

Univerzita Hradec Králové

Přírodovědecká fakulta

Katedra fyzika

Softwarová analýza zvuku hudebních nástrojů

Bakalářská práce

Autor: Čapková, Kateřina

Studijní program: B1701 Fyzika

Studijní obor: Fyzika se zaměřením na vzdělávání

Vedoucí práce: doc. RNDr. Josef Hubeňák, CSc.

Hradec Králové

srpen 2016

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, z kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne

12. 8. 2016

.....
Kateřina Čapková

Poděkování:

Mé poděkování patří doc. RNDr. Josefu Hubeňákovi, CSc., za odborné vedení, cenné rady, ochotu a trpělivost, které mi v průběhu zpracování bakalářské práce věnoval. Dále bych chtěla poděkovat řediteli V. Kovářovi a pedagogům ZUŠ F. A. Šporka za čas a trpělivost při pořizování zvukových nahrávek.

Anotace

ČAPKOVÁ, K. *Softwarová analýza zvuku hudebních nástrojů*. Hradec Králové, 2016. Bakalářská práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí bakalářské práce doc. RNDr. Josef Hubeňák, CSc. 43 s.

Bakalářská práce se zaměřuje na popsání objektivních příčin vnímání rozdílné barvy zvuku u různých hudebních nástrojů v závislosti na jejich konstrukci. Barva zvuku se odráží na frekvencích, které jsou obsaženy v daném zvuku. K zobrazení frekvenční analýzy jednotlivých tónů jsou zde použity freeware programy Audacity a Ocenaudio, jejichž vlastnosti jsou v této práci porovnány.

Klíčová slova

Barva zvuku, strunné a dechové nástroje, Fourierova analýza

Annotation:

ČAPKOVÁ, K. *Software analysis sound of musical instruments*. Hradec Králové, 2016. Bachelor Thesis at Faculty of Science University of Hradec Králové. Thesis Supervisor doc. RNDr. Josef Hubeňák, CSc. 43 p.

This bachelor's thesis focuses on describing of objective causes the perception of different musical instruments timbre depending on theirs design. The timbre is reflected on the frequencies contained in the sound. In this thesis are used two freeware programs Audacity and Ocenaudio to view the frequency analysis of individual notes. In this work is the comperison of these programs.

Keywords

Timbre, string instruments and brass, Fourier analysis

Obsah

Úvod	8
1. Teoretická část.....	9
1.1. Historie	9
1.2. Hudební část.....	10
Strunné nástroje.....	11
Dechové nástroje	11
Bicí nástroje	12
Materiál těla nástroje	12
Ladění nástrojů.....	13
1.3. Fyzikální část.....	15
Zvuk jako vlny šířící se ve vzduchu.....	15
Fyzikální vlastnosti zvuku hudebních nástrojů	15
Strunné nástroje.....	15
Dechové nástroje	17
Fourierova analýza.....	20
Důkaz Fourierovy věty	20
Fourierova věta	21
Barva zvuku	22
1.4. Software	24
Využívaný software	24
Postup při pořizování a analýze nahrávek	24
2. Praktická část	25
2.1. Analýza nahrávek	25
2.2. Porovnání zvuku hudebních nástrojů.....	26
2.3. Porovnání Softwarů z hlediska analýzy	38

Přesnost programu Audacity	39
Závěr.....	42
Seznam použité literatury.....	43
Seznam použitých obrázků.....	43

Úvod

Cílem této práce je objasnit objektivní důvody pro vnímání barvy tónů různých hudebních nástrojů. Toto téma jsem si vybrala, protože se už od útlého dětství věnuji hudbě a vždy mě zajímalo, proč každý nástroj zní jinak. Pro objasnění tohoto problému v této práci využiji několik programů, které umí analyzovat tóny pomocí Fourierovy analýzy.

Je spousta aspektů, které ovlivňují charakter zvuku hudebního nástroje. K tomuto problému potřebujeme objasnit, z čeho se hudební nástroje skládají, který materiál zvuk nástroje tvoří. Dále si musíme objasnit teorii, podle které se zvuková analýza provádí.

1. Teoretická část

V této kapitole si zrekapitulujeme základní milníky ve vývoji vědy zabývající se vlastnostmi zvuku a akustikou, rozebereme vznik zvuku hudebního nástroje a následně popíšeme analýzu, která je nutná k určení hlavních frekvencí zvuku, které určují barvu zvuku hudebního nástroje. Tuto kapitolu rozdělím na hudební část, ve které si rozdělíme hudební nástroje do různých kategorií, ze kterých si vybereme konkrétní hudební nástroje pro analýzu v praktické části. Také si rozebereme principy, podle kterých se na hudebním nástroji zvuk tvoří. Další oddíl této praktické části bude věnován teorii Fourierovy analýzy, která nám umožňuje na zvuk nástroje nahlížet jako na periodický kmit, ze kterého už poznáme základní frekvence.

1.1. Historie

Zvuk nás obklopuje celý život, je všude kolem nás. To si dle archeologických nálezů uvědomovali už lidé v pravěku. Naučili se vyrábět nástroje, které jim umožňovaly vytvářet různé zvuky. Jak se vyvíjelo lidstvo, rostla i touha poznat a popsat, jak se zvuk vytváří, šíří prostředím a jaké má vlastnosti.

Již Pythagoras [1] a jeho žáci v 6. století př. n. l. hledali fyzikální vlastnosti hudby. Všiml si prý, že souzvuk dvou kladiv, které dopadají na kovadlinu, resp. dvou stejných strun, zatížených závažím o stejné hmotnosti, je harmonický, pokud hmotnosti kladiv resp. závaží na strunách jsou v poměru malých celých čísel. Dnes již víme, že výška tónu struny takto zatížené závažím je úměrná druhé mocnině jeho hmotnosti. Zkoumání souzvuku strun nebo píšťal v závislosti na poměru jejich délek dalo vzniknout základu hudební harmonie.

Pythagoras také pomohl nalézt poměry, které určují základní intervaly. Například čistou kvintu určuje poměr 3:2 a oktávu 2:1. Pythagorejský celý tón (*tonos*), který je totožný s velkým celým tónem, určuje poměr 9:8, což je ve skutečnosti rozdíl mezi dvěma kvintami a oktávou. Pythagorejské *koma* tvoří šest celých tónů, je to rozdíl mezi dvanácti čistými kvintami a sedmi velkými oktávami a má hodnotu $(3:2)^{12}(1:2)^7 = 81:80 \approx 1,01364$. V současnosti se pythagorejské koma

již nevyskytuje, používá se temperované ladění – čisté kvinty nahradily temperované, výsledný poměr je tedy 1:1.

Ve čtvrtém století př. n. l. Aristoxenos z Talentu, zvaný Músikos, považovaný za zakladatele hudební vědy, stanovil jako první 12 půl-tónů oktávy v přirozeném ladění. Hudba podle něho měla velký duchovní význam, protože očisťuje duši.

Dalším milníkem nastal v roce 1638, kdy Galileo Galilei ve svých „Rozpravách“ stanovil, že lze vnímání výšky tónů fyzikálně vyjádřit počtem kmitů, určil také poměr počtu kmitů jako měřítko relativní výšky dvou tónů. Také dokázal, že na délce, napětí a tloušťce struny závisí počet kmitů, zjistil a vysvětlil buzení kmitů rezonancí a vysvětlil vlastnosti stojatého vlnění.

Bývalý žák Galilea Martin Mersene(1588-1648) určil absolutní výšku tónu počtem kmitů za sekundu, a zjistil, že struna současně se základním tónem vydává i jeho vyšší harmonické tóny, což bude důležité i v této práci. Joseph Sauveur(1653-1716) v jeho práci pokračoval a určil na strunách polohy uzlů a kmiten.

Dalším, velmi významným experimentátorem v akustice, byl Friedrich Chladni (1756-1827), který roku 1802 připojil k dávno známým příčným kmitům strun a tyčí kmity podélné a torzní. Svými zvukovými obrazci zviditelnil uzlové čáry kmitajících desek a také měřil rychlost zvuku i v jiných plynech než ve vzduchu.

Během 19. století se přetvářela fyzikální akustika v nauku o elastických vlnách. Dopplerův princip (1842) potvrdil vnímání změn výšky tónů u pohybujících se zdrojů popřípadě pozorovatele. Dále pak k vývoji akustiky přispěla Fourierova analýza, která rozkládá libovolný kmitočet na sinusové vlny, tak jak to odpovídá sluchovému vnímání. Tato analýza byla potvrzena v roce 1843 Georgem Simonem Ohmem. Svým sluchem tak můžeme vnímat barvu tónu, což potvrdil Helmholtz v roce 1862 ve svém díle „Die Lehre von den Tonempfindungen“.

1.2. Hudební část

Barva tónů hudebních nástrojů je velmi široký pojem. Nemusíme nutně chápat fyzikální podstatu zvuku, abychom rozlišili např. zvuk hrajícího klavíru od houslí.

Mnoho skladatelů psalo skladby pro různá seskupení – smyčcový kvartet, symfonický orchestr a sólový nástroj – tak, aby se nástroje barvou a charakterem zvuku navzájem doplňovaly a na posluchače působily příjemným dojmem, aniž by znali fyzikální podstatu problému.

Zdrojem zvuku hudebních nástrojů je vždy kmitání některé z částí instrumentu. Abychom si udělali představu, na čem závisí zvuk hudebního nástroje, potřebujeme si je rozdělit do několika základních skupin, podle toho, co kmity nástrojů vytváří. Po rozdělení do těchto základních kategorií, podle Václava Syrového[2, s. 202-233], můžeme rozebrat princip vytváření zvuku u jednotlivých nástrojů.

Strunné nástroje

Jak už napovídá název tohoto oddílu, základním kmitajícím elementem těchto nástrojů je struna, která může být z různých materiálů (kovová, střívková nebo z plastické hmoty). K rozechvění struny dochází drnknutím, smýknutím, nebo úhozem kladívka. Drnkání se používá například při hraní na kytaru, loutnu, bendžo, cembalo, nebo v některých případech i na smyčcové nástroje, když hrajeme tzv. pizzicato. Víše zmíněné smyčcové nástroje využívají k rozeznění strun smyčec, smýkáním se hraje např. na housle, violu, violoncello, kontrabas. S úhozy kladívkem se setkáme u klavíru, pianina, cimbálu atd.

Dechové nástroje

Na rozdíl od strunných nástrojů, u kterých zvuk vzniká rozechvěním struny, u dechových nástrojů, jak už napovídá název, počátečním činidlem bude vždy dech hudebníka, který rozkmitá nějaký oscilátor. U flétnových nástrojů vzniká zvuk nárazem proudu vzduchu vedeného úzkou štěrbinou na ostrou hranu (zobcová flétna, příčná flétna, varhanové píšťaly). Dále máme nástroje jazýčkové, které k rozkmitání používají například třtinový nebo bambusový plátek (klarinet, saxofon), který je na jedné straně upevněn k nástroji a druhý konec rozkmitává vzduchový sloupec. Ještě máme dechové nástroje, na kterých se zvuk tvoří rty. Vzduch proudí těsně sevřeným rty přitisklými k nátrubku (trubka, trombon, lesní roh). U všech dechových nástrojů závisí výška tónu na rychlosti, kterou je vzduch do nástroje vháněn, a také na délce rozkmitaného vzduchového sloupce.

Bicí nástroje

Samostatnou kapitolou jsou pak nástroje bicí, na které se hraje úderem dřevěnou, nebo nějak upravenou, paličkou nebo rukou. Mezi bicí nástroje řadíme i jednoduchá dřívka, perkuse nebo různé xylofony, metalofony, atp. Složitější bicí nástroje mají na těle většinou jednu nebo dvě blány – jednu, do které se uhodí a druhou rezonanční (kotle, tomy), mohou mít pod spodní blánou ještě přidělaný struník (virbl), nebo jsou celé z kovu (činely, high-hat).

Materiál těla nástroje

Tělo nástroje má v podstatě dvě základní funkce – jsou na něm připevněny například struny, a také zesiluje zvuk nástroje. Když už jsme si hudební nástroje rozdělili podle vzniku zvuku, měli bychom si říci ještě něco o materiálu jejich těla, jelikož také významně ovlivňuje charakter zvuku. Tělo nástroje musí mít správný tvar a být z určitého materiálu, aby zvuk nástroje byl zesílen a měl požadovaný charakter. Každý použitý materiál rezonuje při jiných frekvencích a také „udrží“ tón po určitou dobu.

Některé materiály mají dlouhý dozvuk, tzv. sustain (např. eben, mahagon, některé druhy javoru). Při výrobě strunných nástrojů se často kombinují různé druhy dřev, aby bylo dosaženo co nejcharakterističtějšího zvuku s co nejdelším dozvukem (např. při výrobě skříní klavírů jsou kombinována měkká a tvrdá dřeva). U strunných nástrojů záleží na také volbě strun (např. cedrové kytary se využívají nejčastěji pro kombinaci s nylonovými strunami, aby bylo dosaženo měkkého, necinkavého tónu a vyrovnaného zvuku).

Každé dřevo také zvýrazňuje jiné frekvence, některé se hodí pro výrobu těl basových nástrojů (lípa), jiné pro střední polohy nástrojů (olše) a další pro výraznější výšky (jilm).

Dechové nástroje se mohou vyrábět ze dřeva (flétna, klarinet, hoboj), z plastu (zobcová flétna) nebo z kovu (saxofon, trumpet, lesní roh), a to většinou z mosazi. U těchto nástrojů záleží také na materiálu, ze kterého je jazýček. U dechových nástrojů také významně záleží na tom, jak hráč vytváří zvuk, takže jeden nástroj zní odlišně v závislosti na tom, kdo na nástroj hraje. I rozsah nástroje (například trumpet) závisí na instrumentalistovi.

