VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NAPJATOSTNĚ DEFORMAČNÍ ANALÝZA SILNIČNÍHO MOSTU PŘES ŘEKU ORLICI

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE — Tomáš Adamec
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2019

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	**Tomáš Adamec**
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	**doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.**
Akademický rok:	2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Napjatostně deformační analýza silničního mostu přes řeku Orlici

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Prutové soustavy se běžně používají k modelování chování mostů, jeřábů, stožárů a ostatních technických objektů, které jsou vyrobeny z prutových těles a splňují předpoklady kladené na prutové soustavy. Silniční most přes řeku Orlici v Třebechovicích pod Orebem je typickým reprezentantem staticky neurčité prutové soustavy.

Cíle bakalářské práce:

1. Získání vstupních údajů o mostě.
2. Vytvoření 2D výpočtového modelu prutové soustavy mostu a jeho napjatostně deformační analýza.
3. Verifikace analytického výpočtu numerickým řešením.

Seznam doporučené literatury:

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a BURŠA, J. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2004, ISBN 80-214-2592-x.

FLORIAN, Z., PŘIKRYL, K., ONDRÁČEK, E. Mechanika těles - statika. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995, ISBN 80-214-0694-1.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu	doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt

Hlavním tématem této bakalářské práce je napjatostně deformační analýza silničního mostu přes řeku Orlici v Třebechovicích pod Orebem. V první části je teoretický úvod do prutových soustav a pružnosti pevnosti. V druhé části je popsána geometrie mostu. V třetí části je tvorba 2D modelu prutové soustavy, zatížení a popis výpočetního algoritmu. Třetí část je zaměřena na výpočet a interpretace výsledků. V páté části je provedena verifikace čtvrté části. V šesté části je popis výpočtu 3D prutové soustavy.

Abstract

The main topic of this thesis is stress and strain analysis of road bridge over the river Orlice in Třebechovice pod Orebem. First point of the thesis is theoretical introduction to trusses and solid mechanics. Second point is describing the geometry of the bridge. Third point is creation of a 2D truss model, load of the model and description of computational algorithm. Fourth part is calculation and interpretation of results. Fifth point is verification of the fourth part. Sixth point is description of 3D truss calculation.

Klíčová slova

Příhradová konstrukce, prutová soustava, prut, statická neurčitost, napětí, deformace, mezní stav pružnosti, mezní stav vzpěrné stability, metoda konečných prvků, ANSYS Workbench

Key words

Truss construction, truss, beam, statically indetermine, stress, deformation, limit state of elasticity, limit state of buckling stability, finite element method, ANSYS Workbench

Bibliografická citace

ADAMEC, Tomáš. *Napjatostně deformační analýza silničního mostu přes řeku Orlici.* Brno, 2019. Dostupné také z: https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/116984. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Vladimír Fuis.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Napjatostně deformační analýza silničního mostu přes řeku Orlici“ vypracoval samostatně s použitím pramenů a odborné literatury uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne 24. května 2019 .....

Tomáš Adamec

Poděkování

Tímto děkuji panu doc. Ing. Vladimíru Fuisovi Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a připomínky při vypracování bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat městu Třebechovice pod Orebem za poskytnutí dokumentace k mostu a panu Ing. Josefu Černému za jeho rady. Dále bych rád poděkoval své rodině a přítelkyni za podporu při studiu.

OBSAH

1 ÚVOD 10
2 CÍLE PRÁCE 11
3 TEORETICKÁ ČÁST 12
3.1 Základní formulace lineární pružnosti pevnosti 12
3.2 Vymezení prutu jako speciálního tělesa 13
3.2.1 Prutové předpoklady 13
3.3 Prostý tah a tlak 14
3.3.1 Deformace prutu 15
3.3.2 Napětí prutu 16
3.3.3 Posuv a energie napjatosti prutu 17
3.4 Prutové soustavy 18
3.4.1 Odchylky modelu od reality 19
3.4.2 Statická určitost 19
3.4.3 Metoda styčníková 20
3.4.4 Řešení staticky neurčitých soustav 21
3.5 Mezní stavy 21
3.5.1 Mezní stav pružnosti 21
3.5.2 Mezní stav vzpěrné stability 22
4 SPECIFIKACE MOSTU 24
4.1 Lokace a účel mostu 24
4.2 Popis příhradové konstrukce 25
5 ANALYTICKÝ VÝPOČET – OBECNÁ ČÁST 28
5.1 Tvorba modelu prutové soustavy 28
5.2 Rovnice prutové soustavy 31
5.3 Parametry prutové soustavy 33
5.4 Modelování statického zatížení prutové soustavy 35
5.5 Modelování proměnného zatížení prutové soustavy 37
5.6 Algoritmus výpočtu 39
6 ANALYTICKÝ VÝPOČET – PRAKTICKÁ ČÁST 45
6.1 Analytický výpočet – Varianta 1 45
6.1.1 Varianta 1 – vlastní tíha 45
6.1.2 Varianta 1 – Zatížení vozidlem uprostřed mostu 49
6.1.3 Varianta 1 – Průjezd vozidla po mostě 53
6.1.4 Analytický výpočet – Citlivostní analýza 59

6.2 Analytický výpočet – Varianta 2 63
6.3 Analytický výpočet – Návrh příčného průřezů příčníků 66
7 NUMERICKÝ VÝPOČET 68
7.1 Teoretická část – metoda konečných prvků 68
7.2 Praktická část 69
7.2.1 Verifikace – varianta 1 69
7.2.2 Verifikace – citlivostní analýza 70
7.2.3 Verifikace – varianta 2 71
8 3D VÝPOČET PRUTOVÉ SOUSTAVY 73
9 ZÁVĚR 75
ZDROJE 78
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK 79
SEZNAM PŘÍLOH 80

1 ÚVOD

Příhradová konstrukce je jeden ze základních typů stavebních konstrukcí. Je tvořena z těles, jejichž jeden rozměr je výrazně delší než ostatní rozměry. Tyto tělesa se nazývají příhrady a jejich pohyb vůči sobě je omezen v jejich vzájemných spojích smontováním nebo svarem. Typickými reprezentanty jsou jeřáby, nebo telekomunikační stožáry. Na tyto konstrukce lze díky jejich tvaru aplikovat řadu zjednodušení, které usnadňují jejich výpočty. Jeden z možných zjednodušujících modelů pro výpočet příhradové konstrukce je prutová soustava. Výpočet jednoduchých prutových soustav je vyučován na většině technických škol. Oproti novodobým numerickým metodám je tato metoda značně časově náročnější na řešení, které je zároveň omezené jen na některé typy konstrukcí. Avšak díky snadnému pochopení zásadně rozvíjí analytické myšlení spojené s mechanikou těles.

Předmětem této práce bude využití modelu prutové soustavy na reálnou konstrukci. Vybraná reálná konstrukce je silniční most přes řeku Orlici v Třebechovicích pod Orebem, který je zobrazen na obr. 1.1.

Obr. 1.1 Silniční most přes řeku Orlici v Třebechovicích pod Orebem

2 CÍLE PRÁCE

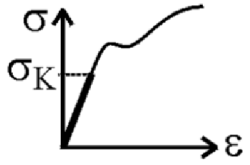
Hlavním cílem této práce je aplikování znalostí získaných během bakalářského studia na reálný problém. Konkrétní problém v této práci je napjatostně deformační analýza mostu přes řeku Orlici v Třebechovicích pod Orebem. Pro řešení budou využity poznatky z předmětů Statika, Pružnost pevnost I a Řešení základních úloh mechaniky těles pomocí metody konečných prvků. V práci je krátce shrnuta potřebná teorie. Praktická část je rozdělena do dvou částí, přičemž první část se zabývá zpracováním matematického modelu metodou styčníkovou, která přibližně popisuje napjatost a deformaci skutečného mostu a druhá část je zaměřena na verifikace získaných výsledků ve specializovaném softwaru využívajícím metodu konečných prvků.

3 TEORETICKÁ ČÁST

3.1 Základní formulace lineární pružnosti pevnosti

Problémy v pružnosti pevnosti primárně dělíme podle vztahu parametrů zatížení a parametrů deformačně-napjatostních na problémy lineární a nelineární. Řešení nelineární úlohy je zpravidla mnohem složitější a vyžaduje linearizaci pomocí různých matematických nástrojů. Pokud má být úloha klasifikována jako lineární, musí dodržet určité předpoklady, které jsou uvedeny níže [1].

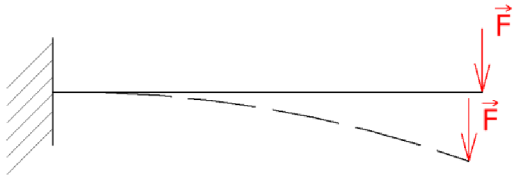
1. Materiál tělesa je lineárně pružný, homogenní, izotropní a nezávisí na historii zatěžování. Zkráceně tyto vlastnosti nazýváme Hookovský model materiálu. Tento model se nejčastěji aplikuje při modelování ocelí v oblasti elastické deformace [1]. Na obr. 3.1 je diagram tahové zkoušky, kde zvýrazněná část je napjatostně deformační charakteristika lineárně pružného materiálu.



Obr. 3.1 Diagram tahové zkoušky [1]

2. Deformace tělesa je výrazně menší než původní rozměry tělesa, což umožňuje uvolnit těleso v nedeformovaném tvaru [1].

Na obr. 3.2 je prut vetknutý na jednom konci zatížený silou na konci druhém. Druhý předpoklad lineární klasifikace nám umožnuje zanedbat změnu ramena horizontálním posunutím nositelky síly a tahové napětí vzniklé natočením tělesa vůči síle.

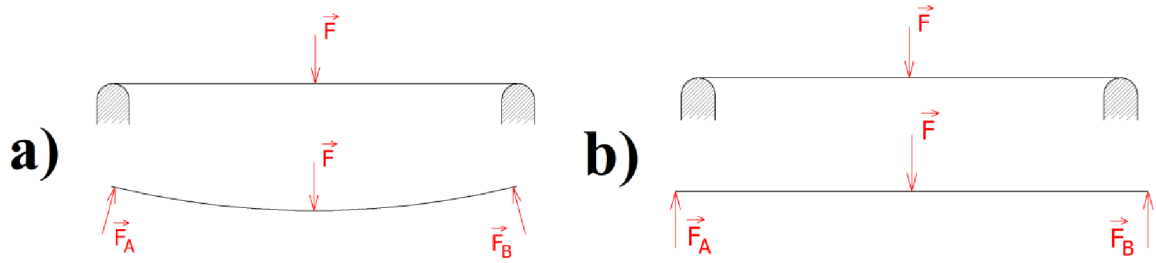


Obr. 3.2 Ilustrace druhého předpokladu lineární pružnosti pevnosti

3. Lineární závislost mezi silovým působením a deformačními charakteristikami [1].

4. Lineární charakteristika vazeb se při zatížení změní zanedbatelně [1].

Ilustrace lineárních a nelineárních vazeb je znázorněna na obr. 3.3.



Obr. 3.3 Těleso: a) s nelineárními vazbami, b) s lineárními vazbami

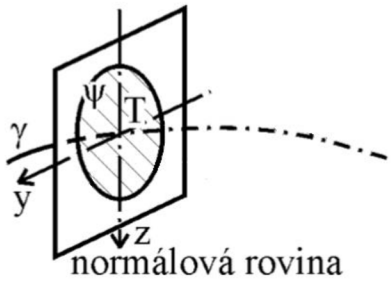
3.2 Vymezení prutu jako speciálního tělesa

Prut je nejjednodušší modelové těleso pružnosti pevnosti [1]. Použití prutu jako modelového tělesa je podmíněno prutovými předpoklady, které se týkají jeho geometrie, zatížení, deformace a napjatosti [2].

3.2.1 Prutové předpoklady

Geometrické předpoklady

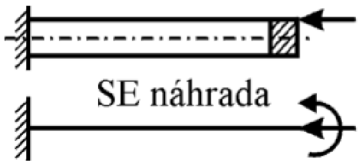
Prut je popsán střednicí γ a v každém jejím bodě příčným průřezem ψ. Střednice je normálou všech ploch příčných průřezů a v každém příčném průřezu prochází jeho těžištěm. Střednice γ je spojitá a hladká křivka konečné délky. Příčný průřez je jednoduše nebo vícenásobně souvislá oblast ohraničená obrysovou čárou. Největší rozměr příčného průřezu je výrazně menší než délka střednice [1, 2]. Střednice a příčný průřez v její normálové rovině jsou znázorněny na obr. 6.4.



Obr. 3.4 Geometrické prutové předpoklady [1]

Vazbové a zatěžující předpoklady

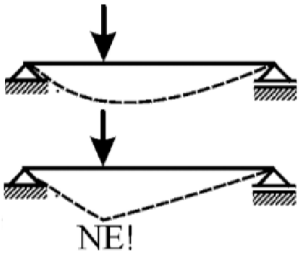
Vazby omezují pouze posuvy a natočení střednice. Zatížení na prut, která působí mimo střednici, jsou nahrazena staticky ekvivalentním zatížením, působícím na střednici, viz obr. 3.5 [2].



Obr. 3.5 Staticky ekvivalentní náhrada zatížení [1]

Deformační předpoklady

Střednice v deformovaném tvaru zůstává spojitá a hladká, viz obr. 3.6. Příčné průřezy v deformovaném tvaru zůstávají rovinné a kolmé na střednici a mohou se podle typu zatěžování deformovat oddálením při tahu, přiblížením při tlaku, natočením kolem osy ležící v ψ při ohybu, natočením kolem osy totožné se střednicí při krutu nebo se posouvat bez deformace při smyku [2].



Obr. 3.6 Zachování hladkosti střednice [1]

Napjatostní předpoklady

U prutů se vyskytuje specifický typ napjatosti, který se označuje jako prutová napjatost a je určená jednou hodnotou normálového napětí a jednou hodnotou smykového napětí v rovině, kterou prochází osa nenulového normálového napětí [2].

Tenzor napětí pro prutovou napjatost

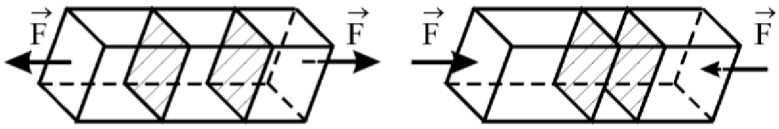
$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{nebo} \quad T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & 0 \end{pmatrix} \tau_{ij} = \tau_{ji}$$

3.3 Prostý tah a tlak

Prostý tah a tlak je jeden z druhů prostých namáhání přímého prizmatického prutu. Aby nastalo na prutu prosté namáhání, musí být na dané rozlišovací úrovni dodrženy tři základní podmínky [2]:

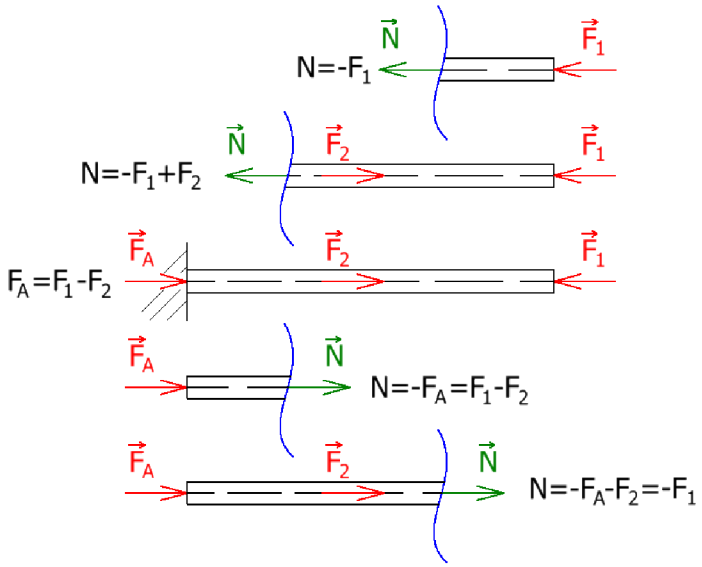
- prvek prutu splňuje prutové předpoklady,
- můžeme řešit deformaci a napjatost odděleně,
- deformace je pro řešení statické rovnováhy prvku prutu nepodstatná.

V případě prostého tahu a tlaku musí být také splněn předpoklad, že všechny síly a tlaky, které prut namáhají, mají působiště na střednici a směr totožný s jeho střednicí, což implikuje, že prut se deformuje pouze tím, že se jeho příčné průřezy oddalují a zmenšují nebo přibližují a zvětšují, viz obr. 3.7 [2].



Obr. 3.7 Deformace při tahu/tlaku [1]

Pro definování napjatosti a deformace při prostém tahu a tlaku je nutné formulovat pojem normálová síla. Normálová síla N je reakční síla v místě řezu prutu, jejíž kladný směr míří ven z prutu totožně s pomyslnou střednicí. V případě, že řežeme prut z jedné strany je normálová síla rovna silové výslednici na této straně a působí v opačném směru, aby byl prvek prutu ve statické rovnováze, zatímco silové působení na druhé straně je ignorováno. Při kladném výsledku normálové síly prvku prutu, je tato část prutu namáhána tahově a při záporném výsledku normálové síly, je namáhána tlakově [1]. Postup výpočtu normálové síly je znázorněn na obr. 3.8.



Obr. 3.8 Normálová síla pro vetknutý prut zatížený dvěma osovými silami

3.3.1 Deformace prutu

V případě prostého tahu a tlaku je posuv jednotný pro všechny body konkrétního příčného průřezu. Deformaci ve směru střednice prutu, podle konvence ve směru x, vyjádříme poměrem změny vzdálenosti dvou příčných průřezů k jejich původní vzdálenosti. Deformace je při prostém tahu a tlaku u prizmatického prutu v oblastech se stejnou normálovou silou a stejným modulem pružnosti konstantní, takže pro výpočet deformace lze použít libovolné dva příčné průřezy [1, 2].

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = konst.$$

Zároveň jsou si deformované příčné průřezy podobné, tedy se pouze rovnoměrně zmenší nebo zvětší, což implikuje, že úhlové deformace příčného průřezu jsou nulové [1, 2].

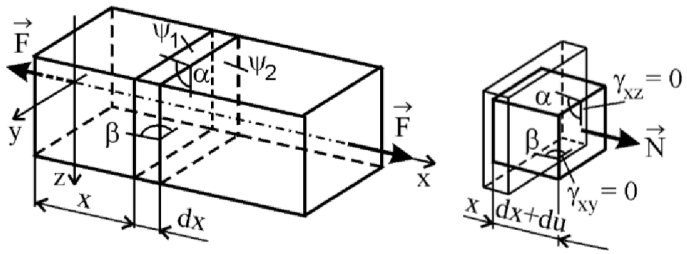
$$\gamma_{xy} = 0 \quad \gamma_{xy} = 0 \quad \gamma_{yz} = 0$$

Nenulové složky deformací jsou pouze deformace ve třech vzájemně kolmý osách z nichž jedna je právě deformace ve směru x a další dvě ve směrech y a z jsou této deformaci úměrné opačným znaménkem hodnoty Poissonova poměru [1, 2]. Na obr. 3.9 je znázorněna deformace prutu.

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu\varepsilon_x = konst.$$

V prutu tedy vzniká trojosý stav deformace [1].

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & -\mu\varepsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & -\mu\varepsilon_x \end{pmatrix}$$



Obr. 3.9 Znázornění deformace prutu [1]

3.3.2 Napětí prutu

Pro hookovský model materiálu platí Hookův zákon, který popisuje lineární závislost napětí a deformace v závislosti na modulu pružnosti, z čehož vyplývá, že stejně jako deformace je i napětí konstantní [1].

$$\sigma = E\varepsilon = konst. \rightarrow \sigma_x = E\varepsilon_x = konst.$$

V případě namáhání prutu je nenulová pouze složka napětí ve směru osy x, což vyplývá z napjatostních předpokladů pro prut [1].

$$\sigma_y = 0 \quad \sigma_z = 0$$

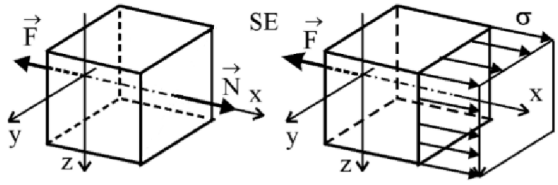
Jelikož jsou úhlové deformace nulové, jsou i smyková napětí nulová [1].

$$\tau_{xy} = 0 \quad \tau_{xy} = 0 \quad \tau_{yz} = 0$$

Vzniká tedy jednoosá napjatost [1].

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vztah pro napětí se dá odvodit ze statické rovnováhy. Funguje zde analogie s normálovou sílou, jelikož napětí je při prostém tahu a tlaku v podstatě plošné zatížení na pomyslný řez prvku prutu, které uvádí prvek do statické rovnováhy. Jeho převod pomocí statické ekvivalence na sílu s působištěm na střednici je normálová síla [2]. Statická ekvivalence napětí a normálové síly je znázorněna na obr. 3.10.



Obr. 3.10 Statická ekvivalence napětí a normálové síly [1]

Platí tedy vztah, že integrace osového napětí přes příčný průřez se rovná normálové síle [2].

$$\iint_{\psi} \sigma_x dS = N$$

Jelikož v našem případě je deformace na příčném průřezu jednotná, tak je i napětí jednotné a tím pádem lze vztah zjednodušit tak, že napětí krát obsah příčného průřezu se rovná normálové síle [2].

$$\sigma S = N \rightarrow \sigma = \frac{N}{S}$$

3.3.3 Posuv a energie napjatosti prutu

Vztah pro posuv bodu střednice ve směru x lze získat dosazením Hookova zákona do vztahu pro deformaci ve směru x [2].

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \rightarrow du = \varepsilon_x dx \rightarrow du = \frac{\sigma_x}{E} dx$$

Veličina E je Youngův modul pružnosti, která symbolizuje směrnici experimentálně zjištěné napjatostně deformační charakteristiky materiálu v pružné oblasti zatěžování [2].

Integrací výrazu dostaneme vztah pro posuv, který za předpokladu, že jsou normálová síla a obsah příčného průřezu po částech konstantní, můžeme převést na zjednodušený vztah, kde n je počet úseků ohraničených změnou normálové síly nebo obsahu příčného průřezu [2].

$$u = \int \frac{\sigma_x(x)}{E} dx = \int \frac{N(x)}{ES(x)} dx = \sum_{i=1}^{n} \int \frac{N_i}{ES_i} dx$$

Při elastické deformaci s předpoklady lineární pružnosti se celá deformační práce rovná pružné energii napjatosti [1].

$$dA = \frac{1}{2} F du = dW$$

Dosazením za diferenciál posuvu a nahrazením síly normálovou silou, dostaneme diferenciál energie napjatosti pro trojnásobně elementární prvek Ω_3, jehož integrovaný tvar můžeme pro prostý tah a tlak, kdy je napětí rozloženo na příčných průřezech konstantně, upravit na vztah pro jednonásobně elementární prvek Ω_1 [2].

$$dW = N \frac{d\sigma_x}{E} dx = N \frac{dN}{EdS} dx$$

$$W_{\Omega_3} = \int N \frac{dN}{EdS} dx = \frac{N^2}{2EdS} dx$$

$$W_{\Omega_1} = \frac{N^2}{2ES} dx$$

Obecně tedy můžeme vztah pro posuv bodu nejen na střednici ale i po nositelce síly působící v tomto bodě získat parciální derivací energie napjatosti prutu podle této síly [1].

$$u = \frac{\partial W}{\partial F}$$

Tento vztah se nazývá Castiglianova věta, která je nejdůležitější větou lineární pružnosti, protože umožňuje spočítat deformační charakteristiky jakéhokoliv lineárně pružného tělesa, pokud je možné matematicky stanovit jeho energii napjatosti [1]. Konkrétně pro prut namáhaný prostým tahem a tlakem obsahuje Castiglianova věta pro výpočet posuvu bod přidaný člen s parciální derivací normálové síly podle síly působící v tomto bodě [1].

$$u = \frac{\partial W}{\partial F} = \sum_{i=1}^{n} \int \frac{N_i}{ES_i} \frac{\partial N_i}{\partial F} dx = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i L_i}{ES_i} \frac{\partial N_i}{\partial F}$$

Díky tomuto členu je Castiglianova věta nezávislá na znaménkové konvenci a posuv bodu se sílou, podle které se derivuje, bude vždy kladný ve směru síly a záporný proti směru síly [1].

3.4 Prutové soustavy

Prutová soustava je výpočtový model příhradové konstrukce. Příhrady jsou v tomto modelu nahrazeny pruty. Místa, kde se tyto pruty střetávají, které v praxi reprezentují svařené nebo montované spoje, se nahradí styčníky, které jsou podle geometrie prutů buď rovinné rotační, nebo prostorové sférické [3].

Na obr. 3.11 lze vidět reálný svařený spoj, který se v příhradových konstrukcích vyskytuje nejčastěji a při jeho modelování styčníkem prutové soustavy je třeba dát si pozor na možné odchylky, které nastávají kvůli tuhosti spoje. Obr. 3.12 znázorňuje reálný rotační spoj, kterému je modelování styčníkem prutové soustavy mnohem bližší.

Obr. 3.11 Svařený spoj [4]

Obr. 3.12 Rotační spoj [5]

V případě, že chceme příhradovou konstrukci modelovat prutovou soustavu, musíme skutečnost značně zjednodušit, aby odpovídala předpokladům pro prutové soustavy. To však umožňuje ruční výpočet i velmi rozsáhlých soustav s velkou mírou intuice [3].

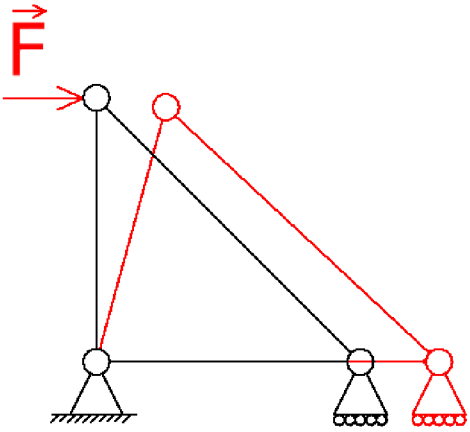
Předpoklady prutových soustav [1, 3] :

- vazby mezi tělesy jsou rotační kinematické dvojice, nebo sférické kinematické dvojice,
- celá soustava je modelována pouze pomocí prutů a styčníků,
- prut nahrazující příhradu musí splňovat geometrické prutové předpoklady,

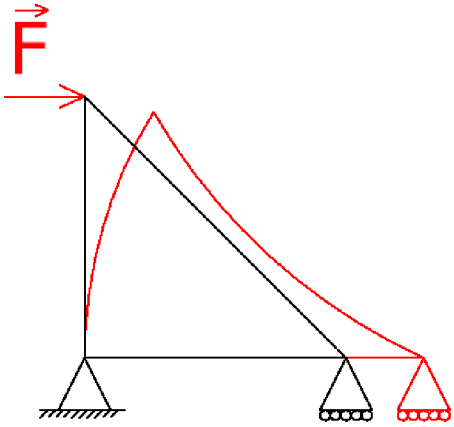
- soustava je zatížena nebo zavazbena pouze ve styčnících, nikoli v prutech,
- každý prut v soustavě je vázán minimálně jedním dalším prutem,
- soustava musí po nahrazení spojů příhrady styčníky zůstat nepohyblivá.

3.4.1 Odchylky modelu od reality

V případě, že prutovou soustavou modelujeme konstrukci tvořenou ze spojů znázorněných na obr. 3.12, je třeba myslet na to, že výsledky mohou být zkreslené. Na obr. 3.14 je zobrazen deformovaný tvar prutové soustavy. Jelikož se pruty můžou v prutové soustavě volně natočit, nejsou ohýbány a jsou zatíženy pouze prostým tahem a tlakem. Na obr. 3.15 lze vidět skutečný deformovaný tvar konstrukce prutů spojených svařenými spoji, ve kterých je natočení prutů nulové. Porovnáním obr. 3.13 a obr. 3.14 je zřejmé, že modelování prutovou soustavou zanedbává ohybové napětí. Zanedbání ohybového napětí může v některých případech značně ovlivnit výsledky [2].



