



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**  
**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A**  
**BIOMECHANIKY**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

# **POČÁTKY APLIKACE METODY KONEČNÝCH PRVKŮ V BIOMECHANICE**

THE BEGINNINGS OF THE APPLICATION OF FINITE ELEMENT METHOD IN BIOMECHANICS

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**  
BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

**PETR HÁJEK**

**VEDOUCÍ PRÁCE**  
SUPERVISOR

**Ing. Zdeněk Florian, CSc.**

BRNO 2012



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2011/12

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): Petr Hájek

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Počátky aplikace metody konečných prvků v biomechanice**

v anglickém jazyce:

#### **The beginnings of the application of finite element method in biomechanics**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Metoda konečných prvků je v současné době nejpoužívanější metodou v biomechanice člověka. Cílem bakalářské práce je zpracovat přehled použití této metody na počátku její aplikace v biomechanice člověka.

Cíle bakalářské práce:

1. Provedení rešerše dostupné literatury v oblasti řešeného problému.
2. Historie aplikace metody konečných prvků v biomechanice.
3. Přehled problémů řešených na počátku aplikace metody konečných prvků v biomechanice.
4. U vybraného problému posouzení vývoje jeho řešení a současný stav.

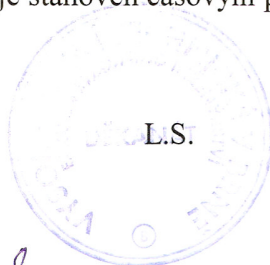
Seznam odborné literatury:

- [1] Huiskes R., Chao E. Y. S.: A survey of finite element analysis in orthopedic biomechanics: The first decade, J. Biomechanics Vol. 16, No. 6, pp. 385-409. 1983.  
[2] Valenta, J.: Biomechanika člověka, svalově kosterní systém, Díl 2, Praha, Vydavatelství ČVUT, 1997  
[3] Dungal, P., a kol.: Ortopedie, Grada Publishing a.s., Avicenum, Praha, 2005, ISBN 80-247-0550-8

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Zdeněk Florian, CSc.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/12.

V Brně, dne 16.11.2011



prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.  
Děkan

## **Abstrakt**

Bakalářská práce je zaměřena na počátky aplikace metody konečných prvků v biomechanice. Období počátků můžeme vymezit léty 1972, kdy metodu v biomechanice poprvé představil Brekelmans a kol., a 1983, kdy byla metoda v této oblasti běžně používána.

Hlavní částí práce je rešeršní studie, která toto období mapuje, uvádí vždy autora (popř. tým autorů), použitý model, zaměření výzkumu. Práce některých autorů jsou rozepsány podrobněji, jiné jsou zmíněny spíše okrajově.

Studie je doplněna deformačně napěťovou analýzou stehenní kosti, která shrnuje základní poznatky z rešeršní studie. Metoda konečných prvků je zde tedy využita i prakticky.

## **Klíčová slova**

Biomechanika, metoda konečných prvků, femur, kost stehenní, ANSYS.

## **Abstract**

Bachelor's thesis is aimed to beginnings of the application of finite element method in biomechanics. We can define the period of beginnings by the ages 1972, when Brekelmans et al. introduces the method in biomechanics, and 1983, when the method was well established in this field.

The main part of the thesis is research study describing this period, presents author (or author's group), model used, a focus of their work. The works of some authors are discussed in detail; other works are mentioned more marginally.

Beside the research study, there is a strain-stress analysis of femur in the thesis, which summarizes basic findings from research study. This is a practical application of the finite element method.

## **Keywords**

Biomechanics, finite element method, femur, thigh bone, ANSYS.



**Bibliografická citace:**

HÁJEK, P. *Počátky aplikace metody konečných prvků v biomechanice*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 63 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Zdeněk Florian, CSc.





### **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Počátky aplikace metody konečných prvků v biomechanice vypracoval samostatně a s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu literatury.

V Brně dne 25. 5. 2012

*Petr Hájek, v.r.*



### **Poděkování**

Děkuji tímto Ing. Zdeňku Florianovi, CSc. za odbornou spolupráci, cenné připomínky a rady při tvorbě této bakalářské práce.



# Obsah

<b>ÚVOD A CÍL PRÁCE .....</b>	<b>15</b>
ÚVOD .....	15
FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ .....	16
<i>Formulace problému.....</i>	<i>16</i>
<i>Cíle řešení.....</i>	<i>16</i>
<b>1 REŠERŠNÍ STUDIE .....</b>	<b>17</b>
1.1 PRÁCE ZAMĚŘENÉ NA APLIKACI MKP V BIOMECHANICE .....	19
1.1.1 <i>Práce s využitím 2-D MKP modelu .....</i>	<i>19</i>
1.1.2 <i>Práce s využitím 3-D MKP modelu .....</i>	<i>25</i>
1.2 PRÁCE ZAMĚŘENÉ NA KONKRÉTNÍ PROBLÉMY KLINICKÉ PRAXE.....	26
<b>2 DEFORMAČNĚ NAPĚŤOVÁ ANALÝZA FEMURU.....</b>	<b>39</b>
2.1 ANALÝZA ÚROVNĚ MKP MODELU .....	39
<b>3 TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU.....</b>	<b>41</b>
3.1 MODEL GEOMETRIE .....	41
3.2 MODEL MATERIÁLU .....	42
3.3 MODEL ZATÍŽENÍ A VAZEB .....	43
3.3.1 <i>Zatížení.....</i>	<i>43</i>
3.3.1 <i>Uložení .....</i>	<i>49</i>
3.4 TVORBA SÍTĚ – DISKRETIZACE MODELU .....	49
3.5 VÝPOČTOVÝ MODEL .....	50
3.6 ŘEŠENÍ.....	50
<b>4 PREZENTACE A ANALÝZA VÝSLEDKŮ .....</b>	<b>51</b>
4.1 PREZENTACE VÝSLEDKŮ.....	51
4.2 ANALÝZA VÝSLEDKŮ .....	53
<b>5 ZÁVĚR .....</b>	<b>55</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>57</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ .....</b>	<b>61</b>
<b>SEZNAM OBRÁZKŮ.....</b>	<b>63</b>
<b>DODATKY</b>	



## ÚVOD A CÍL PRÁCE

### Úvod

Metoda konečných prvků je v současné době mnohostranně využívanou metodou v biomechanice člověka. V ortopedické biomechanice je tato metoda využívána zejména k hodnocení přetvoření a napětí v kostních tkáních. Metoda konečných prvků s výhodou umožňuje modelování a navrhování tvaru implantátů používaných v medicínské praxi.

Uvedená bakalářská práce mapuje problémy, které byly řešeny pomocí této metody v počátcích jejího uvedení do biomechaniky.

Prvotní aplikace MKP byly orientovány dvěma rozdílnými směry: první směr byl zaměřen zejména na demonstraci schopností metody konečných prvků a jejího využití v biomechanice, přičemž dopad na rozvoj lékařské praxe byl spíše v pozadí, zbylá menší část výzkumů se zabývala řešením konkrétních problémů zvláště v oblasti ortopedie [1]. Druhá zmíněná část výzkumů začala v pozdější době převažovat, jelikož metodika už byla zvládnuta, navíc vzrůstala potřeba řešit konkrétní klinické problémy [1]. Výpočtové modely metody konečných prvků byly také použity k hlubšímu pochopení či ověření hypotéz, které byly vysloveny na základě zkoumání a pozorování člověka [2].

Podle tohoto rozdělení budou také v následujícím textu členěny problémy řešené pomocí metody konečných prvků. Tyto budou dále seřazeny chronologicky a logicky tak, aby čtenář získal srozumitelnou formou přehled o počátcích aplikace výše zmíněné metody v biomechanice a zároveň aby se v textu mohl jednoduše orientovat.

Jeden z problémů, který bude v rešeršní části práce uveden, bude předmětem kapitoly Deformačně napěťová analýza femuru. Bude se jednat o praktickou ukázkou řešení deformací a napětí ve zvolené části lidského těla.

## Formulace problému a cíle řešení

### Formulace problému

V předchozí části je uvedena stručná uvozovací charakteristika problému. Ke kvalitnímu zpracování tématu je nutné vymezit oblast řešení, popř. určit hranice budoucí rešeršní studie, jelikož správná formulace problému udává celé práci směr a tím ji vede k cíli.

I přesto, že počátky biomechaniky<sup>1</sup> můžeme nalézt již v pracích Aristotela ze Stageiry (384–322 př. n. l.) [3], později v pracích Galilea Galileiho<sup>2</sup> (1564–1642) šířeji rozvedené jako součást mechaniky [5] a jeho současníka matematika Giovanni Alfonsa Borelliho (1608–1679) [6], bakalářská práce se zabývá pouze obdobím biomechaniky, kdy došlo k pokroku věd v důsledku rozvoje digitální techniky.

Na základě výše uvedeného vymezení lze problém formulovat takto:

*Zpracování počátků historie MKP v biomechanice časově ohraničených prvním použitím MKP v biomechanice a ustálením této metody v oblasti biomechaniky, přičemž použitou metodou bude rešerše dostupné literatury. Ukázka řešení vybraného problému biomechaniky s posouzením jeho vývoje. Práce se zaměří zejména na oblast ortopedické biomechaniky.*

### Cíle řešení

Cílem řešení je zpracování vymezeného problému do takové hloubky, aby podalo jasný a názorný přehled o problémech, s jakými se MKP potýkala v počátcích svého uvedení do biomechaniky a také, aby se čtenář mohl blíže seznámit s vědeckými postupy, které se v minulosti v biomechanice používaly. Ukázka bude provedena v programu ANSYS, který je v dnešní době jedním z nejpoužívanějších a pravděpodobně i nejlépe hodnocených programů pro tvorbu a řešení výpočtových modelů metodou konečných prvků. Práce potom bude odrazovým můstkem k dalšímu studiu v oboru biomechanika.

---

<sup>1</sup> Tehdy samozřejmě součástí filozofie, potažmo kosmologie.

<sup>2</sup> Galilei uvedl už v roce 1638 napětíovou analýzu dlouhé kosti [4].



# 1 REŠERŠNÍ STUDIE

„*Biomechanika člověka je mimořádně pokrokový a transdisciplinární vědní obor.*“<sup>3</sup> Její rozvoj byl podstatně urychlen rozmachem digitální technologie a výpočetní techniky, konkrétně využitím numerických metod.

Metoda konečných prvků je přibližná variační metoda spadající právě do oblasti numerických metod, přičemž je v převážné většině využívána její deformační varianta.

Počátky MKP můžeme nalézt v roce 1943, kdy matematik Richard Courant vyslovil myšlenku diskretizovat spojité těleso. Jeho práce byla po deseti letech znovuobjevena inženýry, kteří na matematickém základě<sup>4</sup> vyvinuli první aplikace používající MKP a po počáteční revoluci v oblasti analýzy napětí v inženýrské mechanice se metoda dostala i do oblasti biomechaniky [1].

Je zřejmé, že k řešení napětí a přetvoření částí lidského těla, nejsou běžně využívané výpočty z oblasti pružnosti a pevnosti kovů příliš vhodné. Modely, které jsou k těmto výpočtům používány, jsou aplikovatelné zejména v těch případech, kdy se řešená součást vyznačuje např. geometrickou symetrií, symetrickou zátěží nebo materiálem, který se dá modelovat jako lineárně pružný.

MKP je vhodná i pro takové napěťové analýzy, kde analytické řešení není umožněno třeba právě v důsledku pro řešení nevhodné konfigurace zatížení nebo nesouměrné geometrii. Řešení je potom uskutečněno rozdělením studovaného předmětu na jednotlivé elementy, které jsou navzájem spojeny svými body, úsečkami či plochami [9].

Každému elementu jsou pak stanoveny jeho vlastnosti (např. modul pružnosti, Poissonův poměr) [9]. Při řešení je popis struktury převeden na matematické rovnice založené na teorii mechaniky pevných těles [1], z nichž se určí prvně deformace<sup>5</sup> a poté napětí. Obdržená napětí můžeme srovnávat s experimentálně získanými hodnotami napětí biologických materiálů [7].

Jelikož je MKP metodou přibližnou, vyvstává otázka, jak určit, zda je řešení na dané rozlišovací úrovni správné. Odpovědí na tuto otázku bývá test konvergence, kdy autor MKP

---

<sup>3</sup> Viz [7], s. 3.

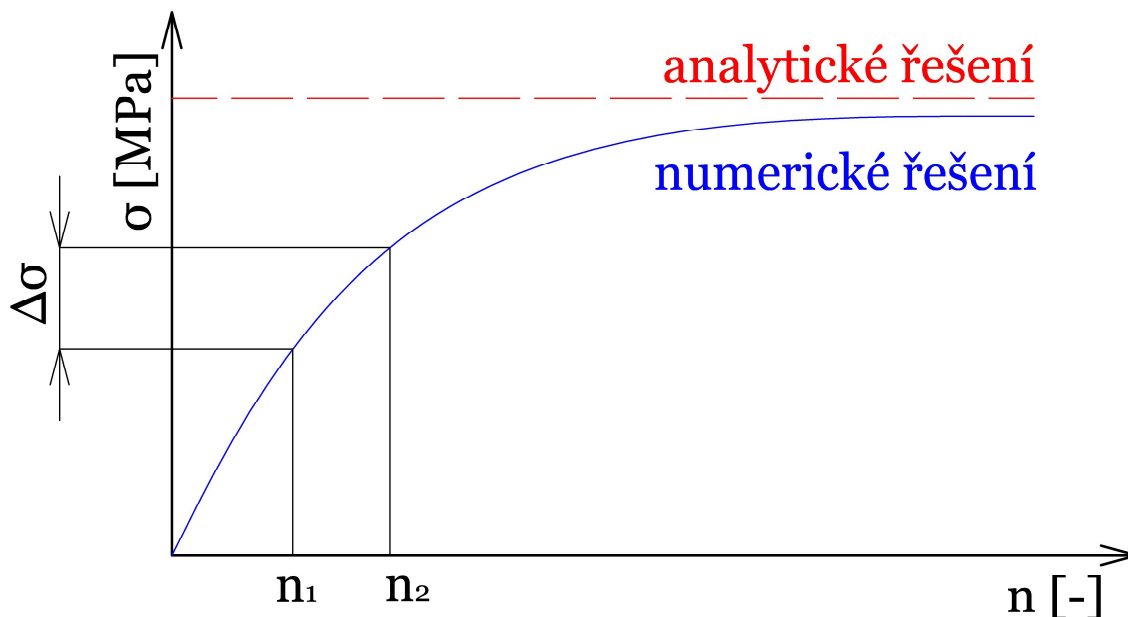
<sup>4</sup> MKP využívá Lagrangeův variační princip [8].

<sup>5</sup> Odtud deformační varianta metody.

analýzy zvyšuje počet prvků modelu (na *Obr. 1.1* viz počty prvků  $n_1$ ,  $n_2$ ), a sleduje, jak se mění hodnota  $\Delta\sigma$  (změna napětí). Je-li  $\Delta\sigma$  na dané rozlišovací úrovni zanedbatelné, autor může prohlásit model za přesný.

MKP je tedy metodou přibližnou v takovém smyslu, že pokud by se počet prvků (nebo hustota sítě) blížil k nekonečnu, pak by konečno-prvkové řešení konvergovalo k analytickému řešení<sup>6</sup> [1].

Jak bylo naznačeno v úvodu, v další části rešeršní studie budou problémy řešené v počátcích nástupu MKP do biomechaniky členěny podle svého účelu, a tedy jako problémy orientované na použití MKP v biomechanice a jako prakticky zaměřené problémy v této oblasti.



*Obr. 1.1 – Test konvergence*

Kde:  $\sigma$  [MPa] – hodnota napětí

$\Delta\sigma$  [MPa] – rozdíl napětí

$n_1$ ,  $n_2$  [-] – počet prvků

<sup>6</sup> Rozuměj k přesnému řešení.

## 1.1 Práce zaměřené na aplikaci MKP v biomechanice

### 1.1.1 Práce s využitím 2-D MKP modelu

V roce 1972 byla MKP poprvé představena v oblasti biomechaniky. Tuto numerickou metodu využil Brekelmans a kol., práci uvedl pod názvem „A new method to analyse the mechanical behaviour of skeletal parts“. [1]

Ve výše uvedeném článku [10] byla MKP uvažována jako jedna z možností (vedle experimentálních metod), jak řešit stav napjatosti v kostní tkáni při různých fyziologických zatíženích. Studie si kladla za cíl demonstrovat právě využití MKP v této oblasti. Také bylo provedeno srovnání této metody s metodami experimentálními.

Výzkum byl zaměřen na lidský femur, jehož chování při zatížení bylo posuzováno z různých hledisek. Při daném zatížení byla napjatost ve femuru řešena jednak experimentálně, jednak pomocí modelu. Byly použity následující experimentální metody:

- křehké laky,
- optická metoda,
- tenzometrická měření,
- fotoelasticimetrická měření.

