

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Statistika a pravděpodobnost v učebnicích středních škol

Vypracovala: Nikola Brůžková
Vedoucí: doc. RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

České Budějovice 2020

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 7. 5. 2020

.....

Nikola Brůžková

Poděkování

Na tomto místě bych chtěla poděkovat paní doc. RNDr. Vladimíře Petráškové, Ph.D., vedoucí mé bakalářské práce, za podporu, důvěru a čas, který mi v průběhu psaní věnovala. Za cenné informace a rady, které mi poskytla, kdykoli jich bylo potřeba. Za její pozitivní energii, kterou mi po celou dobu dodávala.

Děkuji také mé rodině za podporu a obětavost, bez které by práce nešla tak snadno. Jsem vděčná za čas, který jsem do své bakalářské práce vložila a za nové znalosti a dovednosti, které jsem během práce nabyla.

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá analýzou vybraných učebnic určených pro střední školy z hlediska zpracování tematického celku statistika a pravděpodobnost.

Statistika a pravděpodobnost jsou témata, která často zůstávají na okraji zájmu učitelů nejen základních škol, ale i středních škol. Z této skutečnosti bude vycházet obsah bakalářské práce.

V teoretické části je představen výzkum učebnic, jsou popsány způsoby analýzy učebnic, probádána srovnávací pedagogika. Dále jsou také definovány pojmy z oblasti pravděpodobnost a statistika vymezené v Rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia a střední školy. Poté je poukázáno na praktická využití statistiky a pravděpodobnosti v reálném životě. V praktické části je měřena didaktická vybavenost vybraných učebnic. Na základě výsledných koeficientů didaktické vybavenosti jsou na závěr učebnice porovnávány.

Klíčová slova: učebnice matematiky, deskripce, komparace, analýza zjištěných faktů, dedukce

Abstract

The bachelor thesis focuses on the analysis of selected math's books for secondary schools in terms of processing the thematic unit Statistics and Probability. Statistics and probability often remain at the margins of interest for primary and secondary school teachers. The theoretical part introduces the research of books, methods of book analysis, comparative pedagogy. Furthermore, the terms of probability and statistics used in the Framework Educational Program for grammar schools and secondary schools are also defined. Last but not least, the practical use of statistics and probability in real life is pointed out. In the practical part is subsequently measured didactic equipment of selected textbooks. Based on the resulting didactic equipment coefficients, the textbooks are compared at the end. The initial curriculum documents of the analysis are framework educational programs for grammar schools and vocational secondary education, which serve as an indicator of the extent of the curriculum that textbooks should contain.

Keywords: mathematics textbook, description, comparison, analysis of found facts, deduction

Obsah

1. ÚVOD.....	8
1.1. Motivace	8
2. CÍL A METODIKA	10
3. TEORETICKÁ ČÁST	11
3.1. Učebnice	11
3.2. Teorie – výzkum učebnic	13
3.3. Měření didaktické vybavenosti	16
3.4. Rámcový vzdělávací program	19
3.4.1. Rámcový vzdělávací program pro gymnázia (RVP G).....	19
3.4.2. Rámcový vzdělávací program pro střední odborné vzdělání (RVP SOŠ)	20
3.5. Teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky	21
3.6. Základní pojmy	23
3.6.1. Kombinatorika (Emil Calda, Václav Dupač, 1999)	23
3.6.2. Pravděpodobnost.....	26
3.6.3. Statistika	29
4. PRAKTICKÁ ČÁST	32
4.1. Výběr učebnic	32
4.2. Použité metody	32
4.3. Měření didaktické vybavenosti	34
4.3.1. Matematika pro gymnázia Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika (Emil Caldá, Václav Dupač, 1999)	34
4.3.2. Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (Robová Jarmila, Martin Hála, Emil Calda, 2013).....	39
4.3.3. Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé (Plocki Adam, Tlustý Pavel, 2007)	43
4.4. Komparace učebnic.....	47
5. DISKUZE	49

6. ZÁVĚR.....	51
7. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	53
8. SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ.....	55

1. ÚVOD

Statistika a pravděpodobnost mají širokou škálu praktického využití v reálném životě. Člověk se denně setkává s grafy, tabulkami či pravděpodobnostmi ať už na internetu, v médiích, časopisech či novinách. Co více, každý z nás si již určitě někdy koupil los, vsadil sportku nebo si zahrál jednu z hazardních her. Pokud se člověk hře a sázkám věnuje, předmětem jeho zájmu je výhra a pravděpodobnost, s jakou je možné výhry dosáhnout. Touto otázkou se lidé zabývali již od poloviny 17. století. Hazardní hry byly v této době velice oblíbenou formou zábavy. Snaha najít zákonitosti, algoritmy, řešení a postupy vedoucí k výhře byla počátkem vzniku teorie pravděpodobnosti (Opava, 1989).

Tato velice zajímavá a v praxi využitelná část matematiky je na středních školách a gymnáziích často opomíjena. Žáci by ale měli být po ukončení středoškolského vzdělání schopni datům či pojmům z této oblasti porozumět. Především tedy umět v nich číst a rozumět hodnotám, jež tyto vědní oblasti přinášejí.

Proto je tato práce věnována učebnicím, které se tímto tématem zabývají, a analyzuje se jejich didaktická vybavenost.

V posledních letech je jedním s diskutovaných témat také propojování znalostí a dovedností různých oborů. Statistika a pravděpodobnost má velice široké uplatnění a objevuje se i v mnoha dalších vědních oborech, proto je vhodné na toto téma nezapomínat a při výuce ho nepodceňovat. Práce je zaměřena na vybrané učebnice, které mohou být vhodným kurikulárním prostředkem výuky této problematiky. Dílčím cílem je analyzovat didaktickou vybavenost těchto učebnic, konkrétně se soustředit na kapitoly věnované statistice a pravděpodobnosti.

1.1. Motivace

Matematika a její praktické využití se v poslední době dostalo do módy. Jakožto zastánce výuky s praktickým využitím jsem prvotně hledala kapitoly matematiky, s nimiž se student setkává v praxi, a především v reálném životě, nejčastěji. Škola přece není pouze poskytovatelem vědeckých informací, ale měla by žáka naučit tyto informace zužitkovat v životě. Svět, do něhož žák vstupuje, je v dnešní době plný

internetu, elektronického obchodování, bankovníctví, sociálních sítí, jednoduše je přeplněn daty. Marketingová oddělení se denně snaží o svých zákaznících zjistit co nejvíce, aby byla schopna vyrobit produkty, jež budou odpovídat jejich požadavkům, chutím, vůním a potřebám. Údaje o tom, co nás baví, po čem v životě toužíme, s kým si dopisujeme, se stávají čím dál tím cennější. Je tedy poměrně důležité, aby byl student schopen orientovat se v těchto statistických datech a pojmech z pravděpodobnosti.

Greg Mankiw, úspěšný ekonom, v roce 2010 přispěl svým sloupkem do New York Times tímto výrokem: *„Osnovy středních škol věnují příliš mnoho času tradičním tématům jako je eukleidovská geometrie a trigonometrie. Pro obyčejného člověka je to užitečné intelektuální cvičení, ale v životě se mu to bude sotva hodit. Žákům by více prospělo, kdyby se dozvěděli něco o pravděpodobnosti a statistice“* (Strogatz, 2014). K výběru tématu mě tedy motivovalo hned několik impulsů.

2. CÍL A METODIKA

Hlavním cílem této bakalářské práce je provést analýzu učebnic matematiky pro gymnázia a střední školy se zaměřením na kapitoly Statistika, pravděpodobnost a kombinatorika. Nejdříve bylo nutné shromáždit poznatky o výzkumu a analýze učebnic. Hledaly se tedy různé metody, pomocí nichž je možné učebnice zkoumat. Druhým krokem bylo vybrat učebnice, jež budou analyzovány. Protože v dnešní době trh vzdělání překypuje širokou škálou elektronických i tištěných knih, nejednalo se o volbu jednoduchou. Poté, co byly učebnice vybrány (více o výběru učebnic naleznete v kapitole 4.1), stačilo se už jen zaměřit na vybrané kapitoly a pustit se do praktické části této práce. K učebnicím bylo přistupováno kurikulárně. Ve středu zájmu stál vztah kurikula a učebnic. Na učebnice bylo pohlíženo jako na kurikulární projekt a zkoumalo se v nich učivo (Knecht, Janík, 2008, s. 10). Každá kapitola byla důkladně zanalyzována a prozkoumána její obsahová struktura, počet stran (rozsah textu, počet příkladů a úloh). Při výzkumu byl použit analytický nástroj založený na posuzování rozsahu verbálních a neverbálních složek tří aparátů (Průcha, 1998). Prvním byl aparát prezentace učiva, druhý aparát řídící učení a poslední aparát orientační (Průcha, 1998). Pomocí získaných hodnot byly spočítány koeficienty didaktické vybavenosti jednotlivých učebnic. Výsledná data analýzy byla zpracována do tabulek a grafů a byla provedena jejich závěrečná komparace.

Během výzkumu byly tedy použity metody observační neboli pozorování, metody kvantitativní, které využívají statistické procedury a porovnávají výskyt a četnost příkladů, úloh, grafů, diagramů apod. Dále byla použita obsahová analýza zaměřená na obsahovou stránku učebnice a analýza zjištěných faktů, ze kterých byl následně pomocí komparativní metody vyvozen dedukcí závěr.

3. TEORETICKÁ ČÁST

Předtím než přistoupí k samotné analýze, je nutné vymezit používané pojmy a klíčová slova, zmínit funkce, jež učebnice ve vzdělávacím systému mají. Dále seznámit čtenáře s rámcovým vzdělávacím programem jako ukazatelem toho, jaké dovednosti a znalosti by si měl student po ukončení středoškolského vzdělání odnést. Na závěr ukázat, že se statistika a pravděpodobnost prolíná do mnoha dalších vědních disciplín a je běžně v reálném životě používána

Praktická část práce se o tyto zmiňované body opírá a vychází z nich.

3.1. Učebnice

Celá bakalářská práce je postavena na práci s učebnicemi, nejdříve tedy definujeme, co to učebnice vůbec jsou, jakou funkci pro studenta či vyučujícího mají a z jakých složek se skládají.

Pedagogický slovník uvádí: *„Učebnice je druh knižní publikace uzpůsobené k didaktické komunikaci svým obsahem a strukturou. Má řadu typů, z nichž nejrozšířenější je školní učebnice. Ta funguje jako:*

- a) *prvek kurikula, a tudíž prezentuje výsek plánovaného obsahu vzdělání,*
- b) *didaktický prostředek a je tedy zdrojem informací pro žáky a učitele a zároveň řídí a stimuluje učení žáků“* (Průcha, Walterová, Mareš, 2013, s. 238).