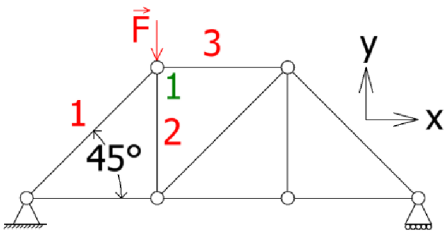
Obr. 3.13 Deformovaný tvar prutové soustavy

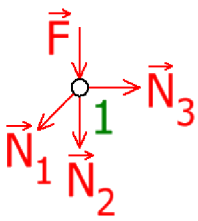


Obr. 3.14 Deformovaný tvar konstrukce z prutů svařených prutů

3.4.2 Statická určitost

Způsob výpočtu prutových soustav určuje vnitřní a vnější statická určitost. Pro její určení je nutné nejprve definovat, co v prutové soustavě symbolizuje neznámé veličiny a co symbolizuje rovnice, na vyřešení těchto neznámých. V případě metody styčníkové jsou rovnice na výpočet neznámých získány uvolněním styčníků, přičemž každý styčník vytvoří počet rovnic podle toho, do kolika vzájemně kolmých směrů souřadného systému jsou rozloženy síly v něm působící. Neznámé představují normálové síly v prutech [1, 3]. Na obr. 3.15 je na vzorové prutové soustavě provedenou uvolnění styčníku.





Rovnice pro styčník 1:

$$x: -N_1 cos45° + N_3 = 0$$

$$y: -N_1 sin45° - N_2 = F$$

Obr. 3.15 Ukázkové uvolnění styčníku 1 ve vzorové prutové soustavě

Vnitřní statická určitost vyjadřuje vzájemný rozdíl počtu neznámých a počtu rovnic pro řešení těchto neznámých. Obecný vztah pro určení statické určitosti 2D prutové soustavy, kde p označuje počet prutů, k označuje počet styčníků a s_{in} označuje míru statické určitosti [3].

$$s_{in} = p - (2k - 3)$$

$$s_{in} = 0 \ldots soustava\ je\ staticky\ určitá$$

$$s_{in} = x > 0 \ldots soustava\ je\ x - krát\ staticky\ neurčitá$$

$$s_{in} = x < 0 \ldots soustava\ je\ x - krát\ staticky\ přeurčená$$

Číslo tři ve vztahu symbolizuje počet stupňů volnosti soustavy jako celku, které jsou odebrány vnějšími vazbami, tudíž v případě 3D prutové soustavy by bylo odebráno 6 stupňů volnosti [3]. Tento vztah však předpokládá, že nám každý styčník dá dvě rovnice silové rovnováhy. Konkrétní prutová soustava řešená v této práci obsahuje 1D styčníky, které po uvolnění vytvoří pouze jednu rovnici. Pro tento případ musí být vztah pro určení statické určitosti 2D prutové soustavy upraven rozložením počtu styčníků na 2D styčníky jejichž počet je označen veličinou k_{2D} a 1D styčníky jejichž počet je označen veličinou k_{1D}.

$$s_{in} = p - (2k_{2D} + k_{1D} - 3)$$

Vnější statická určitost vyjadřuje rozdíl sil od uvolněných vazeb a stupňů volnosti soustavy jako celku. Konkrétně ve 2D prutových soustavách se setkáváme se dvěma druhy vazeb a to rotační vazbou, která se uvolňuje dvěma vzájemně kolmými silami a obecná kinematická dvojce, neboli podpora, která se uvolňuje jednou silou [3].

$$s_{ex} = \mu - \nu$$

V tomto vztahu pro míru vnější statické určitosti člen μ reprezentuje počet neznámých sil od vnějších vazeb a člen ν reprezentuje počet stupňů volnosti soustavy, který má v případě 2D soustavy hodnotu 3 [3].

Pokud je soustava staticky určitá lze, na ní jednoduše aplikovat metodu styčníkovou k jejímu vyřešení. Pokud je soustava staticky neurčitá vnitřně, je třeba určitý počet prutů částečně uvolnit a nahradit silovým působením tak, aby se ze soustavy stala vnitřně staticky určitá, přičemž soustava musí zůstat vnitřně nepohyblivá. V případě vnější statické určitosti se postupuje stejně, avšak tentokrát se částečně uvolní síly od vazeb, tak aby se soustava stala vnějškově staticky určitou, přičemž soustava musí zůstat vnějškově nepohyblivá. V případě, že je soustava přeurčená není možné ji řešit [1, 3].

3.4.3 Metoda styčníková

Metoda styčníková je metoda, která slouží k výpočtu prutových soustav. Spočívá v tom, že se v soustavě uvolní styčníky tak jako na obr. 3.14 a pro každý styčník jsou napsány rovnice. Další přístup k výpočtu nám rozděluje metodu na dva druhy, a to postupnou metodu styčníkovou a obecnou metodu styčníkovou [3].

Postupná metoda styčníková je intuitivní a rychlá metoda, která lze uplatnit na malé, staticky určité soustavy a spočívá v tom, že vyřešením rovnic jednoho styčníku se nám umožní vyřešit rovnice dalšího styčníku. Tento cyklus se opakuje, dokud není vyřešena celá soustava [3].

Pro případ větších staticky určitých, soustav se využívá obecná metoda styčníková, která spočívá v tom, že jsou rovnice upraveny na maticový tvar $Ax = B$, přičemž A je

matice hodnot kterými jsou násobeny normálové síly, x je vektor neznámých normálových sil prutů a neznámých sil od vazeb a B je vektor známých silových zatížení. Metoda má tedy výhodu lehké algoritmizace a možnost snadného řešení na počítači [3].

3.4.4 Řešení staticky neurčitých soustav

Staticky neurčité soustavy se řeší pomocí částečného uvolnění prutů nebo vazeb tak, aby soustava byla staticky určitá. V případě vnitřní statické určitosti je třeba si dát pozor, aby se soustava po částečném uvolnění nestala pohyblivá, a zároveň při částečném uvolnění nesmíme uvolnit pruty, tak aby nám nulovaly některé rovnice od styčníků, jelikož by nastal případ, kdy ve stejnou chvíli rovnici vytváříme i odebíráme. Pokud prut částečně uvolníme, nahradíme ho dvěma silami, které reprezentují normálovou sílu prutu do styčníků, které spojoval. Pro takto částečně uvolněný prut platí deformační podmínka, která vychází ze zachování kontinuity mezi prutem a jeho styčníkem, tedy posuv prutu a posuv styčníku, ve kterém je uvolněna síla od prutu, jsou si rovny. V případě částečného uvolnění vazby deformační podmínka vyjadřuje nulový posuv soustavy o určité tuhosti ve směru síly, kterou je vazba nahrazena, jelikož je vazba nekonečně tuhá. Každá deformační podmínka přidává soustavě jednu rovnici [1].

Matematicky lze deformační podmínku pro prut formulovat takto:

$$u_{N_1^{č}} = \frac{\partial W}{\partial N_1^{č}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_i L_i}{ES_i} \frac{\partial N_i}{\partial N_1^{č}} = 0$$

Tento tvar deformační podmínky částečně uvolněného prutu 1, je pro prut, který není uložen s vůlí ani s přesahem. V tomto vztahu je veličina m celkový počet prutů částečně uvolněných, a i prutů, které jsou po částečném uvolnění v soustavě ponechány.

Obdobná formulace pro částečně uvolněnou vazbu:

$$u_{F_v^{č}} = \frac{\partial W}{\partial F_v^{č}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_i L_i}{ES_i} \frac{\partial N_i}{\partial N_1^{č}} = 0$$

3.5 Mezní stavy

Mezi dva mezní stavy, kterými se bude tato práce zabývat, patří mezní stav pružnosti a mezní stav vzpěrné stability. Tyto mezní stavy by mohly ovlivnit linearitu úlohy, kterou předpokládáme pro její vyřešení.

3.5.1 Mezní stav pružnosti

Mezní stav pružnosti (MSP) nastává při vzniku první makroplastické deformace, která nastane v momentě překročení mezní hodnoty napětí, která se označuje jako mez kluzu. Pokud nastane MSP, napjatostně deformační charakteristika se stává nelineární [1]. V této práci se však předpokládá charakteristika lineární pro všechna napětí.

Při analýze prutové soustavy na prutech nastává pouze jednoosá napjatost. Bezpečnost proti MSP lze tedy vypočítat jako poměr meze kluzu a nejvyššího dosaženého napětí, přičemž pro hodnoty bezpečnosti vyšší než 1 nastává pouze elastická deformace, a pro hodnoty nižší než 1 nastává již deformace plastická [1].

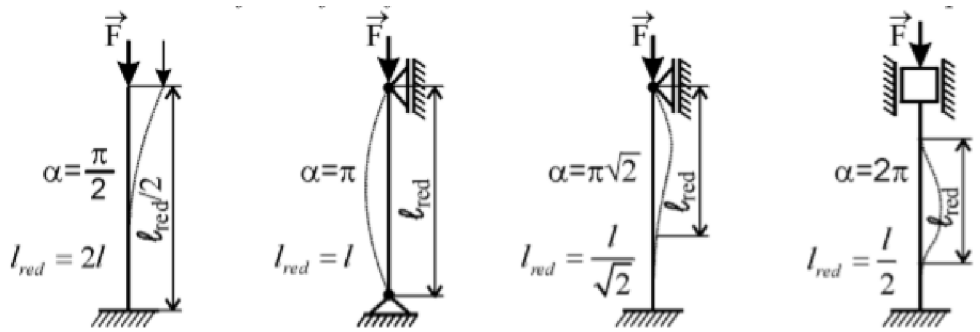
$$k_K = \sigma_K / \sigma$$

3.5.2 Mezní stav vzpěrné stability

Na přímém prutu, který je namáhán prostým tlakem o určité síle, může nastat vybočení jeho střednice. Toto vybočení nastává, pokud je prut zatížen kritickou silou, která je dána tvarem [1]:

$$F_{kr} = \frac{\alpha^2 E J_2}{l^2} \; nebo \; F_{kr} = \frac{\pi^2 E J_2}{l_{red}^2}$$

V tomto výrazu je α veličina určující uložení prutu. Uložení lze vyjádřit tzv. redukovanou délkou v druhé variantě vzorce pro kritickou sílu, přičemž redukovaná délka odpovídá vzdálenosti dvou nejbližších bodů s nulovým ohybovým momentem na deformované střednici prutu [1].



Obr. 3.16 Typy uložení prutu [1]

Veličina J_2 označuje minimální osový kvadratický moment hlavního souřadnicového systému příčného průřezu prutu. Pokud je průřez symetrický, jedna z os hlavního souřadnicového systému je osou symetrie [1, 2].

Vztah pro výpočet osového kvadratického momentu k ose y [1]:

$$J_y = \int_{\psi} z^2 dS = \iint_{\psi} z^2 dydz$$

Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability (MSVS) lze pak vyjádřit jako poměr kritické síly a skutečné síly v prutu [1].

$$k_V = \frac{F_{kr}}{F}$$

Chování houževnatého materiálu při vzpěru se může dělit na lineární a nelineární. Kritické napětí pro vzpěr je vyjádřeno tvarem [1]:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{S} = \alpha^2 \frac{E J_2}{l^2 S} = \alpha^2 \frac{E}{\lambda^2}$$

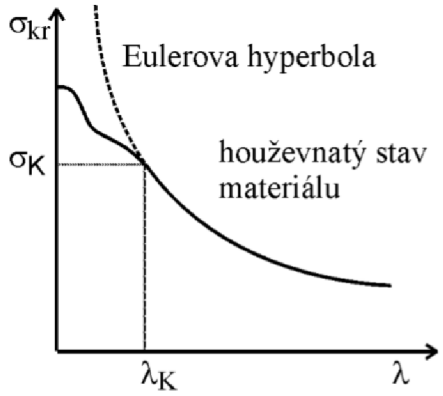
Bezrozměrná veličina λ se nazývá štíhlost prutu a je dána vzorcem [1]:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J_2}{S}}}$$

Závislost kritického napětí pro vzpěr na štíhlosti prutu λ vyjadřuje tzv. Eulerova hyperbola, která je znázorněna na obr. 3.18 a která se dělí hodnotou meze kluzu σ_k na závislost vzpěru při lineárním a nelineárním namáhání. Předchozí uvedené vzorce pro výpočet bezpečnosti proti MSVS platí pouze pro lineární namáhání. Hodnota kritické štíhlosti pro lineární namáhání se označuje jako λ_k a lze vypočítat vztahem [1]:

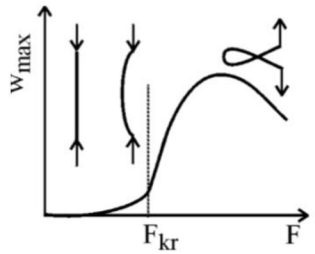
$$\lambda_k = \alpha \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}}$$

Při hodnotě štíhlosti menší než kritické štíhlosti nastává MSP dříve než MSVS a naopak při hodnotě štíhlosti větší než kritické štíhlosti nastává MSVS dříve než MSP [1].



Obr. 3.17 Eulerova hyperbola pro houževnatý stav materiálu [1]

Tato práce se tedy bude zabývat bezpečností proti MSVS pouze v lineární části namáhání. Chování prutu při namáhání prostým tlakem lze popsat závislostí posunutí konce prutu na stlačující síle, která je znázorněna na obr. 3.18, přičemž do hodnoty kritické síly je posuv bodu popsán Castiglianovou větou pro prostý tlak a při překročení kritické síly začíná MSVS, který provází vznik momentu a vybočení prutu [1].



Obr. 3.18 Závislost posuvu a stlačující síly [1]

4 SPECIFIKACE MOSTU

Náplní této kapitoly je popsání mostu, kterým se tato práce zabývá, z hlediska účelu a rozměrů. Kapitola čerpá z technické zprávy a výkresové dokumentace uvedených v přílohách 1 a 2.

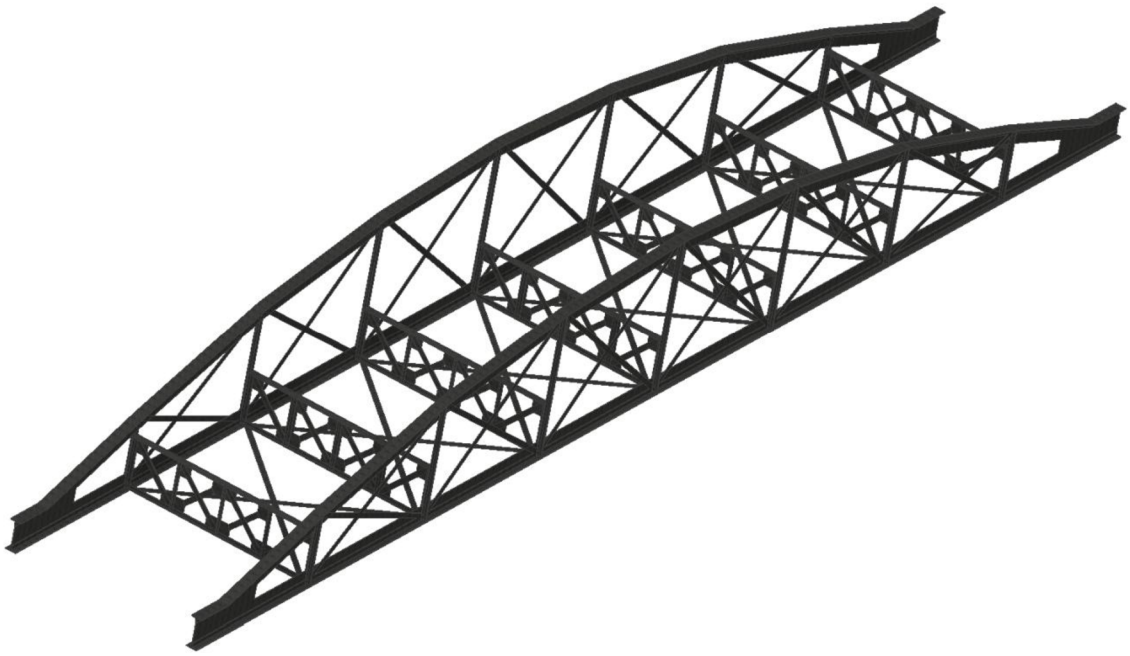
4.1 Lokace a účel mostu

Silniční most přes řeku Orlici, kterým se tato práce zabývá, je lokalizován v Třebechovicých pod Orebem na katastrálním území Štěnkov. Most leží na účelové komunikaci široké 5 m, která se na mostu zužuje na 3,2 m. Mostní konstrukce byla vyrobena v letech 1910-1920. Most byl postaven na řece Orlici až v padesátých letech minulého století. V této době sloužil jako komunikace Třebechovice-Pardubice. Dnes slouží již pouze jako spojení oblasti Štěnkov-Krňovice. Most prošel v roce 2018 a roce 2019 opravou, jejíž hlavní cíle obnášely otryskání a natření protikorozním nátěrem příhradové konstrukce mostu a výměnu nevyhovující mostovky. Tvar příhradové konstrukce tedy zůstal zachován.

Obr. 4.1 Silniční most přes řeku Orlici

4.2 Popis příhradové konstrukce

Práce se zabývá napjatostně deformační charakteristikou nosné příhradové konstrukce mostu. Model příhradové konstrukce byl vymodelován v programu Autodesk Inventor a je zobrazen na obr. 4.2.



Obr. 4.2 Model příhradové konstrukce

Příhradová konstrukce je prostě uložena na délce 26,96 m a její šířka je 4,27 m. Typ ocele, ze které je příhradová konstrukce vyrobena je S235. Jako u většiny ocelových mostových konstrukcí je uložena na jedné straně pohyblivým válečkovým ložiskem, které je zobrazeno na obr. 4.3. Na druhé straně je uložena pevným ložiskem, které lze vidět na obr. 4.4. Toto uložení umožňuje případnou dilataci vyvolanou změnou teploty způsobenou zahřátím, nebo ochlazením konstrukce.

Obr. 4.3 Pohyblivé ložisko

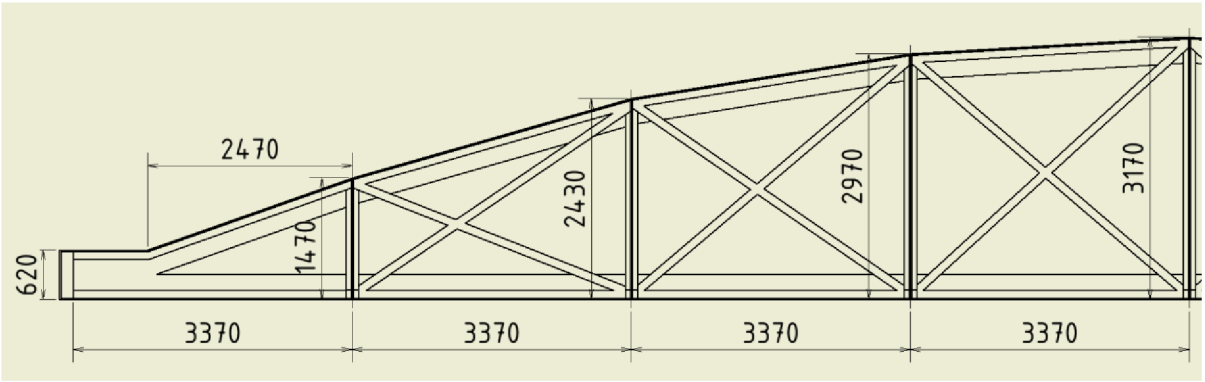
Obr. 4.4 Pevné ložisko

Celá příhradová konstrukce je snýtovaná. Její základ je tvořen dvěma rovnoběžnými křídly, tvořenými ze dvou spojených pásů. Tyto pásy se na obou stranách ve vzdálenosti 0,9 m od kraje uložení mostu rozdělují do spodního vodorovného pásu a do horního pásu. Horní pás je po částech rovný a v celku má tvar oblouku. Rozdělení těchto pásů je znázorněno na obr. 4.5. Nejvzdálenější místo vrchní plochy této pásnice od spodní plochy horizontální pásnice je 3,17 m. Příčné průřezy těchto pásu jsou tvořeny svislou pásnicí 300/10 mm, dvou krčních úhelníků 100/100/10 mm a vodorovné pásnice 230/10 mm.

Ve vzdálenosti 3,37 m od uložení mostu je horní a spodní pás pravidelně spojován vertikálními nosníky. Nosníky jsou do výšky 1,06 m od spodní plochy spodní pásnice tvořeny ze čtyřúhelníků 70/70/8 mm. Poté se dva tyto úhelníky odkloní ve vodorovném směru kolmém na směr hlavních pásnic do středu mostu, kde slouží jako podklady pro podélníky, na kterých spočívá betonová stavba. Toto rozpojení je zobrazeno na obr. 4.6. Tyto části, které spojují vertikální nosníky křídel napříč mostem, nebudeme ve výpočtu uvažovat, protože je úloha pojmuta pouze jako 2D, a proto je budeme uvažovat pouze jako zatěžující prvek, který přenáší zatížení z podélníků do křídel. V segmentech, které jsou ohraničené z obou stran horním a dolním pásem a vertikálními nosníky, se nachází příčníky, které jsou tvořeny z pásnice 100/10 mm. Na obr. 4.7 jsou zakótovány nejdůležitější rozměry pro tvorbu modelu prutové soustavy na jedné symetrické části křídla.

Obr. 4.5 Detail na rozdělení pásnic

Obr. 4.6 Detail rozdělení vertikálních nosníků



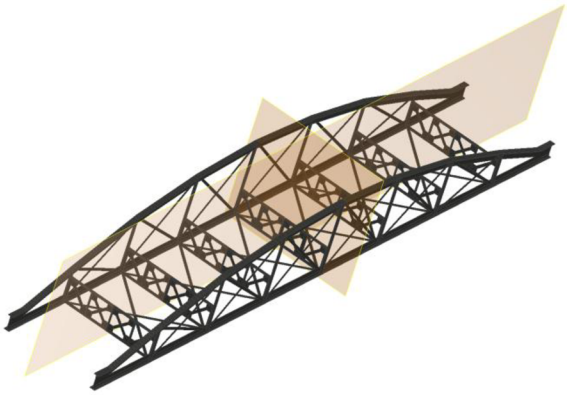
Obr. 4.7 Nejdůležitější rozměry pro tvorbu modulu prutové soustavy v mm

5 ANALYTICKÝ VÝPOČET – OBECNÁ ČÁST

Náplní této kapitoly bude tvorba modelu prutové soustavy společně s jejím zatížením a dále rozebrání použitého algoritmu pro analytické řešení. K provedení výpočtu byl vybrán program MATLAB.

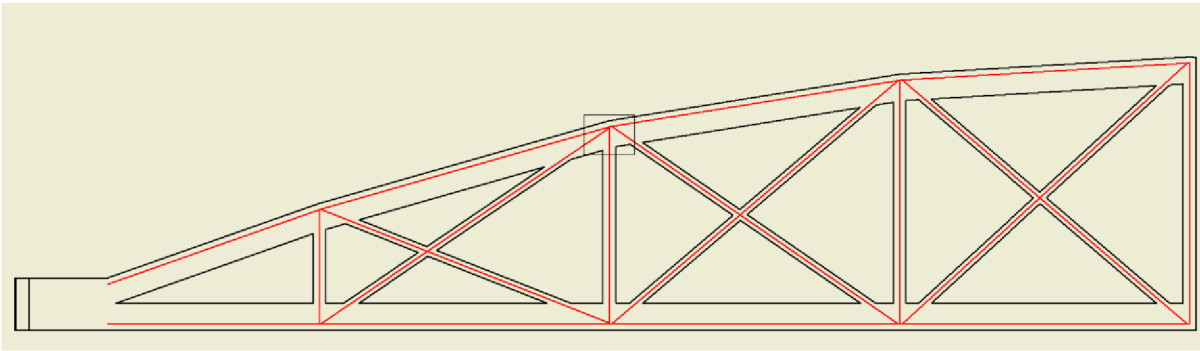
5.1 Tvorba modelu prutové soustavy

Model pro analytický výpočet je aproximován pouze na 2D, protože se ukázalo, že analytické řešení 3D modelu prutové soustavy je v případě modelování mostu z této práce ztíženo pohyblivostí prutové soustavy. Část mostu modelovaná ve 2D je symetrická vůči rovinám, které jsou zobrazeny na obr. 5.1. Část mostu, kterou 2D model neuvažuje, pouze přenáší zatížení od mostovky na 2D model.



Obr. 5.1 Znázornění rovin symetrie mostu

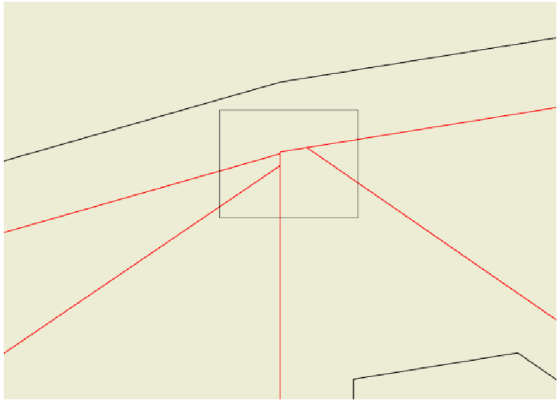
Při tvorbě modelu prutové soustavy je třeba správně umístit střednici prutu přes reálnou příhradu. Na obr. 5.2 je znázorněna symetrická část reálné konstrukce, kde jsou červeně zobrazeny přímky protínající těžiště reálných příčných průřezů příhrad. Tyto přímky jsou dále označovány jako reálné střednice. Výsledný model prutové soustavy bude tvořen z prutů, jejichž střednice budou dále označovány jako modelové střednice.



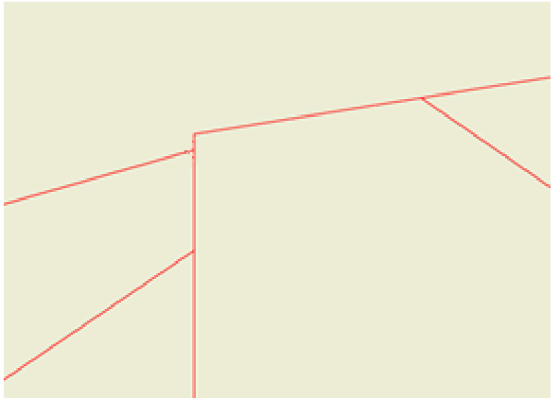
Obr. 5.2 Poloha reálných střednic vůči reálné konstrukci

Při tvorbě modelu není možné všechny modelové střednice vést přesně jako reálné střednice, jelikož se neprotínají v jednom bodě v místech, kde jsou styčníky. Pro volbu příhrad, jejichž modelové střednice se shodují s reálnými střednicemi, byly upřednostněny příhrady s velkými příčnými průřezy, tedy dolní horizontální pás s příčným průřezem 1

a vertikální nosníky s příčným průřezem 2 a 3. Místa, kde se protnou reálné střednice spodního pásu a vertikálních nosníků jsou styčníky modelové prutové soustavy. Reálné střednice horního obloukového pásu se s reálnou střednicí vertikálního nosníku protínají pouze v bodě ležícím na ose symetrie. Na ostatních styčnících, které jsou v symetrické části tři, se tyto střednice neprotínají, jak lze vidět na obr. 5.3 (detail obr. 5.2) a obr. 5.4 (detail obr. 5.3). Za určující pro pozici styčníku je považováno zaokrouhlení výšky vertikálního prutu na celá čísla tak, aby se konec vertikálního prutu blížil oblasti vytnuté reálnými střednicemi horních pásů na reálné střednici vertikálního nosníku (modelové střednice vertikálního prutu).