Ladění nástrojů

V kapitole o historii jsme si připomněli, jak se vyvíjela akustika jako věda a také počátky ladění – pythagorejské koma, od kterého jsme se vývojem dostali až k dnešnímu temperovanému ladění.

Podle [2, s. 278-279] existuje frekvenční normál ladění, který slouží nejen k jednotnému ladění, ale slouží i jako důležitý parametr konstrukce hudebních nástrojů. Normál ladění je vztahován k tónu a^1 , který má strategickou střední polohu v rozsahu používaných tónových výšek a také souvisí s výškou lidského hlasu. První snahou o sjednocení normálu byla v roce 1778 tzv. Pařížská konvence, která určila frekvenci $a^1 = 409 \text{ Hz}$, dalším pokusem o sjednocení byl návrh z roku 1858 pro $a^1 = 435 \text{ Hz}$, který byl v roce 1885 přijat Mezinárodní konferencí ve Vídni. V roce 1939 byl Mezinárodní komisí ISA (International Standard Association) přijat návrh na úpravu frekvence na $a^1 = 440 \text{ Hz}$, v roce 1953 ještě potvrzen konferencí ISO (International Standard Organization). V současnosti např. symfonické orchestry používají ladění $a^1 = 442 \text{ Hz}$.

Vedle hudebního normálu ladění existuje ještě fyzikální ladění, které pracuje s hodnotami frekvencí pro tóny C v poměru mocnin 2 ($C_2 = 16 \text{ Hz}$, $C_1 = 32 \text{ Hz}$, ...), přičemž $a^1 = 430,5 \text{ Hz}$, toto ladění se používá zejména při akustických měřeních.

Lidské ucho je schopno rozeznat odchylky v ladění, není to však v praxi zcela běžné, proto se současně s vývojem hudebních nástrojů vyvíjely i tzv. ladičky. Klasické ladičky vycházejí z určení rozdílu mezi normálem a zjišťovaným tónem. Ladička ve tvaru U byla sestrojena v roce 1711 anglickým trumpetistou J. Shorem.



Obr. č. 1 – ladička tvaru U

V současnosti se běžně používají elektronické ladičky, které vycházejí buď z přímého měření frekvence či délky periody základní harmonické, nebo z nepřímého měření a porovnávání s frekvenčním normálem. Při tomto porovnávání přitom ladičky umožňují měřit frekvenci vyšších harmonických složek a efektivně tak zjistit neharmonicitu.

1.3. Fyzikální část

V této části se zaměříme na fyzikální podstatu zvuku a vysvětlíme si, jak lze analyzovat zvuk a rozlišit tak základní frekvence, ze kterých se zvuk hudebního nástroje skládá.

Podle Jaroslava Podobského [3] tomu, abychom něco slyšeli, předchází mnoho dějů a procesů před uchem, avšak i uvnitř ucha a konečně i v mozku. Pojem „zvuk“ tedy v sobě obsahuje širokou škálu fyzikálních dějů, které si zde postupně ukážeme.

Zvuk jako vlny šířící se ve vzduchu

To co vnímáme jako zvuk, jsou v podstatě změny atmosférického tlaku, kterým říkáme akustický tlak. Jsou i jiné způsoby, jak vnímat zvuk (např. přímým vnímáním vibrací například držením tyčinky dotýkající se přímo hudebního nástroje), ale tím se zabývat nebudeme.

Zvuková vlna je představována přenosem kmitavého pohybu částic libovolného prostředí, buď ve směru osy šířící se vlny (podélné vlnění), nebo částice mohou kmitat kolmo ke směru šíření vlny (příčné vlnění).

Fyzikální vlastnosti zvuku hudebních nástrojů

Abychom mohli popsat fyzikální vlastnosti zvuku, musíme se podívat znovu na hudební nástroje podle toho, jak vzniká jejich zvuk. Jak už jsme si hudební nástroje rozdělili na strunné a dechové, můžeme si nyní popsat fyzikální děje, které při vzniku zvuku probíhají.

Strunné nástroje

Jak už jsme si podle [2, s. 220-232] uvedli, základním kmitajícím elementem je struna, která představuje pružné prostředí, ve kterém se šíří příčné vlnění. Pro příčnou netlumenou vlnu platí pohybová diferenciální rovnice

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1)$$

a rychlost šíření příčných vln je dána vztahem

$$c = \sqrt{\frac{F}{d}} \quad (2)$$

kde F je tahová síla struny a d je hmotnost struny na jednotku délky. Řešením rovnice (1) je součin dvou vln, které se šíří proti sobě, odráží se od pevného konce a mají opačnou fázi. Pro harmonické, volné netlumené kmity struny platí řešení:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin \omega_n t + B_n \cos \omega_n t) \sin k_n x \quad (3)$$

kde $k_n = \frac{\omega_n}{c}$, ω_n ... frekvence vlastních kmitů.

Vznik příčného vlnění na struně může vzniknout různým způsobem jejího buzení a to impulzním (drnknutím či úderem) nebo kontinuálním (smykem). V případě drnknutí rozlišujeme výsledné kmity podle toho, v jakém místě struny k buzení dojde. V případě drnknutí v polovině struny, se po uvolnění struny od jejího středu šíří na oba konce příčné rozruchy, které se na pevných koncích struny odrazí a jdou proti sobě, interferují a tak vzniká stojaté příčné vlnění. Při hře například na kytaru se buzení provádí v jedné pětině struny, výsledný asymetrický tvar kmitů vzniká obdobným způsobem, jak v předchozím případě. Vlnová délka základního kmitu struny se rovná dvojnásobku délky struny. V případě buzení úderem kladívka do struny se také šíří příčné rozruchy, ale jsou ovlivněny tím, jak dlouho je kladívko v kontaktu se strunou. S délkou jejich kontaktu klesá obsah vyšších harmonických obsažených ve spektru kmitů struny.

Je-li struna buzena smyčcem, jehož rychlost je konstantní, vzniká tzv. Helmholtzův pohyb. Pokud do vztahu (2) dosadíme vztah mezi frekvencí, vlnovou délkou a rychlostí šíření příčných vln, tj. $\lambda f = c$, dostaneme Taylorův vzorec pro frekvenci n -té harmonické složky kmitů struny

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{d}} = \frac{n}{lD} \sqrt{\frac{F}{\pi\rho}} \quad (4)$$

kde n ... pořadí příslušné harmonické, l ... délka struny, F ... tahová síla struny, D ... průměr struny a ρ ... je hustota materiálu struny. Tento vztah platí však pouze pro ideální, dokonale pružné struny. Pro přesnější určení je třeba zavést do rovnice Youngův modul pružnosti E materiálu struny. Dostaneme Seebeckův vzorec:

$$f = f_1 \left(1 + \frac{D^2}{4l} \sqrt{\frac{\pi E}{F}} \right) \quad (5)$$

U skutečné struny také dochází k neharmonicitě, posuvu harmonických složek k vyšším frekvencím, kvůli ohybové tuhosti struny, resp. v důsledku reálné tloušťky struny. Kmitající struna v místě upnutí ohybu vrací reakci přímo úměrnou průměru struny a frekvenci jejího kmitání tak, že se poloměr ohybu zvětšuje, přičemž se zkracuje délka struny. Proto musíme rozšířit rovnici (1) o další členy. Potom skutečná frekvence f'_n n -té harmonické složky je dána Youngovým vzorcem:

$$f'_n = f_n \sqrt{1 + \frac{n^2 \pi^3}{64} \left(\frac{D^2}{l}\right)^2 \frac{E}{F}} \quad (6)$$

Neharmonicita I_n n -té složky je dána vztahem

$$I_n = \frac{f_n}{nf_1} = Bn^2 \quad (7)$$

kde B ... koeficient neharmonicity vyjádřený jako $B = \frac{\pi^3 D^4 E}{64 L^2 F}$. Neharmonicita představuje zcela běžný jev, zapříčiněný vlivem nejen opředení či velkého průměru struny. U klavíru ovlivňuje nejen výsledný charakter zvuku, ale také metodiku ladění, protože reálné odchylky ladění vyšších harmonických mohou dosahovat poměrně velkého posunu.

Struna může kmitat nejen příčně (převažující kmitání), ale též podélně i torzně, v závislosti na technice a síle buzení. Velký vliv má excitátor – smyčec, kladívko, prst aj. i oscilátor – struna z hlediska napínací síly, rychlosti úderu, tlaku smyku a místa buzení (např. u kobylky má kytara tvrdší a konkrétnější zvuk než při buzení nad hmatníkem či ozvučným otvorem). Kobylka tvoří velmi těsnou mechanickou vazbu mezi strunou a vrchní deskou nástroje, proto přenáší kmity ze strun na ozvučnou skříňku.

Dechové nástroje

Podle [2, s233-255] na rozdíl od strunných nástrojů, kde je oscilátorem struna, musíme u dechových nástrojů rozlišit, o jaký druh jazýčku se jedná. U nástrojů, jako je např. akordeon nebo jazykové varhanní píšťaly, je oscilátorem kovový jazýček, který svým volně kmitajícím koncem (jeho délkou) určuje výšku tónu.

U ostatních jazýčkových nástrojů, ve kterých se rozkmitává např. třetinový jazýček, určuje výšku tónu ne délka jazýčku, ale rezonující vzdušný sloupec.

U flétnových nástrojů je proud vzduchu usměrněn úzkou štěrbinou, veden proti ostré hraně a jeho ustálený tok se mění v turbulentní proudění. Za štěrbinou se tvoří periodicky se opakující víry jako tlakové změny vzduchu, které se projeví jako tzv. třecí tón. U jazýčkových nástrojů jde o jazýčkový tón, u plechových nástrojů jde o retný tón, který vydávají silně sevřené rty hráče opřené o kroužek nátrubku. Třecí tóny se dále upřesňují na štěrbinové a hranové, v obou případech je jejich frekvence přímo úměrná rychlosti proudění vzduchu v a nepřímo úměrná vzdálenosti u hrany od štěrbinou (např. u příčné flétny).

$$f = konst \frac{v}{u} \quad (8)$$

U plechových nástrojů je oscilačním mechanismem dvojitý jazýček, který tvoří rty hráče vydávající retný tón, jehož frekvence je přímo úměrná napětí rtů a tlaku vzduchu v ústní dutině a nepřímo úměrná délce rtů vymezené velikostí a typem nátrubku. Rezonanční frekvence nátrubku jako izolovaného dílu je dána vztahem

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{Vl}} \quad (9)$$

kde c ... rychlost zvuku ve vzduchu, S ... efektivní plocha otvoru stopky, V ... objem kotlíku, l ... délka stopky.

Čistě fyzikální interpretace oscilátoru u dechových nástrojů ztotožňuje jazýček s tlakově řízeným ventilem. Aerodynamické řešení kmitů ventilu vede k zobecněné pohybové rovnici:

$$m_j \left[\frac{d^2x}{dt^2} + \delta_j \omega_j \frac{dx}{dt} + \omega^2 (x - x_0) \right] = \gamma_j (p - p_0) + \gamma_p \frac{U^2}{|x|^2} \quad (10)$$

kde m_j ... hmotnost jazýčku, x ... okamžitá poloha jazýčku, δ_j ... koeficient tlumení jazýčku, ω_j ... frekvence kmitů jazýčku, x_0 ... výchozí poloha jazýčku, γ_j ... koeficient profilu jazýčku, p ... tlak vzduchu pod jazýčkem, p_0 ... tlak vzduchu před jazýčkem, γ_p ... koeficient proudění v mezeře jazýčku a U ... stejnosměrná složka objemové rychlosti v mezeře jazýčku.

Rezonátorem u dechových nástrojů je buď vzdušný sloupec (tj. zvukovod s konstantním či proměnným průřezem, s rozprostřenými prvky připojený k tlumenému i netlumenému jazýčku), nebo vzdušná dutina (akustická soustava se soustředěnými prvky připojená k netlumenému jazýčku). Zvukovod by měl mít co nejvýraznější rezonanční vlastnosti, díky existenci stojatého vlnění vzdušného sloupce, kdežto zvukovod reproduktoru by měl mít co nejvyrovnanější přenos v širokém frekvenčním rozsahu. Šíření vln ve zvukovodech popisuje Websterova vlnová rovnice:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{d\psi}{dx} + \frac{d}{dx}(\ln S) + k^2\psi = 0 \quad (11)$$

kde ψ ... fázor rychlosti potenciálu, S ... průřezová funkce zvukovodu a $k = \frac{\omega}{c}$.

Pokud jsou splněny tzv. okrajové podmínky, pak vzniká stojaté vlnění vzdušného sloupce. Na otevřeném konci výchylka, resp. rychlost částic nabývá maxima (kmitny), naopak tlak nabývá minima (uzel). Na uzavřeném konci se naopak výchylka resp. rychlost blíží nule a tlak je zde maximální. Na obou koncích otevřené válcové trubice splňují okrajové podmínky všechny stojaté vlny o frekvenci

$$f_n = n \frac{c}{2l} \quad (12)$$

kde n ... celé číslo, c ... rychlost zvuku ve vzduchu a l ... délka trubice.

U válcové trubice, na jednom konci uzavřené splňují okrajové podmínky pouze stojaté vlny o frekvenci:

$$f_n = (2n - 1) \frac{c}{4l} \quad (13)$$

u trubice kuželového tvaru jsou okrajové podmínky splněny pro rezonanční módy o frekvenci:

$$f_n = n \frac{c}{2l} \left(1 - \frac{x_0}{l}\right) \quad (14)$$

kde l ... délka kuželového zvukovodu a x_0 ... výška vrcholu kužele. Válcové i kuželové zvukovody se zpravidla ukončují rozšiřujícím se ústím,

ozvučníkem. Nejbližší aproximací křivky reálného ozvučníku představují tzv. Besselovy zvukovody, u kterých se průřez S mění podle vztahu:

$$S = \frac{B}{(x-x_0)^{2\gamma}} \quad (15)$$

kde B ... konstanta zohledňující počáteční a konečný průměr zvukovodu, x_0 ... vrchol zvukovodu, x ... proměnná délková souřadnice a γ ... poměr rozšiřování zvukovodu. Vztah pro frekvence rezonančních módů Besselových zvukovodů, pro $\gamma = 1$ a l délku zvukovodu, lze aproximovat výrazem:

$$f_n \approx n \frac{c}{2(l-x_0)} \quad (16)$$

Vzdušné sloupce nekmitají pouze ve směru délky trubice, vznikají i kmity příčné. Také se rozkmitávají stěny zvukovodu nástroje, u dřevěných nástrojů není toto rozkmitávání tak výrazné, u plechových nástrojů však přispívá k výsledným vlastnostem tónu, podobně jako kmitání rezonančních desek strunných nástrojů.