Můžeme ji chápat také jako *„kurikulární projekt nebo jako prostředek výuky“* (Knecht, Janík, 2008).

Je třeba zobecnit pojem učebnice na součást vzdělávacího programu. Dnešní doba přinesla i jinou formu klasické učebnice, a to učebnici elektronickou. Ty v poslední době zaujaly spoustu studentů a jsou pro ně velice atraktivní už jen tím, že nemusí někdy i těžké tištěné učebnice nosit do školy každý den. Zastávám názor, že technologie přináší spoustu výhod, posouvá nás dopředu, a tedy i elektronické učebnice jsou velmi dostupným zdrojem vzdělání. Nicméně, nemělo by se zapomínat na univerzálnost

tradičních učebnic, ty jsou totiž naprosto nezávislé na dalších zdrojích, jako jsou např. internetová připojení nebo elektronická zařízení.

Učebnice nejsou pouhou prezentací učiva, ale zároveň definují, jaké činnosti by měl být student schopen vykonávat, což je během vzdělávání velice důležité (Knecht, Janík, 2008, s. 11).

Zde jsou uvedeny funkce, které je učebnice schopna zastávat:

- I. funkce informační (vymezí obsahovou/rozsahovou stránku určitého učiva),
- II. funkce transformační (přepracuje odborné informace na informace žákům pochopitelné),
- III. funkce systematizační (rozčlení učivo a vytvoří systém),
- IV. funkce zpevňovací a kontrolní (přináší možnost procvičovat a kontrolovat správnost osvojení dovednosti),
- V. funkce sebevzdělávací (motivuje žáka k samostatnosti),
- VI. funkce integrační (pochopení informací z jiných pramenů),
- VII. funkce koordinační (využití dalších navazujících prostředků),
- VIII. funkce rozvojově výchovná (vytváří rysy osobnosti) (Průcha, 1998).

Jako voda je složena z molekul vodíku a kyslíku, i učebnice má své strukturní komponenty. Učebnice se dělí na dvě složky, první z nich je složka textová (verbální) a druhá mimotextová (vizuální/obrazová). Toto dělení je označováno jako funkčně strukturální. Protože předmětem této studie jsou učebnice matematiky, je třeba zvolit jiný model struktury. Vyvinuli ho čeští autoři, mezi které patří i M. Bednařík. Jeho model struktury (1981) dělí učebnici na:

- a) výkladovou složku, do níž patří texty např. výchozí, základní, shrnující a objasňující,
- b) nevýkladovou složku, do níž zařadil např. otázky a úkoly, odpovědi, řešení, grafy, tabulky (Průcha, 1998).

Učebnice, jimiž se práce zabývá, obsahují obě složky, podstatnější je ale pro žáky gymnázií a středních škol složka nevýkladová obsahující příklady a jejich řešení.

Její funkce je sebevzdělávací, integrační, koordinační, ale především zpevňovací a kontrolní, buduje základní pilíř dovedností nutných pro další studium matematiky.

Závěrem se tato práce opírá o školní matematické učebnice, jedná se tedy o odbornou literaturu, a byly napsány za účelem usnadnit studentům průchod vzděláváním se v oboru matematika. Jak napsal sám Jan Ámos Komenský ve Velké didaktice již roku 1657: „*Knihy musí předkládat všechno srozumitelně a přístupně, tak aby žákům podávaly světlo, s jehož pomocí mohou sami porozumět všemu i bez učitele... Smysl toho je, že nesmíme žáka obtěžovat věcmi, které jsou vzdáleny jeho věku, jeho chápavosti a současného stavu, aby se nemusil potýkat s prázdnými stíny... (Komenský, 1954)*“ (Průcha, 1998). Ač je tento výrok stovky let starý, naprosto vystihuje i nynější situaci. Učebnice je také jedním z prostředků předávání tzv. KNOW HOW, tedy být schopen znalosti uplatňovat i k praktickým účelům (Průcha, 1998).

Na to by se rozhodně nemělo zapomínat. Zde vyvstává otázka, zda má učení se nazpaměť sáhodlouhých textů bez praktického použití vůbec smysl a nejedná se pouze o sisyfovskou práci. Učivo matematiky je jedno z mála, které staví především na logickém uvažování, dedukci a následném počítání v praxi, pouze malá část je tvořena učením se nazpaměť. Právě v tom spočívá její krása. Cílem tedy je pomocí učebnic v dětech vybudovat schopnost přemýšlet nad souvislostmi, být kreativní a propojovat znalosti a dovednosti z jiných oborů.

3.2. Teorie – výzkum učebnic

V předchozí části je uvedeno, jaké funkce učebnice ve vzdělávání zastává. Očividně tvoří jeden ze základních stavebních kamenů výuky, silně ovlivňuje celý její průběh a následně i domácí přípravu studenta. Stále je tedy třeba učebnice a učební styl vylepšovat a obohacovat, proto se vespěle země po celém světě výzkumem učebnic zabývají a staví výzkumy na přední pozici. Diskutují o problémech týkající se především efektivnosti a kvality vzdělávání studentů. Nejedná se pouze o diskuzi, realizují se projekty zaměřené na evaluaci vzdělávání. Výsledky projektů jsou exaktními procedurami vyhodnoceny a následně použity v praxi (Průcha, 1998, s. 41). Výzkumy pramení z touhy pedagogů a budoucích pedagogů řešit kurikulární problematiku

a zlepšovat vzdělávací programy. Již ve 20. století byla otevřena významná centra (např. Německo, Rakousko, Dánsko, Finsko, Norsko, Estonsko, Švédsko, Francie, USA, Rusko apod.) zabývající se komparativní analýzou učebnic. Česká pedagogika započala výzkumy ve 20. až 30. letech, jedním z významných aktérů byl Václav Příhoda při jeho optimalizaci lexikálních fondů pro didaktické texty. Následovali ho také J. Langr, J. Váňa, L. Monatová a J. Průcha (Průcha, 1998). Dnes se výzkumy učebnic dostávají opět do popředí i u nás, výzkum učebnic znovu ožil. Je to očividné, protože pokud srovnáme současné učebnice s učebnicemi, které byly používány na konci 20. století, vidíme znatelný pokrok týkající se grafického zpracování, samotného obsahu, množství informací, názornosti atd. Změny jsou prováděny na základě výzkumů, které musí být nejprve provedeny. Přibývá stále více nových studií a s nimi i požadavky na výzkum učebnic. Patří mezi ně metodologické obohacení, začleňování reálných subjektů, využití poznatků z výzkumů předešlých a mnohé další (Knecht, Janík, 2008, s. 14).

Jedná se tedy o proces či obor, který má slibné vyhlídky do budoucna. Vždy se najde něco, co je možné zlepšit. Výzkumy a analýzy učebnic mnohé přinášejí a stojí za to jim věnovat pozornost. Proč je nutné učebnice zkoumat, bylo objasněno výše, nyní se bude práce zabývat tím, co vše se na učebnicích analyzuje, zjišťuje, vyhodnocuje a jaké výsledky tyto výzkumy přináší. Samotný výzkum je nejprve nutné klasifikovat. Výzkumy se dělí dle účelovosti, předmětu a použitých metod (Průcha, 1998).

Účelem základního výzkumu je:

- a) vědecká explanace, což je metoda, která se zaměřuje na logickou rekonstrukci kurikula a vysvětluje tak, aby byl proces či jev pochopitelný,
- b) praktická aplikace umožňující výzkum dále využít v praxi,
- c) vytvoření závazné normy (normativní účel), dle které je dále možné hodnotit a zkoumat další učebnice (Průcha, 1998, s. 40).

Další důležitou otázkou, kterou je třeba před výzkumem položit, je, co bude předmětem výzkumu, co přesně bude na učebnici zkoumáno:

- I. zda vlastnosti učebnic zaměřující se na rysy/kvality komunikační (verbální, neverbální prostředky určující obtížnost sdělitelnosti učebnice a rozsah učiva), obsahové (kvalitativní parametry – náplň obsahu) a ergonomické (uzpůsobující

učebnici tak, aby byla vhodným nástrojem pro studenty) obsahuje každá učebnice. Dle vlastností se následně odvíjejí i další níže uvedené body (II–V), protože určují, jak učebnice funguje během procesu vzdělávání, jaké efekty přináší její použití, a tedy i jaké výsledky přinese, nebo je předmětem zkoumání,

- II. fungování učebnice zaměřené na názory a postoje uživatele (učitel, žák) a na vyučování či učení samotné,
- III. výsledek a efekt učebnic, který se týká změn ve vědění a postojových vlastnostech subjektu,
- IV. predikce fungování učebnice týkající se využití učebnice v praxi do budoucna,
- V. korekce či modifikace parametrů za účelem optimalizace učebnice (Průcha, 1998, s. 43–46).

Kromě otázek Co? a Proč zkoumat? vyvstává otázka Jak? Hledají se tedy metody, které se při výzkumu využívají. Metody se dělí na kvantitativní (používající statistické procedury porovnávající výskyt a četnost měřitelných jednotek), strukturální, dotazovací, observační (prováděné formou pozorování shromažďující výpovědi často z dotazníků či experimentů o rysech a fungování učebnice), testovací (aplikující speciálně vytvořené testy zjišťující efektivnost), experimentální (zavádějící změny vyvolávající následně zkoumaný efekt), komparativní (porovnávající dva či více souborů) a metody obsahové analýzy (zaměřené na hodnocení kvalitativních rysů a obsah učebnice) (Průcha, 1998, s. 47–48).

Tímto byl shrnut jakýsi celkový přehled metod obsahující konkrétní analýzy. Výše je rozdělen obsah knihy na verbální a neverbální. Se stránkou verbální úzce souvisí i analýza textu, ta byla v rámci bakalářské práce použita, a proto se na ni nyní zaměříme. Důležitým parametrem textu je samotný rozsah učebnic neboli množství učiva obsažené v učebnicích. To ovšem není vůbec jednoduchý úkol, jak by se na první pohled mohlo zdát. Rozsah je doporučeno měřit dle:

- a) počtu stran,
- b) plošného rozsahu a strukturálních složek,
- c) rozsahu verbálního textu učebnic vztahený k časovým úsekům.

