

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Závislosti, vztahy a práce s daty na 2. stupni základní školy

Mgr. Mariana Jalůvková

Olomouc 2024

doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma *Závislosti, vztahy a práce s daty* na 2. stupni základní školy vypracovala samostatně s využitím uvedené literatury a zdrojů.

V Olomouci dne 15. 4. 2024

.....

Mgr. Mariana Jalůvková

Poděkování

Děkuji doc. RNDr. Jitka Laitochové, CSc. za odborné vedení, připomínky a doporučení při zpracování diplomové práce. Dále děkuji pracovníkům katedry matematiky a kolegům v práci za otevřenost a jejich podporu ve studiu. Závěrem děkuji mému snoubenci za nezměrnou trpělivost při mém studiu.

Anotace

Jméno a příjmení:	Mgr. Mariana Jalůvková
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	doc. RNDr. Jitka Laitochová, CSc.
Rok obhajoby:	2024

Název práce:	Závislosti, vztahy a práce s daty na 2. stupni základní školy
Název v angličtině:	The Dependencies, Relations and Work with Data at Lower Secondary School
Zvolený typ práce:	Kombinace (výzkumná práce – zpracování primárních dat; aplikační práce)
Anotace práce:	<p>V diplomové práci se zaměřujeme na tematický okruh „Závislosti, vztahy a práce s daty“, který patří do RVP ZV. Cíl práce je srovnat české učebnice matematiky pro 2. stupeň základních škol. Další cíl práce je vytvořit soubor pracovních listů se zaměřením na dané téma. V teoretické části zahrnujeme kapitolu zaměřenou na daný tematický okruh ve světě i u nás a na učebnice. Ve výzkumné části se věnujeme didaktické vybavenosti učebnic matematiky a četnosti úloh v učebnicích matematiky. Aplikační část obsahuje soubor vytvořených pracovních listů s ověřením vybraných listů v praxi. Po diskusi diplomovou práci uzavíráme souborem pracovních listů v přílohách.</p>
Klíčová slova:	závislosti, vztahy, práce s daty, učebnice, pracovní listy, statistika, funkce
Anotace v angličtině:	<p>In the diploma thesis, we focus on the thematic area "Dependencies, relationships and work with data", which belongs to the RVP ZV. The goal of the work is to compare Czech mathematics textbooks at lower secondary school. Another goal of the work is to create a set of worksheets focusing on the given topic. In the theoretical part, we include a chapter focused on the given thematic range in the world and in our country and on textbooks. In the research part, we focus on the didactic equipment of mathematics textbooks and the frequency of tasks in mathematics textbooks. The application part contains a set of created worksheets with verification of selected worksheets in practice. After the discussion, we conclude the thesis with a set of worksheets in the appendices.</p>

Klíčová slova v angličtině:	dependencies, relations, work with data, textbook, worksheets, statistics, function
Přílohy vázané v práci:	<p>Příloha 1: Pracovní list č. 1: základy statistiky – pojmy (zadání)</p> <p>Příloha 2: Pracovní list č. 2: absolutní a relativní četnost (zadání)</p> <p>Příloha 3: Pracovní list č. 3: aritmetický průměr, modus, medián (zadání)</p> <p>Příloha 4: Pracovní list č. 4: diagramy (grafy) (zadání)</p> <p>Příloha 5: Pracovní list č. 5: závislosti a data (zadání)</p> <p>Příloha 6: Pracovní list č. 6: funkce – definiční obor, obor hodnot, graf funkce (zadání)</p> <p>Příloha 7: Pracovní list č. 7: funkce – přímá úměrnost (zadání)</p> <p>Příloha 8: Pracovní list č. 8: funkce – nepřímá úměrnost (zadání)</p> <p>Příloha 9: Pracovní list č. 9: funkce – lineární funkce (zadání)</p> <p>Příloha 10: Pracovní list č. 10: funkce (zadání)</p> <p>Příloha 11: Pracovní list č. 1: základy statistiky – pojmy (řešení)</p> <p>Příloha 12: Pracovní list č. 2: absolutní a relativní četnost (řešení)</p> <p>Příloha 13: Pracovní list č. 3: aritmetický průměr, modus, medián (řešení)</p> <p>Příloha 14: Pracovní list č. 4: diagramy (grafy) (řešení)</p> <p>Příloha 15: Pracovní list č. 5: závislosti a data (řešení)</p> <p>Příloha 16: Pracovní list č. 6: funkce – definiční obor, obor hodnot, graf funkce (řešení)</p> <p>Příloha 17: Pracovní list č. 7: funkce – přímá úměrnost (řešení)</p> <p>Příloha 18: Pracovní list č. 8: funkce – nepřímá úměrnost (řešení)</p> <p>Příloha 19: Pracovní list č. 9: funkce – lineární funkce (řešení)</p> <p>Příloha 20: Pracovní list č. 10: funkce (řešení)</p>
Rozsah práce:	96 stran + 68 stran příloh
Jazyk práce:	Český jazyk

Obsah

Úvod.....	8
1 Matematická gramotnost v celosvětovém pohledu.....	9
1.1 Matematická gramotnost a její složky.....	9
1.1.1 Matematická kultura a matematická gramotnost	11
1.1.2 Faktory úrovně matematické gramotnosti.....	12
1.2 Srovnávací nástroje pro hodnocení vzdělávání	14
1.2.1 Kalibro.....	15
1.2.2 SCIO.....	16
1.2.3 InspIS SET	16
1.2.4 TIMSS	17
1.2.5 PISA	20
2 Česká republika a vzdělávání dle kurikulárních dokumentů	22
2.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.....	22
2.2 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace	23
2.2.1 Tematický okruh Závislosti, vztahy a práce s daty	25
3 Učivo tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty	27
3.1 Závislosti a data.....	27
3.2 Funkce	30
4 Učebnice.....	34
4.1 Funkce učebnice	35
4.2 Struktura učebnice	37
4.3 Hodnotící kritéria pro učebnice	38
4.3.1 Strukturní komponenty učebnice	39
5 Didaktická vybavenost učebnic matematiky.....	42
5.1 Výzkumný problém a metodologický postup	42
5.2 Výzkumný soubor učebnic dle nakladatelství.....	43
5.2.1 Didaktis	44
5.2.2 Fortuna	45
5.2.3 Fraus	46

5.2.4	Nová škola.....	48
5.2.5	Prodos.....	49
5.2.6	Prometheus.....	50
5.2.7	SPN – Pedagogické nakladatelství.....	51
5.2.8	Taktik.....	52
5.2.9	Shrnutí výzkumného souboru.....	54
5.3	Měření didaktické vybavenosti učebnic.....	54
5.4	Analýza didaktické vybavenosti učebnic.....	59
5.5	Četnost učebních úloh v učebnicích.....	62
5.6	Výsledky výzkumu.....	66
6	Pracovní listy.....	68
6.1	Teorie k pracovním listům.....	68
6.2	Cíl a metodika pracovních listů.....	70
6.3	Tvorba pracovních listů.....	70
6.3.1	GeoGebra.....	74
6.3.2	Online podoba pracovních listů.....	77
6.4	Ověření pracovních listů.....	79
7	Diskuse.....	83
	Závěr.....	85
	Seznam literatury a zdrojů.....	86
	Seznam zkratk.....	95
	Seznam příloh.....	96
	Přílohy.....	I

Úvod

Matematika a jiné předměty ve škole se dostávají do proměn ve vyučování. Ať už v ohledu na tom, že nositelem informace není pouze učitel či učebnice, ale jakékoliv další prostředky, které do výchovně-vzdělávacího procesu vstupují. Učitel nemá vyučovat formou frontální výuky, ale dbát na individuální přístup. Jako jeden z mnoha začínajících pedagogů se snažím o přípravu vhodných materiálů pro výuku a vyzkoušení různých prostředků a metod, které povedou v případě vzdělávacích programů základního vzdělávání k naplnění očekávaných výstupů.

Nedílnou součástí vzdělávací struktury jsou i pedagogické dokumenty, včetně rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Obsáhnout všechny oblasti by bylo nesmírně široké, proto jsme vybrali jeden ze čtyř tematických okruhů, jak napovídá název této kvalifikační práce, „Závislosti, vztahy a práce s daty“.

Diplomová práce má dva hlavní cíle.

Možným krokem začínajícího učitele je vzít si v prvních chvílích výuky dostupnou učebnici. Co nám učebnice matematiky v tomto tematickém okruhu nabízí? Jedním z cílů diplomové práce je srovnat české učebnice matematiky pro 2. stupeň základních škol.

Pokud nechceme být učitelem, který využívá pouze učebnici, tak se nabízí pracovní sešit, popř. v dnešní době využívanější pracovní listy, které jsou žákům předkládány za různým účelem. Druhým z cílů diplomové práce je vytvořit soubor pracovních listů, který je dostupný pro pedagogy nejen ve formě tištěné, ale i online podobě pro využití moderních technologií.

V diplomové práci se věnujeme nejprve matematické gramotnosti a oblastem matematických výzkumů či srovnávacích nástrojů nejen v ČR, které zahrnují v sobě námi vybraný tematický okruh závislostí, vztahů a práci s daty. Představíme si i zařazení do naší vzdělávací soustavy a samotné učivo, které k okruhu vážeme. Dále se zaměříme na teoretické poznatky k učebnicím a možnosti jejich srovnání podle určitých kritérií, díky kterým bychom identifikovali rozdíly. Ať už rozdíly v didaktické vybavenosti či četnosti úloh. Následně na základě těchto poznatků vytvoříme vlastní soubor pracovních listů.

1 Matematická gramotnost v celosvětovém pohledu

Závislosti, vztahy a práce s daty je jedním z okruhů matematiky v dokumentech předepsaných v České republice. V této kapitole nahlédneme do představ o tomto okruhu v celosvětovém pohledu. Uvedeme si matematickou gramotnost a její složky, zda tam tento okruh nalezneme, a představíme si srovnávací nástroje, které nám mohou poskytovat data z tohoto okruhu.

1.1 Matematická gramotnost a její složky

Gramotnost je jedním z ukazatelů vzdělanosti národa (Průcha, 2009). Podle společenských, kulturních a ekonomických podmínek můžeme rozlišovat různé druhy a úrovně gramotnosti. Můžeme mluvit o bázové gramotnosti, kde si osvojujeme základní dovednosti, a funkční gramotnosti, kde využíváme informace k řešení problémů, formulujeme vlastní názory. Mezi obecnou funkční gramotnost můžeme zařadit čtenářskou, přírodovědnou, matematickou apod.

Celosvětově můžeme mluvit o matematické gramotnosti, popřípadě o matematické kompetenci, kterou se snažíme u žáků rozvíjet. Intuitivně takové terminologii rozumíme, ale přesné vymezení není tak jednoduché (Altmanová, et al., 2010).

Pedagogický slovník (Průcha, Walterová, Mareš, 2013) definuje matematickou gramotnost podle pojetí OECD (Organisation for Economic Cooperation and Development / Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj; dále OECD) / PISA (Programme for International Student Assessment; dále PISA). A také udává, že úroveň je měřena v testech Kalibro a mezinárodních testech TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study; dále TIMSS) a PISA.

Organizace OECD provádí rozsáhlé výzkumy a analýzy. Jeden z nejznámějších programů je PISA, který provádí mezinárodní srovnávací testy každé tři roky od roku 2000. Proto PISA patří ke klíčovým zdrojům informací na mezinárodní úrovni. V díle *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, reading, Science, and Problem Solving Knowledge and Skills* (2003, s. 15) jsou definovány čtyři hlavní domény: *Mathematical Literacy*, *Reading Literacy*, *Scientific Literacy*, *Problem Solving Skills*. Volně je můžeme přeložit jako matematickou gramotnost, čtenářskou gramotnost, přírodovědnou gramotnost a dovednosti při řešení problémů. Zde tedy nalézáme definici matematické gramotnosti, kterou i s celou

doménou v rámci projektu Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy (dále MŠMT) přeložil Ústav pro informace ve vzdělávání. Pro jednotnost dále využijeme jejich přeloženou podobu.

V Koncepci matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003 (2004, s. 5) je definována matematická gramotnost: „*Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana.*“.

U matematické gramotnosti rozlišujeme tři složky uvedené v Koncepci matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003 (2004, s. 10):

- „*situace a kontexty, do nichž jsou zasazeny problémy, které mají žáci řešit,*
- *matematický obsah, který by měl být použit při řešení problémů; pro účely výzkumu je uspořádán do několika tematických okruhů,*
- *kompetence, které se uplatňují při řešení problémů v procesu propojování reálného světa, v němž problémy vznikají, s matematikou*“.

Stěžejní složkou je matematický obsah, na který se dále zaměřujeme. Školní osnovy matematiky odráží historicky vzniklé obory jako aritmetika, algebra či geometrie (Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003, 2004). Problémy v aplikaci matematiky nebývají však takto uspořádány. Je možné vymezit několik matematických okruhů jako struktura, rozměr, kvantita, symetrie apod. Výzkum PISA 2003 využívá následující okruhy:

- „*kvantita,*
- *prostor a tvar,*
- *změna a vztahy,*
- *neurčitost*“ (Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003, 2004, s. 15).

Jednotlivé okruhy můžeme následně přiblížit, že jsou založeny na určitém hledisku, díky kterému je možné provázání s dalšími okruhy.

Kvantita

V tomto okruhu je zahrnuto: „*význam čísel, různé reprezentace čísel, operace s čísly, představa velikosti čísel, počítání z paměti a odhady, míra*“ (Nemčíková, et al., 2011, s. 7).

Prostor a tvar

Zahrnuje zejména oblasti: „orientace v prostoru, rovinné a prostorové útvary, jejich metrické a polohové vlastnosti, konstrukce a zobrazování útvarů, geometrická zobrazení“ (Nemčíková, et al., 2011, s. 7).

Změna a vztahy

Okruh zabírá tyto součásti: „závislost, proměnná, základní typy funkcí, rovnice a nerovnice, ekvivalence, dělitelnost, inkluze; vyjádření vztahů symboly, grafy, tabulkou“ (Nemčíková, et al., 2011, s. 7).

V tomto okruhu si můžeme povšimnout, že bude zahrnuto nejvíce z naší oblasti práce, která je pojmenována dle našeho vzdělávacího systému „závislosti, vztahy a práce s daty“.

Neurčitost

Do tohoto okruhu se zahrnuje: „sběr dat, analýza dat, prezentace a znázorňování dat, pravděpodobnost a kombinatorika, vyvozování závěrů“ (Nemčíková, et al., 2011, s. 7).

I tento okruh zahrnuje námi zajímanou oblast, neboť se opírá především o dvě témata – data a náhoda (Koncepte matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003, 2004).

Když vidíme okruhy, tak ve světovém pohledu dochází k jinému členění, kde naše oblast zaměření „závislosti, vztahy a práce s daty“ zasahuje do několika oblastí (změna a vztahy, neurčitost).

V kapitole o vzdělávání v České republice (dále ČR) si můžeme ověřit rozsah tematického okruhu, na který je práce zaměřena. Ať se jedná o jakýkoliv náš školský i neškolský systém, je vidět v tomto srovnání s PISA 2003, že se jedná o důležitou oblast matematiky, která by ve vzdělávání neměla být opomenuta.

1.1.1 Matematická kultura a matematická gramotnost

Definici matematické gramotnosti se věnují i jiní autoři. V této podkapitole se jim věnujeme i ve spojení v oddělení dalšího pojmu, kterým je matematická kultura.

Definování matematické gramotnosti se věnují i další autoři jako například Straková (2002), která opět vychází z PISA výzkumů. „*Matematická gramotnost je definována jako schopnost rozpoznat a pochopit matematické problémy, zabývat se jimi a využívat matematiku*

v soukromém životě, v zaměstnání a ve společnosti přátel a příbuzných jako konstruktivní, zainteresovaný a přemýšlivý občan“ (Straková, 2002, s. 11).

Hošpesová (Hošpesová et al., 2011) se zaměřuje na matematickou gramotnost ve spojení s matematickou kulturou pro jejich odlišení.

Matematickou kulturu chápeme jako dobrou matematiku, která řeší problémy matematickými technikami, aplikacemi, vhladem, tvořivostí a matematickou krásou (Hošpesová et al., 2011). Matematická kultura má různé úrovně, kdy při jejím pěstování rozvíjíme matematické kompetence, matematickou gramotnost.

*„Stručně lze matematickou gramotnost shrnout do hesla: **znát, rozumět a umět použít** to učivo příslušného ročníku, které je základní.“ (Hošpesová et al., 2011, s. 27)*

Matematická gramotnost je u Hošpesové (Hošpesová et al., 2011) vymezena základním učivem. V tomto pojetí, pokud bychom rozvíjeli matematickou gramotnost, bychom odkazovali se na matematické standardy od Jednotky českých matematiků a fyziků (Fuchs et al., 2000). Jednota českých matematiků a fyziků nezávazně na MŠMT se snažila postihnout standardy požadované úrovně žáků při ukončení základní školy, popř. nižších ročníků víceletých gymnázií. V rámci jejich záměru neformulují metodiku, časovou dotaci, ale pouze uvádí přehled požadovaných znalostí a dovedností v teoretické části a kategoricky dle náročnosti rozřazené úlohy k ověření znalostí žáků v příkladové části. Přehled požadovaných znalostí je v podobě výstupů. Výstupy, které jsou pro vzdělávání v ČR závazné si přiblížíme v následující kapitole. I když ve vzdělávání došlo k proměnám, tak vybrané matematické standardy uvádíme v podkapitole „Funkce“ u kapitoly „Učivo tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty“.

1.1.2 Faktory úrovně matematické gramotnosti

Jestliže se zaměříme na matematickou gramotnost, případně pouze na naši oblast zkoumání, je vhodné položit si otázku, jakým způsobem je možné ji rozvíjet a co ji ovlivňuje. Nad touto skutečností se zamýšlíme v této podkapitole.

Matematickou gramotnost rozvíjíme ve vlastním předmětu matematiky, ale také v dalších předmětech. V dalších předmětech se dle šetření České školní inspekce (dále ČŠI) jedná převážně o matematické dovednosti:

- *„práci s chybou (67 % škol);*
- *práci s odhadem (65 % škol);*

- *matematizaci reálné situace (56 % škol);*
- *práci s různými typy matematického textu a dat (41 %)*“ (Novosák et al., 2020, s 22).

Opět zde narážíme na důležitost oblasti naší práce spjaté s daty. I když se snažíme o rozvoj matematické gramotnosti, jsou zde faktory, které matematickou gramotnost ovlivňují.

ČŠI se ve školním roce 2019/2020 zaměřila na rozvoj matematické gramotnosti (Novosák et al., 2020). Využívá vybrané srovnávací nástroje pro hodnocení vzdělávání, které uvádíme dále v textu. ČŠI provedla i své vlastní šetření v této oblasti. Je vhodné se s těmito faktory seznámit, abychom věděli, co ovlivňuje či statisticky významně neovlivňuje matematickou gramotnost. Zjištění jsou zaznačena v následující tabulce, která charakterizuje pozitivní vztah „(+“ faktoru k matematické gramotnosti, negativní vztah „(-)“ či nenalezení statisticky významného vztahu „(0)“.

Faktor	Statisticky významný vztah
Studovaný obor žáka	(+) Žáci gymnaziálních oborů
Pohlaví žáka	(+) Chlapci ve srovnání s dívkami
Status žáka se SVP	(-) Žáci se statusem žáka se SVP
Množství knih, které má žák doma k dispozici	(+) Vyšší počet knih; nelineární závislost
Vztah žáka s učiteli	(0) Bez statisticky významného vztahu
Vztah žáka se spolužáky	(0) Bez statisticky významného vztahu
Atmosféra výuky	(+) Žákem pozitivně vnímaná atmosféra výuky
Pohled učitelů matematiky na vnímání obtížnosti a obav z matematiky jejich žáků	(-) Učitelé s pohledem na vnímání obtížnosti a obav z matematiky svými žáky
Zřizovatel školy	(0) Bez statisticky významného vztahu
Velikost školy	(0) Bez statisticky významného vztahu
Kraj školy	(+) Žáci škol nacházejících se na území hlavního města Prahy
Socioekonomické znevýhodnění lokality školy	(-) Žáci škol nacházejících se v lokalitách s horšími socioekonomickými předpoklady

Tabulka 1 Vztah hodnocených faktorů a úrovně matematické gramotnosti žáků (Novosák et al., 2020, s. 38)

Pokud si uvědomujeme faktory, které mají statistický význam, tak bychom svou pozornost měli zaměřit na to, jak s tímto faktorem ve výuce pracujeme.

Za zmínku stojí i překážky, které vnímají učitelé matematiky při jejich výkonu. Ze šetření ČŠI můžeme vidět v tabulce porovnání učitelé prvního a druhého stupně (Novosák et al., 2020).

Překážka	1. stupeň	2. stupeň
Administrativa	74 %	75 %
Nedostatečně vnímaná prestiž povolání	50 %	50 %
Psychická náročnost povolání	38 %	38 %
Nekázeň žáků	28 %	29 %
Časová náročnost jednotlivých činností	27 %	24 %
Platové ohodnocení	26 %	22 %
Vztahy se zákonnými zástupci žáků	23 %	20 %
Vysoký počet žáků ve třídách	19 %	21 %
Nedostatečná motivace žáků	18 %	32 %
Nadměrný objem učiva	13 %	14 %
Nedostatek schopností a nadání žáků	12 %	18 %
Nedostatečné zázemí a vybavení školy	10 %	10 %
Nedostatečná podpora ze strany vedení školy	3 %	3 %
Špatný pracovní kolektiv	3 %	2 %
Tlak přijímacích, maturitních a závěrečných zkoušek	3 %	7 %
Malá schopnost učitele zaujmout a nadchnout své žáky	1 %	2 %

Tabulka 2 Překážky nejvíce omezující učitele matematiky na základních školách při výkonu své profese (Novosák et al., 2020, s. 43)

Největší změny vidíme překážce v rámci nedostatečné motivace žáků. Je otázkou, do jaké míry je schopen učitel matematiky danou překážku ovlivnit.

Pokud přejdeme od faktorů a překážek k výsledkům, tak následující podkapitola se zaměřuje na hodnocení vzdělávání v matematice.

1.2 Srovnávací nástroje pro hodnocení vzdělávání

V ČR je několik nástrojů hodnotící naplňování stanovených kurikulárních cílů. Může se jednat o prostředky komerční pomocí externího testování, tak i inspekční (Zatloukal et al., 2022). Nezapomínáme však i na mezinárodní šetření. V šetřeních nás zajímá především oblast matematiky.

Mezi externí komerční prostředky patří Kalibro, SCIO (Zatloukal et al., 2022). Inspekčním nástrojem je InspIS SET. ČŠI přináší i výsledky mezinárodního šetření IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement / Mezinárodní asociace pro hodnocení výsledků vzdělávání; dále IEA) a OECD. Dříve pouze zmíněný projekt TIMSS je projektem asociace IEA. PISA je projektem OECD. Samozřejmě ČŠI spolupracuje i

na dalších mezinárodních projektech, ale tyto primárně souvisí s matematickou gramotností. V oddílech si zmíněné prostředky (Kalibro, SCIO, InspIS SET, TIMSS, PISA) přiblížíme.

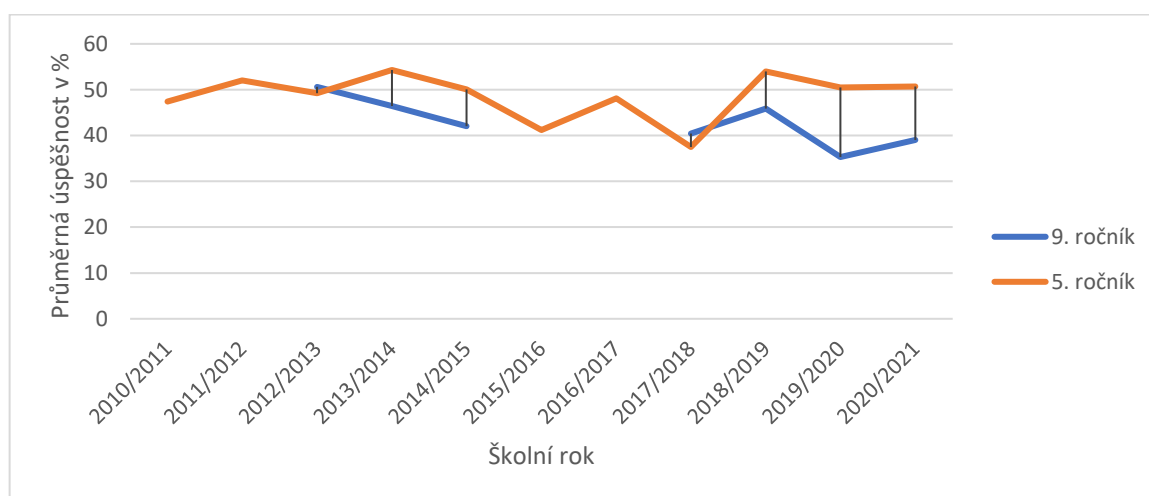
Největší podíl ve srovnávacích nástrojích pro hodnocení vzdělávání je však nadále individuální hodnocení učitele (Zatloukal et al, 2022).

1.2.1 Kalibro

Kalibro je projekt, který se zaměřuje na informace týkající se vzdělávání (Kalibro, 2021). Ať jsou to srovnávací testy či dotazníky. Školy čistě v ČR se ho účastní od roku 1995. Mezi jeho cíle patří, že školám poskytuje nástroje pro sebehodnocení, srovnávání s ostatními. Získaná data nejsou poskytnuta třetím stranám. Proto je těžké dohledat výsledky, pokud nejste do projektu zapojeni. Srovnávací testy jsou v mnoha předmětech, mimo jiné i v matematice.

Avšak se jedná o placenou službu, které tak ubývá počet testovaných žáků (NABERANKU.CZ, 2023). To v důsledku i pro školy mnohdy znamená ukončení jejich zapojení.

Z mála dostupných informací, které zveřejnily samotné školy zapojené v projektu, můžeme sledovat vývoj testování matematiky v 9. ročnících (BOZENKA.CZ, 2023; Naberanku.cz, 2023). Můžeme sledovat vývoj testování matematiky také v 5. ročníku (BOZENKA.CZ, 2023; NABERANKU.CZ, 2023; ZŠ VRČEŇ. 2023). Tyto data jsme zpracovali do následujícího spojnicového grafu. Získaná data pro 9. ročník se mohou lišit tím, že některé zdroje udávají úspěšnost v ČR na základních školách, jiné udávají úspěšnost všude, tedy základní školy a gymnázia dohromady.



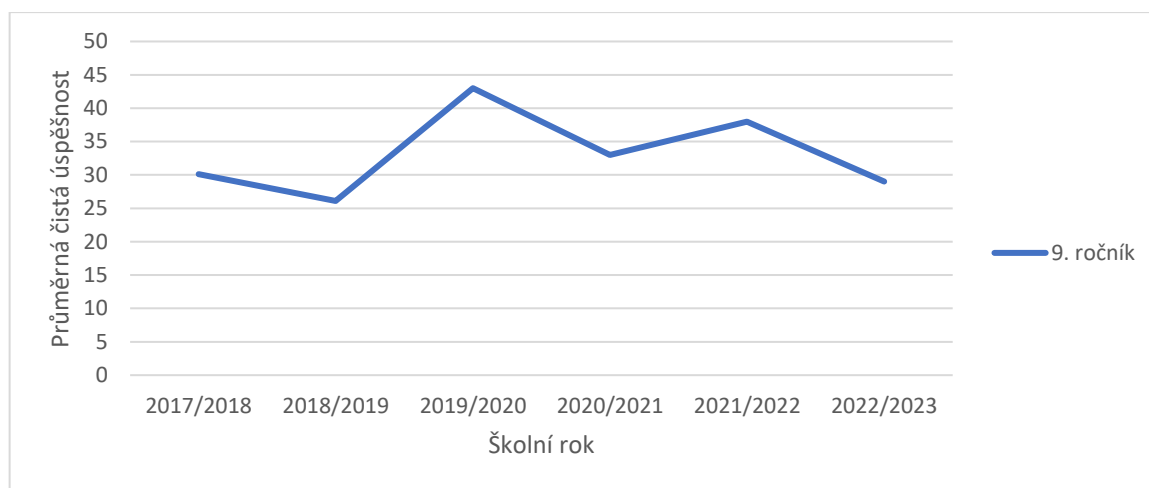
Graf 1 Testování matematiky na základních školách v ČR z projektu Kalibro (vlastní zpracování dat z: BOZENKA.CZ, 2023; NABERANKU.CZ, 2023; ZŠ VRČEŇ. 2023)

1.2.2 SCIO

Společnost SCIO se věnuje vzdělávání už 27 let (SCIO, 2023). Pro základní školy poskytuje několik projektů. Projekt zaměřený na národní testování, projekt mapy školy a projekt na trénink na přijímací zkoušky.

Národní testování poskytuje srovnání s dalšími zapojenými školami (SCIO, 2023). Testy jsou rozčleněny na: český jazyk, matematiku, angličtinu a obecně studijní předpoklady. Do testování se mohou zapojit žáci 3., 5., 6., 7. a 9. třídy.

Jelikož se opět jedná o komerční projekt, tak má veřejnost omezené prostředky k těmto datům. Do grafu jsme zaznamenali data ze zapojených základních škol 9. ročníku, které jsme našli na stránkách ZŠ a MŠ Na Beránku (NABERANKU.CZ, 2023).



Graf 2 Testování matematiky na základních školách v ČR v projektu Národní testování od společnosti SCIO (vlastní zpracování dat z: NABERANKU.CZ, 2023)

Pokud se zaměříme na shodné ročníky testování v projektu Kalibro a projektu Národního testování, tedy ve školních letech 2017/108 až 2020/2021, tak vidíme v průběhu času rozdílné údaje. V testech Kalibro nejlepší výsledky byly v roce 2018/2019 a nejhorší v následujícím roce 2019/2020. V testech Národního testování byly právě v roce 2019/2020 a nejhorší v roce 2018/2019. Bohužel tyto srovnávací nástroje pro hodnocení vzdělávání matematiky v čase je ovlivněno zapojením samotných škol.

1.2.3 InspIS SET

Jedná se o inspekční informační systém pro elektronické testování. ČŠI v květnu a červnu 2022 zjišťovala u žáků 5. a 9. ročníku, popř. žáků na víceletých gymnáziích, jejich výsledky vzdělávání (Novosák et al., 2022). Předchozí testování proběhlo v roce 2017.

Testování proběhlo vždy ve dvou základních předmětech, českém jazyce a matematice. V 5. ročníku navíc i test dovedností usnadňující učení. Počet testovaných v roce 2022 je zaznamenán v následující tabulce, ze které jsme vybrali data pouze pro matematiku.

Testovaná oblast a ročník	Počet účastnících se škol	Počet testovaných žáků po čištění	Počet dotazníků učitelů
Matematika – 5. ročník	2 461	58 281	3 549
Matematika – 9. ročník	1 465	53 069	2 260

Tabulka 3 Základní informace o školách a žácích účastnících se zjišťování výsledků pro matematiku (vlastní zpracování dat z: Novosák et al., 2022, s. 7)

Úspěšnost v matematice u žáků 5. ročníku bylo 51 % a u žáků 9. ročníků 53 % (Novosák et al., 2022).

Šetření pro 5. ročník zaznamenalo vyšší úspěšnost u chlapců (52 %) a nižší úspěšnost u dívek (49 %) (Novosák et al., 2022). Také přineslo závěry v podobě zjištění úspěšnosti podle umístění škol v okresech. Nejvyšší úspěšnost byla v Praze (60 %) a naopak nejnižší v Karlovarském kraji (46 %) a Ústeckém kraji (43 %). „I v tomto případě se zřetelně projevuje význam tradičních faktorů regionální diferenciací území České republiky, kdy lepších výsledků dosahují žáci okresů velkých měst a jejich zázemí, naopak horších výsledků žáci hospodářsky a sociálně slabších, případně periferních okresů“ (Novosák et al., 2022, s. 19).

V šetření pro 9. ročník opět chlapci měli vyšší průměrnou úspěšnost (54 %) než dívky (51 %) (Novosák et al., 2022). Vyšší odchylka byla u žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, než tomu bylo u žáků 5. ročníku. Rozdíl byl také mezi žáky na gymnáziu (72 %) a dalšími žáky (49 %). Úspěšnost dle okresů je velice podobná. Nejvyšší je v Praze (61 %) a nejnižší opět v Karlovarském kraji (41 %) a Ústeckém kraji (41 %).

1.2.4 TIMSS

Projekt TIMSS mezinárodní asociace IEA se zaměřuje na úroveň vědomostí a dovedností v oblasti matematiky a přírodních věd (Zatloukal et al., 2022). Prioritně se zaměřují na devítileté a třináctileté žáky, tedy žáky hlavně 4. a 8. ročníku. TIMSS sbírá data od roku 1995 a testování probíhá každé čtyři roky. ČR se jej účastní od počátku, kromě roku 2003. Nejnovější zpráva je z TIMSS 2019. Pro TIMSS 2023 sběr dat proběhl, ale zveřejnění závěrů se plánuje na prosinec 2024. TIMSS 2019 se účastnilo 64 zemí včetně ČR, která se zúčastnila šetření pouze pro 4. ročník (Tomášek et al., 2020).

Opět je možno z tohoto šetření získat mnoho zajímavých informací. Především v porovnávání výsledků v čase, jak je vidět na následujícím obrázku.

Země	Rozdíl 1995–2019	Průměrný výsledek v matematice							
		1995	2003	2007	2011	2015	2019		
Portugalsko	83	442	---	---	532 ▲	541 ▲	525 ▲		
Anglie	72	484	531 ▲	541 ▲	542 ▲	546 ▲	556 ▲		
Kypr	57	475	510 ▲	---	---	523 ▲	532 ▲		
Japonsko	26	567	565	568	585 ▲	593 ▲	593 ▲		
Irsko	25	523	---	---	527	547 ▲	548 ▲		
Austrálie	21	495	499	516 ▲	516 ▲	517 ▲	516 ▲		
Korejská republika	19	581	---	---	605 ▲	608 ▲	600 ▲		
Nový Zéland	18	469	493 ▲	492 ▲	486 ▲	491 ▲	487 ▲		
USA	17	518	518	529 ▲	541 ▲	539 ▲	535 ▲		
Rakousko	8	531	---	505	508	---	539 ▲		
Maďarsko	2	521	529	510 ▼	515	529	523		
Česká republika	-8	541	---	486 ▼	511 ▼	528 ▼	533		
Nizozemsko	-11	549	540 ▼	535 ▼	540 ▼	530 ▼	538 ▼		

Země jsou řazeny sestupně podle rozdílu ve výsledcích v letech 1995 a 2019.

Průměrný výsledek země je

- ▲ statisticky významně lepší než její výsledek v roce 1995
- ▼ statisticky významně horší než její výsledek v roce 1995

Obrázek 1 Porovnání výsledků zemí v šetřeních TIMSS za posledních 24 let v matematice 4. ročníku (Tomášek et al., 2020, s. 16)

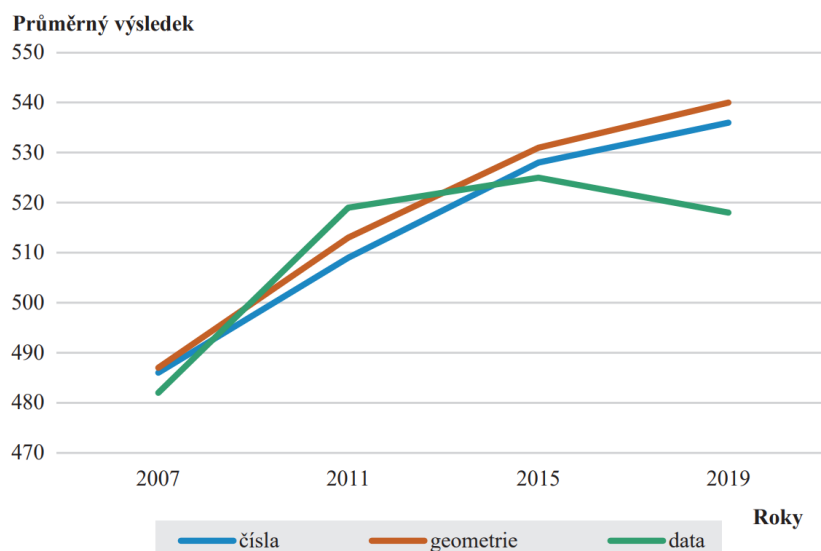
Závěry nejsou pouze na úrovni státu, ale i krajů. „Nejlepší průměrný výsledek v matematice i v přírodovědě zaznamenali žáci z Prahy“ (Tomášek et al., 2020, s. 20). „S výjimkou Zlínského kraje má Praha oba průměrné výsledky statisticky významně lepší než ostatní kraje. Naopak nejhorší průměrný výsledek v obou předmětech měli žáci Karlovarského kraje“ (Tomášek et al., 2020, s. 20).

Výsledky v matematice jsou rozděleny do tří tematických okruhů: čísla, geometrie, data (Tomášek et al., 2020). Do tematického okruhu jsou zařazeny dva tematické celky a k nim zaměření úloh.

Tematický celek	Zaměření úloh
Čtení, interpretace a znázornění dat	Čtení a interpretace dat z tabulky, sloupcového, čárového či kruhového diagramu, uspořádání a znázornění dat
Používání dat k řešení problémových úloh	Používání dat k zodpovídání otázek vyžadujících více než pouze čtení dat

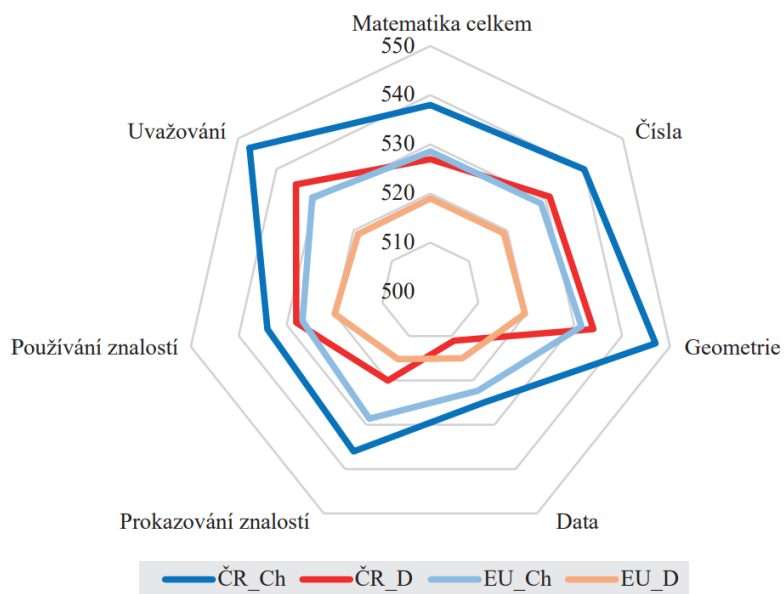
Tabulka 4 Podrobnější popis tematického okruhu (Data) v matematice (Tomášek et al., 2020, s. 32)

Výsledky v matematice lze diferencovat dle okruhu dovedností – proces myšlení v matematice. To se dělí na tři procesy: prokazování znalostí, používání znalostí, uvažování (Tomášek et al., 2020). Mezi silné stránky v TIMSS 2019 patří uvažování a z tematických okruhů čísla a geometrie. Naopak mezi slabé stránky zařazujeme prokazování znalostí a tematický okruh dat. Toto můžeme sledovat pro názornost i na následujícím obrázku grafu.



Obrázek 2 Změna výsledků ČR v tematických okruzích za posledních 12 let v rámci matematiky 4. ročníku (Tomášek et al., 2020, s. 33)

Samozřejmě můžeme sledovat i další skutečnosti, jako jsou rozdíly mezi chlapci a dívkami. „Čeští chlapci dosáhli lepších výsledků než dívky ve všech tematických i ve všech dovednostních okruzích“ (Tomášek et al., 2020, s. 36), jak lze vyčíst následujícího obrázku grafu.



Obrázek 3 Průměrné výsledky dívek a chlapců ČR a Evropské unie na dílčích škálách v rámci matematiky 4. ročníku (Tomášek et al., 2020, s. 36)

I když TIMSS 2019 nabízí mnohé další závěry z podrobného šetření, pro potřeby naší práce jsou využitelná data na oblast matematiky, popřípadě uvolněné matematické úlohy.