První zmíněná metoda byla využívána ve čtyřicátých a padesátých letech dvacátého století, v roce 1972 byla již poměrně zastaralá [10]. Druhá uvedená metoda byla poměrně složitá, a tím i časově nákladná. Tenzometrická měření se používají stále a jsou také časově poměrně nákladná vzhledem k množství času vynaloženému na přípravu měření, snaží-li se autor o větší přesnost. Metoda podává informace o povrchových napětích. Poslední zmíněná metoda vyžaduje dvojrozměrný či třírozměrný model kosti z transparentního materiálu. Ten je při zatížení prosvětlen polarizovaným světlem. V modelu nemůže být zahrnuta ani nehomogenita materiálu ani jeho anizotropie.

Napětí ve femuru určená těmito metodami byla srovnána s hodnotami napětí získanými z MKP řešení. MKP model byl dvojrozměrný, rovinný. Femur byl rozdělen do devíti set třiceti šesti trojúhelníkových elementů s pěti sty třiceti sedmi uzly (viz *Obr. 1.2*).

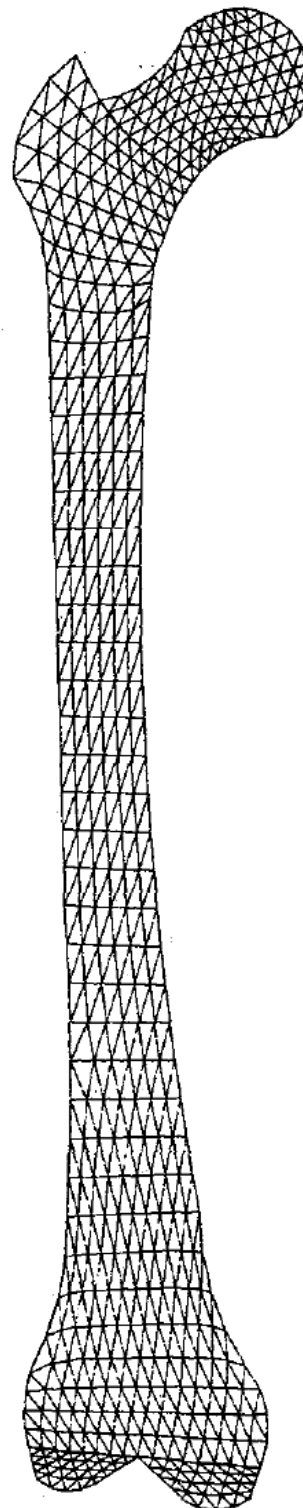
Kost byla modelována jako homogenní, izotropní a lineárně pružná s Youngovým modulem pružnosti 20000 MPa a Poissonovým poměrem 0,37.

Výpočet probíhal se dvěma typy zatížení. Prvním typem bylo zatížení pouze na kloubní hlavici, druhým typem bylo zatížení nejen na kloubní hlavici, ale i na velkém chocholíku. Působíště a velikosti zatížení byly převzaty z Kochových řešení (1917) resp. z řešení Rydella (1966) a McLeishe & Charnleyho (1970) zřejmě proto, aby bylo možno poukázat na rozdíl mezi jejich výpočty<sup>7</sup> a výpočty provedenými MKP. Laterálnímu a mediálnímu kondylu byly zamezeny všechny posuvy, aby kost byla přesně určena v prostoru.

Výsledky řešení byly pro oba typy zatížení prezentovány grafickou formou (jakožto deformovaný a nedeformovaný tvar femuru, průběhy napětí – viz *Obr. 4.6* a *Obr. 4.5*). Vynesenými napětími byla napětí v podélném směru kosti, hlavní napětí, izolinie a ekvivalentní napětí. Ekvivalentní napětí byla navíc samostatně vykreslena pro případ delšího krčku kloubní hlavice a pro případ kloubního krčku po varizační osteotomii; při tomto výpočtu bylo aplikováno zatížení podle Rydella.

Deformované tvary zkoumaného femuru se pro oba druhy zatížení téměř neodlišují.

Z průběhu izolinií můžeme usuzovat o vztahu mezi trámčinou spongiózní kosti (v epifýze) a zatížením známém jako Wolffův zákon (v době Wolffa se jednalo o hypotézu).



*Obr. 1.2 – Model z výpočtu Brekelmanse a kol. [10]*

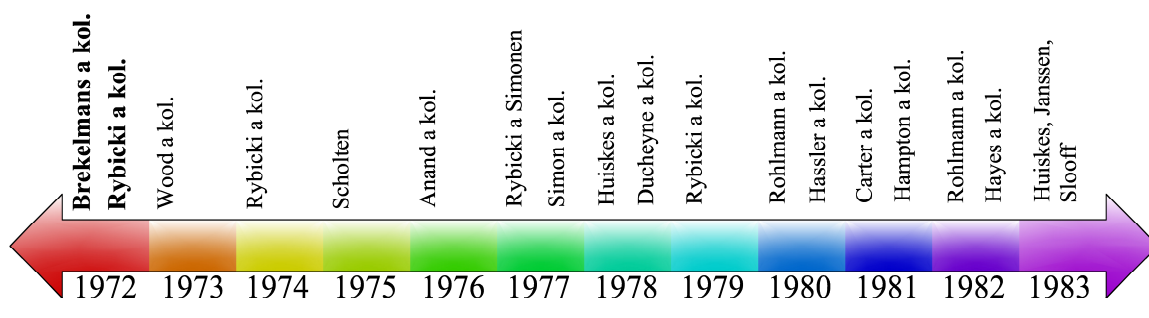
<sup>7</sup> Koch použil prutovou teorii [2], Rydell založil své výpočty na tenzometrickém měření [11].

Výše diskutovaná práce uvedla MKP jako poměrně schopný nástroj pro řešení napětí v živých tkáních, i přesto zůstala v té době MKP relativně nepovšimnuta [1]. Uvědomme si, že nástup a rozvoj nových poznatků a technologií je obecně zpomalen setrvačností lidského vědění, v tomto případě byl rozvoj navíc omezen zvolna vzrůstajícím pokrokem v číslicové technice, MKP tento postup tlačila kupředu.

Chceme-li práci nějakým způsobem hodnotit, musíme mít stále na paměti, že výzkum byl zaměřen směrem na metodu a ne na konkrétní klinický problém; práce nastínila další postup MKP řešení zejména přes preciznější vymezení problému a vyváženější mezioborový přístup k jejich řešení. Ke cti autora uvedené práce neslouží absence testu konvergence, který by mohl vrhnout více světla do otázky přesnosti modelu [1].

Další z raných na metodu orientovaných prací je práce Rybického a kol. z roku 1972 – „On the mathematical analysis of stress in the human femur“ [2]. Podobně jako u první uvedené práce, i zde byla hodnocena napětí v lidském femuru. Srovnání použitých metod bylo ovšem pojato odlišně. Zatímco Brekelmans a kol. srovnával MKP řešení s experimentálními měřeními, Rybicki a kol. srovnal napětí obdržená z MKP řešení s napětími získanými z výpočtu založeného na prutové teorii. Pomocí MKP Rybicki a kol. analyzoval pouze horní část femuru, tedy epifýzu tvořenou spongiózní kostní tkání. Zmíněný článek [2] byl totiž částí rozsáhlejšího programu, který měl „zkoumat a určit faktory ovlivňující strukturní charakteristiky a regeneraci kosti“<sup>8</sup>.

První část práce se týkala výpočtu napětí ve femuru pomocí prutové teorie. Aby mohl být ve výpočtu použit modelu prutu, měly by být splněny tzv. prutové předpoklady<sup>9</sup>. Tyto předpoklady mohly být splněny pouze v diafýze femuru. Přesto byly tyto předpoklady připsány i v epifýze. Prutový model byl odvozen od práce Kocha (1917), přičemž pro samotný výpočet byl využit jednoduchý počítačový program, který pro každý předem určený příčný

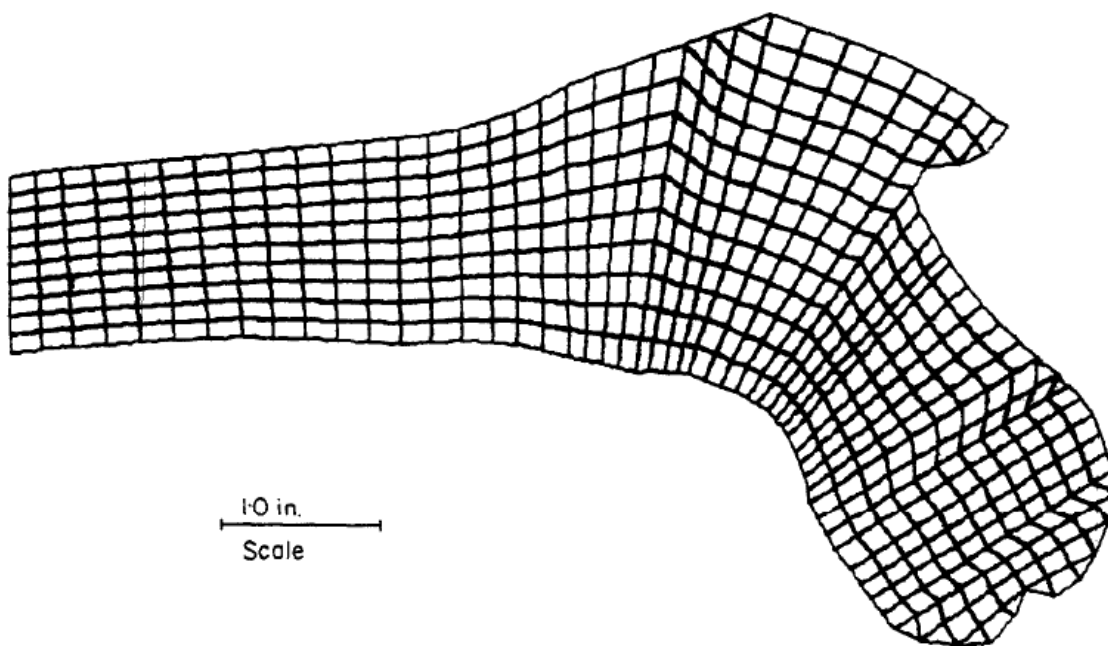


<sup>8</sup> Viz [2], s. 204, z angl. originálu přeložil autor.

<sup>9</sup> Prutové předpoklady: geometrické, vazbové, zatěžovací, deformační a napjatostní.

průřez vypočítal silové výslednice a rozložení napětí.

Zatížení kosti bylo uvažováno trojího druhu. Jedno bylo převzato opět od Kocha (1917) a Toridise (1969) – bylo to jednoduché axiální zatížení hlavy femuru. Druhý a třetí typ zatížení byl odvozen od stoje na jedné dolní končetině. Při stoji na jedné dolní končetině působí na nejnižší rozlišovací úrovni na kloubní hlavici femuru výsledná styková síla určená hmotností těla<sup>10</sup>. Tímto určená síla byla pro oba zatěžovací případy umístěna na kloubní hlavici. Stoj by nemohl být realizován bez zapojení určitých skupin svalů. Do výpočtu byla tedy zahrnuta síla vyvozená svaly gluteus medius a gluteus minimus<sup>11</sup> a svalem tensor faciae latae<sup>12</sup>. První dva svaly tvořily druhý typ zatížení, ve třetím typu zatížení byl kromě prvních dvou svalů zahrnut i poslední zmíněný sval.



Obr. 1.3 – MKP model epifýzy Rybického a kol. z [2]

Pro všechny typy zatížení byly vykresleny průběhy napětí femuru. Bylo ukázáno, že zatížení vyvozené svalem tensor faciae latae mění ohybové napětí, a to z tahové oblasti až do tlakové oblasti.

<sup>10</sup> Jako váha muže bylo bráno 200 lb (asi 91 kg), po odečtení váhy jedné nohy 169 lb (asi 77 kg).

<sup>11</sup> Část svalové skupiny kyčelních abduktorů.

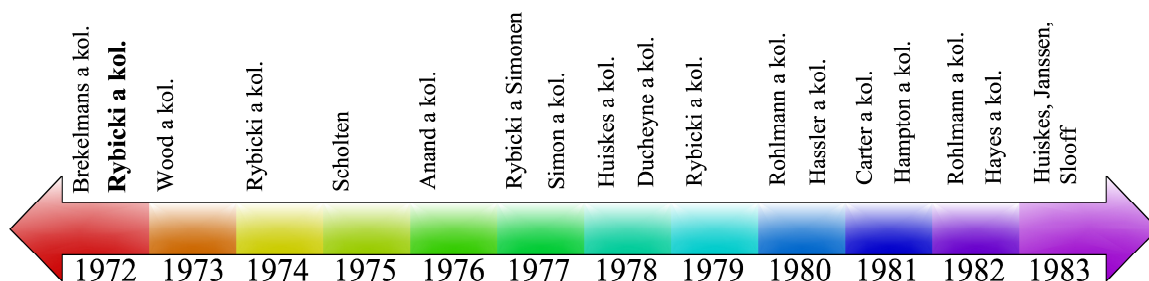
<sup>12</sup> Sval začíná na přední hraně ilia, končí na iliotibiálním hrbolku umístěném na proximálně laterální části tibie [2].

Konečno-prvkové řešení bylo provedeno pouze pro epifýzu femuru, protože prutová teorie dala v oblasti diafýzy uspokojivé výsledky [2]. MKP zde byla využita jako nástroj vhodný pro detailnější řešení napětí, jelikož oblast úponů svalů byla po této stránce ovlivněna podle Saint Venantova principu.

Model epifýzy femuru (*Obr. 1.3*) použitý v této části práce byl znovu rovinný, proto byly využity 2-D elementy<sup>13</sup>. Vliv tloušťky epifýzy femuru byl do výpočtu zahrnut Youngovým modulem pružnosti, který se měnil z elementu na element [1]. Materiálové vlastnosti byly modelovány jako homogenní a izotropní, aby se dal ilustrovat rozdíl mezi výsledky výpočtu podle prutové teorie a výsledky získanými z MKP analýzy. K jednoznačnému určení modelu v prostoru bylo na distálním konci modelu zamezeno posuvům ve všech směrech.

MKP řešení bylo provedeno pro stejná zatížení jako v případě výpočtu pomocí prutové teorie. Zatížení zde byla ovšem realizována jako plošná zatížení. Ta byla uvažována zřejmě z toho důvodu, že svalový úpon se neváže k bodu, ale na plochu, čímž získáme plošné zatížení. Toto zatížení se také nemohlo nahradit silou, protože v tak malé zkoumané části kosti by zůstala její velká část ovlivněna tímto modelem zatížení (Saint Venantův princip).

Pro všechny typy zatížení byly graficky znázorněny průběhy napětí, ve stejném grafu byly pro srovnání vyneseny i průběhy napětí získané z výpočtu pomocí prutové teorie. Srovnání ukázalo, že obě metody poměrně přesně predikovaly oblasti nižších napětí v hlavě femuru; v oblasti těla femuru byla napětí obdržená z výsledků prutové teorie vyšší než z výsledků získaných z konečno-prvkového řešení. Velké rozdíly v hodnotách napětí se objevily i na velkém chocholku, kde ve všech zátěžných případech dávala prutová teorie vyšší hodnoty napětí. V otázce velikosti deformace těla femuru oba přístupy souhlasily – deformace vznikla primárně od ohybu. MKP řešení také potvrdilo, že je-li uvaženo i zatížení od svalu tensor faciae



<sup>13</sup> Typ elementu nebyl blíže specifikován; z obrázků v [2] můžeme soudit, že se jednalo o rovinné čtyřúhelníky. Nebyly uvedeny ani další specifikace jako např.: počet prvků, počet uzlů atd.

latae, pak napětí v těle femuru klesne, a to až třikrát, oproti femuru zatíženému podle druhého případu.

Použité metody umožnily vykreslení izolinií. Ty byly vykresleny pro první dva typy zatížení. Výsledky prutové teorie vykazovaly shodu s Kochovým řešením z roku 1917.

Podstatné rozdíly se ovšem objevily mezi výpočty trajektorií napětí získanými z prutové teorie a MKP. Autor článku se v otázce správnosti trajektorií stavěl spíše na stranu MKP. Prutová teorie je totiž už od základu omezena svými předpoklady, kdežto výpočet pomocí MKP není závislý na předpokladech, jakým způsobem se mohou napětí měnit v rámci příčného průřezu. Autor také naznačil, že další směr vývoje aplikace MKP bude postupovat přes jemnější síť, aby se dala do výpočtu lépe zahrnout nehomogenita a anizotropie vnitřní struktury kosti.

Výše popsaná práce tedy srovnala rozdíl mezi řešením napětí pomocí prutové teorie a pomocí MKP. MKP zde byla uvedena jako nástroj k určení napětí v geometricky složitých objektech. Kromě volby metody zde bylo také ukázáno, že při stoji na jedné dolní končetině snižuje sval tensor faciae latae napětí v kosti až trojnásobně.

