangle \\ -n_0 & \text{pro } a \in \langle 14b_s; 15b_s \rangle \end{cases} \quad (6.3.1-1)$$

Podle vztahu (5.2-8) určíme celkový počet vodičů:

$$N = \frac{1}{2} \int_0^{2p} |n(a)| da = \frac{2}{2} \int_0^{2b_s} n_0 da + \frac{2}{2} \int_{9b_s}^{10b_s} n_0 da = \frac{p}{3} n_0. \quad (6.3.1-2)$$



Odtud plyne velikost hustoty vodičů vyjádřená pomocí celkového počtu závitů:

$$n_0 = \frac{3}{p} N \quad (6.3.1-3)$$

Potom absolutní tvar funkce $n(a)$ je:

$$n(a) = \begin{cases} \frac{3}{p} N & \text{pro } a \in \left\langle 0; \frac{2p}{9} \right\rangle \\ -\frac{3}{p} N & \text{pro } a \in \left\langle \frac{4p}{9}; \frac{2p}{3} \right\rangle \\ \frac{3}{p} N & \text{pro } a \in \left\langle p; \frac{10p}{9} \right\rangle \\ -\frac{3}{p} N & \text{pro } a \in \left\langle \frac{14p}{9}; \frac{5p}{3} \right\rangle \end{cases} \quad (6.3.1-4)$$

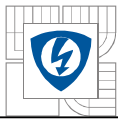
Fourierovy koeficienty na intervalu $\langle 0; 2p \rangle$ jsou:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(a) \cos(ka) da = \\ &= \frac{3N}{p^2} \left[\int_0^{2p/9} \cos(ka) da - \int_{4p/9}^{2p/3} \cos(ka) da + \int_p^{10p/9} \cos(ka) da - \int_{14p/9}^{5p/3} \cos(ka) da \right] = \\ &= \frac{3N}{kp^2} \left[\sin\left(\frac{2kp}{9}\right) + \sin\left(\frac{4kp}{9}\right) + \sin\left(\frac{10kp}{9}\right) + \sin\left(\frac{14kp}{9}\right) - \sin\left(\frac{2kp}{3}\right) - \sin\left(\frac{5kp}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (6.3.1-5)$$

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(a) \sin(ka) da = \\ &= \frac{3N}{p^2} \left[\int_0^{2p/9} \sin(ka) da - \int_{4p/9}^{2p/3} \sin(ka) da + \int_p^{10p/9} \sin(ka) da - \int_{14p/9}^{5p/3} \sin(ka) da \right] = \\ &= \frac{3N}{kp^2} \left[1 + \cos(kp) + \cos\left(\frac{2kp}{3}\right) + \cos\left(\frac{5kp}{3}\right) - \cos\left(\frac{2kp}{9}\right) - \cos\left(\frac{4kp}{9}\right) + \cos\left(\frac{10kp}{9}\right) + \cos\left(\frac{14kp}{9}\right) \right] \end{aligned}$$

Obdobným způsobem jako v předešlém případě lze ukázat, že:

- koeficienty a_k mají všechny harmonické kromě každé 18.
- koeficienty b_k mají všechny harmonické kromě každé 3.



V tomto případě sice první harmonické existují, ale pracovní harmonická je opět druhá, protože se jedná o čtyřpólový stroj. Absolutní hodnota druhé harmonické hustoty vodičů podle (5.3-4) je:

$$n_2 = \frac{3N}{2p^2} \sqrt{\left[\sqrt{3} + \cos\left(\frac{p}{18}\right) + \sin\left(\frac{2p}{9}\right) \right]^2 + \left[1 + 2 \cos\left(\frac{p}{18}\right) - \cos\left(\frac{2p}{9}\right) - \sin\left(\frac{p}{18}\right) \right]^2} = . \quad (6.3.1-6)$$
$$= 0,589596N$$

Z rovnice (5.3-7) okamžitě plyne hodnota činitele vinutí:

$$k_v = \frac{p}{2} 0,589596 = 0,926135, \quad (6.3.1-7)$$

Porovnáním druhé harmonické (6.3.1-6) s rovnicí (5.3-12) získáváme vztah pro celkový počet vodičů:

$$N = \frac{U_{ef}}{\sqrt{2} p^2 0,589596 k_t k_{f\Phi} f B_{\max} l r}, \quad (6.3.1-8)$$

Potom v každé drážce je celkový počet vodičů:

$$N_{s1} = \int_0^{b_s} n(a) da = \int_0^{p/9} \frac{3}{p} N da = \frac{N}{3} \quad (6.3.1-9)$$

6.3.2 Výpočet pomocí Diracových impulzů

Podle Obr. 6.2-1 b) má hustota vodičů relativní tvar:

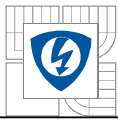
$$n(a) = n_0 [d(0) + d(a - b_s) - d(a - 4b_s) - d(a - 5b_s) + d(a - 9b_s) - d(a - 14b_s)] \quad (6.3.2-1)$$

Podle vztahu (5.2-8) určíme celkový počet vodičů:

$$N = \frac{1}{2} \int_0^{2p} |n(a)| da = \frac{1}{3} n_0. \quad (6.3.2-2)$$

Odtud plyne velikost hustoty vodičů vyjádřená pomocí celkového počtu závitů:

$$n_0 = 3N. \quad (6.3.2-3)$$



Potom absolutní tvar funkce $n(a)$ je:

$$n(a) = 3N \left[d(0) + d\left(a - \frac{p}{9}\right) - d\left(a - \frac{3p}{9}\right) - d\left(a - \frac{5p}{9}\right) + d(a - p) - d\left(a - \frac{14p}{9}\right) \right]. \quad (6.3.2-4)$$