Co se praktického použití týče, není vždy toto měření tak snadné. Podíváme-li se na bod a), tedy měření počtu stran, zjistíme, že každá učebnice má jinou velikost, některé jsou ve formátu A4, některé A5 apod., používají jinou velikost či font písma, některé zahrnují více neverbálních prostředků. Zkrátka, měření nemusí být vždy naprosto přesné. Nicméně velkým nepřesnostem je možné se vyhnout. Například G. M. Donskoj v roce 1977 vyhodnotil tehdejší ruské učebnice z hlediska rozsahu, který byl věnován určitému tematickému celku v rámci jedné učebnice. Vytvořil tzv. ukazatel rovnoměrnosti rozsahu učiva (M). Srovnával rozsah největšího a nejmenšího tématu učiva podle počtu stran (Průcha, 1998, s. 45–52). Bod b) zjišťuje velikost plochy (v cm²), kterou pokrývá verbální a neverbální složka. Tuto techniku použil např. A. Wahla na učebnice zeměpisu, vlastivědy a přírodopisu (Průcha, 1998, s. 52). U rozsahu verbálního textu učebnic se jednotkou měření stává slovo, je možné např. použít počítačový program, ten spočítá počet slov či znaků.

V této práci byly použity některé z těchto metod, byly uplatněny na vybrané kapitoly učebnic matematiky pro střední školy a gymnázia.

3.3. Měření didaktické vybavenosti

Učebnice se skládá ze strukturních komponentů, které mají specifické funkce, ty společně tvoří edukační médium. Dle realizace jednotlivých funkcí lze posuzovat její didaktickou vybavenost. Didaktickou vybavenost můžeme definovat jako vlastnost učebnice předurčující efektivnost učebnice, tj. jak efektivní bude její použití v reálné výuce či samostudiu (Průcha, 1998).

Měření se provádí pomocí míry didaktické vybavenosti, což je analytický nástroj založený na posuzování rozsahu využití strukturních (verbálních a obrázkových) složek. Tato míra je velice výhodná, protože je ji možné aplikovat univerzálně na hodnocení libovolných učebnic bez ohledu na předmět, studijní obor, druh školy nebo ročník.

Didaktická vybavenost se rozděluje na tři aparáty, jež dohromady obsahují 36 komponentů:

- I. Aparát prezentace učiva: obsahuje 9 verbálních a 5 obrazových komponentů,

II. Aparát řízení učení: obsahuje 14 verbálních komponentů a 4 obrazové komponenty,

III. Aparát orientace: obsahuje 4 verbální komponenty.

Ad I.) Aparát prezentace učiva

a) Verbální komponenty:

1. Výkladový text prostý,
2. Výkladový text zpřehledněný,
3. Shrnutí učiva k celému ročníku,
4. Shrnutí učiva k tématu,
5. Shrnutí učiva k předchozímu ročníku,
6. Doplnující texty,
7. Poznámky a vysvětlivky,
8. Podtexty k vyobrazení,
9. Slovníčky pojmů, cizích slov.

b) Obrazové komponenty:

1. Umělecká ilustrace,
2. Nauková ilustrace,
3. Fotografie,
4. Mapy, kartogramy, plánky, diagramy, grafy apod.,
5. Obrazová prezentace barevná.

Ad II.) Aparát řízení učení

a) Verbální komponenty:

1. Předmluva,
2. Návod k práci s učebnic,
3. Celková stimulace,
4. Detailní stimulace,
5. Odlišení úrovní učiva,
6. Otázky a úkoly za lekcemi, tématy,
7. Otázky a úkoly k celému ročníku,
8. Otázky a úkoly k předchozímu ročníku,
9. Instrukce k úkolům komplexnější povahy,
10. Náměty na mimoškolní činnosti,
11. Vyjádření cílů výuky pro žáky,
12. Autoevaluace žáka,
13. Výsledky úkolů a cvičení,
14. Odkazy na jiné zdroje informací.

b) Obrazové komponenty:

1. Grafické symboly,
2. Užití barev v textu,
3. Užití jiného stylu písma textu,
4. Využití obálky pro schémata, tabulky apod.

Ad III.) Aparát orientace

a) Verbální komponenty:

1. Obsah učebnice,
2. Členění učebnice na tematické bloky,

3. Výhmaty, živá záhlaví apod.,
4. Rejstřík.

Jednotlivým komponentům je následně přiřazena buď hodnota 1 nebo 0. 1 zastupuje fakt, že se daný komponent v učebnici vyskytuje bez ohledu na četnost výskytu. Pokud se komponentu přiřadí 0, znamená to, že se v učebnici nevyskytuje. Poté, co byla ke každému komponentu připojena odpovídající hodnota, byl spočítán koeficient charakterizující didaktickou vybavenost jednotlivých učebnic. Koeficienty byly vypočteny pomocí poměru počtu reálně využitých komponentů ku počtu všech možných komponentů. Výpočet můžeme ilustrovat na příkladu. Mějme tedy například učebnici, která obsahuje 3 ze 4 komponentů orientačního aparátu. Vzorec níže je výpočtem procentuálního výskytu hledaných verbálních komponentů (obsah učebnice, členění učebnice na tematické bloky, výhmaty, živá záhlaví, rejstřík) aparátu orientačního. Ze čtyř hledaných v učebnici se vyskytují tři. Výsledek vynásobíme 100, abychom ho převedli na procenta.

$$K_{III} = \frac{3}{4} * 100 = 75\%$$

Dále byl vypočten i koeficient celkové didaktické vybavenosti učebnice jako podíl realizovaných komponentů a celkového počtu všech 36 komponentů. Pokud tedy náhodně zvolená kniha obsahuje 27 komponentů z celkových 36, bude koeficient vypadat následovně:

$$E = \frac{27}{36} * 100 = 75\%$$

3.4. Rámcový vzdělávací program

3.4.1. Rámcový vzdělávací program pro gymnázia (RVP G)

Během výzkumu bylo třeba najít jakousi osnovu či opěrný bod, z něhož bude celý výzkum vycházet. Byl užit Rámcový vzdělávací program (dále také jako RVP). Tento program je závazným rámcem pro tvorbu školních vzdělávacích programů škol všech oborů vzdělání a všech věkových kategorií v České republice. Program stanovuje např.

konkrétní cíle, formy, délku a povinný obsah vzdělání. Zároveň odpovídá nejnovějším poznatkům vědních disciplín, pedagogiky a psychologie. Výzkum vychází ze dvou rámcových programů, jsou jimi RVP pro gymnázia a RVP pro střední odborné vzdělání. Z programů byla vybrána vzdělávací oblast Matematiky a její aplikace, okruh Práce s daty, kombinatorika, pravděpodobnost (viz obr. 1). Pořízený screenshot (obr. 1) obsahuje požadavky na učivo těchto okruhů matematiky (Balada, 2007). Pojmy uvedené v RVP by měl student nejen znát, ale měl by být schopen je v praxi aplikovat při řešení příkladů a úloh.

PRÁCE S DATY, KOMBINATORIKA, PRAVDĚPODOBNOST

Očekávané výstupy

žák

- ▶ řeší reálné problémy s kombinatorickým podtextem (charakterizuje možné případy, vytváří model pomocí kombinatorických skupin a určuje jejich počet)
- ▶ využívá kombinatorické postupy při výpočtu pravděpodobnosti, upravuje výrazy s faktoriály a kombinačními čísly
- ▶ diskutuje a kriticky hodnotí statistické informace a daná statistická sdělení
- ▶ volí a užívá vhodné statistické metody k analýze a zpracování dat (využívá výpočetní techniku)
- ▶ reprezentuje graficky soubory dat, čte a interpretuje tabulky, diagramy a grafy, rozlišuje rozdíly v zobrazení obdobných souborů vzhledem k jejich odlišným charakteristikám

Učivo

- **kombinatorika** – elementární kombinatorické úlohy, variace, permutace a kombinace (bez opakování), binomická věta, Pascalův trojúhelník
- **pravděpodobnost** – náhodný jev a jeho pravděpodobnost, pravděpodobnost sjednocení a průniku jevů, nezávislost jevů
- **práce s daty** – analýza a zpracování dat v různých reprezentacích, statistický soubor a jeho charakteristiky (vážený aritmetický průměr, medián, modus, percentil, kvartil, směrodatná odchylka, mezikvartilová odchylka)

Obr. 1 (zdroj: <http://www.nuv.cz/file/159>, screenshot RVP G (Balada, 2007) s. 24

3.4.2. Rámcový vzdělávací program pro střední odborné vzdělání (RVP SOŠ)

Zde je popsán RVP pro střední odborné školy. Vzhledem k tomu, že se jedná o střední odborné školy s odlišnou specializací, má každá z nich vlastní speciálně upravený RVP. Většina z nich zahrnuje matematickou kompetenci a ta vypadá následovně:

„Matematické kompetence Vzdělávání směřuje k tomu, aby absolventi byli schopni podle svých schopností a možností funkčně využívat matematické dovednosti v různých životních situacích, tzn. že absolventi by měli:

- *správně používat a převádět běžné jednotky;*
- *používat pojmy kvantifikujícího charakteru;*

- **číst různé formy grafického znázornění (tabulky, diagramy, grafy, schémata apod.);**
- *provádět reálný odhad výsledku řešení dané úlohy;*
- *rozpoznat základní tvary předmětů a jejich vzájemnou polohu v rovině i prostoru;*
- **aplikovat matematické postupy při řešení praktických úkolů v běžných situacích“** (http://zpd.nuov.cz/RVP_3_vlna/RVP%206351J01%20Obchodni%20skola.pdf, s. 9 g)

Zde se důraz klade opět na praktické využití matematiky, která nás obklopuje. Cíle RVP pro gymnázia přibližně odpovídají matematickým kompetencím RVP pro střední odborné vzdělání. Navíc sdílí středoškolské i gymnaziální vzdělání společnou část státní maturitní zkoušky z matematiky, která je pro oba druhy vzdělání stejná. Studenti by tedy po absolvování střední školy/gymnázia měli být připraveni státní maturitu z matematiky zvládnout.

Všechny vybrané učebnice jsou tedy analyzovány na základě stejných kritérií, ať už se jedná o učebnici pro gymnázia nebo o učebnici pro střední odborné školy.

3.5. Teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky

Teorie pravděpodobnosti a matematická statistika se staly nezbytnou součástí mnoha oblastí moderní vědy a techniky. Navzdory tomu, že se jedná o poměrně mladé vědecké disciplíny, se velice rychle rozvíjejí. Jejich uplatnění nabývá na objemu a zasahuje do oborů rozvoje, např. do teoretických metod nebo zpracování empirických a experimentálních dat. Pojmy, jež tyto vědy přináší, nalézají široké uplatnění ve společenských vědách i běžné veřejné či mediální komunikaci (Holický, 2015). V této kapitole jsou popsány alespoň některé aplikace.