1.2.5 PISA

Mezinárodní šetření PISA, jak jsme již uváděli, probíhá každé tři roky od roku 2000. Zjišťuje se u patnáctiletých žáků gramotnost čtenářská, matematická a přírodovědná (Zatloukal et al., 2022). V každém šetření je na jednu oblast větší důraz. V roce 2018 se jednalo o čtenářskou gramotnost. V roce 2022 proběhl sběr dat na 430 školách. Tentokrát na matematickou gramotnost. Zpracování dat je časově náročné a první části šetření z PISA 2022 byly naplánovány na prosinec 2023. Dříve byl důraz na matematickou gramotnost v šetření PISA 2012 a předtím v PISA 2003 (Blažek et al., 2019). Nejnovější ucelená data při sepisování této práce poskytuje šetření PISA 2018.

V šetření PISA 2018 probíhalo v 79 zemích (Blažek et al., 2019). Jen 36 zemí jsou členské země OECD. V rámci Evropské unie (dále EU) se zúčastnilo 28 zemí. ČR je součástí jak členských zemí OECD, tak i EU. Novinkou tohoto testování bylo vyvinutí nových typů úloh, adaptivní testování a propojení s dalším projektem, TALIS 2018, které se zaměřuje na názory a postoje učitelů a ředitelů škol.

Ve shrnutí jsou čeští žáci ve všech gramotnostech srovnatelní či lepší než průměr OECD, ale postupně v letech se tento průměr snižuje (Blažek et al., 2019). K tomu jsou dvě hlavní příčiny: jiné členské země mají nižší výsledky; větší počet zapojených zemí OECD.

„Výsledek českých žáků v matematické gramotnosti v šetření PISA 2018 je statisticky významně nad průměrem zemí OECD.“ (Blažek et al., 2019, s. 8)

Průměrné výsledky v matematické gramotnosti zemí OECD a EU od roku 2003 do roku 2018 uvádíme v upravené tabulce, kde v přehledu je rok šetření, průměr OECD a EU, země s nejlepšími výsledky v daném roce a ČR. Nejhorší výsledky v každém roce dosahovalo Mexiko (Blažek et al., 2019). Průměrné výsledky jsou ze všech typů škol dohromady. Samostatně základní školy mají méně bodů než víceletá gymnázia.

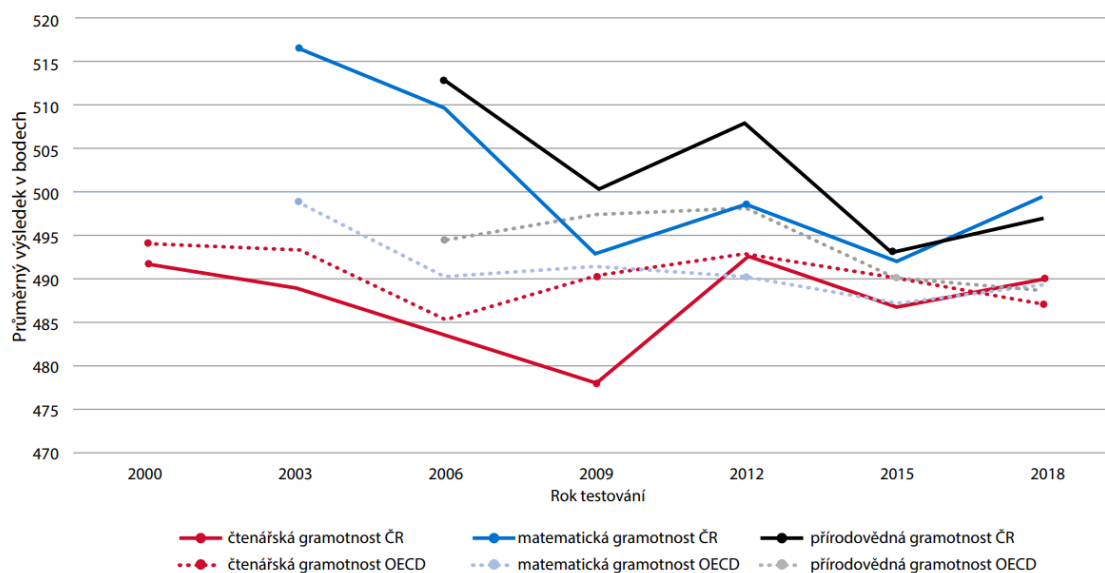
Rok	Průměr OECD	Průměr EU	Země	Body země
2003	499	499	Finsko	544
			Česká republika	516
2006	490	490	Finsko	548
			Česká republika	510
2009	492	489	Korejská republika	546
			Česká republika	493
2012	490	489	Korejská republika	554
			Česká republika	499
2015	487	487	Japonsko	532
			Česká republika	492
2018	489	489	Japonsko	527
			Česká republika	499

Tabulka 5 Průměrné výsledky PISA v matematické gramotnosti (vlastní zpracování dat z: Blažek et al., 2019, s. 29–30)

U finských žáků došlo k výraznému poklesu o 41 bodů, kde v roce 2006 měli své maximum (548 bodů) a poté klesali na minimum v roce 2018 (507 bodů) (Blažek et al., 2019). Finští žáci takto klesají i v čtenářské a přírodovědné gramotnosti. Dle PISA 2018 se v matematické gramotnosti rozdíl mezi finskými a českými žáky zmenšil na pouhých 8 bodů.

Šetření PISA i další zajímavá data. Například dovednosti dívek a chlapců u matematické gramotnosti. „V České republice se výsledky dívek a chlapců významně neliší“ (Blažek et al., 2019, s. 31).

Můžeme sledovat i vývoj dalších gramotností. Gramotnost čtenářskou a přírodovědnou ve srovnání s matematickou gramotností na následujícím obrázku.



Obrázek 4 Změny ve výsledcích českých žáků a průměrů OECD v gramotnostních oblastech od roku 2000 (Blažek, 2019, s. 36)

Mezinárodní šetření poskytují velice zajímavá data a podněty, ze kterých je možné čerpat i pro jiné odborné práce.

2 Česká republika a vzdělávání dle kurikulárních dokumentů

Důležitým zákonem pro vzdělávání v ČR je Zákon č. 561/2004 Sb., Zákon o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon) (Česko, 2023). Dle něj máme systém vzdělávacích programů pro každý obor vzdělávání. Jsou stanoveny tzv. rámcové vzdělávací programy. Pro základní školu je MŠMT stanoven rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (2023b) (dále RVP ZV). Dle zákona je podle tohoto rámcového vzdělávacího programu dále vypracován školní vzdělávací program, který vydává ředitel školy nebo školského zařízení. S ohledem na zaměření práce je pro nás velice důležitý RVP ZV.

2.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

RVP ZV (MŠMT, 2023b) je veřejný dokument na státní úrovni. Předchází jej rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání a po něm mohou následovat další rámcové vzdělávací programy, například pro gymnázia nebo pro střední odborné vzdělávání.

Školský zákon (Česko, 2023) v rámci základního vzdělávání ukládá povinnou školní docházku na dobu devíti školních let. Základní vzdělávání je plněno v základní škole. Základní škola je dělena na první stupeň s pěti ročníky a druhý stupeň se čtyřmi ročníky. Podle RVP ZV (MŠMT, 2023b) se vzdělávají i odpovídající ročníky druhého stupně na šestiletých a osmiletých gymnáziích.

RVP ZV (MŠMT, 2023b) tvoří čtyři části. Část A zasazuje dokument do systému kurikulárních dokumentů. Část B charakterizuje základní vzdělání. Část C rozvádí pojetí a cíle základního vzdělávání, klíčové kompetence, vzdělávací oblasti, průřezová témata a rámcový učební plán. Část D specifikuje vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a žáků nadaných a mimořádně nadaných, podmínky pro uskutečnění RVP ZV a zásady pro školní vzdělávací program.

V rámci pojetí základního vzdělávání se na prvním stupni zaměřujeme „na poznávání, respektování a rozvíjení individuálních potřeb, možností a zájmů každého žáka“ (MŠMT, 2023b, s. 8). Na druhém stupni pomáháme získat vědomosti, dovednosti a návyky vedoucí „k zodpovědnému rozhodování a respektování práv a povinností občana“ (MŠMT, 2023b, s. 8). Základní vzdělávání má za cíl „utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence a poskytnout spolehlivý základ všeobecného vzdělávání“ (MŠMT, 2023b, s. 8).

„Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti.“ (MŠMT, 2023b, s. 10). Je třeba si uvědomit, že učivo je prostředkem k osvojení očekávaných výstupů, které jsou předpoklady „získaných schopností a dovedností na úrovni klíčových kompetencí“ (MŠMT, 2023b, s. 10). I když jsou tyto kompetence tříděny do sedmi oblastí, tak jejich rozvoj neprobíhá izolovaně, ale často činnosti ve škole cílí na několik kompetencí zároveň.

Dále se z dokumentu RVP ZV (MŠMT, 2023b) zaměříme na vzdělávací oblast, o kterou se tematicky opírá téma této práce.

2.2 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace

Vzdělávací obsah členíme na devět vzdělávacích oblastí (MŠMT, 2023b). Mezi stěžejní oblast v rámci této práce je Matematika a její aplikace se stejně nazvaným vzdělávacím oborem. Matematika a její aplikace zahrnuje „vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě, a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost“ (MŠMT, 2023b, s. 31). Což zahrnuje vybrané pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku a samotné užívání toho všeho.

Rozvíjení matematické gramotnosti by nemělo být pouze součástí jednoho vzdělávacího oboru, ale jít napříč dalšími obory, kde je to opodstatněné (Altmanová, et al., 2010).

Obor Matematika a její aplikace rozdělujeme do čtyř tematických okruhů (MŠMT, 2023b). V nich je vymezený vzdělávací obsah pomocí očekávaných výstupů a učivem. Pro přehlednost uvádíme i okruhy prvního stupně, neboť se jedná o předstupeň zkoumaného okruhu, na který se tato práce zaměřuje.

Na prvním stupni máme okruhy: číslo a početní operace; závislosti, vztahy a práce s daty; geometrie v rovině a v prostoru; nestandardní aplikační úlohy a problémy (MŠMT, 2023b). Očekávané výstupy na prvním stupni rozlišujeme do dvou období. První období je pro první až třetí ročník. Druhé období je pro čtvrtý a pátý ročník základní školy. Nestandardní aplikační úlohy a problémy se vyskytují právě až ve druhém období.

Na druhém stupni máme okruhy: číslo a proměnná; závislosti, vztahy a práce s daty; geometrie v rovině a v prostoru; nestandardní aplikační úlohy a problémy. Celý druhý stupeň základní školy, šestý až devátý ročník, je jedno období.

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace má dle RVP ZV (MŠMT, 2023b, s. 31 – 32) má své cílové zaměření k rozvoji klíčových kompetencí uvedených v tabulce.

Vede žáka k:

- *využívání matematických poznatků a dovedností v praktických činnostech – odhady, měření a porovnávání velikostí a vzdáleností, orientace*
- *rozvíjení paměti žáků prostřednictvím numerických výpočtů a osvojování si nezbytných matematických vzorců a algoritmů*
- *rozvíjení kombinatorického a logického myšlení, ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentaci prostřednictvím řešení matematických problémů*
- *rozvíjení abstraktního a exaktního myšlení osvojováním si a využíváním základních matematických pojmů a vztahů, k poznávání jejich charakteristických vlastností a na základě těchto vlastností k určování a zařazování pojmů*
- *vytváření zásoby matematických nástrojů (početních operací, algoritmů, metod řešení úloh) a k efektivnímu využívání osvojeného matematického aparátu*
- *vnímání složitosti reálného světa a jeho porozumění; k rozvíjení zkušenosti s matematickým modelováním (matematizací reálných situací), k vyhodnocování matematického modelu a hranic jeho použití; k poznání, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro různorodé situace a jedna situace může být vyjádřena různými modely*
- *provádění rozboru problému a plánu řešení, odhadování výsledků, volbě správného postupu k vyřešení problému a vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k podmínkám úlohy nebo problému*
- *přesnému a stručnému vyjadřování užíváním matematického jazyka včetně symboliky, prováděním rozborů a zápisů při řešení úloh a ke zdokonalování grafického projevu*
- *rozvíjení spolupráce při řešení problémových a aplikovaných úloh vyjadřujících situace z běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi; k poznávání možností matematiky a skutečnosti, že k výsledku lze dospět různými způsoby*
- *rozvíjení důvěry ve vlastní schopnosti a možnosti při řešení úloh, k soustavné sebekontrolě při každém kroku postupu řešení, k rozvíjení systematickosti, vytrvalosti a přesnosti, k vytváření dovednosti vyslovovat hypotézy na základě zkušenosti nebo pokusu a k jejich ověřování nebo vyvracení pomocí protipříkladů*

Tabulka 6 Vzdelávací oblast Matematika a její aplikace se zaměřením na rozvoj klíčových kompetencí (MŠMT, 2023b, – s. 31 – 32)

Blíže si v oddíle této podkapitoly specifikujeme tematický okruh, na který se práce zaměřuje.

2.2.1 Tematický okruh Závislosti, vztahy a práce s daty

V tomto tematickém okruhu žáci rozpoznávají změny a závislosti projevujících se v reálném světě (MŠMT, 2023b). Vychází přitom z tabulek, diagramů a grafů. Sledování závislostí provází žáka k dalším pojmům jako např. funkce.

V RVP ZV jsou zaznamenány očekávané výstupy, včetně minimální doporučené úrovně dle podpůrných opatření, které jsou zde také uvedeny včetně jejich označení (MŠMT, 2023b). Netradičně zapisujeme tyto výstupy do tabulky pro srovnání a ujasnění, na jaké úrovni jsou očekávané výstupy před vstupem na druhý stupeň, tedy na konci prvního stupně v pátém ročníku, a kam se žák v očekávaných výstupech posunuje až do 9. ročníku na konci základní školy.

Očekávané výstupy (1. stupeň, 2. období)	Očekávané výstupy (2. stupeň)
<p>Žák</p> <p>M-5-2-01 vyhledává, sbírá a třídí data</p> <p>M-5-2-02 čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy</p>	<p>Žák</p> <p>M-9-2-01 vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data</p> <p>M-9-2-02 porovnává soubory dat</p> <p>M-9-2-03 určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti</p> <p>M-9-2-04 vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem</p> <p>M-9-2-05 matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů</p>
<p>Minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření:</p>	
<p>Žák</p> <p>M-5-2-01p vyhledá a roztrídí jednoduchá data (údaje, pojmy apod.) podle návodu</p> <p>M-5-2-02p orientuje se a čte v jednoduché tabulce</p> <ul style="list-style-type: none"> - určí čas s přesností na čtvrt hodiny, převádí jednotky času v běžných situacích - provádí jednoduché převody jednotek délky, hmotnosti a času - uplatňuje matematické znalosti při manipulaci s penězi 	<p>Žák</p> <p>M-9-2-01p vyhledává a třídí data</p> <p>M-9-2-02p porovnává data</p> <p>M-9-2-04p vypracuje jednoduchou tabulku</p> <ul style="list-style-type: none"> - užívá a ovládá převody jednotek délky, hmotnosti, času, obsahu, objemu - zvládá početní úkony s penězi

Tabulka 7 Porovnání očekávaných výstupů za 1. a 2. stupeň v RVP ZV (MŠMT, 2023b, s. 34, 36).

V tabulce je čitelné, že se žák seznamuje s jevy blízkými tematickému okruhu závislosti, vztahů a práci s daty postupně. Jednoduché tabulky a diagramy by žáka neměly překvapit. Práci s daty by měl prohlubovat a sám se stávat i jejich autorem.

V naší práci budeme vycházet prioritně v očekávaných výstupech bez ohledu na minimální doporučenou úroveň stanovenou případnými podpůrnými opatřeními. Vnímáme, že bychom museli podstatně rozšířit zaměření této práce, pokud bychom se zaměřili také na

převody jednotek, které můžeme částečně nacházet v tematickém okruhu geometrie v rovině a v prostoru či v mezipředmětových vztazích s fyzikou.

Do učiva na druhém stupni, které, jak bylo dříve uvedeno, je prostředkem k dosahování očekávaných výstupů, je zahrnuto podle RVP ZV (MŠMT, 2023b, s. 37) následující:

- „**závislosti a data** – příklady závislostí z praktického života a jejich vlastnosti, nákresy, schémata, diagramy, grafy, tabulky; četnost znaku, aritmetický průměr
- **funkce** – pravoúhlá soustava souřadnic, přímá úměrnost, nepřímá úměrnost, lineární funkce“.

Pokud budeme odkazovat na předchozí kapitolu, kde PISA z roku 2023 rozebírá složku „neurčitost“, mohli bychom zde najít překrytí s tímto tematickým okruhem. V minulosti se neurčitost omezovala jen na práci s daty a základ pravděpodobnosti chyběl (Altmanová, et al., 2010). Stále je zde viditelné, že základ pravděpodobnosti v tomto okruhu, ani jiném z okruhů v oboru Matematiky a její aplikace, není.

Je nutné připomenout, že z RVP ZV vychází teprve příslušný školní vzdělávací program, který je na školní úrovni. Proto se očekávané výstupy a učivo na jednotlivých školách může odlišovat. RVP ZV uvádí to, co by měly ve vzdělávacím obsahu rozsahově pojmut všechny základní školy.

3 Učivo tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty

Učivo je obsahovou náplní vzdělávání a jeho výběr stanovuje kurikulum (Polák, 2016). Struktura učiva zahrnuje vědomosti, dovednosti a hodnotovou orientaci žáka. V současnosti se zaměřujeme na klíčové kompetence a jejich rozvíjení jakožto cíl vzdělávání, avšak je třeba být vybaven systematickými poznatky. Učivo je „*klíčovým článkem porozumění vzdělávání ve škole*“ (Štech, 2009, s. 108), vše ostatní je učivem zprostředkováno. Společným rysem didaktik v různých oblastech je „*odpovědnost vůči vyučovaným obsahům*“ (Štech, 2009, s. 108). Proto si krátce přiblížíme dané učivo a jeho nejčastější zařazení v rámci vzdělávání dle RVP ZV, do kterého jsou zahrnuty dvě oblasti – závislosti a data; funkce.

Přesné vymezení učiva, které zařazujeme do tematického okruhu, je problematické. V naší práci vycházíme z RVP ZV. Setkáme se ale i s jinými prameny, které zařazují do okruhu i další učivo. Mohou to být goniometrické funkce (Hrnečková, 2018), měřítko mapy (Švrček, 2014), apod.

Opět zdůrazňujeme, že zařazení učiva v dalších částech práce do jednotlivých ročníků bereme orientačně a obsahově vzhledem k využitým materiálům. Předepsaný ročník pro dané učivo dle RVP ZV není.

3.1 Závislosti a data

Učivo v RVP ZV je stručně charakterizováno: „*závislosti a data – příklady závislosti z praktického života a jejich vlastnosti, nákresy, schémata, diagramy, grafy, tabulky; četnost znaku, aritmetický průměr*“ (MŠMT, 2023b, s. 37).

Toto učivo bychom hledali napříč všemi ročníky, kdy se žáci postupně nejen v předmětu matematiky setkávají s nákresy, schémata, grafy, tabulkami a závislostmi v praxi. Pokud se zaměříme na druhou část výčtu v předchozím odstavci můžeme učivo hledat v tématu, které mnohá nakladatelství pojmenovávají jako Statistika, Základy statistiky, Základy statistiky a pravděpodobnosti.

Statistika bývá zařazována do 8. ročníku (Ostrýtová, 2021). Při sestavení obsahové stránky vycházíme z několika publikací, učebnic i pracovních sešitů. Mezi hlavní námi využívané zdroje k obsahové náplni patří následující autoři: Odvárko a Kadleček (1999), Coufalová et al. (2018a), Jedličková et al. (2018), Halenková et al. (2020a), Tlustý a Huclová (2020), Laubeová et al. (2021), Ostrýtová (2021), Půlpán et al. (2022).

Statistiku rozčleňujeme do podtémat:

- Základy statistiky – pojmy;
- Četnost (frekvence) znaku;
- Základní charakteristiky souboru – aritmetický průměr, modus, medián;
- Diagram (graf).

V souvislosti na statistiku se budeme držet spíše označení diagram. Označení pro graf budeme využívat hlavně v souvislostech s funkcemi, dalším učivem našeho tematického okruhu.

Základy statistiky – pojmy

Statistika je vědní obor, který se zabývá zjišťováním, shromažďováním, zpracováním a prezentací hromadných jevů.

Statistické šetření je získávání statistických údajů, a to pozorováním dotazováním, měřeními apod. Získané údaje podle kritérií roztřídíme, abychom vypočítali statistické charakteristiky, na jejichž závěru vyvodíme závěr.

Statistický soubor je skupina (množina) objektů, jejich vlastnosti zkoumáme při statistickém šetření.

Statistická jednotka je libovolný objekt (prvek) statistického souboru.

Rozsah statistického souboru je počet všech prvků statistického souboru.

Znak statistického souboru je vlastnost prvků souboru, kterou zkoumáme. Znaky máme **kvantitativní** (číselný; hodnoty vyjádřené číslem, liší se velikostí) a **kvalitativní** (slovní hodnoty vyjádřené slovně, liší se kvalitou, obvykle výběr z možností).

Četnost (frekvence) znaku

Četnost (frekvence) znaku statistického souboru udává, kolikrát se určitá hodnota daného znaku vyskytuje ve statistickém souboru. Rozlišujeme absolutní a relativní četnost.

Absolutní četnost udává, kolikrát se hodnota zkoumaného znaku v daném statistickém souboru vyskytuje. Součet jednotlivých četností se rovná rozsahu statistického souboru.

Relativní četnost je absolutní četnost daného znaku vydělena rozsahem statistického souboru. Udává, jakou část z celkového počtu tento jev zaujímá. Může být vyjádřena zlomkem, desetinným číslem nebo v procentech. Součet jednotlivých relativních četností je roven 1, popř. 100 %.

Relativní četnosti jsou vhodné pro porovnání dvou statistických souborů různého rozsahu.

Základní charakteristiky souboru – aritmetický průměr, modus, medián

Aritmetický průměr je součet všech hodnot znaku vydělený počtem všech statistických jednotek souboru. Značíme jako \bar{x} .

Modus je hodnota znaku s nejvyšší četností. Vyskytuje se tedy nejčastěji. Jestliže je v souboru více hodnot znaku s nejvyšší četností, pak považujeme za modus všechny tyto hodnoty. Modus je možný určit u kvantitativních i kvalitativních statistických znaků. Značíme jako **mod(x)**.

Medián má hodnotu znaku prostředního prvku u statistického souboru uspořádaného podle velikosti. Po uspořádání dle velikosti souboru se sudým počtem jednotek je medián aritmetickým průměrem dvou hodnot, které jsou nejbližší středu. Určuje se pouze pro kvantitativní znaky (je třeba hodnoty uspořádat dle velikosti). Značíme jako **med(x)**.

Diagram (graf)

Diagram je grafické znázornění číselných, matematických nebo statistických údajů. Rozlišujeme několik typů, kde nejpoužívanější z nich jsou sloupcové, kruhové, spojnicové nebo obdélníkové.

Sloupcový diagram je pro znázorňování a porovnávání počtů či množství objektů. Na vodorovné ose hodnoty statistického znaku a na svislé ose jejich četnost. Četnosti jsou v diagramu vyjádřeny výškou sloupce, který je zakreslen u všech hodnot statistického znaku ve stejném měřítku. Obdobně vypadá **pruhový diagram**, který má prohozenou vodorovnou a svislou osu a četnosti jsou vyjádřeny délkou pruhu.

Kruhový (koláčový) diagram je pro vyjádření nejčastější relativní četnosti, kde obsah jednotlivých výsečí představuje relativní četnost jednotlivých hodnot statistického znaku. Obsah celého kruhu je 100 %. Velice podobně může vypadat **výsečový diagram** (kruh je

rozdělen na jednotlivé díly výsečí dle statistických znaků) a **prstencový diagram** (diagram nemá tvar kruhu, ale prstence).

Spojnicový diagram je pro vyjádření změny, popř. vývoje sledované hodnoty. Jedná se o body spojené úsečkami tvořící lomenou čáru. Na vodorovné ose jsou hodnoty statistického znaku, na svislé jsou četnosti jednotlivých hodnot statistického znaku.

Obdélníkový diagram je pro znázornění četností, kdy délky vodorovné strany dílčích obdélníků představují četnosti jednotlivých hodnot statistického znaku.

3.2 Funkce

Učivo v RVP ZV je stručně charakterizováno: „**funkce** – *pravouhlá soustava souřadnic, přímá úměrnost, nepřímá úměrnost, lineární funkce*“ (MŠMT, 2023b, s. 37).

Částečně je toto učivo zahrnuto už v 7. ročníku, kdy žáci probírají přímou a nepřímou úměrnost, trojčlenku, popřípadě v rámci většího tématu jako poměry (Ostrýtová, 2021). Opětovně je učivo žákům předloženo v tématu funkcí až v 9. ročníku. S ohledem na to, že učivo „**poměr** – *měřítka, úměra, trojčlenka*“ (MŠMT, 2023b, s. 36) je zaznamenáno u tematického okruhu čísla a proměnné a spojené s jedním jeho výstupem, tak budeme se úměře podané v 7. ročníku věnovat pouze omezeně a budeme se jí věnovat více ve spojitosti s učivem uváděným v učebnicích 9. ročníku.

V první kapitole jsme se zmínili o matematických standardech (Fuchs et al., 2000). Pro část závislostí a dat zde není zmínka. Pro funkce zde je sedm oddílů: soustava souřadnic, funkce, přímá úměrnost, nepřímá úměrnost, lineární funkce, kvadratické funkce, goniometrické funkce. Poslední dva zmíněné bývají v současné literatuře uváděny mezi rozšiřující učivo. Zaznamenáváme proto vybrané standardy pro základní školu z prvních čtyř oddílů:

- „**Soustava souřadnic**
 - *Zvolit vhodnou soustavu souřadnic v rovině.*
 - *Zobrazit bod v dané soustavě souřadnic.*
 - *Určit souřadnice bodu zobrazeného v soustavě souřadnic.*“ (Fuchs et al., 2000, s. 22)
- „**Funkce**
 - *Rozhodnout, zda závislost mezi dvěma veličinami daná tabulkou, grafickým znázorněním nebo předpisem je funkcí.*
 - *Rozhodnout, zda číslo patří do definičního oboru dané funkce.*

- *Určit definiční obor funkce z předpisu nebo tabulky.*
- *Pro daný prvek definičního oboru určit hodnotu funkce.*
- *Rozhodnout, zda dané body náleží grafu zadané funkce.*
- *Rozhodnout, zda daná množina bodů v rovině je grafem nějaké funkce.*
- *Z grafu funkce rozhodnout, zda je funkce rostoucí (resp. klesající) ve svém definičním oboru.*“ (Fuchs et al., 2000, s. 22)
- **„Přímá úměrnost**
 - *Ze zadaných závislostí vybrat funkce, které jsou přímými úměrnostmi.*
 - *Určit koeficient přímé úměrnosti.*
 - *Sestrojit graf přímé úměrnosti.*“ (Fuchs et al., 2000, s. 24)
- **„Nepřímá úměrnost**
 - *Ze zadaných závislostí vybrat funkce, které jsou nepřímými úměrnostmi.*
 - *Určit koeficient nepřímé úměrnosti.*
 - *Načrtnout graf nepřímé úměrnosti.*“ (Fuchs et al., 2000, s. 25)
- **„Lineární funkce**
 - *Ze zadaných závislostí vybrat funkce, které jsou lineární.*
 - *Sestrojit graf lineární funkce.*“ (Fuchs et al., 2000, s. 26)

Při sestavené obsahové podoby pro úroveň základního vzdělávání vycházíme z děl následujících autorů: Ostrýtová (2021), Coufalová et al. (2018b), Halenková et al. (2020b), Půlpán et al. (2018).

Funkce téměř stejným způsobem jako v RVP ZV rozčleníme do podtémat:

- Pravoúhlá soustava souřadnic;
- Funkce;
- Přímá úměrnost;
- Nepřímá úměrnost;
- Lineární funkce.

Pravoúhlá soustava souřadnic

Jsou to dvě navzájem kolmé přímky (osy). Vodorovnou osu značíme x a svislou osu y . Průsečík obou os nazýváme počátek soustavy souřadnic a značíme O . Osy rozdělují rovinu na čtyři kvadranty.

Poloha každého bodu v rovině je určena dvěma čísly, tzv. souřadnice bodu. Zapisujeme je do hranatých závorek $[x; y]$, kdy záleží na pořadí uvedených čísel.

Speciálním případem, který je často používán, je Kartézská soustava souřadnic, kde jsou dílky na osách se stejnými rozměry.

Funkce

Funkcí f rozumíme pravidlo, předpis, který každému prvku z definičního oboru přiřazuje nejvýše jedno číslo z oboru funkčních hodnot.

Definiční obor funkce f značíme jako množinu $D(f)$, která zahrnuje všechna čísla, kterým je funkcí přiřazeno nějaké číslo.

Obor hodnot funkce f značíme jako množinu $H(f)$, která obsahuje číselné hodnoty přiřazené k prvkům definičního oboru funkce.

Funkce může být určena tabulkou, grafem nebo rovnicí (funkčním předpisem).

Proměnná x je **nezávisle proměnná** a představuje číslo z definičního oboru. Proměnná y je **závisle proměnná** a představuje číslo z množiny $H(f)$.

Grafem funkce f je množina všech bodů vyznačených v pravouhlé soustavě souřadnic. První souřadnice je číslo x z množiny $D(f)$ a druhá souřadnice je číslo y z množiny $H(f)$, které je číslu x funkcí f přiřazeno. Stručně můžeme zapsat souřadnice v následujícím pořadí $[x; y]$.

Graf představuje graf funkce, jestliže ke každé hodnotě proměnné x je v grafu přiřazena nejvýše jedna hodnota proměnné y .

Funkce f je rostoucí právě tehdy, když pro každé dvě hodnoty x_1, x_2 z definičního oboru $D(f)$ platí: Je-li $x_1 < x_2$, potom $f(x_1) < f(x_2)$. Zvětšují-li se hodnoty proměnné x , zvětšují se hodnoty funkce.

Funkce f je klesající právě tehdy, když pro každé dvě hodnoty x_1, x_2 z definičního oboru $D(f)$ platí: Je-li $x_1 < x_2$, potom $f(x_1) > f(x_2)$. Zvětšují-li se hodnoty proměnné x , zmenšují se hodnoty funkce.

Přímá úměrnost

U přímé úměrnosti platí, že kolikrát se zvětší (zmenší) jedna proměnná, tolikrát se zvětší (zmenší) druhá proměnná. Hodnoty obou proměnných se mění ve stejném poměru.

Tato funkce je vyjádřena vzorcem $f(x): y = kx$, kde k je nenulové reálné číslo.

Graf přímé úměrnosti tvoří body, které leží na **přímce** procházející počátkem soustavy souřadnic (bodem $[0; 0]$).

Do definičního oboru náleží všechna reálná čísla, pokud není uvedeno jinak. Číslo k říkáme koeficient přímé úměrnosti f .

Nepřímá úměrnost

U nepřímé úměrnosti platí, že kolikrát se zvětší jedna proměnná, tolikrát se zmenší druhá proměnná a naopak. Hodnoty obou proměnných se mění v převráceném poměru.

Tato funkce je vyjádřena vzorcem $f(x): y = k/x$, kde k je nenulové reálné číslo.

Graf nepřímé úměrnosti tvoří body ležící na křivce, která se nazývá **hyperbola**.

Do definičního oboru náleží všechna reálná čísla různá od nuly, pokud není uvedeno jinak.

Lineární funkce

Lineární funkcí je každá funkce daná rovnicí $y = ax + b$, kde a , b jsou reálná čísla a definičním oborem je množina všech reálných čísel. Stejně jak u mnohočlenů, tak číslům a , b říkáme koeficienty, kde a je lineární koeficient a b je absolutní člen.

Grafem lineární funkce je **přímka**.

Do definičního oboru náleží všechna reálná čísla, pokud není uvedeno jinak.

Máme tři typy lineární funkce: funkce přímé úměrnosti (dříve zmíněna), konstantní funkce, obecná lineární funkce.

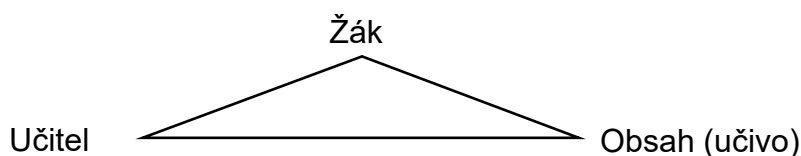
Funkce přímé úměrnosti je, když $b = 0$. Tedy je předpis $y = ax$.

Konstantní funkce je zvláštní případ lineární funkce $y = ay + b$, kde $a = 0$. Rovnice konstantní funkce má tvar $y = b$. Grafem konstantní funkce je přímka rovnoběžná s osou x a procházející bodem $[0; b]$.

Obecná lineární funkce je kde a a b je nenulové, tedy máme vzorec $ya + b$, kde $a \neq 0$, $b \neq 0$.

4 Učebnice

Mezi základní činitele výchovně vzdělávacího procesu patří učitel, žák a obsah (učivo) jak můžeme schematicky vidět na následujícím obrázku (Janiš, Loudová, 2018). Při vyučování můžeme rozlišovat dvě složky. Složku dynamickou jako vyučovací proces, kde probíhá interakce učitele a žáka. A složku konstantní jako obsah (učivo). V naší práci se odráží více právě složka konstantní. „*Didakticky zpracované učivo je obsaženo v učebnicích.*“ (Janiš, Loudová, 2018, s. 37).



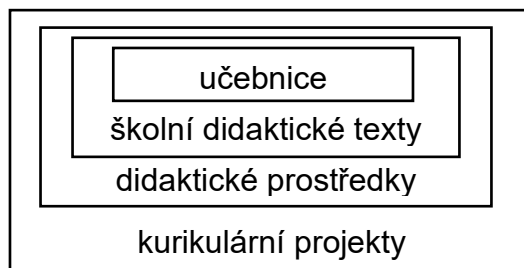
Obrázek 5 Vzájemný vztah základních činitelů výchovně vzdělávacího procesu (Janiš, Loudová, 2018, s. 15)

Pedagogické materiály mají být prostředkem k naplňování pedagogických cílů. V naší práci se zaměřujeme na předávání poznatků v učebnicích.

V pedagogickém slovníku nacházíme definici učebnice. „*Druh knižní publikace uzpůsobené k didaktické komunikaci svým obsahem a strukturou. Má řadu typů, z nichž nejrozšířenější je školní učebnice. Ta funguje: 1. jako prvek kurikula, tj. prezentuje výsek plánovaného obsahu vzdělávání; 2. jako didaktický prostředek, tj. je informačním zdrojem pro žáky a učitele, řídí a stimuluje učení žáků.*“ (Průcha, Walterová, Mareš, 2013, s. 323)

Vytvořit dobrou učebnici není jednoduché, protože je třeba postřehnout individualitu žáků (Zujev, 1986). Proto byla snaha zavádět jednotnou normu pro všechny žáky. Na tyto myšlenky je třeba nahlížet s rezervou, kdy učebnice zastávaly funkci „*základního učebního prostředku*“ (Zujev, 1986, s. 9). Dnes máme větší variabilitu těchto prostředků, přesto je učebnice „*hlavním didaktickým prostředkem pro školní vyučování a učení*“ (Máňák a Knecht, 2007, s. 15). Potvrzují to i zkušenosti, které „*jednoznačně ukazují, že zápisy studentů v žádném případě nemohou zcela nahradit učebnici*“ (Polák, 2016, s. 57).

Učebnice má specifické vlastnosti jako edukační konstrukt, což je znatelné z následujícího schématu (Průcha, 1998).



Obrázek 6 Učebnice jakožto edukační konstrukt (Průcha, 1998, s. 13)

Knecht a Janík (Knecht et al., 2008) poznamenávají, že v učebnicích nejde pouze o vzdělávací obsahy, ale o její prezentaci, která má možnost rozvíjet náročnější myšlenkové procesy žáka.

Učitel při přípravě na vyučování by měl při práci s obsahem učiva využívat didaktickou analýzu (Janiš, Loudová, 2018). Tato analýza zahrnuje mnoho činností, které vedou ke konečnému výběru „*metod, organizačních forem výuky a prostředků se závěrem dosáhnout všech výukových cílů*“ (Janiš, Loudová, 2018, s. 39).

Proto se v naší práci nejprve obracíme právě na učebnice, které jsou tvořeny pro přípravu na vyučování často odborníky v dané oblasti. V následujících podkapitolách si přiblížíme funkce učebnic, jejich strukturu a nástroje pro hodnocení učebnic.

4.1 Funkce učebnice

Učitel má celou řadu podpůrných didaktických prostředků. Kromě učebnic jsou to příručky, pracovní sešity, slovníky, atlasy apod. (Maňák a Knecht, 2007). Tyto materiály většinou plní jednu až dvě z funkcí, které má i učebnice. Obrázek tabulky Maňáka a Knechta zobrazuje přehled funkcí učebnic a komponent zahrnující studijní a podpůrné didaktické prostředky.

FUNKCE	KOMPONENTY
motivační	diapozitivy, videonahrávky
informační	počítačový software
systematizační	slovníky, mapy
koordinační	knihy odkazů
diferenciační	učebnice
řídící	pracovní sešity
rozvíjející učební strategie	rozšiřující materiály
sebehodnotící	sady testů
vzdělávání k hodnotám	čítanky

Obrázek 7 Hlavní komponenty realizace funkcí učebních pomůcek (Maňák a Knecht, 2007, s. 15)

Je několik velice podobných klasifikací funkcí, většinou jsou zahrnuty následující:

- **„Informační funkce:** učebnice vymezuje obsah vzdělání v určitém předmětu či oboru vzdělávání včetně rozsahu a dávkování informací určených pro žáky.
- **Transformační funkce:** učebnice poskytuje didakticky zpracované informace z určitého vědního oboru či z jiné oblasti praxe, tj. způsobem přístupným pro žáky (většinou zejména ve vztahu k určitému věku).
- **Motivační funkce:** učebnice podněcuje žáky k učení; dobré učebnice jsou pro žáky atraktivní, zahrnují prvky, které činí učebnici pro žáky zajímavou (ilustrace, příklady ze života, atraktivní úkoly apod.).
- **Řídící (kontrolní) funkce:** učebnice řídí učení žáků, navozuje učební činnosti žáků, umožňuje jim, aby si osvojili, procvičili a upevnili určité poznatky a dovednosti.
- **Systematizační funkce:** učebnice rozčleňuje učivo podle určitého systému do jednotlivých ročníků a vymezují také posloupnost jednotlivých částí učiva.
- **Koordinační funkce:** učebnice zajišťuje koordinaci při využívání dalších didaktických prostředků, které na ni navazují (např. videonahrávky).
- **Integrační funkce:** učebnice poskytuje základ pro chápání a integrování informací, které žáci získávají z jiných zdrojů.
- **Sebevzdělávací funkce:** učebnice stimuluje žáky k samostatné práci s ní a umožňuje sebehodnocení žáků (např. prostřednictvím klíče k řešení úloh, odpovědí na otázky, testů, umožňujících diagnostikovat postup v učení apod.).
- **Diferenciační funkce:** učebnice poskytuje další materiál ke studiu pro nadané žáky nebo pro žáky se zájmem o daný předmět, rozlišuje základní a rozšiřující učivo, nabízí učební úlohy s různou obtížností.
- **Hodnotová funkce:** učebnice ovlivňuje prostřednictvím svého obsahu také utváření hodnot a postojů u žáků“ (Sikorová, 2007, s. 14–15).

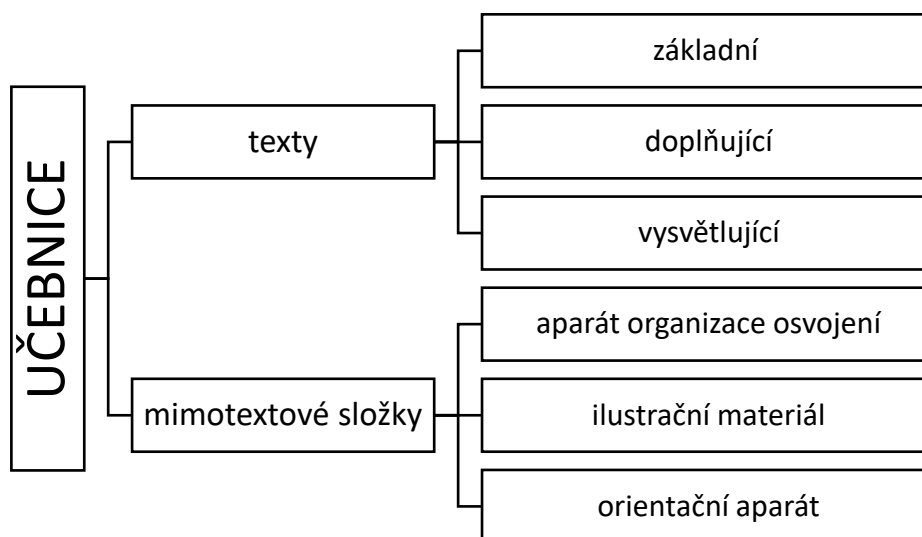
Maňák a Knecht (2007) udávají charakteristiku funkcí učebnice, která shrnuje vlastnosti kvalitní učebnice. Uvedená charakteristika v následujícím obrázku tabulky nám přibližuje dalším způsobem představu o naplnění funkcí učebnice.