Podobný model jako Rybicki v [2] navrhl v roce 1973 Wood a kol., který ovšem ve výpočtu použil rovinné elementy proměnlivé tloušťky [1].

O rok poté uvedl Rybicki a kol. [12] 2-D model pro studium mechanických vlastností příčných zlomenin ošetřených kovovou dlahou. MKP řešení bylo ověřeno experimentálně<sup>14</sup>, opět zde bylo poukázáno na nedostatečnost použití jednoduchého prutového modelu k výpočtu napětí. Konečno-prvkové řešení bylo provedeno pro modelové zatěžovací podmínky.

I přesto, že byla v této práci část věnovaná právě MKP řešení a jejímu srovnání s experimentem, kolektiv autorů už řešil konkrétně daný klinický problém.

---

<sup>14</sup> Tenzometrickým měřením.



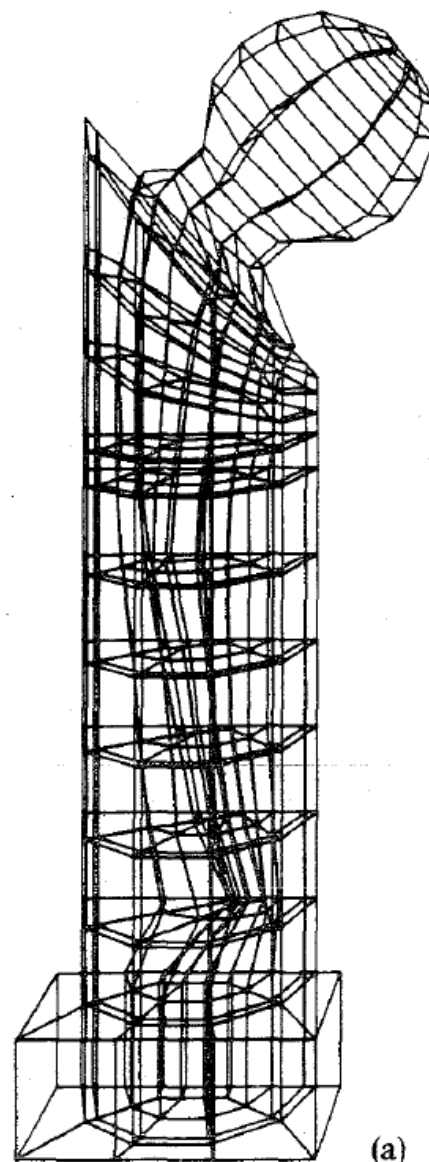
### 1.1.2 Práce s využitím 3-D MKP modelu

MKP aplikace se neubíraly pouze cestou 2-D modelů. Relativně krátce po vstupu MKP do oblasti biomechaniky začaly být vytvářeny i 3-D modely. I zde platilo, a možná ještě více než u 2-D analýz, že publikované práce byly výrazně zaměřeny na metodu, na využití potenciálu MKP.

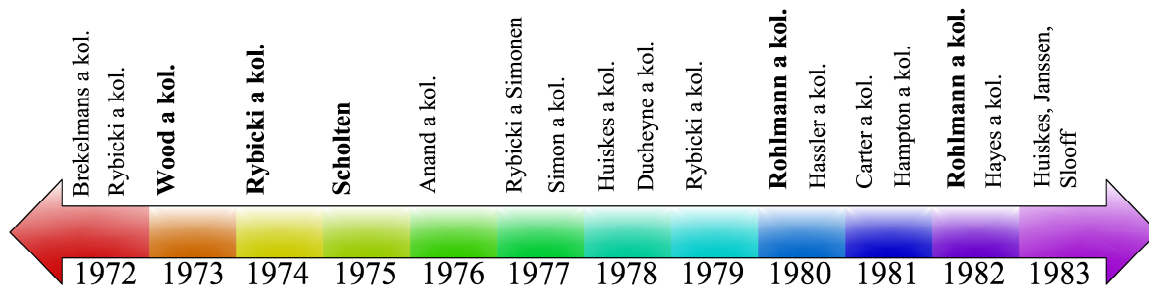
Už v roce 1975 uvedl Scholten na svou dobu velmi přesný 3-D model. Model publikovaný v roce 1977 Valliappanem a kol. byl ve srovnání s tímto modelem spíše hrubý, ovšem sestával z lépe strukturovaných elementů. Tito autoři uvedli jako jedni z mála rozsáhlý test konvergence. Autoři jiných prací své výsledky raději srovnávali s experimentálně získanými daty. [1]

Takový výzkum probíhal pod vedením Rohlmana v roce 1982. Rohlmann a kol. své výsledky MKP řešení srovnal s tenzometrickým měřením. Jeho konečno-prvkový model sestával z devatenácti set padesáti elementů<sup>15</sup> s celkovými dvěma tisíci pěti sty třiceti dvěma uzly. [1]

Totální náhradou kyčelního kloubu se v roce 1980 zabýval také Rohlmann a kol. (viz *Obr. 1.4*). Snažil se zhodnotit přesnost 3-D MKP modelu srovnáním



*Obr. 1.4 – 3-D MKP model Rohlmana a kol. z roku 1980 [1]*



<sup>15</sup> Jednalo se o isoparametrické šestistěny s osmi uzly.

s experimentálními měřeními realizovanými tenzometricky. Experiment byl proveden na laboratorním modelu. Tento model byl vlastně trubka, v níž byla pomocí akrylového cementu upevněna protéza. Geometrie experimentálního modelu byla přenesena do počítače a řešena metodou konečných prvků, použita byla síť střední hustoty<sup>16</sup>. Jednalo se spíše o informativní studii. [1]

## 1.2 Práce zaměřené na konkrétní problémy klinické praxe

Souběžně s pracemi, které se zaměřovaly zejména na aplikaci MKP, se objevovaly i takové, u nichž byl dominantní konkrétní řešený problém. MKP zde začala být využívána jako plnohodnotný nástroj určený k řešení napětí.

Cíle takových výzkumů byly hlavně: posouzení vztahu mezi opěrnou funkcí a morfologií tkáně<sup>17</sup>, optimalizace návrhů a fixačních technik implantátů. [1]

Konečno-prvkové řešení je založeno na teorii mechaniky kontinua. V závislosti na rozlišovací úrovni může být kontinuem v oblasti ortopedické biomechaniky např. kortikální kostní tkáň<sup>18</sup> nebo spongiózní kostní tkáň<sup>19</sup>. Je důležité si uvědomit, že žádný materiál není spojitý na libovolné rozlišovací úrovni a spongiózní kostní tkáň je nespojitá už na makroskopické úrovni. V době nástupu MKP do oblasti biomechaniky byl tento problém, jak nespojitost trámčité kosti ovlivňuje výsledky napětí z MKP výpočtu, častým předmětem vědeckých bádání. [1]

U těch MKP aplikací, které jsou zaměřeny na konkrétní klinické problémy, hraje důležitou roli také hodnota výsledků: co výsledky ve skutečnosti vyjadřují nebo co znamenají pro tkáň, kterou se zabýváme? V oblasti biomechaniky je predikce napětí ve vzájemném vztahu s biologickými a klinickými jevy. Díky těmto vztahům musí být hodnota výsledků získaných z MKP řešení opatrně a správně posouzena. [1]

Jedna z prvních MKP aplikací, která se zabývala konkrétním klinickým problémem, byla analýza řešená Rybickim a kol. v roce 1974 [12]. Tato práce již byla zmíněna v části

---

<sup>16</sup> Elementy: 232 šestistěnů, pravděpodobně s osmi uzly.

<sup>17</sup> Např.: Ověření Wolffova zákona, proces remodelace kosti v závislosti na zatěžování, mechanické vlastnosti meziobratlových plotének, aj.

<sup>18</sup> Kortikální = korový; kortikální kost = tvořena především kompaktní, hutnou kostní tkání.

<sup>19</sup> Spongiózní = houbovitý; spongiózní k. tkáň = tvořena trámčinou (zejména v epifýze dlouhých kostí).

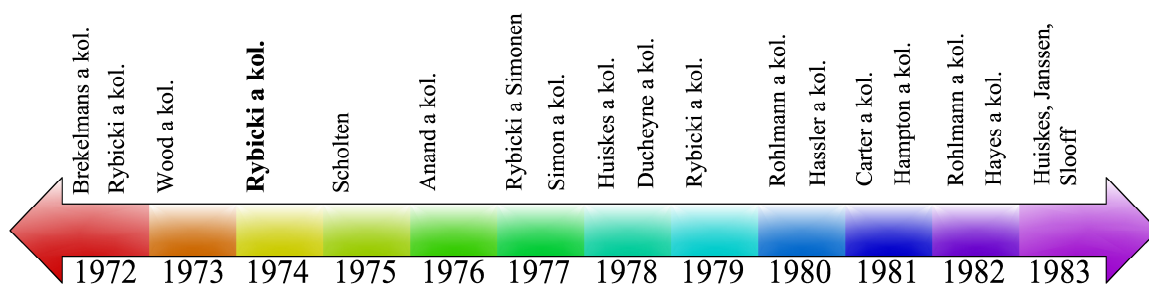
1.1.1. Jejím hlavním cílem totiž nebylo ukázat, jakou metodu, jaký MKP model nebo typy elementů použít – v této práci byla MKP použita jako vhodný nástroj k řešení konkrétních problémů z lékařské praxe. Dále zde bylo poukázáno na výhody komplexního přístupu k problému. Spojení experimentálního přístupu s výpočtovým zvyšuje pravděpodobnost, že model opravdu reprezentuje skutečnost.

Práce se zaměřila na příčnou zlomeninu koňské třetí záprstní kosti a její ošetření pomocí kovové dlahy. Kromě experimentálního měření byly pro řešení deformací použity dva modely – „*zjednodušený matematický model*“<sup>20</sup> a konečno-prvkový model.

Experimentální měření bylo provedeno tenzometricky. Práce se podrobně zabývala výběrem tenzometrů, jejich připevněním k povrchu kosti a jejich zapojením. Taktéž byla specifikována měřicí sestava. Tenzometry byly vybrány vzhledem k účelu a změnám teplot v průběhu měření.

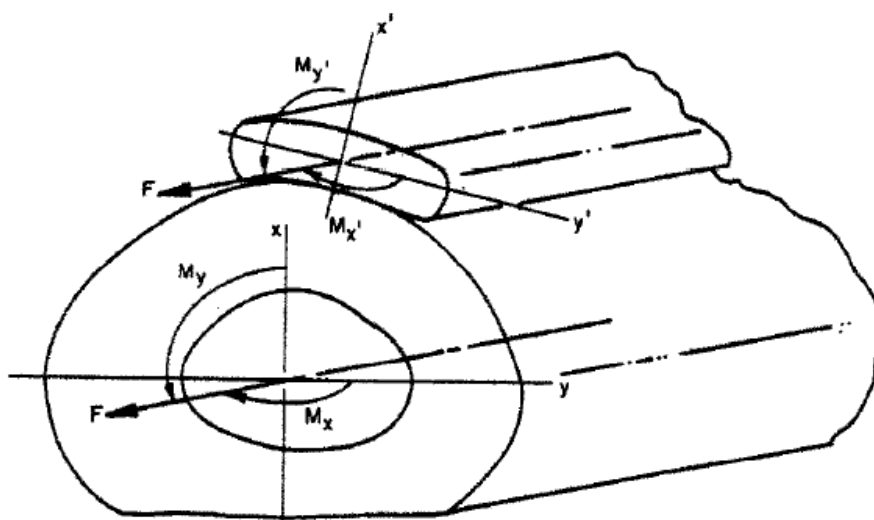
Výsledky tenzometrických měření ukazovaly v mnoha případech na to, že průběh napětí od ohybu bude lineární. Tento předpoklad proto mohl být využit ve výpočtech matematického modelu. Ve výpočtu byla použita rovinná deformace.

Výsledky získané z tenzometrického měření byly použity ve výpočtu matematického modelu, protože žádný výpočet se neobejde bez známých materiálových konstant. Na základě těchto konstant byla vypočtena přetvoření v uvažovaných průřezech při uvažovaných zatíženích (viz *Obr. 1.5* a *Obr. 1.6*). Tato přetvoření byla srovnána s přetvořeními naměřenými tenzometricky a v tabulce byly k tomuto uvedeny také procentuální odchylky. Ty byly většinou velmi nízké, jen několik hodnot se od sebe více lišilo. Výsledky tedy byly uspokojivé. Pokud jsou předpoklady správné, pak je použitelný i jednoduchý model.



<sup>20</sup> Angl. „simple mathematical model“ – viz [12], s. 382.

MKP model byl v tomto případě dvourozměrný. Jeho tloušťka ve výpočtu byla zahrnuta, způsob ale nebyl uveden. Plochy zlomeniny byly navrženy jako volné, aby se dala simulovat ještě nesrostlá zlomenina. Materiálové charakteristiky<sup>21</sup> vstupující do výpočtu byly odvozeny od lidského femuru, jak je uvedl Koch v roce 1917. Implantát o šířce<sup>22</sup> 19,05 mm a tloušťce<sup>23</sup> 3,18 mm byl uvažován z korozivzdorné oceli.



Obr. 1.5 – Uvažované zatížení [12]

	Bone	Plate
$F$	- 118.89 lb	97.07 lb
$M_x$	- 18.99 in-lb	22.00 in-lb
$M_y$	- 115.61 in-lb	76.77 in-lb

Obr. 1.6 – Velikosti uvažovaného zatížení [12]

Jelikož se zde jednalo o symetrickou úlohu, byla modelována pouze polovina geometrie femuru a kovové protézy. Do výpočtu byl také zahrnut vliv šroubů<sup>24</sup>, jimiž byla protéza uchycena ke kosti.

<sup>21</sup> Youngův modul pružnosti:  $2,5 \cdot 10^6$  psi =  $1,724 \cdot 10^{10}$  Pa .

<sup>22</sup> V původních jednotkách: šířka 0,75 in .

<sup>23</sup> V původních jednotkách: tloušťka 0,125 in .

<sup>24</sup> Jeden šroub na každé straně zlomeniny.

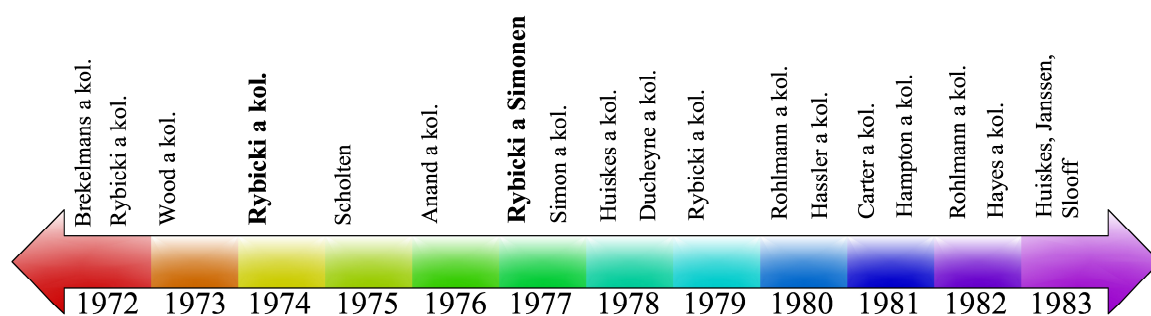
MKP řešení ukázalo, že při tahovém napětí, které otevírá zlomeninu, je zatížena pouze protéza, a to kombinací tahu a ohybu. Při tlakovém zatížení nese většinu tohoto zatížení kost, čímž se napětí v protéze mnohonásobně zmenší. Dále bylo ukázáno, že tento způsob ošetření příčné zlomeniny, nezaručuje pro všechny typy zatížení dostatečně pevné spojení mezi fragmenty zlomené kosti. Autor naznačil, že právě díky tomuto faktu je nutno správně volit umístění protézy tak, aby v závislosti na převažujícím zatěžování protéza nedovolila vzájemný pohyb částí zlomené kosti.

V závěru práce byl uveden krátký rozbor použitých metod, který měl sloužit k nástihu dalšího vývoje aplikace MKP v tomto odvětví a který také charakterizoval tehdejší přístup k využití MKP:

*„Experimentální analýza dává relativně přesný popis přetvoření v místech na povrchu kosti a protézy. Matematický model může tento popis rozšířit na místa uvnitř kosti a protézy. Matematický model navíc nabízí výhodu – schopnost předpovědi výsledků po změně samostatného parametru v závislosti na odezvě systému (...), kombinace experimentálního a matematického přístupu k napěťové analýze je užitečným nástrojem pro lepší pochopení vlastností zlomeniny ošetřené dlahou.“<sup>25</sup>*

Poslední citovaná věta se dá zobecnit pro více řešených problémů, komplexní přístup není užitečný jen v případě zlomeniny ošetřené dlahou.