Od 50. let 20. století se významně aplikace pravděpodobnosti a matematické statistiky rozšířila do technických, matematických, přírodovědeckých i sociálních oborů. Stále častěji vycházejí nejrůznější publikace věnované právě těmto kapitolám. Ve veřejných médiích a běžné komunikaci se s pojmy jako jsou např. pravděpodobnost, rozptyl, statistická chyba či očekávaná hodnota běžně setkáváme. Rozumí však opravdu všichni

čtenáři, diváci či posluchači, významu těchto pojmů? O tom bychom mohli sáhodlouze diskutovat nebo na toto téma provádět výzkumy. Nicméně objevují se i případy, že ani samotní autoři nepoužívají tyto pojmy správně, ty následně ztrácí svůj přesný význam a obsah výsledné informace je neadekvátní. Časté chyby slýcháváme například v předpovědi počasí (Holický, 2015).

Obr. 2 zobrazuje screenshot diskuze pořízený na jedné nejmenované internetové stránce, kde se uživatel stránky táže na pravděpodobnost výskytu tornád či srážek na určitém místě a meteoroložka na dotaz odpovídá.

V případě počasí či výskytu tornád se o pravděpodobnost nejedná, tvrzení je pouhým odhadem či přesvědčením, že tornádo nastane, nebo bude pršet. Nejedná se o žádné zásadní chyby, pomocí tohoto příkladu se ilustruje, že se tyto pojmy opravdu často objevují a jsou běžně používány. Studenti by s nimi tedy měli být seznámeni a učitelé by těmto kapitolám měli věnovat náležitou pozornost, obohatí tím tak znalosti žáka, které se mu v budoucnu budou i v **reálném** životě hodit. Při výuce je velice důležité studentům předkládat důvody, proč je zrovna dané učivo probíráno, jaké reálné využití má, protože „proč bychom se jinak měli učit něco, co v životě nepoužijeme?“ Předpokládá se, že mnoho pedagogů tuto otázku z řad studentů již někdy zaslechlo. Pokud je student seznámen s praktickým využitím probírané kapitoly, jeho motivace rozšířit své znalosti právě o tyto poznatky velice rychle narůstá. Mezi další reálná využití pak patří například popis a následná analýza nejistot, zpracování statistických souborů, rozdělení náhodných veličin, odhad parametrů základního souboru, testy statistických hypotéz, korelace a regrese.



Dagmar Honsová: Oblačnost bude přibývat od západu už kolem poledne, první srážky a bouřky očekáváme na severozápadě území kolem 17 hodiny. Studená fronta bude postupovat dále na východ.

Odpovězeno: 20. 08. | 14:10 Autor: Eva

Otázka: Dobrý den, kde je nejpravděpodobnější výskyt tornád? dá se to určit? Jaká je pravděpodobnost srážek na severní moravě v neděli?

Dagmar Honsová: Zítřejší očekáváme konvektivní bouře, které mohou být spojeny i s výskytem tornád. Ale přesné určení místa výskytu tornáda není možná. Během neděle by se žádné srážky na území Česka vyskytovat neměly - naopak očekáváme skoro jasno až polojasno.

Obr. 2 (zdroj: screenshot <https://zpravy.aktualne.cz/domaci/honsova-zitra-prijdou-bourky-nepodcenujte-varovani/r~i:article:645399/>)

3.6. Základní pojmy

3.6.1. Kombinatorika (Emil Calda, Václav Dupač, 1999)

V této kapitole bylo čerpáno z učebnice autorů Calda, Dupač (1999).

Kombinatorika: Matematická disciplína, která se zabývá pouze vlastnostmi konečných množin, tím se liší od ostatních disciplín. Dále i tím, že často neexistuje možnost, jak výsledek či řešení kombinatorické úlohy ověřit. Studenti jsou tedy odkázáni na vlastní úsudek, který je i pro jejich budoucí život velice důležitý.

Kombinatorické pravidlo součinu: Počet všech uspořádaných k -tic, jejichž první člen lze vybrat n_1 způsoby, po výběru prvního lze druhý vybrat n_2 způsoby až k -tý člen po výběru všech předcházejících členů n_k způsoby je roven $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Kombinatorické pravidlo součtu: Jsou-li A_1, A_2, \dots, A_n konečné množiny, které mají po řadě p_1, p_2, \dots, p_n prvků, a jsou-li každé dvě zároveň disjunktní, pak počet prvků množiny $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = p_1 + p_2 + \dots + p_n$.

K-členná variace z n prvků: je uspořádaná k -tice sestavená z n prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou.

Značíme: $V(k, n) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$

Pro všechna přirozená čísla $n, k, k \leq n$, platí: $V(k, n) = \frac{n!}{(n - k)!}$

K-členná variace s opakováním z n prvků: je uspořádaná k -tice sestavená z n prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše k -krát.

Počet $V'(k, n)$ všech k -členných variací s opakováním z n prvků je $V'(k, n) = n^k$.

Počet podmnožin k -prvkové množiny je $V'(k, 2) = 2^k$.

Permutace z n prvků: je každá n -členná variace z těchto prvků, tj. uspořádaná n -tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje právě jednou.

Značíme: $P(n) = V(n, n) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Permutace s opakováním z n prvků: je uspořádaná k -tice sestavená z n prvků tak, že se v ní každý prvek vyskytuje alespoň jednou.

Značíme: $P'(k_1, k_2, \dots, k_n) = \frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_n)!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$

Faktoriál: Pro každé přirozené číslo n definujeme součin všech přirozených čísel od jedné do n , tj. počet všech permutací z n prvků.

Značení a výpočet: $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$

K-členná kombinace z n prvků: je uspořádaná k -tice sestavená z n prvků tak, že se v ní každý vyskytuje nejvýše jednou. Jedná se tedy o k -prvkovou podmnožinu množiny těmito n prvky určené.

Pro všechna celá nezáporná čísla $n, k, k \leq n$ platí:

$$K(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

Pro všechna celá nezáporná čísla $n, k, k \leq n$ platí:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Pro všechna celá nezáporná čísla $n, k, k < n$ platí:

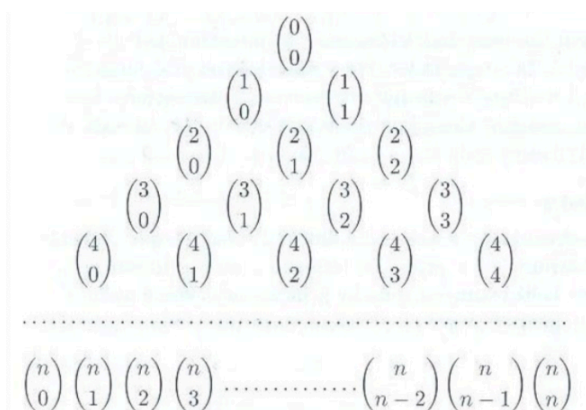
$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Pro všechna přirozená čísla n platí: $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1, \binom{n}{1} = n, \binom{0}{0} = 1$

K-členná kombinace s opakováním z n prvků: je neuspořádaná k -tice sestavená z n prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše k -krát.

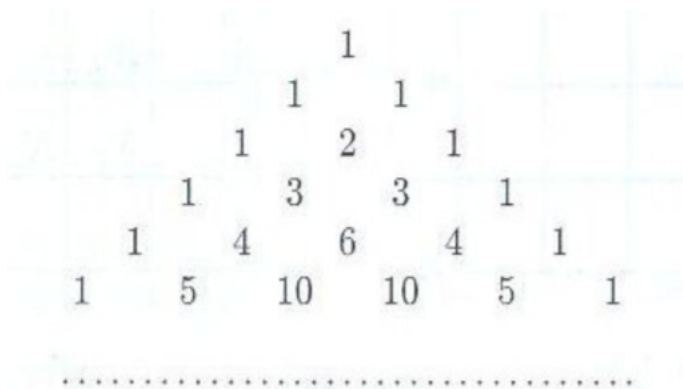
Značíme $K'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$.

Pascalův trojúhelník: jedná se o schéma ilustrující výše uvedené vlastnosti kombinačních čísel, jeho autorem byl francouzský matematik, filozof a fyzik B. Pascal (1623–1662).



Obr. 3 Pascalův trojúhelník (Zdroj: screenshot s. 61, Calda, Dupač, 1999)

Jestliže kombinační čísla v tomto schématu vyčíslíme, dostaneme Pascalův trojúhelník ve tvaru:



Obr. 4 Pascalův trojúhelník (Zdroj: screenshot s. 61, Calda, Dupač, 1999)

Binomická věta: je obecný vzorec pro výpočet n -té mocniny dvojčlenu $a + b$, kde n je přirozené číslo. Pro všechna čísla a , b a každé přirozené číslo n tedy platí:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} \cdot a^n + \binom{n}{1} \cdot a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k \dots + \binom{n}{n-1} a \cdot b^{n-1} + \binom{n}{n} \cdot b^n$$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

3.6.2. Pravděpodobnost

V této kapitole bylo čerpáno z učebnic Plocki a Tlustý (2007), Calda a Dupač (1999), Holický (2015).

Předpokládejme, že jsme u každého náhodného pokusu schopni vyjmenovat všechny jeho možné výsledky, a to tak, že se navzájem vylučují, tj. nastane-li jeden, nemůže nastat druhý, a že jeden z nich nastane vždy, tj. nemůže nastat žádný jiný výsledek než jeden z těch, které jsme vyjmenovali (Calda, Dupač, 1999).

Množinu takto stanovených výsledků nazýváme **konečnou množinou všech možných výsledků pokusu**. Značíme ji písmenem Ω a její libovolný prvek písmenem ω (Calda, Dupač, 1999).

Podmnožiny množiny možných výsledků nazýváme **jevy**. Jevy jsou zpravidla popsány určitou vlastností, společnou prvkům dané množiny. Značíme je velkými písmeny A, B, C ... V daném pokusu lze rozeznávat tolik jevů, kolik je podmnožin množiny

možných výsledků Ω . Mezi ně počítáme i prázdnou množinu \emptyset , kterou nazýváme **nemožný jev**, i celou množinu Ω , které říkáme **jistý jev**. Má-li množina Ω m prvků, pak existuje celkem 2^m různých jevů.

Je-li $\omega \in A$, říkáme, že výsledek ω je **příznivý** jevu A .

Je-li $A \subset B$, říkáme, že jev A je **podjevem** jevu B .

Jev $A \cup B$, který nastává právě tehdy, nastane-li alespoň jeden z jevů A a B , nazýváme **sjednocením** jevů A a B .

Jev $A \cap B$, který nastává právě tehdy, nastanou-li oba jevy A a B , nazýváme **průnikem** jevů A a B .

Je-li $A \cap B = \emptyset$, říkáme, že jevy A a B se **navzájem vylučují**.

Jev A' , který nastává právě tehdy, když jev A nenastává, nazýváme jevem **opačným** k jevu A .

Náhodný jev: je výsledek náhodného pokusu při realizaci podmínek π , který není předem znám.