FUNKCE		CHARAKTERISTIKY
motivační	/	ilustrovaná
		zajímavá
		obsahující problémové úlohy
informační	/	snadno čitelná
		související s každodenním životem
		vědecky správná
systematizační	/	strukturovaná
koordinační	/	související s ostatními učebnicemi
diferenciační	—	stupňovaná obtížnost
řídící	—	návody k učení
rozdávající učební strategie	—	podpora samostatného myšlení
sebehodnotící	—	otázky a testy
vzdělávání k hodnotám	—	personifikace

Obrázek 8 Hlavní charakteristiky funkcí učebnice (Maňák a Knecht, 2007, s. 18)

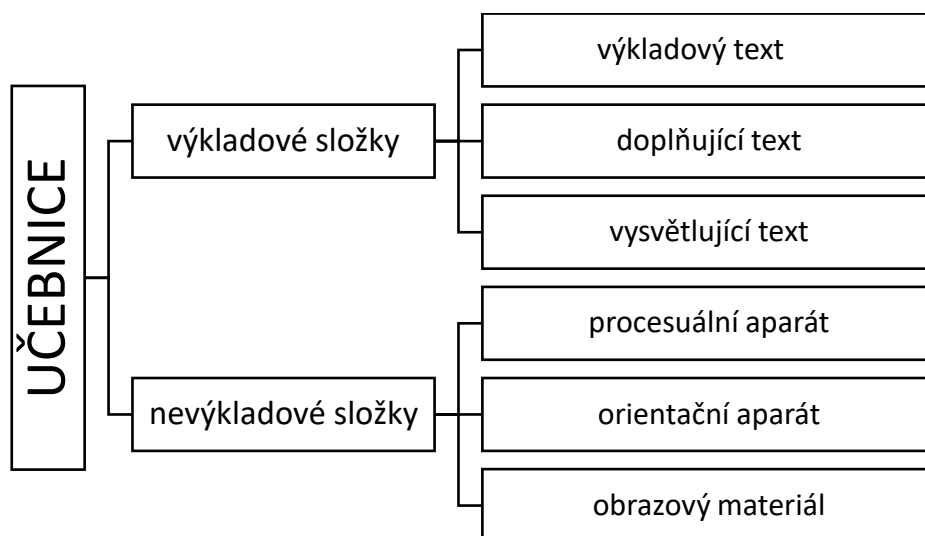
4.2 Struktura učebnice

Učebnice je členěna na jednotlivé části, složky, komponenty. Tyto části můžeme odhalovat, analyzovat, popřípadě členit. Zujev (1986) využívá schématickou strukturu v následujícím obrázku, kde je členění dle podoby textové a mimotextové.



Obrázek 9 Schéma struktury všeobecného modelu učebnice (úplná) (D. D. Zujev) (Zujev, 1986, s. 116)

Téměř srovnatelný model struktury učebnice představil český autor v roce 1981 Bednařík, který se zaměřil na učebnice fyziky (Průcha, 1998). Odlišuje se terminologicky, jak je možné vidět v následujícím schématu.



Obrázek 10 Schéma struktury učebnice dle Bednaříka (vlastní zpracování z: Průcha, 1998, s. 22–23)

Ve schématu však již není viditelné, že dochází k mírně jinému vymezení konkrétních komponentů. Bednařík uvádí 15 prvků u výkladové složky, Zujev měl 28 prvků textové složky. Bednařík uvádí 18 prvků nevýkladové složky a Zujev 33 prvků mimotextové složky. „Avšak odlišný počet vymezených strukturálních komponentů a strukturálních prvků není podstatný z hlediska obecné teorie učebnice a jejich aplikací“ (Průcha, 1998, s. 23).

4.3 Hodnotící kritéria pro učebnice

Maňák a Knecht (2007) navrhli seznam hodnotících kritérií, která byla částečně podobná v určitých kritériích využívaných MŠMT (2023a). Kritéria MŠMT jsou zveřejněna ve směrnici náměstka ministra pro vzdělávání MŠMT, díky které učební texty získávají schvalovací doložku. Školy mohou pracovat s učebnicemi bez schvalovací doložky, ale učebnice s doložkou jsou dotovány státem, tedy bývají pro školy výhodnější (Maňák a Knecht, 2007). Proto nakladatel podá žádost o doložku, následně jsou přiřazeni recenzenti, kteří zpracují posudek, a jestliže jsou splněny všechny požadavky a kritéria daná MŠMT, tak je učebnice zařazena do seznamu učebnic. Schvalovací doložka bývá většinou na šest let. Seznam učebnic je zveřejněn na webových stránkách MŠMT (2023a) obvykle dvakrát ročně. MŠMT (2023a) dělí kritéria na 4 kategorie:

- Celkový soulad učebnice s obecnými a kurikulárními dokumenty a rámcovými vzdělávacími programy – kritéria jsou vyplňována formou ano/ne;
- Odborná správnost obsahu učebnice – pověřený recenzent slovně hodnotí;

- Přiměřenost učebnice věku a dosaženým kompetencím žáků – pověřený recenzent slovně hodnotí;
- Metodické a didaktické zpracování učebnice – pověřený recenzent slovně hodnotí.

Maňák a Knecht (2007) stanovují 13 kategorií s několika kritérii. U některých kategorií se posuzuje pouze ano/ne. V některých kategoriích je možné vybrat navíc i částečně splnění kritéria. Ke každému zhodnocení je přidělena číselná hodnota. Je tedy jasně dáno, jaké maximum je pro každou kategorii. Stejně tak je jejich přehled doplněn o doporučené minimum. Pro naše potřeby jsou v následující tabulce připojeno oněch 13 kategorií, které jsou navíc seskupeny do 5 skupin dle důležitosti na základě výzkumu z roku 2004 (Sikorová, 2007).

A.	I. Přehlednost II. Přiměřená obtížnost a rozsah III. Odborná správnost
B.	IV. Motivační charakteristiky V. Řízení učení VI. Obrazový materiál
C.	VII. Shoda s kurikulárními dokumenty VIII. Cena (dostupnost učebnice) IX. Ergonomické a typografické vlastnosti
D.	X. Doplnňkové texty a materiály XI. Hodnoty a postoje XII. Diferenciace učiva a úloh
E.	XIII. Zpracování učiva

Tabulka 8 Kategorie podle důležitosti (Sikorová, 2007, s. 40)

Metoda hodnocení učebnic, kterou uvádí Průcha (1998, s. 141–143) se využívá pro měření didaktické vybavenosti učebnice. Tento nástroj si představíme v následující podkapitole.

4.3.1 Strukturní komponenty učebnice

Průcha (1998) vytvořil metodu pro měření didaktické vybavenosti učebnic. V metodě je zahrnuto 36 komponentů plnící didaktickou funkci a členěnou dle nám již známých forem – na textovou složku, tzv. verbální komponenty, a mimotextovou složku, tzv. obrazové komponenty. Tyto komponenty máme rozčleněny do tří aparátů – aparát prezentace učiva, aparát řídicí učení a aparát orientační. Konkrétní členění komponentů do aparátů je zaznačeno v následující tabulce.

I. APARÁT PREZENTACE UČIVA	
<p>(A) <u>verbální komponenty</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. výkladový text prostý 2. výkladový text zpřehledněný (přehledová schémata, tabulky aj. k výkladu učiva) 3. shrnutí učiva k celému ročníku 4. shrnutí učiva k tématům (kapitolám, lekcím) 5. shrnutí učiva k předchozímu ročníku 6. doplňující texty (dokumentační materiál, citace z pramenů, statistické tabulky aj.) 7. poznámky a vysvětlivky 8. podtexty k vyobrazením 9. slovníčky pojmů, cizích slov aj. (s vysvětlením) 	<p>(B) <u>obrázkové komponenty</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. umělecká ilustrace 2. nauková ilustrace (schematické kresby, modely, aj.) 3. fotografie 4. mapy, kartogramy, plánky, grafy, diagramy aj. 5. obrazová prezentace barevná (tj. použití nejméně jedné barvy odlišné od barvy běžného textu)
II. APARÁT ŘÍDICÍ UČENÍ	
<p>(C) <u>verbální komponenty</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. předmluva (úvod do předmětu, ročníku pro žáky) 2. návod k práci s učebnicí (pro žáky a/nebo učitele) 3. stimulace celková (podněty k zamyšlení, otázky aj. před celkovým učivem ročníku) 4. stimulace detailní (podněty k zamyšlení, otázky aj. před nebo v průběhu lekcí, témat) 5. odlišení úrovní učiva (základní – rozšiřující, povinné – nepovinné apod.) 6. otázky a úkoly za témata, lekcemi 7. otázky a úkoly k celému ročníku (opakování) 8. otázky a úkoly k předchozímu ročníku (opakování) 9. instrukce k úkolům komplexnější povahy (návody k pokusům, laboratorním pracím, pozorováním, aj.) 10. náměty pro mimoškolní činnosti s využitím učiva (aplikace) 11. explicitní vyjádření cílů učení pro žáky 12. prostředky a/nebo instrukce k sebehodnocení pro žáky (testy a jiné způsoby hodnocení výsledků učení) 13. výsledky úkolů a cvičení (správná řešení, správné odpovědi apod.) 14. odkazy na jiné zdroje informací (bibliografie, doporučení literatura) 	<p>(D) <u>obrázkové komponenty</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. grafické symboly vyznačující určité části textu (poučky, pravidla, úkoly, cvičení aj.) 2. užití zvláštní barvy pro určité části verbálního textu 3. užití zvláštního písma (tučné písmo, kurzíva aj.) pro určité části verbálního textu 4. využití přední nebo zadní obálky (předsádky) pro schémata, tabulky aj.
III. APARÁT ORIENTAČNÍ	
<p>(E) <u>verbální komponenty</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. obsah učebnice 2. členění učebnice na tematické bloky, kapitoly, lekce aj. 3. marginálie, výhmaty, živá záhlaví aj. 4. rejstřík (věcný, jmenný, smíšený) 	

Tabulka 9 Strukturální komponenty učebnice (Průcha, 1998, s. 141–142)

Strukturní komponenty učebnice využijeme v praktické části práce, kdy se ve výpočtu koeficientů budeme řídit stanovenými pokyny autora metody (Průcha, 1998). Tyto komponenty využíváme pro následující koeficienty uvedené v následující tabulce.

Dílčí koeficient	využití aparátu prezentace učiva	E I
	využití aparátu řídicího učení	E II
	využití aparátu orientačního	E III
	využití verbálních komponentů	E v
	využití obrazových komponentů	E o
Celkový koeficient didaktické vybavenosti učebnic		E

Tabulka 10 Koeficienty didaktické vybavenosti učebnic (vlastní zpracování z: Průcha, 1998, s. 143)

5 Didaktická vybavenost učebnic matematiky

Cílem praktické části je srovnat české učebnice matematiky pro 2. stupeň ZŠ. K tomu využijeme především didaktickou vybavenost učebnic matematiky. Vybavenost učebnice matematiky v mnoha ohledech by měla být dostatečná podle slovního hodnocení, kterým všechny schválené učebnice dle MŠMT prošly. Mohli bychom si v tomto ohledu pokládat mnoho otázek, které bychom mohli obměňovat s ohledem na aspekt našeho zaměření.

Uvědomujeme si díly výzkumu Knechta a Najvarové (Knecht et al., 2008), že z pohledu žáka jsou preferovány učebnice pro ně zajímavé a srozumitelné. Tyto reference se velice obtížně zařazují do kategorií k analýze učebnice, stejně tak zvolit jejich váhu, která by neměla být přeceněna. Vzhledem k menšímu počtu nástrojů, které dle určitých kritérií dokážou různé aspekty vybavenosti posoudit, jsme se zaměřili na didaktickou vybavenost a také nás zajímá četnost úloh v námi zaměřené oblasti práce.

V následující části kapitoly formulujeme výzkumné problémy, charakterizujeme zkoumaný soubor, představujeme metodiku s průběhem výzkumu a na základě analýzy interpretujeme výsledky.

5.1 Výzkumný problém a metodologický postup

Pokládáme výzkumný problém deskriptivního (popisného) charakteru, který dále rozvíjíme v dílčí hypotézu.

Výzkumný problém č. 1: Jaká je didaktické vybavenost vybraných učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník?

Tento problém rozčleňujeme na jednotlivé hypotézy, kdy se můžeme zaměřit na didaktickou vybavenost s ohledem na využití aparátu prezentace učiva, aparátu řídicího učení a aparátu orientačního. Či se zaměřit na didaktickou vybavenost s ohledem na verbální a obrazové komponenty.

Nulová hypotéza č. 1 $H1_0$: Dílčí koeficienty využití aparátů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník jsou stejné.

Alternativní hypotéza k nulové hypotéze č. 1 HA_1 : Dílčí koeficienty využití aparátů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník se liší.

Nulová hypotéza č. 2 $H2_0$: Dílčí koeficienty využití komponentů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník jsou stejné.

Alternativní hypotéza k nulové hypotéze č. 2 HA₂: Dílčí koeficienty využití komponentů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník se liší.

Výzkumný problém č. 2: Jaká je četnost úloh ve vybraných učebnicích matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník v oblasti závislostí, dat a funkcí?

S ohledem na formulované výzkumné problémy pokračujeme v praktické části následujícím způsobem:

1. Seznámíme se s výzkumným materiálem;
2. Metodologicky využijeme strukturní komponenty učebnice uvedené v předchozí kapitole;
3. Držíme se instrukcí při výpočtu jednotlivých koeficientů didaktické vybavenosti;
4. Analyzujeme úlohy v učebnicích pro vyjádření jejich četnosti u jednotlivých nakladatelství;
5. Na základě měření analyzujeme a vyvodíme výsledky.

5.2 Výzkumný soubor učebnic dle nakladatelství

V didaktické vybavenosti učebnic pracujeme s učebnicemi z následujících nakladatelství: Didaktis, Fortuna, Fraus, Nová škola, Prodos, Prometheus, SPN – Pedagogické nakladatelství, Taktik.

Víme, že většina titulů má k dispozici pracovní sešity i sbírky úloh. Ze zkušenosti jiných autorů vycházíme, že „*zahrnutí pracovních sešitů jako součástí učebnic nezvýšilo jejich didaktickou vybavenost*“ (Švárová, 2022, s. 64). Proto se u vybraných řad matematických učebnic zaměřujeme především na analýzu dostupných učebnic. Při představování jednotlivých nakladatelství však uvádíme i zmínku k pracovním sešitům.

Všechny vybrané učebnice mají platnou schvalovací doložku od MŠMT. Zaměřujeme se na učebnice pro 8. a 9. ročník s ohledem na učivo, které se váže k naší práci, tedy v oblasti závislostí, vztahů a práci s daty.

5.2.1 Didaktis

Zkoumaná učebnice (Didaktis):

- BRLICOVÁ, Věra, Michaela CIZLEROVÁ, Martin MAHEL, Jolana SVOBODOVÁ, Petr VACH et al. Matematika pro život 8 – Učebnice: pro 8. ročník základních škol a víceletá gymnázia. Brno: Didaktis, 2022. ISBN 978-80-7358-416-0.

Učebnicová řada

Nakladatelství Didaktis má svou řadu učebnic „Matematika pro život“ (Didaktis, 2022). Ke každému ročníku je dostupná učebnice (spojena algebra a geometrie do jedné publikace), průvodce pro učitele a dva pracovní sešity. Nakladatelství se zmiňuje o online podpoře. V rámci doplňkových materiálů jsou k dispozici soubory se šablonami z učebnice a soubory s řešením úloh z učebnice a pracovních sešitů.

Ve spojitosti s pracovními sešity je důležité zmínit, že pracovní sešity obsahují přehled učiva, cílené opakování jednotlivých témat a tematické testy k sebehodnocení (Brlíková et al., 2022). Spolu s výše uvedeným řešením úloh v jiném souboru toto zjištění uvádíme s ohledem na to, že bohužel nemůžou být tyto komponenty uvedené kladně ve strukturních komponentech samotné učebnice.

Neuvádíme učebnici a celou sadu pro 9. ročník, která byla v přípravě dle informací nakladatele na prosinec 2023 (Didaktis, 2022). Následně se přípravy přesunuly až na duben 2024 (Didaktis, 2023).

Struktura učebnice

Učebnice si drží strukturu při představení nového učiva: řešený příklad, výklad a příklady k procvičení (bez výsledků na konci učebnice). Tím udržuje celkovou přehlednost. K případným dalším skutečnostem využívá okraje.

Modus

13 Eva slíbila kamarádkám, že bude každý den dávat na Instagram nové fotografie, aby si mohly její australské prázdniny také užít. Někdy vybrala fotografie vhodných k uveřejnění méně, jiné dny zase hodně. Kolik fotografií Eva nejčastěji za den uveřejnila?

Den	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Počet fotografií	5	8	12	6	9	13	12	15	7	11

Den	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Počet fotografií	12	15	11	13	6	10	12	13	8	8

Řešení: Vytvoříme tabulku a pomocí čárkovací metody do ní vyznačíme, v kolika dnech Eva zveřejnila daný počet fotografií:

Počet fotografií	5	8	12	6	9	13	15	7	11	10
Počet dní										

Ve druhém řádku tabulky hledáme sloupec s největším počtem čárek. Největší počet čárek = 4, v prvním řádku tohoto sloupce zjistíme počet fotografií.

Odpověď: Eva nejčastěji uveřejňovala 12 fotografií denně.

Modus


Hodnota statistického znaku, která má **nejvyšší četnost**, se nazývá modus tohoto znaku.

Je-li ve statistickém souboru **více hodnot se stejnou četností**, tvoří **modus všechny tyto hodnoty**.

Modus dokážeme určit pro kvantitativní i kvalitativní statistické znaky.

Ota si postupně zapisoval, která zvířata chovají jeho kamarádi: pes, kočka, morče, kočka, kočka, papoušek, králik, morče, křeček, pes, pes, fretka, králik, kočka, želva, králik, pes, morče, pes. Jaký je modus zvířat, která chovají Otovi kamarádi?

Modus je hodnota s nejvyšší četností:

 pes:	četnost 5	 kočka:	četnost 4
 morče:	četnost 3	 papoušek:	četnost 1
 křeček:	četnost 1	 fretka:	četnost 1
 želva:	četnost 1	 králik:	četnost 3

Modus je pes.

Obrázek 11 Modus – ukázka řešeného příkladu a výkladu (Brlíková et al., 2022, s. 141)

5.2.2 Fortuna

Zkoumané učebnice (Fortuna):

- COUFALOVÁ, Jana, Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jiří HEJL a Miroslav LÁVIČKA. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 3. vydání. Praha: Fortuna, 2018a. ISBN 978-80-7373-142-7.
- COUFALOVÁ, Jana, Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jiří HEJL a Miroslav LÁVIČKA. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 3. vydání. Praha: Fortuna, 2018b. ISBN 978-80-7373-143-4.

Učebnicová řada

Nakladatelství Fortuna vzniklo v roce 1990 se zaměřením na učebnice (Fortuna, 2023). Od roku 2021 patří pod SPN – pedagogické nakladatelství. Pro jednotlivé ročníky, 8. a 9., je vydána vždy jedna učebnice, která obsahuje jak aritmetiku, popř. algebru, a geometrii. Tato řada učebnic nemá k sobě žádnou příručku učitele ani doporučený pracovní sešit. Můžeme však najít od stejného nakladatelství dvě sbírky úloh z matematiky se zaměřením jedná na početní úlohy a druhé na geometrii a funkce. Tyto sbírky se liší také autorským kolektivem a roky vydání. Učebnice je zde jako učební pomůcka, která má být jako bibliografický pramen samostatný.

Struktura učebnice



Struktura je opět založena na řešeném příkladu, výkladu a příkladech k procvičení (s některými výsledky na konci učebnice). Využívá se modrý pruh na okraji k vyznačení

rozšiřujícího učiva dle autorů učebnice. A také se využívají symboly k větší přehlednosti při práci s učebnicí (symbol pro práci s kalkulačkou, zápis, čtení...).

Známky z písemné práce v 8. A

známka	četnost
1	5
2	5
3	6
4	3
5	2

Nejvíce žáků (6) dostalo trojku.
Hodnota 3 je v rozdělení známek nejčastější.
Modus je 3.

 \hat{x}  modus (x se střížkou)


Modus je hodnota, která se v určitém rozdělení vyskytuje nejčastěji.

V řadě hodnot 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5 se vyskytují **sousední** hodnoty 3 a 4 se stejnou četností (tříkrát). Modus určíme jako aritmetický průměr těchto sousedních hodnot.

$$\hat{x} = \frac{3+4}{2} = 3,5$$

V řadě hodnot 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5 se vyskytují **nesousedící** hodnoty 2 a 5 se stejnou četností (tříkrát). Nelze uvést jenom jeden modus. Jako modus uvádíme obě hodnoty.

$$\hat{x}_1 = 2 \quad \hat{x}_2 = 5$$

6 Určete modus věku žáků jedné třídy. 
11, 10, 11, 12, 11, 10, 13, 10, 11, 11, 12, 11, 10, 12, 11, 11, 10, 11, 11, 10, 10.

7 Určete modus znaku „známka z tělesné výchovy na posledním vysvědčení“
a) v souboru dívek z vaší třídy,
b) v souboru chlapců z vaší třídy,
c) v souboru žáků vaší třídy.

Obrázek 12 Modus – ukázka celého učiva (Coufalová et al., 2018a, s. 167)

5.2.3 Fraus

Zkoumané učebnice (Fraus):

- BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 8: Aritmetika: učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-684-0.
- BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 9: Algebra: učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-689-5.

Učebnicová řada

Nakladatelství Fraus poskytuje celou řadu učebnic matematiky a jiných předmětů, také i projektově zaměřené publikace (Fraus, 2023). K uceleným řadám učebnic patří i vybrané dvě publikace. Pro každý ročník jsou vždy dvě učebnice – algebra a geometrie. Stejně rozdělení panuje také na dva pracovní sešity. Řada didaktických pomůcek je uzavřena příručkou učitele. Příručka pro 8. a 9. ročník v sobě zahrnuje výsledná řešení z učebnic a pracovních sešitů pro daný ročník. Je zde tedy část strukturních komponentů učebnice přemístěno do další publikace stejně jak tomu je u nakladatelství Didaktis.

Nakladatelství vydalo i novější řadu pracovních sešitů s názvem Matematika s nadhledem (Fraus, 2023). Tyto pracovní sešity jsou tzv. hybridními pracovními sešity. Cílí na propojení s online procvičováním a testováním. Nejsou k nim vydané učebnice, aby byly

využívané dle nakladatelství pro všechny učebnici pro příslušný ročník. Z povahy pracovního sešitu tyto publikace nemůžeme zařadit do naší analýzy didaktické vybavenosti učebnic, ale vnímáme je jako vhodné doplnění, které nechceme opomenout.

Aktuálně se nově nakladatelství zaměřuje na novou řadu učebnic do matematiky s názvem Matematika pro každého (Fraus, 2023). Zatím vyšly publikace jen pro šestý a sedmý ročník. Například pro 6. ročník je zde: příručka učitele, jedna hybridní učebnice, jeden hybridní pracovní sešit. Název je „Matematika 6 pro každého šestáka a šestáčku“. Pro 7. ročník je to obdobně „Matematika 7 pro každého sedmáka a sedmačku“. V této řadě materiálů je zahrnuta i sbírka digiúloh (další hybridní publikace). Protože se další publikace pro 8. ročník plánuje na jaro 2024 a pro 9. ročník na jaro 2025, nemáme odpovídající učebnice k dispozici pro měření didaktické vybavenosti a pracujeme se starší řadou učebnic.

Struktura učebnice

Představené učivo zde nemá vždy stejné pořadí. Často jsou úlohy, které vedou žáky k novým poznatkům uvedeným v části „Slovníček“. Po něm mají žáci dané učivo aplikovat ve slovních úlohách (bez výsledků na konci učebnice), jejichž čtení vyžaduje čas a pozornost. Zároveň se snaží v příkladech cílit na názory a postoje žáků k určitým skutečnostem. Na závěr je opět shrnutí v části „Co musíme vědět“.

Slovníček
Statistický soubor charakterizují kromě **aritmetického průměru**, který již známe, hodnoty nazývané **modus a medián**.

Modus je hodnota s nejvyšší četností, tj. hodnota, která se v souboru vyskytne nejčastěji. Je-li výška knih (v centimetrech) v knihovně 16, 18, 16, 16, 18, 21, 16, 21, 21, 16, 35, 18, 18, je aritmetický průměr těchto výšek 19,2 cm. Modus uvedených výšek je 16, protože výška 16 cm se vyskytuje nejčastěji – pětkrát.

Medián se určuje tak, že hodnoty čísel v souboru seřadíme podle velikosti. Je-li čísel lichý počet, je medián prostřední hodnotou, je-li čísel sudý počet, je medián aritmetickým průměrem prostředních dvou hodnot.

Medián souboru 16, 16, 16, 16, 16, 18, 18, 18, 18, 21, 21, 29, 29 je 18.
Medián souboru 16, 16, 16, 18, 18, 20, 21, 21, 21, 29, 29 je 19.

4.16 Zjistěte čísla bot všech žáků a žákyň ve třídě. Sestavte tabulku, určete aritmetický průměr, modus a medián. Které číslo bot je nejčastější? Je stejné jako číslo udávající průměrnou velikost bot?

4.17 Podle údajů ze začátku roku 2008 byl průměrný plat v České republice 20 036 Kč. Nejlépe jsou oceňováni zaměstnanci finančních institucí, jejichž průměrná mzda překročila 40 000 Kč. Naopak jen 12 309 Kč hrubého si vydělali zaměstnanci drobných živnostníků, kteří nejsou zapsáni v obchodním rejstříku. Zjistěte, kolik osob ve vašem okolí má měsíčně mzdu odpovídající průměrnému platu. Myslíte, že většina lidí má přibližně průměrný plat?

Navrhněte statistický výzkum pro majitele oděvního závodu, jehož konfekce pro seniory nejde na odbyt. Navrhněte, zdůvodněte a v malém měřítku takový výzkum zrealizujte včetně návrhů moderního oblečení a kalkulací prodejních cen.

Co je **obchodní rejstřík**? Jaké informace v něm lze získat?

Obrázek 13 Modus – ukázka výkladu a příkladů (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2009, s. 113)

5.2.4 Nová škola

Zkoumaná učebnice (Nová škola):

- JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KRUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika: Práce s daty, úměrnosti a funkce*. Duhová řada. Brno: Nová škola, 2018. ISBN 978-80-7600-024-7.

Učebnicová řada

Nakladatelství Nová škola měla původní řadu učebnic obdobným způsobem jako jiná nakladatelství, že členila učivo názvem dle ročníku a rozdělovala na dvě učebnice, kdy geometrie byla v učebnici zvlášť (Nová škola, 2023). Přešla však do nové tematické řady, kde na svých webových stránkách uvádí pouze doporučení pro jednotlivé ročníky. Zde jsou rozepsaná doporučení:

- „Doporučeno pro 6. ročník: *Desetinná čísla; Kladná a záporná čísla; Dělitelnost; Základy geometrie*.
- *Doporučeno pro 7. ročník: Shodnost geometrických útvarů, souměrnosti; Zlomky, poměr; Procenta, trojčlenka; Rovinné útvary*.
- *Doporučeno pro 8. ročník: Výrazy a rovnice 1; Hranoly a válce; Konstrukční úlohy; Výrazy a rovnice 2*.
- *Doporučeno pro 9. ročník: Práce s daty, úměrnosti a funkce; Podobnost a funkce úhlu; Jehlany, kužely a koule*“ (Nová škola, 2023).


Když čteme pozorně názvy jednotlivých titulů, tak zde máme „Práce s daty, úměrnosti a funkce“. Pravděpodobně cíleně vytvořený celek ro vzdělávací oblast Matematiky a její aplikace, který odpovídá učivu tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty, na co je stěžejní zaměření naší práce.

K příslušné učebnici je poskytnut i pracovní sešit. Příručka učitele k dané učebnici není. Jako podporu nakladatelství nabízí multimediální interaktivní učebnici.

Struktura učebnice

Učebnice pracuje s motivačním příkladem, na kterém ukazuje nové učivo. To je následně shrnuto do kratších rámečků. V průběhu textu jsou řešené příklady. A k závěru kapitoly jsou úlohy k procvičení (výsledky na konci učebnice). I když učebnice poskytuje

někdy zajímavé úlohy, tak pro upevnění konkrétního učiva působila nepřehledně a množství úloh bylo minimální.

<p> Aritmetický průměr n hodnot (označme jej p) vypočítáme tak, že součet těchto hodnot vydělíme jejich počtem, tedy číslem n. Pro 4 hodnoty a, b, c a d tedy vypočítáme $p = \frac{a+b+c+d}{4}$.</p>	<p>3 Štafeta chlapců na závodech na 4krát 200 metrů zaběhla průměrný čas na jeden úsek 26,34 s. Jaký čas zaběhl nejrychlejší z nich, jestliže ostatní měli časy 26,07 s, 27,12 s a 26,25 s?</p>
<p>2 Žáci 9. A dostali z písemné práce pět jedniček, osm dvojek, pět trojek, pět čtyřek a dvě pětky. Jaký byl aritmetický průměr známek z této písemné práce?</p> <p><i>Řešení:</i> Nejprve si sečteme všechny známky: $5 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 66$. Nyní zjistíme počet žáků, kteří psali písemnou práci: $5 + 8 + 5 + 5 + 2 = 25$. Pak vydělíme součet všech známek jejich počtem: $66 : 25 = 2,64$. Aritmetický průměr známek z písemné práce byl 2,64.</p>	<p><i>Řešení:</i> Nejprve zjistíme celkový čas celé štafety, a to tak, že průměrný čas jednotlivce vynásobíme počtem členů štafety, tedy čtyřmi: $26,34 \cdot 4 = 105,36$. Pak od této hodnoty odečteme časy ostatních běžců: $105,36 - (26,07 + 27,12 + 26,25) = 25,92$. Nejrychlejší z nich měl čas 25,92 s.</p> <p>3. Vypočítejte aritmetický průměr výplat pěti zaměstnanců, kteří dostali 7 000 Kč, 2 500 Kč, 3 820 Kč, 10 480 Kč a 5 180 Kč.</p>

Obrázek 14 Aritmetický průměr – ukázka výkladu a řešených příkladů (Jedličková, Krupka, Nechvátalová, 2018, s. 5–13)

5.2.5 Prodos

Zkoumané učebnice (Prodos):

- MOLNÁR, Josef, Petr EMANOVSKÝ, Libor LEPÍK, Hana LIŠKOVÁ a Jan SLOUKA. *Matematika 8*. Olomouc: Prodos, 2000. ISBN 80-7230-062-8.
- MOLNÁR, Josef, Libor LEPÍK, Hana LIŠKOVÁ, Jan SLOUKA a Bronislava RŮŽIČKOVÁ. *Matematika 9*. Olomouc: Prodos, 2001. ISBN 80-7230-109-8.

Učebnicová řada

Pedagogické nakladatelství Prodos má řadu učebnic matematiky pro 6. až 9. ročník, kdy tato řada byla vytvářena jako celek (Prodos, 2019). Ediční řada obsahuje jednu učebnici pro daný ročník a většinou dva pracovní sešity. Pro 9. ročník je místo dvou pracovních sešitů jedna sbírka úloh. Každá publikace má i verzi s komentářem pro učitele. Tento komentář doplňuje nějaké další didaktické poznámky, ale především obsahuje řešení úloh.

Uvedené učebnice patří ke starším publikacím v našem výzkumném souboru učebnic. Učebnice však splňují kritéria MŠMT a mají platnou (prodlouženou) schvalovací doložku MŠMT (Prodos, 2019). Tedy nadále patří dle MŠMT k učebnicím, které jsou v souladu s cíli vzdělávání dle školského zákona, rámcového vzdělávacího programu a dalšími právními předpisy.

Struktura učebnice

Nové učivo je představeno nejprve ve výkladu (žlutě podbarvený text), řešeným příkladem, a nakonec několika příklady k řešení. Některé příklady mají jednoznačné řešení, ale setkáváme se často s úlohami, které žáci mají plnit prakticky.

Hodnota znaku s nejvyšší četností se nazývá **modus** statistického souboru. Celkový počet jednotek souboru je rozsah statistického souboru.

Příklad 3: Vypočítejte aritmetický průměr a určete modus následujícího statistického souboru.

třída	počet žáků
1. A	24
2. A	22
3. A	22
4. A	28
5. A	25
6. A	28
7. A	30
8. A	28
9. A	27

nejvícekrát – **modus = 28**

$$\bar{x} = \frac{24 + 22 + 22 + 28 + 25 + 28 + 30 + 28 + 27}{9} = \frac{224}{9} = 26$$

Odpověď: Aritmetický průměr statistického souboru je 26. Modus statistického souboru je 28.

5 Proveďte šetření ve vaší třídě. Zjistěte, kolik knih mají ve svých knihovnách chlapci a kolik dívky. Údaje запиšte do dvou tabulek. Určete aritmetický průměr, modus a medián tohoto vzorku. Porovnejte výsledky získané u chlapců a děvčat.

6 Zjistěte věk svých rodičů (matek a otců samostatně), určete aritmetický průměr věku, modus a medián.

Obrázek 15 Modus – ukázka výkladu, řešeného příkladu a úloh (Molnár et al., 2000, s. 126–127)

5.2.6 Prometheus

Zkoumané učebnice (Prometheus):

- ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy, 2. díl.* 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2012. ISBN 978-80-7196-435-3.
- ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 9. ročník základní školy, 1. díl.* 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2013. ISBN 978-80-7196-439-1.

Učebnicová řada

Nakladatelství Prometheus se zaměřuje na učebnice matematiky a fyziky (Prometheus, 2023). V tomto nakladatelství máme k dispozici dvě ucelené řady učebnic pro matematiku od 6. do 9. ročníku. Jedna řada učebnic je od autorky A. Šarounové a kol., která má pro každý ročník učivo rozdělené do dvou dílů učebnic. Od nakladatelství jsme vybrali vždy jen jednu řadu učebnic. Z přehledu jsme zjistili, že nevybraná učebnice neobsahovala některé strukturní komponenty didaktické vybavenosti (např. fotografie), a proto jsme do výběru k porovnání vybírali tu, která měla vyšší míru didaktické vybavenosti.

Vybraná řada učebnic je od dvojice autorů, O. Odvárko a J. Kadleček, kteří učivo v rámci ročníku člení do tří dílů učebnic (většinou jeden z nich je samostatně geometrie) s jedním pracovním sešitem v podobě souboru úloh. Pro učitele je také k dispozici knížka pro učitele k učebnici s metodickými poznámkami.

Struktura učebnice

Učivo je představeno v řešeném příkladu, následně popsáno ve výkladu (orámovaná část) a prakticky využitelné ve cvičení (s výsledky na konci učebnice).

4.4 Modus a medián

A Modus počtu sourozenců
Vracíme se k úlohám **D** a **E** v článku 4.1:

Počet všech sourozenců	0	1	2	3	4	5
Četnost	119	246	95	32	15	5

Počet sourozenců může být 0, 1, 2, 3, 4 nebo 5. Která z těchto hodnot má největší četnost?
Je to 1 a nazývá se *modus* počtu sourozenců.

Modus
je ta z daných hodnot, která má největší četnost.
Pokud se ve statistickém souboru vyskytují dvě nebo více hodnot s největší četností, tvoří modus všechny tyto hodnoty.

Cvičení

- Jirka měl na vysvědčení pět jedniček, pět dvojek a tři trojky. Urči modus známky na vysvědčení.
- Vrať se k úlohám **A**, **B**, **C** z článku 4.2. Urči modus průměrného času věnovaného o víkendů aktivnímu sportování
a) v souboru žáků 8. A, b) v souboru žáků 8. B, c) v souboru žáků 8. C.
- Vrať se ke cvičení 7 z článku 4.1. Zjisti modus hodinového intervalu.
- Vrať se k úloze **A** v článku 4.1. Vezmi jako statistický soubor všechny žáky 1. až 9. ročníku základních škol ve školním roce 2017/18. Urči modus počtu žáků v ročníku.
- Pepa a statistika**
„Všechny moje houby, to je také statistický soubor. Roztřídím je podle druhů hub a jsem zvědav, co bude modus.“
Pepa našel 15 pravých hřibů, 40 suchohřibů, 8 křemenáčů, 5 lišek a 40 klouzků. Urči modus.

Obrázek 16 Modus – ukázka řešeného příkladu, výkladu a cvičení (Odvárko, Kadleček, 2012, s. 66–67)

5.2.7 SPN – Pedagogické nakladatelství

Zkoumané učebnice (SPN):

- PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK, Josef TREJBAL. *Matematika 9: pro základní školy: algebra*. 2. vydání. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, 2018. ISBN 978-80-7235-614-0.
- PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK a Josef TREJBAL. *Matematika 8: pro základní školy: algebra*. 2. vydání. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, 2022. ISBN 978-80-7235-653-9.

Učebnicová řada

Nakladatelství SPN – pedagogické nakladatelství má ucelenou řadu učebních pomůcek pro matematiku (SPN, 2023). Pro každý ročník jsou k dispozici dva díly učebnice (aritmetika/algebra a geometrie) a k učebnicím doplňující pracovní sešity (aritmetika/algebra a geometrie). Knižní řadu doplňuje sbírka úloh z matematiky pro daný ročník.

V učebnicích jsou poskytnuty výsledky úloh. Výsledky jsou také ve sbírce úloh. U pracovních sešitů výsledky všech úloh v publikaci nejsou. Na prodejních stránkách je však možnost dohledat soubor s výsledky úloh pro jeden pracovní sešit (vždy pro aritmetiku/algebru, ne pro geometrii) (Naše učebnice, 2023).

Struktura učebnice

Učivo je představeno nejprve na řešeném příkladu, zdůrazněno pomocí podbarveného rámečku „zapamatujte si“, a nakonec procvičeno v několika úlohách ve cvičení (s výsledky na konci učebnice).

- Klasifikaci ale můžeme posuzovat i z hlediska **četností** jednotlivých známek:

známka	1	2	3	4	5
četnost u Jendy	3	5	1	1	0
četnost u Kláry	3	1	0	0	1

Zatímco u Jendy se nejčastěji vyskytuje známka **2**, Klára nejčastěji získala známku **1**. Z tohoto pohledu se zdají být výsledky Kláry lepší než výsledky Jendy. Tento způsob posouzení klasifikace je z hlediska Kláry spravedlivější, neboť se v něm neprojevuje jediná špatná známka, kterou Klára dostala.



Zapamatujte si:

Hodnota statistického znaku s největší četností se nazývá **modus**.

V případě Jendy je *modus* známek **2**, v případě Kláry je *modus* známek **1**.

Poznámka: V případě, že se ve statistickém souboru vyskytují **dvě** nebo **více hodnot** s největší četností, považujeme za **modus** všechny tyto hodnoty.

B4 Cvičení

1. Lenka získala v matematice známky 2, 1, 3, 2, 3, 4, 3, 1. Pavel získal v matematice známky 2, 1, 3, 5, 2, 1, 2. Určete modus a medián známek Lenky a Pavla. Pokuste se rozhodnout, kdo z nich má lepší výsledky v matematice.
2. Ve škole v ulici Komenského jsou následující počty žáků ve třídách druhého stupně. Jaký je v této škole na druhém stupni modus a medián počtu žáků ve třídě?

třída	6.A	6.B	7.A	7.B	8.A	8.B	9.A	9.B
počet žáků	26	28	30	29	27	26	25	25

Zjištěný modus a medián počtu žáků ve třídě porovnejte s aritmetickým průměrem počtu žáků ve třídě.