O tři roky později uvedli Rybicki a Simonen práci, kterou navázali na posledně diskutovanou. V ní byl uveden 2-D MKP model šikmé zlomeniny ošetřené také ocelovou dlahou. Hodnotili napětí v lomových plochách pro různé zatěžovací okolnosti, např. pro různá zatížení kosti a předpětí v protéze nebo pro rozdílné orientace šroubů. [1]



<sup>25</sup> Viz [12], s. 383, z angl. originálu přeložil autor.

V tomtéž roce využil Woo a kol. prutový model z probíhající rozsáhlé analýzy Simona a kol. Wooova práce byla zaměřena na remodelaci kostní tkáně<sup>26</sup>, přičemž srovnávala výsledky z MKP řešení s výsledky z testů na zvířatech. [1]

Zmíněný původní model Simona a kol. byl jedním ze tří MKP modelů<sup>27</sup> využitých v jeho práci; výsledky obdržené z modelů byly srovnávány s experimentálními. Předmětem práce byla vnitřní fixace kovovou dlahou<sup>28</sup>, experiment byl ovšem proveden na modelu sestávajícím z hliníkové trubky, která simulovala lidský femur<sup>29</sup>, a protézy z titanové slitiny<sup>30</sup>. Deformace byly měřeny tenzometricky. Na základě tohoto experimentálního modelu byly vytvořeny tři konečno-prvkové modely. Výpočet byl proveden pro různá zatížení a různé materiálové charakteristiky. V závislosti na konfiguraci modelu bylo dosaženo různé úrovně výsledků napětí – od kvantitativních výsledků platných pro celý model (1-D a 2-D modely) až po detailní výsledky v oblasti uchycení protézy za pomoci šroubů (3-D model). [13]

Z předchozího je zřejmé, že MKP se využívala k návrhům fixačních zařízení zlomené kosti. S fixací byly spojeny problémy – od řídnutí kosti daného jejím nepoužíváním až po resorpci kostní tkáně v místech uchycení fixačního zařízení k povrchu kosti. Simulací průběhu fraktury se v roce 1977 zabýval Vichnin a kol. Pro tento účel také vytvořil MKP model. [1]

V roce 1977 se MKP aplikace pohybovaly nejen v oblasti hodnocení napětí v kostních tkáních, ale i v oblasti výzkumu mechanických vlastností kloubních chrupavek. Kloubní chrupavka je charakterizována dvoufázovou strukturou tvořenou sítí kolagenních vláken a mimobuněčnou (extracelulární) maticí [7]. Její funkcí je lubrikace kloubního povrchu při současném zajišťování nosné funkce. Kompozitní strukturu chrupavky není jednoduché hodnotit po stránce jejího mechanického chování. [1]

V tomto roce vytvořili Roth a Mow MKP model, který sloužil pro výpočet elastické odezvy pevné fáze chrupavky. [1]

O dva roky později se chrupavkou zabýval i Rybicki a kol. Ten analyzoval mazací film, přičemž chrupavku předpokládal jako neporézní poddajný materiál uložený na povrchu kosti. Mazacím filmem byla tenká vrstvička synoviální tekutiny. [1] MKP model byl složen

---

<sup>26</sup> Remodelace – proces tvorby kostní tkáně při současném jejím odbourávání, přičemž oba mechanismy jsou ve vzájemném řízeném vztahu [7].

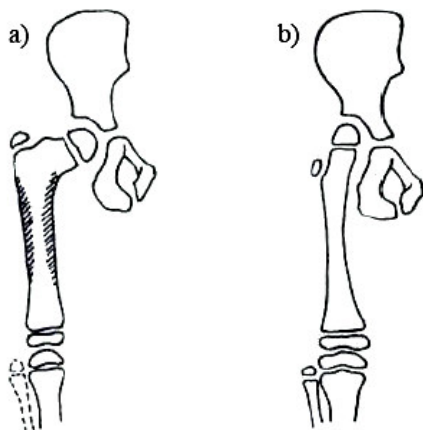
<sup>27</sup> Jednalo se o jedno-, dvou- a třírozměrný model.

<sup>28</sup> Angl. „internal fixation plate“ – viz [13].

<sup>29</sup> Ohybová tuhost hliníku je podobná ohybové tuhosti lidského femuru [13].

<sup>30</sup> Titanová slit.: Ti-6Al-4V [10].

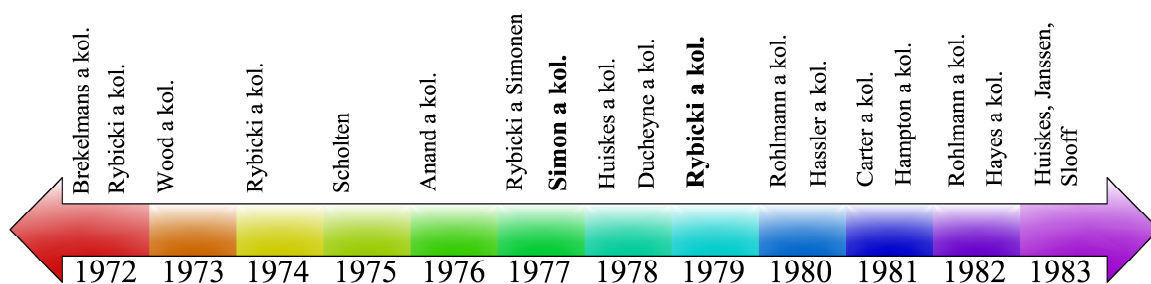
z chrupavky charakterizované jako poddajný systém a synoviální tekutiny popsané na základě Reynoldsovy rovnice. Tento model byl použit i pro kloub s protézou. Chrupavka zde byla uvažována jako nepoddajná, čímž bylo napodobeno chování protézy. Tyto dva případy byly srovnány a bylo zjištěno, že na kvalitu mazání má větší vliv viskozita synoviální tekutiny než změna modulu pružnosti chrupavky. [14]



Obr. 1.7 – a) Coxa vara  
b) Coxa valga  
Převzato z [15]

Spolu s výzkumem v oblasti zlomenin a chrupavek probíhal neustále výzkum mechanických vlastností femuru. V roce 1978 uvedli Brown a Ferguson 2-D MKP model samostatné femorální hlavy. Ve výpočtu byly zahrnuty nehomogenní elastické vlastnosti trámčité kosti. Vstupní data byla získána z experimentálních měření. Studie se zaměřila na vliv nehomogenity trámčiny a geometrických alternací varus-valgus na rozložení napětí. [1] Coxa vara a coxa valga jsou deformity femuru v oblasti jeho krčku [15]. Úhel odklonu krčku od femuru bude mít podstatný vliv na velikost i rozložení napětí v epifýze femuru, viz Obr. 1.7.

MKP se uplatňovala i při návrzích kloubních náhrad. Její možnosti zde dopadly na úrodnou půdu, a tak se postupem času staly MKP aplikace v této oblasti zcela běžnými. Velké úsilí bylo věnováno totální náhradě kyčelního kloubu (dále THR<sup>31</sup>). Zde se řešil zejména tvar,



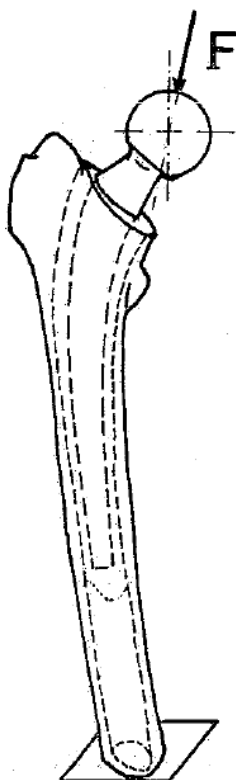
<sup>31</sup> THR – total hip replacement [1].

geometrie náhrady, použité materiály a fixace protézy v těle pacienta.

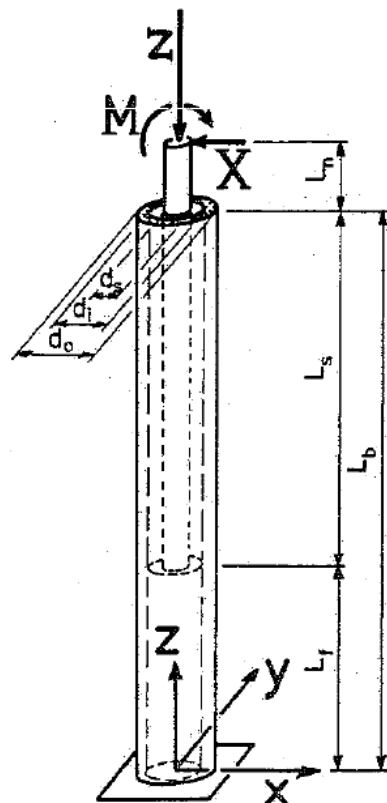
Problémy, na které u THR narážely MKP aplikace, byly často toho druhu, jak zpracovaný, precizní<sup>32</sup> model zvolit, aby byly obdrženy odpovídající výsledky a zároveň, aby výpočetní čas nebyl příliš dlouhý. Tyto problémy se týkaly zejména 3-D modelů; u 2-D modelů vyvstávaly otázky, jak zahrnout do rovinné geometrie třetí rozměr, aby výsledky reflektovaly skutečnost. [16]

Závady, které se posléze vyskytovaly u implantátů, byly vzniklé převážně v důsledku jejich malé životnosti, objevovaly se však i plastické deformace. Fixace implantátu mohla narazit na uvolňování styku mezi dvěma materiály nebo na resorpci kostní tkáně v důsledku zvýšeného napětí v kosti. [1]

Tyto problémy řešil roku 1978 v [16] Huiskes a kol. Jeho práce byla zaměřena na návrh a fixaci implantátu s využitím MKP. Autor se snažil ukázat, že MKP řešení, které poskytnou detailní výsledky, nemusí být nutně založeno na příliš složitém MKP modelu.



Obr. 1.9 – Femorální část THR z [16]



Obr. 1.8 – Model geometrie femorální části THR z [16]

<sup>32</sup> Z hlediska použité rozlišovací úrovně.



Pro tento účel byly vytvořeny tři MKP modely (viz *Obr. 1.8*). Všechny řešily dřík femorální části THR a jeho fixaci v těle femuru pomocí akrylového cementu (viz *Obr. 1.9*). Modely byly tedy pruty fixované cementem v kostěném válci. Rozdílnost těchto modelů tkvěla v typu a množství použitých elementů.

První model byl rozdělen do třírozměrných isoparametrických elementů s dvaceti uzly. Sestával celkem ze dvou set dvanácti elementů s jedenácti sty devadesáti šesti uzly.

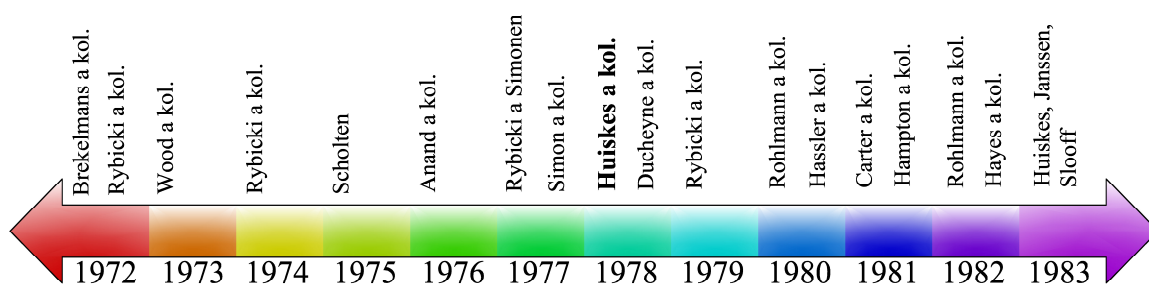
Druhý model byl vytvořen z osově symetrických kruhových elementů s šesti uzly. Elementy takového druhu dovolují do výsledku zahrnout i osově nesymetrická zatížení, a to pomocí rozkladu sil, posuvů, přetvoření a napětí do Fourierových řad [16]. Elementů bylo užito sto devadesát šest, se čtyřmi sty devadesáti a jedním uzlem.

Poslední model byl tvořen stejnými elementy jako předchozí, jejich síť byla téměř čtyřikrát hustší. Celkový počet elementů tedy dosáhl sedmi set osmdesáti čtyř, uzlů bylo devatenáct set sedmdesát pět.

Modely byly zatíženy tahovou i posouvající silou a silovou dvojicí v určitém místě tak, aby tato zatížení a jejich působíště odpovídaly síle, která je vyvinuta tělem na kloubní hlavici protézy.

Modely materiálu byly odlišeny různým modulem pružnosti<sup>33</sup>, hodnota poissonova poměru zůstala pro všechny modely stejná, konkrétně 0,33.

I přesto, že prvé dva modely sestávaly z téměř stejného počtu elementů (první model měl více než dvakrát tolik uzlů), výpočetní čas potřebný k řešení druhého modelu byl asi dvacetkrát kratší než výpočetní čas prvního modelu. Přesnost byla zcela srovnatelná.



<sup>33</sup> Kost:  $20 \cdot 10^3$  MPa ; cement:  $2 \cdot 10^3$  MPa ; ocel  $200 \cdot 10^3$  MPa .

Třetí model byl použit pro jemnější vykreslení napětí ve stycích povrchů při několika variantách zatížení. Výpočet byl proveden opakovaně pro různé modely materiálu.

Konečno-prvkové řešení tedy skutečně ukázalo, že přijme-li autor opodstatněné předpoklady a může-li navíc použít „Fourierovy“ elementy, pak se výpočetní čas potřebný k řešení jeho modelu podstatně sníží a přesnost zůstane zachována. Není tedy zcela scestné zabývat se jednoduchým modelem a dostat současně přesné výsledky.

Vyhodnocení napětí u protézy bylo také užitečné v odpovědi na otázku její životnosti a funkčnosti. Práce poukázala na místa s koncentrací napětí<sup>34</sup> a na jejich vliv na uvolňování fixace implantátu. Autor také v závislosti na obdržených výsledcích uvedl, že délka dřívku a jeho tuhost vzhledem k tuhosti kosti silně ovlivňuje velikost a rozložení napětí v plochách styků povrchů. Dřík femorálního komponentu THR by tedy neměl být zbytečně dlouhý a zbytečně nepoddajný vzhledem k délce resp. tuhosti kosti.

Fixací stopky femorálního komponentu se v roce 1978 zabýval také Ducheyne a kol. Srovnatelnou práci uvedl o dva roky dříve Anand a kol. Oba autoři studovali vliv zarůstání kosti do porézních svrchních vrstev fixované stopky. Použili také osově symetrické MKP modely, přičemž hodnota modulu pružnosti svrchních vrstev byla upravena tak, aby zohledňovala vliv vrostlého materiálu. [1]

Podobně jako Woo a kol. v roce 1977 se i Hassler a kol. o tři roky později zabýval procesem remodelace kostní tkáně. Využil znovu komplexního přístupu, který kombinoval experiment a konečno-prvkové řešení. Studoval závislost remodelace kosti na napětí. Pro predikci napětí využil 2-D a 3-D MKP modely. Předpověď potvrdil in vivo experimentem, při němž byla zatěžována část králičí lebky. V určitých časových intervalech bylo vždy hodnoceno rozložení napětí, které bylo zároveň srovnáváno s histologickými nálezy. Na základě výsledků byly postulovány některé mechanismy utváření kostní tkáně, které závisí na jejím zatížení. [1]

Studiem remodelace kostní tkáně u zlomenin ošetřených kovovou dlahou se v roce 1981 zabýval Carter a kol. Autor hledal vztah mezi polem napětí a mechanismem resorpce kosti in vivo. MKP model byl v tomto případě vytvořen pouze pro místní průřezy, aby zde byla řešena a zhodnocena smyková napětí vyvolaná krutem. [1]

---

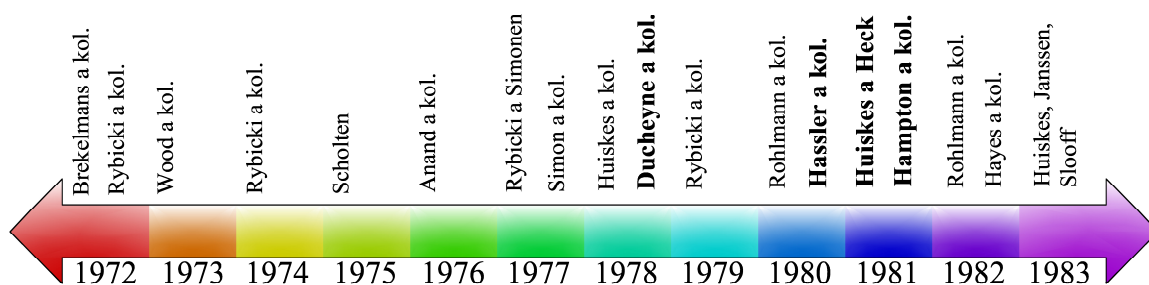
<sup>34</sup> Límec dřívku, spojení kloubní hlavice a kuželové násady.