Pokus: značí realizaci určitých podmínek. V klasickém pojetí teorie se předpokládá, že lze pokus libovolně opakovat a každý jednotlivý výsledek lze jednoznačně popsat i přesto, že není předem znám. V mnoha reálných aplikacích však pokus nelze opakovat libovolně, ale pouze několikrát, např. proto, že je omezen počet vzorků (Holický, 2015).

Pokus náhodný: proces (či realizace) určitých podmínek π , který při opakování dává za stejných podmínek rozdílné výsledky. Různé výsledky náhodného pokusu nazveme náhodnými jevy a jevovým polem nazveme množinu všech možných výsledků náhodného pokusu (Holický, 2015) <http://math.feld.cvut.cz/prucha/ubmip/p2u.pdf>.

Pokus deterministický: proces (či realizace) určitých podmínek π , který při opakování za stejných podmínek dává jednoznačný výsledek (Holický, 2015).

Náhodný jev: je výsledek náhodného pokusu při realizaci podmínek π , který není předem znám.

Obecně, má-li náhodný pokus m možných výsledků a jsou-li tyto výsledky stejně pravděpodobné, pak o každém z nich řekneme, že má pravděpodobnost $\frac{1}{m}$.

Mějme náhodný pokus A s množinou možných výsledků Ω . Pravděpodobnosti $p(\omega)$ těchto výsledků jsou nezáporná čísla, jejichž součet je roven 1.

Značení a výpočet:
$$P(A) = \sum_{\omega \in A} p(\omega)$$

V důležitém případě, kdy pokus má m stejně pravděpodobných výsledků, je tedy

$$P(A) = \frac{m(A)}{m}$$
, kde $m(A)$ je počet výsledků příznivých jevu A .

Mějme libovolný pokus s množinou možných výsledků Ω . Tento pokus provedeme celkem n -krát a pro každý možný výsledek ω zaznameníme, kolik pokusů skončilo právě tímto výsledkem. Toto číslo $n(\omega)$ nazveme četností výsledku ω a podíl $\frac{n(\omega)}{n}$

nazveme **relativní četností** výsledku ω (v n pokusech). Četnosti $n(\omega)$ jsou celá nezáporná čísla, jejichž součet se rovná n . Relativní četnosti $\frac{n(\omega)}{n}$ jsou nezáporné

zlomky, jejichž součet se rovná 1.

Z definice $P(A)$ vyplývá:

pravděpodobnost nemožného jevu $P(\emptyset) = 0$, jistého jevu $P(\Omega) = 1$ a pro pravděpodobnost libovolného jevu A platí: $0 \leq P(A) \leq 1$.

Nechť jevy A a B se navzájem vylučují, tj. $A \cap B = \emptyset$. Pravděpodobnost sjednocení těchto dvou jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností.

$$P(A \cup B) = \sum_{\omega \in A \cup B} p(\omega) = \sum_{\omega \in A} p(\omega) + \sum_{\omega \in B} p(\omega) = P(A) + P(B).$$

Jsou-li A_1, \dots, A_r navzájem vylučující jevy, tj. $A_i \cap A_j = \emptyset$ pro $i \neq j$,

potom $P(A_1 \cup \dots \cup A_r) = P(A_1) + \dots + P(A_r)$.

Pro slučitelné jevy platí: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Pro libovolný jev A platí, že A a A' se navzájem vylučují a že $A \cup A' = \Omega$. Platí tedy $P(A) + P(A') = P(\Omega) = 1$, tj. $P(A') = 1 - P(A)$. Pravděpodobnost opačného jevu je doplněk pravděpodobnosti výchozího jevu do jedné.

Rozdělení pravděpodobnosti na množině $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s\}$ nazýváme každou nezápornou funkci p na množině Ω takovou, že platí:

$$p(\omega_1) + p(\omega_2) + \dots + p(\omega_s) = 1$$

Pokud $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s\}$ a $p(\omega_1) = p(\omega_2) = \dots = p(\omega_s) = 1/s$, pak funkci p nazýváme **klasické rozdělení pravděpodobnosti** na množině Ω a dvojici (Ω, p) **klasický pravděpodobnostní prostor**.

Podmíněná pravděpodobnost libovolného jevu A za podmínky B : je součet pravděpodobností výsledků příznivých jevu A .

Značení a výpočet: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

3.6.3. Statistika

Statistický soubor je určitá (věcně, prostorově a časově) vymezená množina všech zkoumaných prvků, u nichž zjišťujeme hodnoty jisté sledované veličiny. Sledovanou veličinu nazveme **statistickým znakem**. Ty následně dělíme podle toho, jakou vlastnost vyjadřují, a to na kvantitativní a kvalitativní. Kvantitativní znak představuje měřitelné vlastnosti statistických jednotek a je vyjádřen číselnou hodnotou, jako např. výškou, hmotností, měsíčním příjmem, počtem chyb v textu atd.). Kvalitativní znak je takový znak, který nelze kvalifikovat, roztříděním těchto **statistických jednotek** vznikají skupiny neboli kategorie. Kvalitativním znakem mohou být např. pohlaví, rodinný stav či barva očí (Budíková, Králová a Maroš, 2010).

Statistická jednotka: je konkrétní prvek statistického souboru.

Statistický znak: je vlastnost/údaj, který chceme měřit. Znak, jehož hodnoty se liší číselnou velikostí, nazýváme kvantitativní znak (např. plat, výška apod.). Znak, jehož hodnoty se liší kvalitou, nazýváme kvalitativní (např. druh nemoci, zaměstnání).

Četnost n_j hodnoty x_j^* udává, u kolika jednotek byla tato hodnota zaznamenána.

Relativní četnost je četnost dělená počtem všech jednotek v souboru: $v_j = \frac{n_j}{n}$.

Rozdělení četností znaku x přiřazuje hodnotám x_j^* jejich četnosti n_j . Rozdělení četností lze znázornit spojnicovým diagramem, sloupcovým histogramem, tabulkou či kruhovým diagramem.

<i>znak x</i>	x_1^*	x_2^*	...	x_r^*
<i>četnost</i>	n_1	n_2	...	n_r

Tab. 1: Znak a četnost (Calda, Dupač 1999, s. 87, vlastní tvorba)

Charakteristikami polohy kvantitativního znaku jsou:

Aritmetický průměr: je součet hodnot znaku zjištěných u všech jednotek souboru vydělený jejich počtem. Charakterizuje polohu znaku x , která se používá nejčastěji.

Značení a výpočet:
$$x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Vážený průměr: je zobecněním aritmetického průměru, poskytuje charakteristiku statistického souboru, pokud mají hodnoty v daném souboru různou váhu.

Máme-li soubor n hodnot, k nim odpovídající váhy $W = \{w_1, \dots, w_n\}$, pak platí:

Značení a výpočet:
$$x = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Rozptyl: je charakteristika variability rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, ta vyjadřuje variabilitu rozdělení souboru náhodných hodnot kolem její střední hodnoty. Rozptyl náhodné veličiny X se značí $\text{var}(X) = \sigma^2$.

Směrodatná odchylka: je mírou statistické variability a počítá se jako druhá odmocnina rozptylu náhodné veličiny.

Značení a výpočet: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Modus: $\text{Mod}(x)$ je hodnota x_j^* s největší četností.

Medián: je hodnota, jež dělí řadu vzestupně seřazených výsledků na dvě stejně početné poloviny.

Značení a výpočet:
$$\text{Med}(x) = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}}, & \text{pokud } n \text{ je liché} \\ \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n+1}{2}}), & \text{pokud } n \text{ je sudé} \end{cases}$$

kde $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ jsou hodnoty uspořádané podle velikosti.

4. PRAKTICKÁ ČÁST

4.1. Výběr učebnic

Po vybrání tématu této práce byly shromažďovány informace o tom, co samotná analýza učebnic znamená a jak ji v praxi použít. Hledaly se různé metody, pomocí nichž je možné učebnice zkoumat. Druhým krokem bylo vybrat učebnice, které budou analyzovány. Protože v dnešní době je trh vzdělání přesycen širokou škálou elektronických i tištěných knih, nejednalo se o volbu jednoduchou. Nakonec byly vybrány tyto publikace: *Matematika pro gymnázia Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. Autory této knihy jsou Emil Calda a Václav Dupač (1999). Jedná se o 4. upravené vydání, jež vyšlo v roce 1999, od té doby se tato učebnice stala velice používanou. Obsah knihy odpovídá požadavkům RVP, ba dokonce přesahuje jejich rámec, co se týče kapitol Pravděpodobnost, kombinatorika, statistika. Druhou vybranou učebnicí se stala *Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika: matematika pro střední školy* (Robová Jarmila, Martin Hála, Emil Calda (2013)). Poslední analyzovaná učebnice byla *Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé* (Plocki Adam, Tlustý Pavel (2007)). Tyto učebnice se také hojně používají na gymnáziích i středních školách.

K učebnicím bylo přistupováno kurikulárně, ve středu zájmu stál tedy zejména vztah kurikula a učebnic, na učebnice bylo pohlíženo jako na kurikulární projekt a zkoumalo se učivo (Knecht, Janík, 2008, s. 10) Každé kapitole se věnovala pozornost a zapisovala se její obsahová struktura. Následně byla analyzována dle rámcového vzdělávacího programu. Výsledná data analýzy byla zpracována do tabulek či grafů a spočítaly se koeficienty didaktické vybavenosti, které byly klíčovými k následné komparaci dat.

4.2. Použité metody

V této části bakalářské práce jsou analyzovány kapitoly statistika, pravděpodobnost učebnic matematiky pro gymnázia a střední školy. Tyto kapitoly jsou vyučujícími často

opomíjeny a věnuje se jim malá pozornost. Ačkoliv, jak již bylo zmíněno dříve, je jejich praktické využití velice široké a žáci se s nimi v budoucím reálném životě budou běžně setkávat. Výzkum je zaměřen na didaktickou vybavenost učebnic. Učebnice jsou analyzovány na základě předem stanovených kritérií.

Všechny zkoumané učebnice uvedené v tab. 2 byly schváleny Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.

Jak již bylo v teoretické části této BP uvedeno, na učebnici existuje široké a různorodé pole toho, co je na nich možné analyzovat, hodnotit, a co je možné o nich zjišťovat. Předmětem výzkumu může být buď samotná učebnice se svými vlastnostmi, toto edukační medium začleněné do procesu výuky, nebo to, jaké efekty a výsledky ve vzdělání přináší (Průcha, 1998, s. 43). V praxi se běžně tyto přístupy kombinují a vytvářejí tak spolehlivé předpoklady pro následnou aplikaci ve vzdělávání.