Obrázek 17 Modus – ukázka řešeného příkladu, výkladu a cvičení (Půlpán, Čihák, Trejbal, 2018, s. 126–128)

5.2.8 Taktik

Zkoumané učebnice (Taktik):

- LAUBEOVÁ, Alena, Blanka MATASOVÁ, Tomáš MIERVA, Petra NÁDVORNÍKOVÁ, Jana PRESOVÁ et al. *Hravá matematika 8 – Algebra: Učebnice pro 8. ročník ZŠ a víceletá gymnázia*. Praha: Taktik, 2021. ISBN 978-80-7563-265-4.
- JANEČKOVÁ, Miroslava, Klára KREJČÍKOVÁ, Blanka MATASOVÁ, Lucia MIHÁLIKOVÁ, Petra NÁDVORNÍKOVÁ et al. *Hravá matematika 9 – Algebra: Učebnice pro 9. ročník ZŠ a víceletá gymnázia*. Praha: Taktik, 2022. ISBN 978-80-7563-501-3.

Učebnicová řada

Vydavatelství Taktik má několik řad učebnic. Pro matematiku je to Hravá matematika (Taktik, 2023). Členění v ročnících je následující: dva díly učebnice (aritmetika/algebra a geometrie), jeden pracovní sešit (dle učebnice jen aritmetika/algebra) a dva díly menších pracovních sešitů (tzv. hravý početník).

Bez učebnic jsou vydané i další pracovní sešity, které jsou zvlášť v ročníku na aritmetiku/algebru i geometrii (Taktik, 2023). Ty však spadají do řady učebních materiálů Matematika v pohodě. Zde dle nakladatelství dochází ke snížení počtu hravých úloh a zvýšení důrazu na procvičení v početních příkladech.

Struktura učebnice

Učivo je zde představeno v části „zapamatuj si“, prakticky ukázáno na řešených příkladech, a nakonec procvičeno na úlohách (s řešením na konci učebnice). Úlohy mají svou odstupňovanou náročnost, podle které se může orientovat učitel i žák.

Zapamatuj si

Modus je hodnota znaku, která má nejvyšší četnost. Označujeme ho $\text{mod}(x)$. Pokud se v souboru vyskytují dvě nebo více hodnot znaku s nejvyšší četností, považujeme za modus všechny tyto hodnoty. Modus můžeme určit pro kvantitativní i kvalitativní statistické znaky. Abychom určili **medián**, hodnoty znaku uspořádáme podle velikosti, a pak:

- je-li počet jednotek souboru **lichý**, pak medián sledovaného znaku je **prostřední číslo**
- je-li počet jednotek souboru **sudý**, pak medián sledovaného znaku je **aritmetický průměr** těch **dvou hodnot**, které jsou **nejblíže středu**

Medián určujeme jen pro kvantitativní znaky (protože uspořádáváme hodnoty znaku podle velikosti) a označujeme $\text{med}(x)$.

Příklad 3

Dívky z 8. třídy se na hodině tělesné výchovy seřadily od nejnižší po nejvyšší. Pan učitel změnil postupně jejich výšky a zapsal si následující hodnoty: 156 cm, 156 cm, 157 cm, 157 cm, 157 cm, 160 cm, 161 cm, 163 cm, 173 cm.

- Urči průměrnou výšku dívek z 8. třídy.
- Urči modus výšky dívek z 8. třídy.
- Najdi medián výšky dívek z 8. třídy.
- Od 2. pololetí nastoupila do třídy dívka s výškou 161 cm. Jak se změnila průměrná výška dívek ve třídě? Jaký bude medián?

Řešení:

a)
$$\bar{x} = \frac{156 + 156 + 157 + 157 + 157 + 160 + 161 + 163 + 173}{9} = \frac{1440}{9} = 160 \text{ cm}$$
Průměrná výška dívek z 8. třídy je 160 cm.

b) Vytvoříme tabulku četností a zjistíme, která hodnota má nejvyšší četnost.

Výška (v cm)	156	157	160	161	163	173
Počet dívek	2	3	1	1	1	1

Modus výšky dívek z 8. třídy je 157 cm.

- Petr, Michal a Ondra házeli kostkou. Vždy si poznačili hodnotu, která jim padla na kostce. Petrovi na kostce padla: 5, 6, 4, 5, 1, 3, 6, 2, 4, 3, 5, 6, 1, 4, 3, 5. Michal měl poznačené hodnoty: 3, 1, 4, 3, 5, 2, 4, 6, 6, 6, 5, 2, 1, 3, 1, 6. Ondrovy hodnoty byly: 1, 5, 6, 2, 4, 1, 1, 5, 3, 6, 4, 2, 2, 4, 3, 1.

 - U každého z nich urči aritmetický průměr, modus a medián.
 - Komu z nich padaly vyšší hodnoty?
 - Kolikrát celkem padla 6 a jaká je její relativní četnost (mezi všemi hody)?
 - Která hodnota padla nejméněkrát?
- Erik s Kubou mezi sebou soutěžili v kuželkách. Každý měl 15 hodů a značil si, kolik z 9 kuželek při každém hodu srazil. Erik měl zapsáno: 6, 8, 7, 3, 4, 4, 5, 6, 8, 3, 7, 6, 9, 8, 7. Kuba jich srazil: 5, 3, 9, 2, 9, 7, 4, 8, 6, 5, 8, 6, 4, 5, 9. Rozhodni o pravdivosti následujících tvrzení.

a) Erik srazil víc kuželek než Kuba.	PRAVDA	NEPRAVDA
b) U Kuby je jen jedna hodnota modu, a to: $\text{mod}(x) = 5$.	PRAVDA	NEPRAVDA
c) U Erika jsou tři různé hodnoty modu.	PRAVDA	NEPRAVDA
d) Aritmetický průměr sražených kuželek u Kuby je vyšší než u Erika.	PRAVDA	NEPRAVDA
e) Mediány počtu sražených kuželek obou kluků jsou si rovny.	PRAVDA	NEPRAVDA

Obrázek 18 Modus – ukázka výkladu, řešeného příkladu a cvičení (Laubeová et al., 2021, s. 177–178)

5.2.9 Shrnutí výzkumného souboru

Pro přehlednost jsme sestavili tabulku, ve které značíme k nakladatelství několik údajů, které se vztahují k jedné z matematických řad a ročníku. Jsou to následující údaje:

- počet dílů učebnic;
- související pracovní sešit a jejich počet;
- sbírka úloh;
- příručka (pro učitele).

V případě potřeby pro úplnost matematických řad jsou započítané v některých případech i plánované publikace, které doposud nevyšly. Jestliže se ročníky odlišují dle plánovaného rozložení vydavatele, tak je pomocí číselného rozlišení (pro 8. ročník „8“, pro 9. ročník „9“) rozděleno do samostatných záznamů. Počet dílů publikací v ročníku je vyznačen číslem, případná absence určitého typu je vyjádřena nulou.

Nakladatelství (ročník)	Učebnice	Pracovní sešit	Sbírka úloh	Příručka	Celkem
Didaktis	1	2	0	1	4
Fortuna	1	0	0	0	1
Fraus	2	2	0	1	5
Nová škola 8	3	3	0	0	6
Nová škola 9	4	4	0	0	8
Prodos 8	1	2	1	3	7
Prodos 9	1	0	1	2	4
Prometheus	3	0	1	1	5
SPN	2	2	1	0	5
Taktik	2	3	0	0	5

Tabulka 11 Shrnutí výzkumného souboru (vlastní zpracování)

V tabulce je přehledně vidět, že nakladatelství nemá vždy stejný počet učebnic, pracovních sešitů a dalších materiálů.

5.3 Měření didaktické vybavenosti učebnic

Pro měření didaktické vybavenosti učebnic matematiky jsme uplatnili strukturní komponenty učebnice, které sepsal Průcha (1998). Vyhodnocovali jsme řady učebnic, které jsme představili v předchozí podkapitole. U některých nakladatelství jsme měli k dispozici dva rozdílné díly učebnic. Pokud se alespoň v jednom z nich daný komponent objevil, tak jsme jej zahrnuli do výskytu jako ano (A). Jestliže jsme v učebnicích daný komponent nepostřehli, tak jsme jej zaznačili negativně (N).

Následují tři tabulky, které jsou rozděleny dle jednotlivých aparátů. Jednotlivé oddíly komponentů (A až F) jsou doplněny četností přítomných komponentů.

Aparát prezentace učiva

I. APARÁT PREZENTACE UČIVA	Didaktis	Fortuna	Fraus	Nová škola	Prodos	Prometheus	SPN	Taktik
(A) verbální komponenty	8	3	8	6	4	5	6	7
1. výkladový text prostý	A	A	A	A	A	A	A	A
2. výkladový text zpřehledněný (přehledová schémata, tabulky aj. k výkladu učiva)	A	A	A	A	A	A	A	A
3. shrnutí učiva k celému ročníku	N	N	N	N	N	N	N	N
4. shrnutí učiva k tématům (kapitolám, lekcím)	A	N	A	A	N	N	A	A
5. shrnutí učiva k předchozímu ročníku	A	A	A	N	N	N	N	A
6. doplňující texty (dokumentační materiál, citace z pramenů, statistické tabulky aj.)	A	N	A	N	N	A	A	A
7. poznámky a vysvětlivky	A	A	A	A	A	A	A	A
8. podtexty k vyobrazením	A	N	A	A	A	A	A	A
9. slovníčky pojmů, cizích slov aj. (s vysvětlením)	A	N	A	A	N	N	N	N
(B) obrázkové komponenty	5	3	4	3	4	5	4	4
1. umělecká ilustrace	A	N	N	N	N	A	N	N
2. nauková ilustrace (schematické kresby, modely, aj.)	A	A	A	A	A	A	A	A
3. fotografie	A	N	A	N	A	A	A	A
4. mapy, kartogramy, plánky, grafy, diagramy aj.	A	A	A	A	A	A	A	A
5. obrazová prezentace barevná (tj. použití nejméně jedné barvy odlišné od barvy běžného textu)	A	A	A	A	A	A	A	A
Celkem	13	6	12	9	8	10	10	11

Tabulka 12 Aparát prezentace učiva (vlastní zpracování)

V tabulce aparátu prezentace učiva je vidět, že mezi nakladatelstvími je v jednotlivých strukturních komponentech rozdíl. Nejméně strukturních komponentů má v obou částech nakladatelství Fortuna. Nakladatelství se neodlišují v některých strukturních komponentech. Všechny nakladatelství mají: výkladový text prostý; výkladový text zpřehledněný; poznámky a vysvětlivky; nauková ilustrace; obrazová prezentace barevná. Nakladatelství nezahrnují do

učebnic shrnutí učiva k celému ročníku. U některých nakladatelství je to způsobeno tím, že shrnutí učiva k celému ročníku se nachází v pracovních sešitech.

Aparát řídicí učení

II. APARÁT ŘÍDICÍ UČENÍ	Didaktis	Fortuna	Fraus	Nová škola	Prodos	Prometheus	SPN	Taktik
(C) verbální komponenty	11	7	10	5	4	10	8	11
1. předmluva (úvod do předmětu, ročníku pro žáky)	A	A	A	N	N	A	N	A
2. návod k práci s učebnicí (pro žáky a/nebo učitele)	A	A	A	A	N	A	N	A
3. stimulace celková (podněty k zamyšlení, otázky aj. před celkovým učivem ročníku)	A	N	A	A	N	A	N	A
4. stimulace detailní (podněty k zamyšlení, otázky aj. před nebo v průběhu lekcí, témat)	A	N	A	A	N	A	A	A
5. odlišení úrovní učiva (základní – rozšiřující, povinné – nepovinné apod.)	A	A	A	N	N	A	A	A
6. otázky a úkoly za témata, lekcemi	A	A	A	A	A	A	A	A
7. otázky a úkoly k celému ročníku (opakování)	N	A	N	N	A	A	A	A
8. otázky a úkoly k předchozímu ročníku (opakování)	A	A	A	N	A	A	A	A
9. instrukce k úkolům komplexnější povahy (návody k pokusům, laboratorním pracím, pozorováním, aj.)	A	N	A	N	N	N	A	A
10. náměty pro mimoškolní činnosti s využitím učiva (aplikace)	A	N	A	N	N	N	N	A
11. explicitní vyjádření cílů učení pro žáky	A	N	A	N	A	N	A	N
12. prostředky a/nebo instrukce k sebehodnocení pro žáky (testy a jiné způsoby hodnocení výsledků učení)	N	N	N	N	N	N	N	N
13. výsledky úkolů a cvičení (správná řešení, správné odpovědi apod.)	N	A	N	A	N	A	A	A
14. odkazy na jiné zdroje informací (bibliografie, doporučení literatura)	A	N	N	N	N	A	N	N
(D) obrázkové komponenty	3	3	3	3	2	3	2	4
1. grafické symboly vyznačující určité části textu (poučky, pravidla, úkoly, cvičení aj.)	A	A	A	A	N	N	N	A
2. užití zvláštní barvy pro určité části verbálního textu	A	A	A	A	A	A	A	A
3. užití zvláštního písma (tučné písmo, kurzíva aj.) pro určité části verbálního textu	A	A	A	A	A	A	A	A
4. využití přední nebo zadní obálky (předsádky) pro schémata, tabulky aj.	N	N	N	N	N	A	N	A
Celkem	14	10	13	8	6	13	10	15

Tabulka 13 Aparát řídicí učení (vlastní zpracování)

Nakladatelství Fraus má jednotlivé kapitoly s učivem v učebnicích obsahují část nazývanou se „Zkouška znalostí“. Povahově odpovídají otázkám a úkolům za témata, lekce, do stejnojmenného komponentu jsme tento prvek zařadili.

Učebnice od nakladatelství Taktik za tématem obsahu zpravidla část kapitoly „Shrnutí a opakování“ a také „Kontrolní tematické práce“. Ve strukturních komponentech je zde komponent „Prostředky a/nebo instrukce k sebehodnocení pro žáky (testy a jiné způsoby hodnocení výsledků učení)“ nicméně zde není kromě výsledků úloh žádná instrukce. Proto zde tuto skutečnost uvádíme a zahrneme ji do komponentu „otázky a úkoly k celému ročníku (opakování)“, který zde jiným prvkem obsažen není a spíše by mohl tomuto komponentu odpovídat.

V aparátu řídicí učení nejnižšího počtu strukturních komponentů dosahuje nakladatelství Prodos. Všechna nakladatelství u učebnic mají v nějaké míře zakomponované: otázky a úkoly za témata, lekce; užití zvláštní barvy pro určité části verbálního textu; užití zvláštního písma pro určité části verbálního textu. Avšak komponent „prostředky a/nebo instrukce k sebehodnocení pro žáky (testy a jiné způsoby hodnocení výsledků učení)“ jsme v učebnicích nezpozorovali. U některých učebnic byly náslechy, ale žádná žákům neposkytovala instrukce k sebehodnocení v rámci připravené testové části.

Aparát orientační

III. APARÁT ORIENTAČNÍ	Didaktis	Fortuna	Fraus	Nová škola	Prodos	Prometheus	SPN	Taktik
(E) verbální komponenty	4	2	3	2	3	3	2	2
1. obsah učebnice	A	A	A	A	A	A	A	A
2. členění učebnice na tematické bloky, kapitoly, lekce aj.	A	A	A	A	A	A	A	A
3. marginálie, výhmaty, živá záhlaví aj.	A	N	A	N	A	N	N	N
4. rejstřík (věcný, jmenný, smíšený)	A	N	N	N	N	A	N	N
Celkem	4	2	3	2	3	3	2	2

Tabulka 14 Aparát orientační (vlastní zpracování)

V aparátu orientačním nakladatelství shodně obsahují: obsah učebnice; členění učebnice na tematické bloky, kapitoly, lekce aj.

Koeficienty didaktické vybavenosti

Koeficienty počítáme procentuálním podílem počtu využitých komponentů a počtu možných komponentů. Koeficient využití aparátu prezentace učiva (E I) je složen z komponentů oddílu A a B. Koeficient využití aparátu řídicího učení (E II) je složen z komponentů C a D. Koeficient využití aparátu orientačního (E III) je složen z komponentů oddílu E. Koeficient využití verbálních komponentů (E v) se skládá z částí A, C a E. Koeficient využití obrazových komponentů (E o) se skládá z částí B a D. Přehled dílčích koeficientů a celkový koeficient (E), který je složen z podílu počtu využitých komponentů a počtu možných komponentů, je zobrazen v následující tabulce v procentuálním vyjádření.

Nakladatelství	E I	E II	E III	E v	E o	E
Didaktis	92,86	77,78	100,00	85,19	88,89	86,11
Fortuna	42,86	55,56	50,00	44,44	66,67	50,00
Fraus	85,71	72,22	75,00	77,78	77,78	77,78
Nová škola	64,29	44,44	50,00	48,15	66,67	52,78
Prodos	57,14	33,33	75,00	40,74	66,67	47,22
Prometheus	71,43	72,22	75,00	66,67	88,89	72,22
SPN	71,43	55,56	50,00	59,26	66,67	61,11
Taktik	78,57	83,33	50,00	74,07	88,89	77,78

Tabulka 15 Koeficienty didaktické vybavenosti učebnic (vlastní zpracování)

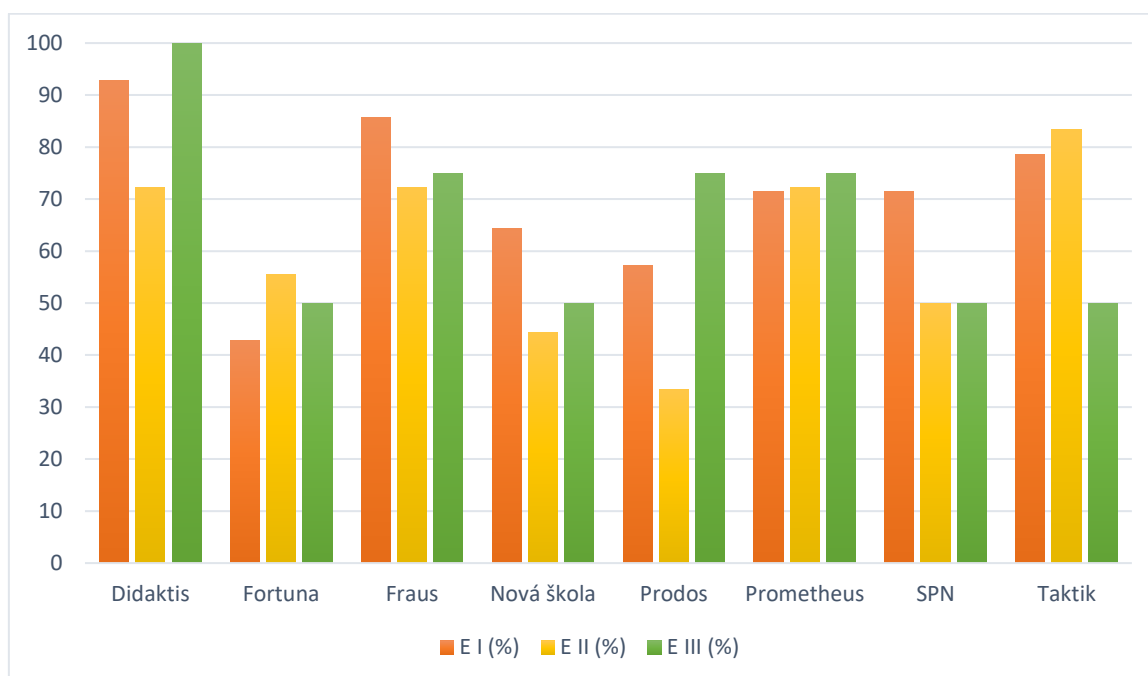
V tabulce je viditelné, že výsledné koeficienty se u jednotlivých koeficientů a nakladatelství liší. Rozdíly jsou u některých koeficientů až o 50 %. Maximum 100 % je dosaženo pouze u aparátu využití orientačního v publikacích od nakladatelství Didaktis. Naopak na nejnižší vyskytovaná hodnota je 33,33 % u koeficientu využití aparátu řídicího učení v publikacích od nakladatelství Prodos. Zjištění těchto závěrů více sledujeme v další podkapitole zaměřená na analýzu didaktické vybavenosti učebnic.

5.4 Analýza didaktické vybavenosti učebnic

Sledujeme výsledky měření didaktické vybavenosti učebnic. Zaměřujeme se v jednotlivých částech podkapitoly na koeficienty dle vytyčených hypotéz:

- koeficienty využití aparátu prezentace učiva (EI), řídicího učení (EII) a orientačního (EIII);
- koeficienty využití verbálních komponentů (Ev) a obrazových komponentů (Eo).

Koeficienty využití aparátu prezentace učiva (EI), řídicího učení (EII) a orientačního (EIII)



Graf 3 Koeficienty EI, EII, EIII didaktické vybavenosti učebnic u jednotlivých nakladatelů (vlastní zpracování)

Sledujeme, že při zaměření se na koeficient využití aparátu prezentace učiva i aparátu orientačního, nejvyšších výsledků dosahuje nakladatelství Didaktis. Nelze také opomenout koeficient využití aparátu řídicího učení, kde nakladatelství Didaktis je hned za nakladatelstvím Taktik. Z opačné strany nakladatelství Fortuna dosahuje u koeficientu využití aparátu prezentace učiva i aparátu orientačního nejnižších hodnot, mimo koeficient využití aparátu řídicího učení, kde nejnižší hodnocení získává nakladatelství Prodos. Nakladatelství Fraus a Prometheus patří k těm, kteří mají vyrovnanější výsledky s ohledem na jednotlivé koeficienty.

V grafu se také zobrazuje, že není žádný z daných koeficientů upřednostňován napříč nakladatelstvími.

Pro přijetí či zamítnutí nulové hypotézy č. 1 využíváme analýzu rozptylu (ANOVA), kterou vypočítáme pomocí tabulkové aplikace Excel při stažení doplňku analytických nástrojů přes analýzu dat.

Anova: jeden faktor						
Faktor						
Výběr	Počet	Součet	Průměr	Rozptyl		
Didaktis	3	270,64	90,21333	128,6857		
Fortuna	3	148,42	49,47333	40,53053		
Fraus	3	232,93	77,64333	50,73543		
Nová škola	3	158,73	52,91	104,8567		
Prodos	3	165,47	55,15667	437,0474		
Prometheus	3	218,65	72,88333	3,516233		
SPN	3	176,99	58,99667	123,6692		
Taktik	3	211,9	70,63333	324,9652		
ANOVA						
Zdroj variability	SS	Rozdíl	MS	F	Hodnota P	F krit
Mezi výběry	4205,409	7	600,7728	3,958943	0,010755	2,657197
Všechny výběry	2428,013	16	151,7508			
Celkem	6633,422	23				

Obrázek 19 Excel analýza dat dílčích koeficientů aparátů (vlastní zpracování)

Na základě kritického oboru F vidíme že se data významně liší. Na hladině významnosti 5 % zamítáme nulovou hypotézu H_0 a přijímáme alternativní hypotézu H_{A1} , že se dílčí koeficienty u jednotlivých aparátů významně liší.

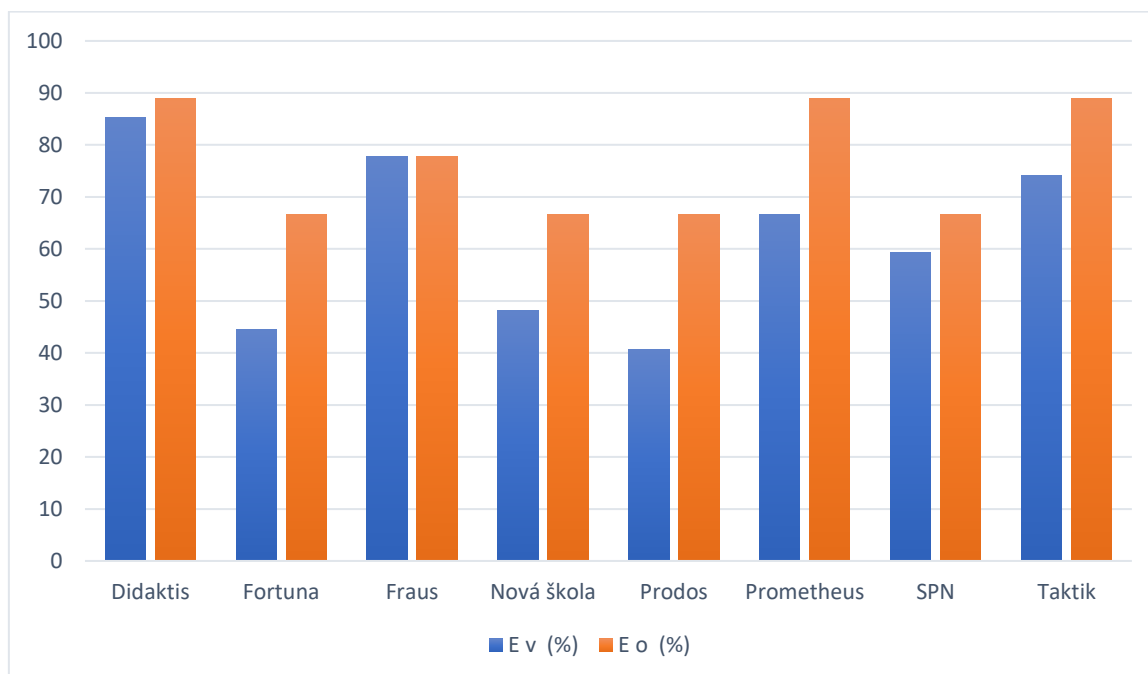
S využitím webové platformy astatsa.com (Vasavada, 2016) jsme získali výsledky Tukeyho testu.

Tukey HSD results			
treatments pair	Tukey HSD Q statistic	Tukey HSD p-value	Tukey HSD inference
A vs B	5.7282	0.0162217	* p<0.05
A vs C	1.7674	0.8999947	insignificant
A vs D	5.2450	0.0313653	* p<0.05
A vs E	4.9291	0.0478949	* p<0.05
A vs F	2.4367	0.6561889	insignificant
A vs G	4.3892	0.0963629	insignificant
A vs H	2.7530	0.5377880	insignificant
B vs C	3.9608	0.1627416	insignificant

Obrázek 20 Část záznamu z tabulky Tukeyho testu námi zadaných dat na astatsa.com (Vasavada, 2016)

Významně odlišné dvojice jsou na základě Tukeyho testu: Didaktis-Fortuna, Didaktis-Nová škola a Didaktis-Prodos.

Koeficienty využití verbálních komponentů (Ev) a obrazových komponentů (Eo)



Graf 4 Koeficienty Ev a Eo didaktické vybavenosti učebnic u jednotlivých nakladatelů (vlastní zpracování)

Opět v obou koeficientech dominuje nakladatelství Didaktis, které má i tyto koeficienty na podobné úrovni. Vyrovnané koeficienty má také nakladatelství Fraus. Pokud nejsou

koeficienty vyrovnané, tak u nakladatelství převládá vyšší koeficient využití obrazových komponentů nad koeficientem využití verbálních komponentů.

Pro přijetí či zamítnutí nulové hypotézy č. 2 využíváme analýzu rozptylu (ANOVA), kterou vypočítáme pomocí tabulkové aplikace Excel přes analýzu dat.

Anova: jeden faktor						
Faktor						
Výběr	Počet	Součet	Průměr	Rozptyl		
Didaktis	2	174,08	87,04	6,845		
Fortuna	2	111,11	55,555	247,0865		
Fraus	2	155,56	77,78	0		
Nová škola	2	114,82	57,41	171,4952		
Prodos	2	107,41	53,705	336,1825		
Prometheus	2	155,56	77,78	246,8642		
SPN	2	125,93	62,965	27,45405		
Taktik	2	162,96	81,48	109,8162		
ANOVA						
Zdroj variability	SS	Rozdíl	MS	F	Hodnota P	F krit
Mezi výběry	2440,911	7	348,7016	2,434762	0,117908	3,500464
Všechny výběry	1145,744	8	143,2179			
Celkem	3586,655	15				

Obrázek 21 Excel analýza dat dílčích koeficientů komponentů (vlastní zpracování)

Na základě kritického oboru F vidíme že se data významně neliší. Na hladině významnosti 5 % nezamítám nulovou hypotézu H_2_0 .

5.5 Četnost učebních úloh v učebnicích

Četnosti učebních úloh jsme zaznačili do následujících dvou tabulek podle učebnic dle ročníků. V 8. ročníku jsme se zaměřili úlohy s učivem závislostí a dat. V 9. ročníku jsme se zaměřili na úlohy s učivem zaměřeným na funkce.

Učební úlohy v učebnicích pro 8. ročník

Učební úlohy v učebnicích pro 8. ročník: Závislosti a data	Didaktis	Fortuna	Fraus	Nová škola	Prodos	Prometheus	SPN	Taktik
Základy statistiky – pojmy	4	3	2	-	5	6	2	5
Četnost (frekvence) znaku	4	5	2	2	5	10	4	8
Aritmetický průměr, modus, medián	18	10	14	3	13	17	14	14
Diagram (graf)	11	8	3	8	12	12	6	12
Opakování	4	-	3	6	5	8	1	6
Závěrečné opakování	-	1	-	-	0	8	4	4
Celkem	41	27	24	19	40	61	31	49

Tabulka 16 Četnost úloh v učebnicích pro 8. ročník (vlastní zpracování)

Vidíme, že pouze Nová škola nemá učební úlohy, které by se vztahovaly k základům statistiky, základním pojmům. U nakladatelství Prodos je třeba zmínit, že učebnice obsahuje závěrečné opakování, ale neobsahuje žádnou z úloh, která přímo spadá k některým z výše uvedených skupin úloh. Nejvíce úloh ve většině učebnic je zaměřeno na aritmetický průměr, modus a medián.

Učební úlohy v učebnicích pro 9. ročník

Učební úlohy v učebnicích pro 9. ročník: Funkce	Fortuna	Fraus	Nová škola	Prodos	Prometheus	SPN	Taktik
Pravoúhlá soustava souřadnic	-	4	1	-	12	19	12
Funkce	18	17	16	10	17	19	18
Přímá úměrnost	L	L	11	8	14	13	17
Nepřímá úměrnost	1	10	6	5	14	15	15
Lineární funkce	15	9	7	9	29	48	29
Opakování	4	13	16	-	17	12	15
Závěrečné opakování	3	-	-	5	9	6	7
Celkem	41	53	57	37	112	132	113

Tabulka 17 Četnost úloh v učebnicích pro 9. ročník (vlastní zpracování)

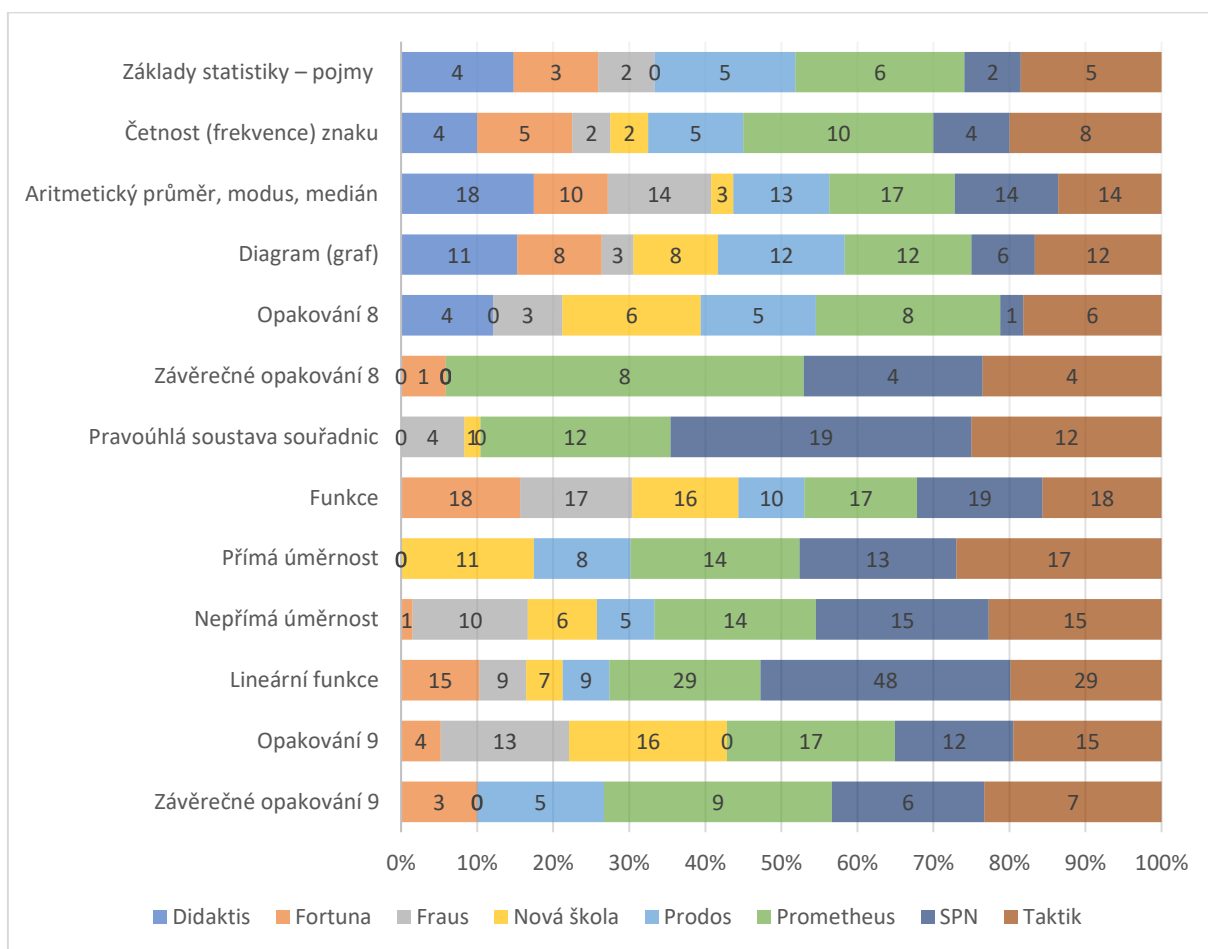
Úlohy na pravoúhlou soustavu souřadnic neobsahuje nakladatelství Fortuna a Prodos. Je však možné, že tyto úlohy byly zařazeny někdy v nižších ročnících. U úloh přímé úměrnosti je u nakladatelství Fortuna a Fraus místo číslice zaznačené písmeno L, které označuje, že úlohy jsou v učebnicích v přímé souvislosti s lineární funkcí. Ostatní nakladatelé mají zvlášť strukturované úlohy pro přímou úměrnost a lineární funkci.

Vhodné je také zmínit to, že nakladatelství Prometheus využívá funkce ke grafickému řešení soustavy rovnic se dvěma neznámými. Jedná se o rozšiřující učivo, které jsme nezapočítávali s ohledem na další nakladatele, kteří toto učivo buď řadili do jiných kapitol nebo jej vynechávali.

Nakladatelství Didaktis se v této tabulce nevyskytuje, protože jejich učebnice pro 9. ročník v době psaní této diplomové práce nevyšla na trh.

Přehledně nejvíce úloh zaměřených na funkce má ve své učebnici pro 9. ročník nakladatelství SPN. Naopak nejméně nakladatelství Prodos.

Učební úlohy v učebnicích pro 8. a 9. ročník souhrnně



Graf 5 Učební úlohy v učebnicích 8. a 9. ročníku (vlastní zpracování)

V zobrazeném skládaném pruhovém grafu s procentuálním rozložením vidíme zastoupení úloh daných nakladatelů v učebnicích pro 8. a 9. ročník s ohledem na určité oblasti závislostí, vztahů a dat. Graf zobrazuje i počty úloh.

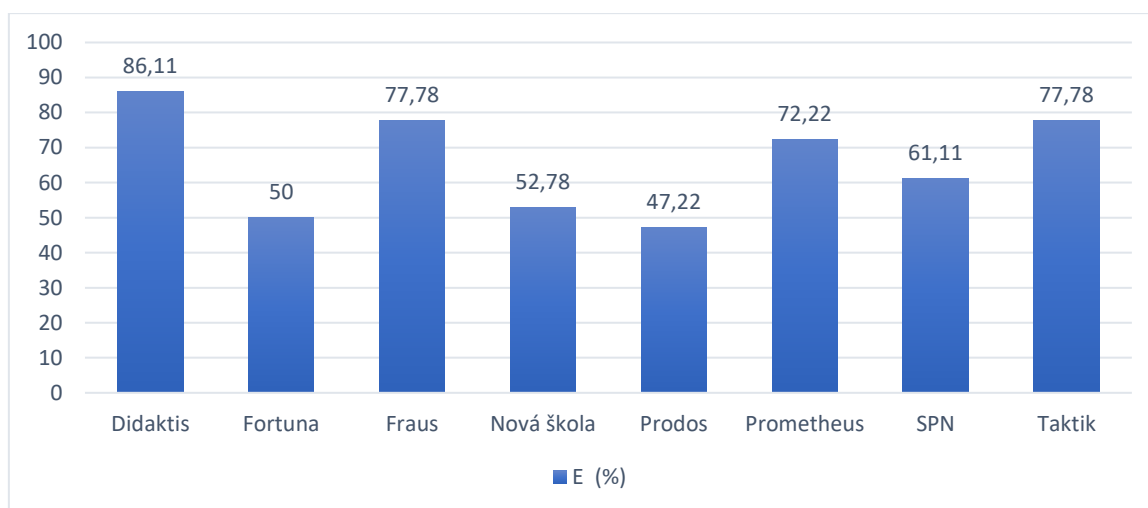
Z grafu si můžeme povšimnout, že nakladatelství Prometheus, SPN a Taktik mají úlohy ve všech oblastech, i oblastech souhrnných, které se věnují opakování.

5.6 Výsledky výzkumu

Jak z úvodu práce víme, cílem je sestavit didaktickou vybavenost učebnic matematiky pro vybrané ročníky základní školy s cílem identifikovat případné rozdíly mezi nimi. A s ohledem na analýzu učebnic i analyzovat četnost úloh v oblasti závislostí, vztahů a práce s daty v učebnicích matematiky pro vybrané ročníky základní školy. V této části odpovídáme na tyto položky.

Výzkumný problém č. 1: Jaká je didaktické vybavenost vybraných učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník?

Po vypočítání dílčích koeficientů didaktické vybavenosti učebnic jsme vypočítali také celkový koeficient znázorněný v následujícím grafu.



Graf 6 Celkový koeficient didaktické vybavenosti učebnic u jednotlivých nakladatelů (vlastní zpracování)

Průměrná didaktická vybavenost vybraných učebnic matematiky je 65,625 %. Z vybraných nakladatelství nejlepšího celkového koeficientu dosáhlo nakladatelství Didaktis. Nejnižšího naopak nakladatelství Prodos, které jaké jediné mělo méně než 50 %.

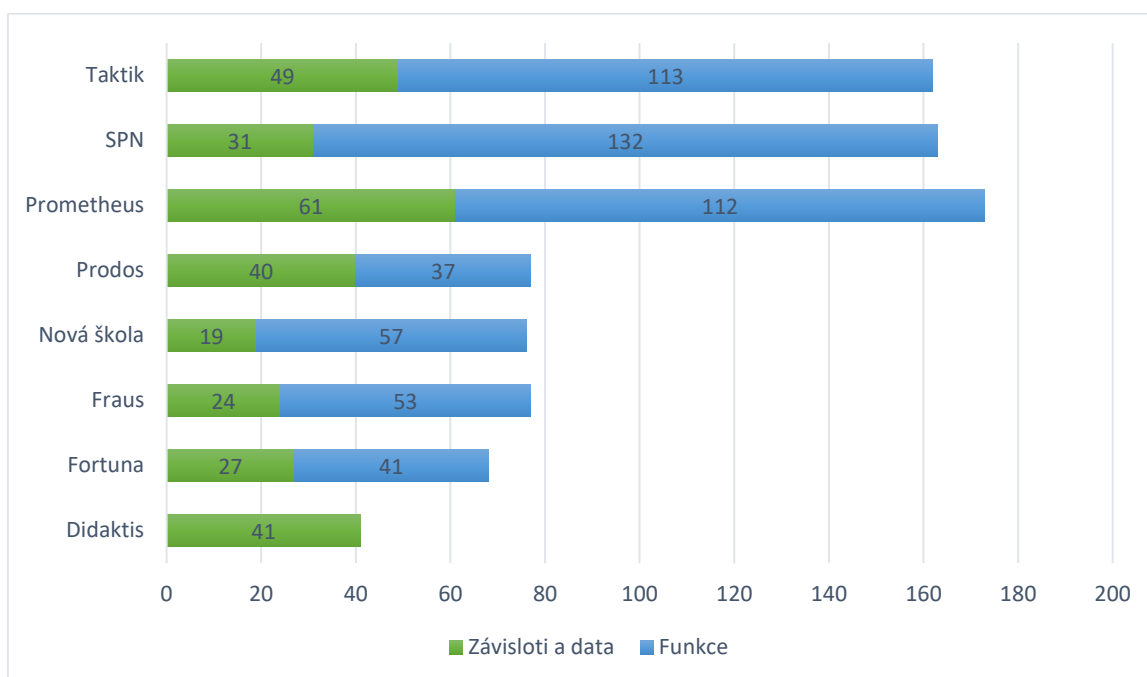
K dílčím koeficientům jsme formulovali hypotézy, které akcentovali využití jednotlivých aparátů (aparát prezentace učiva, aparát řídicího učení, aparát orientační) a využití jednotlivých komponentů (verbálních a obrazových).