Fourierova analýza

[4] Francouzský matematik Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) představil na zasedání Francouzské akademie věd v roce 1807 své závěry a dokázal, že každou periodickou funkci lze nahradit součtem řady harmonických funkcí. I přes tehdejší nedůvěru v jeho poznatky, je dnes Fourierova analýza velmi běžnou, díky výpočetní technice, která pomocí programů pro zpracování akustických signálů dokáže zobrazit spektrum frekvencí, které jsou obsaženy v daném zvuku.

Důkaz Fourierovy věty

Abychom si dokázali, že Fourierova věta platí, musíme si podle [4] rozlišit dvě třídy periodických funkcí na funkce sudé a liché. Pro lichou funkci platí

$$f(t) = -f(-t) \quad (17)$$

Pokud posuneme počátek na časové ose do nulového bodu, pak pro $t = 0$ má každá lichá funkce hodnotu nula. To splňuje například pilový kmit.

Pro sudou funkci platí

$$f(t) = f(-t) \quad (18)$$

Počátek na časové ose je posunutý tak, aby byl graf symetrický podle svislice procházející nulou. Příkladem je obdélníkový signál.

Fourierova věta

Je-li funkce $f(x)$ periodická, potom platí

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + A_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots \quad (19)$$

a tato řada má teoreticky nekonečný počet členů. Frekvence $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, kde T ... perioda funkce.

Pomocí vzorce $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ upravíme a dostaneme:

$$f(t) = A_0 + A_1 \sin \omega t \cos \varphi_1 + A_1 \cos \omega t \sin \varphi_1 + A_2 \sin 2\omega t \cos \varphi_2 + A_2 \cos 2\omega t \sin \varphi_2 + \dots \quad (20)$$

Nyní podle [3] zobecníme za předpokladu, že A_0 je konstanta

$$f(t) = A_k(\sin k\omega t \cos \varphi_k + \cos k\omega t \sin \varphi_k) \quad (21)$$

Položíme-li: $A_k \cos \varphi_k = A'$ a $A_k \sin \varphi_k = A''$ dostaneme Fourierovy koeficienty, pro které platí:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (22)$$

$$A' = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega t) dt \quad (23)$$

$$A'' = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega t) dt \quad (24)$$

Tyto koeficienty tvoří čárové spektrum. Výpočet těchto koeficientů lze provést u jednoduchých průběhů, např. u obdélníkových nebo trojúhelníkových signálů. V obecném případě u složitějších signálů, je jejich výpočet klasickým způsobem složitý, proto tuto analýzu provádí počítače.

Musíme vzít v úvahu[4], že Fourierova řada pro sudou funkci nebude obsahovat složku s lichou funkcí, tedy bude chybět člen se $\sin k\omega t$. Podobně Fourierova řada

pro lichou funkci nebude obsahovat složku se sudou funkcí $\cos k\omega t$, a také bude chybět konstantní člen A_0 .

Barva zvuku

Podle [2, s. 159] se pojem „barva zvuku“ objevil již koncem 18. století pod označením „timbre“ neboli témbre ve francouzské literatuře, v německé se objevil ve třicátých letech 19. století jako „Tonfarbe“ a popisoval nahodilé vlastnosti, kvality zvuku a hlasu. Pro popis barvy zvuku se užívá přídavných jmen vyjadřujících vjem z jiných smyslů – například temný, drsný, měkký, chladný,...

Joseph Fourier pak v roce 1811 popsal způsob, jak rozložit obecný signál do řady jednoduchých harmonických signálů

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t) \quad (25)$$

avšak barva tónu či zvuku nebyla zpočátku s tímto matematickým rozkladem bezprostředně spojována.

Objektivní hodnocení barvy zvuku jako subjektivní veličiny, je podmíněno podle [2, s. 191] její měřitelností či převoditelností na číslo, nebo konečnou množinu čísel. Hlavní překážkou kvantifikace barvy zvuku je jeho vícerozměrnost. Dle [2, s. 72-73] se zvuk analyzuje subjektivně podle výšky, hlasitosti a barvy, a to signály tónového i hlukového charakteru. Objektivní parametry pro tónový signál jsou odrazem jeho frekvence, amplitudy a časového průběhu (struktury) tohoto signálu.

Subjektivní vlastnosti závisí na zkušenostech a možnostech posluchače či analyzátoru. Výška tónu vychází z jeho frekvence. Přesnost určení výšky tónu závisí na individuální schopnosti posluchače – v případě absolutního hudebního sluchu dokáže stanovit tón i s případnou odchylkou, kdežto relativní sluch umožňuje stanovit interval. Přitom je výška tónu a jeho vnímání omezeno prahy vnímání a také musí být překročen práh hlasitosti. Vjem hlasitosti je v relativně jednoduchém vztahu k amplitudě či hladině intenzity. Barva tónu či zvuku nelze jednoduše vyjádřit, používáme konkrétní verbální popis vycházející z pojmových párů, např. ostrý - tupý, světlý - tmavý, měkký - ostrý.

Obecně lze pojem barvy tónu označit jako odraz jeho fyzikální struktury v našem vědomí. U hudebního signálu slouží barva zvuku k identifikaci zdroje, je tedy základním akustickým typologickým rysem konkrétního hudebního nástroje. Pokud budeme analyzovat pouze jednotlivé tóny, může dojít k záměně nástrojů, kdy se různou technikou či dynamikou docílí podobných zvukových vlastností (např. můžeme zaměnit housle za akordeon, klarinet za trubku).

1.4. Software

Využívaný software

Pro tuto práci jsem zvolila program Audacity z důvodu dostupnosti zdarma. Také jako jeden z mála freeware programů dokáže zobrazit názorný graf frekvencí pomocí Fourierovy analýzy. Další program, který tuto analýzu zobrazuje je Ocenaudio, taktéž je zdarma.

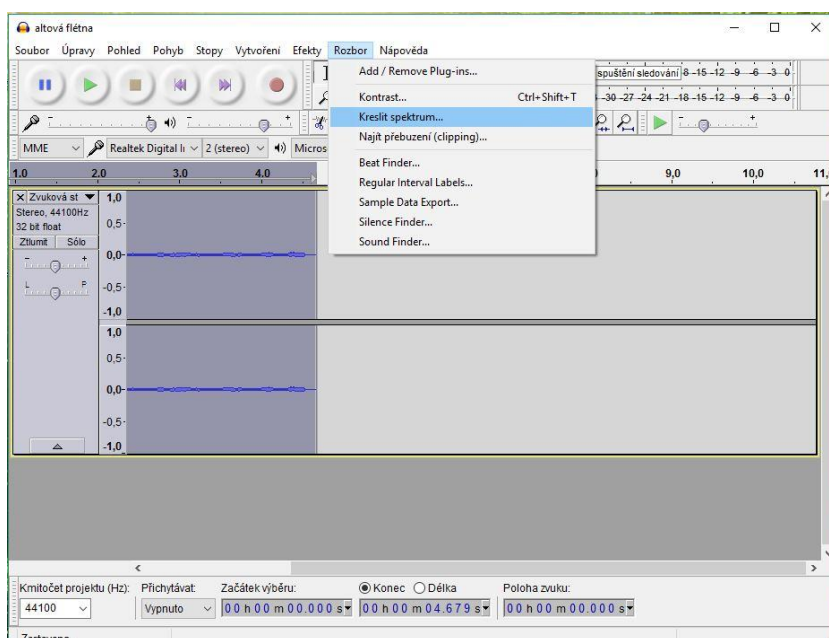
Postup při pořizování a analýze nahrávek

Při pořizování nahrávek jsem použila integrovaný mikrofon v notebooku HP Pavilion DV6. Zvolila jsem tak proto, abych usnadnila a urychlila pořizování nahrávek, kdy jsem navštívila několik učitelů a učeben na ZUŠ F. A. Šporka v Jaroměři a přenášet větší vybavení či hudební nástroje by nebylo příliš praktické. Pro nahrávání jsem použila program Audacity, který je snadno ovladatelný, navíc na tomto starém typu notebooku běžel bez problému, na rozdíl od jiných, náročnějších nahrávacích programů.

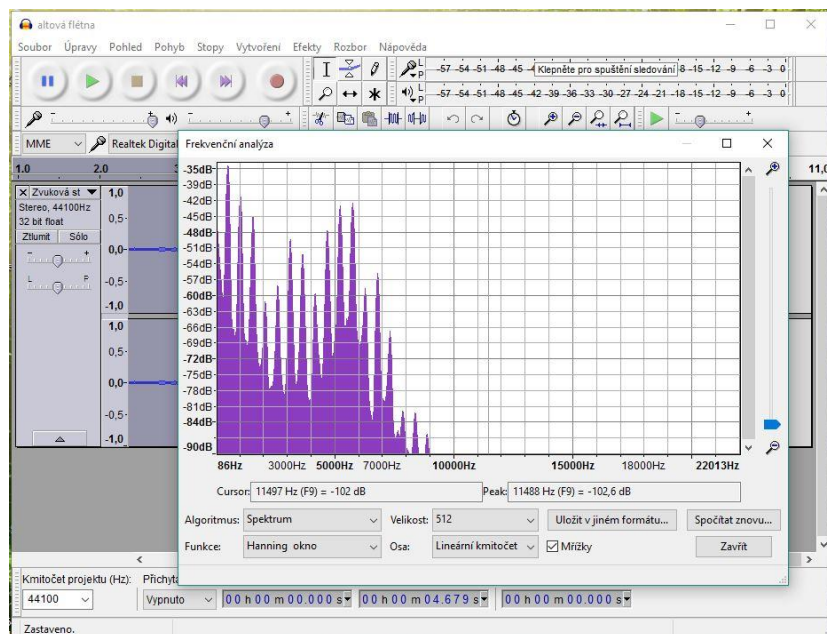
2. Praktická část

2.1. Analýza nahrávek

Vlastní analýza nahrávek v programu Audacity probíhá velmi snadno – po oddělení a uložení jednotlivých tónů do zvláštních souborů pracujeme s každým tónem zvlášť. Jak je vidět na obrázku č. 2 se v nabídce programu otevře záložka „Rozbor“ a vybereme položku „Kreslit spektrum...“, která otevře samostatné okno, ve kterém se zobrazí frekvenční analýza. Podle obrázku č. 3 pod grafem zvolíme, pokud tak již není přednastaveno do kolonky „Funkce: Hanning okno“, „Velikost: 512“ a „Osa: Lineární kmitočet“. Poté, když kurzorem najdeme špičku, ukáže se nám hodnota resp. frekvence maxima.



Obr. č. 2 – program Audacity



Obr. č. 3 – nastavení okna Audacity

2.2. Porovnání zvuku hudebních nástrojů

Z frekvenční analýzy můžeme vidět, že se kromě základní frekvence, která určuje výšku tónu, objevují i jiné frekvence, které jsou charakteristické pro daný nástroj, jak jsme si rozebrali v kapitole o barvě zvuku.

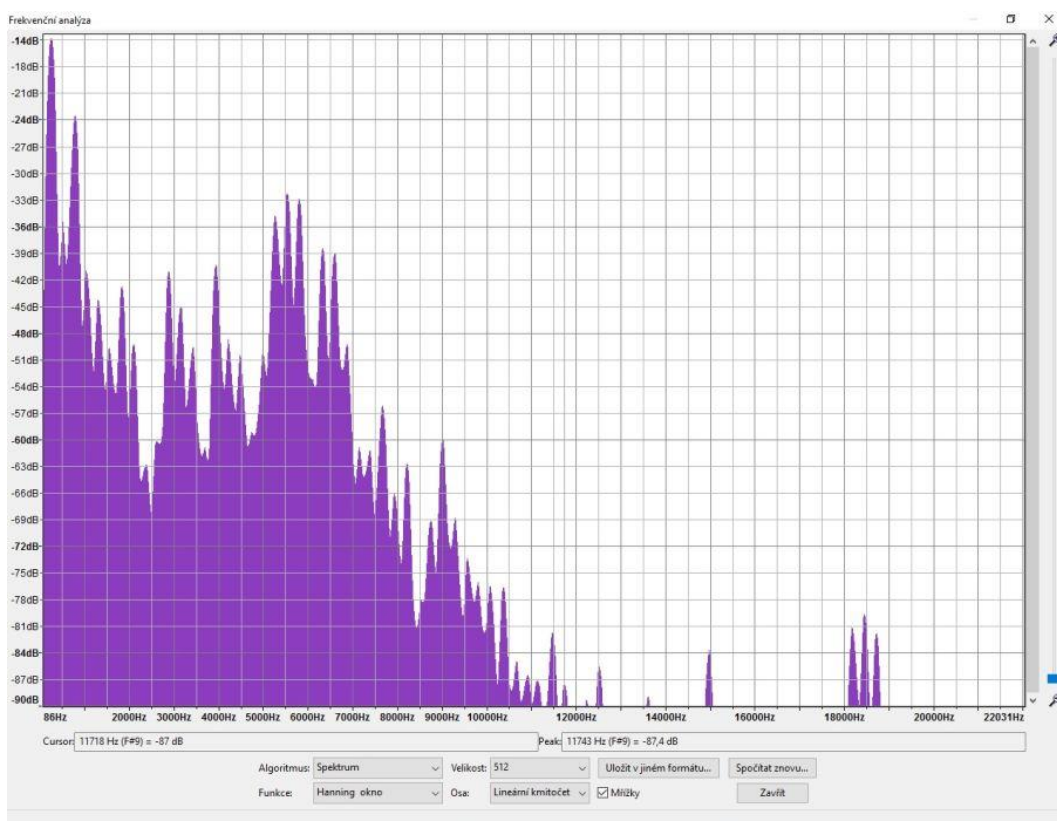
Nyní můžeme porovnat tóny hudebních nástrojů. K porovnání jsem si vybrala podobné nástroje, abych ukázala, že i nepatrný rozdíl ve zvuku nástroje, je dobře znatelný na frekvenční analýze.