Poté, co byly vybrány tři matematické učebnice, byla provedena analýza parametrů učebnice. Použita byla metoda pozorování. Nejprve se posuzovala didaktická vybavenost jednotlivých učebnic. Didaktická vybavenost, jakožto vlastnost předurčující efektivnost učebnice, byla měřena pomocí míry didaktické vybavenosti, což je analytický nástroj založený na posuzování rozsahu využití strukturních (verbálních a obrázkových) složek (Průcha, 1998). U 36 komponentů didaktické vybavenosti bylo hodnoceno, zda se v učebnici vyskytují nebo ne. Pokud daná učebnice komponent obsahovala, byla komponentu z tabulky přiřazena 1. Pokud komponent nebyl obsažen, získal 0. Následně byl počet obsažených komponentů jednotlivých učebnic sečten. Výsledné koeficienty, tj. procentuálně vyjádřený počet komponentů, byly na závěr porovnány. Výstupní data dopomohly i při závěrečné diskuzi.

Autor	Název učebnice	Nakladatelství
Emil Calda, Václav Dupač	Matematika pro gymnázia Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika	4. upravené vydání, Praha: Prometheus, 1999
Robová Jarmila, Martin Hála, Emil Calda	Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika: matematika pro střední školy	Praha: Prometheus, 2013

Tab. 2: Přehled zkoumaných učebnic matematiky pro gymnázia a střední školy

4.3. Měření didaktické vybavenosti

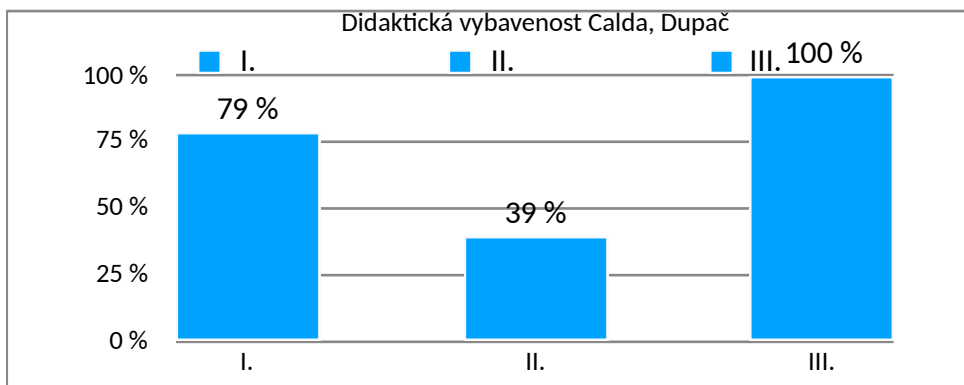
Měření bylo provedeno pomocí míry didaktické vybavenosti, což je analytický nástroj založený na posuzování rozsahu využití strukturních (verbálních a obrázkových) složek.

Během výzkumu byl určován výskyt jednotlivých strukturních komponentů a ty se následně zaznamenaly do tabulky. Výčet těchto komponentů je uveden v publikaci od Průchy (1998, s. 141–142).

4.3.1. Matematika pro gymnázia Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika (Emil Calda, Václav Dupač, 1999)

Tato učebnice je jednou z řady monotematických matematických učebnic pro gymnázia. Učebnici lze využít pro třídy s vyšší i nižší hodinovou dotací, text je diferencován a učitel může libovolně vybírat kapitoly, kterým se chce s žáky věnovat. Je vhodná jak pro střední odborné školy, tak i pro gymnázia. Jedná se o 4. upravené vydání pražského nakladatelství Prometheus z roku 1999. Monotematická řada těchto učebnic byla připravena ve spolupráci s odbornou skupinou pro gymnázia Jednoty českých matematiků a fyziků. Znak JČMF, který všechny tyto učebnice nesou, je známkou jejich odborné a metodické úrovně.

Graf 1 zobrazuje výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů. Tabulky 3–5 ukazují výskyt jednotlivých komponentů podrobněji. Celková didaktická vybavenost této učebnice je zastoupena proměnnou (E).



Graf 1: Výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů

Celková didaktická vybavenost učebnice: $E = \frac{22}{36} * 100 \doteq 61,1\%$

I. APARÁT PREZENTACE UČIVA	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Text výkladový (prostý)	1
Text výkladový (zpřehledněný)	1
Shrnutí učiva k celému ročníku	0
Shrnutí učiva k tématu	1
Shrnutí učiva k předchozímu ročníku	0
Doplňující texty	1
Poznámky, vysvětlivky	1
Podtexty k vyobrazením	1
Slovníček pojmů, cizích slov	1
Obrazové komponenty	
Umělecká ilustrace	0
Nauková ilustrace	1
Fotografie	1
Mapy, kartogramy, grafy...	1
Obrazová prezentace (barevná)	1
Celkem komponentů z 14	11

Tab. 3: Výskyt jednotlivých komponentů

Tab. 3 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu prezentace učiva této učebnice. Tento aparát zahrnuje verbální i obrazové komponenty zaměřené především na to, jak je učivo žákům prezentováno. Z celkových 14 komponentů učebnice obsahovala 11 komponentů. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 78,6% (viz vzorec níže).

$$KI = \frac{11}{14} * 100 \doteq 78,6\%$$

II. APARÁT ŘÍDÍCÍ UČENÍ	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Předmluva	0
Návod k práci s učebnicí	0
Stimulace celková	1
Stimulace detailní	1
Odlišení úrovní učiva	1
Otázky a úkoly za témata	1
Otázky a úkoly k celému ročníku	0
Otázky a úkoly k předchozímu ročníku	0
Instrukce k úkolům komplexnější povahy	1
Náměty pro mimoškolní činnosti s využitím učiva	0
Explicitní vyjádření cílů učení pro žáky	0
Prostředky/instrukce k sebehodnocení pro žáky	0
Výsledky	1
Odkazy na jiné zdroje informací	0
Obrazové komponenty	
Grafické symboly	1
Barvy	1
Zvláštní písmo	1
Přední/zadní obálka (schémata, tabulky...)	0
Celkem komponentů z 18	7

Tab. 4: Výskyt jednotlivých komponentů

Tab. 4 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu řídicí učení této učebnice. Tento aparát zahrnuje opět verbální i obrazové komponenty zaměřené především na to, jak je učení řízeno. Z celkových 18 komponentů učebnice obsahovala 7 komponentů. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 38,9% (viz vzorec níže).

$$KII = \frac{7}{18} * 100 \doteq 38,9\%$$

III. APARÁT ORIENTAČNÍ	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Obsah učebnice	1
Členění na kapitoly	1
Marginálie, výhmaty, živá záhlaví	1
Rejstřík	1
Celkem komponentů ze 4	4

Tab. 5: Výskyt jednotlivých komponentů

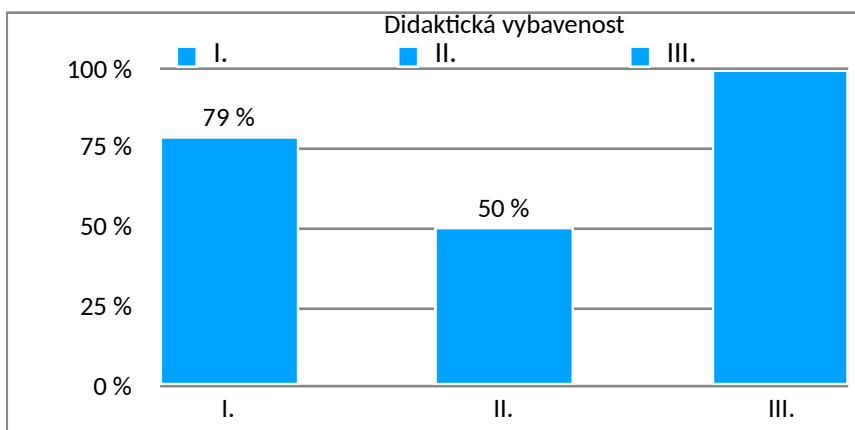
Tab. 5 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu orientačního této učebnice. Tento aparát zahrnuje pouze verbální komponenty zaměřené na orientaci v učebnici. Z celkových 4 komponentů učebnice obsahovala 4 komponenty. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 100% (viz vzorec níže).

$$K_{III} = \frac{4}{4} * 100 = 100\%$$

4.3.2. Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (Robová Jarmila, Martin Hála, Emil Calda, 2013)

Tato učebnice pochází z nové řady tematických učebnic pro SOŠ zahrnující celkem čtyři tematické celky. První kapitola Komplexní čísla se věnuje komplexním číslům a jejich geometrické interpretaci. Následuje kapitola Kombinatorika, na kterou navazují další dvě kapitoly zaměřené na témata Pravděpodobnost a Statistika. Ačkoliv se jedná o obtížnější učivo středoškolské matematiky, učebnice ho zpracovává velmi srozumitelným a poutavým způsobem. Výklad je doplněn celou řadou motivačních příkladů z běžného života a dostatkem úloh k samostatnému procvičení. Učebnice vyniká jasnou logickou výstavbou učiva, která je ještě podpořena přehledným členěním a výrazným barevným zpracováním textu. Vytváří tak skvělý podklad pro výuku těchto témat.

Graf 2 zobrazuje výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů. Tabulky 6–8 ukazují výskyt jednotlivých komponentů podrobněji. Celková didaktická vybavenost této učebnice je zastoupená proměnnou (E).