U dílčích koeficientů využití aparátů jsme zamítli nulovou hypotézu č. 1 ve prospěch alternativní hypotézy H_{A1} , kdy dílčí koeficienty využití aparátů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník se liší.

U dílčích koeficientů využití komponentů jsme nulovou hypotézu č. 2 nezamítli. Tedy nemůžeme tvrdit, že by se dílčí koeficienty využití komponentů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník lišily.

Výzkumný problém č. 2: Jaká je četnost úloh ve vybraných učebnicích matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník v oblasti závislostí, dat a funkcí?

Sesbíraná data jsme shrnuli do následujícího grafu, kde je souhrn četností úloh v dané oblasti zkoumání (závislosti a data; funkce).



Graf 7 Četnost úloh zaměřených na závislosti a data či funkce ve vybraných učebnicích u jednotlivých nakladatelů (vlastní zpracování)

V příslušné podkapitole jsou úlohy dále tříděné. V celkové četnosti můžeme sledovat, že průměrně na závislosti a data máme v učebnicích 8. ročníku necelých 37 úloh, pro funkce je to necelých 78 úloh. Z pohledu kvantity má úloh na závislosti a data nejméně nakladatelství Nová škola a nejvíce Prometheus. Z pohledu kvantity má úloh na funkce nejméně nakladatelství Prodos (pozn. Didaktis nemá analyzovanou učebnici na funkce) a nejvíce SPN. Pokud bereme všechny úlohy pro danou oblast dohromady, tak nejméně úloh poskytuje nakladatelství Fortuna (pozn. Didaktis nemá analyzovanou učebnici na funkce, proto je neuvádíme) a znatelně nejvíce mají Taktik, SPN a Prometheus.

6 Pracovní listy

Součástí aplikační části práce je tvorba pracovních listů k dané výše uvedené tématice. V následujících podkapitolách uvádíme teorii k pracovním listům, ujasníme cíl a metodiku pracovních listů, popíšeme proces tvorby pracovních listů a jejich ověření v praxi.

6.1 Teorie k pracovním listům

„Pro porozumění všem vědomostem (poznatkům) v matematice je důležité umět chápat souvislosti či vztahy mezi nimi a zejména dovést vědomosti používat k řešení matematických problémů (úloh)“ (Polák, 2016, s. 33). K řešení matematických problémů (úloh) chceme právě dojít ve vybraném učivu a koncipovat jej do podoby pracovních listů. Vycházíme z toho, že Tichá a Hošpesová (in Hošpesová et al., 2011, s. 42) mají zkušenosti, že tvorba úloh vyvolává u učitelů i studentů učitelství potřebu dosažení hlubšího porozumění a prohloubení vlastní znalosti.

Obst (2017) v rámci didaktické dimenze vzdělávání uvádí klasifikaci metod výuky. Rozčleňuje metody informačně receptivní, problémové a výzkumné. Tyto metody mají odpovídat třem úrovním lidské činnosti (reproduktivní, produktivní a kreativní). Informačně receptivní metody jsou spojeny s reproduktivními činnostmi. Problémové metody mají spojení s produktivními činnostmi. A výzkumné metody jsou spojeny s kreativní činností.

Informačně receptivní metody kladou velký důraz na činnost učitele než na činnost žáka (Obst, 2017). I když učitel nemusí být zprostředkovatelem učiva přímo. Mezi využívané metody patří přednáška, výklad, rozhovor. Problémové metody vyrovnávají činnost učitele a žáka. Využívanými metodami jsou demonstračně problémové výklady, řízená diskuse, didaktické hry. Výzkumné metody jsou založeny na činnosti žáka. Zde je nejvíce využíváno samostatné experimentální činnosti a řešení badatelských úloh.

Pracovní listy chceme vytvářet tak, aby žák v případě potřeby mohl připomenout samotné učivo a následně je na úlohách aplikoval, popřípadě u některých cvičení měl možnost sám zkoumat, jejich fungování.

Pracovní list vyžaduje aktivitu žáka (Čeretková et al., 2014). Měl by být čitelný, lehce pochopitelný a celkově zpracovaný dle cílené skupiny, pro kterou je specifický věk a schopnosti. Pracovní list cílí na *„procvičení a prohloubení znalosti určité problematiky prostřednictvím konkrétních cvičení a úkolů“* (Finková, Pastieriková et al., 2015, s. 14).

Můžeme je považovat za účelnou učební pomůcku zařazenou mezi hmotné učební textové pomůcky (Osvaldová, 2017). Nenahrazují však učebnici.

Při tvorbě úloh do pracovních listů dbáme na rozličnost matematických problémů (úloh). Tyto úlohy jdou děleny na základě rozdílnosti tří komponentů (složek) matematického problému (Polák, 2016). Danými komponenty jsou: zadání výchozí situace, stanovení postupu (způsobu) řešení problému a dosažení cíle řešení problému (koncové situace). V klasifikaci matematických úloh rozlišujeme tři typy:

- „1. *Standardní matematické problémy (úlohy), u nichž jsou známy všechny tři její složky.*
- 2. *Nestandardní matematické problémy (úlohy), u nichž je známa pouze první a třetí složka, tj. výchozí a koncová (cílová) situace.*
- 3. *Otevřené matematické problémy (úlohy), u nichž je známa pouze první složka, tj. výchozí situace; cíl řešení tedy není jednoznačně dán.“* (Polák, 2016, s. 89).

Finková a Pastieriková (Finková, Pastieriková et al., 2015) uvádí postupy pomocné pro tvorbu pracovních listů. Jedná se o pět kroků: cílová skupina, stanovení cíle a funkce pracovních listů, zohlednění časového hlediska, samostatnost při práci s pracovním listem a obsah a struktura pracovních listů.

Metodice tvorby pracovních listů se věnuje Mrázová (Mrázová, 2013), která vydala metodický materiál zaměřen na využití pracovních listů v muzejním prostředí. Ta v evaluaci pracovních listů sleduje a zohledňuje: téma, prostor, cílovou skupinu, technické parametry, čas, strukturu, cíle, obsah, vlastní záznamy a tiráž. Osvaldová (2017) obecně dbá na respektování zásad jako: odstupňovaná náročnost, jednoduché úlohy na začátek pro sebedůvěru, jednoznačnost a srozumitelnost, otevřené otázky pro tvořivost, zajímavost.

Žáčok a Schlarmanová (2005) mezi základní zásady tvorby pracovních listů zmiňují ve spojení přímo s úlohami, aby byly zapojeny úlohy pro podporu aktivity žáků, pro aplikaci vědomostí v praxi, pro rozvoj tvořivosti a obsažení vhodných ilustrací.

Pracovní list nám poskytuje široký záběr, jak v jeho podobě, tak i v jeho využití.

6.2 Cíl a metodika pracovních listů

Cílem aplikační části práce je vytvořit pracovní listy, které uceleně zabírají tematiku učiva pro oblast závislostí, vztahů a práci s daty. Pracovní listy by měly podpořit využití digitálního prostředí v podobě možnosti aktivně využívat moderní technologie při vyplňování pracovních listů.

V metodické části tvorby pracovních listů budeme postupovat v následujících krocích:

1. Sestavíme seznam pracovních listů;
2. Vytvoříme a vybereme vhodné úlohy do pracovních listů;
3. Vyhledáme tematická videa či jinou online oporu, která by byla možná připojit k pracovnímu listu;
4. Vytvoříme případné další materiály za pomoci programu GeoGebra;
5. Vygenerujeme QR kódy, které jsou pro některá zařízení vhodnou formou předání webové adresy;
6. Zkompletujeme digitální podobou pracovních listů včetně řešení;
7. K digitální verzi pracovního listu vytvoříme plně funkční online podobu pracovního listu s možnou automatickou kontrolou.

Jednotlivé kroky plnění dle nastavené metodické části více rozebíráme v další podkapitole zaměřující se na tvorbu pracovních listů.

6.3 Tvorba pracovních listů

Postupovali jsme dle nastavené metodické části. Občas se některé kroky plnily souběžně či se opětovně k předchozím krokům vracelo tak, aby vytvořený soubor pracovních listů měl jasnější strukturu, či abychom opravili odhalené nedostatky, které vznikly v průběhu procesu tvorby. Popíšeme v této podkapitole jednotlivé kroky.

Seznam pracovních listů

Pracovní listy obsahují dvě části, část zaměřující se na „závislosti a data“ a část „funkce“. V části „závislosti a data“ jsme vytvořili postupně čtyři pracovní listy, kde pátý list je zaměřen na zopakování předchozích pracovních listů z dané části. Část „funkce“ je zpracována obdobným způsobem, že obsahuje čtyři pracovní listy samostatné a pátý pracovní list je shrnující pro danou část. Celkově je vytvořeno deset pracovních listů.

Seznam pracovních listů:

- Pracovní list č. 1: základy statistiky – pojmy;
- Pracovní list č. 2: absolutní a relativní četnost;
- Pracovní list č. 3: aritmetický průměr, modus, medián;
- Pracovní list č. 4: diagramy (grafy);
- Pracovní list č. 5: závislosti a data;
- Pracovní list č. 6: funkce – definiční obor, obor hodnot, graf funkce;
- Pracovní list č. 7: funkce – přímá úměrnost;
- Pracovní list č. 8: funkce – nepřímá úměrnost;
- Pracovní list č. 9: funkce – lineární funkce;
- Pracovní list č. 10: funkce.

Pomyslně jsme soubor pracovních listů rovnoměrně rozdělili na dva soubory, aby bylo možné jich využít samostatně v 8. ročníku s učivem závislostí a dat a samostatně v 9. ročníku v učivu zaměřeném na funkce, pokud by tak případný pedagog potřeboval v rámci svých časově-tematických plánů na dané škole.

Úlohy do pracovních listů

Úlohy jsme vytvářeli na základě teoretických poznatků, které jsme získali při studiu učebnic, pracovních sešitů a dalších materiálů spojených s učivem matematiky.

Některé úlohy využity nebyly, protože byl brán ohled na digitální podobu pracovního listu. Případně byly některé úlohy upraveny do podoby nabídky, aby bylo docíleno jednoznačnosti v řešení u některých úloh. V digitální podobě jsme kladli důraz na možnost automatické kontroly, která je závislá na jednoznačných odpovědích.

Doprovodná videa

Videa jsme hledali především na platformě YouTube. Případné další vzdělávací webové portály nás opět na platformu YouTube vrátili. Vzhledem k proběhlé pandemii covid-19 vzniklo několik vhodných videí i pro námi zvolenou oblast. Jelikož jsme nešli cestou tvorby vlastního videa, tak jsme vybírali z dostupných videí, které nejvíce odpovídaly našim představám. Video má být především připomenutím a případným znovupoznáním předem získaných vědomostí a dovedností.

Většina videí je v českém jazyce. Některé jsou v anglickém jazyce s českými titulky. Pokud se vyskytuje více stěžejných pojmů v jednom cizojazyčném videu, tak je připojen překlad odborných slov i na pracovním listě.

GeoGebra

GeoGebra (2024) nabízí možnost aktivit na jejich webových stránkách. Je možné soubor nahrát nebo jej vytvořit přímo ve webovém prohlížeči. Využili jsem program GeoGebra ve stažené verzi do počítače, abychom vytvořili některé další doprovodné aktivity. Celkem jsme vytvořili následujících osm souborů:

- Aritmetický průměr, modus, medián;
- PL5 – řešení;
- Přímá úměrnost;
- Přímá úměrnost – cvičení;
- Nepřímá úměrnost;
- Nepřímá úměrnost – cvičení;
- Lineární funkce;
- Lineární funkce – cvičení.

Blíže vybrané soubory specifikujeme v následující oddíle této podkapitoly.

QR kódy

Jakmile byly sesbírané materiály, které budou doprovodně využity k pracovnímu listu, tak jsme využili generátor QR kódů pro vybrané odkazy. Využívali jsme webovou stránku QRgenerator.cz (2004). Vytvořený kód vydrží navždy, což je jeho velká výhoda. Další z výhod je jejich rychlá možnost dekodování pro digitální zařízení, které mají QR čtečku. Většina QR kódů je umístěna na začátku pracovního listu. Pokud je ve videu určen stěžejní čas sledování, tak je vygenerován odkaz, který začíná v daný vybraný časový úsek.



Obrázek 22 Pracovní list č. 7: funkce – přímá úměrnost, QR kódy na začátku listu (vlastní zpracování z: QRgenerator.cz, 2024)

Pracovní listy a řešení

Když jsme sestavili finální obsah pro pracovní listy, tak jsme jim dali jednotnou podobu. Na začátku přehled použitých QR kódů včetně odkázání na online verzi, která se tvořila následně. Jednotný styl zvýraznění číslování úloh. Některé úlohy jsme v pořadí prohodili, aby jedna úloha nebyla rozdělena na více stránek, kdyby se pracovní listy tiskly. Dbali jsme na to, aby vyplňování v papírové podobě mohlo být identické s vyplňováním v online verzi. Proto byly úlohy upraveny v některých případech na nabídku z několika možností.

Vzhledem k velikosti souboru pracovních listů v podobě zadání a v podobě vyplněného řešení, tak jsme tento soubor vložili celý do příloh naší práce.

Online podoba pracovních listů

Do online podoby jsme převedli pracovní listy na webovém portálu LiveWorksheets (2024), který sám zmiňuje interaktivitu pracovních listů pro studenty a učitele všech jazyků a předmětů.

Blíže k procesu online podoby pracovních listů a odkazů na ně se věnujeme v samostatném oddíle této podkapitoly.

Vzhledem k široké tvorbě pracovních listů zvláště do následujících oddílů více specifikujeme práci s GeoGebrou a online verzí pracovních listů na webovém portálu LiveWorksheets.

6.3.1 GeoGebra

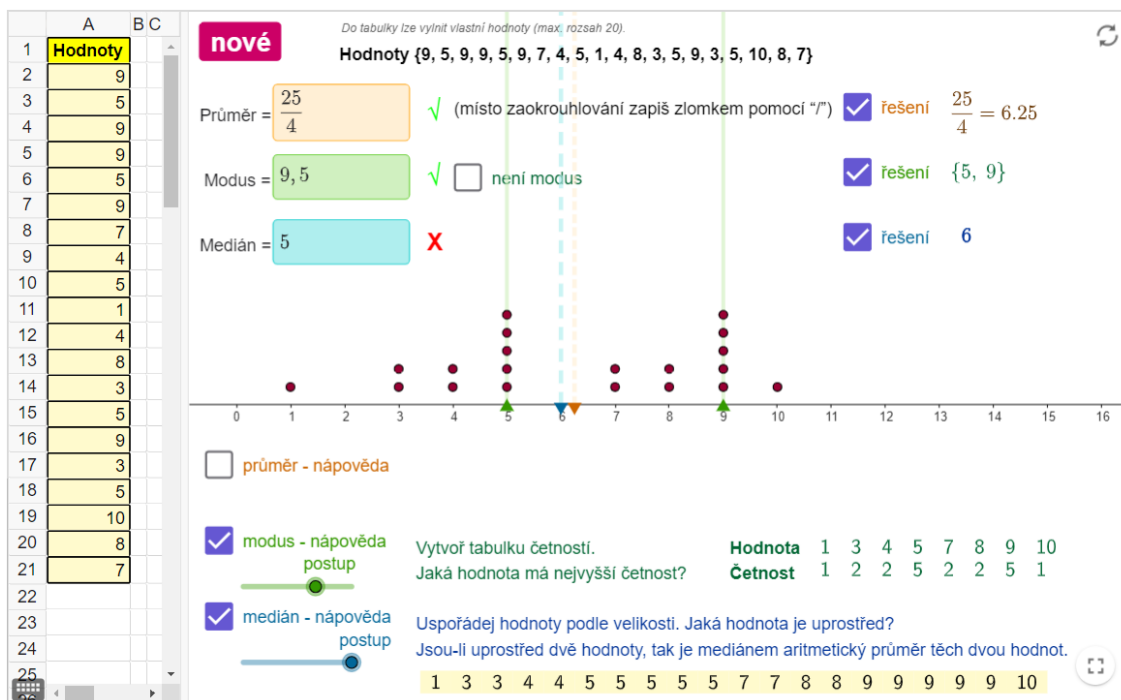
V oddíle se věnujeme vytvořeným souborům, které jsou zmíněny v podkapitole tvorby pracovních listů.

Soubor: Aritmetický průměr, modus, medián

Soubor náhodně generuje dvacet hodnot v rozmezí čísel nula až deset. Je možné generovat nové hodnoty nebo vyplnit vlastní hodnoty do tabulkového editoru v daném maximálním rozsahu dvacet hodnot. Uživatel vidí hodnoty vypsané a jejich četnost u jednotlivých hodnot pomocí bodů. Uživatel má dále možnost využívat aktivitu jako cvičení, kdy vypíše aritmetický průměr, modus a medián.

Automaticky po napsání hodnoty a opuštění vstupního okna dochází ke kontrole (správně = zelená fajfka; špatně = červený křížek). Pokud je hodnota periodické číslo (často u aritmetického průměru), tak je pro správnost potřeba uvádět tvar bez zaokrouhlení v podobě zlomku. Modus počítá s možností, že modus není nebo že modus zahrnuje více hodnot, které stačí oddělit jednoduchou čárkou. Dále má uživatel možnost zobrazit rovnou řešení, které hodnotu dané veličiny také promítne na číselnou osu ke znázorněným hodnotám v souboru dat.

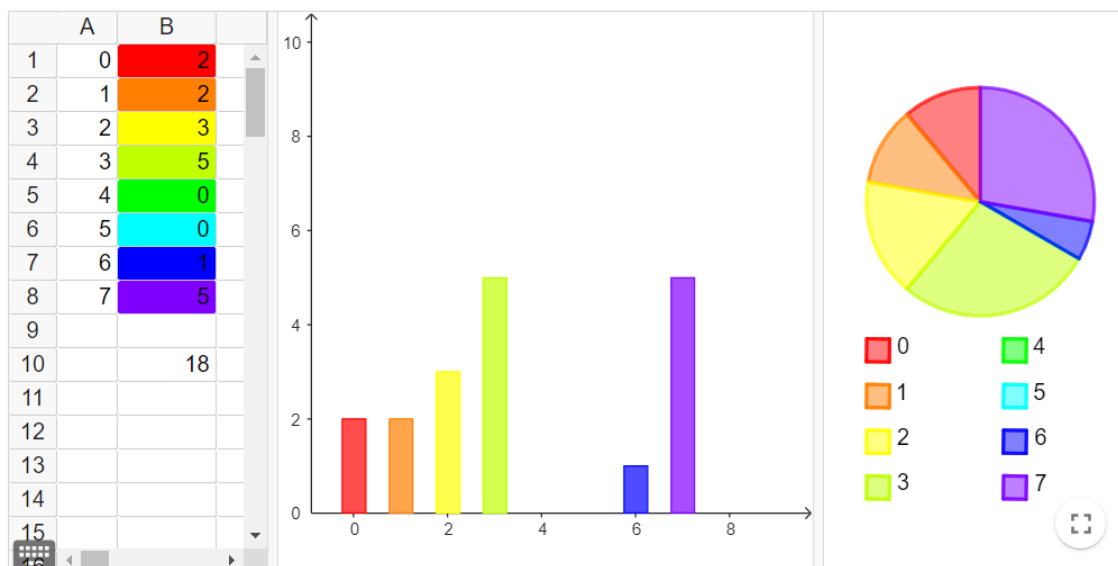
Uživatel má možnost postupovat za pomoci nápovědy. Uživatel nápovědu zaklikne a zobrazí se posouvací lišta obsahující čtyři polohy. V první poloze není zobrazeno nic nového. Druhá a třetí poloha zobrazuje postup v krocích, které vedou k řešení zobrazenému ve čtvrté poloze.



Obrázek 23 GeoGebra: Aritmetický průměr, modus, medián (vlastní zpracování z: GeoGebra, 2024)

Soubor: PL5 – řešení

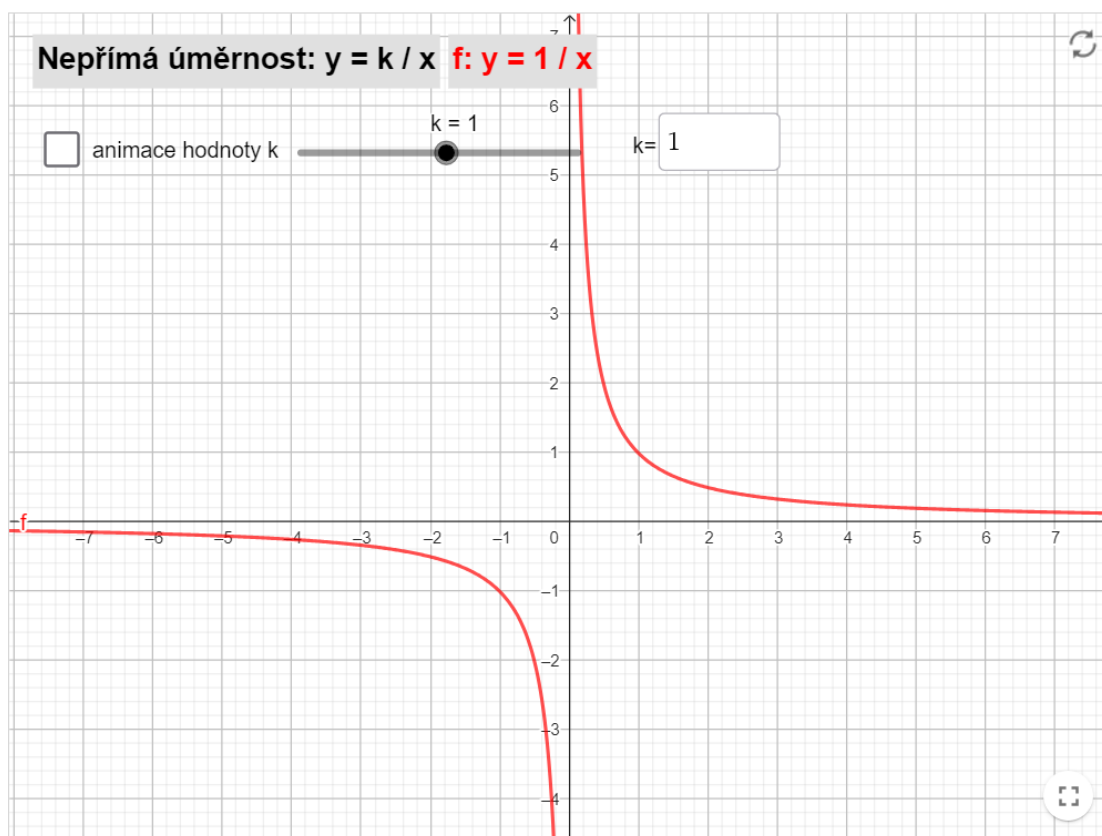
Obsahuje řešení pro určitou úlohu v pracovním listě č. 5, kde má řešitel vytvořit vlastní sloupcový a kruhový graf. Aby mohl své vlastní řešení porovnat, tak pomocí QR kódu si může vhodné řešení prohlédnout právě pomocí webové aktivity s nahraným daným souborem.



Obrázek 24 GeoGebra: PL5 - řešení (vlastní zpracování z: GeoGebra, 2024)

Soubory: Přímá úměrnost, Nepřímá úměrnost, Lineární funkce

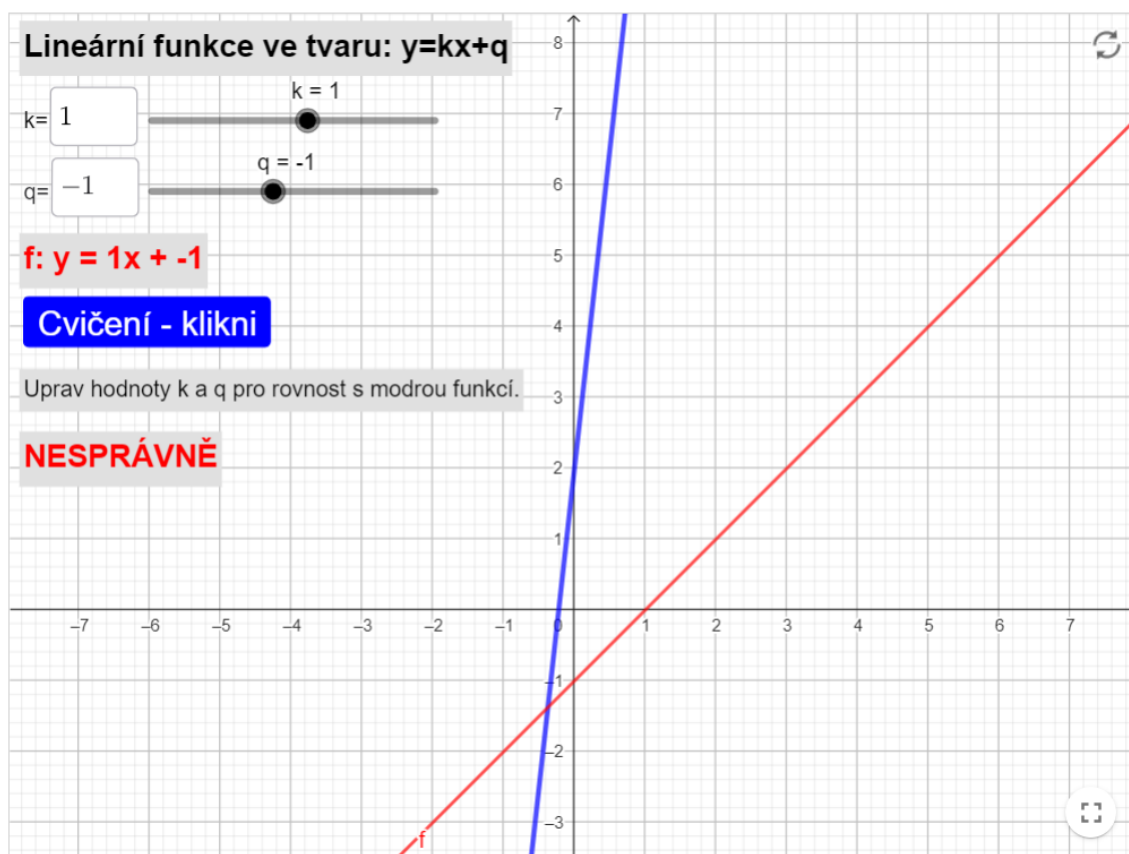
Soubory se zaměřují na představení daných funkcí, kde je dynamickým způsobem možno upravovat jednotlivé koeficienty číselně či posuvníkem. To se projeví v grafické podobě a v úpravě samotného předpisu. Doplňkově je možné spustit animaci hodnot koeficientů v rozsahu posuvníků zaškrtnutím příslušného tlačítka.



Obrázek 25 GeoGebra: Nepřímá úměrnost (vlastní zpracování z: GeoGebra, 2024)

Soubory: Přímá úměrnost – cvičení, Nepřímá úměrnost – cvičení, Lineární funkce – cvičení

Vytvořené soubory mají obdobnou podobu jako výše zmíněné soubory. Pomocí zadání koeficientů číselně či za pomoci posuvníku sledujeme proměnu předpisu funkce a grafu funkce. Navíc je zde vygenerovaná další funkce, která představuje samotné cvičení, kdy uživatel hledá vhodné koeficienty, aby obě funkce byly identické. Vygenerované hledané funkce jsou vždy v rozsahu výchozích hodnot u posuvníku. Kontrola probíhá automaticky s červeným textem „NESPRÁVNĚ“ a zeleným textem „SPRÁVNĚ“. Kdykoliv je možné nechat si vygenerovat jinou další funkci k nalezení přes tlačítko „cvičení - klikni“.



Obrázek 26 GeoGebra: Lineární funkce - cvičení (vlastní zpracování z: GeoGebra, 2024)

6.3.2 Online podoba pracovních listů

S webovým portálem LiveWorksheets (2024) jsem se setkala ve své praxi. Přesto jsem nejprve vyhledávala různé jiné možnosti pro online pracovní listy. I když jsem našla v některých aspektech lepší webové portály na tvorbu online pracovních listů, tak nebyla splněna všechna kritéria, která jsem chtěla zachovat. Mezi důležitá kritéria patřila:

- Možnost žákům podávat automatickou kontrolu (pokud zadavatel chce uživatelům tuto možnost nabídnout);
- Možnost nastavení přístupu k pracovnímu listu na základě neměnného odkazu pro vygenerování QR kódu;
- Možnost nemít pracovní listy publikované veřejně bez proběhlého ověření pracovních listů;
- Možnost pro uživatele (vyplňovatele) pracovního listu pracovat na listu bez nutnosti registrace na webový portál;

- Možnost využívat všechny předchozí kritéria v bezplatné verzi pro zadavatele i uživatele.

Na základě těchto kritérií jsme vyzkoušeli několik možností a vypracovali všechny interaktivní elementy právě na webovém portálu LiveWorksheets. I když musíme poznamenat, že některé interaktivní elementy mají své limity a v uživatelském nastavení není možné do nich podrobněji zasahovat.

Pro představu přikládáme níže obrázek, jak prostředí umístování interaktivních elementů vypadá. Ovládání je v mnohých případech intuitivní i pro méně zkušeného uživatele.

The screenshot displays the LiveWorksheets interface. On the left is a sidebar titled "Add new element" with a list of interactive tools: Textfield, Single Choice, Checkboxes, Select, Word search, Speak, Drag, Drop, Join, Play MP3, Boost value, Open Answer, Simple Text, Listening, Link, PowerPoint, and YouTube player. Below this is an "Instructions" section with a video link.

The main workspace contains several elements:

- Slovníček (EN-CZ):** A dictionary element with definitions: mean = průměr, median = medián, mode = modus. It includes a QR code and a "Připomeň si mě! (YouTube)" label.
- Vyzkoušej si mě! (GeoGebra):** A GeoGebra element with a QR code and a "Vyzkoušej si mě! (GeoGebra)" label.
- Vyplň mě online! (LiveWorksheets):** A QR code with a "Vyplň mě online! (LiveWorksheets)" label.

Below these are three numbered tasks:

- 1. Vytvoř správné trojice spojením: značení – pojem – tvrzení.** This task involves matching terms like "mod(x)", "průměr", "medián", and "modus" with their respective mathematical symbols and definitions.
- 2. Rozhodni, zda je tvrzení pravdivé.** This task consists of a table with four statements (a-d) about arithmetic mean and mode, each with a dropdown menu for "PRAVDA / NEPRAVDA".

a) Aritmetický průměr je vždy stejný jako medián.	PRAVDA / NEPRAVDA
b) Modus může být více než jeden.	PRAVDA / NEPRAVDA
c) Medián je střední hodnota v uspořádaném seznamu dat.	PRAVDA / NEPRAVDA
d) Modus může být vypočítán pro jakýkoliv znak statistického souboru.	PRAVDA / NEPRAVDA
- 3. ARITMETICKÝ PRŮMĚR: V tabulce je měření teploty během sobotního a nedělního dne. Rozhodni, který den byla vyšší průměrná teplota a napiš, jaká je to hodnota.** This task includes a temperature table and a question.

Čas	6:00	9:00	12:00	15:00	17:00	21:00
Sobota – teplota °C	12	13	15	18	20	18
Neděle – teplota °C	7	10	15	18	22	21

V **SOBOTU** / **NEDELI** byla vyšší průměrná teplota o hodnotě °C.

Obrázek 27 LiveWorksheets – přidávání vlastních elementů (vlastní zpracování z: LiveWorksheets, 2024)

Na webový portál jsme nahráli konečnou podobu pracovních listů ze samostatných textových dokumentů pomocí vygenerovaného PDF souborů, které se následně nahrálo jako podklad umožňující umístění interaktivních elementů. Soubory byly samozřejmě nahrávány vícekrát, aby obě verze pracovních listů byly identické a mohly obsahovat samotný QR kód na online možnost vyplnění pracovního listu.

Pro přístup na online verzi pracovních listů je možné využít zobrazené QR kódy v tabulce i s odkazy. Jsou očíslované dle pořadí jednotlivých pracovních listů.

1.	2.	3.	4.
			
5.	1. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616342		
	2. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616411		
	3. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616416		
	4. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616417		
	5. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616419		
6.	7.	8.	9.
			
10.	6. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616424		
	7. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616427		
	8. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616504		
	9. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616506		
	10. https://www.liveworksheets.com/w/cs/matematika/7616508		

Obrázek 28 Přehled QR kódů na online pracovní list (vlastní zpracování z: QRgenerator.cz, 2024)

6.4 Ověření pracovních listů

Ověření pracovních listů proběhlo v polovině března 2024 ve třídě 9. ročníku na MŠ a ZŠ Slatinice. Vzhledem k velikosti rozsahu souboru byly žákům zadány k ověření dva pracovní listy. Pracovní list č. 5 a pracovní list č. 10. K ověření jsme využívali metodu pozorování doplněnou na závěr dotazováním se žáků na další jejich zpětnou vazbu.

Třidu 9. ročníku navštěvuje 15 žáků. Vzhledem k nastavenému školnímu vzdělávacímu programu pro základní vzdělávání byla tato třídě jediná vhodná, protože současní žáci 8. ročníku dané učivo statistiky ani funkce neprobírali. Současní žáci 9. ročníku základy statistiky probírali loni (8. ročník) a funkce v aktuálním školním roce (9. ročník). Součástí třídy jsou také žáci se speciálními vzdělávacími potřebami s různým stupněm podpůrných opatření. Od opatření prvního stupně s individuálním vzdělávacím plánem, až po další podpůrná opatření včetně asistenta pedagoga. Ve třídě je přítomný jeden žák s odlišným mateřským jazykem. I přesto, že tuto třídu pravidelně tento školní rok nenavštěvujeme, tak jsme se s třídou seznámili během loňského školního roku. Možnost ověření pracovních listů proběhlo s povolením vedení školy. Žáci byli seznámeni se záměrem ověření pracovních listů. Dbali jsme na jejich anonymitu a dobrovolnost zapojení, jak na fotografii, tak i při vypracování listů.

Žáci měli možnost výběru, který z pracovních listů chtějí vyplňovat. Bylo jim dovoleno postupovat vlastním způsobem. Ať již pokoušením se opakovat vyplňování pracovního listu či dohledávat informace k řešení jinými způsoby (webový vyhledávač, umělá inteligence apod.). K vyplňování byla žákům také poskytnuta možnost využít kalkulačtor.



Obrázek 29 Třída 9. ročníku (vlastní fotografie)

Pracovní list č. 5 vyplňovalo deset žáků, pracovní list č. 10 vyplňovalo 5 žáků. Žáci z digitálních technologií využívali notebooky, tablety a mobilní telefony. Primárně měli možnost naskenovat vygenerovaný QR kód, který byl promítán dataprojektorem. Vzhledem k tomu, že notebooky nemají čtecí zařízení, tak jim odkaz byl přeposlán. Důvodem využívaného širokého spektra zařízení bylo způsobeno technickými možnostmi. Některá zařízení se načítala dlouho, tak raději žáci použili připojení přes mobilní zařízení. Případně řešili připojení k internetu. Tyto rozdíly v zařízeních bereme za pozitivum, kdy jsme díky pozorování mohli sledovat více podnětných situací.

U žáků, kteří využívali notebook a tablet bylo ovládání velice podobné, protože se využívali notebooky s dotykovým displejem. Největší rozdíl byl při práci na mobilním telefonu, kdy pracovní list bylo možné zvětšit, ale neoptimalizované prostředí pro tak malé displeje stálo žáky mnohem více úsilí při práci.

Žáci již v rámci jiných předmětů s platformou Live Worksheets pracovali, proto nebyl zásadní problém s prostředím webového portálu. I přesto byly okamžiky, kdy se napoprvé nevedlo spojit dva elementy dle záměru žáka a musel je spojovat vícekrát. Jiné zásadní technické problémy žáci neřešili.

Po stránce znalostí měli žáci ztíženou situaci tím, že nenavazovali na předchozí pracovní listy v souboru pracovních listů, ale pouze využívali pracovní listy souhrnné. Žáci proto některé stěžejní pojmy vyhledali, aby si na učivo vzpomněli a dokázali jej v pracovním listě uplatnit. V oblasti závislostí a dat se jednalo o připomenutí samotných pojmů (např. medián, modus, relativní četnost). V oblasti funkcí spíše žáci ověřovali, zda pojem opravdu znamená, co si myslí (např. konstantní funkce).

Vzhledem k tomu, že žáci se mohli zapojit dobrovolně, tak i žáci se speciálními vzdělávacími potřebami se zapojili. Během jejich plnění byli seznámeni s tím, že pracují samostatně. Pokud však cítí, že dál neví, jak pokročit, tak mohou požádat o pomoc. Tuto možnost několikrát využili, kdy i asistent pedagoga přistupoval k žákům. I někteří žáci již zapomněli na samotné učivo, tak přiznávali, že hned si učivo nevybavili, jak se dostat k výsledku, ale že něco obdobného někdy pravděpodobně počítali.

U vybraných úloh v pracovních listech žáci neměli problém s porozuměním textu. Nejistota byla spíše v samotném učivu a nutnosti jeho připomenutí. Pro připomenutí měli možnost využívat i připojené odkazy na GeoGebru. V případě grafu u pracovního listu č. 5 byl onen graf využit žáky ke správnému pochopení úlohy. V dalších případech sloužila GeoGebra k vyzkoušení si, jak se hodnoty (průměr, modus, medián) či průběh funkce proměňuje

v různých situacích. Buď GeoGebru využili na začátku či naopak jako doplněk na konec vyplňování pracovního listu.

Časově žáci stíhali listy vyplnit v online podobě všichni, avšak s různou rychlostí a různou mírou případné pomoci u žáků se speciálními potřebami. Žáci na konci hodiny působili, že odchází s tím, že pro některé to bylo jednoduché opakování vzhledem k jejich intenzivním přípravám na přijímací zkoušky na střední školy, případně že tohle se v minulosti učili a vyzkoušeli si, co si pamatují či nepamatují.

U pracovních listů jsme ověřením v praxi vyzkoušeli, zda je pro žáky možné vyplnit pracovní listy v online podobě opravdu plně správně. Tedy, zda byly interaktivní elementy umístěny správně a doplněny o vhodné správné odpovědi. To se jednomu žákovi u pracovního listu č. 10 podařilo. U pracovního listu č. 5 působilo nejčastěji problém žákům pochopit v úlohu č. 3 písmeno „i“, kdy měli doplnit chybějící legendu ke koláčovému grafu. Při závěrečném zobrazení správných odpovědí již byla úloha vhodně pochopena.

7 Diskuse

Mezi kladené cíle bylo srovnat české učebnice matematiky pro 2. stupeň ZŠ. K tomu jsme formulovali výzkumné problémy.

- Jaká je didaktická vybavenost vybraných učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník?
- Jaká je četnost úloh ve vybraných učebnicích matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník v oblasti závislostí, dat a funkcí?

U prvního výzkumného problému jsme formulovali hypotézy.

- *Alternativní hypotéza k nulové hypotéze č. 1 HA₁*: Dílčí koeficienty s využitím aparátů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník se liší.
- *Alternativní hypotéza k nulové hypotéze č. 2 HA₂*: Dílčí koeficienty s využitím komponentů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník se liší.

Výsledky byly prezentovány v podkapitole „5.6 Výsledky výzkumu“. Na základě provedeného výpočtu didaktické vybavenosti učebnic jsme došli k následujícímu.

- U první hypotézy jsme zamítli nulovou hypotézu č. 1 ve prospěch alternativní hypotézy HA₁, kdy dílčí koeficienty využití aparátů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník se liší.
- U druhé hypotézy, kdy jsme se zaměřili na dílčí koeficienty využití komponentů, jsme nulovou hypotézu č. 2 nezamítli.

Výsledky pro druhý výzkumný problém jsou zobrazeny tabulkou s četností úloh v daných učebnicích.

Četnost učebních úloh v učebnicích	Didaktis	Fortuna	Fraus	Nová škola	Prodos	Prometheus	SPN	Taktik
pro 8. ročník: Závislosti a data	41	27	24	19	40	61	31	49
pro 9. ročník: Funkce	X	41	53	57	37	112	132	113
Celkem	(41)	68	77	76	77	173	163	162

Tabulka 18 Četnost učebních úloh v učebnicích (vlastní zpracování)

Dílčí a podrobnější výsledky spojené s učebnicemi jsou k nalezení v kapitole „Didaktická vybavenost učebnic matematiky“.