Obr. 5.3 Detail styčníku



Obr. 5.4 Detail střetu reálných střednic

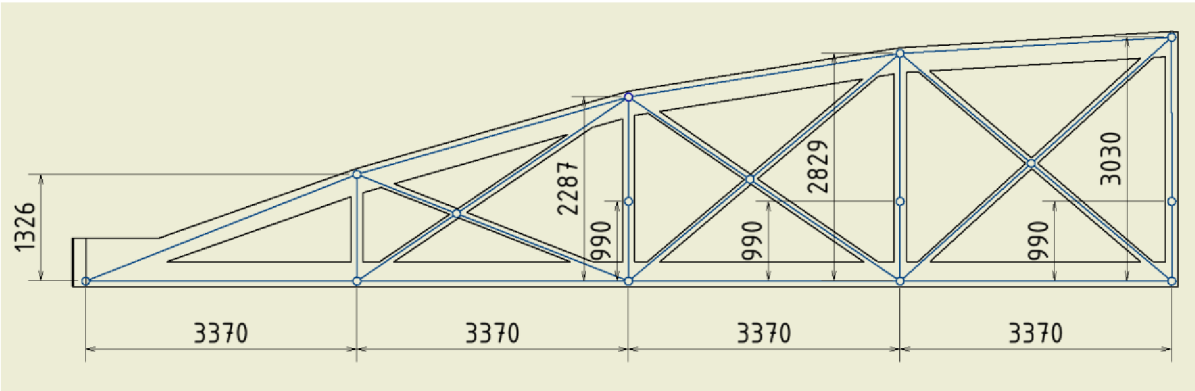
Pozice styčníků, které rozdělují vertikální nosníky na dvě částí s různými příčnými průřezy, jsou určeny známou vzdáleností spodní části horizontální pásnice a místa, kde se dělí nosník ze čtyř úhelníků na horizontální a vertikální část. Tuto vzdálenost pouze zkrátíme o posunutí reáné střednice od spodní části horizontálního pásu, která je 70 mm. Styčníky v horním a dolním pásu poté spojíme příčníky, které vytvoří další styčníky v jejich průsečíku.

Změna průřezu ve styčníku rozdělující krajní vertikální nosník na dvě části se zanedbá, jelikož prut, který by tímto rozdělením vznikl, by nesplňoval prutové předpoklady. Spoj krajního nosníku s obloukovým pásem je zobrazen na obr. 5.5. Oba krajní vertikální nosníky se tedy budou modelovat pouze jedním prutem s příčným průřezem č. 2.

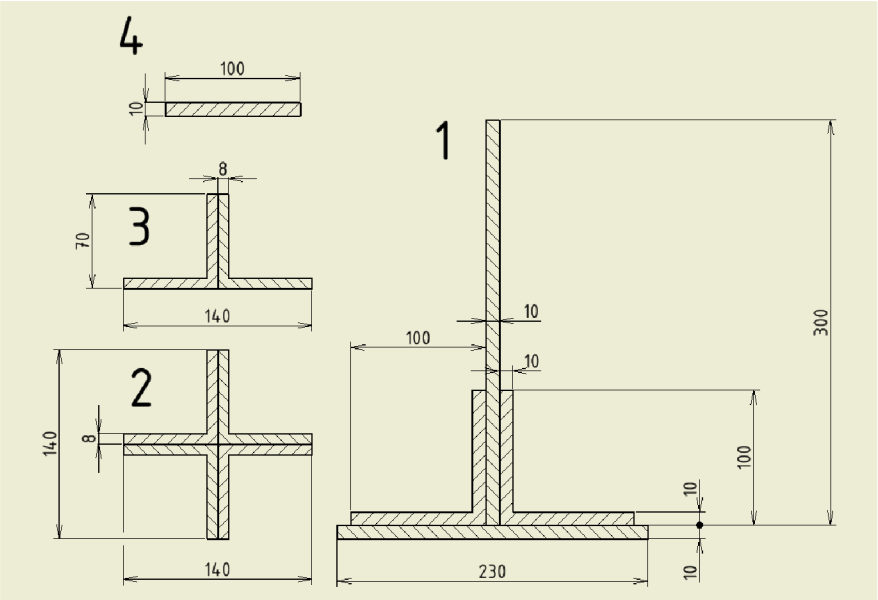
Obr. 5.5 Spoj krajního nosníku a obloukové pásnice

Konstrukce na obou koncích mostu, ve které se schází horizonální a oblouková pásnice, je pro modelování prutovou soustavou velice nevhodná. Reálná konstrukce přenáší zatížení od mostu v obou pásnicích, zatímco model prutové soustavy dokáže vertikální složku síly přenést pouze do prutu, jehož normálová síla má vertikální složku. Zatížení od mostu bude tedy celé přeneseno do vazby prutem, který bude modelovat horní pásnici. Střednice tohoto prutu tedy není vedena po reálné střednici příhrady, ale je svedena do ložiska, čímž je dosaženo většího sklonění prutu do vertikálního směru, což zapříčiní, že dokáže přenést více zatížení bez většího napětí.

Symetrická část tvaru výsledného modelu prutové soustavy s nejdůležitějšími rozměry, které jsou lehce zaokrouhleny, je zobrazena na obr. 5.6. Příčné průřezy reálné příhradové konstrukce byly na modelu zachovány a jsou zobrazeny na obr. 5.7.



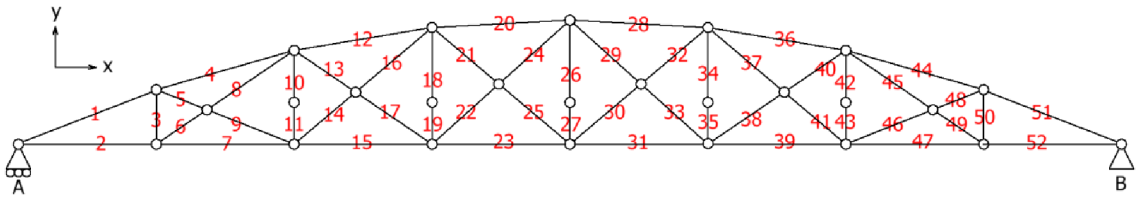
Obr. 5.6 Zobrazení výsledného tvaru prutové soustavy vůči příhradové konstrukci



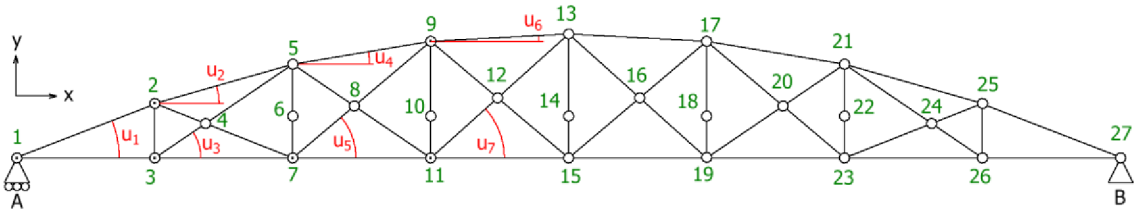
Obr. 5.7 Zobrazení příčných průřezů

5.2 Rovnice prutové soustavy

Pro vytvoření styčníkových rovnic je nutné označit všechny pruty a uvést úhly pro rozklad sil od prutů, což je provedeno na obr. 5.8 a obr. 5.9 společně s označením styčníků. Sepsání rovnic bude provedeno stejným způsobem jako u prutové soustavy na obr. 3.16, přičemž všechny pruty jsou uvolněny za předpokladu, že jsou namáhány v tahu, aby byla tvorba rovnic usnadněna.



Obr. 5.8 Označení prutů



Obr. 5.9 Označení styčníků a úhlů

Styčníkové rovnice:

1) $x: N_1 \cos u_1 + N_2 = 0$
$y: N_1 \sin u_1 + F_A = F_1$

2) $x: -N_1 \cos u_1 + N_4 \cos u_2 + N_5 \cos u_1 = 0$
$y: -N_1 \sin u_1 - N_3 + \mathrm{N}_4 \sin u_2 - N_5 \sin u_1 = F_2$

3) $x: -N_2 + N_6 \cos u_3 + N_7 = 0$
$y: N_3 + N_6 \sin u_3 = F_3$

4) $x: -N_5 \cos u_1 - N_6 \cos u_3 + N_8 \cos u_3 + N_9 \cos u_1 = 0$
$y: N_5 \sin u_1 - N_6 \sin u_3 + N_8 \sin u_3 - N_9 \sin u_1 = F_4$

5) $x: -N_4 cos\ u_2 - N_8 \cos u_3 + N_{12} \cos u_4 + N_{13} \cos u_3 = 0$
$y: -N_4 \sin u_2 - N_8 \sin u_3 - N_{10} + N_{12} \sin u_4 - N_{13} \sin u_3 = F_5$

6) $y: N_{10} - N_{11} = F_6$

7) $x: -N_7 - N_9 \cos u_1 + N_{14} \cos u_5 + N_{15} = 0$
$y: N_9 \sin u_1 + N_{11} + N_{14} \sin u_5 = F_7$

8) $x: -N_{13} cos\ u_3 - N_{14} \cos u_5 + N_{16} \cos u_5 + N_{17} \cos u_3 = 0$
$y: N_{13} \sin u_3 - N_{14} \sin u_5 + N_{16} \sin u_5 - N_{17} \sin u_3 = F_8$

9) $y: -N_{12} \sin u_4 - N_{16} \sin u_5 - N_{18} + N_{20} \sin u_6 - N_{21} \sin u_5 = F_9$

10) $y: N_{18} - N_{19} = F_{10}$

11) $x: -N_{15} - N_{17} \cos u_3 + N_{22} \cos u_7 + N_{23} = 0$
$y: N_{17} \sin u_3 + N_{19} + N_{22} \sin u_7 = F_{11}$

12) $x: -N_{21} \cos u_5 - N_{22} \cos u_7 + N_{24} \cos u_7 + N_{25} \cos u_5 = 0$
$y: N_{21} \sin u_5 - N_{22} \sin u_7 + N_{24} \sin u_7 - N_{25} \sin u_5 = F_{12}$

13) $x: -N_{20} \cos u_6 - N_{24} \cos u_7 + N_{28} \cos u_6 + N_{29} \cos u_7 = 0$
$y: -N_{20} \sin u_6 - N_{24} \sin u_7 - N_{26} - N_{28} \sin u_6 - N_{29} \sin u_7 = F_{13}$

14) $y: N_{26} - N_{27} = F_{14}$

15) $x: -N_{23} - N_{25} \cos u_5 + N_{30} \cos u_5 + N_{31} = 0$
$y: N_{25} \sin u_5 + N_{27} + N_{30} \sin u_5 = F_{15}$

16) $x: -N_{29} \cos u_7 - N_{30} \cos u_5 + N_{32} \cos u_5 + N_{33} \cos u_7 = 0$
$y: N_{29} \sin u_7 - N_{30} \sin u_5 + N_{32} \sin u_5 - N_{33} \sin u_7 = F_{16}$

17) $x: -N_{28} \cos u_6 - N_{32} \cos u_5 + N_{36} \cos u_4 + N_{37} \cos u_5 = 0$
$y: N_{28} \sin u_6 - N_{32} \sin u_5 - N_{34} - N_{36} \sin u_4 - N_{37} \sin u_5 = F_{17}$

18) $y: N_{34} - N_{35} = F_{18}$

19) $x: -N_{31} - N_{33} \cos u_7 + N_{38} \cos u_3 + N_{39} = 0$
$y: N_{33} \sin u_7 + N_{35} + N_{38} \sin u_3 = F_{19}$

20) $x: -N_{37} \cos u_5 - N_{38} \cos u_3 + N_{40} \cos u_3 + N_{41} \cos u_5 = 0$
$y: N_{37} \sin u_5 - N_{38} \sin u_3 + N_{40} \sin u_3 - N_{41} \sin u_5 = F_{20}$

21) $x: -N_{36}\cos u_4 - N_{40}\cos u_3 + N_{44}\cos u_2 + N_{45}\cos u_3 = 0$
$y: N_{36}\sin u_4 - N_{40}\sin u_3 - N_{42} - N_{44}\sin u_2 - N_{45}\sin u_3 = F_{21}$

22) $x: N_{42} - N_{43} = F_{22}$

23) $x: -N_{39} - N_{41}\cos u_5 + N_{46}\cos u_1 + N_{47} = 0$
$y: N_{41}\sin u_5 + N_{43} + N_{46}\sin u_1 = F_{23}$

24) $x: -N_{45}\cos u_3 - N_{46}\cos u_1 + N_{48}\cos u_1 + N_{49}\cos u_3 = 0$
$y: N_{45}\sin u_3 - N_{46}\sin u_1 + N_{48}\sin u_1 - N_{49}\sin u_3 = F_{24}$

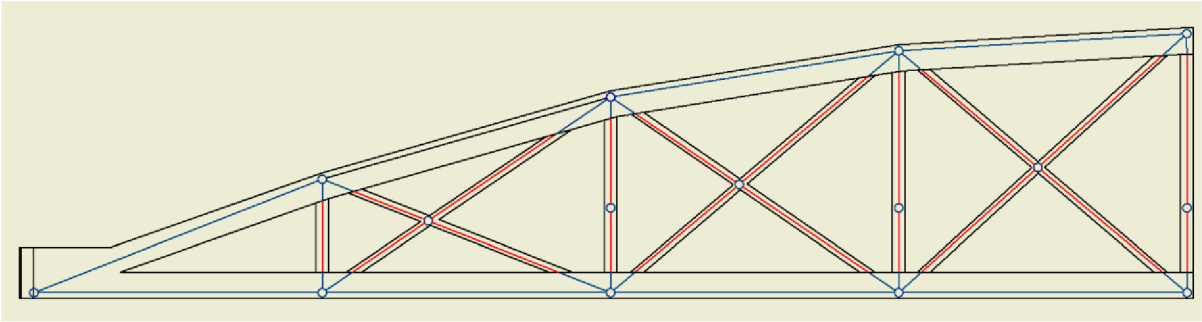
25) $x: -N_{44}\cos u_2 - N_{48}\cos u_1 + N_{51}\cos u_1 = 0$
$y: N_{44}\sin u_2 - N_{48}\sin u_1 - N_{50} - N_{51}\sin u_1 = F_{25}$

26) $x: -N_{47} - N_{49}\cos u_3 + N_{52} = 0$
$y: N_{49}\sin u_3 + N_{50} = F_{26}$

27) $x: -N_{52} - N_{51}\cos u_1 + F_{Bx} = 0$
$y: N_{51}\sin u_1 + F_{By} = F_{27}$

5.3 Parametry prutové soustavy

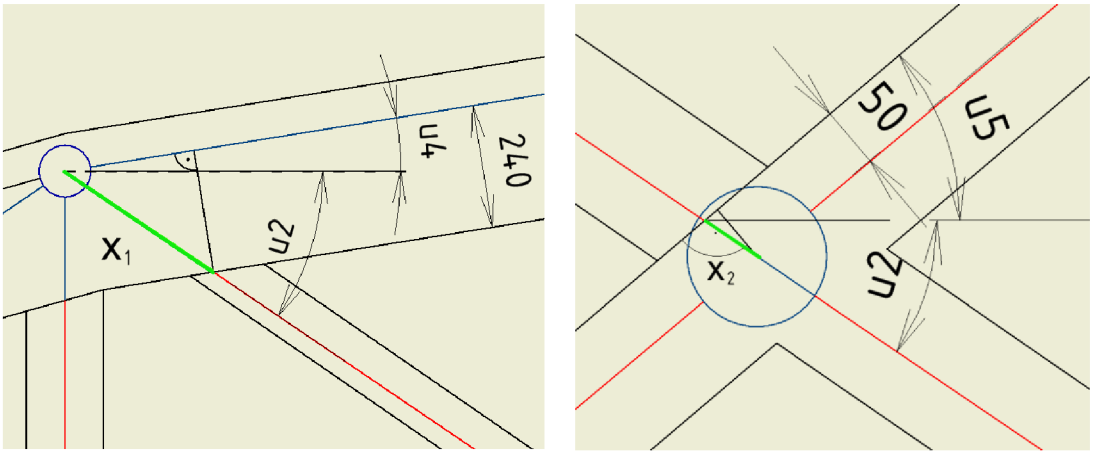
V této podkapitole jsou číselně uvedeny parametry prutové soustavy. Pro pruty v symetrické části jsou v tab. 5.1 uvedeny délky L, obsahy příčných průřezů S, minimální osové kvadratické momenty hlavních souřadnicových systémů příčných průřezů J_2, štíhlosti λ a zkrácené délky prutů pro výpočet bezpečnosti pro MSVS. Délky prutů pro výpočet bezpečnosti proti MSVS byly zkráceny kvůli tomu, že bezpečnost vycházela velmi malá, a tak bylo snahou využít prvků konstrukce, které by ovlivněním některých parametrů způsobily reálnější výsledky. Příhrady modelované pruty jsou v některých případech na části své délky přinýtovány k tužšímu tělesu. Pro výpočet bezpečnosti proti MSVS budeme tedy uvažovat část délky prutu L_v, na které není příhrada omezena vůči vybočení. Na obr. 5.10 jsou části prutů, které nejsou omezeny proti vybočení znázorněny červeně.



Obr. 5.10 Nákres zkrácených prutů v prutové soustavě

Délka těchto částí byla vypočtena pomocí goniometrických funkcí. Ukázkový výpočet je proveden pro prut 13. Zkrácená délka se vypočítá jako původní délka zkrácená o x_1 a x_2. Ostatní pruty byly vypočítány analogicky. Pro názornost jsou na obr. 5.11 zobrazeny úhly a rozměry důležité pro výpočet hodnot x_1 a x_2.

$$x_1 = \frac{240}{\sin(u_1 + u_2)}, \qquad x_2 = \frac{50}{\sin(u_1 + u_3)}, \qquad L_v = L - x_1 - x_2$$



Obr. 5.11 Nákres výpočtu zkrácené délky

Tab. 5.1 Parametry prutů

Prut	S [mm^2]	L [mm]	L_v [mm]	J_2 [mm^4]	λ[-]
1	9100	3621,5	3621,5	18076000	81,3
2	9100	3370	3370	18076000	75,6
3	4224	1326	760	3701000	25,7
4	9100	3504,3	3504,3	18076000	78,6
5	1000	1329,1	873,4	8333,3	302,5
6	1000	1494,7	1006,8	8333,3	348,8
7	9100	3370	3370	18076000	75,6
8	1000	2578,0	1750,9	8333,3	606,5
9	1000	2292,4	1576,3	8333,3	546,1
10	2112	1297	1057	968170	49,4
11	4224	990	750	3701000	25,3
12	9100	3413,3	3413,3	18076000	76,6
13	1000	1820,6	1418,7	8333,3	491,5
14	1000	1966,9	1541,7	8333,3	534,1
15	9100	3370	3370	18076000	75,6
16	1000	2433,1	1913,4	8333,3	662,8
17	1000	2252,1	1772,7	8333,3	614,1
18	2112	1839	1599	968170	74,7
19	4224	990	750	3701000	25,3
20	9100	3376,0	3376,0	18076000	75,7
21	1000	2124,5	1724,9	8333,3	597,5
22	1000	2188,2	1778,7	8333,3	616,2
23	9100	3370	3370	18076000	75,6
24	1000	2343,7	1997,4	8333,3	691,9
25	1000	2275,5	1851,7	8333,3	641,5
26	2112	2040	1800	968170	84,1
27	4224	990	750	3701000	25,3

Kritická hodnota štíhlosti byla vypočítána pro $\alpha = \pi$, jelikož je model prutová soustava spojená rotačními styčníky. Skutečná konstrukce má příhrady ve styčnících vetknuté, avšak podmínky zatížení neodpovídají zcela ideálnímu vzpěru. Reálná hodnota α je tedy něco mezi π a 2π, nejsou však prostředky na její zjištění.

$$\lambda_K = 93{,}9$$

MSVS při lineárním namáhání tedy může nastat jedině pro příčníky.

5.4 Modelování statického zatížení prutové soustavy

Při modelování zatížení prutové soustavy je třeba zatížení reálné příhradové konstrukce přepočítat do styčníků. Zatížení vlastní tíhou musí zohlednit hmotnost příhrad, ocelových podélníků, betonu, asfaltu a zábradlí.

Hmotnost příhrad je spočítaná zvlášť pro příhrady, které se v modelu vyskytují a které se v modelu nevyskytují. Hmotnost příhrad, které se v modelu vyskytují je ve výpočtu aproximována jako hmotnost prutů, přičemž každý styčník je zatížen polovinou síly vyvolané hmotností prutů v něm se stýkajících. K tomuto výpočtu je použita matice rovnic metody styčníkové A. V matici každý řádek symbolizuje jednu rovnici styčníku a každý sloupec symbolizuje jeden prut. Díky matici je tedy možné pruty lokalizovat v konkrétních rovnicích konkrétních styčníků. Výpočet zatížení z matice A je ukázán na styčníku 1, jehož rovnice jsou znovu uvedeny v maticovém tvaru zapsány prostřednictvím programu MATLAB na obr. 5.12.

```
%s1
A(1,1)=cos(u8);A(1,2)=1;
A(2,1)=sin(u8);A(2,53)=1;
```

Obr. 5.12 Rovnice prvního styčníku

Je vidět, že sumy druhých mocnin v daném sloupci a v řádcích odkazujících se na styčník 1, dávají součet 1 v případě, že je prut ve styčníku přítomen a součet 0 pokud prut ve styčníku není. Pokud je tedy každý prvek matice A popisující složku prutové síly v dané rovnici umocněn na druhou, vynásoben příslušným příčným průřezem, délkou prutu, hustotou a gravitačním zrychlením, pak sečtením těchto celků v rovnicích je obdržena síla vyvolaná hmotností složek prutů dané rovnice styčníku. Všechny tyto síly je třeba zmenšit o půlku jejich velikosti, aby byla do styčníku soustředěna síla od poloviny prutu, která se v něm nachází. Síly získané sumou v řádcích a vydělené dvěma se sečtou po styčnících, čímž se obdrží celkové síly vyvolané hmotností poloviny prutů pro každý styčník, které jsou poté distribuovány do rovnic ve směru y pro každý styčník. Tento výpočet zatížení je zobrazen v úryvku kódu ze skriptu pozice.m na obr. 5.13.

```
%zatížení od prutů v počítané prutové soustavě
Fg=zeros(1,49);
for i=1:52
    for j=1:49
        Fg(j)=Fg(j)+((A(j,i))^2)*S(i)*L(i)*Ro*g*1e-9;
    end
end

%distribuce zatížení do spravných rovnic
Fg(:)=Fg(:)/2;
Yr=[2 4 6 8 10 11 13 15 17 18 20 22 24 25 27 29 31 32 34 36 38 39 41 43 45 47 49];
XYr=[2 2 2 2 2 1 2 2 2 1 2 2 2 1 2 2 2 1 2 2 2 1 2 2 2 2 2];
B=zeros(1,49);
k=1;
for i=1:27
    if XYr(i)==2
        B(Yr(i))=Fg(k)+Fg(k+1);
    else
        B(Yr(i))=Fg(k);
    end
    k=k+(XYr(i));
end
```

Obr. 5.13 Výpočet zatížení od prutů v prutové soustavě

Zatížení od příhrad, které se nevyskytují v modelu, je provedeno sečtením hmotnosti těchto příhrad a rozdělením jejich silových účinků do styčníků, ve kterých jsou tyto příhrady napojeny. Tedy do styčníků 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15 atd. symetricky s těmito styčníky.

Zatížení od ocelových podélníků na model není uvažováno, jelikož by část zatížení z mostu odebíraly, a jejich tuhost by nemohla být na modelu správně zohledněna. Jsou proto považovány za samonosné.

Zatížení od betonu, asfaltu a zábradlí je uvažováno pouze na zkrácené části mostu, a to o 1,685 m od obou krajů, tedy na úseku délky 23,59 m, jelikož jsou silové účinky odebraných částí svedeny do vazeb mostu. Objem betonové podložky, z materiálu C30/37-XF2, po délce celého mostu je 15,3 m^3. Je tedy třeba tuto hodnotu přepočítat pro úsek, kde je zatížení uvažováno. Tento údaj byl zjištěn z přiložené výkresové dokumentace. Hustota daného betonu se pohybuje od 680 do 3800 kg/m^3. Pro zatížení budeme uvažovat hodnotu 2650 kg/m^3 [6]. Z betonu jsou zároveň odrazové pruhy s výškou 185 mm a šířkou 275 mm. Nová konstrukce mostu se od staré liší v silnějších podélnících a záměnou původní betonové desky za betonovou desku s ocelovou výztuží. Tato výztuž nebude ve výpočtu uvažována, jelikož by mohla značně ovlivnit tuhost mostovky, avšak při výpočtu zatížení vozidlem bude jako výhradní zatížitelnost uvažována výhradní zatížitelnost původní konstrukce.

Celková tloušťka asfaltové směsi je 65 mm a šířka vozovky pokrytá asfaltovou směsí je 3,2 m. Uvažovaná hodnota hustoty asfaltové směsi je 2200 kg/m^3 [7]. Celkovou hmotnost zábradlí 1770 kg, zjištěnou z výkresové dokumentace, je nutné přepočítat na úsek, na kterém je zatížení od zábradlí uvažováno. Betonová mostovka a betonový odrazový pruh jsou z boku mostu po celé délce opřeny o ocelovou římsu z plechu P10 s šířkou 415 mm.

Celkovou hmotnost těchto zatížení je nutné vydělit dvěma, jelikož je prutovou soustavou modelována pouze polovina mostu. Tento výsledek je rozdělen do stejných

styčníků, jako tomu bylo v případě rozdělování hmotnosti příhrad, v modelu se nevyskytujících. V tab. 5.2 jsou uvedeny již podělené výsledné hmotnosti zátěžných prvků před rozdělením do styčníků.

Tab. 5.2 Zátěžné prvky statického zatížení modelu mostu

Zátěžný prvek	**m[kg]**
Pruty zohledněné na modelu	4697
Příhrady nezohledněné na modelu	1061
Betonová mostovka a odrazový pruh	20973
Povrch z asfaltové směsi	5397
Zábradlí	774
Plechová římsa	768
Celkové zatížení modelu mostu	33673

5.5 Modelování proměnného zatížení prutové soustavy

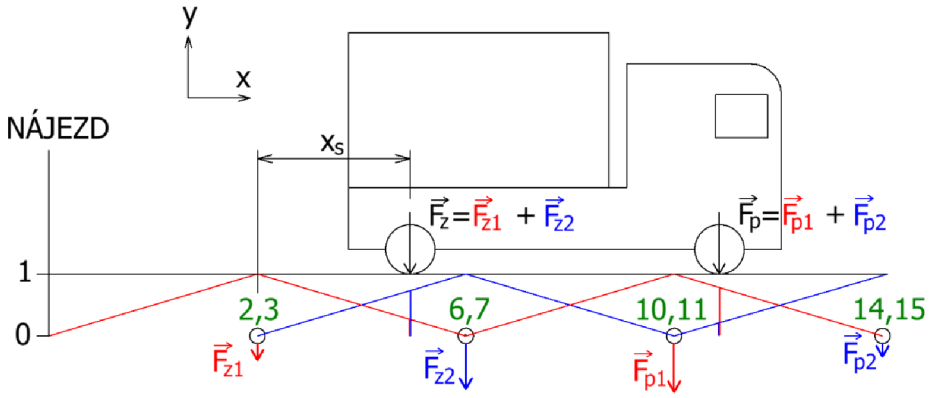
Součástí této práce je modelování průjezdu nákladního vozidla po mostě. Je proto nutné zajistit správné rozložení síly od nákladního vozidla do styčníků, ve kterých jsou napojeny středové segmenty nesoucí mostovku. Silové působení od nákladního vozu je realizováno sérií hmotných bodů, které modelují kontakt jeho pneumatik s vozovkou. Je tedy třeba spočítat přibližnou velikost těchto sil vzhledem ke hmotnosti vozidla a poloze jeho těžiště vůči pneumatikám. Výsledné síly od hmotných bodů jsou pak pomocí lineární aproximace rozloženy do styčníku. Princip této lineární aproximace pro daný úsek mezi styčníky spočívá v rozložení síly na dvě části, přičemž každá se rozloží do dvojce styčníků na stejném vertikálním prutu. Velikost síly je úměrná horizontální vzdálenosti hmotného bodu od dvojice styčníků.