Graf 2: Výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů

Celková didaktická vybavenost učebnice: $E = \frac{24}{36} * 100 \doteq 66,7\%$

I. APARÁT PREZENTACE UČIVA	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Text výkladový (prostý)	1
Text výkladový (zpřehledněný)	1
Shrnutí učiva k celému ročníku	0
Shrnutí učiva k tématu	1
Shrnutí učiva k předchozímu ročníku	0
Doplňující texty	1
Poznámky, vysvětlivky	1
Podtexty k vyobrazením	1
Slovníček pojmů, cizích slov	0
Obrazové komponenty	
Umělecká ilustrace	1
Nauková ilustrace	1
Fotografie	1
Mapy, kartogramy, grafy...	1
Obrazová prezentace (barevná)	1
Celkem komponentů z 14	11

Tab. 6: Výskyt jednotlivých komponentů

Tab. 6 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu prezentace učiva této učebnice. Tento aparát zahrnuje verbální i obrazové komponenty zaměřené především na to, jak je učivo žákům prezentováno. Z celkových 14 komponentů učebnice obsahovala 11 komponentů. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 78,6% (viz vzorec níže).

$$KI = \frac{11}{14} * 100 = 78,6\%$$

II. APARÁT ŘÍDÍCÍ UČENÍ	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Předmluva	0
Návod k práci s učebnicí	0
Stimulace celková	1
Stimulace detailní	1
Odlišení úrovní učiva	1
Otázky a úkoly za témata	1
Otázky a úkoly k celému ročníku	0
Otázky a úkoly k předchozímu ročníku	0
Instrukce k úkolům komplexnější povahy	1
Náměty pro mimoškolní činnosti s využitím učiva	0
Explicitní vyjádření cílů učení pro žáky	0
Prostředky/instrukce k sebehodnocení pro žáky	0
Výsledky	1
Odkazy na jiné zdroje informací	0
Obrazové komponenty	
Grafické symboly	1
Barvy	1
Zvláštní písmo	1
Přední/zadní obálka (schémata, tabulky...)	0
Celkem komponentů z 18	9

Tab. 7: Výskyt jednotlivých komponentů

Tab. 7 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu řídicí učení této učebnice. Tento aparát zahrnuje opět verbální i obrazové komponenty zaměřené především na to, jak je učení řízeno. Z celkových 18 komponentů učebnice obsahovala 9 komponentů. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 50% (viz vzorec níže).

$$KII = \frac{9}{18} * 100 = 50\%$$

III. APARÁT ORIENTAČNÍ	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Obsah učebnice	1
Členění na kapitoly	1
Marginálie, výhmaty, živá záhlaví	1
Rejstřík	1
Celkem komponentů ze 4	4

Tab. 8: Výskyt jednotlivých komponentů

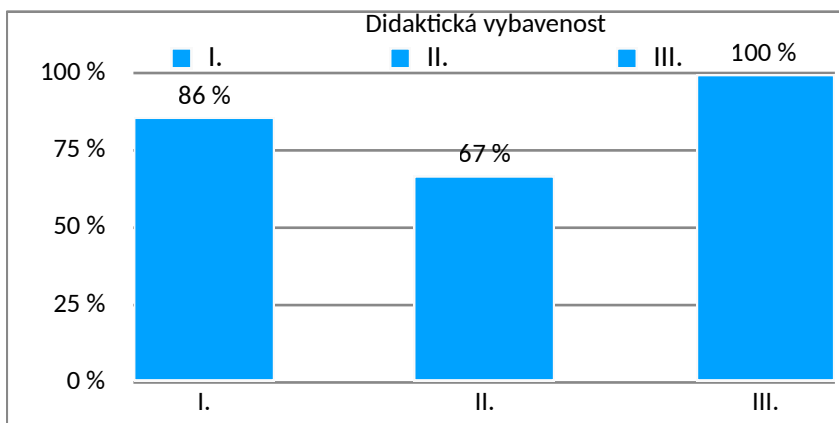
Tab. 8 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu orientačního této učebnice. Tento aparát zahrnuje pouze verbální komponenty zaměřené na orientaci v učebnici. Učebnice obsahovala všechny 4 hledané komponenty. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 100% (viz vzorec níže).

$$KIII = \frac{4}{4} * 100 = 100\%$$

4.3.3. Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé (Plocki Adam, Tlustý Pavel, 2007)

Tato kniha je určena širšímu okruhu čtenářů, především studentům a absolventům středních škol, studentům matematiky, kteří se připravují na povolání učitele, zároveň i samotným učitelům a v neposlední řadě i zájemcům o tuto zajímavou oblast matematiky. Kniha má zcela odlišnou koncepci. Téma pravděpodobnost není čtenáři podáváno jako ucelená kapitola. Není zde kladen důraz na samotné počítání pravděpodobnostních jevů, výuku algoritmů apod. Význačným rysem publikace je vzdělávání pomocí matematiky, logiky a zdůraznění jejího nezaměnitelného přínosu k rozvoji lidského intelektu. Autoři se pokusili o aktivní zapojení čtenářů do objevování pojmů, navádí je k samostatnému uvažování a hledání zákonitostí. Rozvíjí ve čtenáři tvořivost a schopnost hledat řešení novými způsoby.

Graf 3 zobrazuje výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů. Tabulky 9–11 ukazují výskyt jednotlivých komponentů podrobněji. Celková didaktická vybavenost této učebnice je zastoupena proměnnou (E).



Graf 3: Výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů

Celková didaktická vybavenost učebnice: $E = \frac{28}{36} * 100 \doteq 77,8\%$

I. APARÁT PREZENTACE UČIVA	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Text výkladový (prostý)	1
Text výkladový (zpřehledněný)	1
Shrnutí učiva k celému ročníku	0
Shrnutí učiva k tématu	1
Shrnutí učiva k předchozímu ročníku	0
Doplňující texty	1
Poznámky, vysvětlivky	1
Podtexty k vyobrazením	1
Slovníček pojmů, cizích slov	1
Obrazové komponenty	
Umělecká ilustrace	1
Nauková ilustrace	1
Fotografie	1
Mapy, kartogramy, grafy...	1
Obrazová prezentace (barevná)	1
Celkem komponentů z 14	12

Tab. 9: Výskyt jednotlivých komponentů

Tab. 9 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu prezentace učiva této učebnice. Tento aparát zahrnuje verbální i obrazové komponenty zaměřené především na to, jak je učivo žákům prezentováno. Z celkových 14 komponentů učebnice obsahovala 12 komponentů. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 85,7% (viz vzorec níže).

$$KI = \frac{12}{14} * 100 \doteq 85,7\%$$

II. APARÁT ŘÍDÍCÍ UČENÍ	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Předmluva	1
Návod k práci s učebnicí	1
Stimulace celková	0
Stimulace detailní	0
Odlišení úrovní učiva	1
Otázky a úkoly za témata	1
Otázky a úkoly k celému ročníku	0
Otázky a úkoly k předchozímu ročníku	0
Instrukce k úkolům komplexnější povahy	1
Náměty pro mimoškolní činnosti s využitím učiva	1
Explicitní vyjádření cílů učení pro žáky	1
Prostředky/instrukce k sebehodnocení pro žáky	0
Výsledky	1
Odkazy na jiné zdroje informací	0
Obrazové komponenty	
Grafické symboly	1
Barvy	1
Zvláštní písmo	1
Přední/zadní obálka (schémata, tabulky...)	1
Celkem komponentů z 18	12

Tab. 10: Výskyt jednotlivých komponentů

Tab. 10 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu řídicí učení této učebnice. Tento aparát zahrnuje opět verbální i obrazové komponenty zaměřené především na to, jak je učení řízeno. Z celkových 18 komponentů učebnice

obsahovala 12 komponentů. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 66,7% (viz vzorec níže).

$$KII = \frac{12}{18} * 100 \doteq 66,7\%$$

III. APARÁT ORIENTAČNÍ	Výskyt komponentů
Verbální komponenty	
Obsah učebnice	1
Členění na kapitoly	1
Marginálie, výhmaty, živá záhlaví	1
Rejstřík	1
Celkem komponentů ze 4	4

Tab. 11: Výskyt jednotlivých komponentů

Tab. 11 zobrazuje výskyt jednotlivých komponentů aparátu orientačního této učebnice. Tento aparát zahrnuje pouze verbální komponenty zaměřené na orientaci v učebnici. Z celkových 4 komponentů učebnice obsahovala 4 komponenty. Procentuální výskyt komponentů tedy činí 100% (viz vzorec níže).

$$KIII = \frac{4}{4} * 100 = 100\%$$

4.4. Komparace učebnic

Na základě měření didaktické vybavenosti učebnic byla sestavena tab. 12 a *graf 4*, které zobrazují dílčí a výsledné koeficienty vybraných učebnic. Výsledky analýzy ukazují, že procentuální výskyt jednotlivých komponentů prvního aparátu prezentace učiva byl nejvyšší (12 ze 14 komponentů) u učebnice *Plocki, Tlustý (2007)*, zbylé dvě učebnice obsahovaly 11 ze 14 komponentů.

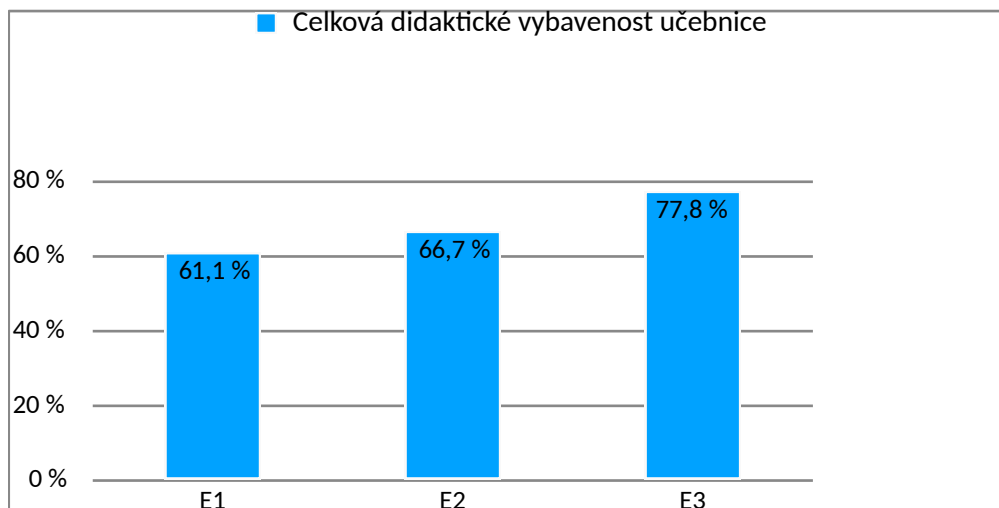
Nejvyšší počet komponentů druhého aparátu řídící učení znovu obsahovala učebnice *Plocki, Tlustý (2007)* – 12 z 18 komponentů. Učebnice *Robová, Hála, Calda (2013)* jich obsahovala 9 a *Calda, Dupač (1999)* pouhých 7.

U posledního aparátu orientačního všechny vybrané učebnice dosáhly 100 %. Všechny obsahovaly 4 ze 4 možných komponentů.

Nejvyšší celkovou didaktickou vybaveností disponuje učebnice *Plocki, Tlustý (2007)*, následuje *Robová, Hála, Calda (2013)* a za ní *Calda, Dupač (1999)*. Průměrně tyto tři knihy překonaly 50 % celkové didaktické vybavenosti, dostaly se na procentuální výskyt komponentů 68,53 %.

Učebnice	KI	KII	KIII	E
1. Calda, Dupač	78,6 %	38,9 %	100 %	61,1 %
2. Robová, Hála, Calda	78,6 %	50 %	100 %	66,7 %
3. Plocki, Tlustý	85,7 %	66,7	100 %	77,8 %

Tab. 12: Dílčí a výsledné koeficienty vybraných učebnic



Graf 4: Dílčí a výsledné koeficienty vybraných učebnic

5. DISKUZE

Měření didaktické vybavenosti učebnic je velmi užitečným analytickým nástrojem, pomocí něhož je možné provést komparaci libovolných učebnic bez ohledu na jejich zaměření. Metodu lze tedy univerzálně aplikovat. Můžeme ji libovolně použít na učebnice bez ohledu na předmět, ročník, studijní obor nebo druh školy.