Zaměříme-li se na limity, které má výzkumná část, nemůžeme opomenout, že didaktická vybavenost učebnic je jen jedním z nástrojů k porovnání čistě pro učebnice. Bylo by vhodné do výzkumné části zabrat i problematiku aktuálního stavu využívání jednotlivých učebnic matematiky na základních školách, popř. s čím pracují školy, které nevyužívají žádné učebnice matematiky.

Nástroj didaktické vybavenosti učebnic je zaměřen na učebnice, ale mohlo být zajímavé, jakých výsledků by se doopravdy dosáhlo se započítáním celé učebnicové řady do didaktické vybavenosti – tedy včetně pracovních listů, sbírek úloh a příruček. Můžeme zvážit limity našeho měření, kdy některé strukturální komponenty byly možná přesunuty do dalších publikací vydaných nakladatelem.

Stejně tak u zjišťování četnosti úloh v učebnicích by se mohla zjišťovat četnost úloh u příslušných pracovních sešitů. A zda je nabídka případných typů úloh odlišná od těch, které jsou udávány v učebnicích.

Dalším cílem bylo vytvořit soubor pracovních listů v oblasti závislostí, vztahů a práci s daty s využitím digitálních technologií. Tento soubor byl vyzkoušen v praxi na třídě 9. ročníku, kde byla ověřena funkčnost digitálního prostředí. Soubor pracovních listů je uveden v přílohách včetně řešení. Přístup na online verzi listů je možný přes QR kód u jednotlivých pracovních listů případně přes QR kódy a odkazy uvedené v oddíle „Online podoba pracovních listů“.

Limity vytvořeného souboru pracovních listů jsou zřetelné a stojí na možnostech dané webové platformy, která je pro pracovní listy využita. Věříme, že s rozmachem nástrojů umělé inteligence se můžeme v budoucnu dočkat lepších zpracování a možností, které by byly bezplatně přístupné.

Vytvořený soubor pracovních listů by si jistě zasloužil dlouhodobější testování v průběhu školního roku. Bohužel některá témata, jako základy statistiky, jsou zařazeny ke konci 8. ročníku, proto v daném časovém období, kdy jsme přišli k ověření pracovních listů, je možné testovat soubor pouze u žáků 9. ročníku, kteří jsou v daném období zaměřeni na přijímací zkoušky na střední školy a ověřování by bylo i pro žáky v této situaci náročné. Zpětně vnímáme, že chybí pracovním listům explicitní možnost pro sebehodnocení, kterým bychom působili i na vybrané klíčové kompetence žáka.

Soubor pracovních listů bychom doporučili k využití pedagogy matematiky na doplnění vzdělávací nabídky pro žáky, kteří mají možnost pracovat svým tempem a získat rychle zpětnou vazbu v podobě automatické kontroly.

Závěr

V diplomové práci jsme se zabývali tematickým okruhem „Závislosti, vztahy a práce s daty“, který je zařazen v RVP ZV – dokumentu stěžejním pro vzdělávání v ČR. Cílem práce bylo srovnat české učebnice matematiky pro 2. stupeň základních škol a vytvořit soubor pracovních listů zaměřený na daný tematický okruh.

Práce je strukturovaná do několika kapitol.

Teoretická část se skládá z kapitol o matematické gramotnosti a srovnávacích nástrojích pro hodnocení vzdělávání (především srovnávání v oblasti matematiky u nás a ve světě), české vzdělávací soustavě, učivu vybraného tematického okruhu a učebnicím.

Výzkumná část práce se zaměřuje na srovnání českých učebnic matematiky v kapitole didaktické vybavenosti učebnic. Tohoto cíle bylo dosaženo prostřednictvím měření didaktické vybavenosti u vybraných učebnic. Nejmenšího celkového koeficientu získaly učebnice z nakladatelství Prodos a nejvyššího z nakladatelství Taktik. Zjistili jsme, že se využití aparátů didaktické vybavenosti učebnic matematiky různých nakladatelství pro osmý a devátý ročník liší. Narozdíl od dílčích koeficientů využití komponentů. Zároveň jsme zjistili, že nejmenší četnost úloh má za oblast závislosti a dat nakladatelství Nová škola (19 úloh), v oblasti funkce nakladatelství Prodos (37 úloh) a v souhrnu nakladatelství Fortuna (68 úloh; pozn. Didaktis nemá analyzovanou učebnici na funkce, takže není započítáno). Největší četnost má naopak za oblast závislosti a dat nakladatelství Prometheus (61 úloh), v oblasti funkce nakladatelství SPN (132 úloh) a v souhrnu nejvíce mají nakladatelství Taktik (162 úloh), SPN (163 úloh) a Prometheus (173 úloh).

Aplikovaná část se nachází v kapitole pracovních listů, kdy bylo za cíl vytvořit soubor pracovních úloh. Cíle bylo dosaženo v podobě ověření vybraných pracovních listů na třídě 9. ročníku.

Výsledky jsou prezentovány v jednotlivých částech. Práce zahrnuje také diskusi, ve které jsou charakterizovány stručně i některé limity práce. Věříme, že se v budoucnu budou digitální technologie a schopnosti interakce i v oblasti matematiky nadále zvyšovat. Snad do té doby budou vytvořené materiály využitelné pro pedagogy a hlavně žáky.

Seznam literatury a zdrojů

ALTMANOVÁ, Jitka, Jaroslav FALTÝN, Katarína NEMČÍKOVÁ a Eva ZELENDOVÁ, ed. *Gramotnosti ve vzdělávání: příručka pro učitele*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2010. ISBN 978-80-87000-41-0.

BOZENKA.CZ. *Základní škola Zábřeh, Boženy Němcové 1503/15, okres Šumperk*. Online. Dostupné z: <https://www.bozenka.cz/>. [citováno 2023-08-08].

BLAŽEK, Radek, Zuzana JANOTOVÁ, Eva POTUŽNÍKOVÁ a Josef BASL. *Mezinárodní šetření PISA 2018: národní zpráva*. Praha: Česká školní inspekce, 2019. ISBN 978-80-88087-24-3.

BRLICOVÁ, Věra; Martin MAHEL, Libor ŽÁK, Lucie ŽÁKOVÁ. *Matematika pro život – Pracovní sešit 2: pro 8. ročník základních škol a víceletá gymnázia*. Brno: Didaktis, 2022. ISBN 978-80-7358-417-7.

ČERETKOVÁ, Soňa, Neil HUTTON, Josef MOLNÁR, Filippo SPAGNOLO a Andreas ULOVEC. *Motivating and exciting methods in mathematics and science: glossary of terms*. 2. vyd. Olomouc, Univerzita Palackého v Olomouci ve spolupráci s University of Vienna, 2014. ISBN 978-80-244-4138-2.

ČESKO. *Zákon č. 561/2004 Sb., Zákon o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon)*. Online. 2023. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2004-561/zneni-20230701>. [citováno 2023-07-27].

DIDAKTIS. *Didaktis - Nakladatelství didaktis*. Online. 2022. Dostupné z: <https://www.didaktis.cz/> [citováno 2023-10-09].

DIDAKTIS. *Didaktis - Nakladatelství didaktis*. Online. 2023. Dostupné z: <https://www.didaktis.cz/> [citováno 2024-03-15].

FINKOVÁ, Dita, Lucia PASTIERIKOVÁ et al. *Metodika tvorby učebních textů DVPP pro inkluzivní vzdělávání: (k využití i dalšími subjekty)*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015. ISBN 978-80-244-4736-0.

FORTUNA. *Úvod – Fortuna*. Online. SPN - Pedagogické nakladatelství, 2023. Dostupné z: <https://www.fortuna.cz/> [citováno 2023-10-09].

FUCHS, Eduard, Dag HRUBÝ, Jiří HERMAN, Vítězslava CHRÁPAVÁ a Marie KUBÍNOVÁ. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií*. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-169-8.

FRAUS. *Nakladatelství Fraus*. Online. 2023. Dostupné z: <https://www.fraus.cz/> [citováno 2023-10-09].

HOŠPESOVÁ, Alena, František KUŘINA, Jana CACHOVÁ, Jana MACHÁČKOVÁ, Filip ROUBÍČEK et al. *Matematická gramotnost a vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta, 2011. ISBN 978-80-7394-259-5.

HRNEČKOVÁ, Eva. *Návrh pracovních listů pro výuku matematiky se zaměřením na vzdělávací okruh Závislosti, vztahy a práce s daty na 2. stupni základních škol*. Online. České Budějovice, 2018. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta. Dostupné z: <https://theses.cz/id/4rk69s/>. [citováno 2023-08-08].

JANIŠ, Kamil a LOUDOVÁ, Irena. *Obecná didaktika: (vybraná témata)*. Vydání druhé. Ústí nad Orlicí: Oftis, 2018. ISBN 978-80-7405-444-0.

KALIBRO. *Kalibro, s. r. o.* Online. Kalibro, 2021. Dostupné z: <https://www.kalibro.cz/>. [citováno 2023-08-08].

KNECHT, Petr, Tomáš JANÍK, Dominik DVOŘÁK, Michaela DVOŘÁKOVÁ, Peter GAVORA et al. *Učebnice z pohledu pedagogického výzkumu*. Pedagogický výzkum v teorii a praxi. Brno: Paido, 2008. ISBN 978-80-7315-174-4.

Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003. Online. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2004. Dostupné z: https://www.csicr.cz/CSICR/media/Prilohy/2004_p%C5%99%C3%ADlohy/Mezin%C3%A1rodn%C3%AD%20%C5%A1et%C5%99en%C3%AD/Koncepce-matem-gramotnosti-publikace.pdf. [citováno 2023-07-29].

MAŇÁK, Josef a Petr KNECHT. *Hodnocení učebnic*. Brno: Paido, 2007. Pedagogický výzkum v teorii a praxi. ISBN 978-80-7315-148-5.

MRÁZOVÁ, Lenka. *Tvorba pracovních listů: metodický materiál*. Brno: Moravské zemské muzeum, 2013. ISBN 978-80-7028-403-2.

- MŠMT [MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY]. *MŠMT ČR*. Online. 2023. MŠMT, 2013-2023a. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/> [citováno 2023-09-05].
- MŠMT [MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY]. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Online. 2023b. Dostupné z: <https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/>. [citováno 2023-07-27].
- NABERANKU.CZ. *Základní škola a mateřská škola Na Beránku v Praze 12*. Online. Dostupné z: <http://www.naberanku.cz/>. [citováno 2023-08-08].
- NAŠE UČEBNICE. *NašeUčebnice.cz – prodej učebnic*. Online. 2023. Dostupné z: <https://www.naseucebnice.cz/> [citováno 2023-10-10].
- NEMČÍKOVÁ, Katarína, Věra OLŠÁKOVÁ, Filip ROUBÍČEK, Vladislav TOMÁŠEK, Jana VAŇKOVÁ et al. *Matematická gramotnost ve výuce: metodická příručka*. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků (NÚV), divize VÚP, 2011. ISBN 978-80-86856-99-5.
- NOVÁ ŠKOLA. *NOVÁ ŠKOLA, s.r.o.* Online. Dostupné z: <https://www.nns.cz/> [citováno 2023-10-09].
- NOVOSÁK, Jiří, Dana PRAŽÁKOVÁ, Petr SUCHOMEL, Jiří DVOŘÁK a Roman FOLWARCZNY. *Rozvoj matematické gramotnosti na základních školách ve školním roce 2019/2020: tematická zpráva*. Online. Česká školní inspekce, 2020. Dostupné z: <https://www.csicr.cz/cz/Dokumenty/Tematicke-zpravy/Rozvoj-matematicke-gramotnosti-na-zakladnich-skola>. [citováno 2023-08-10].
- NOVOSÁK, Jiří, Petr SUCHOMEL, Jiří DVOŘÁK, Tomáš ZATLOUKAL a Dana PRAŽÁKOVÁ. *Vyhodnocení výsledků vzdělávání žáků 5. a 9. ročníků základních škol a víceletých gymnázií: tematická zpráva*. Praha: Česká školní inspekce, 2022. ISBN 978-80-88492-18-4.
- PRODOS. *Učebnice pro ZŠ: Učebnice Prodos*. Online. 2019. Dostupné z: <https://ucebnice.org/> [citováno 2023-10-10].
- PROMETHEUS. *Nakladatelství Prometheus*. Online. Dostupné z: <https://prometheus-nakl.cz/> [citováno 2023-10-10].
- OBST, Otto. *Obecná didaktika*. 2. vydání. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2017. ISBN 978-80-244-5141-1.

OSVALDOVÁ, Zuzana, 2017. Pracovní listy jako prostředek aktivizace žiaků vo vyučovacom procese. In: *Edukácia*. Roč. 2, s. 194-201. Košice: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika. ISSN 1339-8725.

POLÁK, Josef. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně, II. část, Obecná didaktika matematiky*. Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 978-80-7489-326-1.

PRŮCHA, Jan. *Učebnice: teorie a analýzy edukačního média: příručka pro studenty, učitele, autory a výzkumné pracovníky*. Brno: Paido, 1998. ISBN 80-85931-49-4.

PRŮCHA, Jan. *Pedagogická encyklopedie*. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-546-2.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. Sedmé, aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9.

SCIO. *Scio - oficiální stránky*. Online. 2023. Dostupné z: <https://www.scio.cz/> [citováno 2023-08-09].

SIKOROVÁ, Zuzana. *Hodnocení a výběr učebnic v praxi*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2007. ISBN 978-80-7368-412-6. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Zuzana-Sikorova/publication/40363171_Hodnoceni_a_vyber_ucebnic_v_praxi/links/57094a5708ae2eb9421e2e54/Hodnoceni-a-vyber-ucebnic-v-praxi.pdf [citováno 2023-09-05].

SPN [SPN – PEDAGOGICKÉ NAKLADATELSTVÍ]. *Úvod – SPN – Pedagogické nakladatelství*. Online. 2023. Dostupné z: <https://www.spn.cz/> [citováno 2023-10-10].

STRAKOVÁ, Jana. *Vědomosti a dovednosti pro život: čtenářská, matematická a přírodovědná gramotnost patnáctiletých žáků v zemích OECD*. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2002. ISBN 80-211-0411-2.

ŠVÁROVÁ, Nikola. *Poměr v učebnicích matematiky pro 2. stupeň ZŠ: analýza učebnic z hlediska využitelnosti při diferencované výuce*. Online. Brno, 2022. Bakalářská práce. Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta. Dostupné z: <https://theses.cz/id/blfiwe/>. [citováno 2023-08-07].

ŠTECH, Stanislav. Zřetel k učivu a problém dvou modelů kurikula. *Pedagogika: časopis pro vědy o vzdělávání a výchově*. Praha: Pedagogická fakulta UK, roč. LIX., 2/2009, s. 105–115. ISSN 2336-2189. Dostupné z: <https://pages.pedf.cuni.cz/pedagogika/?p=1038%20title=>. [citováno 2023-08-07].

ŠVRČEK, Jaroslav. *Metodické listy z matematiky pro gymnázia a základní vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2014. Sborník. ISBN 978-80-244-4308-9.

TAKTIK. *Vydavatelství Taktik*. Online. 2022. Dostupné z: <https://www.etaktik.cz/> [citováno 2023-10-10].

The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, reading, Science, and Problem Solving Knowledge and Skills. Paris: OECD, 2003. ISBN 92-64-10172-1.

TOMÁŠEK, Vladislav, Simona BOUDOVÁ, Libor KLEMENT, Josef BASL, Tomáš ZATLOUKAL et al. *Mezinárodní šetření TIMSS 2019: národní zpráva*. Praha: Česká školní inspekce, 2020. ISBN 978-80-88087-45-8.

VASAVADA, Navendu, 2016. Complex online web statistical calculators. Online. [citováno 2023-12-30]. Dostupné z: <https://astatsa.com/>

ZATLOUKAL, Tomáš, Ondřej ANDRYS, Milan APPEL, Josef BASL, Tomáš BENEŠ et al. *Kvalita a efektivita vzdělávání a vzdělávací soustavy ve školním roce 2021/2022*. Praha: Česká školní inspekce, 2022. ISBN 978-80-88492-09-2.

ZUJEV, Dmitrij Dmitrijevič. *Ako tvorit učebnice*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1986.

ZŠ VRČEŇ. *Základní škola Vrčeň*. Online. Dostupné z: <https://zs.vrcen.cz/>. [citováno 2023-08-08].

ŽÁČOK, Lubomír a Jana SCHLARMANNOVÁ. Metodika tvorby pracovních listov pre základné školy. In: *Komenský*. Roč. 130, listopad 2005, č. 2, s. 23-26. ISSN 0323-0449.

Využívané učebnice a pracovní sešity

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 8: Aritmetika: učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-684-0.

BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 9: Algebra: učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-689-5.

BRLICOVÁ, Věra, Michaela CIZLEROVÁ, Martin MAHEL, Jolana SVOBODOVÁ, Petr VACH et al. *Matematika pro život 8 – Učebnice: pro 8. ročník základních škol a víceletá gymnázia*. Brno: Didaktis, 2022. ISBN 978-80-7358-416-0.

COUFALOVÁ, Jana, Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jiří HEJL a Miroslav LÁVIČKA. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 3. vydání. Praha: Fortuna, 2018a. ISBN 978-80-7373-142-7.

COUFALOVÁ, Jana, Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jiří HEJL a Miroslav LÁVIČKA. *Matematika pro 9. ročník základní školy*. 3. vydání. Praha: Fortuna, 2018b. ISBN 978-80-7373-143-4.

HALENKOVÁ, Jana, Tomáš MIERVA a Robert WEINLICH. *Matematika v pohodě 8: pracovní sešit pro 8. ročník ZŠ a víceletá gymnázia*. Praha: Taktik, 2020a. ISBN 978-80-7563-238-8.

HALENKOVÁ, Jana, MATASOVÁ, Blanka, MIERVA, Tomáš, NÁDVORNÍKOVÁ, Petra a WEINLICH, Robert. *Matematika v pohodě 9: pracovní sešit pro 9. ročník ZŠ a víceletá gymnázia v souladu s RVP*. Praha: Taktik, 2020b. ISBN 978-80-7563-240-1.

JANEČKOVÁ, Miroslava, Klára KREJČÍKOVÁ, Blanka MATASOVÁ, Lucia MIHÁLIKOVÁ, Petra NÁDVORNÍKOVÁ et al. *Hravá matematika 9 – Algebra: Učebnice pro 9. ročník ZŠ a víceletá gymnázia*. Praha: Taktik, 2022. ISBN 978-80-7563-501-3.

JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KRUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika: Práce s daty, úměrnosti a funkce*. Duhová řada. Brno: Nová škola, 2018. ISBN 978-80-7600-024-7.

LAUBEOVÁ, Alena, Blanka MATASOVÁ, Tomáš MIERVA, Petra NÁDVORNÍKOVÁ, Jana PRESOVÁ et al. *Hravá matematika 8 – Algebra: Učebnice pro 8. ročník ZŠ a víceletá gymnázia*. Praha: Taktik, 2021. ISBN 978-80-7563-265-4.

MOLNÁR, Josef, Petr EMANOVSKÝ, Libor LEPÍK, Hana LIŠKOVÁ a Jan SLOUKA. *Matematika 8*. Olomouc: Prodos, 2000. ISBN 80-7230-062-8.

MOLNÁR, Josef, Libor LEPÍK, Hana LIŠKOVÁ, Jan SLOUKA a Bronislava RŮŽIČKOVÁ. *Matematika 9*. Olomouc: Prodos, 2001. ISBN 80-7230-109-8.

ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy, 2. díl*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2012. ISBN 978-80-7196-435-3.

ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 9. ročník základní školy, 1. díl*. 3., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2013. ISBN 978-80-7196-439-1.

OSTRÝTOVÁ, Lenka. *Matematika od šestky do devítky*. Praha: Fragment, 2021. ISBN 978-80-253-5034-8.

PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK, Josef TREJBAL. *Matematika 9: pro základní školy: algebra*. 2. vydání. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, 2018. ISBN 978-80-7235-614-0.

PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK a Josef TREJBAL. *Matematika 8: pro základní školy: algebra*. 2. vydání. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, 2022. ISBN 978-80-7235-653-9.

TLUSTÝ, Pavel a Miroslava HUCLOVÁ. *Matematika s nadhledem 8: pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2020. Škola s nadhledem. ISBN 978-80-7489-517-3.

Využívané zdroje v pracovních listech

ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *Výstupní objekt VDB*. Online. 2024. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=7f586278>. [citováno 2024-03-01].

GEOGEBRA. *GeoGebra*. Online. 2024. Dostupné z: <https://www.geogebra.org>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Aritmetický průměr, modus, medián*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/pw2ckn8e>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *Lineární funkce*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/tdtvnpvj>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024c. *Lineární funkce - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/d96ux52n>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024d. *Nepřímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/qxswqud7>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024e. *Nepřímá úměrnost - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/t8qgm2up>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024f. *PL5 - řešení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/n28w2dbg>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024g. *Přímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/uztsvwn6>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024h. *Přímá úměrnost - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/saeudau2>. [citováno 2024-03-05].

KHAN ACADEMY, 2025. *Reading bar charts: comparing two sets of data | Pre-Algebra | Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/gnyHsgTFXIY?si=e_6xp2T_PpbrxrCA. [citováno 2024-03-10].

KHAN ACADEMY, 2011. *Reading line graphs / Applying mathematical reasoning / Pre-Algebra / Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/36v2EXZRzUE?si=RhEgPzcWj9W-jIfV>. [citováno 2024-03-10].

KHAN ACADEMY, 2011. *Reading pie graphs (circle graphs) / Applying mathematical reasoning / Pre-Algebra / Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/4JqH55rLGKY?si=jQ4zJoaBnxByGdjU>. [citováno 2024-03-10].

LIVEWORKSHEETS. *LiveWorksheets*. Online. 2024. Dostupné z: <https://www.liveworksheets.com/>. [citováno 2024-03-10].

MATEMATIKA ZAKY, 2022. *Definiční obor a obor hodnot funkce*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/pw4WLZRueE4?si=i_3HZDN1ebvG_ER3. [citováno 2024-03-10].

NĚMEC, Petr, 2022a. *Graf funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/bFu6q-Sw2S4?si=OwHkokwmNHVV_14v. [citováno 2024-03-10].

NĚMEC, Petr, 2022b. *Lineární funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/C7iKgOtU9Vc?si=3xIBHSTpHcGngRft>. [citováno 2024-03-10].

NĚMEC, Petr, 2022c. *Nepřímá úměrnost - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/8ee-uYu4kv0?si=ei18OROy5B4vIvA1>. [citováno 2024-03-10].

NĚMEC, Petr, 2022d. *Přímá úměrnost - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/BITvQ5FbWog?si=uAKJWwBSOcYCy5A>. [citováno 2024-03-10].

NĚMEC, Petr, 2023. *Rostoucí, klesající, konstantní funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/9ffy6EGa9Hw?si=EpgWuBW--z1Vppc5>. [citováno 2024-03-10].

NĚMEC, Petr, 2022e. *Statistika - Aritmetický průměr - Matematika 8*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/R2Fdl_fMCOY?si=6S6FIn2xwPXJmEom. [citováno 2024-03-10].

QRGENERATOR.CZ. *Generátor QR kódů - Qrgenerator.cz*. Online. 2024. Dostupné z: <https://qrgenerator.cz/>. [citováno 2024-03-10].

Sklizeň ovoce v ČR (t). Online. In: Český statistický úřad. 2024. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=5b9c56e7>. [citováno 2024-03-01].

STAR TOASTER, 2022. *Mean, Median, Mode Video for Kids: The Average, Middle, and Most Often / Star Toaster*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/Jqbd8enkkC0?si=mUfy9ZINietRyhS7>. [citováno 2024-03-10].

Zahraniční obchod se zbožím (vybrané státy) - vývoz, dovoz. Online. In: Český statistický úřad. 2024. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=44f85888>. [citováno 2024-03-01].

Seznam zkratek

ČR	Česká republika
ČŠI	Česká školní inspekce
EU	Evropská unie
IEA	International Association for the Evaluation of Educational Achievement
MŠMT	Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy
OECD	Organisation for Economic Cooperation and Development
PISA	Programme for International Student Assessment
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study



Seznam příloh

Příloha 1: Pracovní list č. 1: základy statistiky – pojmy (zadání)	I
Příloha 2: Pracovní list č. 2: absolutní a relativní četnost (zadání)	III
Příloha 3: Pracovní list č. 3: aritmetický průměr, modus, medián (zadání)	V
Příloha 4: Pracovní list č. 4: diagramy (grafy) (zadání)	VIII
Příloha 5: Pracovní list č. 5: závislosti a data (zadání)	XIII
Příloha 6: Pracovní list č. 6: funkce – definiční obor, obor hodnot, graf funkce (zadání)	XVI
Příloha 7: Pracovní list č. 7: funkce – přímá úměrnost (zadání)	XX
Příloha 8: Pracovní list č. 8: funkce – nepřímá úměrnost (zadání)	XXIV
Příloha 9: Pracovní list č. 9: funkce – lineární funkce (zadání)	XXVII
Příloha 10: Pracovní list č. 10: funkce (zadání)	XXXII
Příloha 11: Pracovní list č. 1: základy statistiky – pojmy (řešení)	XXXV
Příloha 12: Pracovní list č. 2: absolutní a relativní četnost (řešení)	XXXVII
Příloha 13: Pracovní list č. 3: aritmetický průměr, modus, medián (řešení)	XXXIX
Příloha 14: Pracovní list č. 4: diagramy (grafy) (řešení)	XLII
Příloha 15: Pracovní list č. 5: závislosti a data (řešení)	XLVII
Příloha 16: Pracovní list č. 6: funkce – definiční obor, obor hodnot, graf funkce (řešení) ...	L
Příloha 17: Pracovní list č. 7: funkce – přímá úměrnost (řešení)	LIV
Příloha 18: Pracovní list č. 8: funkce – nepřímá úměrnost (řešení)	LVIII
Příloha 19: Pracovní list č. 9: funkce – lineární funkce (řešení)	LXI
Příloha 20: Pracovní list č. 10: funkce (řešení)	LXVI

Přílohy

Příloha 1: Pracovní list č. 1: základy statistiky – pojmy (zadání)

PRACOVNÍ LIST Č. 1: ZÁKLADY STATISTIKY – POJMY

	Připomeň si mě! (YouTube) 0:28-2:14		Vyplň mě online! (LiveWorksheets)
---	--	--	---

1. Urči správné dvojice spojením pojmu a odpovídajícího tvrzení.

Statistické šetření	= jeden konkrétní prvek statistického souboru
Kvalitativní znak	= vlastnost (hodnota) statistické jednotky, kterou zkoumáme
Statistická jednotka	= množina zkoumaných prvků
Kvantitativní znak	= získávání statistických údajů
Rozsah statistického souboru	= hodnoty se liší kvalitou (nelze vyjádřit číslem)
Statistický znak	= hodnoty se liší velikostí (lze vyjádřit číslem)
Statistika	= vědní obor zabývající se zpracováním hromadných jevů
Statistický soubor	= počet všech jednotek statistického souboru

2. Rozděľ údaje z nabídky k odpovídajícímu pojmu (statistický soubor, statistická jednotka, statistický znak).

A) můj křeček

D) paní Nováková

H) všichni obyvatelé České republiky

J) počet sourozenců

B) všechny výrobky v naší lednici

E) všichni příbuzní

F) žák 8.A

K) výška

C) středoškolské vzdělání

I) všechny filmy v kině

G) barva očí

L) film Madagaskar

Statistický soubor	Statistická jednotka	Statistický znak

3. Rozhodni o následujících statistických znacích, zda jsou kvalitativní či kvantitativní.

věk	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
cena	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
mateřský jazyk	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
výška	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
sport	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
barva očí	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
hodinová mzda	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>

teplota	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
způsob dopravy	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
filmový žánr	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
hmotnost	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
dosažené vzdělání	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
počet dětí	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>
výrobce konzerv	<i>kvalitativní / kvantitativní</i>

4. Na zahradě paní Dolákové rostou různé druhy zeleniny včetně mrkví. Mrkve následně měří, aby zjistila, která je nejdelší. Vykopala osm mrkví, které měly délku: 12 cm, 8 cm, 10 cm, 15 cm, 6 cm, 9 cm, 11 cm, 14 cm. Odpověz na následující otázky. Vyber správné odpovědi z nabídky.


a)	Co tvoří statistický soubor? <i>Zahrada paní Dolákové. / Vykopané mrkve paní Dolákové. / Paní Doláková.</i>
b)	Co je statistická jednotka? <i>Jednotlivé mrkve. / Zelenina na zahradě. / Délka. / Centimetry.</i>
c)	Jaký statistický znak je zkoumán? <i>Šířka. / Hmotnost. / Délka. / Barva. / Tvar. / Tvrdost.</i>
d)	O jaký druh znaku se jedná? <i>Kvantitativní. / Kvalitativní.</i>
e)	Jaký je rozsah statistického souboru? <i>6 / 8 / 10 / 12 / 14</i>

Použité zdroje:

NĚMEC, Petr, 2022. *Statistika - Aritmetický průměr - Matematika 8*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/R2FdL_fMCOY?si=6S6FIn2xwPXJmEom. [citováno 2024-03-10].

Příloha 2: Pracovní list č. 2: absolutní a relativní četnost (zadání)

PRACOVNÍ LIST Č. 2: ABSOLUTNÍ A RELATIVNÍ ČETNOST

	Připomeň si mě! (YouTube) 0:28-2:14		Vyplň mě online! (LiveWorksheets)
---	--	--	---

1. Urči správné dvojice spojením pojmu a odpovídajícího tvrzení.

Relativní četnost	= podíl absolutní četnosti a rozsahu statistického souboru
Absolutní četnost	= kolikrát se hodnota zkoumaného znaku ve statistickém souboru vyskytla

2. Doplň slovo (absolutní / relativní), aby bylo tvrzení pravdivé.

- a) **ABSOLUTNÍ** / **RELATIVNÍ** četnost je vhodná pro porovnávání dvou statistických souborů různého rozsahu.
- b) Součet všech **ABSOLUTNÍCH** / **RELATIVNÍCH** četností je roven „rozsahu“ statistického souboru.
- c) Vynásobíme-li **ABSOLUTNÍ** / **RELATIVNÍ** četnost stem, dostaneme **ABSOLUTNÍ** / **RELATIVNÍ** četnost v procentech.
- d) Součet všech **ABSOLUTNÍCH** / **RELATIVNÍCH** četností je 1.
- e) Součet všech **ABSOLUTNÍCH** / **RELATIVNÍCH** četností vyjádřen v procentech je 100 %.

3. V knihkupectví se prodalo za rok 400 pracovních sešitů. Sledovalo se, na který předmět se pracovní sešit zaměřoval. Doplň správně následující tabulku.

Pracovní sešit	Český jazyk	Anglický jazyk	Matematika	Přírodopis	Dějepis
Četnost	40				20
Relativní četnost		0,2		0,3	

4. Kateřina zapisovala pomocí čárek, jakou barvu trička si spolužáci chtějí objednat. Zapiš do tabulky četnost a relativní četnost v % (zaokrouhluj na desetiny procent). Odpověz na otázky.

Barva trička	žlutá	zelená	modrá	červená
	//			
Četnost				
Relativní četnost (%)				




- Jaký je rozsah statistického souboru?
- Jaký je součet všech absolutních četností?
- Jaký je součet relativních četností v procentech?
- Kolik žáků si objednalo modré tričko?
- Kolik procent žáků si objednalo červené tričko?
- V jaké barvě si objednalo 12,5 % žáků?

Použité zdroje:

NĚMEC, Petr, 2022. *Statistika - Aritmetický průměr - Matematika 8*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/R2FdL_fMCOY?si=6S6FlN2xwPXJmEom. [citováno 2024-03-10].

Příloha 3: Pracovní list č. 3: aritmetický průměr, modus, medián (zadání)

PRACOVNÍ LIST Č. 3: ARITMETICKÝ PRŮMĚR, MODUS, MEDIÁN

 <p>Připomeň si mě! (YouTube)</p>	<p>Slovníček (EN-CZ)</p> <p>mean = průměr median = medián mode = modus</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra)</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	---	--	---

1. Vytvoř správné trojice spojení: značení – pojem – tvrzení.

$mod(x)$	Aritmetický průměr	= hodnota znaku ležícího ve středu uspořádaných hodnot znaku podle velikosti
$med(x)$	Modus	= hodnota znaku (/znaků) s největší četností
\bar{x}	Medián	= součet všech hodnot kvantitativního znaku vydělený rozsahem souboru

2. Rozhodni, zda je tvrzení pravdivé.

a) Aritmetický průměr je vždy stejný jako medián.	PRAVDA / NEPRAVDA
b) Modus může být více než jeden.	PRAVDA / NEPRAVDA
c) Medián je střední hodnota v uspořádaném seznamu dat.	PRAVDA / NEPRAVDA
d) Modus může být vypočítán pro jakýkoliv znak statistického souboru.	PRAVDA / NEPRAVDA

3. ARITMETICKÝ PRŮMĚR: V tabulce je měření teploty během sobotního a nedělního dne. Rozhodni, který den byla vyšší průměrná teplota a napiš, jaká je to hodnota.

Čas	6:00	9:00	12:00	15:00	17:00	21:00
Sobota – teplota °C	12	13	15	18	20	18
Neděle – teplota °C	7	10	15	18	22	21

V **SOBOTU/NEDĚLI** byla vyšší průměrná teplota o hodnotě _____ °C.

4. ARITMETICKÝ PRŮMĚR: Vypočítej aritmetické průměry. Zapisuj jen v podobě desetinného čísla.

Hodnoty	5, 2, 6, 6, 3, 5, 8	$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{6}$	7, 12, 5, 3, 2
Aritmetický průměr			

5. **ARITMETICKÝ PRŮMĚR:** Adam, Filip, Hana a Pavel šli hrát minigolf. Hráli na dvě jamky, kde se snažili o co nejmenší skóre v počtu tůknutí holí do míčku. Doplň do tabulky chybějící údaje.

Hráč	Adam	Filip	Hana	Pavel	Průměrné skóre
První jamka	16	13	15	24	
Druhá jamka	9	13		12	11

6. **MODUS:** Ve zverimexu je 10 psů, 8 koček, 12 ryb, 10 papoušků, 8 králíků, 12 želv, 15 hadů a 10 morčat. Jaký je modus? Správnou možnost vyznač.

Modus je *PES / KOČKA / RYBA / PAPOUŠEK / KRÁLÍK / ŽELVA / HAD / MORČE*.

7. **MODUS:** Ve třídě 25 žáků se rozdávaly známky z prověrky. Pětku nedostal nikdo, čtyřku dostali 3 žáci, trojku 6 žáků, dvojku 8 žáků a zbývající počet žáků dostalo jedničku. Jaký je modus známek? Správnou možnost vyznač.

Modus je *JEDNIČKA / DVOJKA / TROJKA / ČTYŘKA / PĚTKA*.

8. **MODUS:** Majitelka e-shopu s ručně šitými gumičkami si sestavila tabulku vyjadřující velikost objednávky a počet prodaných tak velkých objednávek. Přemýšlí o sestavení výhodného balíčku o více kusech, a proto potřebuje zjistit, jak velké objednávky se prodávaly nejčastěji. Zjistí modus a správnou možnost vyznač.

Velikost objednávky (kusy)	Počet objednávek	Velikost objednávky (kusy)	Počet objednávek	Velikost objednávky (kusy)	Počet objednávek
1	45	6	37	11	20
2	41	7	28	12	45
3	28	8	21	13	17
4	30	9	28	14	40
5	37	10	31	15	13

Nejčastější velikost objednávky je *1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6 / 7 / 8 / 9 / 10 / 11 / 12 / 13 / 14 / 15* kusů gumiček.

9. **MEDIÁN:** V knihovně byla provedena inventarizace v různých odděleních a zaznačena do tabulky. Jaký je medián počtu knih?

Oddělení	Beletrie	Naučná literatura	Cizojazyčná literatura	Regionální literatura	Odborná literatura	Mapy a průvodce
Počet knih	1 200	900	800	1 100	1 000	700

Medián je _____.

10. MEDIÁN: Vypočítej medián následujících velikostí dámských bot ve výprodeji daný v tabulce.

Velikost boty	37	38	39	40
Počet párů bot	3	2	5	3

Medián je _____.

11. MEDIÁN: V obchodě jsou jahodové sirupy od různých výrobců za tyto ceny: 29,90 Kč; 57,90 Kč; 45,90 Kč, 39,90 Kč, 58,90 Kč, 51,90 Kč. Jaký je medián ceny sirupu?

Medián je _____ Kč.

12. Urči aritmetický průměr, modus a medián znaku statistického souboru s následujícími hodnotami: 27 kg, 30 kg, 28 kg, 27 kg, 30 kg, 32 kg, 28 kg, 33 kg, 26 kg.

Aritmetický průměr je _____ kg.

Modus je 26 / 27 / 28 / 29 / 30 / 31 / 32 / 33 kg.

Medián je _____ kg.

13. Ve které tabulce je průměrná cena produktu 24,75 Kč, modus a medián rovný 25 Kč? Správnou možnost vyznač.

a)	Cena produktu	20	25	30
	Počet produktů	10	8	2

b)	Cena produktu	20	25	30
	Počet produktů	17	20	13

c)	Cena produktu	20	25	30
	Počet produktů	13	16	11

d)	Cena produktu	20	25	30
	Počet produktů	12	10	14

14. Žák dostal z matematiky tyto známky: 1, 5, 2, 4, 1, 1, 2, 4, 3, 1, 2, 1. Urči aritmetický průměr, modus a medián.

Známky	1	2	3	4	5
Počet známek	5	3	1	2	1

Aritmetický průměr je _____. Modus je 1 / 2 / 3 / 4 / 5. Medián je _____.

Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024. *Aritmetický průměr, modus, medián*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/pw2ckn8e>. [citováno 2024-03-05].

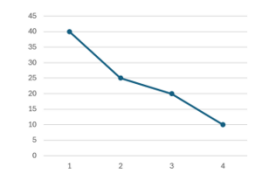
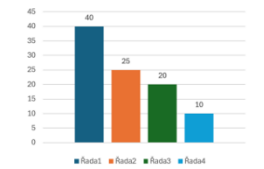

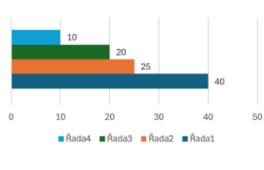
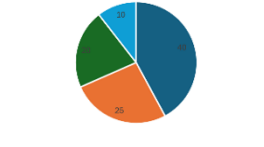
STAR TOASTER, 2022. *Mean, Median, Mode Video for Kids: The Average, Middle, and Most Often* | Star Toaster. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/Jqbd8enkkC0?si=mUfy9ZINietRyhS7>. [citováno 2024-03-10].