Pro názornost je tento přepočet vypsán pro zadní kolo nákladního vozu, který je na obr. 5.14. Délka každého úseku mezi dvojicemi styčníků, potažmo krajem a dvojicí styčníků, je 3,37 m. Horizontální vzdálenost mezi styčníky dvojicí styčníků 2,3 a kolem vozidla bude ve výpočtu figurovat jako veličina x_s. Pro sílu F_z od zadního kola nákladního vozu platí:

$$F_z = F_{z1} + F_{z2}$$

Přičemž složky této síly se vypočítají pomocí lineární aproximace:

$$F_{z1} = \frac{3{,}37 - x_s}{3{,}37} F_z, \qquad F_{z2} = \frac{x_s}{3{,}37} F_z$$



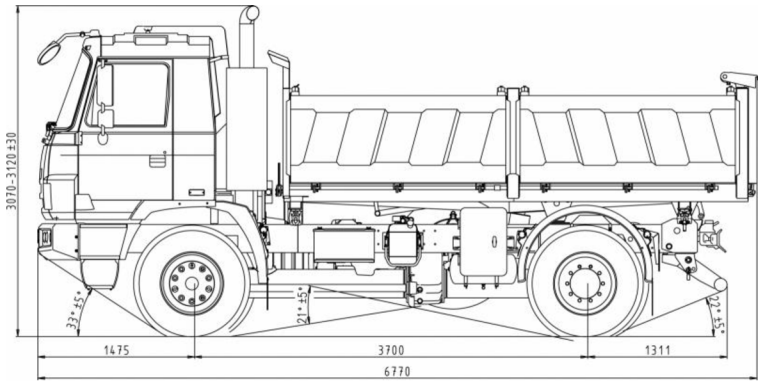
Obr. 5.14 Nákres rozložení sílového působení od vozidla do styčníků

Pro názornost algoritmizace výpočtu silového působení od nákladního vozidla je na obr. 5.15 uveden úryvek kódu ze skriptu pozice.m, který se tomuto výpočtu věnuje.

```
%rozložení zatížení při průjezdu autem
x=[X-l X+l];
for i=1:2
    if x(i)>0&&x(i)<26960
        if x(i)>0&&x(i)<=3370
            xs=x(i);
            B(4)=B(4)+(xs/3370)*(F(i)/4);
            B(6)=B(6)+(xs/3370)*(F(i)/4);
        end
        if x(i)>3370&&x(i)<=(2*3370)
            xs=x(i)-3370;
            B(4)=B(4)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(6)=B(6)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(11)=B(11)+(xs/3370)*(F(i)/4);
            B(13)=B(13)+(xs/3370)*(F(i)/4);
        end
        if x(i)>(2*3370)&&x(i)<=(3*3370)
            xs=x(i)-(2*3370);
            B(11)=B(11)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(13)=B(13)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(18)=B(18)+(xs/3370)*(F(i)/4);
            B(20)=B(20)+(xs/3370)*(F(i)/4);
        end
        if x(i)>(3*3370)&&x(i)<=(4*3370)
            xs=x(i)-(3*3370);
            B(18)=B(18)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(20)=B(20)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(25)=B(25)+(xs/3370)*(F(i)/4);
            B(27)=B(27)+(xs/3370)*(F(i)/4);
        end
        if x(i)>(4*3370)&&x(i)<=(5*3370)
            xs=x(i)-(4*3370);
            B(25)=B(25)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(27)=B(27)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(32)=B(32)+(xs/3370)*(F(i)/4);
            B(34)=B(34)+(xs/3370)*(F(i)/4);
        end
        if x(i)>(5*3370)&&x(i)<=(6*3370)
            xs=x(i)-(5*3370);
            B(32)=B(32)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(34)=B(34)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(39)=B(39)+(xs/3370)*(F(i)/4);
            B(41)=B(41)+(xs/3370)*(F(i)/4);
        end
        if x(i)>(6*3370)&&x(i)<=(7*3370)
            xs=x(i)-(6*3370);
            B(39)=B(39)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(41)=B(41)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(45)=B(45)+(xs/3370)*(F(i)/4);
            B(47)=B(47)+(xs/3370)*(F(i)/4);
        end
        if x(i)>(7*3370)&&x(i)<=(8*3370)
            xs=x(i)-(7*3370);
            B(45)=B(45)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
            B(47)=B(47)+((3370-xs)/3370)*(F(i)/4);
        end
    end
end
```

Obr. 5.15 Výpočet rozložení silového působení od nákladního vozidla

Modelové vozidlo, kterým bude prutová soustava zatížena, má hmotnost odpovídající výhradní zatížitelnosti mostu, tedy 12,5 tun. Tento údaj byl převzat z technické zprávy. Jako modelové vozidlo byla vybrána Tatra T815-221S45/370. Vozidlo je dvounápravové a vzdálenost mezi jeho pneumatikami je 3,7 m. Předpokládané umístění těžiště je 1,2 m od zadní pneumatiky a 2,5 m od přední pneumatiky za předpokladu, že je vozidlo v zadní části naloženo. Síla od zadní pneumatiky bude tedy úměrná $\frac{25}{37}$ celkové hmotnosti a síla od přední pneumatiky bude úměrná $\frac{12}{37}$ celkové hmotnosti. Náčrt modelového vozidla je zobrazen na obr 5.16.



Obr. 5.16 Tatra T815-221S45/370 [8]

5.6 Algoritmus výpočtu

Výpočet bude proveden pomocí obecné metody styčníkové ve tvaru $Ax = B$. Jelikož je prutová soustava staticky neurčitá, je třeba výpočet rozdělit do dvou fází. V první fázi je provedeno částečné uvolnění a spočítaná staticky určitá prutová soustava, jejíž sílové účinky v prutech jsou funkcí sil od částečně uvolněných prutů a vazeb. V druhé fázi se využije výpočtu z první fáze na formulaci deformačních podmínek, jejichž rovnice doplní původní soustavu $Ax = B$ tak, že s ní bude možné spočítat již všechny neznámé síly od prutů a vazeb.

Nejdříve je třeba síly v prutech částečně neuvolněných N_i vyjádřit jako funkce sil vzniklých částečným uvolněním a sil od vnějšího zatížení ve styčnících.

Po částečném uvolnění a odebrání rovnic, ve kterých se vyskytují částečně neuvolněné vnější vazby odebírající stupně volnosti soustavy, obdržíme matici A, která je čtvercová a má rozměr počtu částečně neuvolněných prutů. Vektor B je rozšířen o členy neznámých sil od částečně uvolněných prutů a vazeb.

Maticové vyjádření odebrání částečně uvolněných prutů $N_č$ a sil od částečně uvolněných vazeb F_v z matice A, kde:

p označuje počet prutů, které jsou po částečném uvolnění v soustavě ponechány,

r označuje počet všech rovnic styčníků,

q označuje počet všech prutů a vazeb.

Platí: $p+3=r$

$$Ax = B \rightarrow \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1,q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{r,1} & \cdots & A_{r,q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_r \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{p,1} & \cdots & A_{p,p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 - f\left(A_{1,č}N_č\right) - f(A_{1,v}F_v) \\ \vdots \\ F_p - f(A_{p,č}N_č) - f(A_{p,v}F_v) \end{pmatrix}$$

Po vyřešení maticového výrazu metodou styčníkovou vznikne z A jednotková matice.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_1 \\ \vdots \\ N_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \frac{\partial N_1}{\partial F_1} - \sum_{j=1}^{n} N_j^{č} \frac{\partial N_1}{\partial N_j^{č}} - \sum_{k=1}^{o} F_k^{v} \frac{\partial N_1}{\partial F_k^{v}} \\ \vdots \\ F_p \frac{\partial N_p}{\partial F_p} - \sum_{j=1}^{n} N_j^{č} \frac{\partial N_p}{\partial N_j^{č}} - \sum_{k=1}^{o} F_k^{v} \frac{\partial N_p}{\partial F_k^{v}} \end{pmatrix}$$

Z vektoru B jsme nyní schopni získat všechny veličiny pro vyjádření deformační podmínky a můžeme vyjádřit normálové síly prutů částečně neuvolněných jako funkce normálových sil částečně uvolněných prutů, sil od částečně uvolněných vazeb a sil od vnějšího zatížení,

$$N_i = \sum_{j=1}^{n} N_j^{č} \frac{\partial N_i}{\partial N_j^{č}} + \sum_{k=1}^{o} F_k^{v} \frac{\partial N_i}{\partial F_k^{v}} + \sum_{l=1}^{p} F_l \frac{\partial N_l}{\partial F_l}$$

kde:

n označuje celkový počet částečně uvolněných prutů,
o označuje celkový počet sil od částečně uvolnění vazeb,
p označuje počet prutů, které jsou po částečném uvolnění v soustavě ponechány.

Platí: $p + n = m$ … *neuvolněné pruty* + *uvolněné pruty* = *všechny pruty*

Každá normálová síla od částečně uvolněného prutu není funkcí normálových sil od ostatních částečně uvolněných prutů.

$$\frac{\partial N_1^{č}}{\partial N_1^{č}} = 1, \qquad \frac{\partial N_{j-\{1\}}^{č}}{\partial N_1^{č}} = 0$$

Síly od částečně uvolněných vazeb jsou funkcí pouze normálových sil od prutů ponechaných v soustavě po částečném uvolnění.

$$\frac{\partial N_j^{č}}{\partial F_k^{v}} = 0$$

Deformační podmínka pro částečně uvolněný prut 1 je rozepsána níže, přičemž indexy, které určují pro jaký prut je deformační podmínka rozepsána, jsou červeně zvýrazněny. Tvar deformační podmínky pro libovolný, částečně uvolněný prut by se tedy lišil pouze v červeně zvýrazněném indexu.

Po dosazení do deformační podmínky pro částečně uvolněný prut 1 má rovnice tvar:

$$\frac{\partial W}{\partial N_{\mathbf{1}}^{č}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\left[\sum_{j=1}^{n}\left(N_j^{č} \frac{\partial N_i}{\partial N_j^{č}}\right) + \sum_{k=1}^{o}\left(F_k^{v} \frac{\partial N_i}{\partial F_k^{v}}\right) + \sum_{l=1}^{p}\left(F_l \frac{\partial N_l}{\partial F_l}\right)\right] \cdot L_i}{ES_i} \frac{\partial N_i}{\partial N_{\mathbf{1}}^{č}} = 0$$

Tento tvar předpokládá, že Youngův modul pružnosti E je stejný pro všechny pruty, jak je tomu v případě prutové soustavy v této práci. V případě, že by pruty měly různý Youngův modul pružnosti, pak by musel být v rovnici upraven člen s E, ke kterému by byl přidán index i, a tím pádem by se v rovnici choval podobně jako člen S_i.

Po vytknutí 1/E má rovnice tento tvar:

$$\frac{1}{E}\cdot\sum_{i=1}^{m}\frac{L_i}{S_i}\frac{\partial N_i}{\partial N_1^{č}}\left[\sum_{j=1}^{n}(N_j^{č}\frac{\partial N_i}{\partial N_j^{č}})+\sum_{k=1}^{o}\left(F_k^{v}\frac{\partial N_i}{\partial F_k^{v}}\right)+\sum_{l=1}^{p}\left(F_l\frac{\partial N_l}{\partial F_l}\right)\right]=0$$

V případě, že se pravá strana rovná nule, můžeme z rovnice odebrat člen 1/E. Pokud však bude mít částečně uvolněný prut vůli nebo přesah vzhledem k nedeformované soustavě, pak je třeba tento člen ponechat, jelikož se tato vůle nebo přesah vyskytne na pravé straně, která musí mít s levou stranou kompatibilní jednotku. Stejný případ může nastat, když bude částečně uvolněný prut teplotně zatížen.

Po rozepsání i-té sumy má zkrácený tvar rovnice tento tvar:

$$\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_1^{č}}\left[\sum_{j=1}^{n}(N_j^{č}\frac{\partial N_1}{\partial N_j^{č}})+\sum_{k=1}^{o}\left(F_k^{v}\frac{\partial N_1}{\partial F_k^{v}}\right)+F_1\frac{\partial N_1}{\partial F_1}\right]$$

$$+\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_1^{č}}\left[\sum_{j=1}^{n}\left(N_j^{č}\frac{\partial N_2}{\partial N_j^{č}}\right)+\sum_{k=1}^{o}\left(F_k^{v}\frac{\partial N_2}{\partial F_k^{v}}\right)+F_2\frac{\partial N_2}{\partial F_2}\right]+\cdots$$

$$+\frac{L_m}{S_m}\frac{\partial N_m}{\partial N_1^{č}}\left[\sum_{j=1}^{n}\left(N_j^{č}\frac{\partial N_m}{\partial N_j^{č}}\right)+\sum_{k=1}^{o}\left(F_k^{v}\frac{\partial N_m}{\partial F_k^{v}}\right)\right]=0$$

Po rozepsání j-té a k-té sumy má rovnice zkrácený tvar:

$$\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_1^{č}}\left(N_1^{č}\frac{\partial N_1}{\partial N_1^{č}}+N_2^{č}\frac{\partial N_1}{\partial N_2^{č}}+\cdots+N_n^{č}\frac{\partial N_1}{\partial N_n^{č}}+F_1^{v}\frac{\partial N_1}{\partial F_1^{v}}+F_2^{v}\frac{\partial N_1}{\partial F_2^{v}}+\cdots+F_o^{v}\frac{\partial N_1}{\partial F_o^{v}}+F_1\frac{\partial N_1}{\partial F_1}\right)$$

$$+\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_1^{č}}\left(N_1^{č}\frac{\partial N_2}{\partial N_1^{č}}+N_2^{č}\frac{\partial N_2}{\partial N_2^{č}}+\cdots+N_n^{č}\frac{\partial N_2}{\partial N_n^{č}}+F_1^{v}\frac{\partial N_2}{\partial F_1^{v}}+F_2^{v}\frac{\partial N_2}{\partial F_2^{v}}+\cdots+F_o^{v}\frac{\partial N_2}{\partial F_o^{v}}+F_2\frac{\partial N_2}{\partial F_2}\right)$$

$$+\cdots+\frac{L_m}{S_m}\frac{\partial N_m}{\partial N_1^{č}}\left(N_1^{č}\frac{\partial N_m}{\partial N_1^{č}}+N_2^{č}\frac{\partial N_m}{\partial N_2^{č}}+\cdots+N_n^{č}\frac{\partial N_m}{\partial N_n^{č}}+F_1^{v}\frac{\partial N_m}{\partial F_1^{v}}+F_2^{v}\frac{\partial N_m}{\partial F_2^{v}}+\cdots+F_o^{v}\frac{\partial N_m}{\partial F_o^{v}}\right)$$

$$=0$$

Pro úpravu na maticový výpočet ve formě $Ax = B$ je nyní nutné vytknout členy $N_j^{č}$ a F_k^{v}, jelikož ve výpočtu figurují jako neznámé veličiny a známý člen s F přesuneme na pravou stranu rovnice.

$$
\begin{aligned}
& N_1^{\check{c}}\left(\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_1}{\partial N_1^{\check{c}}}+\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_2}{\partial N_1^{\check{c}}}+\cdots+\frac{L_m}{S_m}\frac{\partial N_m}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_m}{\partial N_1^{\check{c}}}\right)\\
&+N_2^{\check{c}}\left(\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_1}{\partial N_2^{\check{c}}}+\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_2}{\partial N_2^{\check{c}}}+\cdots+\frac{L_m}{S_m}\frac{\partial N_m}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_m}{\partial N_2^{\check{c}}}\right)+\cdots\\
&+N_n^{\check{c}}\left(\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_1}{\partial N_n^{\check{c}}}+\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_2}{\partial N_{\mathrm{n}}^{\check{c}}}+\cdots+\frac{L_m}{S_m}\frac{\partial N_m}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_m}{\partial N_{\mathrm{n}}^{\check{c}}}\right)\\
&+F_1^{v}\left(\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_1}{\partial F_1^{v}}+\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_2}{\partial F_1^{v}}+\cdots+\frac{L_m}{S_m}\frac{\partial N_m}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_m}{\partial F_1^{v}}\right)\\
&+F_2^{v}\left(\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_1}{\partial F_2^{v}}+\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_2}{\partial F_2^{v}}+\cdots+\frac{L_m}{S_m}\frac{\partial N_m}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_m}{\partial F_2^{v}}\right)+\cdots\\
&+F_{\mathrm{o}}^{v}\left(\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_1}{\partial F_{\mathrm{o}}^{v}}+\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_2}{\partial F_{\mathrm{o}}^{v}}+\cdots+\frac{L_m}{S_m}\frac{\partial N_m}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_m}{\partial F_{\mathrm{o}}^{v}}\right)\\
&=-\left[F_1\left(\frac{L_1}{S_1}\frac{\partial N_1}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_1}{\partial F_1}\right)+F_2\left(\frac{L_2}{S_2}\frac{\partial N_2}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_2}{\partial F_2}\right)+\cdots+F_p\frac{L_p}{S_p}\frac{\partial N_p}{\partial N_{\mathbf{1}}^{\check{c}}}\frac{\partial N_p}{\partial F_p}\right]
\end{aligned}
$$

Pro zjednodušení zápisu budeme členy v závorce na levé straně zapisovat jako $a_{g,h}$, kde g je řádkový index který reprezentuje pořadí deformační podmínky a h je sloupcový index, který reprezentuje pořadí normálových sil částečně uvolněných prutů a sil od částečně uvolněných vazeb. Člen na pravé straně zjednodušeně zapíšeme jako b_g, kde g je řádkový vektor, který reprezentuje pořadí deformační podmínky.

Předchozí výraz po zjednodušení vypadá takto:

$$N_1^{\check{c}}a_{1,1}+N_2^{\check{c}}a_{1,2}+\cdots+N_n^{\check{c}}a_{1,n}+F_1^{v}a_{1,n+1}+F_2^{v}a_{1,n+2}+\cdots+F_{\mathrm{o}}^{v}a_{1,n+o}=b_1$$

Pro větší počet deformačních podmínek můžeme maticový tvar zapsat takto:

$$
\begin{pmatrix}
a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} & a_{1,n+1} & a_{1,n+2} & \cdots & a_{1,n+o}\\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\
a_{n+o,1} & a_{n+o,1} & \cdots & a_{n+o,n} & a_{n+o,n+1} & a_{n+o,n+2} & \cdots & a_{n+o,n+o}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
N_1^{\check{c}}\\ N_2^{\check{c}}\\ \vdots\\ N_n^{\check{c}}\\ F_1^{v}\\ F_2^{v}\\ \vdots\\ F_{\mathrm{o}}^{v}
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
b_1\\ \vdots\\ b_{n+o}
\end{pmatrix}
$$

Předchozí maticový tvar ve zkrácené formě:

$$
\begin{pmatrix}
a_{11} & \cdots & a_{1,n+o}\\
\vdots & \ddots & \vdots\\
a_{n+o,1} & \cdots & a_{n+o,n+o}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
x_1\\ \vdots\\ x_{n+o}
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
b_1\\ \vdots\\ b_{n+o}
\end{pmatrix}
$$

Tento maticový tvar je pak možné připojit k neupravenému maticovému tvaru před částečným uvolněním $Ax = B$.

$$
\begin{pmatrix}
A_{11} & \cdots & A_{1,q}\\
\vdots & \ddots & \vdots\\
A_{r,1} & \cdots & A_{r,q}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
x_1\\ \vdots\\ x_q
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
B_1\\ \vdots\\ B_r
\end{pmatrix}
$$

Výsledný rozměr čtvercové matice a délka vektorů je $q = p+3+n+o = r+n+o$,

$$\frac{\begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1,q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{r,1} & \cdots & A_{r,q} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,n+o} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n+o,1} & \cdots & a_{n+o,n+o} \end{pmatrix}} \rightarrow \begin{pmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1,q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{q,1} & \cdots & A_{q,q} \end{pmatrix}, \qquad \frac{\begin{pmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_r \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{n+o} \end{pmatrix}} \longrightarrow \begin{pmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_q \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1,q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{q,1} & \cdots & A_{q,q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_q \end{pmatrix}$$

kde:

p označuje počet neuvolněných prutů,

n označuje počet uvolněných prutů,

o označuje počet částečně uvolněných vazeb,

q označuje celkový počet neznámých,

r označuje celkový počet styčníkových rovnic,

a číslo *3* reprezentuje vazby, co odebírají stupně volnosti.

Výpočet této soustavy rovnic již vede k reálným výsledkům všech neznámých sil v prutech a sil od vazeb.

Pro výpočet deformací styčníků ve směrech daných souřadnicovým systémem je třeba do každého styčníků přidat nulové doplňkové síly ve směrech souřadnicového systému. Posuv ve směru těchto sil je možné spočítat z tvaru Castiglianovy věty pro prutovou soustavu, kde *m* symbolizuje všechny pruty prutové soustavy.

$$u = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_i L_i}{ES_i} \frac{\partial N_i}{\partial F^{dop}}$$

V každé rovnici styčníku se tedy objeví doplňková síla navíc, v jejímž směru bude vypočítán posuv příslušného styčníku. Maticově lze tento výpočet provést v druhé fázi výpočtu normálových sil, tedy ve chvíli, kdy jsou připojeny k původní matici *A* a vektoru *b* rovnice získané z deformačních podmínek. Doplňkové síly se přesunou na pravou stranu rovnice, kde budou reprezentovány jako záporná jednotková matice, přičemž každý řádek matice reprezentuje jednu rovnici a každý sloupec reprezentuje konkrétní doplňkovou sílu. Aby mohl být výpočet proveden, matice doplňkových sil musí mít s vektorem kompatibilní počet řádků. Počet doplňkových sil je však dán počtem styčníkových rovnic a tím pádem je matice od řádku *r+1* až po řádek q zaplněna nulami. Tato oblast je tedy nutná pro maticový výpočet, ale dále při výpočtu deformací již není potřebná.

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} & \cdots & A_{1,q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{q,1} & \cdots & A_{q,q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ B_2 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_r & 0 & 0 & 0 & -1 \\ B_{r+1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_q & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vyřešením této soustavy jsou obdrženy všechny neznámé síly v prutech a silové účinky od vazeb, a zároveň zjištěny hodnoty derivací jednotlivých prutů podle doplňkových sil.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{\partial N_1}{\partial F_1^{dop}} & \cdots & -\dfrac{\partial N_1}{\partial F_r^{dop}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\dfrac{\partial N_q}{\partial F_1^{dop}} & \cdots & -\dfrac{\partial N_q}{\partial F_r^{dop}} \end{pmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ \vdots \\ x_q \end{matrix}$$

Lze tedy vypočítat deformaci každého styčníku ve směru jeho příslušné doplňkové síly. Pro názornost je tento výpočet zobrazen i v úryvku kódu ze skriptu pozice.m na obr. 5.17.

```
Fdop=eye(size(A,2),size(A,1));

for i=1:size(A,1)
    B(:,i+1)=Fdop(:,i);
end

N=A4\B;

U=zeros(size(A,1),1);

%výpočet posuvů ve směrech x a y všech styčníků
for i=1:size(A,1)
    for j=1:size(A,2)-3
        U(i)=U(i)+N(j,1)*L(j)*N(j,i+1)/((S(j))*E);
    end
end
```

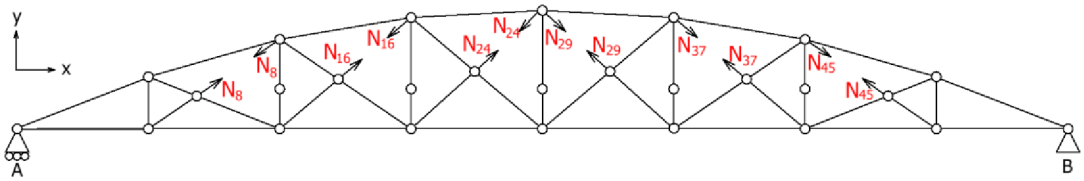
Obr. 5.17 Výpočet posuvů styčníků ve směrech doplňkových sil

6 ANALYTICKÝ VÝPOČET – PRAKTICKÁ ČÁST

6.1 Analytický výpočet – Varianta 1

První varianta výpočtu je prutová soustava, kde jsou všechny pruty uloženy bez vůle nebo přesahu, zatížena nejprve vlastní tíhou a poté nákladním vozidlem, které po ní projíždí.

Prutová soustava obsahuje 52 prutů a 27 styčníků, z nichž 5 styčníků je 1D. Je vnějškově staticky určitá. Míra vnitřní statické neurčitosti vychází šest, podle vzorce uvedeného v teoretické části. Je proto nutné částečně uvolnit šest prutů. Pro uvolnění jsou vybrány pruty 8, 16, 24, 29, 37 a 45. Částečné uvolnění je zobrazeno na obr 6.1.



Obr. 6.1 Částečné uvolnění

Pro částečně uvolněné pruty jsou níže vypsány deformační podmínky.

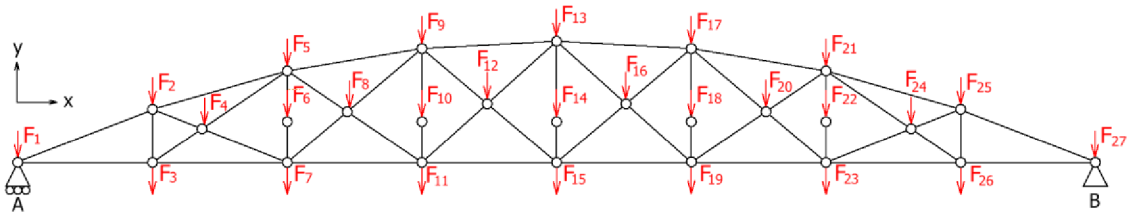
$$\frac{\partial W}{\partial N_8} = 0 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{16}} = 0 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{24}} = 0 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{29}} = 0 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{37}} = 0 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{45}} = 0$$

6.1.1 Varianta 1 – vlastní tíha

Vertikální zatížení styčníků prutové sosutavy jsou zobrazena v tab. 6.1. Pro názornost je uveden nákres sil působících na styčník na obr. 6.2.