Zásadní část tvoří poslední krok analýzy, ten zahrnuje interpretaci hodnot uvedených koeficientů. Lze pomocí nich přesně určit, jak učebnice využívají, resp. nevyužívají strukturní komponenty učebnice. Z toho lze následně vyvodit, v jakých didaktických funkcích je daná učebnice vhodně či nevhodně konstruována. Nedostatky se tak mohou snadno korigovat a upravovat. Metoda má účel zjišťovací, popisuje stav využívání strukturních komponentů v učebnici. Dále také účel korekční, navrhuje úpravy pro zvýšení didaktické vybavenosti učebnice. Toto jsou její výhody (Průcha 1998, s. 95).

Na druhou stranu pouze hodnotí, zda se daný komponent vyskytuje v učebnici nebo ne. Opomíjí tedy rozsah daných komponentů, takže nepřináší možnost hodnotit, např. má-li žák možnost si dostatečně vyzkoušet nabyté znalosti v praxi. Pokud se blíže zaměříme na I. aparát prezentace učiva, hned prvním komponentem, který je zkoumán, je text výkladový. Některá učebnice může např. obsahovat pouze dvě nebo tři věty a druhá tři stránky výkladového textu. Obě ale získají u prvního komponentu číslo 1, tzn., že komponent obsahuje. Stejně tak u otázek a úkolů z II. aparátu řídicího učení. Tento aspekt je vnímán jako nevýhoda metody.

Míra didaktické vybavenosti učebnic byla aplikována na desítky českých učebnic z 80. let pro základní a střední školy. Jednou z analýz tohoto typu byla analýza souboru 60 učebnic pro 2. až 8. ročník základní školy. Výsledky ukázaly, že didaktická vybavenost dosti rovnoměrně vzrůstala společně s vyšším ročníkem vzdělání na základní škole, a to nejen u koeficientů celkové didaktické vybavenosti (E), ale i u koeficientů dílčích (K I–K III). Zde tedy můžeme pozorovat princip, který uplatňuje pravidlo, že čím vyšší je věk žáka, tím mnohotvárnější je struktura dané učebnice příslušného ročníku základní školy. Tento pravidelný nárůst ale nevykazovaly učebnice pro střední školy (Průcha, 1998, s. 96).

Pokud se ale podíváme na výsledky měření didaktické vybavenosti učebnic odlišných předmětů, nalezneme zde významné rozdíly v celkové didaktické vybavenosti (E). V tomto výzkumném souboru 60 učebnic byly nejvíce vybaveny přírodopisné, zeměpisné a učebnice hudební výchovy. Opačných výsledků dosáhly učebnice českého a ruského jazyka. Závěrem můžeme konstatovat, že didaktická vybavenost mnohých učebnic pro českou základní školu z 80. let byla dosti nerovnoměrná (Průcha, 1998, s. 97).

Zaměříme-li se na dobu koncem 20. století, přesněji na učebnice vydané před rokem 1990, působí mnohem atraktivněji nejen svou barevností, ale i formátem, který byl většinou A4. V učebnici Teorie analýzy edukačního média, Průcha, 1998, je uvedena tabulka výsledných koeficientů těchto učebnic. Celkové koeficienty učebnic dějepisu a přírodopisu základních škol z dvou třetin činily pod 50 %, průměr koeficientů těchto 6 učebnic byl 50,43 %.

Tři učebnice, na něž se zaměřovala tato práce, dosáhly průměrně celkové didaktické vybavenosti 68,53 %. Zdá se, že se postupem času didaktická vybavenost učebnic zvyšuje i přesto, že v současné české pedagogické vědě výzkumy obecně nepatří mezi hlavní priority. Nenalezneme u nás např. žádná pracoviště, která by se soustavně zabývala analýzou či evaluací školních učebnic. Když se ale podíváme za hranice České republiky, situace je zcela odlišná. V mnoha evropských zemích má výzkum a hodnocení učebnic silnou pozici (Průcha, 1998, s. 89).

6. ZÁVĚR

Tato bakalářská práce se zabývá analýzou učebnic matematiky pro gymnázia a střední školy. Analýza vychází z Rámcového vzdělávacího programu pro gymnázia a střední školy, který určuje obsah učiva zahrnující kapitoly statistika a pravděpodobnost, s nimiž by měl být žák během výuky seznámen. Měřena byla didaktická vybavenost učebnic zaměřených na toto téma.

Téma bylo zvoleno z toho důvodu, že pravděpodobnost a statistika bývá na středních školách často opomíjena a těmto kapitolám není na některých školách věnován dostatečný čas i přesto, že se jedná o znalosti a pojmy, s nimiž se žák v reálném životě může setkat a využít je.

Teoretická část se zabývá učebnicí jako kurikulárním dokumentem, který společně s ostatními činiteli provází žáka studiem. Dále se věnuje samotnému výzkumu učebnic. Druhá část je zaměřena na teoretický popis měření didaktické vybavenosti učebnic a ta je následně v praktické části provedena. Poslední kapitola teoretické části se věnuje Rámcovému vzdělávacímu programu pro gymnázia a střední školy. Vychází z něj i další kapitola obsahující základní pojmy teorie pravděpodobnosti a statistiky, které by měl žák po vystudování střední školy či gymnázia znát. Praktická část obsahuje výsledky měření didaktické vybavenosti u vybraných učebnic. Výsledkem měření didaktické vybavenosti jednotlivé učebnice jsou koeficienty didaktické vybavenosti, které umožnily učebnice mezi sebou vzájemně porovnat.

Dle výsledných koeficientů celkové didaktické vybavenosti si nejlépe ve výzkumu vedla *Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé (Plocki, Tlustý)*, jejíž celková didaktická vybavenost byla 77,8 %, obsahovala 28 komponentů z celkových 36. Následovala učebnice *Komplexní čísla, kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (Robová, Hála, Calda)*, obsahovala 24 komponentů z 36, což je 66,7 %. Poslední učebnice *Matematika pro gymnázia (Calda, Dupač)* obsahovala 22 komponentů z 36, což odpovídá 66,1 %. Všechny vybrané učebnice jsou v souladu s RVP a obsahují, popř. vysvětlují pojmy a znalosti, s nimiž by měl být žák seznámen. Učebnice *Matematika pro gymnázia (Calda, Dupač)* a *Komplexní čísla,*

kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (Robová, Hála, Calda) obsahují i další kapitoly (zabývající se jinými tématy), a proto mají kapitoly pravděpodobnost a statistika v těchto publikacích omezený prostor.

7. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

BALADA, Jan. *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia: RVP G*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, c2007. ISBN 978-80-87000-11-3.

BUDÍKOVÁ, Marie, Maria KRÁLOVÁ a Bohumil MAROŠ. *Průvodce základními statistickými metodami*. Praha: Grada, 2010. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-3243-5.

CALDA, Emil a Václav DUPAČ. *Matematika pro gymnázia*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2008. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-365-3.

DVOŘÁK, Dominik, Tomáš JANÍK, Jan PRŮCHA, et al. *Srovnávací pedagogika: proměny a výzvy*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2015. ISBN 978-80-7290-860-8.

HOLICKÝ, Milan. *Aplikace teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky*. Praha: České vysoké učení technické, 2015. ISBN 978-80-01-05803-9.

KNECHT, Petr a Tomáš JANÍK. *Učebnice z pohledu pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2008. Pedagogický výzkum v teorii a praxi. ISBN 978-80-7315-174-4.

KOMENSKÝ, Jan Amos. *Velká didaktika*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatelstvo, 1954. Knižnica pedagogických klasikov.

MAŇÁK, Josef, Štefan ŠVEC a Vlastimil ŠVEC, ed. *Slovník pedagogické metodologie*. Brno: Masarykova univerzita, 2005. Pedagogický výzkum v teorii a praxi. ISBN 80-7315-102-2.

OPAVA, Zdeněk. *Matematika kolem nás*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Albatros, 1989. ISBN 978-80-262-0403-9.

PŁOCKI, Adam a Pavel TLUSTÝ. *Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé*. Praha: Prometheus, 2007. ISBN 978-80-7196-330-1.

PRŮCHA, Jan. *Učebnice: teorie a analýzy edukačního média: příručka pro studenty, učitele, autory učebnic a výzkumné pracovníky*. Brno: Paido, 1998. Edice pedagogické literatury. ISBN 80-85931-49-4.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9.

STROGATZ, Steven H. *Radost z x: průvodce matematikou od jedné do nekonečna*. Praha: Dokořán, 2014. Aliter (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-7363-592-3.

VLČEK, P. Srovnávací výzkum v pedagogice: některé úvahy o metodologii problémového přístupu. *Pedagogická orientace*, 2015, 25(3), s. 394–412.

Internetové zdroje

JEŘÁBEK, J., S. KRČKOVÁ a L. HUČÍNOVÁ. *Rámcové vzdělávací programy* [online]. Výzkumný ústav pedagogický v Praze: Část C (5.2, 5.2.1). Dostupné z: <http://www.nuv.cz/t/rvp>

8. SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ

Seznam obrázků

<u>Obr. 1 (zdroj: http://www.nuv.cz/file/159, screenshot RVP G (Balada, 2007) s. 24</u>	20
<u>Obr. 2 (zdroj: screenshot https://zpravy.aktualne.cz/)domaci/honsova-zitra-prijdou-bourky-nepodcenujte-varovani/r~i:article:645399/</u>	23
<u>Obr. 3 Pascalův trojúhelník</u>	25
<u>Obr. 4 Pascalův trojúhelník</u>	25

Seznam tabulek

<u>Tab. 1: Znak a četnost</u>	29
<u>Tab. 2: Přehled zkoumaných učebnic matematiky pro gymnázia a střední školy</u>	32
<u>Tab. 3: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	34
<u>Tab. 4: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	35
<u>Tab. 5: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	36
<u>Tab. 6: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	38
<u>Tab. 7: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	39
<u>Tab. 8: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	40
<u>Tab. 9: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	42
<u>Tab. 10: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	43
<u>Tab. 11: Výskyt jednotlivých komponentů</u>	44
<u>Tab. 12: Dílčí a výsledné koeficienty vybraných učebnic</u>	45

Seznam grafů

<u>Graf 1: Výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů</u>	33
<u>Graf 2: Výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů</u>	37
<u>Graf 3: Výsledné dílčí koeficienty tří zkoumaných aparátů</u>	41
<u>Graf 4: Dílčí a výsledné koeficienty vybraných učebnic</u>	46