Fourierovy koeficienty určené podle rovnice (5.3-2) na intervalu $\langle 0; 2p \rangle$ jsou:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(a) \cos(ka) da = \\ &= 3N \left[1 + \cos\left(\frac{kp}{9}\right) - \cos\left(\frac{3kp}{9}\right) - \cos\left(\frac{5kp}{9}\right) + \cos(kp) - \cos\left(\frac{14kp}{9}\right) \right] \end{aligned} \quad (6.3.2-5)$$

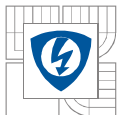
$$\begin{aligned} b_k &= \frac{1}{p} \int_0^{2p} n(a) \sin(ka) da = \\ &= 3N \left[\sin\left(\frac{kp}{9}\right) - \sin\left(\frac{3kp}{9}\right) - \sin\left(\frac{5kp}{9}\right) - \sin\left(\frac{14kp}{9}\right) \right] \end{aligned}$$

Absolutní hodnota druhé harmonické hustoty vodičů podle (5.3-4) je:

$$n_2 = \frac{N}{3p} \sqrt{\left[2 + 3 \cos\left(\frac{p}{9}\right) + \cos\left(\frac{2p}{9}\right) \right]^2 + \left[\sin\left(\frac{p}{9}\right) + \sin\left(\frac{2p}{9}\right) \right]^2} = 0,601742N. \quad (6.3.2-6)$$

Z rovnice (5.3-7) okamžitě plyne hodnota činitele vinutí:

$$k_v = \frac{p}{2} 0,601742 = 0,945214 \quad (6.3.2-7)$$



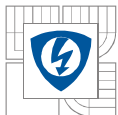
6.4 Porovnání výsledků jednotlivých příkladů

Tab. 1: Porovnání vypočtených činitelů vinutí klasickou a novou metodou

Druh vinutí	Způsob výpočtu činitele vinutí		
	Klasická metoda	Nová metoda	
		Diracovy impulzy	Pravouhlé impulzy
$2p = 2, q = 4, y = 11$	0,949469	0, 949469	0,946760
$2p = 4, q = 2, y = 6$	0,965926	0, 965926	0,954930
$2p = 4, q = 3/2$	nelze určit	0,945214	0,926135

Je vidět, že klasická metoda i nový způsob výpočtu za pomoci Diracových impulzů dávají stejné výsledky činitele vinutí. Nová metoda má na rozdíl od klasické je výhodnější v tom, že s ní lze analyzovat libovolný typ vinutí což v klasickém způsobem je velmi těžce realizovatelné pokud vůbec možné.

Porovnáním výsledků činitelů vinutí při užití pravouhlých impulzů oproti klasické metodě je vidět rozdíl výsledků. Tento rozdíl je způsoben tím, že jsme uvažovali realističtější rozložení vodičů v drážce namísto klasické metody výpočtu, která uvažuje vodiče v drážce ve tvaru Diracovy impulzu, což je v praxi nerealizovatelné.



7 ZÁVĚR

Jak již bylo uvedeno v úvodu práce je rozdělena na tři části.

V první části jsou z obvodového modelu transformátoru odvozeny matematické modely:

- transformátoru napětí s nelineární magnetizační charakteristikou,
- transformátoru proudu s nelineární magnetizační charakteristikou,

dále jsou provedeny jejich simulace v programu Matlab-Simulink.

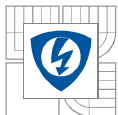
V druhé části jsou z náhradního zapojení asynchronního motoru ve tvaru Γ -článku odvozeny:

- momentovou charakteristiku,
- závislost statorového proudu na skluzu.

Dále je provedena kompletní citlivostní analýza momentové charakteristiky pro všechny parametry náhradního zapojení asynchronního motoru ve tvaru Γ -článku.

Při porovnání měřené a vypočtené momentové charakteristiky je názorně ukázáno jaký vliv na tvar momentové charakteristiky má změna odporů vinutí. Je ukázáno, že teoretické výsledky velmi dobře souhlasí s měřením.

V třetí části práce je seznámení s elektromagnetickým návrhem točivých střídavých strojů pomocí klasické a nové metodou. Na konkrétních příkladech vinutí jsou ukázány jejich použití. Je ukázáno, že obě metody dávají shodné hodnoty činitele vinutí při interpretaci hustoty vodičů za pomoci Diracových impulzů.



LITERATURA

- [1] Patočka M.: *Vybrané statě z výkonové elektroniky svazek IV*. Verze z 23. 04. 2008
- [2] Patočka M.: *Střídavé stroje*. Verze z 09. 10. 2007
- [3] Patočka M.: *Několik poznámek k transformátoru*. Sborník SYMEP 2004, 1. vyd. Praha: ČVUT, 2004, 26 stran
- [4] Cigánek L., Bauer M.: *Elektrické stroje a přístroje*. 2. vydání Praha: SNTL, 1957, 640 stran
- [5] Faktor Z.: *Transformátory a cívky*. 1. vydání Praha: BEN, 1999, 393 stran
- [6] Zocholl S. E., Guzmán A., Hou D.: *Transformer modeling as applied to differential protection*. Dostupné na WWW: www.selinc.com/techpprs/6025.pdf
- [7] Weisstein E. W.: *Fourier series*. Dostupné na WWW: <http://mathworld.wolfram.com/FourierSeries.html>