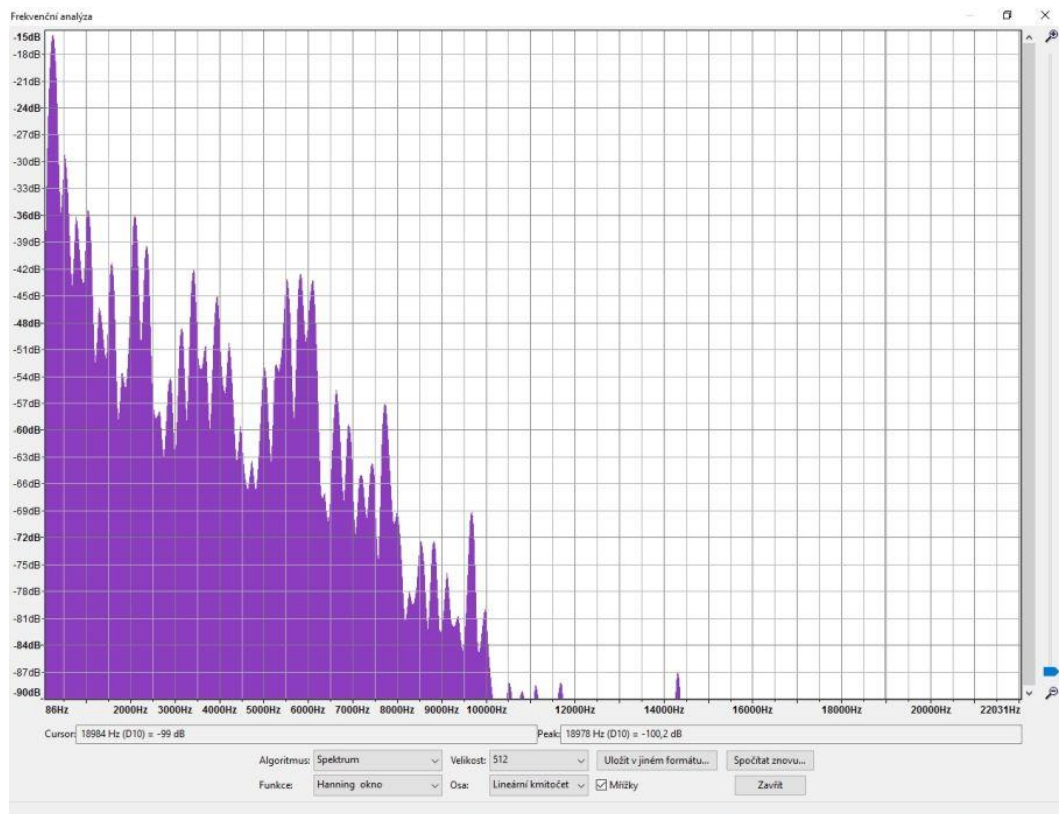
Obr. č. 4 – Barokní kytara, Stradivari



Obr. č. 5 – Klasická kytara



Obr. č. 6. – FTT Barokní kytara, tón c'

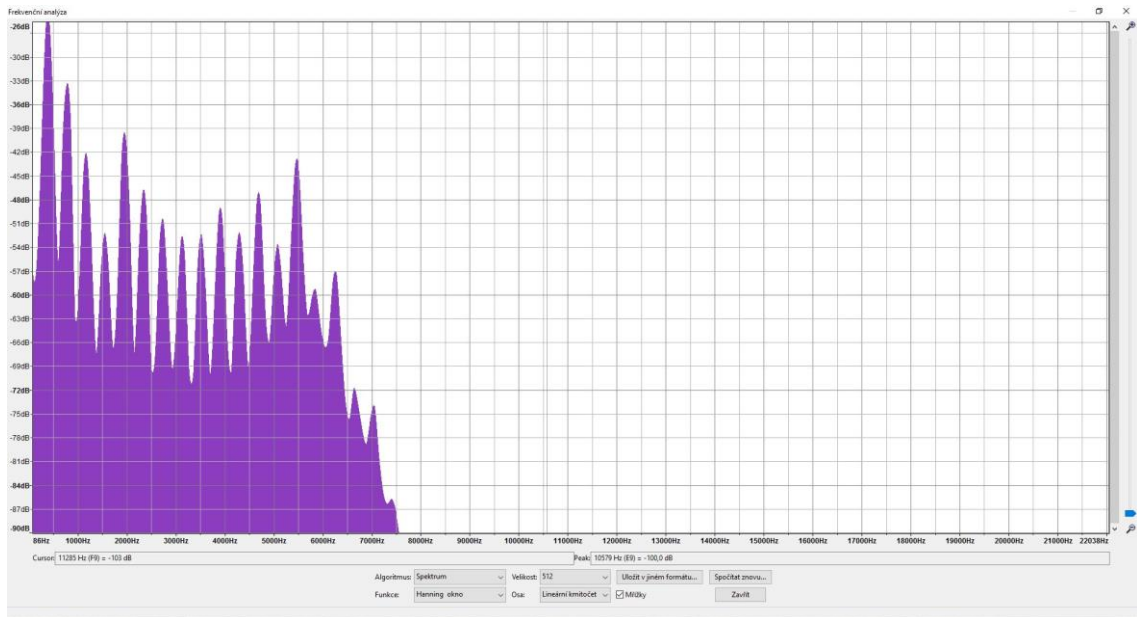


Obr. č. 7 – FTT Kytara, tón c'

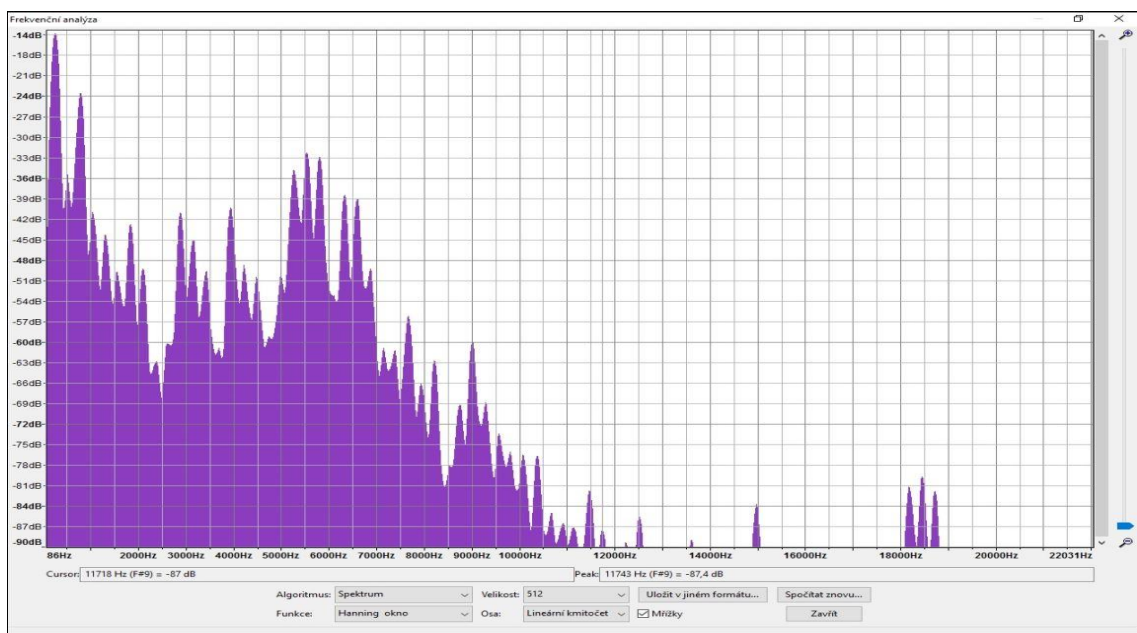
Ze srovnání je vidět rozdíl ve frekvencích, zatímco u klasické kytary jsou nejvýraznější frekvence 255Hz, 515Hz a 774Hz, u barokní kytary to jsou 266Hz, 792Hz a 5540Hz. Tento rozdíl je patrně dán drobnými konstrukčními rozdíly obou kytar, jak je vidět na obrázcích č. 4 a č. 5.

Frekvenční analýza ostatních nástrojů

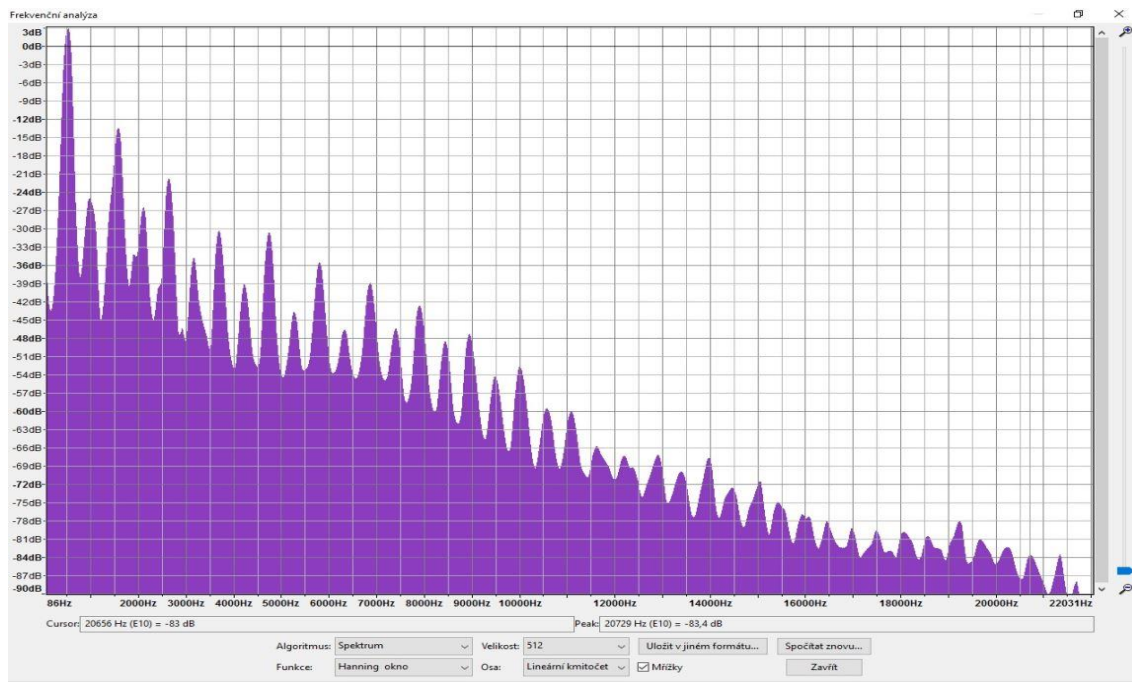
V této části práce uvedu frekvenční analýzy všech získaných nahrávek nástrojů z programu Audacity, konkrétně tóny c'. Frekvenční analýzy zbylých tónů c, v rozsahu hudebních nástrojů, v programu Audacity a všech tónů v programu Ocenaudio budou k nahlédnutí na přiloženém CD.



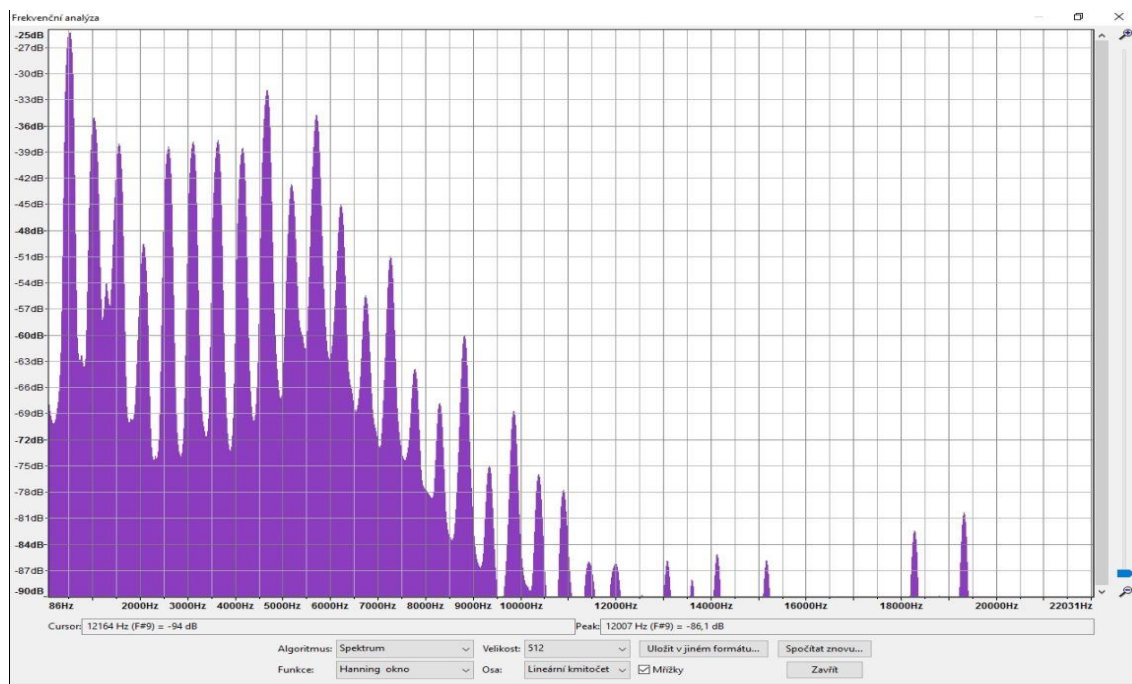
Obr. č. 8 – FFT altová zobcová flétna, frekvence: 387Hz, 790Hz, 1164Hz, 1950Hz