V témže roce uvedl Hampton a kol. studii, která řešila vliv napětí na uvolňování fixace femorálního komponentu THR. Tehdy stále aktuální téma bylo zkoumáno pomocí 2-D MKP modelů. Vstupní data byla založena na experimentálním měření. Práce se zabývala konkrétně procesem uvolňování ve styku cement–kov. [1]

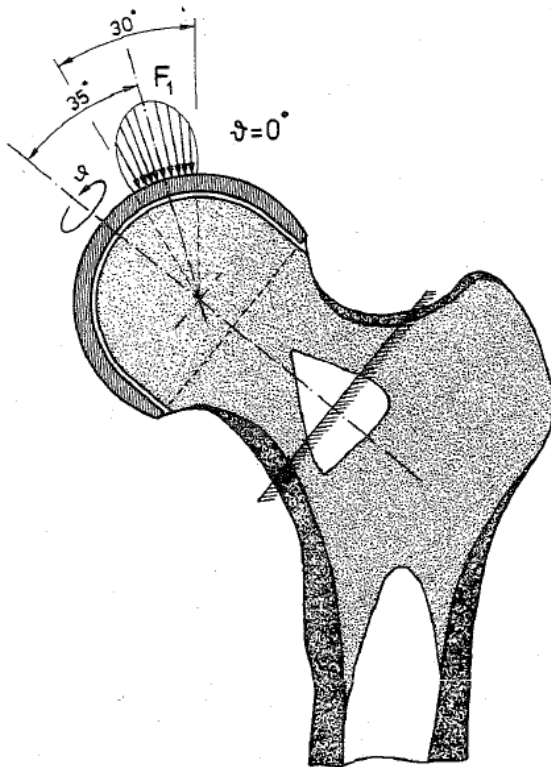
Vývoj femorálních komponentů THR se ubíral i jiným směrem. Roku 1982 se Seidelmann a kol. snažil navrhnout spojení hlavice a kuželové násady tak, aby mohla být použita keramická kloubní hlavice protézy. Pro tuto příležitost vytvořil dvourozměrné a osově symetrické MKP modely. [1]

Při návrzích THR protéz se uplatňovaly také odlišné přístupy než ty, které upravovaly a vylepšovaly stávající kloubní náhrady. Na přelomu sedmdesátých a osmdesátých let se objevila tzv. povrchová náhrada. Tato protéza nenahrazovala celou kloubní hlavici femuru i s krčkem, která by pak, vsazena do nově vytvořené kloubní jamky v pánvi, tvořila umělé kloubní spojení. Nová protéza relativně jednoduše nahradila pouze povrch<sup>35</sup> kloubní hlavice femuru, přičemž kloubní hlavice zůstala tvořena kostní tkání. Acetabulární komponenta zůstala principiálně nezměněna. [1]

Jednou z prací, která byla zaměřena na tento typ THR, byla práce Huiske a Hecka z roku 1981 (viz *Obr. 1.10*). Autoři vytvořili osově symetrický MKP model kovového kalíšku, který sestával z šesti set čtyřiceti šesti elementů s šesti uzly. Druh elementu byl vybrán jako osově-symetrický. Při výpočtu bylo uvažováno trojrozměrné zatížení. Aby mohl být ve výsledku zohledněn trojrozměrný stav napjatosti, byly zatížení, posuvy a napětí rozloženy do Fourierových řad. Model také obsahoval lokální zjemnění sítě v místech, kde byly předpokládány koncentrátoři napětí. [1]



<sup>35</sup> Angl. „resurfacing“ – obnova/oprava povrchu.



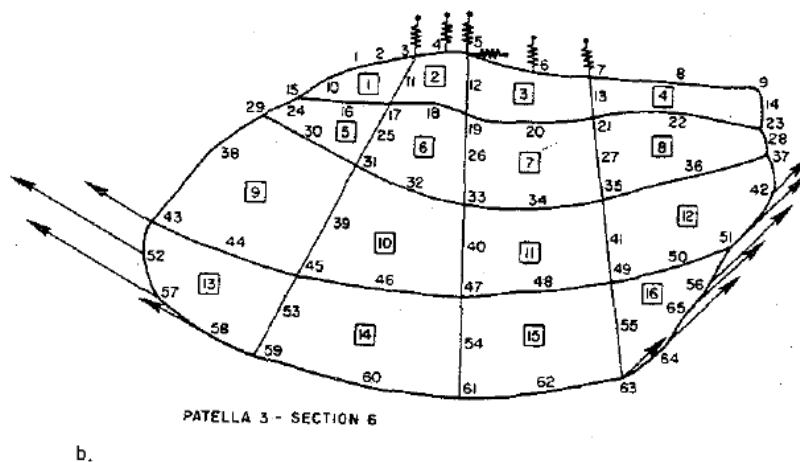
Obr. 1.10 – Povrchová náhrada (Huiskes a Heck, 1981) z [1]

Acetabulární komponentou THR se v roce 1982 zabývalo hned několik skupin autorů. Všichni níže uvedení používali k řešení napětí MKP. Uvedme je pouze výčtem: Vasu a kol., Carter a kol., Pedersen a kol. Uvedení využívali 2-D i 3-D modelů. [1]

Stejně jako našla MKP využití při návrzích totálních kyčelních náhrad, také při návrzích umělých kolenních kloubů se metoda uplatnila.

Výzkum této části lidského těla byl zaměřen jednak na hodnocení mechanických vlastností jednotlivých prvků tohoto kloubního spojení, jednak na návrh umělého kloubního spojení.

V roce 1982 hledal Hayes a kol. vztah mezi rozložením napětí a architekturou kostních trámců v lidské kolenní česce. Autor se snažil kvantifikovat Wolffův zákon<sup>36</sup>. Jeho 2-D MKP model byl tvořen šestnácti isoparametrickými čtyřúhelníkovými elementy s osmi uzly, viz Obr. 1.11. [1]



Obr. 1.11 – MKP model kolenní česky (Hayes a kol., 1982) z [1]

<sup>36</sup> „Každá změna ve funkci a formě kosti vede k nevratným změnám v interní struktuře kosti samotné“ [17].

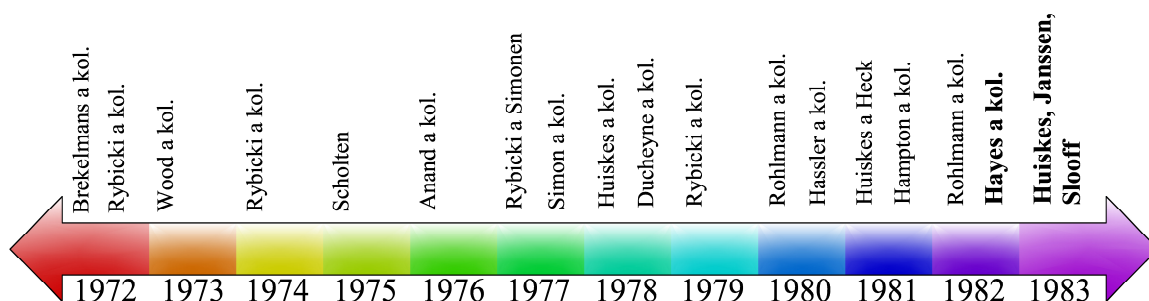
V témže roce uvedl Lewis a kol. „anatomický“ 3-D MKP model tibiální části umělého kolenního kloubu. Model sestával ze sedmi set šedesáti osmi isoparametrických šestistěnných elementů s osmi uzly. Ve výpočtu byly zahrnuty i nehomogenní vlastnosti spongiózní kostní tkáň. Řešeno bylo několik modelů zatížení aplikovaných na různé typy tibiálních plateau, které byly pro tento účel vymodelovány. [1]

O rok později studoval Murase a kol. fixaci tibiálního plateaua. Využil osově symetrický MKP model, který byl zatížen trojrozměrně. Model v sobě zahrnoval nehomogenitu trámčiny, třebaže osově symetrickou, a také několik zatěžovacích případů a geometrických variant tibiálního plateaua. Autor k práci také uvedl test konvergence. [1]

Stálé pozornosti vědců se těšil femur, který byl zkoumán už od počátků aplikace MKP v biomechanice v roce 1972.

Roku 1983 prezentovali Huiskes, Janssen a Slooff v [4] velmi detailní srovnání napěťových řešení femuru provedených experimentálně a teoreticky. Pro výpočet byl použit analytický přístup stejně jako MKP. Autoři se zaměřili na hodnocení průběhů napětí v diafýze femuru. Ten byl po experimentálním měření neporušené kosti znovu využit pro nová měření kosti s protézou<sup>37</sup>.

I přesto, že v této práci bylo využito MKP, její aplikace zde byla jen letmo zmíněna. V té době byla totiž MKP metodou „běžně využívanou jako nástroj pro základní výzkum a návrh implantátů v ortopedické biomechanice“<sup>38</sup>.



<sup>37</sup> Experiment byl proveden pro několik typů protéz (Moorova, Müllerova) a jejich variant [4].

<sup>38</sup> Viz [1], s. 385, z angl. originálu přeložil autor.



## 2 DEFORMAČNĚ NAPĚŤOVÁ ANALÝZA FEMURU

Jednou z prvních úloh biomechaniky provedených pomocí MKP bylo řešení deformace a napětí v největší kosti lidského těla – ve femuru.

První řešení, jak již bylo uvedeno, uskutečnili Brekelmans a Rybicki na úrovni 2-D modelu.

Na této rozlišovací úrovni je možné vytvořit model geometrie pouze z RTG snímku, přičemž ostatní vstupní data je možno získat z literatury [7], [18], [19], [20], [21].

Z hlediska ověření základních znalostí práce se systémem ANSYS bude provedeno řešení deformace a napětí ve femuru na rozlišovací úrovni 2-D modelu.

### 2.1 Analýza úrovně MKP modelu

Součástí bakalářské práce je výpočet deformace a napětí femuru. Cílem tohoto výpočtu je praktické řešení deformace a napětí na úrovni první dekády (tj. od r. 1972 do r. 1982) aplikace MKP v biomechanice.

Jak již bylo řečeno, model je vytvořen na 2-D úrovni a podklady pro jeho tvorbu jsou převzaty z literatury.

Geometrie 2-D modelů zpravidla vychází z RTG snímků, jakých je na internetu celá řada (např.: [22], [23], [24]). Ne všechny jsou ovšem vhodné k našemu účelu. Většina snímků je zaměřena na kyčelní kloub a neobsahuje horní část pánevní kosti, kde se nachází úpony kyčelních abduktorů.

Jako nejvhodnější snímek byl vybrán ten z [25].

Většina problémů biomechaniky řešených v prvním desetiletí aplikace MKP v této oblasti byla provedena s modelem materiálu homogenním izotropním lineárně pružným. I přesto, že je v současné době možné použít model materiálu vyšší úrovně, z hlediska cíle tohoto výpočtu použijeme uvedený model.

Zatížení proximálního konce femuru určíme na základě statické rovnováhy, a to na úrovni silových výslednic. Podmínky statické rovnováhy odpovídají pomalé chůzi člověka, případně stojí na jedné dolní končetině (zkr. DK).

Vzhledem k tomu, že nás dominantně zajímá deformace a napětí proximálního konce femuru, na distálním konci zamezíme posuvy ve všech souřadnicích.





### 3 TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU

Výpočtový model můžeme rozdělit na tři dílčí modely: model geometrie, model materiálu, model zatížení a vazeb.

#### 3.1 Model geometrie

Jak již bylo dříve uvedeno a zdůvodněno, model vytvoříme na 2-D úrovni. Model geometrie vychází z RTG snímku staženého z internetu [25]. Výběr snímku byl proveden po pečlivé analýze s ohledem na řešenou problematiku. Konkrétně se jedná o RTG snímek šesti a půlletého chlapce postiženého chorobou osteogenesis imperfecta<sup>39</sup>. (Snímek uveden v Dodatku A: použitý RTG snímek).

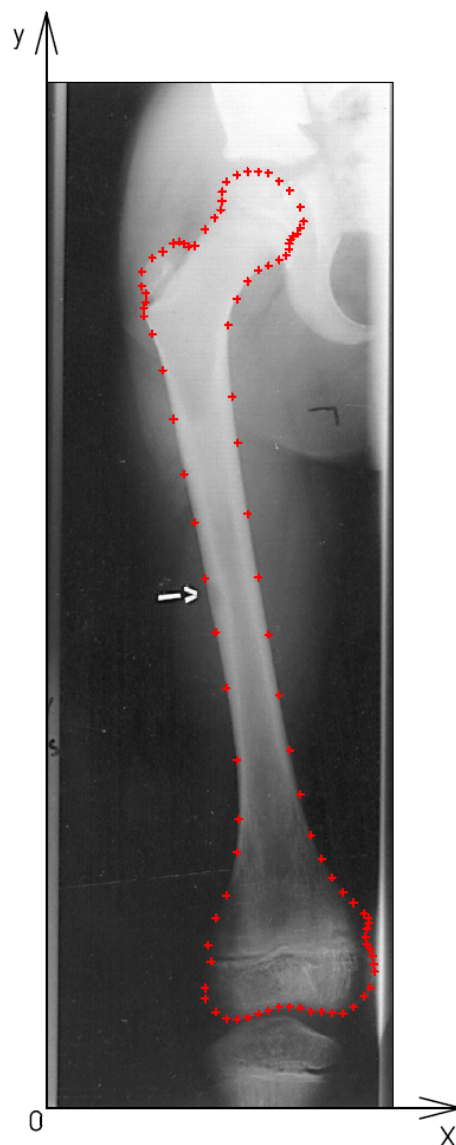
Vytvoření obrysu stehenní kosti bylo provedeno následujícím způsobem:

Snímek byl nejprve načten v CAD programu. Pozornost byla věnována správnému dodržení měřítka délek.

Na obrys stehenní kosti byly umístěny body. Souřadnice těchto bodů program uchovává a zobrazuje. Hustota bodů odpovídá složitosti tvaru jednotlivých částí stehenní kosti, viz *Obr. 3.1*. Počátek souřadnicového systému je v levém dolním rohu RTG snímku.

Souřadnice takto vytvořených bodů byly manuálně přeneseny do výpočtového systému ANSYS. Přenesené body tvoří v tomto systému keypointy. Pro kontrolu polohy bodů a tvaru kosti byly body v systému ANSYS vykresleny, a to včetně jejich označení. Viz *Obr. 3.2*. Na *Obr. 3.3* je detail bodů v oblasti kondylů.

Uzavřená oblast byla z těchto bodů vytvořena pomocí příkazu Areas from keypoints.



*Obr. 3.1 – Získání jednotlivých bodů v programu typu CAD*

<sup>39</sup> Nemoc křehkých kostí [15].

### 3.2 Model materiálu

Vzhledem k dříve popsanému charakteru úlohy budeme modelovat materiál femuru jednou kostní tkání, a to homogenním izotropním lineárně pružným modelem materiálu.

Tento model byl použit téměř ve všech řešeních biomechanických problémů metodou konečných prvků v prvním desetiletí. Použili ho také Brekelmans [10] a Rybicki [2], kterým je připisováno prvenství v řešení deformace a napětí femuru pomocí MKP.



*Obr. 3.2 – Vynesené body v programu ANSYS*

*Obr. 3.3 – Pořadí bodů v programu ANSYS*

Počet materiálových charakteristik pro tento model materiálu je roven dvěma. Modulu pružnosti v tahu a Poissonovu poměru.

Brekelmans a kol. ve své práci [10] použil hodnotu modulu pružnosti kosti 20000 MPa.

Vzhledem k tomu, že na rentgenovém snímku je stehenní kost šest a půl roku starého chlapce, byly hledány materiálové charakteristiky kosti dítěte odpovídajícího věku.

Konvičková a Valenta v publikaci [7] uvádí hodnotu modulu pružnosti pětiletého až sedmiletého chlapce v rozmezí 10400 až 12600 MPa. Je zřejmé, že díky vývoji dítěte bude v období růstu docházet ke změně hodnoty modulu pružnosti v tahu. Rozmezí pátého až sedmého roku odpovídá stáří chlapce, jehož RTG snímek femuru byl použit. Do výpočtu byla aplikována hodnota 12600 MPa.

Chlapec, jehož RTG snímek femuru byl použit, trpí nemocí osteogenesis imperfecta. Toto onemocnění zřejmě ovlivní materiálové charakteristiky kostní tkáně, proto naše řešení může sloužit pouze ke kvalitativní deformačně napěťové analýze namáhání řešeného femuru.

Z RTG snímků můžeme také usuzovat na Perthesovu chorobu. Na použité úrovni výpočtového modelu se vliv této choroby neprojeví ve výsledcích řešení.

Hodnota druhé materiálové charakteristiky, Poissonova poměru, byla převzata z literatury [10] a činí 0,37.

### 3.3 Model zatížení a vazeb

Řešení deformace a napětí provedeme pro stoj na jedné dolní končetině, při kterém je za pomalé chůze maximální namáhání kyčelního kloubu.