Tab. 6.1 Zatížení styčníků

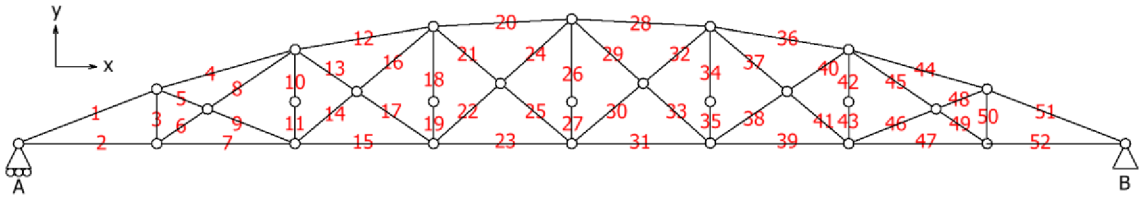
styčník	F[N]	styčník	F[N]	styčník	F[N]
1	2450	10	20614	19	22997
2	23067	11	22997	20	326
3	22938	12	344	21	2699
4	296	13	2712	22	20570
5	2699	14	20630	23	22990
6	20570	15	23001	24	296
7	22990	16	344	25	23067
8	326	17	2704	26	22938
9	2704	18	20614	27	2450



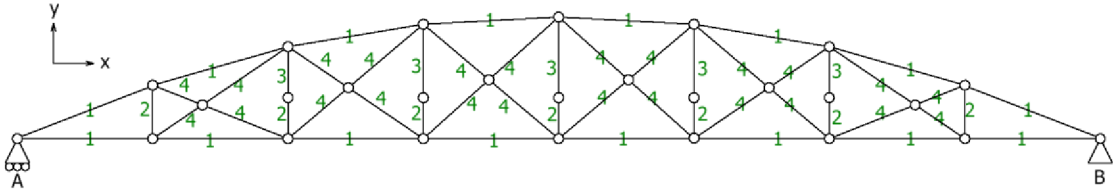
Obr. 6.2 Zatížení styčníků

Výpočet byl proveden pomocí algoritmu popsaného v páté kapitole v programu MATLAB pomocí skriptu pozice.m, který je dostupný v příloze č. 3. Tab. 6.2 zobrazuje výsledky normálových sil a napětí na prutech. Jelikož je model mostu symetrický a zároveň je symetrické zatížení, jsou i výsledky normálových sil a napětí symetrické. Výsledky jsou proto vypsány pouze pro pruty 1-27. Výsledky pro pruty tvořící obloukový pás jsou v tab. vyznačené modře a výsledky pro pruty tvořící horizontální pás jsou vyznačené červeně.

Pro názornost výsledků je zde znovu zobrazen nákres prutové soustavy s číslováním prutů, viz obr. 6.3. a číslováním příčných průřezů, viz obr. 6.4.



Obr. 6.3 Označení prutů



Obr. 6.4 Označení příčných průřezů

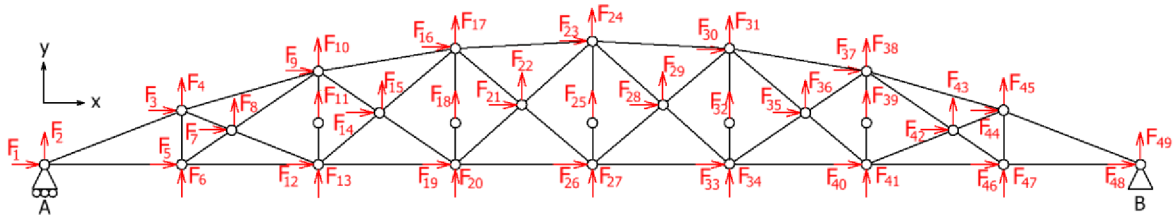
Tab. 6.2 Výsledky normálových sil a napětí na prutech při zatížení vlastní tíhou

Prut	Normálová síla [kN]	Napětí [MPa]	Prut	Normálová síla [kN]	Napětí [MPa]
1	-444,40	-48,8	15	410,47	45,1
2	413,54	45,4	16	1,58	1,6
3	22,55	5,3	17	6,67	6,7
4	-428,75	-47,1	18	35,69	16,9
5	-1,31	-1,3	19	15,07	3,6
6	0,69	0,7	20	-419,94	-46,1
7	412,96	45,4	21	4,18	4,2
8	1,02	1,0	22	6,25	6,2
9	-1,61	-1,6	23	411,35	45,2
10	43,31	20,5	24	6,51	6,5
11	22,74	5,4	25	3,93	3,9
12	-422,57	-46,4	26	38,58	18,3
13	6,93	6,9	27	17,95	4,2
14	1,30	1,3			

Výsledky dopadly podle očekávání. Největší napětí a normálová síla vychází na prutu 1, který samostatně přenáší tíhu celé konstrukce, přičemž prut musí být vždy v tlaku, aby jeho vertikální silová složka směřovala do opačného směru než tíhové síly od mostu. Podobně lze říct, že celý obloukový pás musí být vždy namáhaný tlakem. Největší napětí v tahu vychází na prutu 2. Je tomu tak protože prut 2 musí na obou stranách mostu vynulovat složku síly prutu 1 ve směru x. Horizontální pás je tedy, kvůli tlakovému napětí na obloukovém pásu, vždy namáhán tahem. Obloukový pás je hlavním nosným prvkem konstrukce, což dokazují velké výsledky tlakových napětí. Hlavní funkcí horizontálního pásu je uchycení a zpevnění konstrukce na okrajích. Napětí na prutech 3, 11, 19 a 27 je velice nízké, z čehož by mohlo vyplynout, že mají v rámci 2D modelu předimenzované příčné průřezy. Model však zanedbává, to že jsou tyto pruty v realitě zatíženy ohybem, jelikož jsou v jejich styčnících uchyceny vnitřní konstrukce nesoucí tíhu mostovky. Znepokojující hodnotou je napětí na prutu 5 a 9, které vychází tlakové. Z toho lze vyvodit, že by tyto pruty mohly být nebezpečné z hlediska MSVS, jelikož jsou tytu pruty velmi štíhlé.

Tab. 6.3 zobrazuje výsledky posuvů styčníků ve směru x a tab. 6.4 zobrazuje výsledky posuvů styčníků ve směru y. U styčníků, které nemají rovnici ve směru x, je deformace v tomto směru matematicky nulová. Jejich skutečná deformace je podobná jako deformace s nimi spojených styčníků, ve kterých je silové působení ve směru x.

Pro názornost výsledků je na obr. 6.5 zobrazen nákres prutové soustavy s číslováním doplňkových sil, podle kterých probíhají posuvy.



Obr. 6.5 Označení doplňkových sil

Tab. 6.3 Posuv ve směru x

Doplňková síla	Posuv [mm]
1	-5,81
3	-2,41
5	-5,08
7	-3,40
9	-1,87
-	-
12	-4,36
14	-2,99
16	-2,21
-	-
19	-3,63
21	-2,90
23	-2,91
-	-
26	-2,91
28	-2,92
30	-3,60
-	-
33	-2,18
35	-2,82
37	-3,94
-	-
40	-1,46
42	-2,41
44	-3,41
46	-0,73
48	0

Tab. 6.4 Posuv ve směru y

Doplňková síla	Posuv [mm]
2	0
4	-10,96
6	-11,00
8	-13,47
10	-15,70
11	-15,82
13	-15,85
15	-17,45
17	-18,36
18	-18,51
20	-18,52
22	-19,24
24	-19,12
25	-19,30
27	-19,32
29	-19,24
31	-18,36
32	-18,51
34	-18,52
36	-17,45
38	-15,70
39	-15,82
41	-15,85
43	-13,47
45	-10,96
47	-11,00
49	0

Nejvyšší hodnota posuvu ve směru je podle očekávání ve středu mostu na spodním styčníku a dosahuje 19,32 mm. Velký posuv vykazují také ostatní styčníky na ose symetrie mostu. Posuv styčníků ve směru y je symetrický, to však neplatí pro posuv styčníků ve směru x. Nejvyšší hodnota horizontálního posuvu styčníku je 5,81 mm pro styčník zavazbený modelovým pohyblivým ložiskem. Vůle v horizontálním směru na straně posuvného ložiska byla změřena v době, kdy stála pouze příhradová konstrukce a její hodnota je přibližně 60 mm. Při zatížení vlastní tíhou tedy nehrozí vymezení vůle. I při větších zatížení má vůle velké rezervy, proto posuvy styčníků v horizontálním směru dál nebudou zkoumány.

Při výpočtu vzpěru se zaměříme na pruty 5 a 9, které jednak splňují podmínku tlakového namáhání a zároveň podmínku menší štíhlosti, než je štíhlost kritická. V tab. 6.5 jsou uvedeny absolutní hodnoty normálové síly a hodnoty kritické síly prutu 5 a 9.

Tab. 6.5 Normálová a kritická síla prutu 5 a 9

Prut	Normálová síla [kN]	Kritická síla [kN]
5	1,31	22,64
9	1,61	6,95

Bezpečnost proti MSP: $k_K = \frac{\sigma_K}{|\sigma_1|} = 4{,}81$

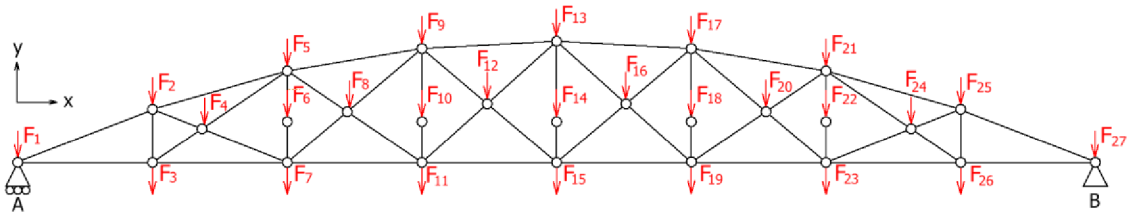
Bezpečnost proti MSVS: $k_V = \frac{F_{kr\,9}}{|N_9|} = 4{,}32$

6.1.2 Varianta 1 – Zatížení vozidlem uprostřed mostu

Při zatížení mostu modelovým vozidlem zmíněným v kap. 5 se změní zatížení styčníků pouze ve střední části, přičemž přední pneumatika je na straně mostu s rotační vazbou. V tab. 6.6 jsou uvedeny zatížení styčníků, kterých se tato změna týká. Pro názornost je na obr. 6.6 zobrazen nákres sil působících na styčník.

Tab. 6.6 Zatížení styčníků

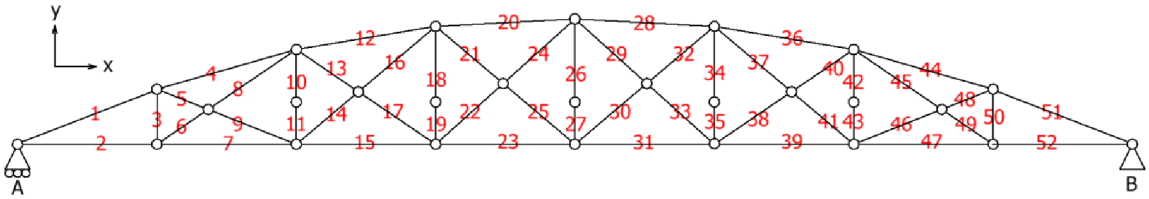
styčník	F [N]
10	31984
11	34367
14	34457
15	36828
18	26071
19	28454



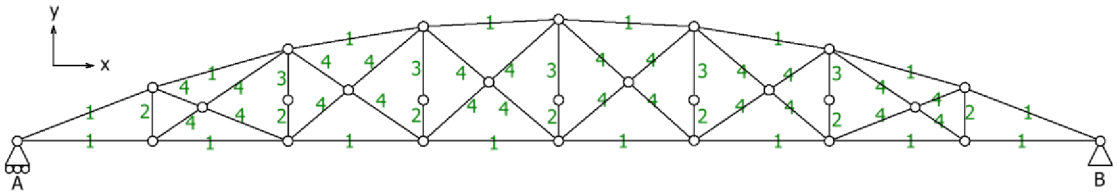
Obr. 6.6 Zatížení styčníků

Tab. 6.7 zobrazuje výsledky normálových sil a napětí na prutech. Výsledky pro pruty tvořící obloukový pás jsou v tabulce vyznačené modře a výsledky pro pruty tvořící horizontální pás jsou vyznačené červeně.

Pro názornost výsledků je zde znovu zobrazen nákres prutové soustavy s číslováním prutů, viz obr. 6.7. a číslováním příčných průřezů, viz obr. 6.8.



Obr. 6.7 Označení prutů



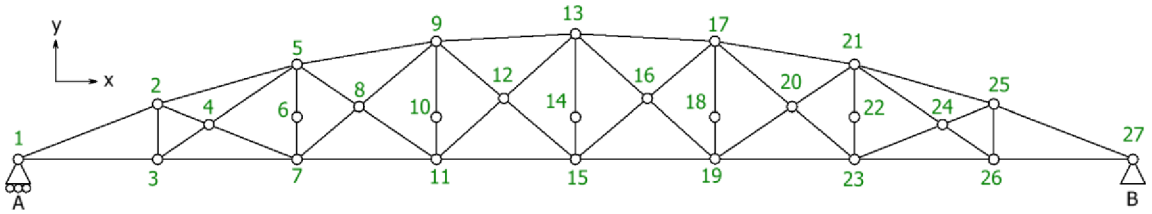
Obr. 6.8 Označení příčných průřezů

Tab. 6.7 Výsledky normálových sil a napětí na prutech při výhradním zatížení

Prut	Normálová síla [kN]	Napětí [MPa]	Prut	Normálová síla [kN]	Napětí [MPa]
1	-532,16	-58,5	27	22,16	5,2
2	495,20	54,4	28	-532,75	-58,5
3	26,38	6,2	29	-0,29	-0,3
4	-521,37	-57,3	30	14,81	14,8
5	6,64	6,6	31	520,68	57,2
6	-6,12	-6,1	32	15,07	15,1
7	500,27	55,0	33	-0,55	-0,6
8	-5,79	-5,8	34	43,95	20,8
9	6,34	6,3	35	17,88	4,2
10	47,32	22,4	36	-520,41	-57,2
11	26,75	6,3	37	-8,44	-8,4
12	-530,53	-58,3	38	19,49	19,5
13	21,31	21,3	39	504,14	55,4
14	-9,46	-9,5	40	19,75	19,8
15	513,42	56,4	41	-8,72	-8,7
16	-9,18	-9,2	42	47,11	22,3
17	21,05	21,0	43	26,54	6,3
18	50,09	23,7	44	-512,85	-56,4
19	18,10	4,3	45	-5,16	-5,2
20	-538,12	-59,1	46	5,62	5,6
21	8,26	8,3	47	492,23	54,1
22	6,65	6,6	48	5,91	5,9
23	525,89	57,8	49	-5,49	-5,5
24	6,91	6,9	50	26,02	6,2
25	8,01	8,0	51	-524,09	-57,6
26	56,62	26,8	52	487,69	53,6

Největší napětí a normálová síla opět vychází na horním pásu, tentokrát na prutu 20, přičemž napětí dosahuje 59,1 MPa, což je o 13 MPa více než při zatížení vlastní tíhou. Všechny napětí na horním pásu jsou velice podobná, jejich maximální rozdíl je 2,7 MPa. V dolním páse je maximální napětí na prutu 23 a dosahuje 57,8 MPa. Největší globální přírůstky napětí zaznamenaly horní a dolní pás, přičemž největší přírustek tahového napětí dosahuje 14,4 MPa na prutu 13 a 14,3 MPa na prutu 17, což je způsobeno tím, že tyto pruty spojují styčník 11 a horní pás, přičemž ve styčníku 11 působí hlavní část zatížení od vozidla. Soustava se tedy snaží přenést tuto tíhu nejkratší cestou k uložení. Změny napětí v obloukovém a horizontálním pásu se pohybují přibližně kolem 10 MPa. Nejmenší přírůstky napětí zaznamenaly vertikální pruty s větším příčným průřezem. Největší hodnota napěťového přírustku na těchto prutech je 1 MPa na prutu 27. Na prutech 29 a 33 vychází menší napětí, než při zatížení vlastní tíhou, což je způsobeno změnou charakteru napětí z tahového na tlakové. Další pruty, které změnily charakter napětí z tahu na tlak jsou pruty 6, 8, 14, 16, 37, 41, 45 a 49. Pruty, které přešly z tlaku do tahu jsou pruty 5, 9, 46, 48. Kritickou hodnotou je v tomto případě normálová síla na příčnících v tlaku.

Tab. 6.8 zobrazuje výsledky deformací styčníků ve směru y. Pro názornost výsledků je na obr. 6.9 zobrazen nákres prutové soustavy, tentokrát pouze s číslováním styčníků, jelikož zkoumán je pouze posuv ve směru y.



Obr. 6.9 Označení styčníků

Tab. 6.8 Posuv styčníku ve směru y

Styčník	Posuv [mm]	Styčník	Posuv [mm]	Styčník	Posuv [mm]	Styčník	Posuv [mm]	Styčník	Posuv [mm]
2	-13,14	7	-19,38	12	-24,06	17	-22,65	22	-19,13
3	-13,18	8	-21,55	13	-23,91	18	-22,83	23	-19,16
4	-16,26	9	-22,90	14	-24,18	19	-22,85	24	-16,08
5	-19,21	10	-23,11	15	-24,20	20	-21,30	25	-13,00
6	-19,35	11	-23,13	16	-23,92	21	-18,99	26	-13,04

Největší hodnota vertikálního posuvu je opět, jako při zatížení vlastní tíhou na styčníku patnáct a činí přibližně 24,2 mm. Velké hodnoty posuvů vzchází na styčnících nacházejících se na ose symetrie mostu a na styčních, které jsou v její blízkosti. Hodnoty posuvů již nejsou symetrické, jak tomu bylo při zatížení vlastní tíhou, jelikož je zatížení od vozidla nesymetrické. Největší rozdíl v posuvech symetrických styčníku je na dvojicích styčníků 10, 18 a 11, 19, přičemž posuvy se liší přibližně o 0,28 mm. Tento rozdíl je způsoben tím, že jsou styčníky 10 a 11 zatížené větší silou od vozidla než styčníky 18 a 19, kvůli nesymetrii zatížení. V tab. 6.9 jsou uvedeny absolutní hodnoty normálové síly a hodnoty kritické síly prutu vybraných příčníků.

Tab. 6.9 Normálové a kritické síly vybraných příčníků

Prut	Normálová síla [kN]	Kritická síla [kN]	Prut	Normálová síla [kN]	Kritická síla [kN]
6	6,12	17,04	33	0,55	5,46
8	5,79	5,63	37	8,44	4,72
14	9,46	7,27	41	8,72	7,27
16	9,18	4,72	45	5,16	5,63
29	0,29	4,33	49	5,49	17,04

Bezpečnost proti MSP: $k_K = \frac{\sigma_K}{|\sigma_{20}|} = 3{,}97$

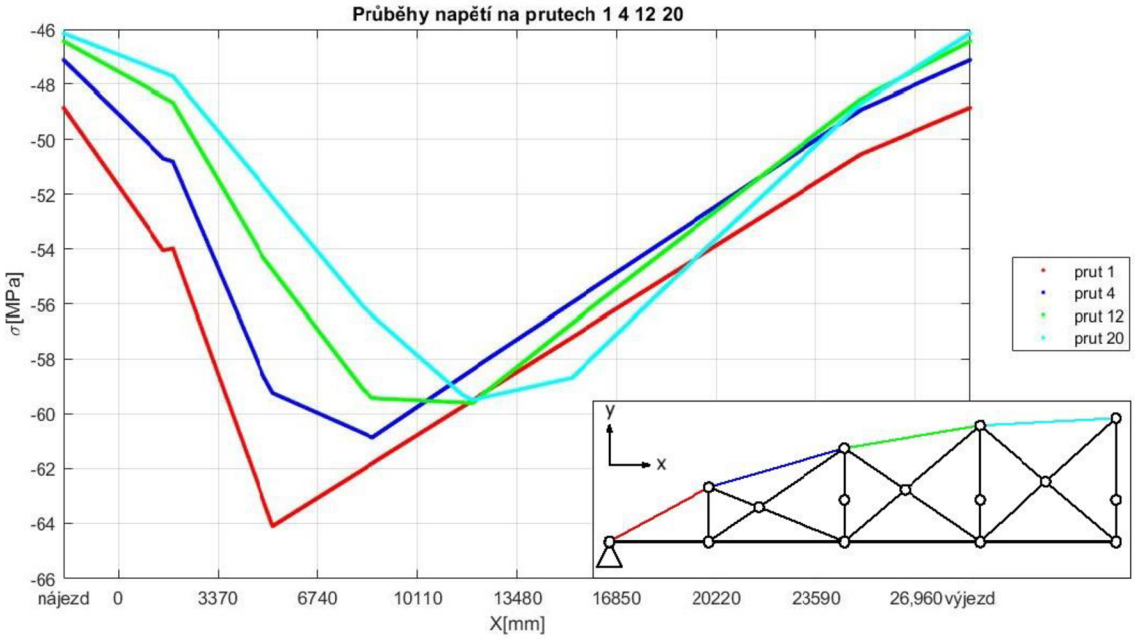
Bezpečnost proti MSVS: $k_V = \frac{F_{kr\,16}}{|N_{16}|} = 0{,}51$

Hodnota bezpečnosti proti MSP při výhradním zatížení je 3,97, přičemž se snížila přibližně o 0,8 vzhledem k hodnotě bezpečnosti pro zatížení vlastní tíhou.

Kritická hodnota je v tomto případě bezpečnost proti MSVS, která se dostala pod hodnotu 1 v případě pěti prutů. Primární funkce těchto prutů je zavětrování. Podle typu příčného průřezu je však zřejmé, že by v této funkci měly fungovat jako táhla a ne jako vzpěry. Přesto na těchto prutech vychází tlakové napětí. Tento zvlaštní výsledek mohl být způsoben špatným umístěním střednic a styčníků vzhledem k reálné konstrukci. Zároveň mohla nastat chyba v aplikování prutové teorie na krajní pruty, které modelují rámovou konstrukci. Dalším důvodem může být nezahrnutí tuhosti podélníků do tuhosti modelu, jak bylo zmíněno v kap. 5.5, nebo špatné rozložení sílového působení od vozidla, které je z vozovky přesunuto do přilehlých styčníků. Reálnějšímu rozložení by odpovídalo více globálnímu rozložení, jelikož je zatížení z mostovky přesunuto na podélníky a ty pak přesouvají zatížení na příhradovou konstrukci, o kterou se opírají po celé délce a ne jen v lokálním úseku zatížení. Pro první případ špatného umístění střednic a styčníků bylo rozhodnuto provést citlivostní analýzu, která se zaměří na vertikální pozici styčníků na obloukovém pásu a horizontální pozici styčníku s vnější vazbou.

6.1.3 Varianta 1 – Průjezd vozidla po mostě

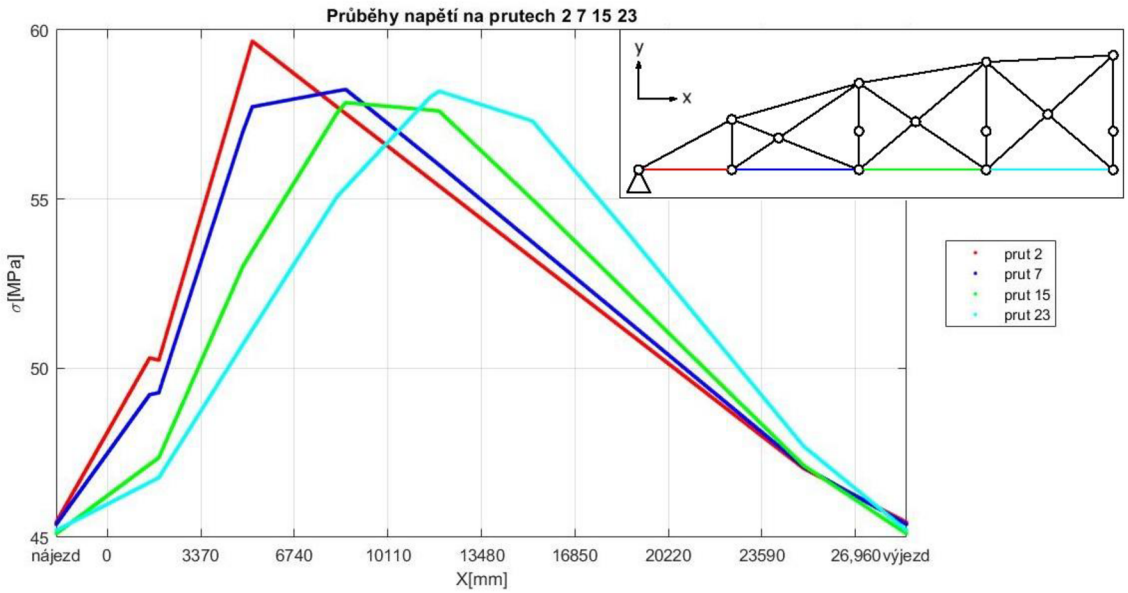
Pro dosáhnutí většího nadhledu v tom, jak se most chová při zatížení, byl zpracován průběh důležitých veličin napětí a deformace v závislosti na pozici vozidla na mostě. Jako pozici vozidla je brán střed mezi jeho pneumatikami. Výpočet byl proveden pomocí skriptu prubeh.m, který je v příloze č. 4. Tento skript zároveň počítá průběhy druhé varianty, která je zmíněna dál v práci. Algoritmus skriptu funguje na bázi skriptu pozice.m s přidaným cyklem pro vzdálenost auta na mostě. V práci jsou zobrazeny pouze nejdůležitější grafy, které program vykreslil. Cyklus je nastaven od najetí přední pneumatiky na počátek mostu po vyjetí zadní pneumatiky od konce mostu. Tyto krajní body v grafech označují hodnoty při statickém zatížení. Tento algoritmus umožnil prověřit most na každé délce kroku, která byla stanovena na 1 mm. Proběhlo tedy přes 30 tisíc variant zatížení. Na obr 6.10 je zobrazen průběh napětí v části obloukového pásu na kritičtější straně mostu, konkrétně tedy prutů 1, 4, 12 a 20, kde jsou podle předchozích výpočtů předpokládány nejvyšší napětí. Předpoklad, že je strana s těmito pruty z hlediska napětí kritičtější, je získán z výpočtu vozidla uprostřed mostu.



Obr. 6.10 Průběhy napětí na prutech 1, 4, 12, 20

Podle znaménka je zřejmé, že po celý průběh jsou všechny pruty v obloukovém pásu namáhané tlakem. Maximální napětí na prutu 1 přibližně 64,1 MPa a nastává ve vzdálenosti 5,22 m vozidla od nájezdu, tedy přesně ve chvílí, kdy se zadní pneumatika vozidla nachází nad prvním vertikálním prutem od kraje. Lokální maximum v počáteční fázi průběhu napětí je způsobeno pozicí přední pneumatiky nad tímto prutem. Maximální napětí na prutu 4 je přibližně 60,9 MPa a podobně jako u prutu jedna nastává ve chvíli, kdy se zadní pneumatika nachazí nad druhým vertikálním prutem od kraje. Maximální napětí na prutech 12 a 20 je přibližně 59,6 MPa a 59,5 MPa, přičemž maximum napětí na obou prutech nastavá ve chvíli, kdy se zadní pneumatika nachází nad třetím vertikálním prutem od kraje.

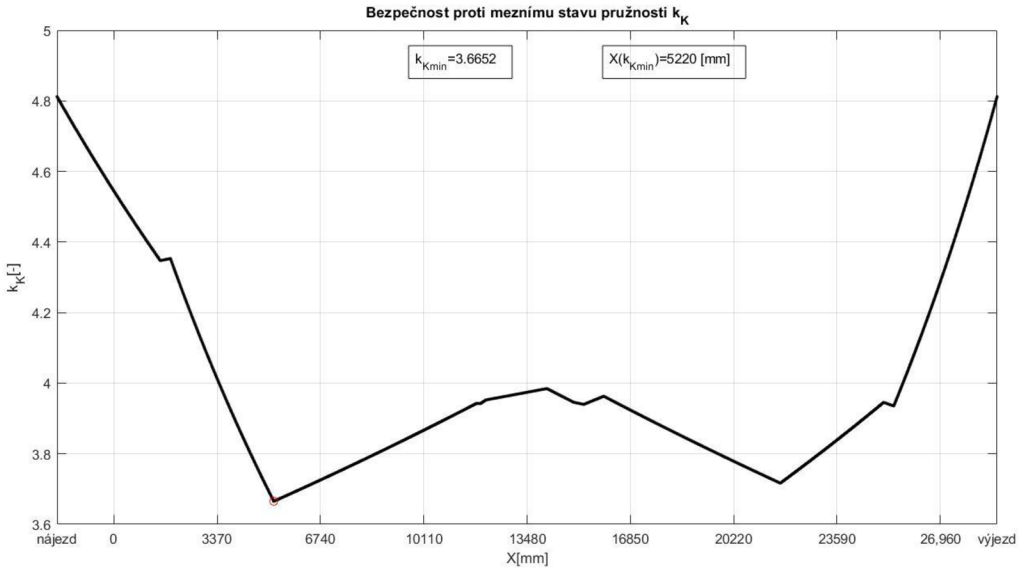
Na obr 6.11 je zobrazen průběh napětí v části horizontálního pásu na kritičtější straně mostu, konkrétně tedy prutů 2, 7, 15 a 23.