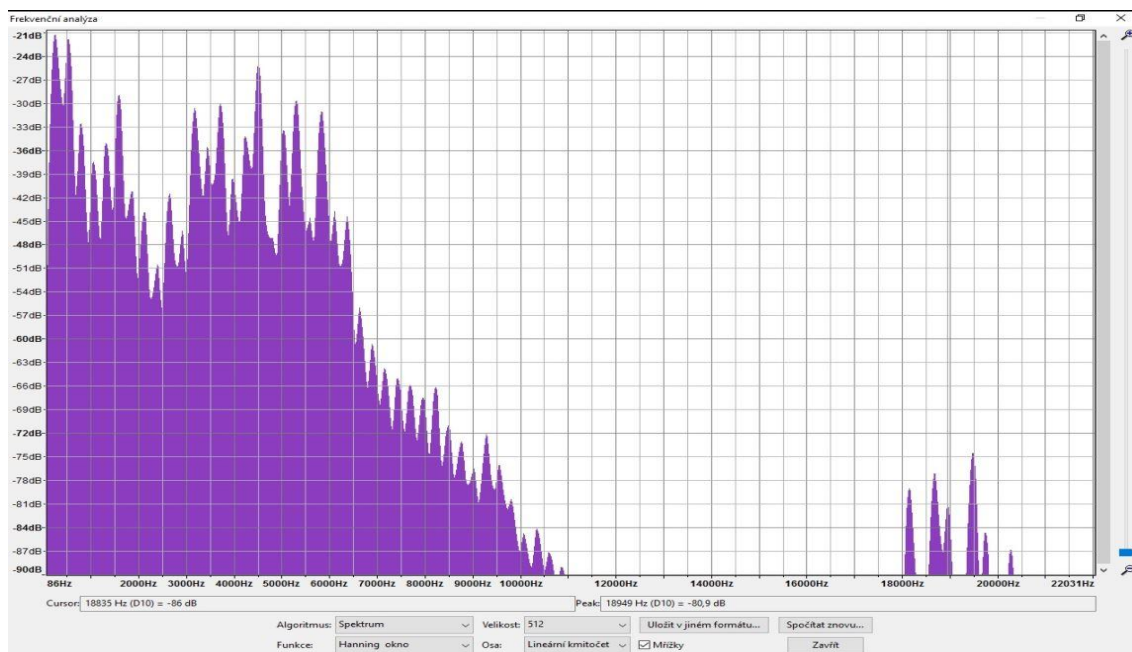
Obr. č. 9 – FFT barokní kytara, frekvence: 266Hz, 792Hz, 5540Hz



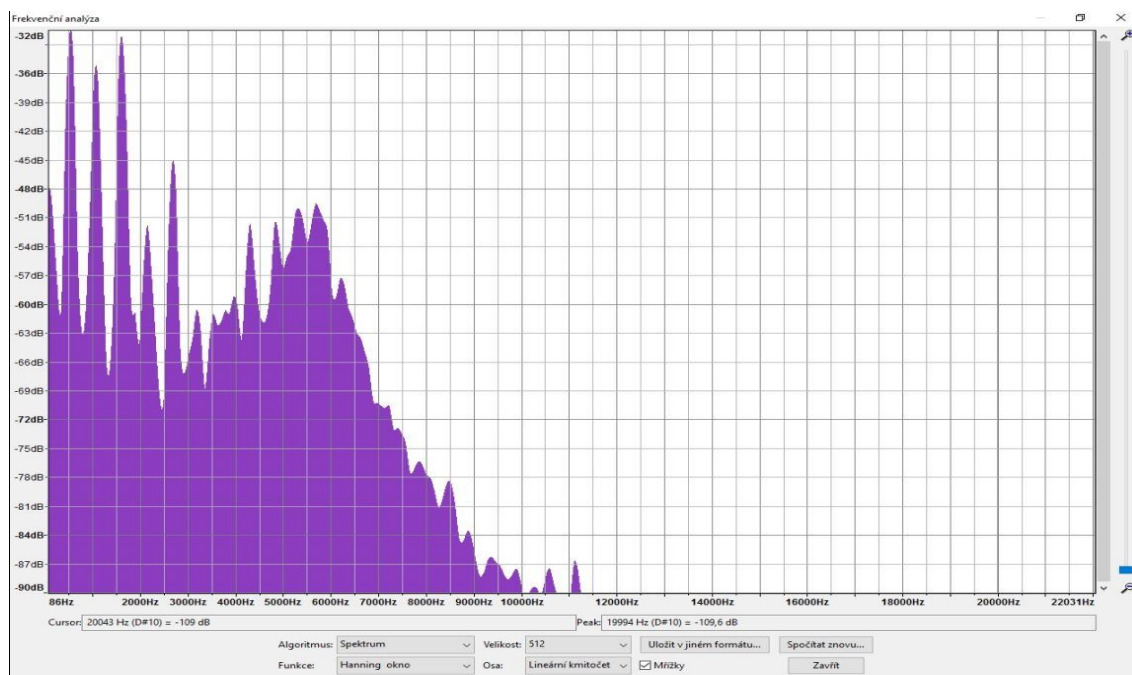
Obr. č. 10 – FFT baryton, frekvence: 533Hz, 1585Hz, 2642Hz



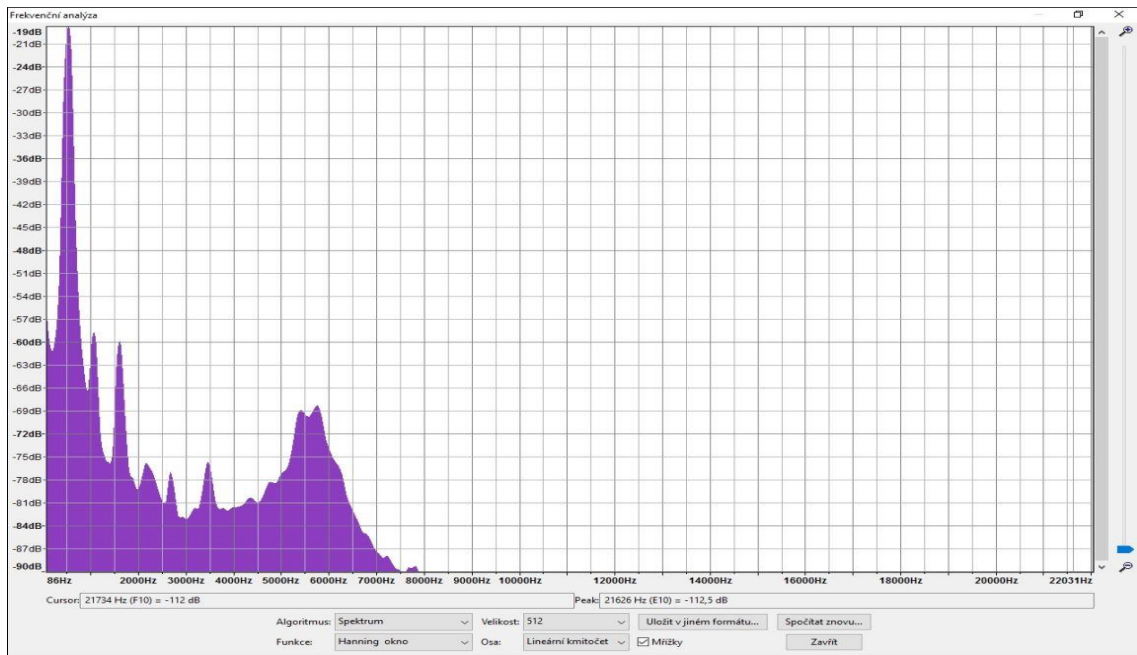
Obr. č. 11 – FFT discantovaná viola da Gamba, frekvence: 532Hz, 1039Hz, 1565Hz



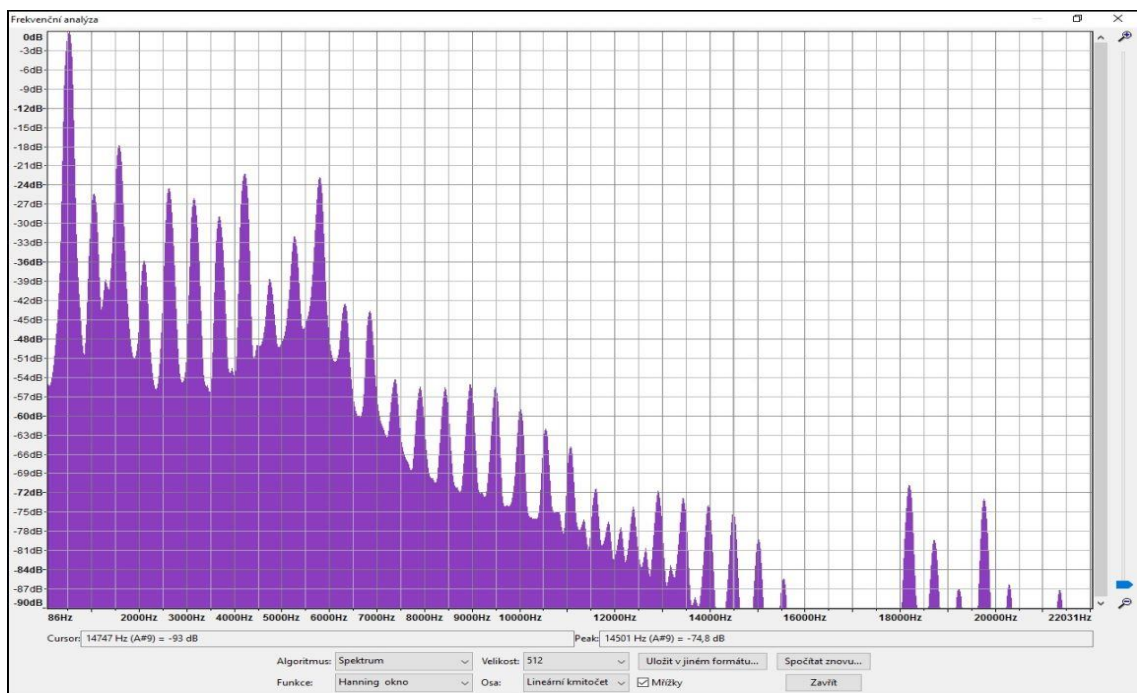
Obr. č. 12 – FFT housle, frekvence: 251Hz, 532Hz, 794Hz, 1590Hz



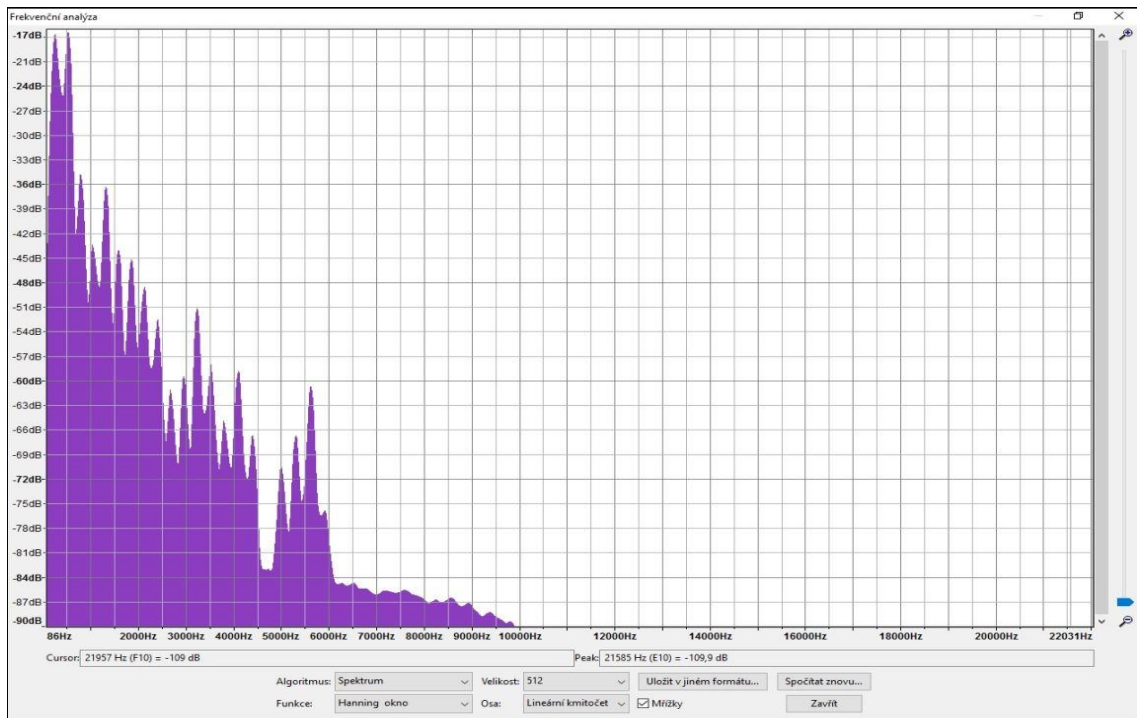
Obr. č. 13 – FFT indická bambusová flétna, frekvence: 544Hz, 1076Hz, 1609Hz