#### 3.3.1 Zatížení

V oblasti kyčelního kloubu je 25 svalů [20]. Z této soustavy jsou při pomalé chůzi funkční pouze dva kyčelní abduktory – m. gluteus medius a m. gluteus minimus. Silové působení určujeme při stožení pacienta na jedné končetině s druhou přednoženou tak, aby byla zachována symetrie ve frontální rovině – viz *Obr. 3.4*. Při tomto postoji působí na uvolněného člověka pouze dvě síly na společné nositelce, tíhová síla  $\vec{F}_G$  a výsledná styková síla v místě chodidla  $\vec{F}_A$ . Vzhledem k tomu, že se člověk jdoucí pomalou chůzí téměř nepohybuje, můžeme říct, že je ve statické rovnováze. Ze silové podmínky ve vertikálním směru určíme velikost výsledné stykové síly v místě chodidla  $\vec{F}_A : F_A = F_G$ .

Nyní uvolníme pravou dolní končetinu (*Obr. 3.4*). Uvolnění provedeme pro výpočtové řešení ve složkovém tvaru. Počátek souřadnicového systému je na ose těla ve výšce středů kyčelních kloubů, viz *Obr. 3.6*.

Na uvolněnou dolní končetinu ve statické rovnováze působí tyto síly:

Úplně určená silová soustava:

$$\pi_S = \{ \vec{F}_G, \vec{F}_{DK}, \vec{F}_A \}$$

Neúplně určená silová soustava:

$$\pi_R = \{ \vec{F}_{Rx}, \vec{F}_{Ry}, \vec{F}_S \}$$

Neznámé nezávislé parametry:

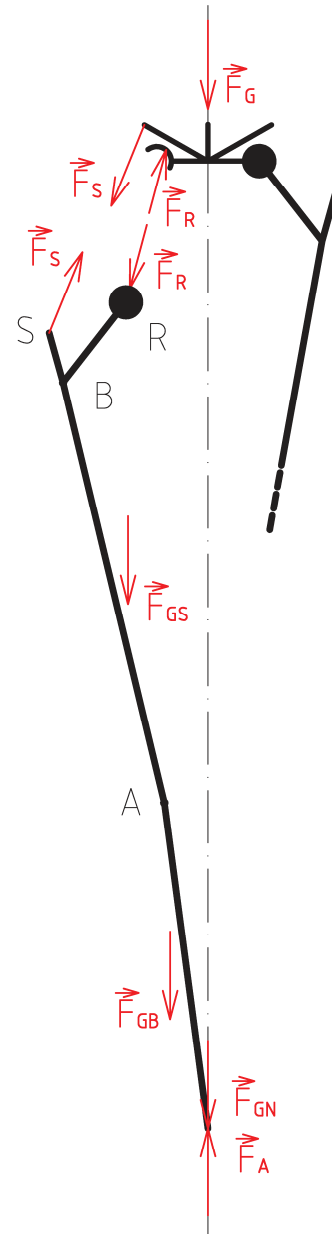
$$NP = \{ F_{Rx}, F_{Ry}, F_S \}$$

Statický rozbor:

$$\mu = 3; \mu_F = 3; \mu_M = 0; \mu_R = 0$$

$$\nu = 3; \nu_F = 2; \nu_M = 1$$

$$\mu = \nu \wedge \mu_R + \mu_M \leq \nu_M$$



*Obr. 3.4 – Silové uvolnění DK*

$3 = 3 \wedge 0 + 0 \leq 1$  – nutná podmínka statické určitosti je splněna.

Podmínky silové rovnováhy:

$$\sum F_X = 0: F_R \cdot \sin \varphi - F_S \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\sum F_Y = 0: F_{DK} + F_R \cdot \cos \varphi - F_S \cdot \cos \alpha - F_A = 0$$

$$\begin{aligned} \sum M_{OR} = 0: & -F_S \cdot \cos \alpha \cdot (x_S - x_R) + F_S \cdot \sin \alpha \cdot (y_S) + \\ & + F_A \cdot x_R + F_{DK} \cdot (x_C - x_R) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{kde: } F_{Rx} = F_R \cdot \sin \varphi \qquad F_{Sx} = F_S \cdot \sin \alpha$$

$$F_{Ry} = F_R \cdot \cos \varphi \qquad F_{Sy} = F_S \cdot \cos \alpha$$

Z momentové rovnice je určena síla vyvozená svalem gluteus medius  $F_S$ .

$$\begin{aligned} F_S &= \frac{-F_A \cdot x_R - F_{DK} \cdot (x_C - x_R)}{y_S \cdot \sin \alpha - (x_S - x_R) \cdot \cos \alpha} = \\ &= \frac{-196,2 \text{ N} \cdot 60 \text{ mm} - 33,55 \text{ N} \cdot (59 \text{ mm} - 60 \text{ mm})}{21 \text{ mm} \cdot \sin 12^\circ - (112 \text{ mm} - 60 \text{ mm}) \cdot \cos 12^\circ} = 252,38 \text{ N} \end{aligned}$$

Z rovnice pro posuv v ose  $x$  je určena složka silové výslednice v kloubu  $F_{Rx}$ .

$$F_{Rx} = F_R \cdot \sin \varphi = F_S \cdot \sin \alpha = 252,38 \text{ N} \cdot \sin 12^\circ = 52,47 \text{ N}$$

Z rovnice pro posuv v ose  $y$  je určena složka silové výslednice v kloubu  $F_{Ry}$ .

$$\begin{aligned} F_{Ry} &= F_R \cdot \cos \varphi = F_A - F_{DK} + F_S \cdot \cos \alpha = \\ &= 196,2 \text{ N} - 33,55 \text{ N} + 252,38 \text{ N} \cdot \cos 12^\circ = 409,51 \text{ N} \end{aligned}$$

Síla  $F_S$  je tedy určena:

- působišťem: bod  $S$
- směrem: úhel  $\alpha = 12^\circ$ , určeno z RTG snímku pacienta
- velikostí:  $F_S = 252,38 \text{ N}$

Síla  $F_R$  je tedy určena:

- působišťem: bod  $R$
- směrem: úhel  $\varphi = \arctg \frac{F_{Rx}}{F_{Ry}} = \arctg \frac{52,47 \text{ N}}{409,51 \text{ N}} = 7,30^\circ$
- velikostí:  $F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(52,47 \text{ N})^2 + (409,51 \text{ N})^2} = 412,86 \text{ N}$

Tíhová síla dolní končetiny  $F_{DK}$  byla umístěna na nositelku, která se nachází ve vzdálenosti 59 mm od osy symetrie těla<sup>40</sup>.

Vzdálenost nositelky od osy symetrie těla byla vypočtena z rovnice momentové výslednice. Výpočet dává do rovnosti moment vyvolaný tíhovou silou  $F_{DK}$  na rameni  $x_{DK}$  a momenty vyvolané tíhovými silami stehna, bérce a nohy, tedy silami  $F_{GS}$ ,  $F_{GB}$  a  $F_{GN}$  působícími na ramenech  $x_{GS}$ ,  $x_{GB}$ , resp.  $x_{GN}$ . Situace je znázorněna na *Obr. 3.7*.

Rovnice momentové výslednice:

$$F_{DK} \cdot x_{DK} = F_{GS} \cdot x_{GS} + F_{GB} \cdot x_{GB} + F_{GN} \cdot x_{GN}$$

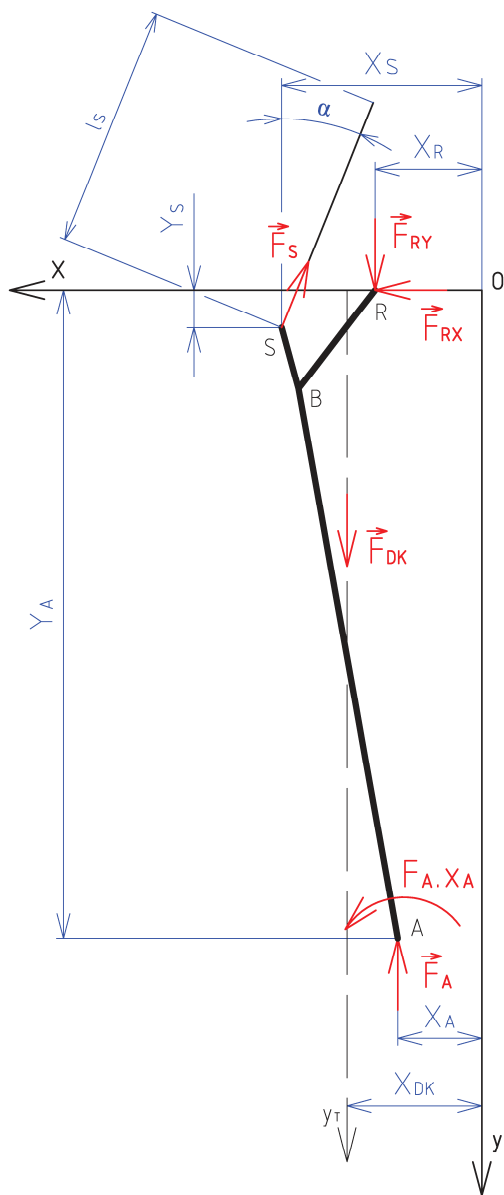
Víme-li, že  $F_{GS} \doteq 0,107 \cdot F_G$ ,  $F_{GB} \doteq 0,047 \cdot F_G$ ,  $F_{GN} \doteq 0,017 \cdot F_G$  a  $F_{DK} \doteq (0,107 + 0,047 + 0,017) \cdot F_G = 0,171 \cdot F_G$ , kde jednotlivé koeficienty jsou hmotnostní podíly částí dolní končetiny podle Dempstera [18], vztah se zjednoduší na:  $x_{DK} \doteq \frac{0,107 \cdot x_{GS} + 0,047 \cdot x_{GB} + 0,017 \cdot x_{GN}}{0,171}$ , což je ve skutečnosti konkrétně použitý

obecný vzorec (2) z [19].

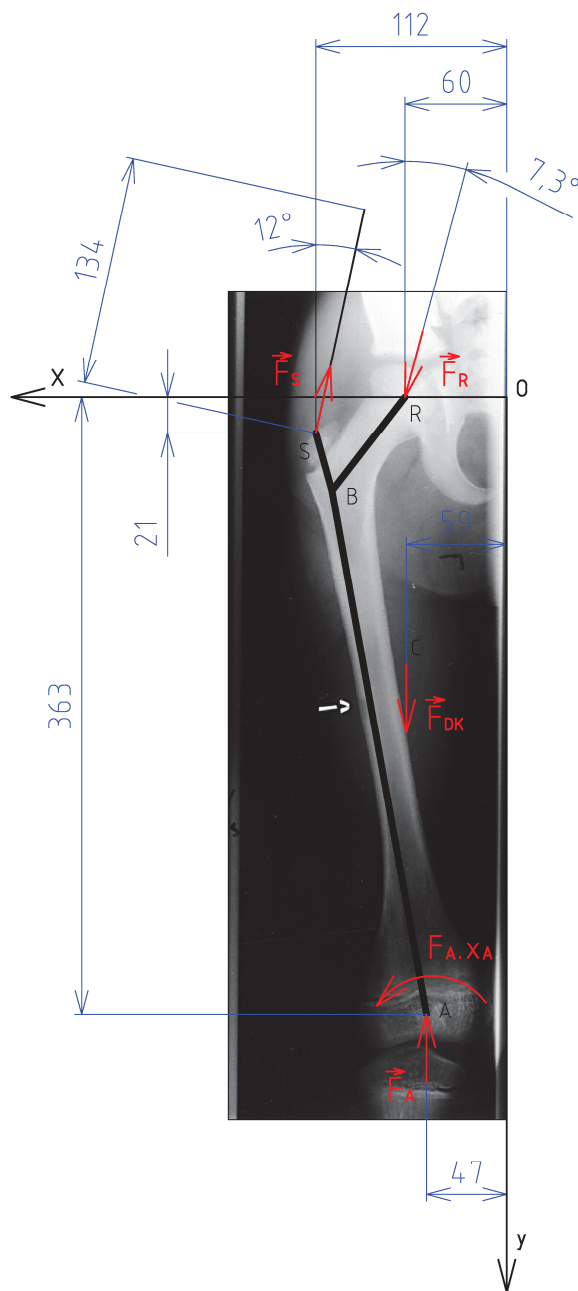
Hodnoty souřadnic  $x_{GS}$ ,  $x_{GB}$  a  $x_{GN}$  jsou nepřímou určeny z rentgenového snímku pacienta podle ypsilonových souřadnic jednotlivých částí DK uvedených v [18].

---

<sup>40</sup> V kladném směru osy  $x$ .



Obr. 3.5 – Působišť jednotlivých sil



Obr. 3.6 – Souřadnice působišť jednotlivých sil

Tedy:

$$x_{GS} = 64 \text{ mm} ,$$

$$x_{GB} = 57 \text{ mm} ,$$

$$x_{GN} = 32 \text{ mm} .$$

Potom:

$$x_{DK} \doteq \frac{0,107 \cdot 64 \text{ mm} + 0,047 \cdot 57 \text{ mm}}{0,171}$$

$$\cdot \frac{+0,017 \cdot 32 \text{ mm}}{0,171} = 59 \text{ mm} .$$

Nositelka tíhové síly DK je na *Obr. 3.5*.

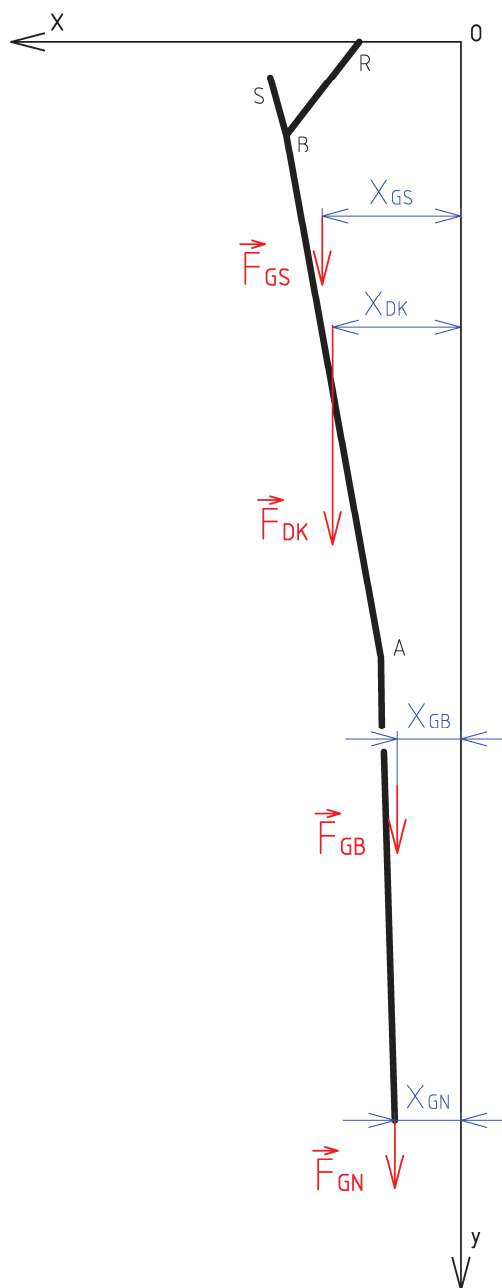
Úplně určená silová soustava použitá ve výpočtu je dána hmotností pacienta, který při své prohlídce v šesti a půl letech vážil 20 kg [25].

Tedy:

$$F_G = m \cdot g = 20 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} = 196,20 \text{ N}$$

$$F_A = F_G = 196,20 \text{ N}$$

$$F_{DK} \doteq 0,171 \cdot F_G = 0,171 \cdot 196,20 \text{ N} = 33,55 \text{ N}$$



*Obr. 3.7 – Určení těžiště DK*

Grafické řešení je v měřítku uvedeno v Dodatku B: grafické řešení zatížení. Výsledky dané početním i grafickým řešením se shodují.