Obr. 6.11 Průběhy napětí na prutech 2, 7, 15, 23

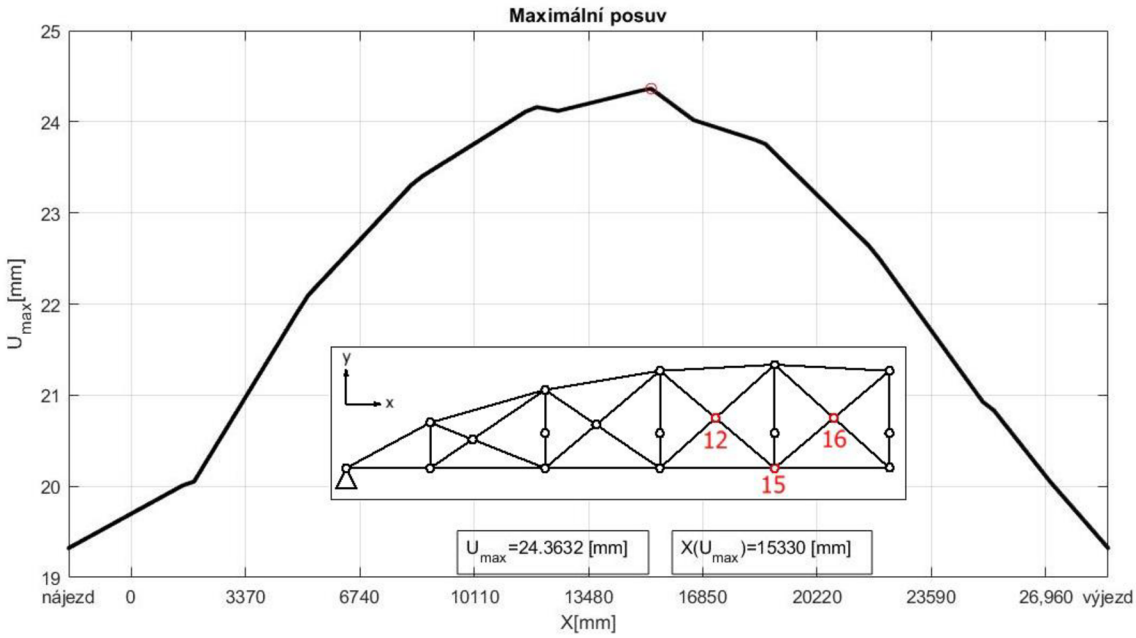
Maximální napětí na prutu 2 je přibližně 59,7 MPa a jeho průběh je podobný průběhu napětí na prutu 1 s tím, že vždy platí podmínka statické rovnováhy pro styčník 1 $\sigma_2 = -\sigma_1 \cos u_1$. Maximální napětí na prutu 7 vychází přibližně 55 MPa a má maximum při stejné pozici auta, jako pozice při maximálním napětí na prutu 4. V této pozici má maximum také prut 15, jehož maximum dosahuje přibližně 56,2 MPa, který jako jediný vykazuje výraznější odchylku v podobě průběhů jednotlivých prutů obloukového a horizontálního pásu. Maximální napětí na prutu 23 je přibližně 56,8 MPa a opět vychází při stejné pozici auta, při které vychází maximální napětí na prutu 20.

Obloukový a horizontální pás představují nejvíc namáhané prvky konstrukce při jakékoliv pozici auta na mostě. Průběh bezpečnosti proti MSP je znázorněn na obr. 6.12, přičemž její průběh je obálková křivka maximálních napětí na prutech tvořící obloukový pás.



Obr. 6.12 Průběh bezpečnosti proti MSP

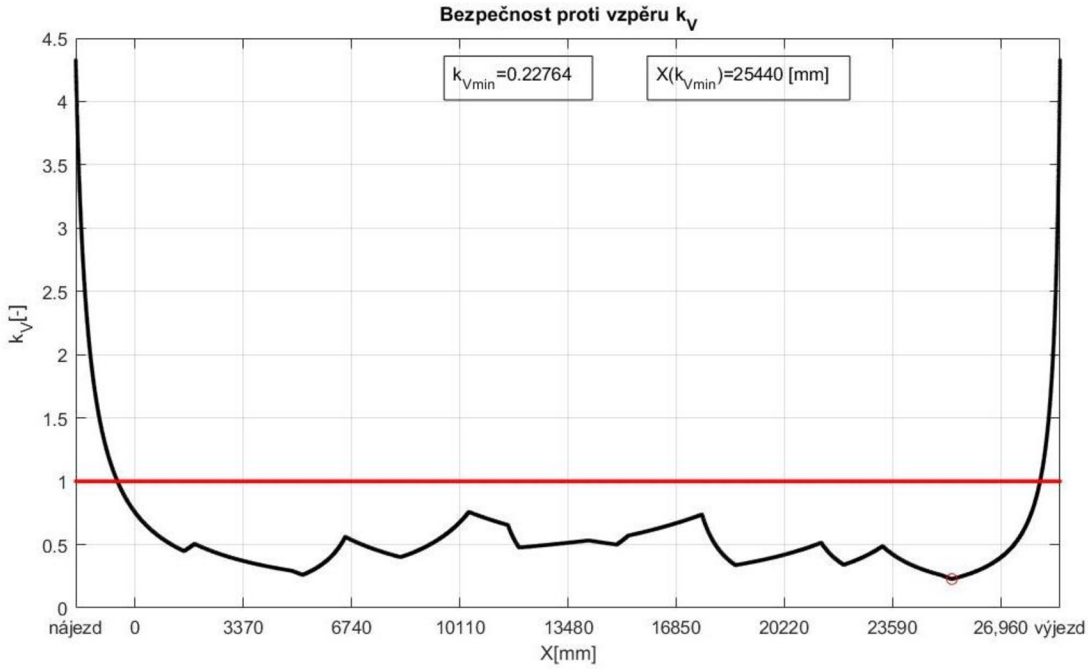
Nejnižší dosažená bezpečnost proti MSP je přibližně 3,67. Tato bezpečnost je vztažena k napětí na prutu jedna. Dva lokální extrémy na levé straně grafu je postupně přejetí méně zatížené přední pneumatiky nad prvním vertikálním prutem z kraje a poté přejetí zadního kola nad tímto prutem. Dva lokální extrémy na pravé straně jsou způsobeny analogicky, přičemž větší napětí vyjde při přejetí prvního vertikálního prutu z kraje přední pneumatikou, jelikož zadní pneumatika ve stejnou chvíli zatěžuje most v jeho střední části. Na obr. 6.13 je znázorněn průběh maximálního vertikálního posuvu styčníků.



Obr. 6.13 Průběh maximálního vertikálního posuvu

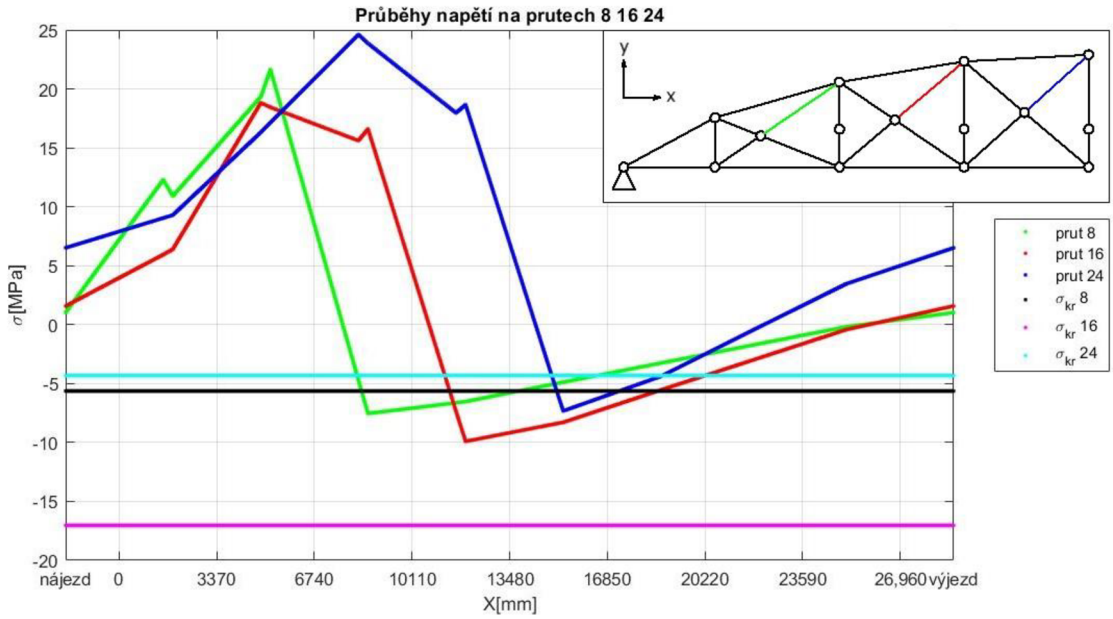
Průběh maximálního vertikálního posuvu styčníků je obálková křivka průběhů vertikálních posuvů na styčnících 12, 15 a 16, přičemž maximální hodnota tohoto průběhu je vztažená ke styčníku 15, pro který vyšel maximální posuv i v případech zatížení vlastní tíhou a zatížení vozidlem uprostřed mostu.

Průběh bezpečnosti proti MSVS je zobrazen na obr. 6.14.

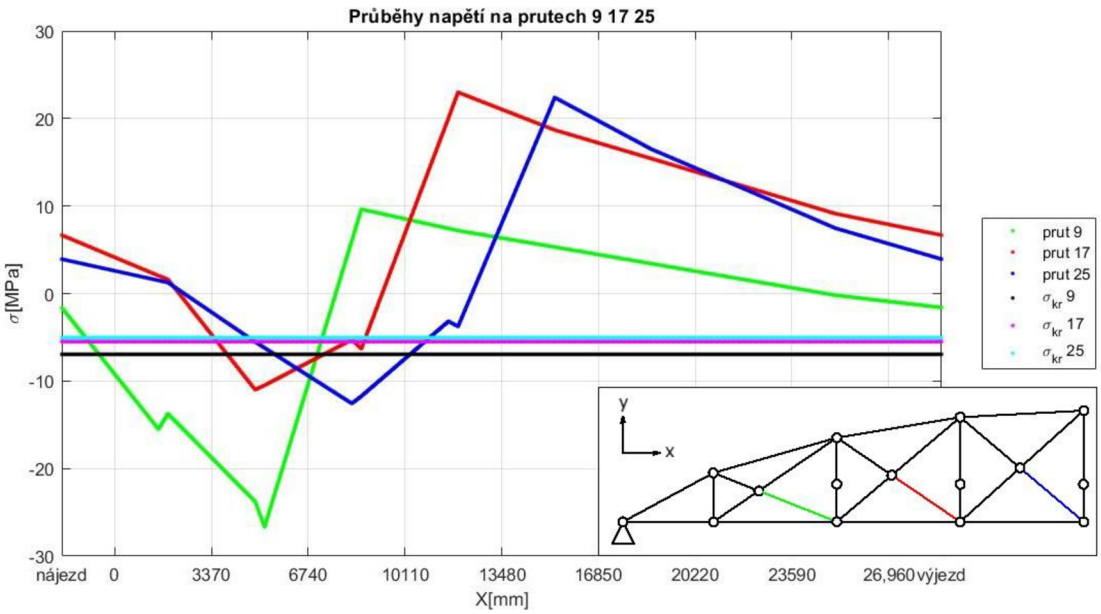


Obr. 6.14 Průběh bezpečnosti proti MSVS

Průběh bezpečnosti proti MSVS znovu dokazuje nevhodnost použitého modelu pro její výpočet. Mezní hodnota je dosažena ještě předtím, než se střed auta nachází na mostě. Aby bezpečnost proti MSVS neklesla pod hodnotu 1, musela by být hmotnost vozidla zredukována na 2,3 tuny. Pro představu, které pruty jsou z hlediska MSVS rizikové, jsou na obr. 6.15 a obr. 6.16 znázorněny průběhy napětí na vybraných příčnících.



Obr. 6.15 Napětí na prutech 8, 16, 24 a jejich kritická napětí



Obr. 6.16 Napětí na prutech 9, 17, 25 a jejich kritická napětí

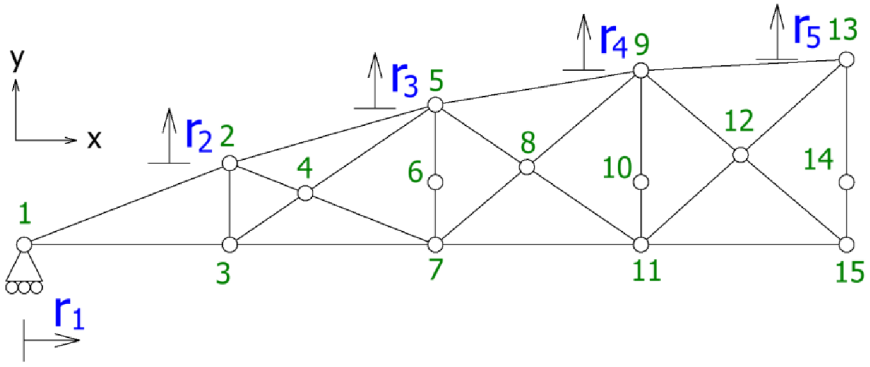
Z grafů je viditelné, že MSVS nastane nejdříve na prutu 19 pro pozici vozidla přibližně 0,51 m před mostem, tedy ve chvíli, kde je most zatížen pouze silovým působením od přední pneumatiky. V tu chvíli se model začíná chovat nelineárně a nelze již modelovat prutovou soustavou, přičemž největší odchylky od výsledků nastanou na příčnících a menší odchylky by měly nastat na obloukovém a horizontálním pásu, které by

měly i v případě vybočení některých příčníku konstrukci unést. Pokud by byl koeficient α zvolen 2π, nejnižší bezpečnost proti MSVS by stále byla menší než 1 s výsledkem 0,91. Jediný prut, který by v tom případě vybočil, by byl prut 46.

Vzhledem k výsledkům bezpečnosti proti MSVS bylo rozhodnuto provést citlivostní analýzu, jejímž cílem bude ověření vlivu tvaru prutové soustavy na bezpečnost proti MSVS.

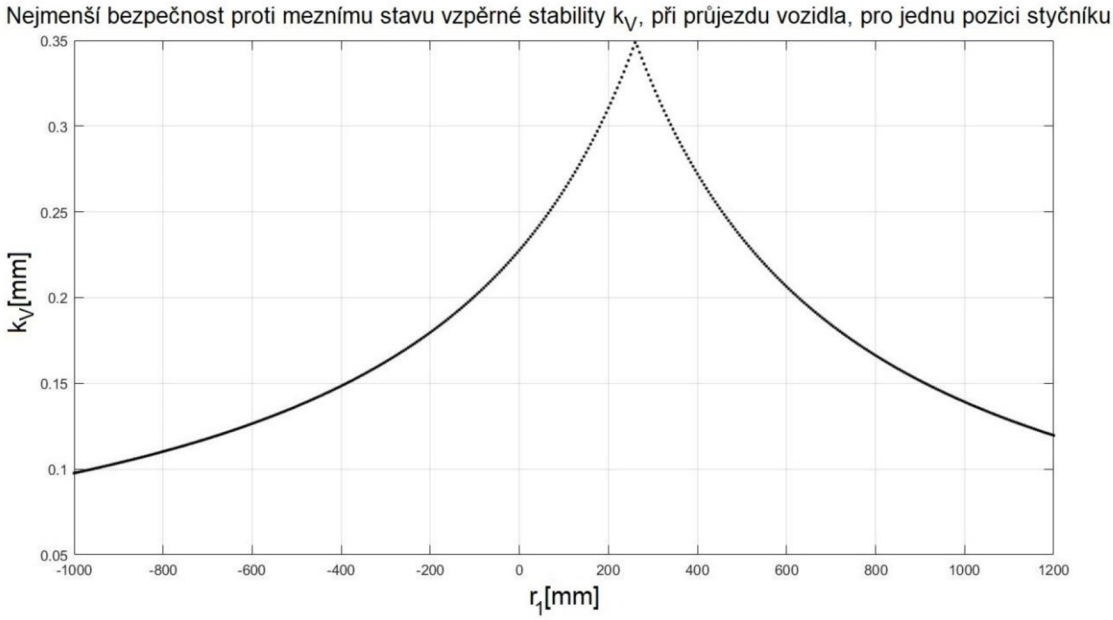
6.1.4 Analytický výpočet – Citlivostní analýza

Cílem citlivostní analýzy je zjistit jak ovlivňuje sklon prutů na obloukovém pásu bezpečnost proti MSVS a zároveň jaký vliv má horizontální pozice vazbového styčníku, jehož umístění bylo při tvorbě modelu největší odhad. Analýza je provedena pomocí skriptu, který zkoumá vždy pozici jednoho styčníku. Pro názornost jsou v prutové soustavě na obr. 6.17 zobrazeny zkoumané styčníky.



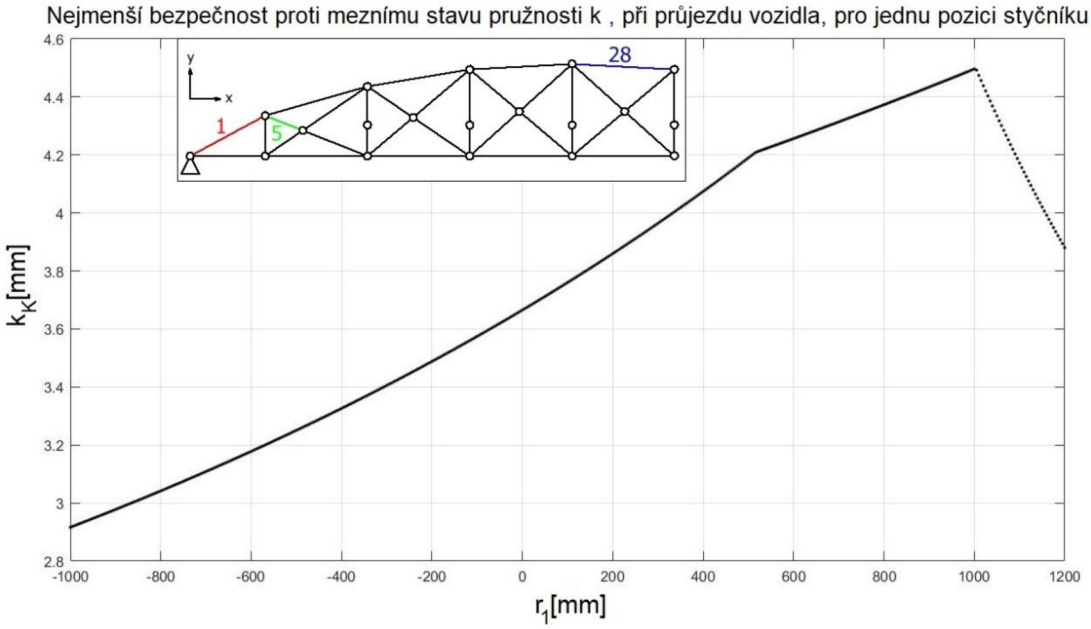
Obr. 6.17 Zobrazení zkoumaných styčníků

Jako první byl zkoumán vazbový styčník s číslem 1. Výpočet je proveden ve skriptu citlivostni_analyza.m, který se nachází v příloze č. 5. Algoritmus skriptu funguje na bázi skriptu prubeh.m, přičemž pro každou pozici styčníku provede výpočet pro každou pozici vozidla na mostě a zaznamená nejhorší hodnoty, z kterých je pak vykreslen graf závislosti na pozici styčníku. V práci jsou uvedeny pouze výsledky vlivu souřadnic na bezpečnost proti MSVS a v případě souřadnice r_1 je prověřen i vliv na bezpečnost proti MSP. Na obr. 6.18 je zobrazen graf bezpečnosti proti MSVS v závislosti na posuvu styčníku 1, jehož zkoumaná souřadnice r_1, je vzdálenost od jeho původní pozice a má kladný v kladném směru osy x. Interval souřadnice r_1 byl zvolen o délce 1 m v záporném i kladném směru, jelikož konstrukce konstrukce není příhradová.



Obr. 6.18 Graf k_V-r_1

Bezpečnost proti MSVS nejlépe vychází při posunutí styčníku 1 ve směru r_1 o 261 mm, avšak její hodnota je stále menší než jedna, přičemž dosahuje maximálně hodnoty 0,349. Lze tedy říct, že pozice styčníku 1 nemá na bezpečnost proti vzpěru zásadní vliv. Jelikož má pozice styčníku takto velký rozsah, byl zkontrolován i její vliv na bezpečnost. Na obr. 6.19 je zobrazen graf pozice styčníku na bezpečnosti proti MSP.

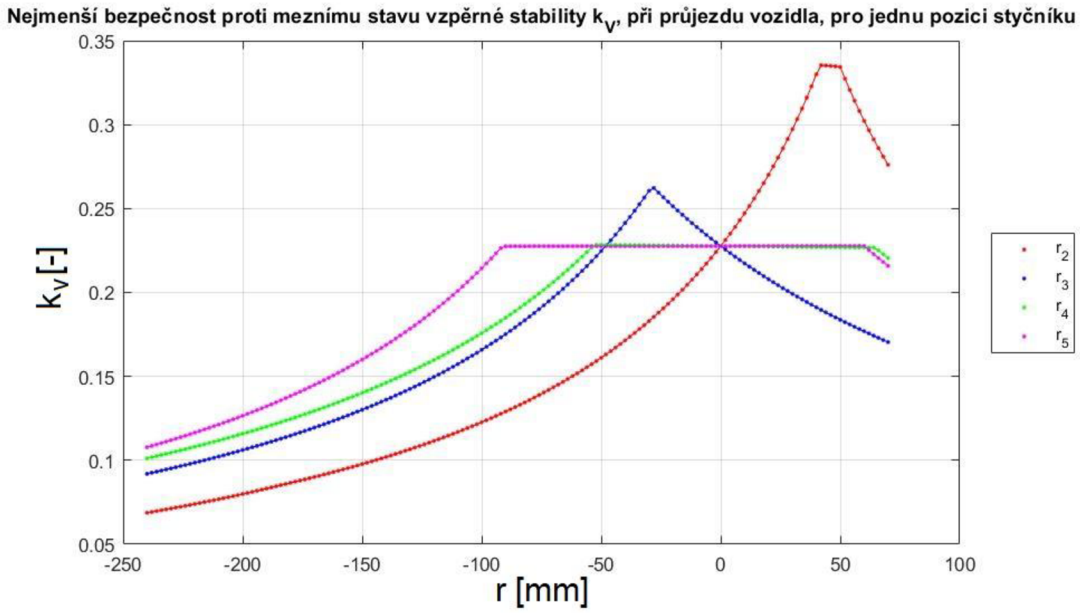


Obr. 6.19 Graf k_K-r_1

Bezpečnost je nižší s větší zápornou souřadnicí r_1, což je způsobeno prutem 1, jehož složka normálové síly ve směru y musí vynulovat síly od všech zatížení a který se

záporným růstem souřadnice r_1 sklápí do horizontálního směru a jeho normálová síla se tak musí výrazně zvětšovat. Tento prut má na bezpečnost proti MSP rozhodující faktor až do hodnoty r_1 přibližně 516 mm, kdy se grafu mění směrnice a největší napětí nastává na prutu 28. Při souřadnici r_1 přibližně 1003 mm je maximální hodnota bezpečnosti, přičemž na straně grafu s vyšší souřadnicí od tohoto bodu je nebezpečný prut 5.

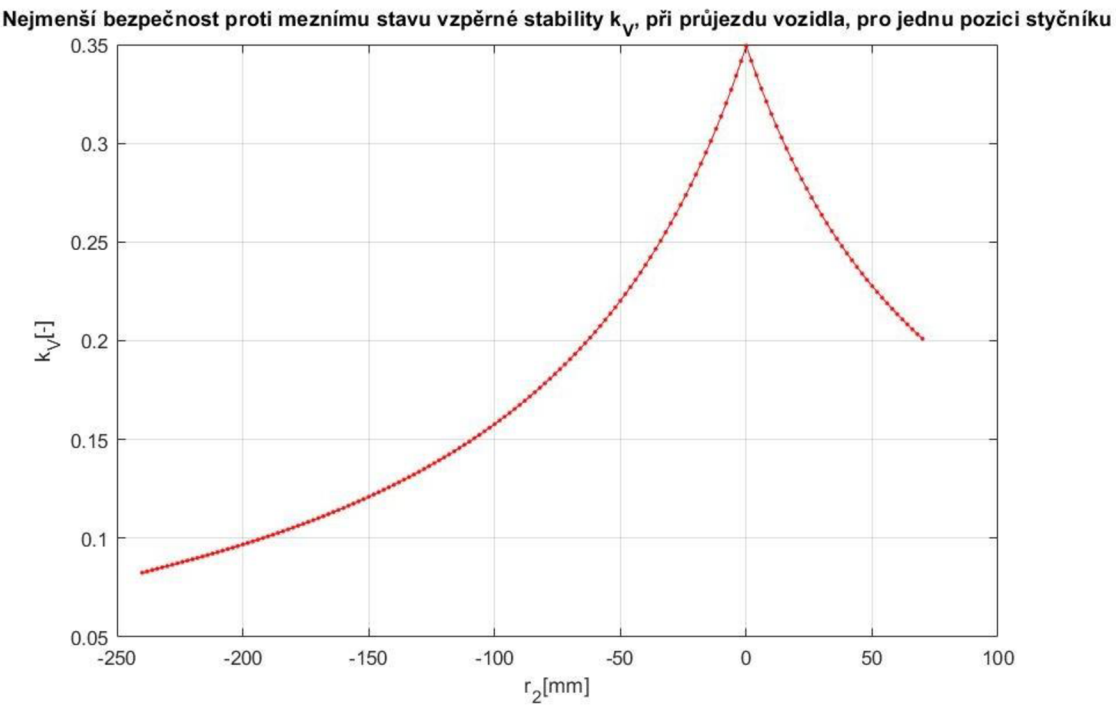
Na obr. 6.20 je zobrazen graf bezpečnosti proti MSVS v závislosti na posuvu styčníků 2, 5, 9 a 13, jejichž zkoumané souřadnice r_2, r_3, r_4, a r_5 jsou vzdálenosti od jejich původní pozice a mají kladný směr v kladném směru osy y. Přípustný interval pro tyto styčníky je 70 mm v kladném směru osy y a 240 mm v záporném směru osy y. Jiný rozměr vyústí v to, že se pruty modelující obloukový pás nebudou nacházet v jejich reálném průřezu. Vliv pozice jednoho styčníku se vždy počítá při původní pozici ostatních styčníků, což lze poznat díky protnutí všech průběhů v bodě nulových pozic souřadnic.