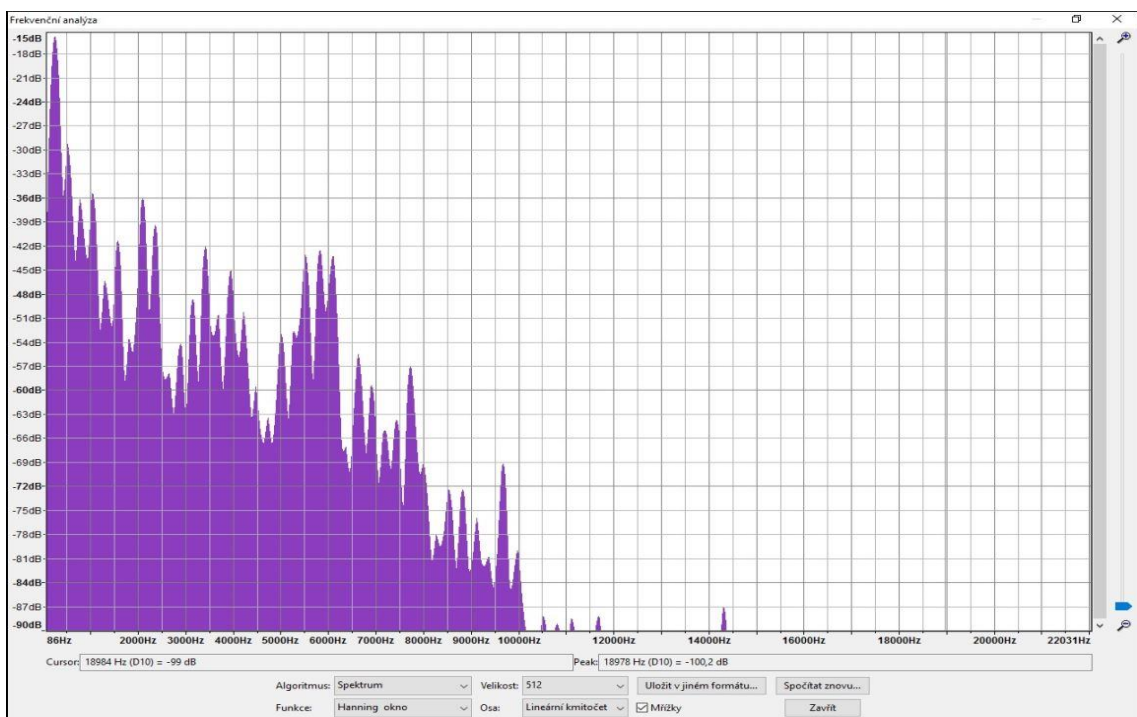
Obr. č. 14 – FFT keramická kavkazská flétna, frekvence: 543Hz, 1073Hz, 1603Hz



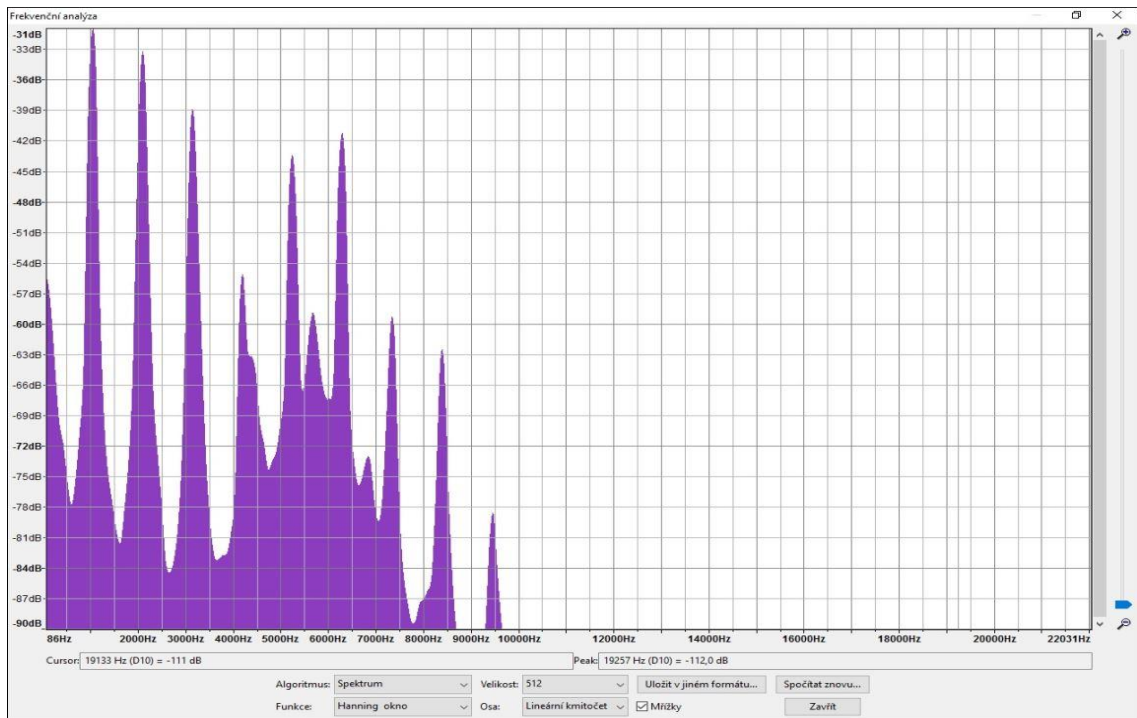
Obr. č. 15 – FFT klarinet (b ladění), frekvence: 538Hz, 1058Hz, 1586Hz



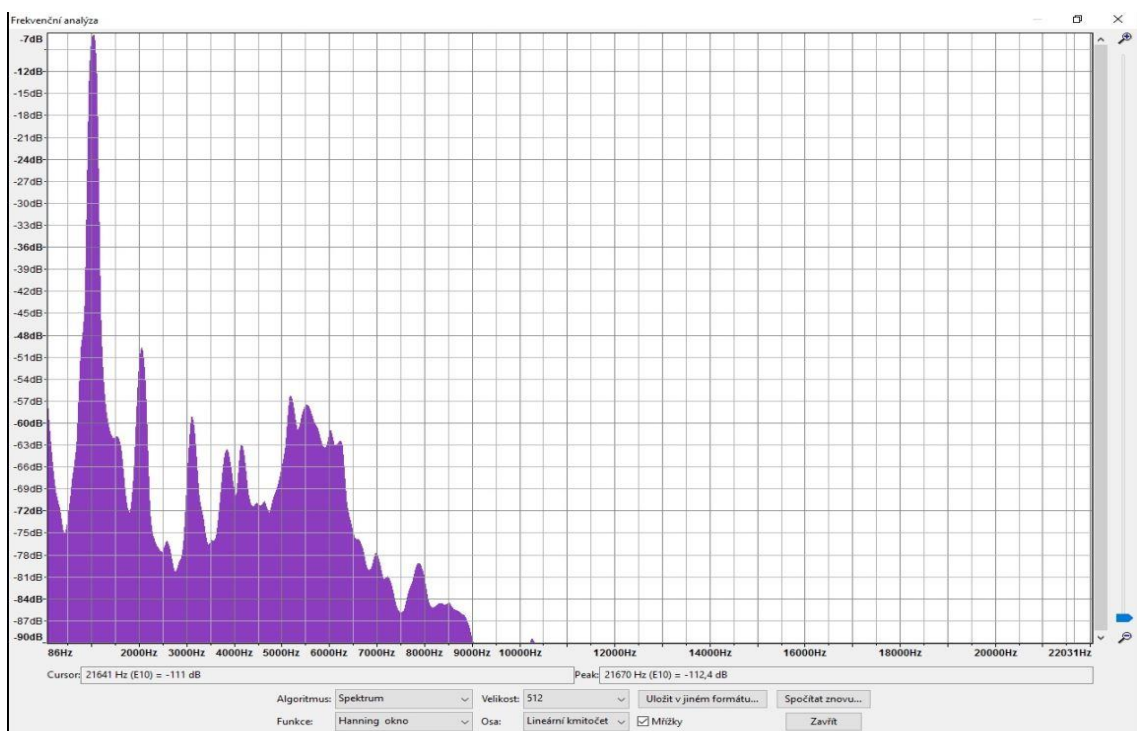
Obr. č. 16 – FFT klavír, frekvence: 249Hz, 532Hz, 788Hz



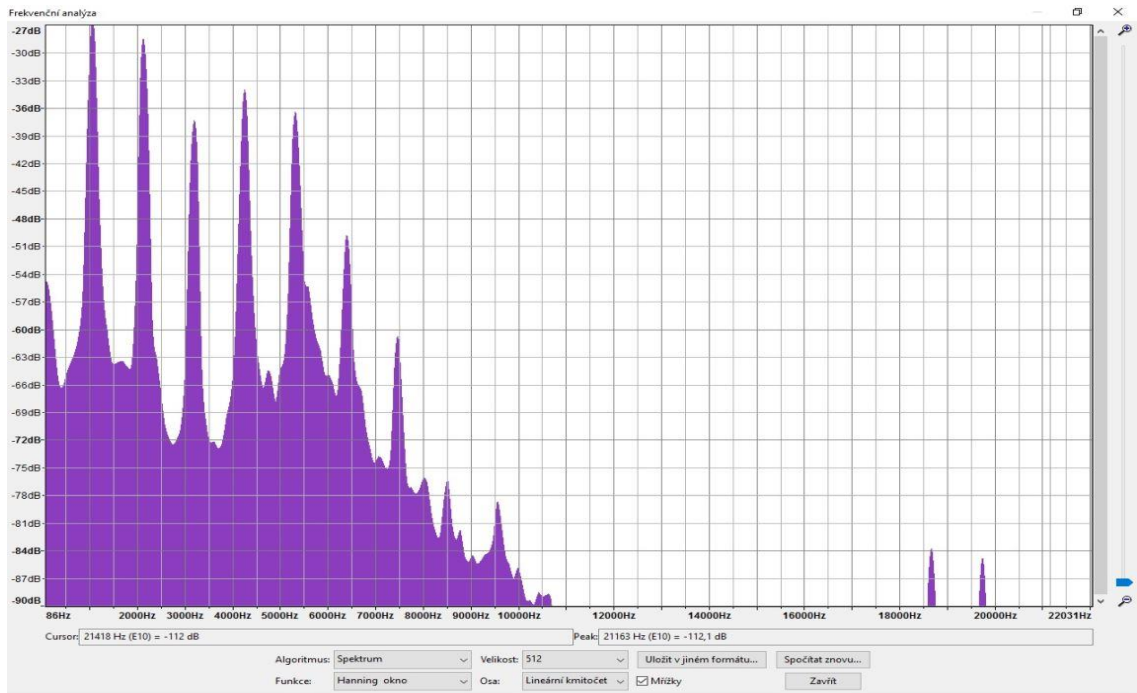
Obr. č. 17 – FFT kytara, frekvence: 255Hz, 515Hz, 774Hz



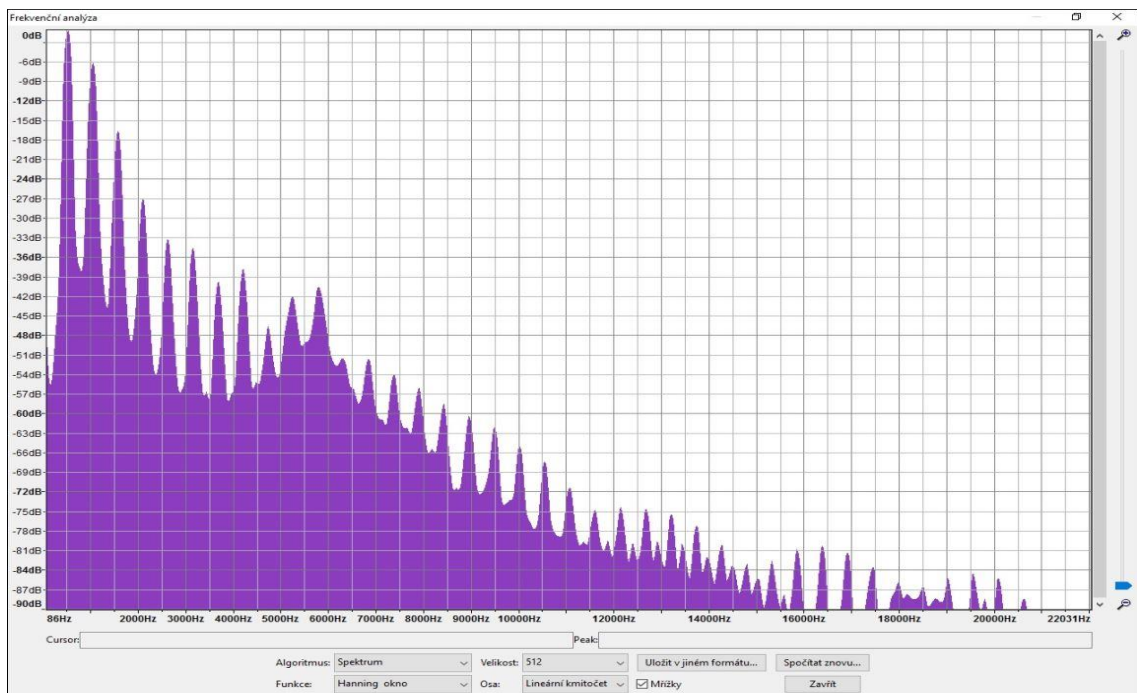
Obr. č. 18 – FFT nejmenší zobcová flétna, frekvence: 1057Hz, 2103Hz, 3147Hz