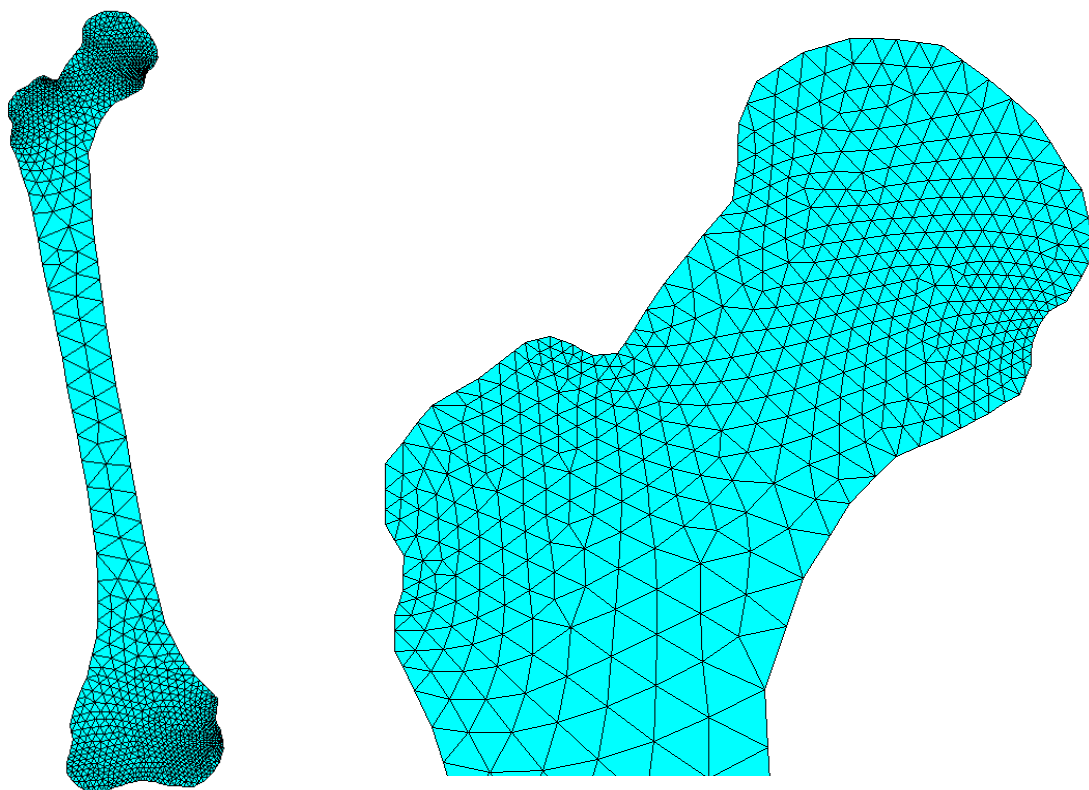
### 3.3.1 Uložení

Jak již bylo naznačeno v podkapitole 2.1, naším zájmem je především určit deformaci a napětí proximálního konce femuru, proto na základě Saint Venantova principu zamezíme-li všechny posuvy na distálním konci femuru, nedojde k ovlivnění deformace a napětí proximálního konce a dojde k jednoznačnému určení tělesa v prostoru. K aplikaci zatížení a deformace v MKP úloze musíme nejdříve provést její diskretizaci – vytvoření sítě konečných prvků.

## 3.4 Tvorba sítě – diskretizace modelu

Síť může být v programu ANSYS generována automaticky. Poté, co byla na základě vynesených bodů vytvořena uzavřená oblast, byla síť vygenerována pomocí nástroje MeshTool.

Oblast byla rozdělena na trojúhelníkové elementy se šesti uzly, typ plane 183, program sám uživatele upozornil, že trojúhelníkové elementy se třemi uzly nejsou pro výpočet vhodné. Bylo použito 2288 elementů se 4795 uzly. Trojúhelníkové elementy využil ve výpočtu i Brekelmans v [10].



*Obr. 3.9 – Elementy vygenerované programem ansys  
Obr. 3.8 – Detail zjemnění elementů v místě „vrubů“*

Na *Obr. 3.9* je dobře vidět, jak program zjemnil síť v geometricky výrazně nepravidelných oblastech. Na *Obr. 3.8* je navíc ukázáno to, jak program lokalizuje místa „vrubů“ a provede v nich další zjemnění sítě.

### **3.5 Výpočtový model**

Geometrie se promítla do sítě. Výpočtový model sestávající z modelu geometrie, materiálu, zatížení a vazeb je tímto hotový.

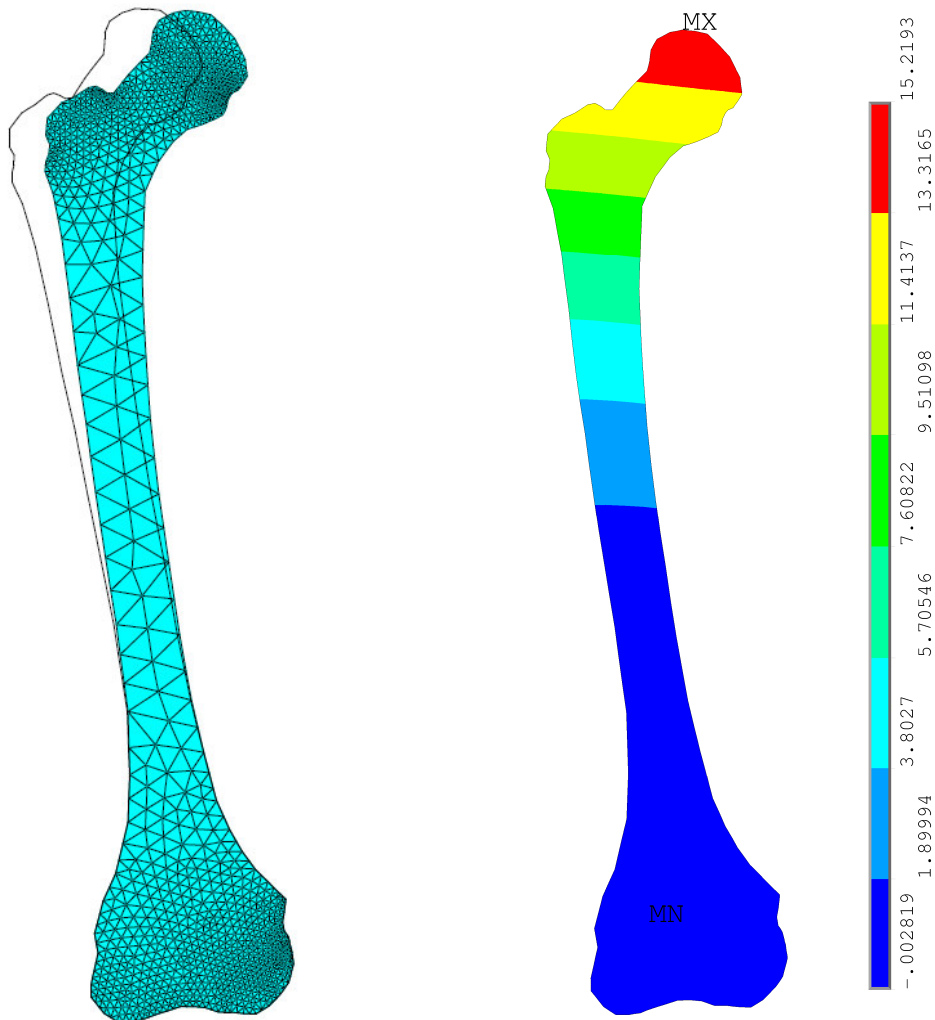
### **3.6 Řešení**

Řešení bylo provedeno na osobním počítači v programu ANSYS, přičemž bylo využito školní licence, která je po připojení ke školní síti k dispozici. Do nastavení programu nebylo nijak zasahováno.

## 4 PREZENTACE A ANALÝZA VÝSLEDKŮ

### 4.1 Presentace výsledků

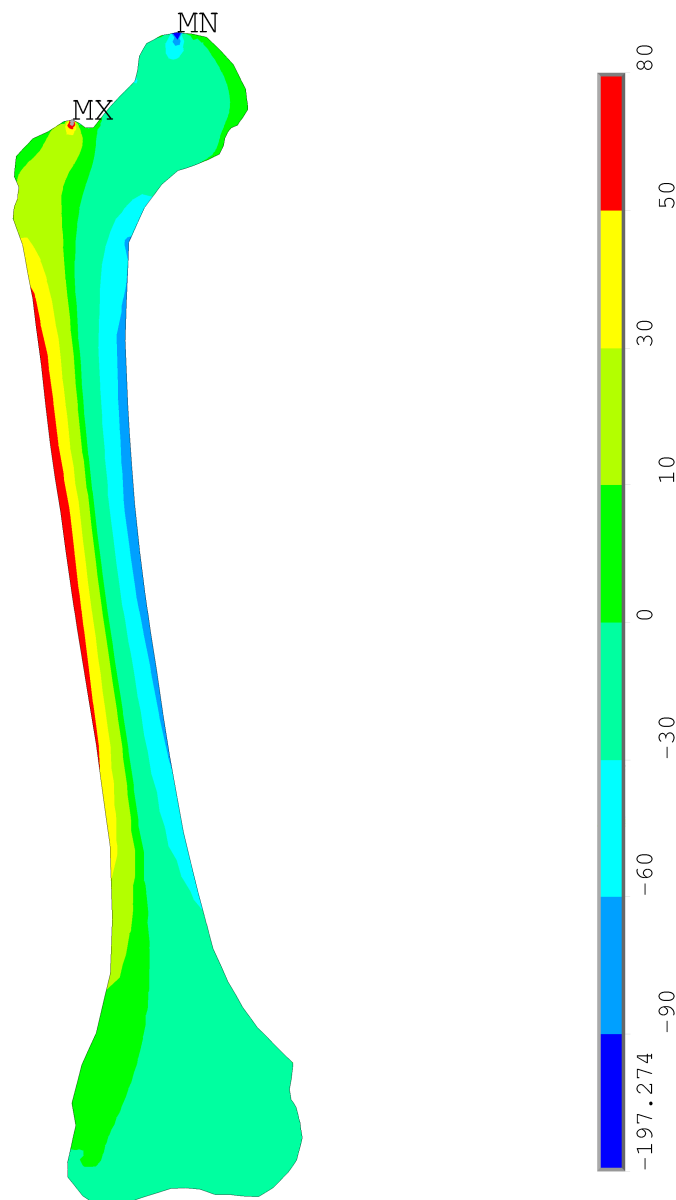
Po vyřešení byl prvně vykreslen deformovaný a nedeformovaný tvar femuru. Největší celkový posuv činil 15,27 mm, viz *Obr. 4.2*. Na *Obr. 4.1* vidíme posuvy v ose  $x$ . Posuvy v ose  $y$  byly minimální oproti těm v ose  $x$ . Kondyly, kterým byly posuvy zamezeny, se nedeformují. Posunutí na obrázcích jsou v milimetrech.



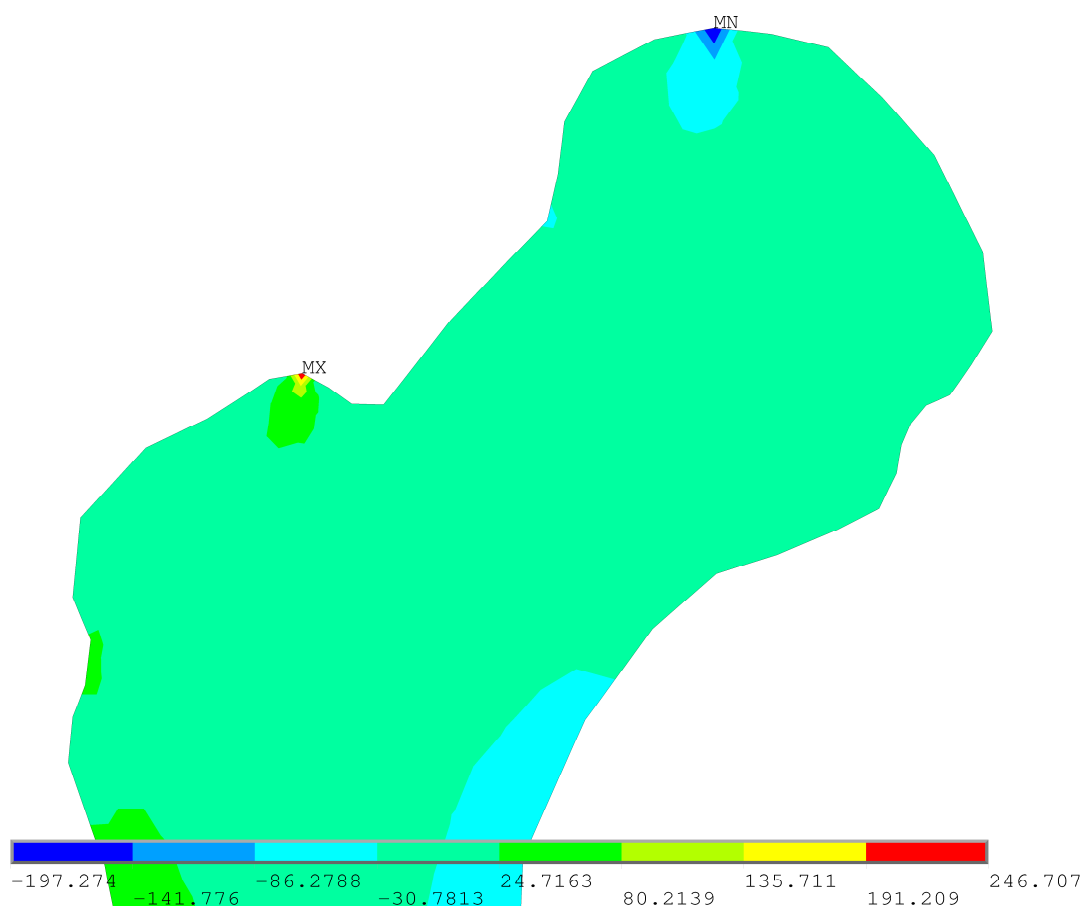
*Obr. 4.2 – Deformovaný a nedeformovaný tvar*

*Obr. 4.1 – Posuvy v ose  $x$*

Napětí v ose  $y$  ukazují na namáhání ohybem (viz *Obr. 4.3*). Tahová napětí vznikají na levé straně femuru, tlaková na straně pravé. Maximum a minimum se nachází v místech, kde bylo aplikováno zatížení. Vzhledem k tomu, že rozložená silová zatížení byla nahrazena stykovými výslednicemi, je zřejmé, že skutečné hodnoty napětí budou v místech kolem stykových výslednic ovlivněna podle Saint Venantova principu (viz *Obr. 4.4*). Hodnoty napětí na obrázcích jsou uvedeny v megapascálech.



*Obr. 4.3 – Napětí v ose  $y$*



Obr. 4.4 – Napětí v ose  $y$ , maximum, minimum

## 4.2 Analýza výsledků

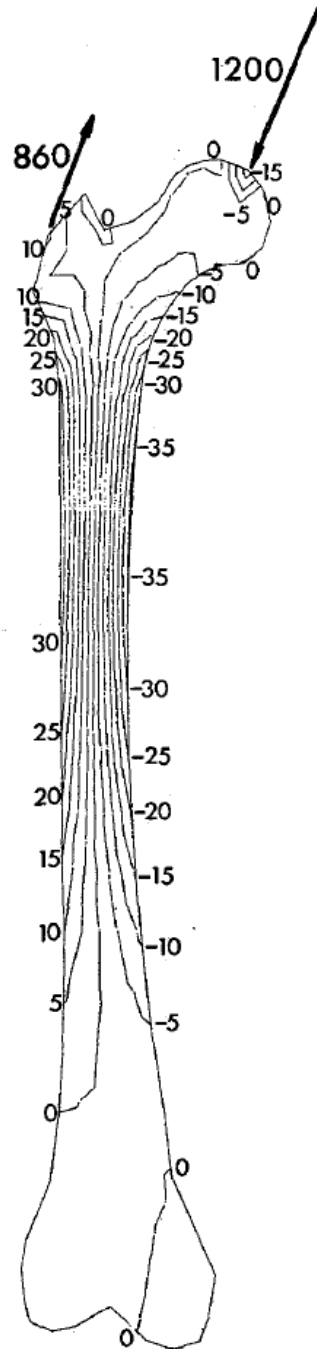
Na dané rozlišovací úrovni bylo podstatným typem namáhání kosti namáhání ohybem (viz Obr. 4.3).

Srovnáme-li naše výsledky s MKP řešením, které uvedl Brekelmans v [10], vidíme, že při stejném typu zatížení je jím řešený femur také namáhán ohybem. Deformovaný a nedeformovaný tvar femuru, jak jej uvedl Brekelmans v [10], je na Obr. 4.6, průběh napětí v ose  $y$  je na Obr. 4.5. Na Obr. 4.5 také vidíme tahová a tlaková napětí, která ukazují na zmíněné namáhání ohybem.

Velikosti napětí nejsou vzájemně srovnatelná v důsledku kvalitativního charakteru našeho řešení a odlišných vstupních hodnot.



Obr. 4.6 – Deformovaný a ne-deformovaný tvar [10]



Obr. 4.5 – Napětí v ose y [10]

## 5 ZÁVĚR

Cíle bakalářské práce formulované v kapitole Formulace problému a cíle řešení byly splněny ve stanoveném rozsahu.

Rešeršní studie popisuje počátky aplikace MKP v biomechanice v období od roku 1972 do roku 1983. Budoucím studentům může sloužit jako první seznámení s aplikacemi MKP v tomto oboru; důraz je kladen na druh použitých MKP modelů (2-D model, 3-D model, typ elementu, zatížení atd.). Pro snadnější orientaci v textu jsou jména většiny autorů jednotlivých prací vynesena na časovou osu pokrývající zmíněné časové období. Jména těch autorů, kteří se na dané dvoustraně objevují, jsou na časové ose proložena tučným řezem písma.