Obr. 6.20 Graf k_V-r_2, k_V-r_3, k_V-r_4, k_V-r_5

Z grafu vyplívá, že největší vliv na bezpečnost proti MSVS má pozice styčníku 2 se souřadnicí r_2, přičemž bezpečnost proti MSVS dosahuje maxima přibližně 0,335 při hodnotě r_2 přibližně 42 mm. Tento výsledek se může na jednu stranu jevit jako paradoxní výsledek, protože menší souřadnicí styčníku r_2 se příčníky zkracují, avšak vzniká na nich větší tlaková normálová síla. Pozice styčníku 5 se souřadnicí r_3 ovlivňuje bezpečnost proti MSVS podobně jako styčník 2, pouze jeho maximální hodnota bezpečnosti proti MSVS vychází níž než jeho původní hodnota. Pozice styčníků 9 a 13 v intervalu souřadnic r_4 a r_5 přibližně od -150 mm do 50 mm je téměř konstantní. Lze tedy říct, že čím větší vzdálenost mají styčníky od kraje, tím má jejich vertikální pozice menší vliv na bezpečnost proti MSVS.

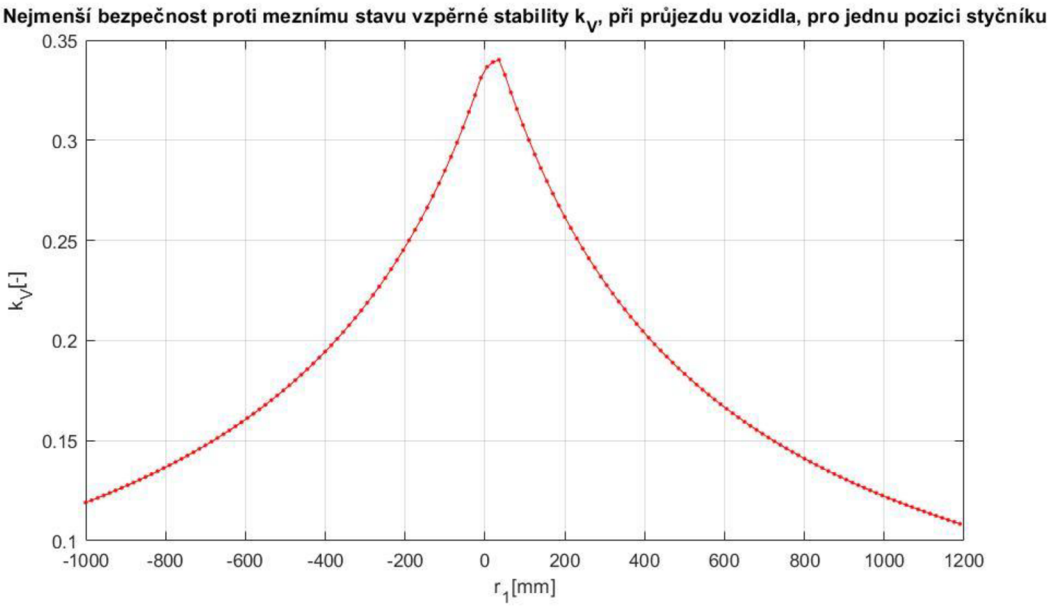
Optimalizaci tvaru soustavy lze dosáhnout hledání souřadnice r_2, při nastavené souřadnici r_1, při které vyšla maximální bezpečnost proti MSVS, tedy r_1 se rovná přibližně 261 mm. Na obr. 6.21 je zobrazen graf závislosti bezpečnosti proti MSVS na souřadnici r_2, při souřadnici r_1 rovné 261 mm.



Obr. 6.21 Graf k_V - r_2 při r_1=261mm

Z grafu lze vidět, že při souřadnici r_1=261 mm již nelze posunutím styčníku 2 zlepšit bezpečnost proti MSVS. Zkoušením dalších styčníků s nastavenou pozicí souřadnic r_1 a r_2 je dosaženo stejného výsledku.

Další možností je nastavení souřadnice r_2 na hodnotu s největší bezpečností proti MSVS a zkoumat souřadnici r_1. To znázorňuje obr. 6.22.



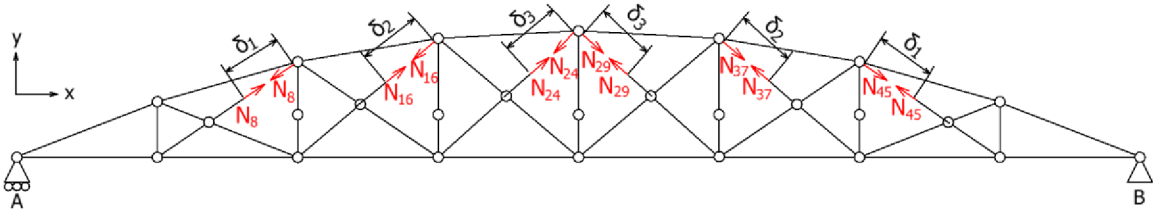
Obr. 6.22 Graf k_V - r_1 při r_2=42 mm

Výsledek je podobný jako v případě zkoumání souřadnice r_2 při nastavené souřadnici r_1, přičemž maximum tentokrát vychází pro styčník 1 posunutý o 25 mm, avšak toto posunutí nevyvolá navýšení bezpečnosti proti MSVS ani o jednu setinu.

Další styčníky již nemají na bezpečnost proti MSVS výrazný vliv. Změna pozic zkoumaných styčníků vůči původním pozicím tedy nemá na bezpečnost proti MSVS dostatečně pozitivní vliv, a proto lze prohlásit, že nízká bezpečnost proti MSVS není způsobena nevhodným umístěním prutů a styčníků.

6.2 Analytický výpočet – Varianta 2

Jednou z možností, jak by se dalo zabránit vybočení příčníků, je výrobní vůle, díky které v nich při vkládání prutů do soustavy vznikne tahové předpětí, a pruty poté mají charakter táhel po celou dobu při celém intervalu průjezdu. Druhá varianta prutové soustavy je s nastavenými vůlemi na vybraných prutech které zaručí, že na příčnících nevznikne MSVS. K tomu aby bylo při analytickém řešení možné nastavit vůli na prut, je třeba ho částečně uvolnit, což je zobrazeno na obr. 6.23.



Obr. 6.23 Částečné uvolnění prutů s výrobními vůlemi

K volbě vůlí se přistupovalo iteračně pomocí skriptu prubeh.m. Jako přístupnou hodnotou vůlí z hlediska nenastání MSVS a nesnížení bezpečnosti proti MSP, byly vybrány vůle, zobrazené v tab. 6.10, přičemž při průjezdu vozidla v jednom směru by bylo možné na straně, kde vozidlo najíždí, nastavit vůle menší kvůli nesymetrii zatížení. Je třeba však počítat s případným průjezdem v obou směrech a nastavit tak větší vůle, které budou symetrické.

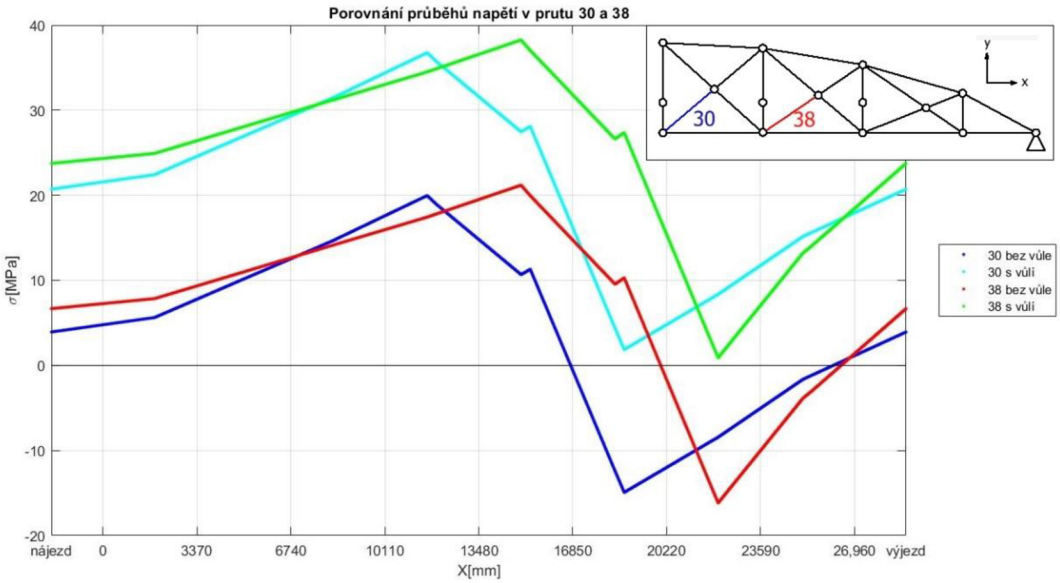
Tab. 6.10 Vůle na částečně uvolněných prutech

Pruty	Vůle symetrické [mm]	Vůle nesymetrické [mm]
8	1,3	1,15
16	0,85	0,6
24	0,9	0,7
29	0,9	0,9
37	0,85	0,85
45	1,3	1,3

Deformační podmínky mají tedy tvar:

$$\frac{\partial W}{\partial N_8} = 1{,}3 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{16}} = 0{,}85 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{24}} = 0{,}9 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{29}} = 0{,}9 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{37}} = 0{,}85 \qquad \frac{\partial W}{\partial N_{45}} = 1{,}3$$

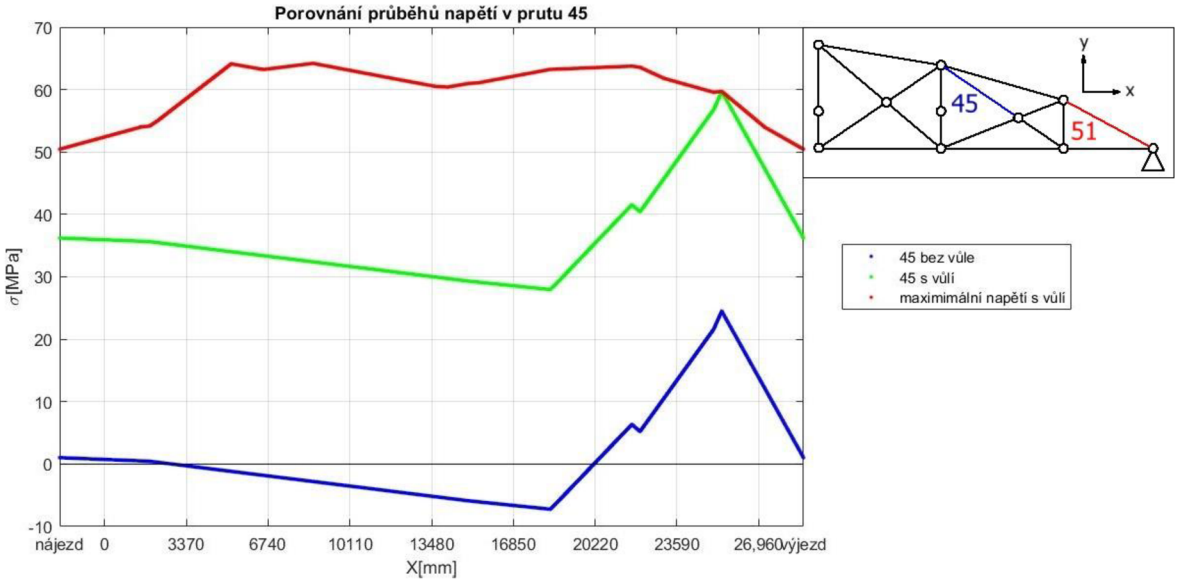
Díky těmto vůlím nevznikne na příčnících MSVS, avšak mohlo by dojít k výraznému nárůstu napětí, které by zapříčinilo snížení bezpečnosti. Na obr. 6.24 jsou napětí na vybraných příčících při první a druhé variantě.



Obr. 6.24 Porovnání průběhu napětí na prutech 30 a 38 pro variantu 1 a 2

Pruty 30 a 38, jejichž průběhy jsou zobrazeny na obr. 6.24 společně s prutem 46, jsou příčníky, jejichž průběhy napětí se při variantě 2 nejvíce blíží přechodu do tlaku. Pokud by byla konsrukce zatížena těžším vozidlem, bylo by potřeba zvětšit výrobní vůle, aby na těchto prutech nevznikl tlak a případný MSVS. Maximální napětí na těchto prutech vzrostlo přibližně o 17 MPa.

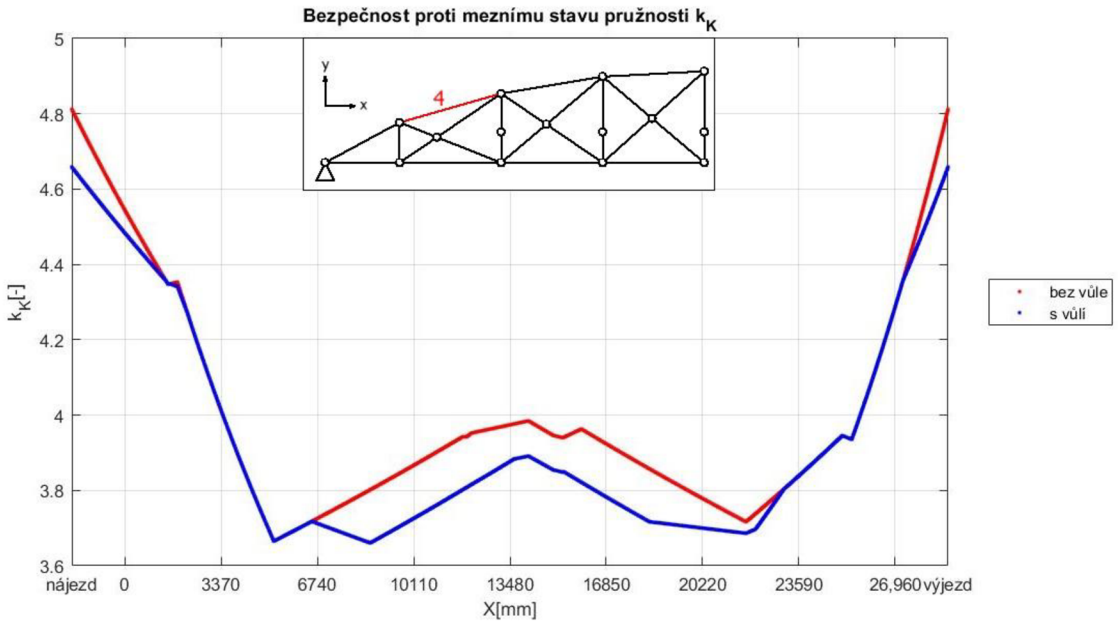
Na obr. 6.25 je znázorněn průběh napětí na prutu 46 pro první a druhou variantu společně s průběhem maximálního napětí při druhé variantě.



Obr. 6.25 Porovnání průběhu napětí na prutu 45 pro variantu 1 a 2

Průběh napětí na prutu 45 se z hodnot napětí na příčnících nejvíce blíží průběhu maximálního napětí při variantě 2, ten však nepřesahuje o rozdíl 0,02 MPa, přičemž prut s největším napětím v tomto bodě je prut 51. Napětí na příčnících tedy nemá vliv na bezpečnost proti MSP.

Na obr. 6.26 je zobrazen průběh bezpečnosti proti MSP pro první a druhou variantu.



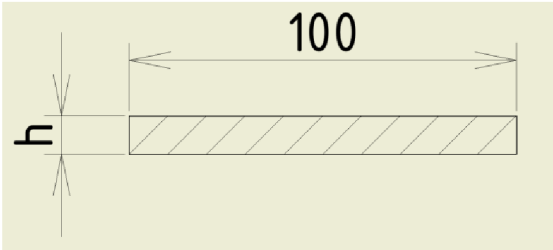
Obr. 6.26 Průběh bezpečnosti proti MSP pro variantu 1 a 2

Napětí na obloukovém pásu, kde při variantě 1 vycházely největší hodnoty napětí, se nastavením vůle na příčnících příliš nezměnilo. I v druhé variantě jsou hodnoty bezpečnosti proti MSP vztažené k obloukovému pásu, přičemž maximální napětí vychází na prutu 4 v pozici vozidla přibližně 8,59 m od začátku mostu. V tomto bodě napětí na prutu 4 vychází 64,2 MPa, přičemž minimální hodnota průběhu bezpečnosti proti MSP v druhé variantě je 3,660, tedy zhruba o 0,005 nižší než v první variantě. Tento rozdíl je zanedbatelný a zcela přijatelný pokud má zajistit že nenastane MSVS. Vůle na prutech má negativní vliv na tuhost konstrukce z hlediska maximálního posuvu ve vertikálním směru, který dosahuje hodnoty 25,36 mm, tedy přibližně o milimetr více než v první variantě.

6.3 Analytický výpočet – Návrh příčného průřezů příčníků

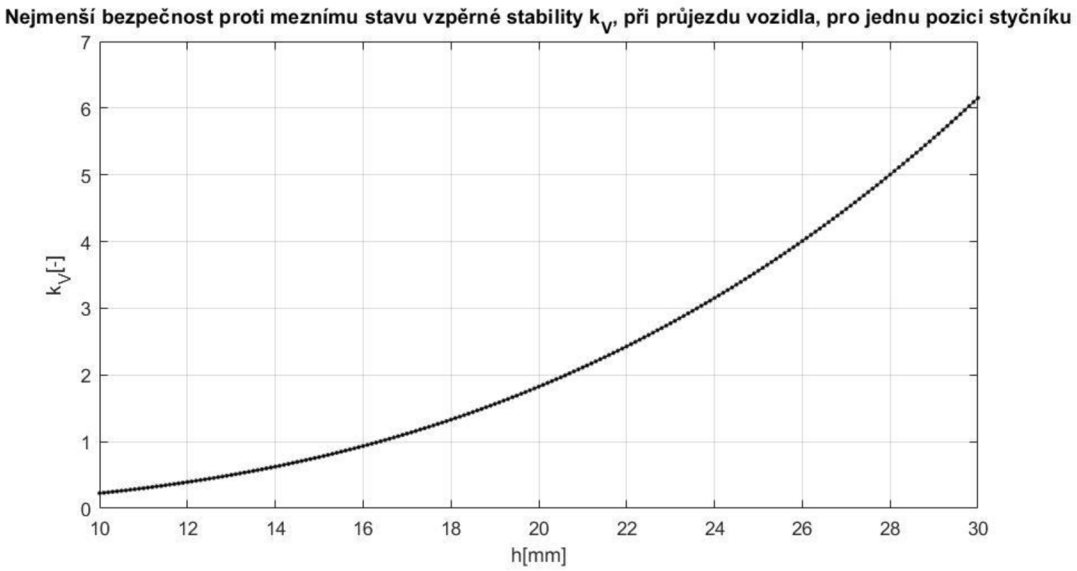
Cílem tohoto výpočtu byl návrh příčného průřezu příčníků. Varianta s vůlí by sice MSVS zabránila, avšak případnou teplotní změnou, která by zapříčinila vznik přesahů, by se mohl účinek výrobních vůlí zredukovat, což by mohlo vést k opětnému nastání MSVS. Bezpečnější, avšak výrobně náročnější variantou je zvětšení příčného průřezu na příčnících.

Jelikož byl kladen požadavek na zachování obdélníkového tvar příčného průřezu, kvůli nýtování konstrukce, jedinou optimální cestou je zvětšování menšího rozměru příčného průřezu, jelikož zvětšováním tohoto rozměru stoupá osový kvadratický moment pro výpočet kritické síly s třetí mocninou. Příčný průřez příčníku je znovu zobrazen na obr. 6.27, přičemž rozměr, který je navrhován má původní velikost 10 mm a je v dalším textu označován jako h.



Obr. 6.27 Příčný průřez příčníků s popsanou souřadnicí h

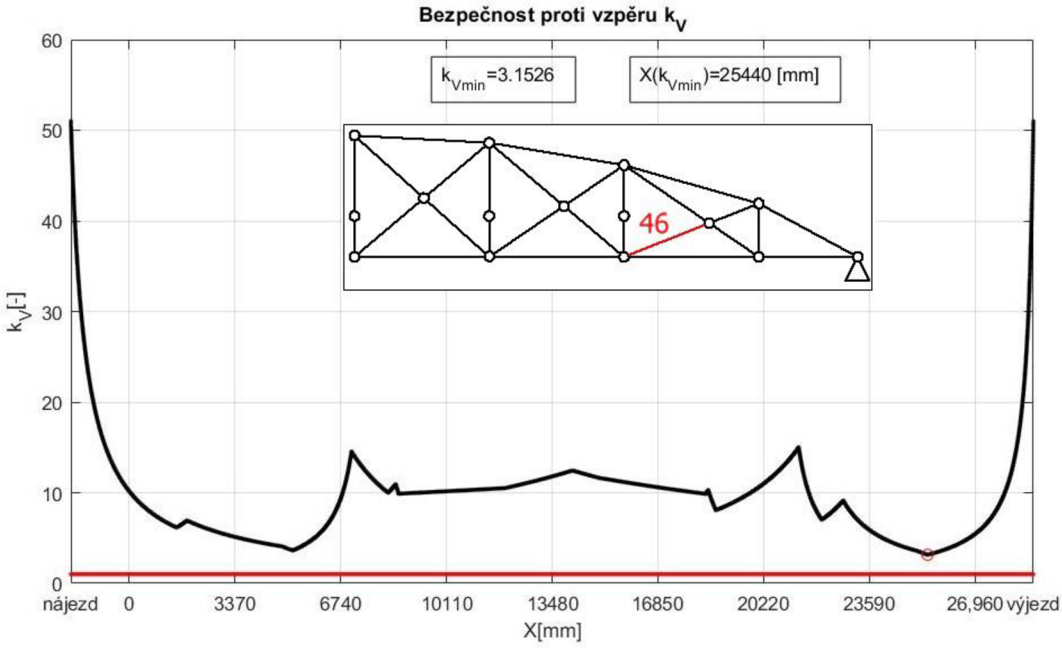
K navrhnutí příčného průřezu byl opět použit program MATLAB, konkrétně skript navrh.m, který je dostupný v příloze č. 6. Tento skript je obdobou skriptu pro citlivostní analýzu, přičemž pro každý příčný průřez zkoumá všechny pozice vozidla na mostě a zaznamená nejhorší bezpečnost proti MSVS. Z takto zaznamenaných bodů je vytvořen graf bezpečnosti proti MSVS v závislosti na rozměru příčníků h, který je znázorněn na obr. 6.28.



Obr. 6.28 Závislost bezpečnosti proti MSVS na rozměru h

Vzhledem k tendencím příčníků přecházet v určitých pozicích vozidla do tlakového zatížení je za vhodnou bezpečnost proti MSVS považována hodnota alespoň 3, která je dosažena při hodnotě h přibližně 23,6 mm. Rozměr h byl tedy zvolen 24 mm.

Na obr. 6.29 je znázorněn graf bezpečnosti proti MSVS s hodnotou h=24 mm.



Obr. 6.29 Graf průběhu bezpečnosti proti MSVS s novými příčnými průřezy styčníků

Prut vůči kterému je vztažena nejnižší bezpečnost proti MSVS v průběhu zatěžování je prut 46. Průběh je tvarem velice podobný průběhu bezpečnosti proti MSVS při původní velikosti příčníků, přičemž bezpečnost proti MSVS se navýšila z původní hodnoty 0,22 na 3,15.

7 NUMERICKÝ VÝPOČET

Tato kapitola je rozdělena na dvě části, přičemž v první části je charakterizována metoda konečných prvků. Druhá část je zaměřena na verifikaci vybraných výsledků z kap. 6.

7.1 Teoretická část – metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků je variační metoda, která spočívá v rozložení geometricky složitých výpočetních úloh na matematicky popsané prvky, přičemž aby byla úloha řešitelná numericky, musí být počet prvků konečný. Variační přistup je založen na hledání minima funkce, která je závislá na vnitřní a vnější energii systému. V případě deformační varianty metody konečných prvků jsou neznámé posuvy všech bodů diskretizovány do uzlů, které jsou body na okrajích prvků [9]. Posuvy všech uzlů jsou popsány bázovými funkcemi, díky kterým je posuv v okolí uzlu popsán spojitou funkcí. Celková potenciální energie systému Π je pro deformační variantu vyjádřena jako rozdíl energie napjatosti tělesa W a potenciálu vnějšího zatížení P, které se dělí na plošné a objemové. Ty lze vyjádřit pomocí vzorců [9]:

$$W = \frac{1}{2}\int_{\Omega} \sigma^T \varepsilon dV \qquad P = \int_{\Omega} u^T o dV + \int_{\Gamma} u^T p dS$$

Rozepsaný tvar potenciální energie lze tedy zapsat jako [9]:

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_{\Omega} \sigma^T \varepsilon dV - \int_{\Omega} u^T o dV + \int_{\Gamma} u^T p dS$$

Mininum potenciální energie lze získat z tvaru její variace pro statickou rovnováhu [9]:

$$\delta\Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial u_1}\delta u_1 + \frac{\partial \Pi}{\partial u_2}\delta u_2 + \cdots + \frac{\partial \Pi}{\partial u_n}\delta u_n = 0$$

Pro dosažení statické rovnováhy je nutné, aby se každý člen $\frac{\partial \Pi}{\partial u_i}$ rovnal nule. Derivací rozdílu energie napjatosti a vnějšího potenciálu je získán výraz [9]:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u} = KU - F = 0 \rightarrow KU = F$$

Tento výraz je základní rovnicí metody konečných prvků pro stacionární statickou úlohu a lze zapsat pomocí maticového tvaru, kde K je matice tuhosti popisující tuhost systému, F je vektor zatížení uzlů a U je vektor neznámých posuvů a natočení v uzlech [9].

V případě numerického výpočtu prutových soustav je použit prvek LINK. Prvek má dva uzly, přičemž v každém uzlu jsou hledány pouze posuvy a natočení jsou nulová, což indikuje, že je na prvku pouze osová napjatost [9].

7.2 Praktická část

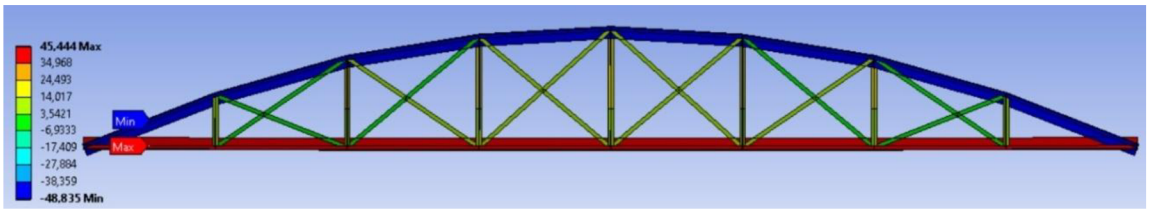
V této podkapitole je provedena verifikace vybraných výsledků z kap. 6. Verifikace je provedena pomocí výpočtového programu ANSYS Workbench, který k řešení využívá metodu konečných prvků. Soubory k verifikaci jsou dostupné v příloze č. 8.

7.2.1 Verifikace – varianta 1

K verifikaci první varianty bylo vybráno zatížení vlastní tíhou. Konkrétní výsledky analytického a numerického řešení. Jejich procentuální rozdíly jsou znázorněny v tab. 7.1 pro napětí a v tab. 7.2 pro vertikální posuvy. Na obr. 7.1 a 7.2 jsou ilustrace výsledků napětí a vertikálních posuvů.