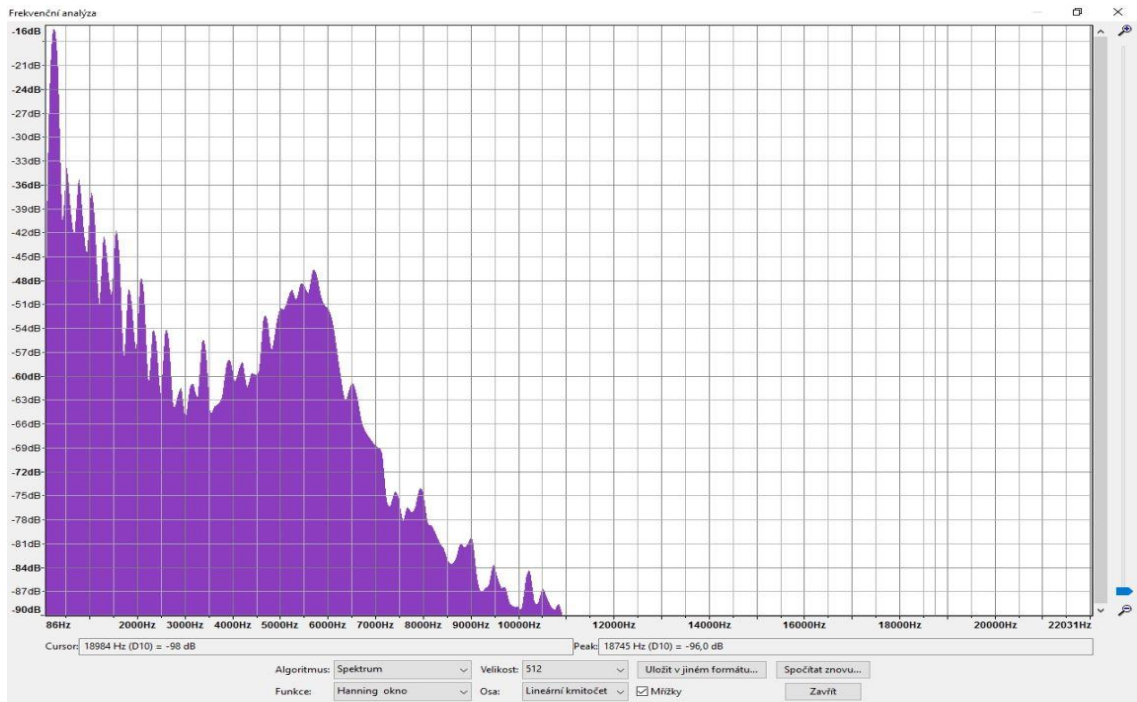
Obr. č. 19 – FFT okarina, frekvence: 1053Hz, 2058Hz, 3116Hz



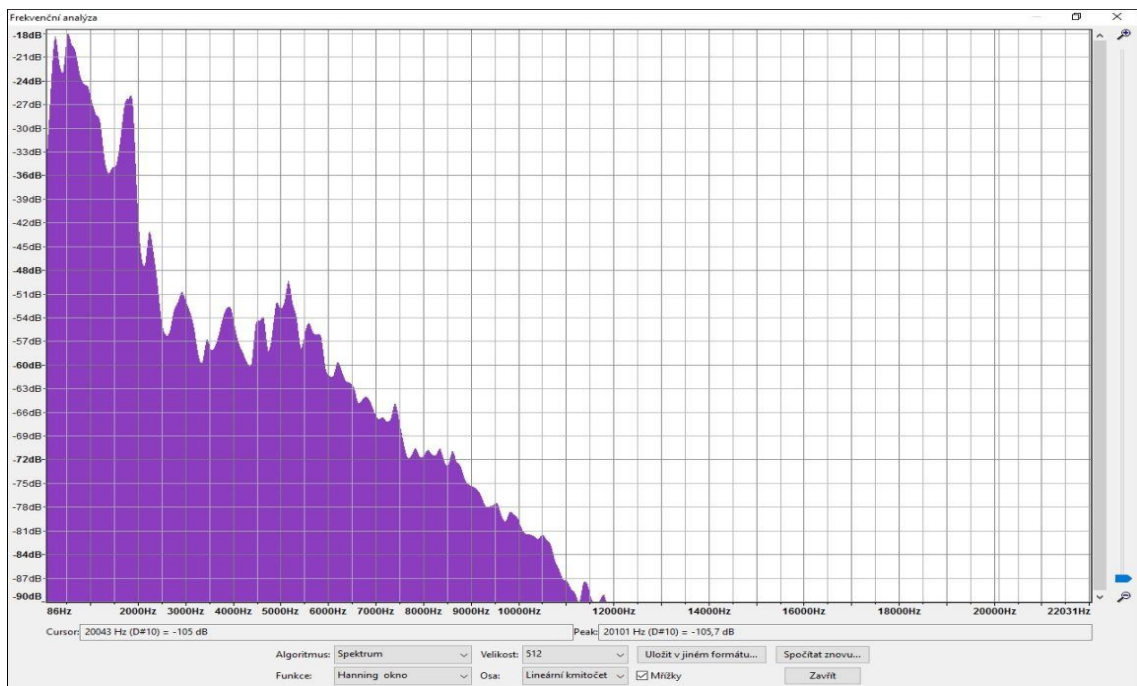
Obr. č. 20 – FFT pikola, frekvence: 1068Hz, 2164Hz, 3204Hz, 4259Hz



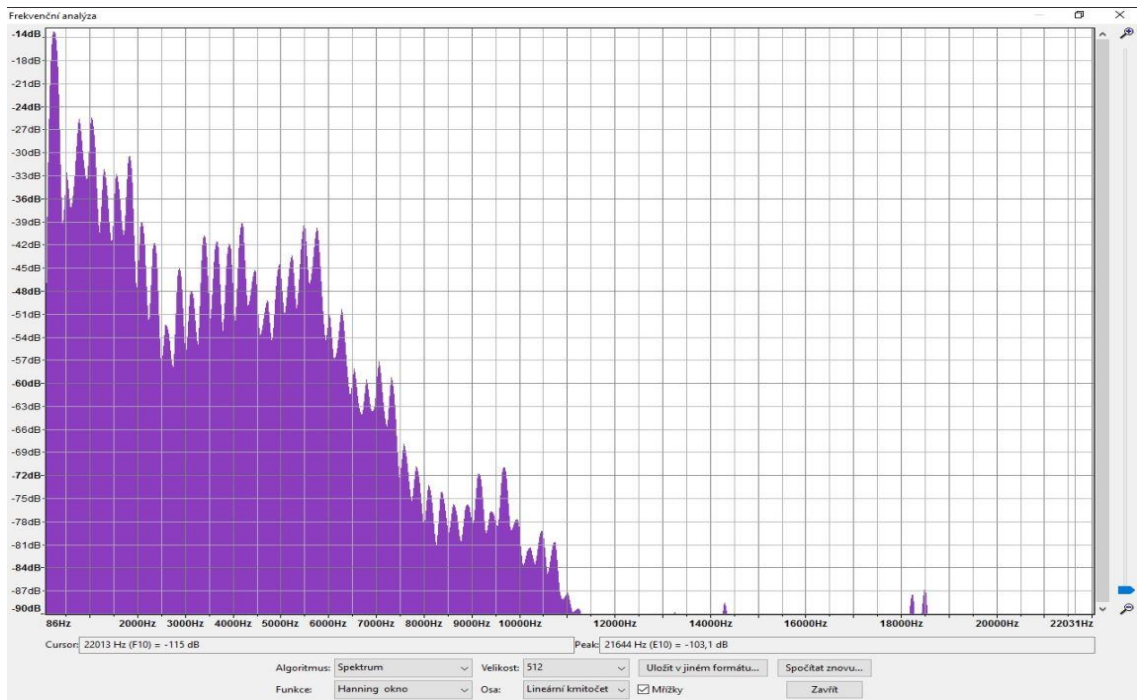
Obr. č. 21 – FFT pozoun, frekvence: 537Hz, 1058Hz, 1583Hz



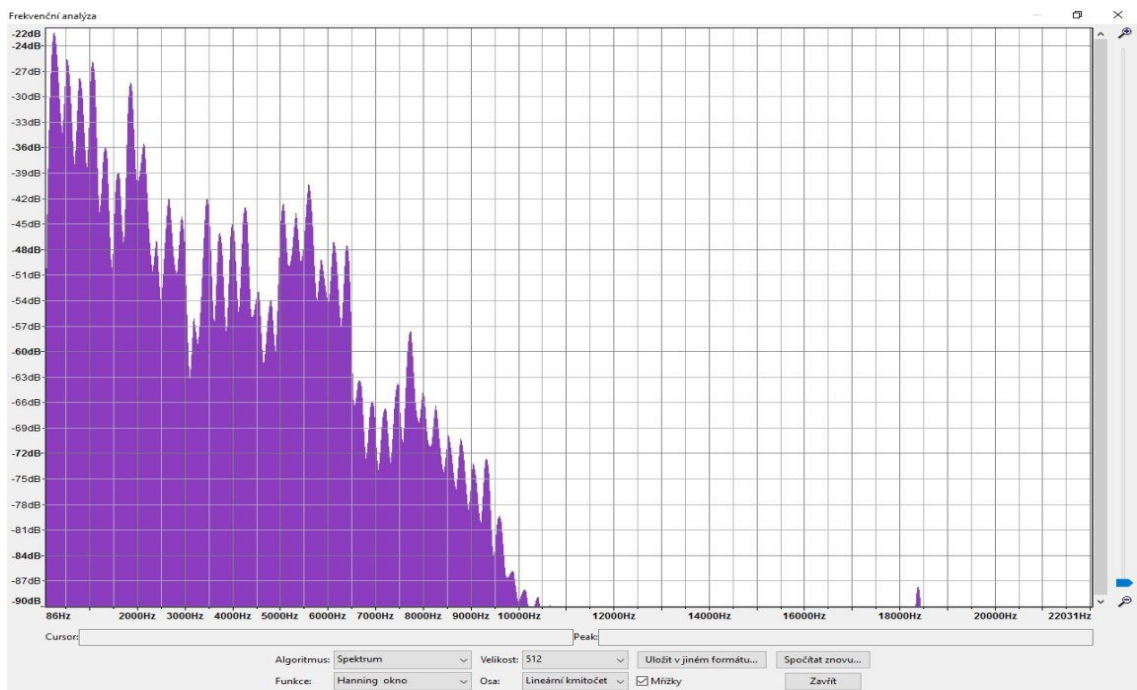
Obr. č. 22 – FFT příčná flétna, frekvence 216Hz, 506Hz, 767Hz



Obr. č. 23 – FFT tenor, frekvence 254Hz, 526Hz, 1849Hz



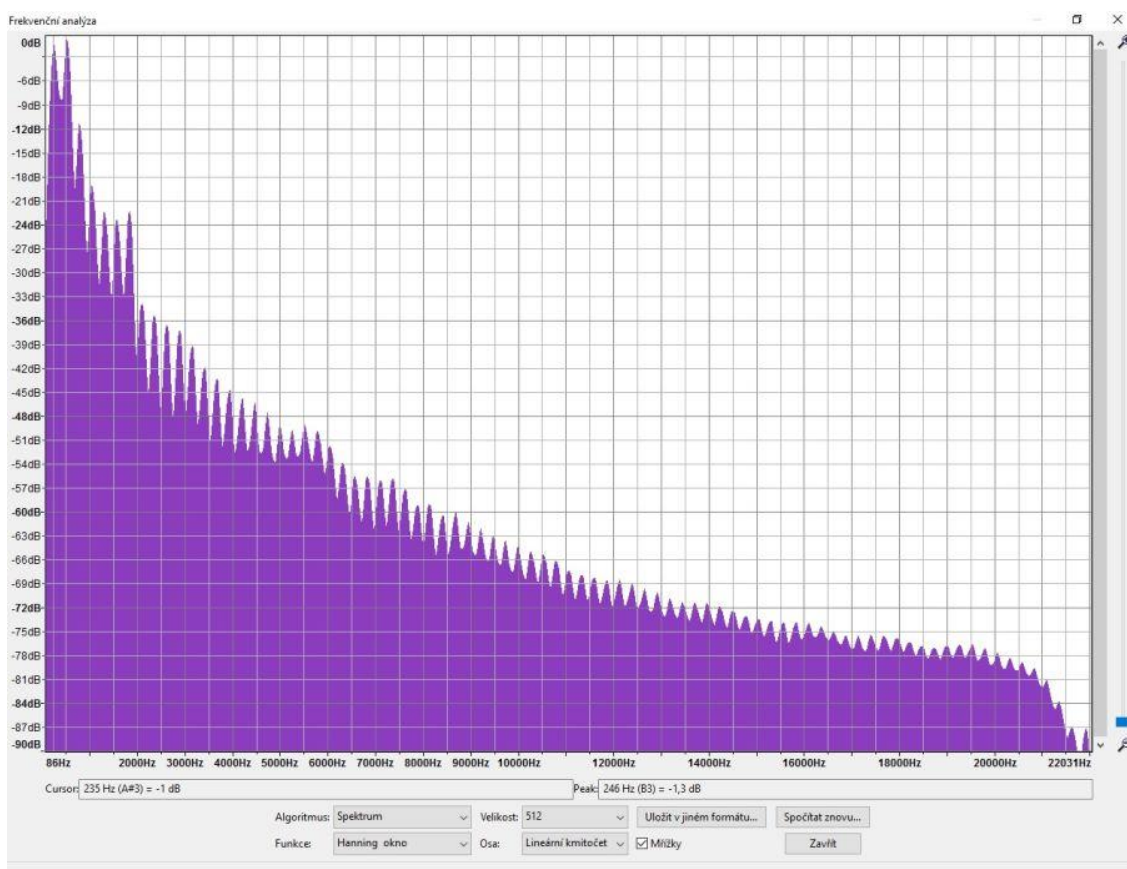
Obr. č. 24 – FFT viola, frekvence: 264Hz, 771Hz, 1042Hz, 1834Hz



Obr. č. 25 – FFT violoncello, frekvence: 256Hz, 527Hz, 869Hz, 1069Hz, 1856Hz

2.3. Porovnání Softwarů z hlediska analýzy

Jak jsem popsala výše, v programu Audacity lze frekvenční analýzu získat velmi snadno i s přesnými hodnotami. U programu Ocenaudio, ve kterém jsem také dělala frekvenční analýzu, bylo složitější získat přesné hodnoty maxim. Uživatel musí zvětšit graf tak, aby se dala hodnota odečíst z mřížky, což může vést k odchylkám v porovnání frekvencí získaných z programu Audacity. Ukážeme si výstupy analýzy tónu c barytonu v obou programech.