V kapitole nazvané Deformačně napěťová analýza femuru je ukázka praktické aplikace MKP při řešení a hodnocení napětí v lidském femuru. Obdržené výsledky jsou srovnány s výsledky z první aplikace MKP v biomechanice z roku 1972. Vzhledem k tomu, že je práce Brekelmanse a kol. z roku 1972 v rešeršní studii poměrně podrobně rozebrána, nabízí se ke srovnání také jeho postup a náš postup řešení.

Vypracování tohoto tématu není možno považovat za zcela dokončené nebo vyčerpávajícím způsobem podané – pouze v prvním desetiletí MKP v biomechanice je množství jejích aplikací nad rámec této bakalářské práce; připomeňme ještě, že práce popisovala zejména oblast ortopedické biomechaniky, a ani v této oblasti nebyl uveden celý výčet řešených problémů.





## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] HUISKES, R. a E. Y. S. CHAO. A Survey of Finite Element Analysis in Orthopedic Biomechanics: The First Decade. *Journal of Biomechanics*. 1983, Vol. 16, No. 6, s. 385-409. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290\(83\)90072-6](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290(83)90072-6). Dostupné z: <http://alexandria.tue.nl/repository/freearicles/585414.pdf>
- [2] RYBICKI, E. F., F. A. SIMONEN a E. B. WEIS, Jr. On the Mathematical Analysis of Stress in the Human Femur. *Journal of Biomechanics*. 1972, Vol. 5, Issue 2, s. 203-215. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290\(72\)90056-5](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290(72)90056-5).
- [3] ASMUS, V. *Antická filozofie*. 1. vyd. Překl. J. Zouhar. Praha: Svoboda, 1986, 542 s.
- [4] HUISKES, R., J. D. JANSSEN a T. J. SLOOFF A detailed comparison of experimental and theoretical stress-analyses of a human femur. *Mechanical properties of bone*. New York: ASME, 1983, s. 211-234.
- [5] GORFUNKEL, A. Ch. *Renesanční filozofie*. 1. vyd. Překl. O. Vochoč. Praha: Svoboda, 1987, 377 s.
- [6] MARTIN, B. R. A Genealogy of Biomechanics. In: *Presidential Lecture: 23rd Annual Conference of the American Society of Biomechanics*. Pittsburgh: University of Pittsburgh, 1999. Dostupné z: <http://www.biomech.uottawa.ca/fran09/enseignement/apa2715/magistraux/genealogy.pdf>
- [7] KONVIČKOVÁ, S. a J. VALENTA. *Biomechanika člověka: Svalově kosterní systém*. Vyd. 2. Praha: Česká technika – nakladatelství ČVUT, 2007, 175 s. 2. díl. ISBN 978-800-1038-963.
- [8] PETRUŠKA, J. *Počítačové metody mechaniky II* [online]. 2003 [cit. 2012-05-19]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/cz/studium/studijni-materialy.html>
- [9] Principles and Methods of Solid Biomechanics. HUISKES, R. *Functional Behavior of Orthopedic Biomaterials*. CRC Press, 1984, s. 51-97.
- [10] BREKELMANS, W. A. M., H. W. POORT a T. J. J. H. SLOOFF. A new method to analyse the mechanical behaviour of skeletal parts. *Acta Orthopaedica Scandinavica*. 1972, č. 43, s. 301-317. Dostupné z: <http://alexandria.tue.nl/repository/freearicles/606408.pdf>

- [11] SEEDHOM, B. B., D. DOWSON a V. WRIGHT. Functions of the menisci: A preliminary study. *EULAR Journal*. 1974, Vol. 33, Issue 1, s. 111. Dostupné z: <http://ard.bmj.com/content/33/1/111.full.pdf+html>
- [12] RYBICKI, E. F. et al Mathematical and Experimental Studies on the Mechanics of Plated Transverse Fractures. *Journal of Biomechanics*. Pergamon Press, 1974, Vol. 7, Issue 4, s. 377-384. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290\(74\)90033-5](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290(74)90033-5).
- [13] SIMON, B. R. et al Evaluation of one-, two-, and three-dimensional finite element and experimental models of internal fixation plates. *Journal of Biomechanics*. 1977, Vol. 10, Issue 2, s. 79-86. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290\(77\)90071-9](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290(77)90071-9). Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021929077900719>
- [14] RYBICKI, E. F. et al Effects of cartilage stiffness and viscosity on a nonporous compliant bearing lubrication model for living joints. *Journal of Biomechanics*. 1979, Vol. 12, Issue 6, s. 403-409. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290\(79\)90024-1](http://dx.doi.org/10.1016/0021-9290(79)90024-1). Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021929079900241>
- [15] SOSNA, A. et al *Základy ortopedie*. 1. vyd. Praha: TRITON, 2001, 175 s. ISBN 80-725-4202-8.
- [16] HUISKES, R. et al Finite element computer methods for design and fixation problems of orthopaedic implants. In: ASMUSSEN a K. JORGENSEN. *Biomechanics VI-B: proceedings of the sixth International Congress of Biomechanics*. Baltimore, MD: University Park Press, 1978, s. 229-238. Dostupné z: <http://alexandria.tue.nl/repository/freearticles/586854.pdf>
- [17] KOLCUN, J. Wolffův zákon. *Jujutsu* [online]. [cit. 2012-05-19]. Dostupné z: <http://www.jujutsu.cz/clanky/wolffuv-zakon>
- [18] VALENTA, J. *Biomechanika člověka: Svalově kosterní systém, Díl 2*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1997.
- [19] FLORIAN, Z. et al *Teoretické rozpracování silových poměrů v oblasti kyčelního kloubu po dětské aseptické nekróze hlavice stehenní kosti*. VUT Brno, Strojní fakulta, Katedra mechaniky těles.
- [20] HROMÁDKA, R. ANATOMICKÝ ÚSTAV 1. LF UK. *AnatoNomina: Interaktivní výuka anatomie* [online]. 2012 [cit. 2012-05-19]. Dostupné z: <http://www.anatonomina.org/>

- [21] STRAKA, M. et al *Praktická aplikace teoretických poznatků o silových poměrech v oblasti kyčelních kloubů změněných aseptickou nekrózou*. Fakultní dětská nemocnice s poliklinikou, Ortopedická klinika.
- [22] Tuberculous osteomyelitis of femur. TRIKEAPPS. *Radiopaedia* [online]. 2011 [cit. 2012-05-19]. Dostupné z: <http://radiopaedia.org/images/805219>
- [23] Femur Right x-ray 0001. FOTONAUTS, Inc. *Fotopedia* [online]. 2012 [cit. 2012-05-19]. Dostupné z: <http://www.fotopedia.com/items/flickr-241873015>
- [24] Growth disorder of thigh bone: X-ray. SCIENCE PHOTO LIBRARY LTD. *Science-PhotoLibrary* [online]. 2012 [cit. 2012-05-19]. Dostupné z: <http://www.sciencephoto.com/media/157996/enlarge>
- [25] MOOG, U. et al Two sibs with an unusual pattern of skeletal malformations resembling osteogenesis imperfecta: a new type of skeletal dysplasia?. *Journal of Medical Genetics*. 1999, Vol. 36, Issue 11, s. 856-858. DOI: 10.1136/jmg.36.11.856. Dostupné z: <http://jmg.bmj.com/content/36/11/856.full>



**SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ**

$F_A$  [N] – výsledná styková síla od podložky v místě chodidla

$F_{DK}$  [N] – tíhová síla dolní končetiny

$F_G$  [N] – tíhová síla

$F_{GB}$  [N] – tíhová síla bérce

$F_{GN}$  [N] – tíhová síla chodidla

$F_{GS}$  [N] – tíhová síla stehna

$F_R$  [N] – výsledná styková síla působící na kloubní hlavici

$F_{Rx}$  [N] –  $x$ -ová složka výsledné stykové síly působící na kloubní hlavici

$F_{Ry}$  [N] –  $y$ -ová složka výsledné stykové síly působící na kloubní hlavici

$F_S$  [N] – síla vyvozená svaem gluteus medius

$F_{Sx}$  [N] –  $x$ -ová složka síly vyvozené svaem gluteus medius

$F_{Sy}$  [N] –  $y$ -ová složka síly vyvozené svaem gluteus medius

$g$  [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ] – tíhové zrychlení

$l_S$  [mm] – délka svalu gluteus medius

$m$  [kg] – hmotnost chlapce

$n_1, n_2$  [–] – počet prvků

$x_{DK}$  [mm] –  $x$ -ová souřadnice nositelky síly  $F_{DK}$

$x_{GB}$  [mm] –  $x$ -ová souřadnice působiště tíhové síly bérce

$x_{GN}$  [mm] –  $x$ -ová souřadnice působiště tíhové síly chodidla

$x_{GS}$  [mm] –  $x$ -ová souřadnice působíště tíhové síly stehna

$x_R$  [mm] –  $x$ -ová souřadnice bodu R (působíště síly  $F_R$ )

$x_S$  [mm] –  $x$ -ová souřadnice bodu S (působíště síly  $F_S$ )

$y_S$  [mm] –  $y$ -ová souřadnice bodu S (působíště síly  $F_S$ )

$\alpha$  [°] – úhel odklonu síly  $F_S$  od osy  $y$

$\Delta\sigma$  [MPa] – rozdíl napětí

$\mu$  – celkový počet neznámých parametrů

$\mu_F$  – počet neznámých silových parametrů

$\mu_M$  – počet neznámých momentových parametrů

$\mu_R$  – počet neznámých polohových parametrů

$\nu$  – počet použitelných rovnic

$\nu_F$  – počet použitelných silových rovnic

$\nu_M$  – počet použitelných momentových rovnic

$\pi_R$  – neúplně určená silová soustava

$\pi_S$  – úplně určená silová soustava

$\sigma$  [MPa] – napětí

$\varphi$  [°] – úhel odklonu síly  $F_R$  od osy  $y$

## SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1.1 – Test konvergence</i> .....	18
<i>Obr. 1.2 – Model z výpočtu Brekelmanse a kol. [10]</i> .....	20
<i>Obr. 1.3 – MKP model epifýzy Rybického a kol. z [2]</i> .....	22
<i>Obr. 1.4 – 3-D MKP model Rohlmanna a kol. z roku 1980 [1]</i> .....	25
<i>Obr. 1.5 – Uvažované zatížení [12]</i> .....	28
<i>Obr. 1.6 – Velikosti uvažovaného zatížení [12]</i> .....	28
<i>Obr. 1.7 – a) Coxa vara b) Coxa valga</i> .....	31
<i>Obr. 1.8 – Model geometrie femorální části THR z [16]</i> .....	32
<i>Obr. 1.9 – Femorální část THR z [16]</i> .....	32
<i>Obr. 1.11 – MKP model kolenní čéšky (Hayes a kol., 1982) z [1]</i> .....	36
<i>Obr. 1.10 – Povrchová náhrada (Huiskes a Heck, 1981) z [1]</i> .....	36
<i>Obr. 3.1 – Získání jednotlivých bodů v programu typu CAD</i> .....	41
<i>Obr. 3.2 – Vynesené body v programu ANSYS</i> .....	42
<i>Obr. 3.3 – Pořadí bodů v programu ANSYS</i> .....	42
<i>Obr. 3.4 – Silové uvolnění DK</i> .....	44
<i>Obr. 3.5 – Působíště jednotlivých sil</i> .....	47
<i>Obr. 3.6 – Souřadnice působíšť jednotlivých sil</i> .....	47
<i>Obr. 3.7 – Určení těžiště DK</i> .....	48
<i>Obr. 3.9 – Elementy vygenerované programem ansys</i> .....	49
<i>Obr. 3.8 – Detail zjemnění elementů v místě „vrubů“</i> .....	49
<i>Obr. 4.2 – Deformovaný a nedeformovaný tvar</i> .....	51
<i>Obr. 4.1 – Posuvy v ose x</i> .....	51
<i>Obr. 4.3 – Napětí v ose y</i> .....	52
<i>Obr. 4.4 – Napětí v ose y, maximum, minimum</i> .....	53
<i>Obr. 4.5 – Napětí v ose y [10]</i> .....	54
<i>Obr. 4.6 – Deformovaný a nedeformovaný tvar [10]</i> .....	54





## **DODATKY**

### **Seznam dodatků:**

- Dodatek A: použitý RTG snímek
- Dodatek B: grafické řešení zatížení
- Dodatek C: obsah přiloženého CD

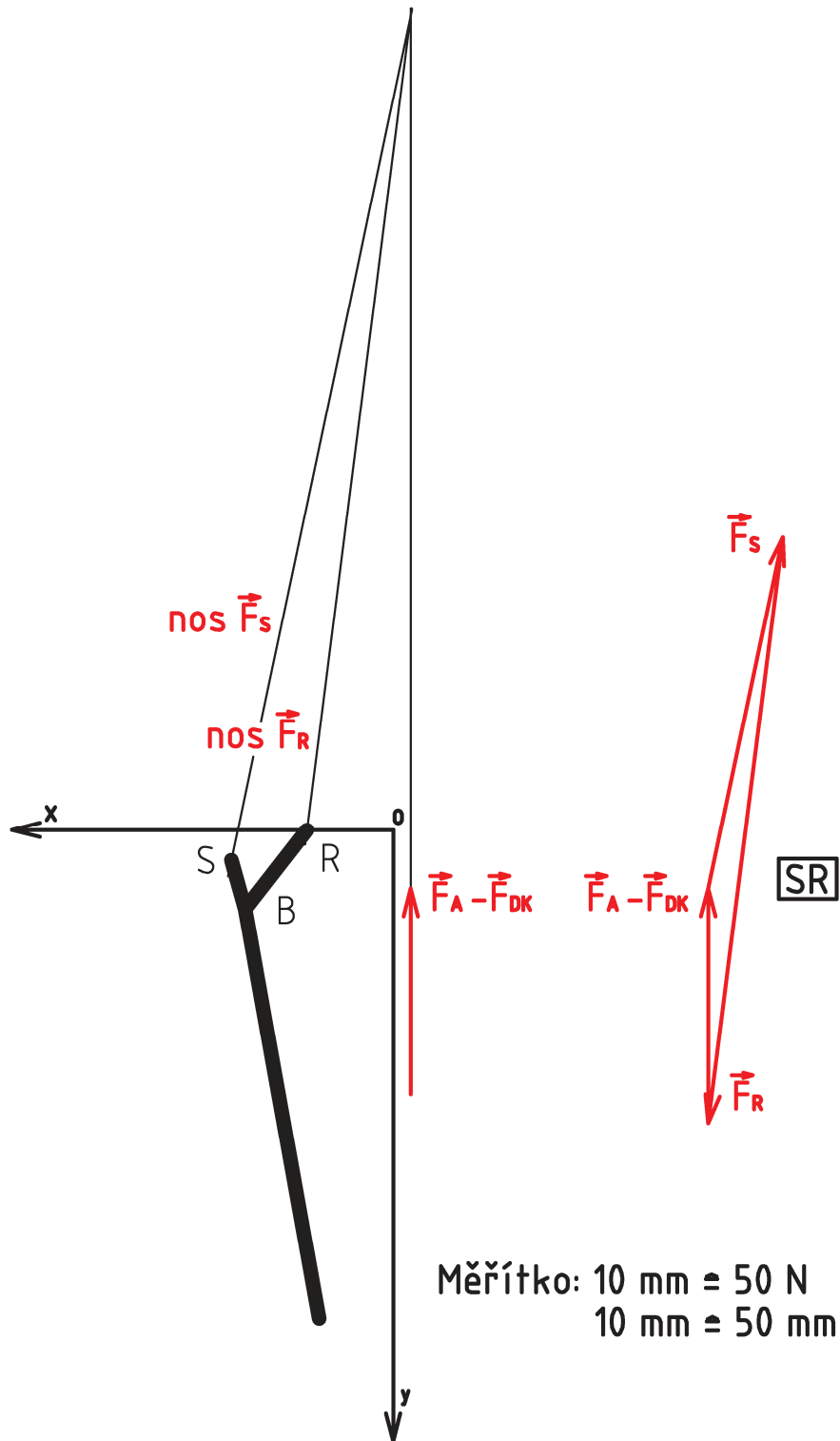


**Dodatek A: použitý RTG snímek**





**Dodatek B: grafické řešení zatížení**





## **Dodatek C: obsah příloženého CD**

Příložené CD obsahuje:

- Elektronickou verzi práce: Hajek\_Petr\_BP\_2012\_e-verze.pdf
- Textový soubor s řešením deformačně napěťové analýzy v programu ANSYS:  
Hajek\_Petr\_BP\_2012\_Deformačně napěťová analýza femuru.log

*Příložené CD je součástí pouze tištěné formy bakalářské práce.*