Tab. 7.1 Porovnání výsledků napětí

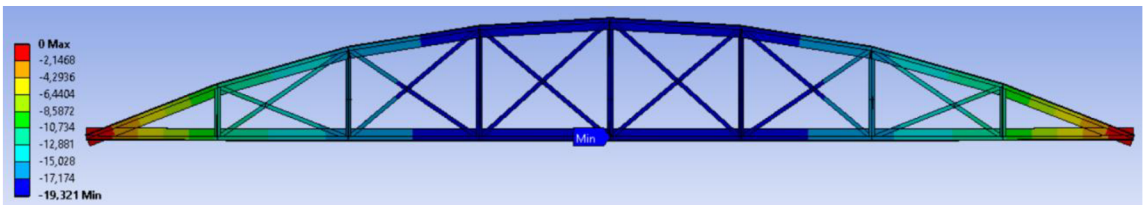
Prut	Napětí [MPa] - analyticky	Napětí [MPa]- numericky	Rozdíl [%]
1	-48,8347539	-48,8347527	0,00023%
2	45,4435073	45,4435066	0,00016%
3	5,3385862	5,3385862	-0,00001%
4	-47,1157672	-47,1157659	0,00027%
5	-1,3101938	-1,3101937	0,00040%
6	0,6904379	0,6904379	0,00008%
7	45,3807267	45,3807286	-0,00042%
8	1,0243972	1,0243972	0,00026%
9	-1,6071505	-1,6071505	0,00012%
10	20,5077458	20,5077457	0,00004%
11	5,3841885	5,3841887	-0,00043%
12	-46,4357610	-46,4357626	-0,00036%
13	6,9309061	6,9309063	-0,00022%
14	1,2992219	1,2992219	0,00014%
15	45,1070314	45,1070330	-0,00035%
16	1,5798024	1,5798024	0,00000%
17	6,6711950	6,6711948	0,00025%
18	16,8969186	16,8969190	-0,00025%
19	3,5683402	3,5683402	0,00000%
20	-46,1477172	-46,1477165	0,00015%
21	4,1848254	4,1848252	0,00055%
22	6,2486932	6,2486934	-0,00035%
23	45,2030112	45,2030121	-0,00020%
24	6,5147075	6,5147075	0,00004%
25	3,9265504	3,9265505	-0,00015%
26	18,2678623	18,2678632	-0,00050%
27	4,2499423	4,2499422	0,00025%



Obr. 7.1 Ilustrace výsledků napětí v programu ANSYS Workbench

Tab. 7.2 Porovnání výsledků vertikálních posuvů

Styčník	Posuv [mm] - analyticky	Posuv [mm] - numericky	Rozdíl [%]
2	-10,96159	-10,96159	0,00023%
3	-10,99530	-10,995299	0,00055%
4	-13,46771	-13,467713	0,00013%
5	-15,69627	-15,696274	-0,00037%
6	-15,82293	-15,822933	0,00011%
7	-15,84832	-15,848316	-0,00015%
8	-17,45340	-17,4534	-0,00001%
9	-18,35826	-18,358263	-0,00001%
10	-18,50623	-18,506231	0,00039%
11	-18,52305	-18,523054	-0,00006%
12	-19,24337	-19,243368	0,00055%
13	-19,12372	-19,123724	-0,00009%
14	-19,30118	-19,301184	-0,00049%
15	-19,32122	-19,321218	0,00026%

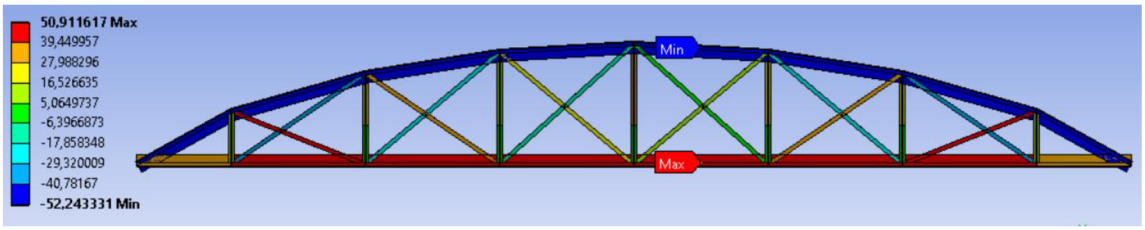


Obr. 7.2 Ilustrace výsledků vertikálních posuvů v programu ANSYS Workbench

7.2.2 Verifikace – citlivostní analýza

Verifikace citlivostní analýzy je provedena pomocí maximální hodnoty bezpečnosti proti MSP v závislosti na posouvání vazbového styčníku. Nejvyšší bezpečnost proti MSP vyšla při souřadnici r_1 přibližně 1003 mm, tedy při zkrácení krajního prutu horizontálního pásu o tuto hodnotu. Bezpečnost při této hodnotě vycházela přibližně 4,498182. Na obr. 7.3 lze vidět, že maximální hodnota napětí vychazí na prutu v obloukovém pásu. Porovnání výsledku bezpečnosti proti MSP z citlivostní analýzy a programu Ansys workbench je dosaženo výpočtem znázorněným v tab. 7.3. Zátěžný stav v programu byl určen pomocí skriptu prubeh.m, ve kterém byla s adekvátní hodnotou souřadnice r_1 nalezena nejhorší pozice vozidla a následovně pomocí skriptu pozice.m zadáním pozice

vozidla a hodnoty souřadnice r_1 byly určeny zatížení styčníků. Hodnota meze kluzu je 235 MPa.



Obr. 7.3 Ilustrace výsledků napětí v programu ANSYS Workbench

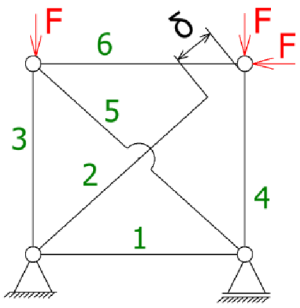
Tab. 7.3 Porovnání výsledků bezpečnosti proti MSP

Napětí [MPa] - numericky	k_K - numericky	k_K - analyticky	Rozdíl [%]
52,243331	4,498182	4,498182	0,00047%

Z procentuálního údaje lze citlivostní analýzu prohlásit za verifikovanou.

7.2.3 Verifikace – varianta 2

Jelikož je výpočet druhé varianty proveden stejným skriptem jako při první variantě, není možné, aby byla chyba ve vstupních údajích, vzhledem k tomu, že varianta1 byla verifikována. Je tedy pouze nutné ověřit algoritmus skriptu. Algoritmus skriptu je ověřen na modelové úloze z pružnosti pevnosti pomocí ručního výpočtu. Modelová úloha a její zadání je zobrazeno na obr. 7.4.



$$F = 10\,000\ N$$
$$L_1 = 1\ m$$
$$L_3 = 1\ m$$
$$L_2 = L_1\sqrt{2}$$
$$S = 2\,500\ mm2$$
$$E = 210\,000\ MPa$$
$$\delta = 1\ mm$$

Obr. 7.4 Zadání modelové úlohy

Styčníkové rovnice, které neobsahují vazby:

$$-N_1 - N_5\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \rightarrow N_1 = -F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$N_5\frac{\sqrt{2}}{2} + N_6 = 0 \rightarrow N_5 = \sqrt{2}\,F + N_2$$
$$-N_3 - N_5\frac{\sqrt{2}}{2} = F \rightarrow N_3 = -2F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$-N_2\frac{\sqrt{2}}{2} - N_6 = F \rightarrow N_6 = -F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-N_2\frac{\sqrt{2}}{2} - N_4 = F \rightarrow N_4 = -F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Tvar deformační podmínky:

$$u_{N_2^{č}} = \frac{dW}{dN_2^{č}} = \sum_{i=1}^{6} \frac{N_i L_i}{ES_i}\frac{dN_i}{dN_2^{č}} = \delta$$

Zkrácený výpočet:

$$\frac{\left(-F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2}\right)L_1}{ES}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{N_2 L_2}{ES}(1) + \frac{\left(-2F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2}\right)L_3}{ES}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) +$$
$$\frac{\left(-F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2}\right)L_4}{ES}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{(\sqrt{2}F + N_2)L_5}{ES}(1) + \frac{\left(-F - N_2\frac{\sqrt{2}}{2}\right)L_6}{ES}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \delta$$
$$\rightarrow N_2 = \frac{\delta ES - FL\left(2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}\right)}{L_1(2 + 2\sqrt{2})} = 97\,266{,}59403\ N$$

V tab. 7.4 je zobrazeno porovnání ručního výpočtu a výsledku ze skriptu modelovy_priklad.m, který je dostupný v příloze č. 7.

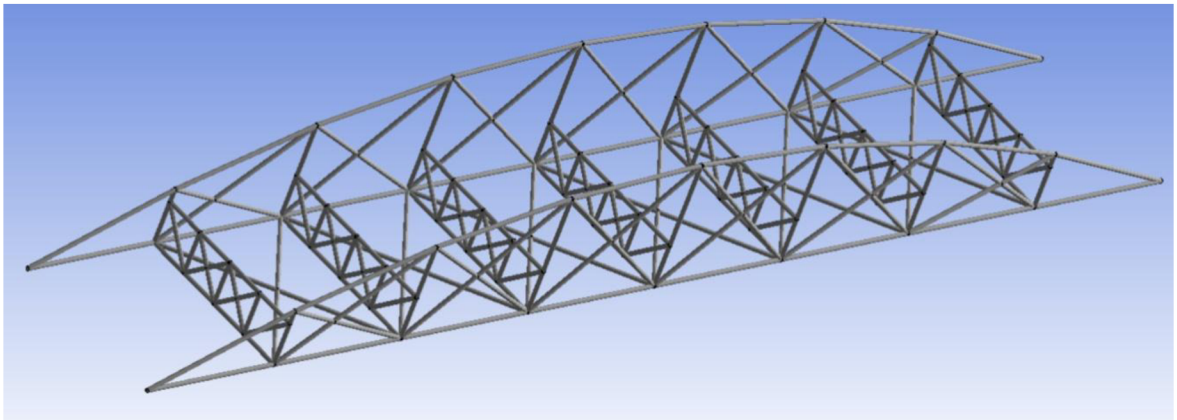
Tab. 7.4 Porovnání výsledků pro verifikaci varianty 2

Normálová síla [N] - skript	Normálová síla [N] - ruční výpočet	Rozdíl [%]
97266,59403	97266,59403	0,0000001%

Rozdíl výsledků je způsoben zaokrouhlením. Analytický výpočet varianty 2 lze tedy prohlásit za verifikovaný.

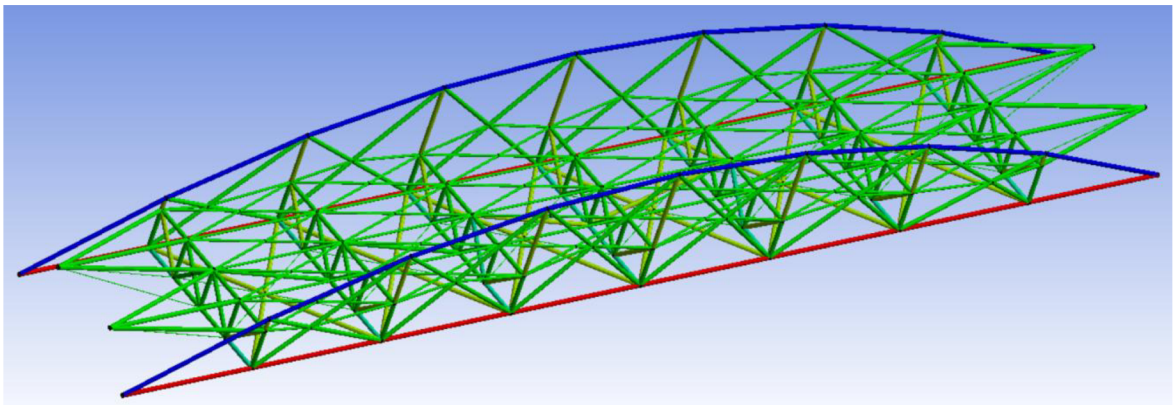
8 3D VÝPOČET PRUTOVÉ SOUSTAVY

Původním záměrem této bakalářské práce bylo modelování mostu pomocí 3D prutové soustavy. Cílem této kapitoly je upozornění na nevhodnost modelování některých konstrukcí pomocí 3D prutových soustav. Soustava se po provedení statického rozboru jevila jako staticky neurčitá a nepohyblivá. Avšak při částečném uvolnění bylo zjištěno, že hodnost matice styčníkových rovnic nekoresponduje s počtem rovnic, přičemž styčníkových rovnic bylo 254, tedy 248 po odebrání rovnic s vazbami, a hodnost matice tvořené z těchto rovnic byla 242. Původně byla odchylka vnímána jako chyba v rovnicích, ale postupně byly všechny rovnice verifikovány pomocí jejich postupného oddělování a výpočtu rovinných částí mostu. V úloze se proto přistoupilo ke zjednodušení původního 3D modelu, který původně obsahoval 7 rovinných spojovacích segmentů mezi křídly, na model který obsahoval pouze 2 tyto segmenty. Postupným přidáváním prutů, které měly docílit většího propojení 3D modelu, se však komplikovalo částečné uvolnění, po kterém musela soustava zůstat nepohyblivá. Přidávání prutů nesmí být zcela nahodilé, protože pokud prut negeneruje novou rovnici, tak zvyšuje vnitřní statickou neurčitost. K částečnému uvolnění bylo přistoupeno iteračně pomocí algoritmu, který z množiny prutů, které se jevily v soustavě jako přebytečné, postupně vybíral možné kombinace částečného uvolnění, dokud nebyla nalezena shoda. Tímto způsobem bylo docíleno rovnosti počtu rovnic a hodnosti matice a úloha mohla být vypočítána. Po vypočítání první úrovně modelu se dvěma rovinnými segmenty bylo cílem spočítat model se třemi rovinnými segmenty, na který byl aplikován stejný postup. Po vypočítání této úrovně bylo záměrem nakopírovat strukturu přidaných prutů na celou konstrukci se sedmi spojovacími segmenty. Počet prutů se přitom navýšil z původních 279 na 402, přičemž byla použita symetrie, která zredukovala počet prutů úlohy na 217. Původní tvar prutové soustavy s 279 pruty je zobrazen na obr. 8.1.



Obr. 8.1 Původní model prutové soustavy

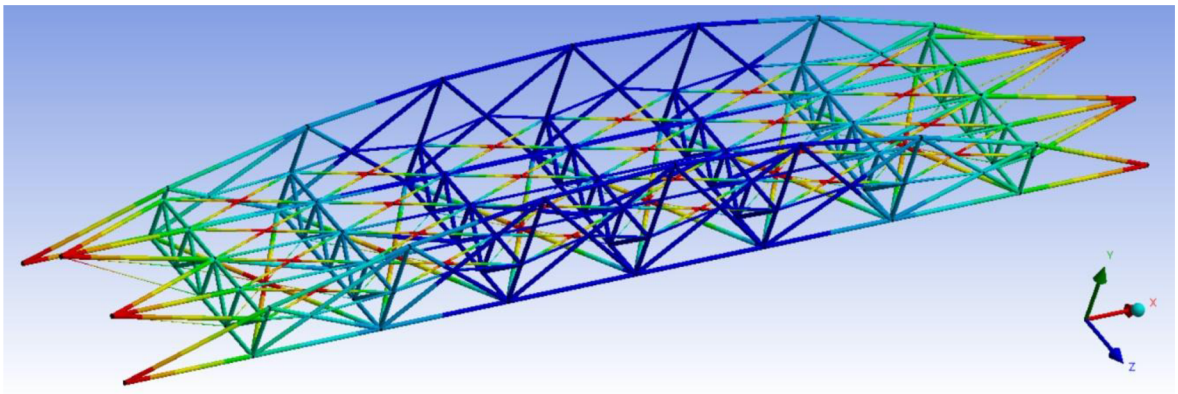
Bylo předpokládáno použití podobného částečného uvolnění jako v případě se třemi segmenty, to se však v praxi nepotvrdilo. Na obr. 8.2 je tvar výsledné prutové soustavy, kterou se povedlo spočítat numericky, ne však analyticky.



Obr. 8.2 Zobrazení normálových sil na výsledném tvaru prutové soustavy

Obr. 8.2 ilustruje výsledek normálových sil na prutech, přičemž modře jsou zobrazeny pruty v tlaku a červeně pruty v tahu, což koresponduje s výsledkem 2D modelu. Numerický model má pouze 2 druhy příčných průřezů, jelikož jeho cílem bylo pouze hledání struktury nepohyblivé prutové soustavy.

Na obr. 8.3 je zobrazen výsledek vertikálních deformací, přičemž modře jsou zde zobrazeny minimální deformace směru osy Y a červeně jsou zobrazeny maximální deformace směru osy Y, které jsou v tomto případě nula.



Obr. 8.3 Zobrazení vertikálních deformací na výsledném tvaru prutové soustavy

Z obr. 8.3 je viditelná zvláštnost, že styčníky, které nemají rovnici v daném směru, mají v tomto směru nulovou deformaci.

Jako problémová místa z hlediska pohyblivosti se ukázaly styčníky, ve kterých se spojovací segmenty napájely na křídla a pak samotné segmenty, které kvůli své struktuře nefixovaly pohyb jednoho křídla ke druhému. V analytickém výpočtu se navíc objevil problém s hodností matice, který byl zapříčiněn2D a 3D styčníky, které spojovaly pouze pruty rovnoběžné s některým ze směrů souřadného systému, jelikož jejich rovnice byly matematicky zcela oddělené, i když se vázaly k jednomu styčníku.

Důležitým závěrem je fakt, že při modelování prutových soustav s přidanými pruty je třeba zhodnotit, jestli po přidání prutů zůstává prutová soustava kvalitním modelem konstrukce.

9 ZÁVĚR

Tématem této bakalářské práce byla napjatostně deformační analýza silničního mostu přes řeku Orlici. Most se nachází v Třebechovicích pod Orebem a leží na účelové komunikaci, která se na mostě zužuje na jednoproudou. Hlavním předmětem této práce se stala příhradová konstrukce, na které je uložena mostovka, jelikož přibližně splňuje předpoklady prutových soustav.

V první části práce byla vypracována potřebná teorie z oblasti statiky a pružnosti a pevnosti se zaměřením na prutové soustavy.

V druhé části práce byla zpracována výkresová dokumentace společně s technickou zprávou za účelem popsání geometrie z hlediska tvorby modelu prutové soustavy.

Třetí část se zabývá obecnou částí výpočtu. Konkrétně se věnuje tvorbě 2D modelu prutové soustavy s cílem aproximovat skutečnou příhradovou konstrukci. Nejdříve byla vytvořena geometrie prutů a styčníků pomocí prokládání střednic těžišti reálných příčných průřezů konstrukce, přičemž při neprotnutí střednic v jednom bodě byly pro pozici styčníku určující střednice prutů s větším příčným průřezem. Odhadem v této části bylo proložení rámové konstrukce pruty. V těchto rámových konstrukcích je most na krajích uložen. Pruty byly v tomto případě svedeny z přilehlých styčníků přes rámovou konstrukci přímo do vazeb. Výsledný tvar modelu prutové soustavy je tvořen ze čtyř hlavních prvků, a to z obloukového horního pásu, z horizontálního dolního pásu, z vertikálních nosníků a příčníků a má délku 26,96 m. Dále bylo provedeno rozpočítání sil od zátěžných prvků mostu do styčníků simulující zatížení vlastní tíhou. V rámci modelování zatížení vozidlem byl vytvořen algoritmus, který lineárně rozděluje zatížení od vozidla do přilehlých styčníků, což umožnilo modelovat průběh vybraných veličin v závislosti na pozici vozidla na mostě. Jako poslední bod obecné části výpočtu byl matematicky rozepsán přechod deformační podmínky pro prut do maticového tvaru pro analytický výpočet.

Ve čtvrté části byl nejdříve proveden analytický výpočet při zatížení mostu vlastní tíhou. 2D model uvažoval pouze polovinu zatížení, které je v případě vlastní tíhy přibližně 33,5 tun. Maximální napětí v tomto případě vychází na krajních prutech modelující horní obloukový pás, jelikož tyto pruty musí pod sklonem přenést veškerou vertikální sílu působící na most. Celý horní obloukový pás je tedy vždy tlačen, zatímco horizontální dolní pás je vždy tažen. Bezpečnost proti meznímu stavu pružnosti (MSP) vychází 4,81 a bezpečnost proti meznímu stavu vzpěrné stability (MSVS) vychází 4,32. Již v tomto zátěžném stavu byla evidována nízká tlaková napětí na některých příčnících. Tato informace byla nebezpečná, protože příčníky, které jsou tvořeny z pásnic 100/10 mm, jejichž hlavní účel je zavětrování, rozhodně nemají charakter vzpěry. Předpokládalo se, že při zvětšování zatížení bude tlakové napětí na příčnících růst, což by mohlo vést k MSVS. V další části analytického výpočtu byl most zatížen v jeho středu výhradním zatížením, které je 12,5 tuny, přičemž model je zatížen pouze polovinou. Tentokrát vychází největší napětí ve střední části obloukového horního pásu. Bezpečnost proti MSP vychází 3,97 a bezpečnost proti MSVS vychází 0,51. Bezpečnost proti MSVS vychází menší než 1 v případě pěti příčníků. Tímto výsledkem se model vážně liší od předpokládané reality. Před provedením kroků k analýze výsledku bezpečnosti proti MSVS byly vytvořeny závislosti na pozici vozidla. Nejmenší bezpečnost proti MSP vychází 3,66 pro vozidlo zhruba ve čtvrtině mostu, přičemž průběh má přibližně tvar písmena W. Potvrdila se i špatná bezpečnost proti MSVS, přičemž její hodnota klesá pod hodnotu 1 ještě předtím, než najede celé vozidlo na most. Výsledky bezpečnosti proti MSVS mohlo ovlivnit

nezahrnutí tuhosti mostovky a ocelových podélníků do tuhosti modelu. Vliv těchto prvků však nebylo snadné ověřit. Domněnkou zároveň bylo, že pozice střednic a styčníků ovlivnila výsledky bezpečnosti proti MSVS.

V dalších výpočtech se proto provedla citlivostní analýza bezpečnosti proti MSVS na horizontální pozici krajního vazbového styčníku a horizontálních pozic styčníků horního obloukového pásu. Tato analýza zkoumala pozici každého styčníku zvlášť, přičemž pro každou pozici byl proveden celý průjezd vozidla po mostě a byla zaznamenána nejmenší možná bezpečnost proti MSVS. Z těchto hodnot byly poté vytvořeny závislosti bezpečnosti proti MSVS na pozicích styčníků. V žádném případě se hodnota bezpečnosti nenavýšila natolik, aby bylo možné prohlásit, že je tvar geometrie radikálním důvodem malé bezpečnosti proti MSVS. Tím bylo dokázáno, že geometrie prutové soustavy nebyla důvodem nízké bezpečnosti proti MSVS. Další varianty analytického výpočtu jsou proto věnovány možnému předejití MSVS.

První variantou je nastavení výrobních vůlí na příčníky, což způsobí jejich předepnutí v soustavě. K volbě vůlí bylo přistoupeno iteračně s cílem tahového napětí v příčnících pro každou pozici vozidla. Následně byly analyzovány průběhy napětí na vybraných příčnících, přičemž bylo dosaženo stavu, kdy jsou všechny příčníky pro jakoukoli pozici vozidla namáhané tahem a zároveň nemají vliv na bezpečnost proti MSP. Minimální hodnota průběhu bezpečnosti proti MSP je v tomto případě 3,6, takže vlivem vůle na příčnících klesne pouze o 0,05.

Další možností předejití MSVS je zvětšování menšího rozměru příčných průřezů příčníku. Výpočet fungoval obdobně jako v případě citlivostní analýzy, přičemž pro každý příčný průřez z nastaveného intervalu byl proveden celý průjezd vozidla a zaznamenána byla nejmenší možná hodnota bezpečnosti proti MSVS. Následně byla ze závislosti bezpečnosti proti MSVS na menším rozměru příčného průřezu příčníků určena hodnota rozměru 24 mm, pro kterou minimální hodnota bezpečnost proti MSVS vychází přijatelných 3,15.

V další kapitole byly provedeny verifikace analytického řešení. Nejprve byla provedena verifikace zátěžného stavu vlastní tíhy pomocí programu ANSYS Workbench. Poté byl verifikován jeden bod z průběhu citlivostní analýzy opět v programu ANSYS Workbench. Následně byl verifikován algoritmus pro úlohu s vůlí ručním výpočtem modelové úlohy z pružnosti pevnosti 1. Všechny výsledky se lišily v řádech maximálně v řádech desetitisícin procent.

V poslední kapitole byly shrnuty poznatky z nedokončeného výpočtu 3D prutové soustavy, kterým se tato práce zabývala původně. V kapitole byly popsány problémy, které se při výpočtu vyskytly a co přibližně musí být provedeno k jejich vyřešení. Kapitola by měla sloužit jako přibližný návod, ale také jako potenciální varovaní pro studenty, kteří by měli podobné téma bakalářské práce.

Na závěr lze konstatovat, že výpočet první varianty je zkreslen kvůli nízké hodnotě bezpečnosti proti MSVS. Největší odchylky od reality nastanou na příčnících, na kterých by měly při zvětšování zatížení vycházet větší hodnoty tahového napětí. Menší odchylky by měly nastat na horizontálním a obloukovém pásu, které i v nelineární části průběhů měly přibližně odpovídat realitě. Prutová soustava tedy není vždy dobrým modelem pro výpočet příhradové konstrukce. Konkrétně v tomto případě můžou být nedostatky způsobeny nezahrnutím tuhosti mostovky a podélníků, atypickým tvarem konstrukce, který

provádí velké rozdíly ve velikosti příčných průřezů a modelování krajní rámové konstrukce pomocí prutů.

ZDROJE

[1] BURŠA, Jiří, Jana HORNÍKOVÁ, Přemysl JANÍČEK a Pavel ŠANDERA. *Pružnost a pevnost* [online]. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003 [cit. 2018-04-05]. ISBN 80-7204-268-8. Dostupné z:<http://beta.fme.vutbr.cz/cpp/>

[2] JANÍČEK, Přemysl. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-x.

[3] FLORIAN, Zdeněk, Emanuel ONDRÁČEK a Karel PŘIKRYL. *Mechanika těles: statika.* Vyd. 7., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3440-0.

[4] Bridgehunter.com, *Sherwood Blvd. Bridge* [online]. [cit. 2019-04-08]. Dostupné z: https://bridgehunter.com/ca/tehama/8c0049/

[5] The Bridgehunter's Chronicles, *The bridges of Halle (Saale), Germany* [online]. [cit. 2019-04-08]. Dostupné z: https://bridgehunterschronicles.wordpress.com/tag/lenticular-truss-bridge/

[6] ČERNÝ, Josef. *Materiálové charakteristiky betonu* [telefonní konzultace]. 17. května 2019 [cit. 2019-05-17].

[7] *Objemové hmotnosti materiálů* [online]. [cit. 2019-05-17]. Dostupné z: 15122.fa.cvut.cz/?download=_/predmet.nk3/pomucky/objem_hmot.pdf

[8] TATRA, *4x4 Třístranný sklápěč* [online]. [cit. 2019-05-10]. Dostupné z: https://www.tatra.cz/nakladni-automobily/tatra-phoenix/dalsi-vozy/4x4-tristranny-sklapec/

[9] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech* [online]. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky [cit. 2018-05-21]. Dostupné z: http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RI V.pdf

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Význam	Jednotka
ε	[-]	deformace
γ	[-]	Úhlová deformace
σ	[MPa]	Napětí
E	[MPa]	Youngův modul pružnosti
S	[mm^2]	Obsah příčného průřezu
u	[m]	Posuv
A	[J]	Deformační práce
W	[J]	Energie Napjatosti
N	[N]	Normálová síla
F_{kr}	[N]	Kritická síla
α	[-]	Součinitel uložení prutu
J_y	[mm^4]	Osový kvadratický moment
l, L	[mm]	Délka prutů
k_K	[-]	Bezpečnost proti meznímu stavu pružnosti
k_V	[-]	Bezpečnost proti meznímu stavu vzpěrné stability
λ	[-]	Štíhlost
σ_{kr}	[MPa]	Kritické napětí
σ_k	[MPa]	Mez kluzu
λ_k	[-]	Kritická štíhlost
P	[J]	Potenciál vnějšího zařízeni

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1	Technická zpráva
Příloha č. 2	Výkresová dokumentace
Příloha č. 3	Skript pozice.m
Příloha č. 4	Skript prubeh.m
Příloha č. 5	Skript citlivostni_analyza.m
Příloha č. 6	Skript navrh.m
Příloha č. 7	Skript modelovy_priklad.m
Příloha č. 8	Verifikace