Obr. č. 26 – FFT Audacity, Baryton, tón c

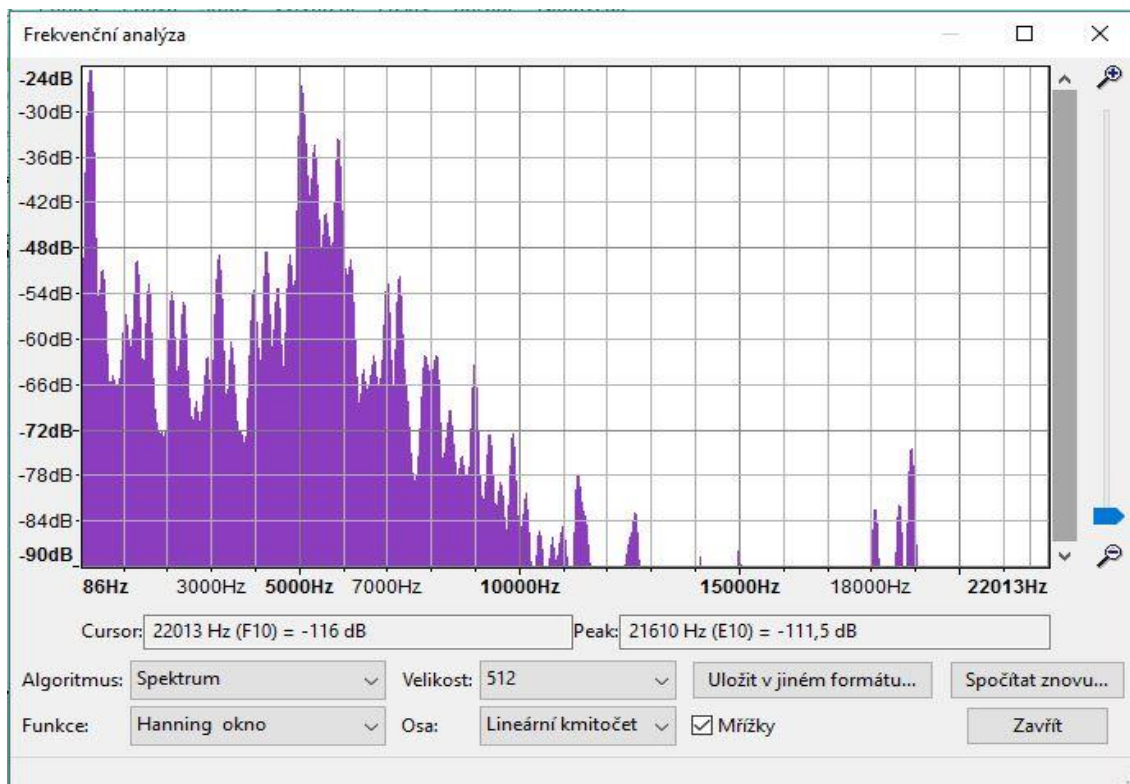


Obr. č. 27 – FFT Ocenaudio, Baryton, tón c

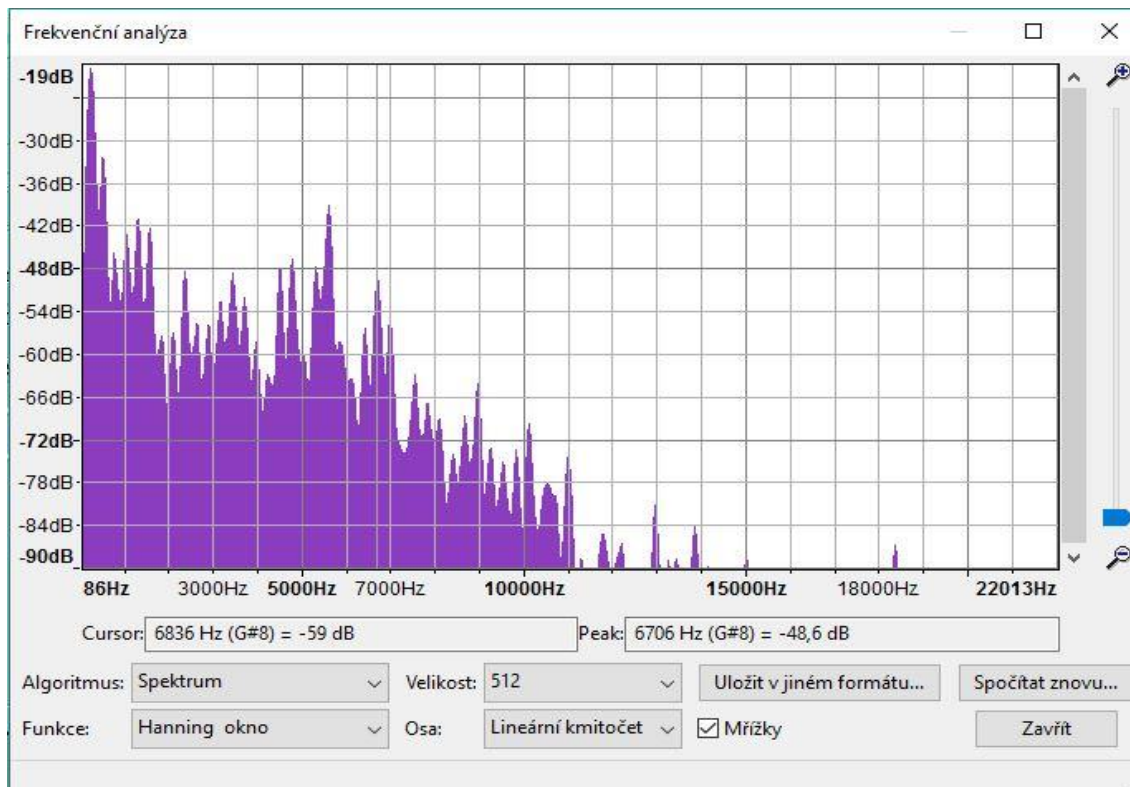
V programu Audacity byl výstup jasný, frekvence se zobrazily hned po najetí kurzorem na špičku. Z této analýzy jsou vidět frekvence barytonu při tónu c, a to 246Hz, 523Hz, 786Hz a 1046Hz. Program Ocenaudio mi zobrazil podobnou frekvenční analýzu, nicméně se frekvence lišily i o desítky Hertzů. Z této analýzy jsem odečetla frekvence 272Hz, 532Hz, 793Hz, 1054Hz.

Přesnost programu Audacity

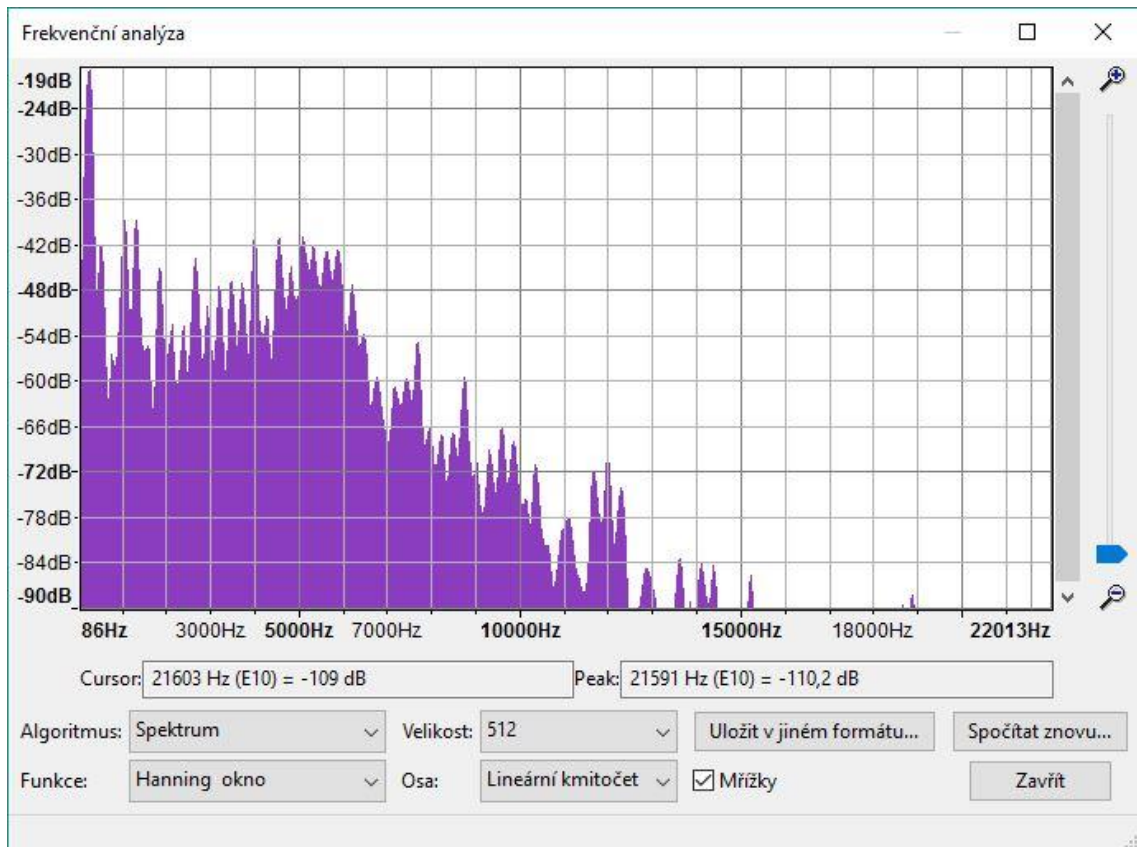
Pro zjištění přesnosti programu jsem zvolila jednoduché přeladění z normálového $a^1 = 440 \text{ Hz}$ na $a^1 = 441 \text{ Hz}$ a poté ještě na $a^1 = 445 \text{ Hz}$. Pouhým uchem je slyšitelný rozdíl ve výšce tónu, nicméně program zobrazil znatelný rozdíl až u frekvence pro $a^1 = 445 \text{ Hz}$, výsledek u normálové frekvence pro $a^1 = 441 \text{ Hz}$ byl oproti očekávání a sluchovému vjemu z frekvenční analýzy neprůkazný či dokonce opačný. Pro normálovou frekvenci $a^1 = 440 \text{ Hz}$ jsem odečetla frekvence 274Hz, 538Hz, 5065Hz a 5897Hz, pro normálovou frekvenci $a^1 = 441 \text{ Hz}$ frekvence 263Hz, 529Hz a 5620Hz, pro normálovou frekvenci $a^1 = 445 \text{ Hz}$ frekvence 277Hz, 533Hz, 1066Hz a 1335Hz, u kterých už je znatelný posun k vyšším frekvencím.



Obr. č. 28 – FFT, Kytara, normálová frekvence 440 Hz



Obr. č. 29 – FFT, Kytara, normálová frekvence 441 Hz



Obr. č. 30 – FFT, Kytara, normálová frekvence 445 Hz

Závěr

V této práci jsem ukázala základní vlivy na barvu zvuku hudebních nástrojů, a jejich fyzikální podstatu. V praktické části jsem z nahrávek tónů c hudebních nástrojů pomocí dvou programů určila frekvence, které jsou pro daný nástroj charakteristické a určují tak barvu jeho zvuku při určitém tónu. Pro tyto účely byl vhodnější program Audacity, který je uživatelsky přívětivější a analýza se provádí snadněji a dle mého názoru přesněji (program ukáže přímo frekvenci špičky po najetí kurzorem, kdežto v programu Ocenaudio uživatel musí graf několikrát zvětšovat, než se mřížka dostatečně zdrobní, aby se mohla odečíst přesná hodnota špičky). Přesnost programu Audacity je dle mého názoru dostatečná, při přeladění na jiný normál byl slyšitelný rozdíl znatelný i na výsledném grafu, bohužel mi výsledky nevyšly tak prokazatelné, zřejmě kvůli nekvalitnímu integrovanému mikrofону, který nahrávky mírně (v závislosti na hlasitosti a výšce tónu) zkresluje.

Program Audacity je možné využít i při výuce, například při laboratorních cvičeních z fyziky. V dnešní době, kdy už se na většině škol při výuce či laboratorních měřeních běžně využívají tablety či notebooky, je námětů na využití tohoto programu opravdu velké množství. Zaujala mě např. úloha z fyzikální olympiády r. 2004, kdy se do programu nahraje zvuk dopadajícího pružného míčku a ze zkracujících se intervalů dopadů se určí koeficient pružnosti materiálu míčku. Tento program bych použila při výuce i pro jednoduchou ukázkou, na jakých frekvencích mluví různí žáci, např. porovnání výšky hlasu chlapců a dívek. Při delší časové dotaci by si mohl každý žák určit svůj hlasový rozsah. Každý student by provedl tři nahrávky – první nahrávka by obsahovala nahrávku např. samohlásky „a“ při normálním tónu hovoru, druhá co nejhlubší „a“ a třetí co nejvyšší „a“. Z grafů by si mohl každý student určit svůj rozsah a pak také přibližný tón, na kterém běžně komunikuje.

Seznam použité literatury

[1] Hubeňák J., *MESDEF.doc*

[2] Syrový V., *Hudební akustika*, Akademie múzických umění v Praze, Praha 2003, ISBN 80-7331-901-2

[3] Podobský J., *Procházky akustikou*, Gaudeamus, Hradec Králové 1999, ISBN 80-86148-28-9

[4] Hubeňák J., *Téma 4 Harmonická analýza signálu.pdf*

Seznam použitých obrázků

Obr. č. 4: <http://www.fleischlinger.cz/foto/SH-Stradivari.jpg> [online]

Obr. č. 5: <http://frontman.cz/je-lepsi-klasicka-nebo-akusticka-kytara> [online]