Příloha 4: Pracovní list č. 4: diagramy (grafy) (zadání)

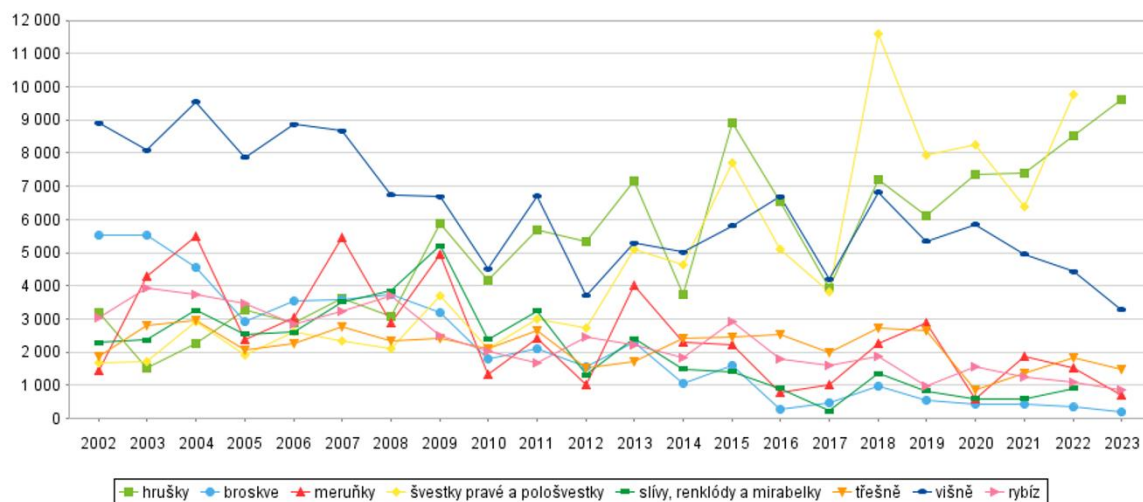
PRACOVNÍ LIST Č. 4: DIAGRAMY (GRAFY)

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Sloupcový graf (EN)</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Kruhový graf (EN)</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Spojnicový graf (EN)</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	---	---	---

1. Vytvoř správné trojice spojením: znázornění – pojem – tvrzení.

	<p>Sloupcový</p>	<p>= četnosti vyjádřeny délkou vodorovných stran dílčích obdélníků</p>
	<p>Pruhový</p>	<p>= pro vyjádření změny, body spojené úsečkami tvořící lomenou čáru, kde na vodorovné ose hodnoty statistického znaku a na svislé ose četnosti hodnot statistického znaku</p>
	<p>Kruhový (výsečový)</p>	<p>= četnosti vyjádřeny délkou pruhu</p>
	<p>Obdélníkový</p>	<p>= četnosti vyjádřeny výškou sloupce</p>
	<p>Spojnicový</p>	<p>= relativní četnosti vyjádřeny obsahem jednotlivých výsečí</p>

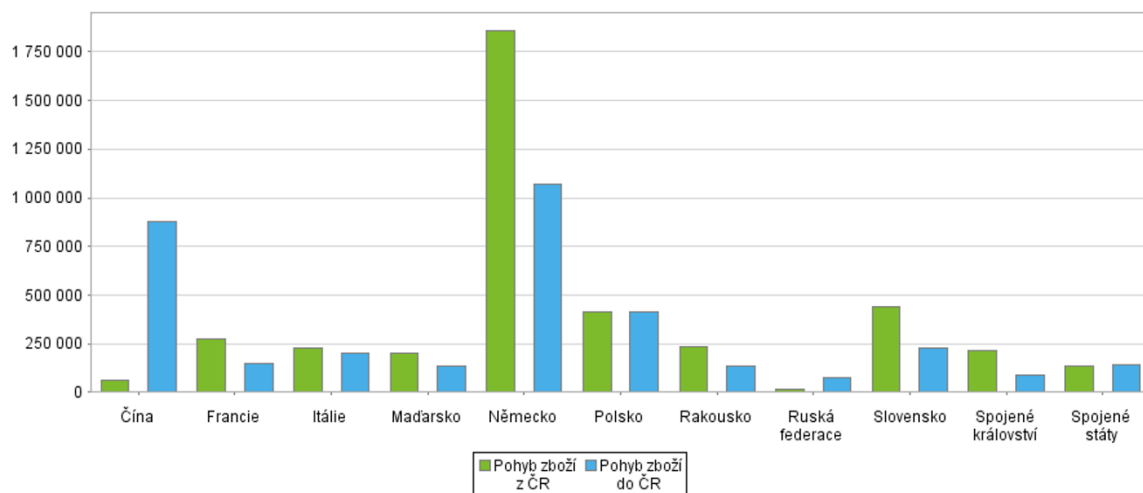
2. Na grafu je sklizeň ovoce v ČR v tunách. Prohlédni si graf a odpověz na následující otázky.



Obrázek 1: Sklizeň ovoce v ČR (t) (Český statistický úřad, 2024b)

a)	Jak se nazývá tento typ grafu? SLOUPCOVÝ / PRUHOVÝ / OBDÉLNÍKOVÝ / KRUHOVÝ / SPOJNICOVÝ
b)	Který rok bylo sklizeno nejvíce višní?
c)	Kterého ovoce se v roce 2022 sklídilo nejméně? HRUŠKY / BROSKVE / MERUŇKY / ŠVESTKY / SLÍVY / TŘEŠNĚ / VIŠNĚ / RYBÍZ
d)	Rostla či klesala sklizeň hrušek, když srovnáme rok 2002 a rok 2022? ROSTLA / KLESALA

3. Na grafu je zobrazen zahraniční obchod se zbožím u vybraných států v roce 2023 absolutně v milionech Kč. V tabulce pod grafem doplň názvy zemí tak, aby odpovídal údajům v grafu. Nabídka zemí do tabulky: Čína, Německo, Polsko, Rakousko, Ruská federace, Slovensko.

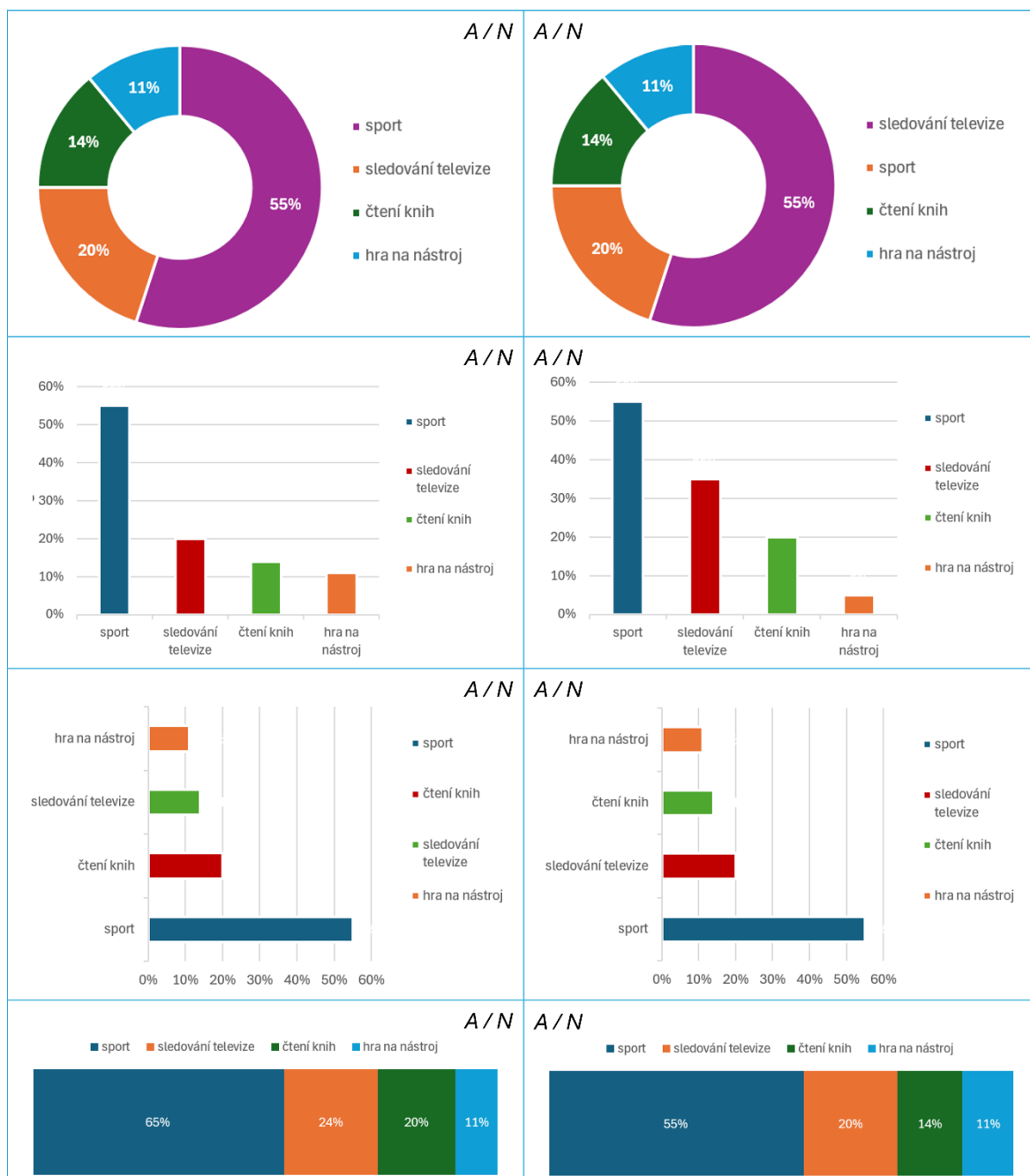


Obrázek 2: Zahraniční obchod se zbožím (vybrané státy) - vývoz, dovoz (Český statistický úřad, 2024c)

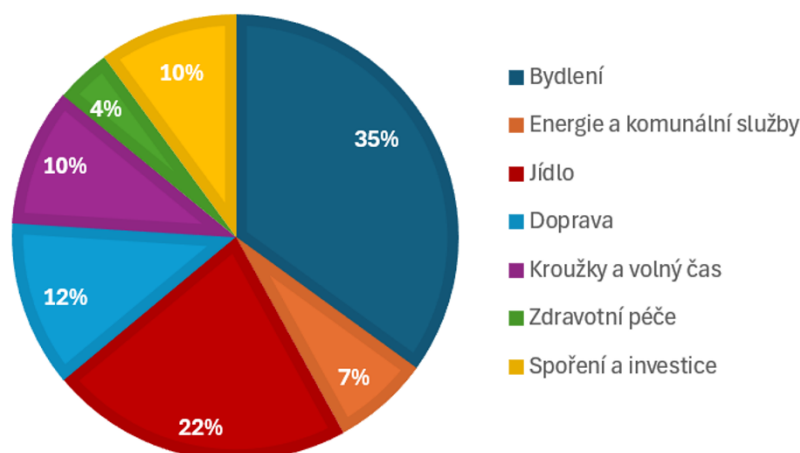
Stát	Pohyb zboží z ČR	Pohyb zboží do ČR	Bilance pohybu zboží přes hranice
	415 573	412 684	2 889
	58 550	879 826	-821 276
	16 200	77 497	-61 297
	1 861 399	1 068 824	792 575
	441 853	229 241	212 612
	236 197	133 772	102 425

Tabulka 1: Pohyb zboží přes hranice podle jednotlivých zemí - roční data. (vlastní zpracování z: Český statistický úřad, 2024a)

4. Ve škole proběhl průzkum, co dělají žáci o volném čase. Došlo se k těmto údajům: 55 % sport, 20 % sledování televize, 14 % čtení knih, 11 % hra na nástroj. Vyber (Ano / Ne) odpovídající prstencový, sloupcový, pruhový a obdélníkový diagram.



5. Následující kruhový graf zobrazuje měsíční rozpočet domácnosti tří osob v celkové výši 50 tisíc korun. Prohlédni si graf a odpověz na otázky.



- Jaká položka je v obdélníkovém grafu největší?
- Kolik domácnost zaplatí za dopravu?
- Za co platí 11 000 Kč?
- Kolik procent z rozpočtu dává domácnost na spoření a investice?

Použité zdroje:

ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *Výstupní objekt VDB*. Online. 2024a. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=7f586278>. [citováno 2024-03-01].

KHAN ACADEMY, 2025. *Reading bar charts: comparing two sets of data | Pre-Algebra | Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/gnyHsgTFXIY?si=e_6xp2T_PpbrxrCA. [citováno 2024-03-10].

KHAN ACADEMY, 2011. *Reading line graphs | Applying mathematical reasoning | Pre-Algebra | Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/36v2EXZRzUE?si=RhEgPzcWj9W-jlfV>. [citováno 2024-03-10].



KHAN ACADEMY, 2011. *Reading pie graphs (circle graphs) | Applying mathematical reasoning | Pre-Algebra | Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/4JqH55rLGKY?si=jQ4zJoaBnxByGdjU>. [citováno 2024-03-10].

Sklizeň ovoce v ČR (t). Online. In: Český statistický úřad. 2024b. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=5b9c56e7>. [citováno 2024-03-01].

Zahraniční obchod se zbožím (vybrané státy) - vývoz, dovoz. Online. In: Český statistický úřad. 2024c. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=44f85888>. [citováno 2024-03-01].

Příloha 5: Pracovní list č. 5: závislosti a data (zadání)

PRACOVNÍ LIST Č. 5: ZÁVISLOSTI A DATA

	<p>Zopakuj si mě! (GeoGebra) Aritmetický průměr, modus, medián</p>		<p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	---	--	---

1. Rozhodni o tvrzení, zda je pravdivé či nikoliv.

a) Při statistickém šetření se zjišťují pouze číselné údaje.	PRAVDA / NEPRAVDA
b) Všichni žáci třídy mohou tvořit statistický soubor.	PRAVDA / NEPRAVDA
c) Rozsah statistického souboru je roven počtu statistických jednotek tohoto souboru.	PRAVDA / NEPRAVDA
d) Kvantitativní statistický znak nabývá číselných hodnot.	PRAVDA / NEPRAVDA
e) S kvalitativními statistickými znaky můžeme provádět početní operace.	PRAVDA / NEPRAVDA
f) Počet obyvatel obce je kvalitativní statistický znak.	PRAVDA / NEPRAVDA
g) Průměr a medián nejsou vždy stejné hodnoty.	PRAVDA / NEPRAVDA
h) Všechny hodnoty v rozsahu statistického souboru musí být jedinečné.	PRAVDA / NEPRAVDA

2. Žáci počítali, kolik chyb udělali v mluvnickém cvičení z češtiny. Počet chyb byl následující: 3, 6, 0, 1, 7, 2, 3, 3, 2, 7, 7, 1, 0, 3, 2, 7, 7, 3. Zapiš údaje do tabulky včetně absolutní četnosti, relativní četnosti (zaokrouhli na setiny) a relativní četnosti v procentech. Vypočítej aritmetický průměr (zaokrouhli na setiny, modus a medián. Nakonec vytvoř vlastní kruhový a sloupcový graf, který můžeš následně porovnat s možným řešením.

Počet chyb	0	1	2	3	4	5	6	7
Četnost								
Relativní četnost								
Relativní četnost v %								

Aritmetický průměr je _____ (zaokrouhli na setiny).

Modus je 0 / 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6 / 7.

Medián je _____.

	<p>Zkontroluj si mě! (GeoGebra) Sloupcový a kruhový graf (řešení)</p>
---	--

3. Děti výtvarného kroužku sledovaly o sobě navzájem různé informace. Informace v tabulce si prohlédni a odpověz na otázky pod ní.

Jméno dítěte	Věk	Oblíbená barva	Počet hodin v kroužku za týden	Oblíbená činnost v kroužku
Alice	8	zelená	2	kresba
David	12	modrá	3	práce se dřevem
Kristýna	11	oranžová	4	modelování
Lucie	10	modrá	4	kresba
Martin	9	modrá	2	modelování
Nikola	11	žlutá	4	výroba šperků
Tomáš	9	červená	2	grafika
Zuzana	12	zelená	2	výroba šperků

a) Co tvoří statistický soubor? *děti ve výtvarném kroužku / typ výtvarného kroužku / oblíbená barva*

b) Jaký je rozsah statistického souboru?

c) Co je statistickou jednotkou souboru? *kroužek / dítě v kroužku / počet dětí*

d) Kolik statistických znaků je zkoumáno?

e) Znak „oblíbená barva“ je kvalitativní nebo kvantitativní?

f) Kdo je v kroužku nejmladší?

g) Kolik dětí z kroužku má rádo práci se dřevem?

h) Kolik procent dětí rádo vyrábí šperky?

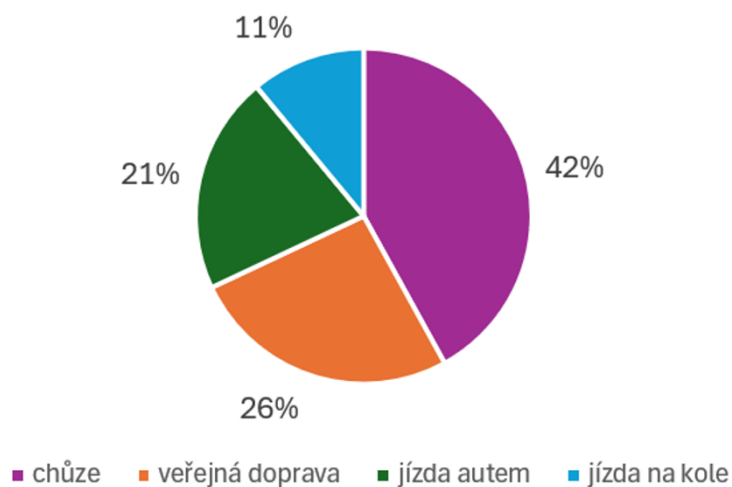
i) Ve znázorněném kruhovém diagramu patří barevná označení, k jakému počtu hodin v kroužku za týden? Spoj vhodně barvu a označení, které by mělo být v legendě grafu.

modrá
oranžová
zelená

2 hodiny týdně
3 hodiny týdně
4 hodiny týdně



4. Kruhový diagram zobrazuje zkoumání dopravy do školy u 200 žáků. Podle diagramu doplň tabulku relativní četnosti v procentech a absolutní četnosti.



Doprava do školy	Chůze	Veřejná doprava	Jízda autem	Jízda na kole
Relativní četnost v %				
Absolutní četnost				

Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Aritmetický průměr, modus, medián*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/pw2ckn8e>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *PL5 - řešení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/n28w2dbg>. [citováno 2024-03-05].

Příloha 6: Pracovní list č. 6: funkce – definiční obor, obor hodnot, graf funkce
(zadání)

PRACOVNÍ LIST Č. 6: FUNKCE – DEFINIČNÍ OBOR, OBOR HODNOT, GRAF FUNKCE

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Definiční obor a obor hodnot</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Opakování a graf funkce (0:15-4:53)</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
--	--	---

1. Vytvoř dvojice, aby tvrzení byla pravdivá.

Číslo 3, 2 v zápise $B[3; 2]$
Osa x
Osa y
Bod $P[0; 0]$
Číslo 2 v zápise $B[3; 2]$
Číslo 3 v zápise $B[3; 2]$

= x -ová souřadnice bodu B
= svislá osa soustavy souřadnic
= poloha bodu B v soustavě souřadnic
= vodorovná osa soustavy souřadnic
= y -ová souřadnice bodu B
= počátek soustavy souřadnic

2. Doplň části tvrzení z nabídky, aby byly věty pravdivé.

Rovnice / Funkce f je předpis, který každému prvku dané množiny M přiřadí právě jedno reálné číslo.

Definiční obor / Obor hodnot funkce je množina M , ze které vybíráme proměnnou. Značí se: $D(f) / H(f)$.

Definiční obor / Obor hodnot funkce je množina reálných čísel, která jsme přiřadili všem prvkům definičního oboru. Značíme jako $D(f) / H(f)$.

Funkci **můžeme / nemůžeme** zadat: rovnicí (předpisem); tabulkou; grafem; slovním vyjádřením.

3. Rozhodni (Ano / Ne), zda jsou následující popisy závislostí funkce.

a) K celým číslům přiřadíme všechny jejich dělitele.	A / N
b) K celým číslům přiřadíme jejich polovinu.	A / N
c) Soutěžícím přiřadíme soutěžní identifikační číslo.	A / N
d) K jednotlivým tabletům ve škole přiřadíme všechny ročníky, které je využívají.	A / N

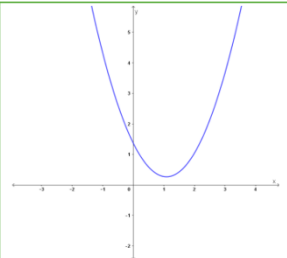
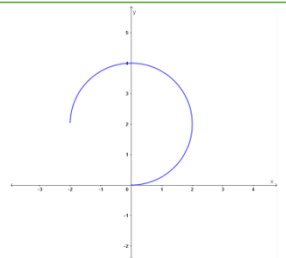
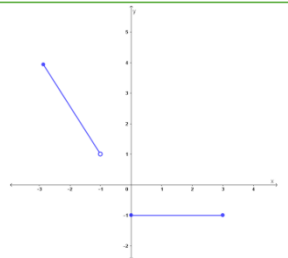
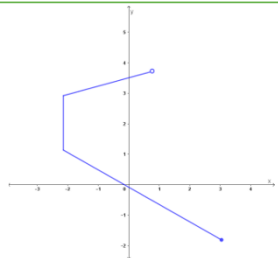
4. Zapiš rovnice předpisem pro lineární funkci (ve tvaru „ $y = \dots$ “).

(Nápověda: V online verzi piš předpis bez mezer, pro operaci násobení použij * nebo nepoužívej žádný znak.)

a) $x + y = 8$

b) $-2y - 4x + 6 = 0$

5. Rozhodni (Ano / Ne), zda je na obrázku zakreslen graf funkce.

			
A/N	A/N	A/N	A/N

6. Vyber tabulky (Ano / Ne), které vyjadřují funkci.







a)	x	-5	0	5	10	15	A/N
	y	-10	0	10	20	30	

b)	x	5	7	9	11	13	A/N
	y	6	-8	10	-12	14	

c)	x	3	0	5	1	2	A/N
	y	-5	-3	-1	-3	-2	

d)	x	4	2	5	4	1	A/N
	y	6	8	3	2	7	

7. Vytvořte správné dvojice intervalů a množiny bodů s vyznačením na číselné ose.

$< -2; \infty)$	
$(-3; \infty)$	
$< -2; 3)$	
$(-\infty; -2 > \cup < -1,3 >$	
$(-\infty; 3 >$	
$\{-2; -1; 0; 1; 3\}$	

8. Urči a vhodně doplň zápis (číslo, závorku, značku) pro definiční obor a obor hodnot u následujících funkcí.

$D = (\quad ; 1 > (2; \quad >$	$D = \quad -2; \infty$	$D =$
$H = \{ \quad ; 2$	$H = (\quad ; 4$	$H =$

9. Doplň do tabulky hodnoty proměnné x a y dle daného vztahu.

x	-2	3	0	4
$y = -x + 2$				

x	2		-1	
$y = 5 - 2x$		3		-3

10. Urči pravdivost tvrzení pro zobrazenou funkci grafem.

	a) $f(-2) = 4$	ANO / NE
	b) číslo -2 patří do definičního oboru	ANO / NE
	c) $f(1) > f(-1)$	ANO / NE
	d) číslo -1 patří do oboru hodnot	ANO / NE

11. Vytvoř správné trojice (předpis – tabulka – graf), které popisují stejnou funkci pro x z intervalu $\langle -2; 2 \rangle$. Trojice vytvoř u předpisu za pomoci výběru příslušného písmene z nabídky.

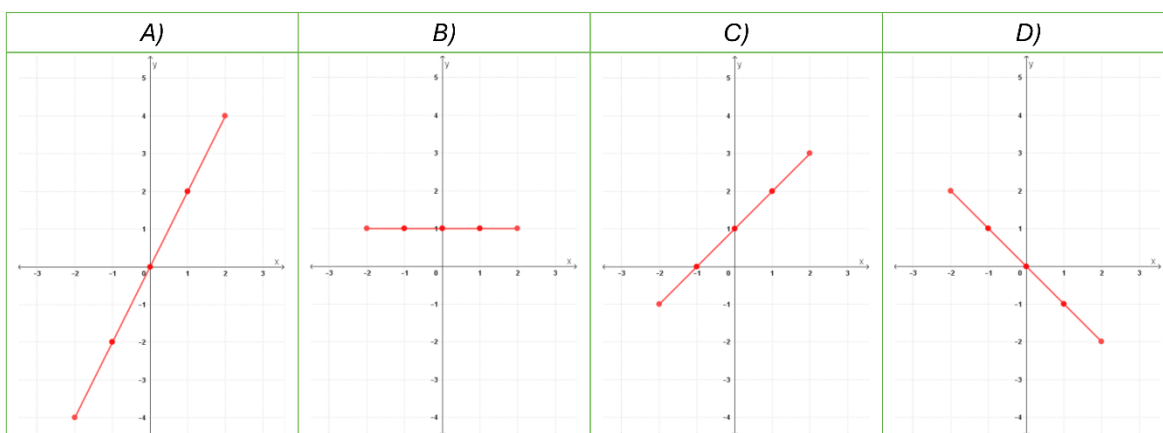
Předpis	$f: y = 1$	$f: y = 2x$	$f: y = -x$	$f: y = x + 1$
Tabulka	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$
Graf	$A/B/C/D$	$A/B/C/D$	$A/B/C/D$	$A/B/C/D$

a)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-1	0	1	2	3

b)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-4	-2	0	2	4

c)	x	-2	-1	0	1	2
	y	1	1	1	1	1

d)	x	-2	-1	0	1	2
	y	2	1	0	-1	-2



Použité zdroje:

NĚMEC, Petr, 2022. *Graf funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/bFu6q-Sw2S4?si=OwHkokwmNHVV_l4v. [citováno 2024-03-10].

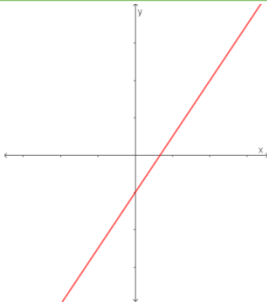
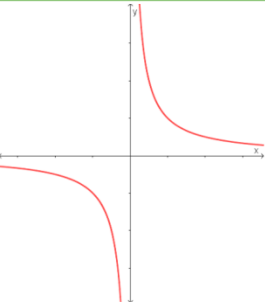
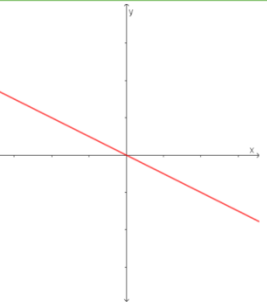
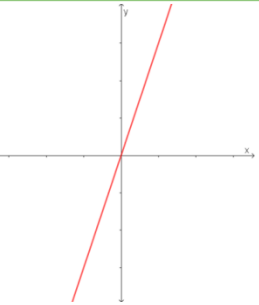
MATEMATIKA ZAKY, 2022. *Definiční obor a obor hodnot funkce*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/pw4WLZRueE4?si=i_3HZDN1ebvG_ER3. [citováno 2024-03-10].

Příloha 7: Pracovní list č. 7: funkce – přímá úměrnost (zadání)

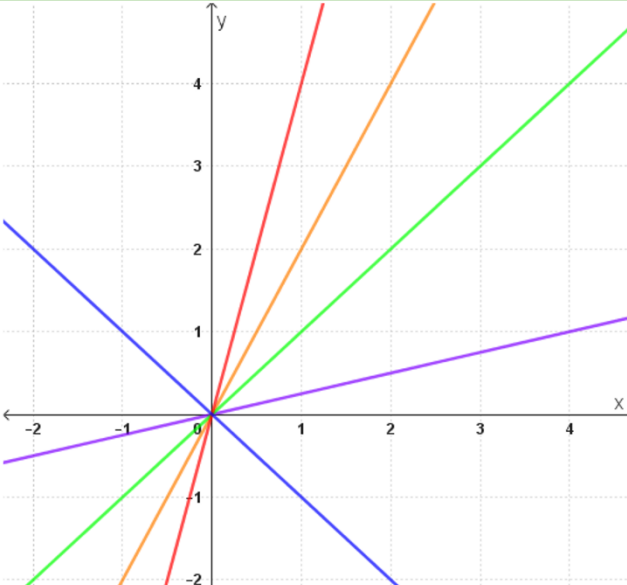
PRACOVNÍ LIST Č. 7: FUNKCE – PŘÍMÁ ÚMĚRNOST

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) 0:17-1:08</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Prohlédni si mě!</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Najdi mě!</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	--	--	---

1. Rozhodni (Ano / Ne), který z grafů je graf přímé úměrnosti.

 <p>A / N</p>	 <p>A / N</p>	 <p>A / N</p>	 <p>A / N</p>
---	---	--	---

2. Přiraď předpisy funkcí k jednotlivým grafům.

	<p>Červená funkce</p>	$y = x$
	<p>Žlutá funkce</p>	$y = -x$
	<p>Zelená funkce</p>	$y = 0,25x$
	<p>Fialová funkce</p>	$y = 4x$
	<p>Modrá funkce</p>	$y = 2x$

3. Rozhodni (Ano / Ne) o každém předpisu, zda vyjadřuje přímou úměrnost.

a) $f: y = 2,1x$	A / N
b) $f: y = 4: x$	A / N
c) $f: y = 2 + x$	A / N

d) $f: y = -5x$	A / N
e) $f: y = x$	A / N
f) $f: y = 3$	A / N

4. Tabulky vyjadřují přímou úměrnost. Urči hodnotu koeficientu k (předpis $y = kx$) a doplň vhodně údaje chybějící v tabulce. K zápisu využívej desetinná čísla.

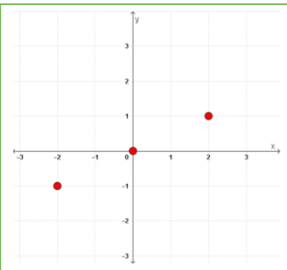
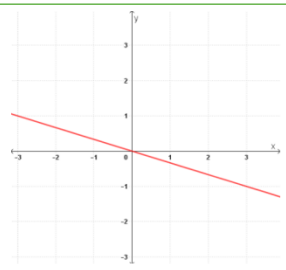
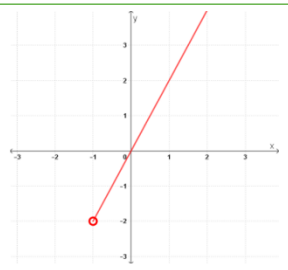
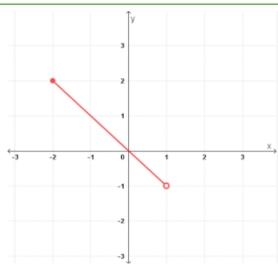
a)	x	1	2	3	4	$k = \underline{\hspace{2cm}}$
	y	5	10			

b)	x	2	4	8	20	$k = \underline{\hspace{2cm}}$
	y		32			

c)	x	5	10	15	20	$k = \underline{\hspace{2cm}}$
	y	1				

d)	x	10	20	30	40	$k = \underline{\hspace{2cm}}$
	y		-10			

5. Z grafů přímých úměrností zjisti jejich předpis, definiční obor a obor hodnot. Vhodně doplň chybějící části zápisu.

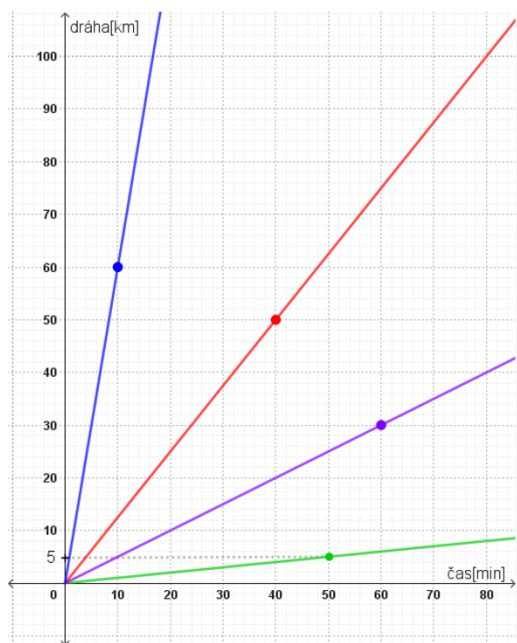
			
$y = 0,5x$	$y = \quad : 3$	$y = x$	$y = \quad$
$D = \quad -2; 0; 2$	$D = R$	$D = \{x \in R; \quad < x\}$	$D = \{x \in R; -2 \leq \quad < 1\}$
$H = \{ \quad ; 0; 1\}$	$H = \quad$	$H = \{ \in R; -2 < y\}$	$H = \{y \in R; \quad < y \leq \quad\}$

6. Doplň předpis nebo souřadnice bodu tak, aby předpis přímé úměrnosti procházel daným bodem. Čísla v případě potřeby zapisuj jako desetinná čísla.

a)	$y = 4x$	$A[\quad ; 4]$
b)	$y = -0,3x$	$B[2; \quad]$
c)	$y = \frac{1}{\quad} x$	$C[100; 5]$

d)	$y = \quad x$	$D[0,5; 3]$
e)	$y = \frac{2}{15} x$	$E[\quad ; 10]$
f)	$y = \quad x$	$F[-3; -15]$

7. Na obrázku je znázorněna průměrná vzdálenost (v km) v závislosti na čase (v min) pro různé způsoby dopravy. Doplň tabulku a napiš koeficient k přímé úměrnosti pro jednotlivé způsoby dopravy pomocí desetinného čísla.



Předpis	$y = \quad x$	$y = \quad x$	$y = \quad x$	$y = \quad x$
	Chůze (km)	Kolo (km)	Auto (km)	Letadlo (km)
10 min				60
20 min				
30 min				
40 min			50	
50 min	5			
60 min		30		

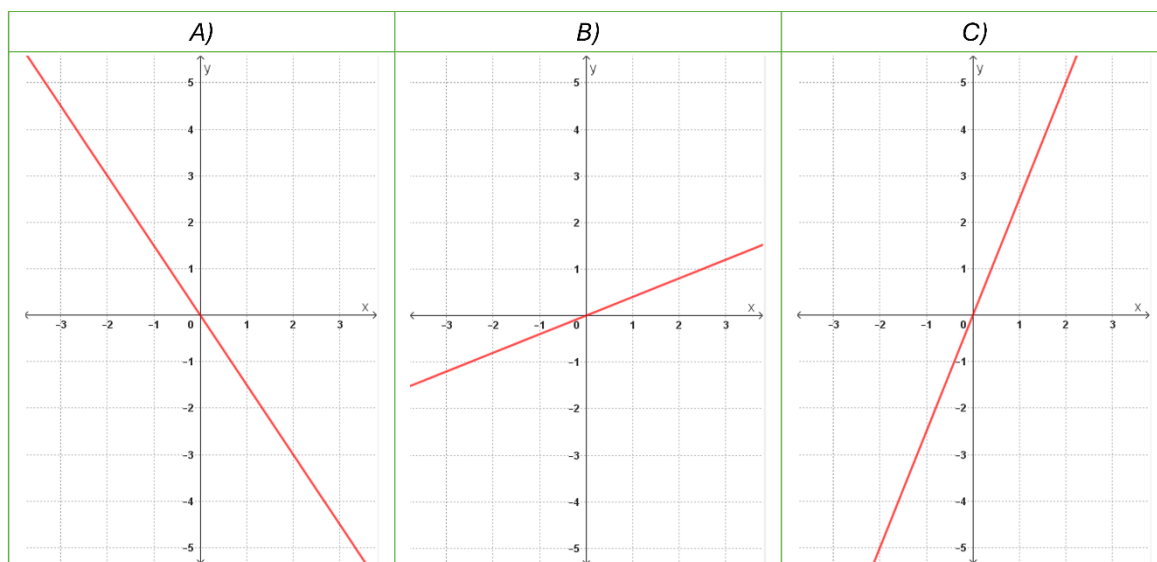
8. Vytvoř správné trojice (předpis – tabulka – graf), které popisují stejnou přímou úměrnost pro všechna reálná čísla. Trojice vytvoř u předpisu za pomoci výběru příslušného písmene z nabídky.

Předpis	$f: y = \frac{2}{5}x$	$f: y = -1,5x$	$f: y = 2,5x$
Tabulka	$a/b/c$	$a/b/c$	$a/b/c$
Graf	$A/B/C$	$A/B/C$	$A/B/C$

a)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-5	-2,5	0	2,5	5

b)	x	-2	-1	0	1	2
	y	3	1,5	0	-1,5	-3

c)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-0,8	-0,4	0	0,4	0,8



Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Přímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/uztsvwn6>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *Přímá úměrnost - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/saeudau2>. [citováno 2024-03-05].

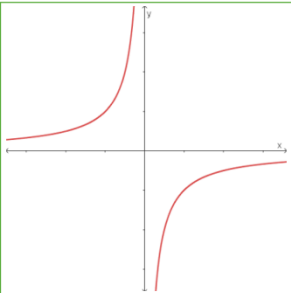
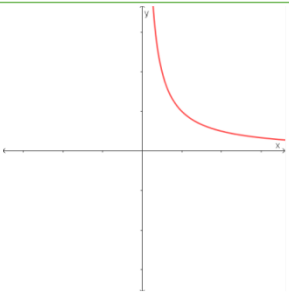
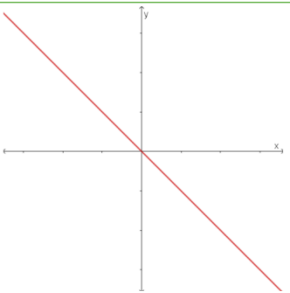
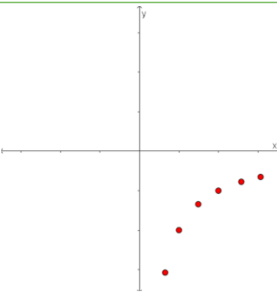
NĚMEC, Petr, 2022. *Přímá úměrnost - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/BlTvQ5FbWog?si=uAKJVWoBSOcYCy5A>. [citováno 2024-03-10].

Příloha 8: Pracovní list č. 8: funkce – nepřímá úměrnost (zadání)

PRACOVNÍ LIST Č. 8: FUNKCE – NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) 0:17-0:32</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Prohlédni si mě!</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Najdi mě!</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	--	--	---

1. Rozhodni (Ano / Ne), který z grafů je graf nepřímé úměrnosti.

 <p>A / N</p>	 <p>A / N</p>	 <p>A / N</p>	 <p>A / N</p>
---	---	--	---

2. Rozhodni (Ano / Ne) o každém předpisu, zda vyjadřuje nepřímou úměrnost.

a) $f: y = x : 4$	A / N	d) $f: y = -0,5x$	A / N
b) $f: y = \frac{3}{x}$	A / N	e) $f: y = -0,6 : x$	A / N
c) $f: y = 2 : x$	A / N	f) $f: y = -\frac{1}{x}$	A / N

3. Tabulky vyjadřují nepřímou úměrnost. Urči hodnotu koeficientu k (předpis $y = \frac{k}{x}$) a doplň vhodně údaje chybějící v tabulce. K zápisu využívej desetinná čísla.

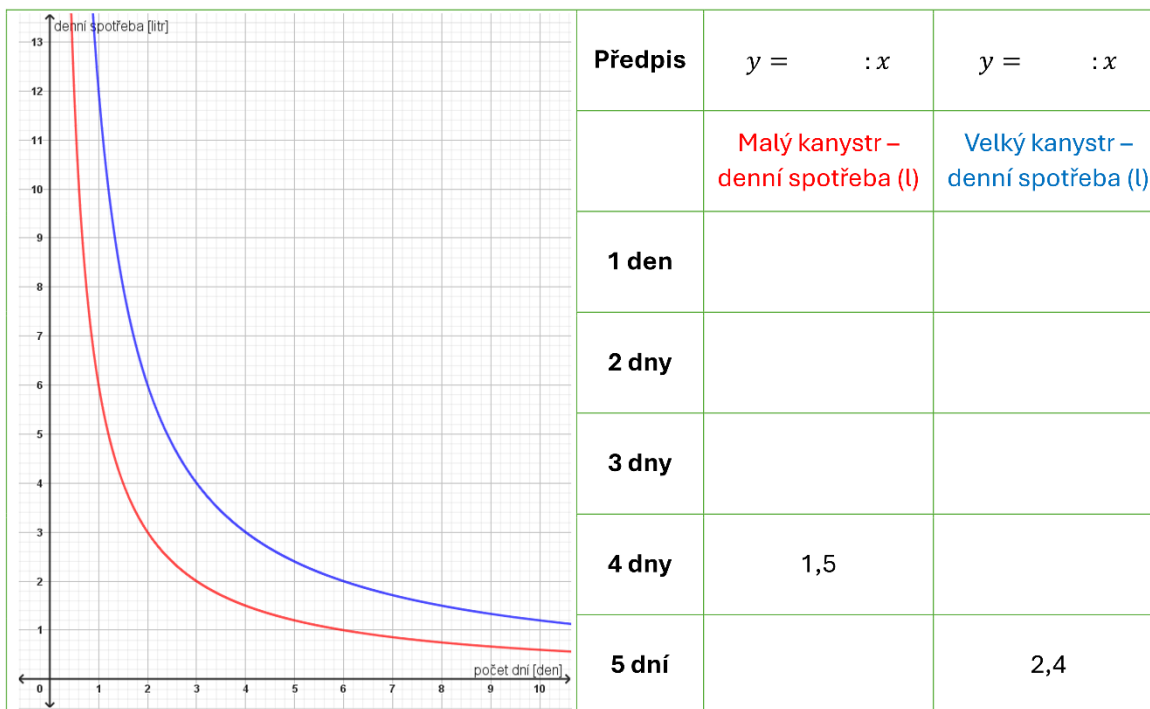
a)	x	1	2	3	4	k = _____
	y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$		
b)	x	2	4	8	20	k = _____
	y		$\frac{3}{2}$		$\frac{3}{10}$	
c)	x	5	10	15	20	k = _____
	y	$\frac{1}{25}$		$\frac{1}{75}$		
d)	x	10	20	30	40	k = _____
	y		$-\frac{1}{40}$	$-\frac{1}{60}$	$-\frac{1}{80}$	

4. Doplň předpis nebo souřadnice bodu tak, aby předpis nepřímé úměrnosti procházel daným bodem. Čísla v případě potřeby zapisuj jako desetinná čísla.

a)	$y = \frac{4}{x}$	A[; 2]
b)	$y = -\frac{6}{x}$	B[2;]
c)	$y = \frac{2}{-}$	C[2; 1]

d)	$y = \frac{\quad}{x}$	D[3; 12]
e)	$y = 0,42 : x$	E[; 0,07]
f)	$y = \quad : x$	F[-5; 3]

5. Na cestu po rozvojových zemích v Africe si Petr mohl vzít menší kanystr nebo větší kanystr na pitnou vodu. Na obrázku je znázorněn graf, kolik litrů může Petr použít, aby vydržel ze zásob pitné vody určitý počet dní. Doplň tabulku (k zápisu využívej desetinná čísla) a předpis nepřímých úměrností.



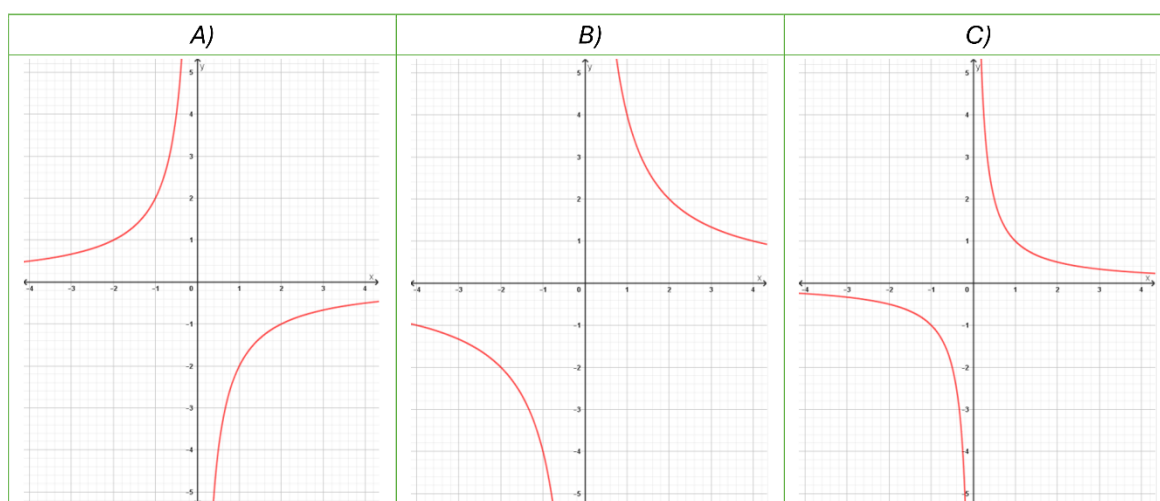
6. Vytvoř správné trojice (předpis – tabulka – graf), které popisují stejnou nepřímou úměrnost pro všechna reálná čísla kromě nuly. Trojice vytvoř u předpisu za pomoci výběru příslušného písmene z nabídky.

Předpis	$f: y = \frac{4}{x}$	$f: y = -\frac{2}{x}$	$f: y = \frac{1}{x}$
Tabulka	$a/b/c$	$a/b/c$	$a/b/c$
Graf	$A/B/C$	$A/B/C$	$A/B/C$

a)	x	-2	-1	1	2
	y	1	2	-2	-1

b)	x	-2	-1	1	2
	y	-0,5	-1	1	0,5

c)	x	-2	-1	1	2
	y	-2	-4	4	2



Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Nepřímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/qxswqud7>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *Nepřímá úměrnost - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/t8qgm2up>. [citováno 2024-03-05].

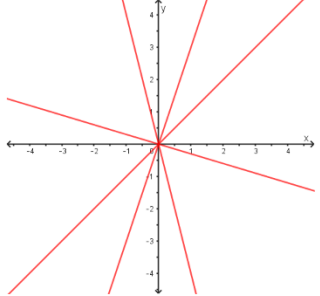
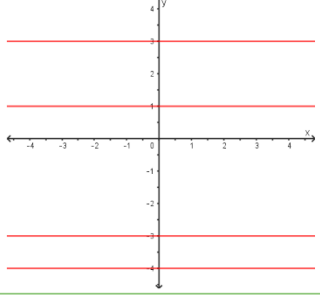
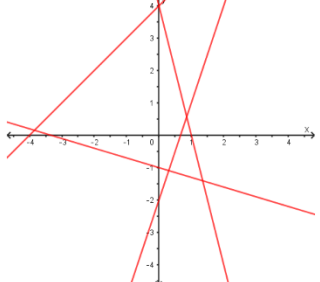
NĚMEC, Petr, 2022. *Nepřímá úměrnost - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/8ee-uYu4kv0?si=ei18OROy5B4vIvA1>. [citováno 2024-03-10].

Příloha 9: Pracovní list č. 9: funkce – lineární funkce (zadání)

PRACOVNÍ LIST Č. 9: FUNKCE – LINEÁRNÍ FUNKCE

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Lineární funkce (10:41-11:49)</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) 3 podoby lineární f. (6:58-9:19)</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Rostoucí, klesající konstantní (0:54-3:38)</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
	<p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Prohlédni si mě!</p>		<p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Najdi mě!</p>

1. Vytvoř správné trojice (podmínky – název – graf) pro předpis lineární funkce ($y = kx + q$).

$k \neq 0$ $q = 0$	<p>Konstantní funkce</p>	
$k \neq 0$ $q \in \mathbb{R}$	<p>Přímá úměrnost</p>	
$k = 0$ $q \in \mathbb{R}$	<p>Ostatní lineární funkce</p>	

2. Rozhodni, zda je tvrzení pravdivé.

a) Grafem lineární funkce je přímka (popř. část přímky).	PRAVDA / NEPRAVDA
b) Grafem konstantní funkce je rovnoběžka s osou y .	PRAVDA / NEPRAVDA
c) K sestrojení grafu lineární funkce stačí znát dva body, kterými graf prochází.	PRAVDA / NEPRAVDA
d) Funkce $f: y = kx + q$ je rostoucí, jestliže je koeficient k menší než 0.	PRAVDA / NEPRAVDA
e) Funkce $f: y = kx + q$ je klesající, jestliže je koeficient q menší než 0.	PRAVDA / NEPRAVDA

3. Na obrázku je graf, který znázorňuje nabíjení mobilu v situaci, kdy Anička vypnula po cestě domů mobil a zapnula ho až doma po vložení na nabíječku. U následujících tvrzení rozhodni o jejich pravdivosti.

	a)	Anička nabíjela mobil 50 minut.
		PRAVDA / NEPRAVDA
	b)	Cesta domů trvala 15 minut.
		PRAVDA / NEPRAVDA
	c)	Za 10 minut se nabije mobil o 10 % celkové kapacity.
		PRAVDA / NEPRAVDA
	d)	Anička doma nabila mobil na 90 % celkové kapacity.
		PRAVDA / NEPRAVDA

4. Rozhodni (Ano / Ne), zda předpis je předpisem lineární funkce.

a) $f: y = 7x - 3$	A / N
b) $f: y = x^2$	A / N
c) $f: y = 6$	A / N
d) $f: y = -5 - x$	A / N

e) $f: y = 4: x$	A / N
f) $f: y = \frac{3}{5}x$	A / N
g) $f: y = -3x$	A / N
h) $f: y = 4 \cdot (x + 3)$	A / N

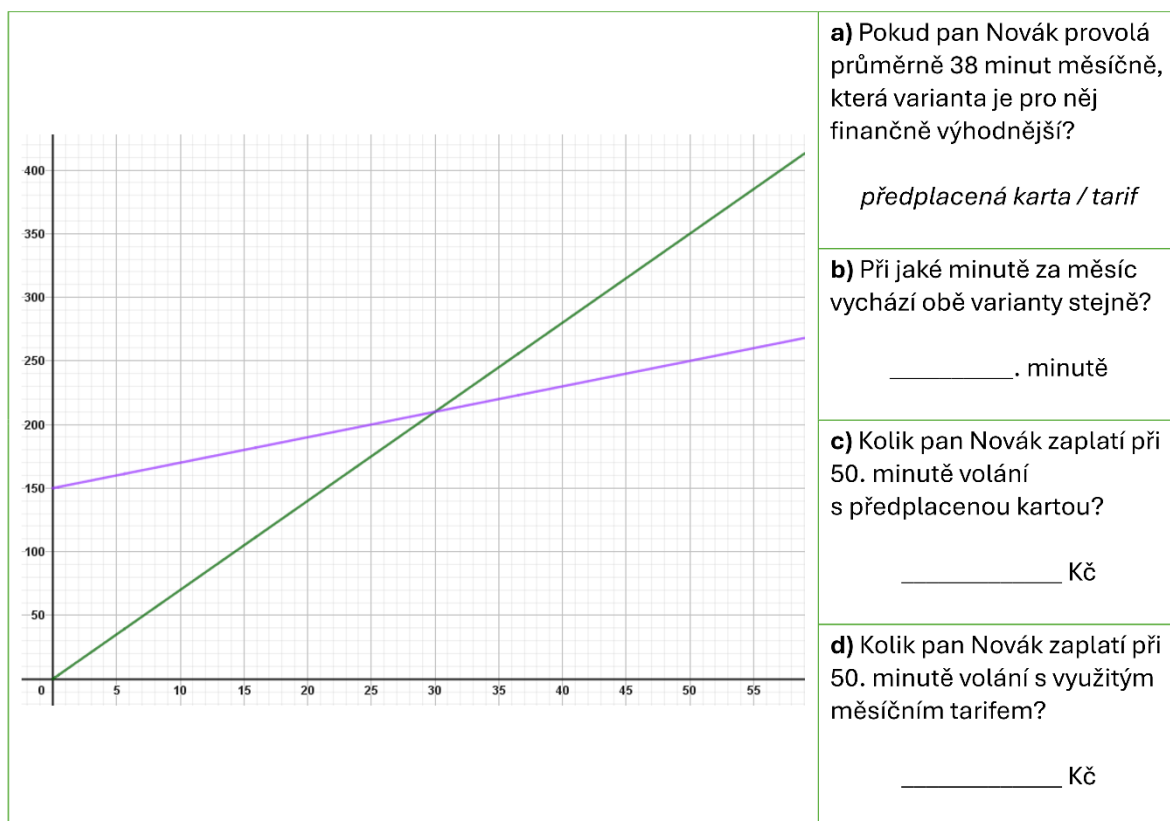
5. Rozhodni (ano/ne) o následujících předpisech lineárních funkcí, zda se jedná o funkci rostoucí klesající či konstantní.

a) $y = 3x - 7$	rostoucí / klesající / konstantní	f) $y = 4 - x$	rostoucí / klesající / konstantní
b) $y = -3x$	rostoucí / klesající / konstantní	g) $y = 2 \cdot 3x - 6x$	rostoucí / klesající / konstantní
c) $y = 2x + 9$	rostoucí / klesající / konstantní	h) $y = 0,5x$	rostoucí / klesající / konstantní
d) $y = \sqrt{2} \cdot x$	rostoucí / klesající / konstantní	i) $y = -4$	rostoucí / klesající / konstantní
e) $y = -7x + 2$	rostoucí / klesající / konstantní	j) $y = -\frac{5}{3}x$	rostoucí / klesající / konstantní

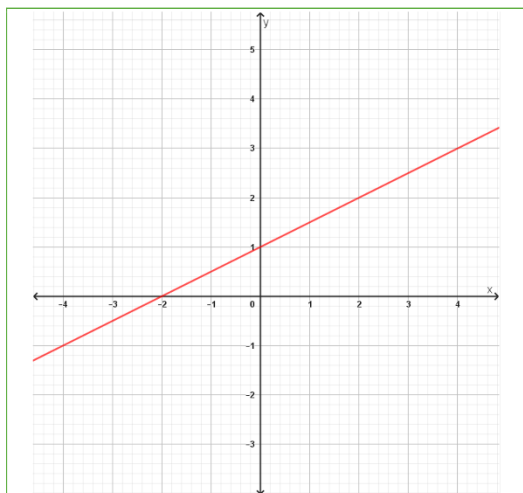
6. Doplň chybějící souřadnice bodů tak, aby ležel na dané lineární funkci.

a)	$y = x + 3$	A[; 7]	B[-2;]	d)	$y = 2$	A[-5;]	B[3;]
b)	$y = 2x - 4$	A[-1;]	B[; 2]	e)	$y = x : 3 + 1$	A[3;]	B[; 3]
c)	$y = -5x$	A[; -10]	B[-2;]	f)	$y = \frac{x}{2}$	A[; 2]	B[-6;]

7. Pan Novák dostal od svého operátora nabídku, že místo využívání předplacené karty a volání za 7 Kč za minutu může využít měsíční tarif za 150 Kč, při kterém bude mít volání minutu za 2 Kč. Situace je zaznačena do grafu. Pomocí obrázku grafu odpověz na otázky.

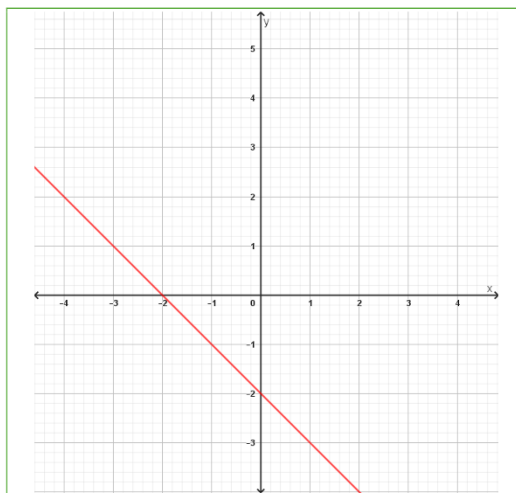


8. Podle funkce zobrazené v grafu napiš správný předpis pro lineární funkci (piš ve tvaru $y = kx + q$; v případě potřeby využívej desetinná čísla; vše bez mezer). Rozhodni, o jakou funkci se jedná (konstantní funkce, funkce přímé úměrnosti, obecná lineární funkce).
 Náповěda: k hledání předpisu využij dva body patřící dané lineární funkci.



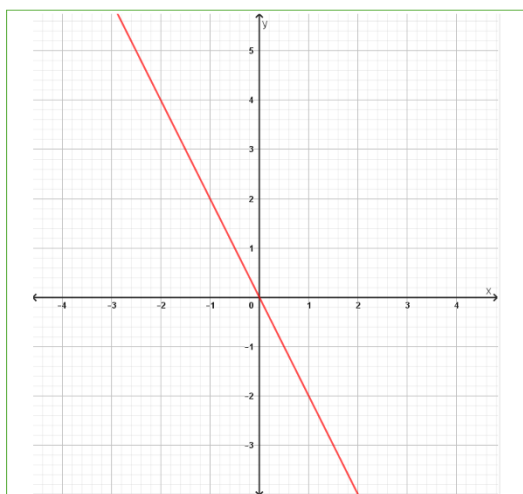
$y =$

konstantní / přímá úměrnost / obecná



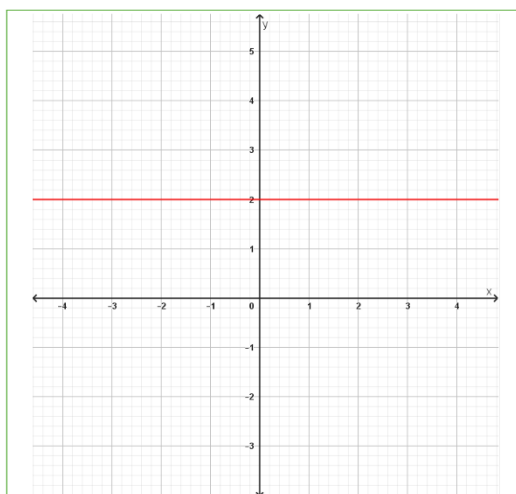
$y =$

konstantní / přímá úměrnost / obecná



$y =$

konstantní / přímá úměrnost / obecná



$y =$

konstantní / přímá úměrnost / obecná

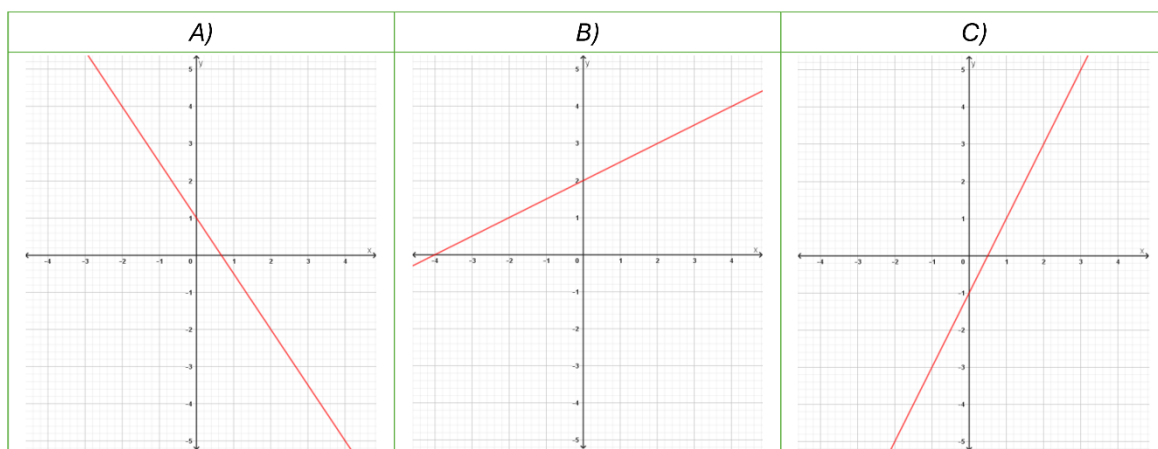
9. Vytvoř správné trojice (předpis – tabulka – graf), které popisují stejnou lineární funkci pro všechna reálná čísla. Trojice vytvoř u předpisu za pomoci výběru příslušného písmene z nabídky.

Předpis	$f: y = 2x - 1$	$f: y = -1,5x + 1$	$f: y = 0,5x + 2$
Tabulka	$a/b/c$	$a/b/c$	$a/b/c$
Graf	$A/B/C$	$A/B/C$	$A/B/C$

a)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-5	-3	-1	1	3

b)	x	-2	-1	0	1	2
	y	1	1,5	2	2,5	3

c)	x	-2	-1	0	1	2
	y	4	2,5	1	-0,5	-2



Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Lineární funkce*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/tdtvnpvj>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *Lineární funkce - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/d96ux52n>. [citováno 2024-03-05].

NĚMEC, Petr, 2022. *Lineární funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/C7iKgOtU9Vc?si=3xlBHSTpHcGngRft>. [citováno 2024-03-10].

NĚMEC, Petr, 2023. *Rostoucí, klesající, konstantní funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/9ffy6EGa9Hw?si=EpgWuBW--z1Vppc5>. [citováno 2024-03-10].

Příloha 10: Pracovní list č. 10: funkce (zadání)

PRACOVNÍ LIST Č. 10: FUNKCE

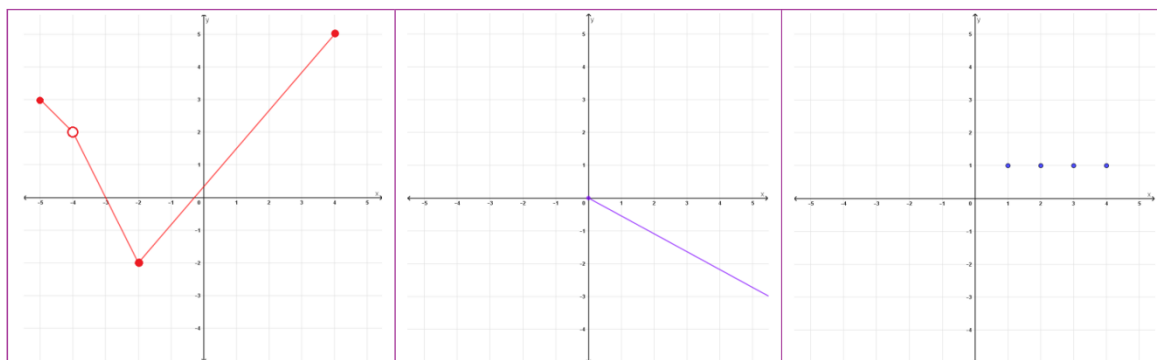
 <p>Prohlédni si mě! (GeoGebra) Přímá úměrnost</p>	 <p>Prohlédni si mě! (GeoGebra) Nepřímá úměrnost</p>	 <p>Prohlédni si mě! (GeoGebra) Lineární funkce</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
--	--	--	---

1. Rozhodni, zda jsou tvrzení pravdivá.

a) Graf konstantní funkce neprotíná osu y .	PRAVDA / NEPRAVDA
b) Funkce $y = 8 - 3x$ je klesající.	PRAVDA / NEPRAVDA
c) Grafem přímé úměrnosti je hyperbola.	PRAVDA / NEPRAVDA
d) Graf funkce $y = 6x + 2$ protne osu y v bodě 2.	PRAVDA / NEPRAVDA
e) Přímá úměrnost je speciálním případem lineární funkce.	PRAVDA / NEPRAVDA

2. Vyber vhodný interval nebo množinu pro určení definičního oboru a oboru hodnot pro zobrazené grafy funkcí vytvořením trojice (definiční obor – graf funkce – obor hodnot).

$D = (0; \infty)$	$D = \{1; 2; 3; 4\}$	$D = (-5; -4) \cup (-4, 4 >$
-------------------	----------------------	------------------------------



$H = \{2\}$	$H = < -2; 5 >$	$H = (-\infty; 0 >$
-------------	-----------------	---------------------

3. Rozhodni (Ano / Ne), zda bod $[-2; 4]$ leží na grafu funkce.

a) $f: y = -5x - 5$	b) $f: y = -8: x$	c) $f: y = -2x$
A / N	A / N	A / N

4. Urči funkce a vypočítejte jejich funkční hodnotu $f(-5)$.

a) $f: y = -3x$	obecně lineární / konstantní / přímá úměrnost / nepřímá úměrnost	$f(-5) =$
b) $f: y = 20: x$	obecně lineární / konstantní / přímá úměrnost / nepřímá úměrnost	$f(-5) =$
c) $f: y = 8$	obecně lineární / konstantní / přímá úměrnost / nepřímá úměrnost	$f(-5) =$
d) $f: y = 4x + 11$	obecně lineární / konstantní / přímá úměrnost / nepřímá úměrnost	$f(-5) =$

5. Napiš předpis funkce za pomoci bodů procházející jejich grafem.

a) Rovnice přímé úměrnosti, kterou prochází bod $[2; 6]$.	$y =$
b) Rovnice nepřímé úměrnosti, kterou prochází bod $[2; 2]$.	$y =$: x
c) Rovnice konstantní funkce, kterou prochází bod $[5; 2]$.	$y =$
d) Rovnice lineární funkce, kterou prochází bod $[2; -1]$ a bod $[0; -5]$.	$y =$

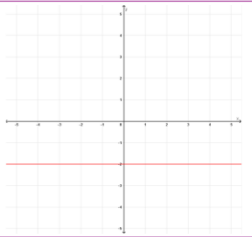
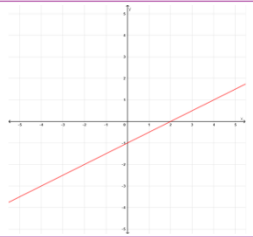
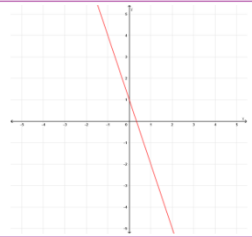
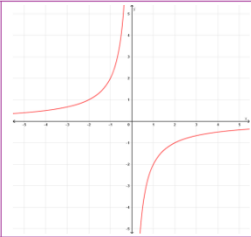
6. Rozhodni, zda tvrzení vyjadřuje přímou nebo nepřímou úměrnost.

a) Napuštění bazénu jedním přítokem trvá 20 hodin. Napuštění čtyřmi stejnými přítoky se naplní bazén čtyřikrát rychleji.	PŘÍMÁ / NEPŘÍMÁ
b) S vyšším počtem operátorů na zákaznické lince se krátí doba čekání zákazníků.	PŘÍMÁ / NEPŘÍMÁ
c) Jeden chléb stojí 45 Kč, dva chleby 90 Kč.	PŘÍMÁ / NEPŘÍMÁ
d) Čím kratší je délka strany čtverce, tím menší je jeho obvod.	PŘÍMÁ / NEPŘÍMÁ
e) Dva dělníci postaví zeď za 6 dní, tři dělníci za 4 dny.	PŘÍMÁ / NEPŘÍMÁ
f) Čím více plechovek barvy máme, tím více stěn vymalujeme.	PŘÍMÁ / NEPŘÍMÁ

7. Vytvoř vhodně dvojice (slovní vyjádření – funkční předpis).

a) Délka strany čtverce (x) a obvod čtverce (y).	$y = 4x + 4$
b) Poloměr kruhu (x) a obvod kruhu (y).	$y = 4x$
c) Délka strany trojúhelníku (x) a obvod u rovnostranného trojúhelníku (y).	$y = 3x$
d) Délka jedné strany obdélníku (x) s druhou stranou o 2 cm delší a obvod obdélníku (y).	$y = 2\pi x$

8. Dle obrázku grafu funkce vyber vhodný předpis, urči a vyber definiční obor a obor hodnot. Na závěr urči funkci a vyber, zda je funkce klesající, rostoucí nebo konstantní.

Graf				
Předpis	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$
Definiční obor	e/f	e/f	e/f	e/f
Obor hodnot	$g/h/i$	$g/h/i$	$g/h/i$	$g/h/i$
Funkce je ...	j/k	j/k	j/k	j/k
Funkce je ...	$l/m/n$	$l/m/n$	$l/m/n$	$l/m/n$

a) $y = 0,5x - 1$	b) $y = -2: x$	c) $y = -2$	d) $y = -3x+1$
e) $D = R$		f) $D = R - \{0\}$	
g) $H = R$	h) $H = \{-2\}$	i) $H = R - \{0\}$	
j) funkce lineární		k) funkce nepřímé úměrnosti	
l) klesající	m) rostoucí	n) konstantní	

Použité zdroje:



JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024. *Lineární funkce*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/tdtvnpvj>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024. *Nepřímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/qxswqud7>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024. *Přímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/uztsvwn6>. [citováno 2024-03-05].

Příloha 11: Pracovní list č. 1: základy statistiky – pojmy (řešení)

PRACOVNÍ LIST Č. 1: ZÁKLADY STATISTIKY – POJMY

	<p>Připomeň si mě! (YouTube) 0:28-2:14</p>		<p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	---	--	---

1. Urči správné dvojice spojením pojmu a odpovídajícího tvrzení.

Statistické šetření	= jeden konkrétní prvek statistického souboru
Kvalitativní znak	= vlastnost (hodnota) statistické jednotky, kterou zkoumáme
Statistická jednotka	= množina zkoumaných prvků
Kvantitativní znak	= získávání statistických údajů
Rozsah statistického souboru	= hodnoty se liší kvalitou (nelze vyjádřit číslem)
Statistický znak	= hodnoty se liší velikostí (lze vyjádřit číslem)
Statistika	= vědní obor zabývající se zpracováním hromadných jevů
Statistický soubor	= počet všech jednotek statistického souboru

2. Rozděľ údaje z nabídky kodpovídajícímu pojmu (statistický soubor, statistická jednotka, statistický znak).

A) můj křeček	D) paní Nováková	H) všichni obyvatelé České republiky
J) počet sourozenců	B) všechny výrobky v naší lednici	E) všichni příbuzní
F) žák 8.A	K) výška	C) středoškolské vzdělání
I) všechny filmy v kině	G) barva očí	L) film Madagaskar

<p>Statistický soubor</p>	<p>Statistická jednotka</p>	<p>Statistický znak</p>
----------------------------------	------------------------------------	--------------------------------

3. Rozhodni o následujících statistických znacích, zda jsou kvalitativní či kvantitativní.

věk	kvalitativní / <input checked="" type="checkbox"/> kvantitativní
cena	kvalitativní / <input checked="" type="checkbox"/> kvantitativní
mateřský jazyk	<input checked="" type="checkbox"/> kvalitativní / kvantitativní
výška	kvalitativní / <input checked="" type="checkbox"/> kvantitativní
sport	<input checked="" type="checkbox"/> kvalitativní / kvantitativní
barva očí	<input checked="" type="checkbox"/> kvalitativní / kvantitativní
hodinová mzda	kvalitativní / <input checked="" type="checkbox"/> kvantitativní

teplota	kvalitativní / <input checked="" type="checkbox"/> kvantitativní
způsob dopravy	<input checked="" type="checkbox"/> kvalitativní / kvantitativní
filmový žánr	<input checked="" type="checkbox"/> kvalitativní / kvantitativní
hmotnost	kvalitativní / <input checked="" type="checkbox"/> kvantitativní
dosažené vzdělání	<input checked="" type="checkbox"/> kvalitativní / kvantitativní
počet dětí	kvalitativní / <input checked="" type="checkbox"/> kvantitativní
výrobce konzerv	<input checked="" type="checkbox"/> kvalitativní / kvantitativní

4. Na zahradě paní Dolákové rostou různé druhy zeleniny včetně mrkvi. Mrkve následně měří, aby zjistila, která je nejdelší. Vykopala osm mrkvi, které měly délku: 12 cm, 8 cm, 10 cm, 15 cm, 6 cm, 9 cm, 11 cm, 14 cm. Odpověz na následující otázky. Vyber správné odpovědi z nabídky.



a)	Co tvoří statistický soubor? Zahrada paní Dolákové. / <input checked="" type="checkbox"/> Vykopané mrkve paní Dolákové. / Paní Doláková.
b)	Co je statistická jednotka? <input checked="" type="checkbox"/> Jednotlivé mrkve. / Zelenina na zahradě. / Délka. / Centimetry.
c)	Jaký statistický znak je zkoumán? Šířka. / Hmotnost. / <input checked="" type="checkbox"/> Délka. / Barva. / Tvar. / Tvrdost.
d)	O jaký druh znaku se jedná? <input checked="" type="checkbox"/> Kvantitativní. / Kvalitativní.
e)	Jaký je rozsah statistického souboru? 6 / <input checked="" type="checkbox"/> 8 / 10 / 12 / 14

Použité zdroje:

NĚMEC, Petr, 2022. *Statistika - Aritmetický průměr - Matematika 8*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/R2Fdl_fMCOY?si=6S6FlN2xwPXJmEom. [citováno 2024-03-10].

Příloha 12: Pracovní list č. 2: absolutní a relativní četnost (řešení)

PRACOVNÍ LIST Č. 2: ABSOLUTNÍ A RELATIVNÍ ČETNOST

	Připomeň si mě! (YouTube) 0:28-2:14		Vyplň mě online! (LiveWorksheets)
---	--	--	---

1. Urči správné dvojice spojením pojmu a odpovídajícího tvrzení.

Relativní četnost	= podíl absolutní četnosti a rozsahu statistického souboru
Absolutní četnost	= kolikrát se hodnota zkoumaného znaku ve statistickém souboru vyskytla

2. Doplň slovo (absolutní / relativní), aby bylo tvrzení pravdivé.

- a) **ABSOLUTNÍ** / **RELATIVNÍ** četnost je vhodná pro porovnávání dvou statistických souborů různého rozsahu.
- b) Součet všech **ABSOLUTNÍCH** / **RELATIVNÍCH** četností je roven „rozsahu“ statistického souboru.
- c) Vynásobíme-li **ABSOLUTNÍ** / **RELATIVNÍ** četnost stem, dostaneme **ABSOLUTNÍ** / **RELATIVNÍ** četnost v procentech.
- d) Součet všech **ABSOLUTNÍCH** / **RELATIVNÍCH** četností je 1.
- e) Součet všech **ABSOLUTNÍCH** / **RELATIVNÍCH** četností vyjádřen v procentech je 100 %.

3. V knihkupectví se prodalo za rok 400 pracovních sešitů. Sledovalo se, na který předmět se pracovní sešit zaměřoval. Doplň správně následující tabulku.

Pracovní sešit	Český jazyk	Anglický jazyk	Matematika	Přírodopis	Dějepis
Četnost	40	80	140	120	20
Relativní četnost	0,1	0,2	0,35	0,3	0,05

4. Kateřina zapisovala pomocí čárek, jakou barvu trička si spolužáci chtějí objednat. Zapiš do tabulky četnost a relativní četnost v % (zaokrouhluj na desetiny procent). Odpověz na otázky.

Barva trička	žlutá	zelená	modrá	červená
				
Četnost	2	4	6	4
Relativní četnost (%)	12,5	25	37,5	25

a) Jaký je rozsah statistického souboru?

16

b) Jaký je součet všech absolutních četností?

16

c) Jaký je součet relativních četností v procentech?

100 %

d) Kolik žáků si objednalo modré tričko?

6

e) Kolik procent žáků si objednalo červené tričko?

25

f) V jaké barvě si objednalo 12,5 % žáků?




žluté

Použité zdroje:

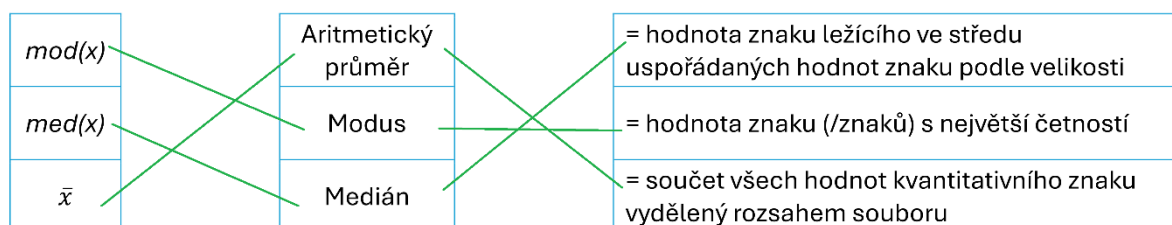
NĚMEC, Petr, 2022. *Statistika - Aritmetický průměr - Matematika 8*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/R2Fd_fMCOY?si=6S6FIn2xwPXJmEom. [citováno 2024-03-10].

Příloha 13: Pracovní list č. 3: aritmetický průměr, modus, medián (řešení)

PRACOVNÍ LIST Č. 3: ARITMETICKÝ PRŮMĚR, MODUS, MEDIÁN

 Připomeň si mě! (YouTube)	Slovníček (EN-CZ) mean = průměr median = medián mode = modus	 Vyzkoušej si mě! (GeoGebra)	 Vyplň mě online! (LiveWorksheets)
--	--	---	--

1. Vytvoř správné trojice spojením: značení – pojem – tvrzení.



2. Rozhodni, zda je tvrzení pravdivé.

a) Aritmetický průměr je vždy stejný jako medián.	PRAVDA / NEPRAVDA
b) Modus může být více než jeden.	PRAVDA / NEPRAVDA
c) Medián je střední hodnota v uspořádaném seznamu dat.	PRAVDA / NEPRAVDA
d) Modus může být vypočítán pro jakýkoliv znak statistického souboru.	PRAVDA / NEPRAVDA

3. ARITMETICKÝ PRŮMĚR: V tabulce je měření teploty během sobotního a nedělního dne. Rozhodni, který den byla vyšší průměrná teplota a napiš, jaká je to hodnota.

Čas	6:00	9:00	12:00	15:00	17:00	21:00
Sobota – teplota °C	12	13	15	18	20	18
Neděle – teplota °C	7	10	15	18	22	21

V **SOBOTU**/NEDĚLI byla vyšší průměrná teplota o hodnotě 16 °C.

4. ARITMETICKÝ PRŮMĚR: Vypočítej aritmetické průměry. Zapisuj jen v podobě desetinného čísla.

Hodnoty	5, 2, 6, 6, 3, 5, 8	$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{6}$	7, 12, 5, 3, 2
Aritmetický průměr	5	0,5	5,8

5. ARITMETICKÝ PRŮMĚR: Adam, Filip, Hana a Pavel šli hrát minigolf. Hráli na dvě jamky, kde se snažili o co nejmenší skóre v počtu tůknutí holí do míčku. Doplň do tabulky chybějící údaje.

Hráč	Adam	Filip	Hana	Pavel	Průměrné skóre
První jamka	16	13	15	24	17
Druhá jamka	9	13	10	12	11

6. MODUS: Ve zverimexu je 10 psů, 8 koček, 12 ryb, 10 papoušků, 8 králíků, 12 želv, 15 hadů a 10 morčat. Jaký je modus? Správnou možnost vyznač.

Modus je PES / KOČKA / RYBA / PAPOUŠEK / KRÁLÍK / ŽELVA / HAD / MORČE.

7. MODUS: Ve třídě 25 žáků se rozdávaly známky z prověrky. Pětku nedostal nikdo, čtyřku dostali 3 žáci, trojku 6 žáků, dvojku 8 žáků a zbývající počet žáků dostalo jedničku. Jaký je modus známek? Správnou možnost vyznač.

Modus je JEDNIČKA / DVOJKA / TROJKA / ČTYŘKA / PĚTKA.

8. MODUS: Majitelka e-shopu s ručně šitými gumičkami si sestavila tabulku vyjadřující velikost objednávky a počet prodaných tak velkých objednávek. Přemýšlí o sestavení výhodného balíčků o více kusech, a proto potřebuje zjistit, jak velké objednávky se prodávaly nejčastěji. Zjisti modus a správnou možnost vyznač.

Velikost objednávky (kusy)	Počet objednávek	Velikost objednávky (kusy)	Počet objednávek	Velikost objednávky (kusy)	Počet objednávek
1	45	6	37	11	20
2	41	7	28	12	45
3	28	8	21	13	17
4	30	9	28	14	40
5	37	10	31	15	13

Nejčastější velikost objednávky je 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6 / 7 / 8 / 9 / 10 / 11 / 12 / 13 / 14 / 15 kusů gumiček.

9. MEDIÁN: V knihovně byla provedena inventarizace v různých odděleních a zaznačena do tabulky. Jaký je medián počtu knih?

Oddělení	Beletrie	Naučná literatura	Cizojazyčná literatura	Regionální literatura	Odborná literatura	Mapy a průvodce
Počet knih	1 200	900	800	1 100	1 000	700

Medián je 950.

10. MEDIÁN: Vypočítej medián následujících velikostí dámských bot ve výprodeji daný v tabulce.

Velikost boty	37	38	39	40
Počet párů bot	3	2	5	3

Medián je 39.

11. MEDIÁN: V obchodě jsou jahodové sirupy od různých výrobců za tyto ceny: 29,90 Kč; 57,90 Kč; 45,90 Kč, 39,90 Kč, 58,90 Kč, 51,90 Kč. Jaký je medián ceny sirupu?

Medián je 48,90 Kč.

12. Urči aritmetický průměr, modus a medián znaku statistického souboru s následujícími hodnotami: 27 kg, 30 kg, 28 kg, 27 kg, 30 kg, 32 kg, 28 kg, 33 kg, 26 kg.

Aritmetický průměr je 29 kg.

Modus je 26 / 27 / 28 / 29 / 30 / 31 / 32 / 33 kg.

Medián je 28 kg.

13. Ve které tabulce je průměrná cena produktu 24,75 Kč, modus a medián rovný 25 Kč? Správnou možnost vyznač.

a)	Cena produktu	20	25	30
	Počet produktů	10	8	2

b)	Cena produktu	20	25	30
	Počet produktů	17	20	13

c)	Cena produktu	20	25	30
	Počet produktů	13	16	11

d)	Cena produktu	20	25	30
	Počet produktů	12	10	14

14. Žák dostal z matematiky tyto známky: 1, 5, 2, 4, 1, 1, 2, 4, 3, 1, 2, 1. Urči aritmetický průměr, modus a medián.

Známky	1	2	3	4	5
Počet známek	5	3	1	2	1

Aritmetický průměr je 2,25. Modus je 1 / 2 / 3 / 4 / 5. Medián je 2.

Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024. *Aritmetický průměr, modus, medián*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/pw2ckn8e>. [citováno 2024-03-05].

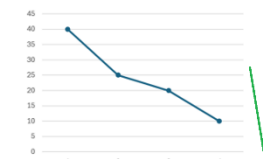
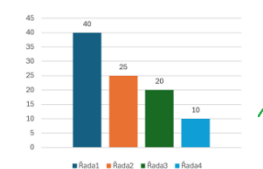

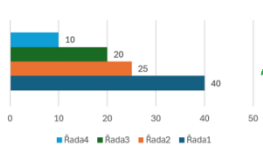
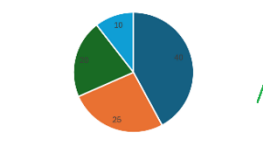
STAR TOASTER, 2022. *Mean, Median, Mode Video for Kids: The Average, Middle, and Most Often* | Star Toaster. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/Iqbd8enkkC0?si=mUfy9ZINietRyhS7>. [citováno 2024-03-10].

Příloha 14: Pracovní list č. 4: diagramy (grafy) (řešení)

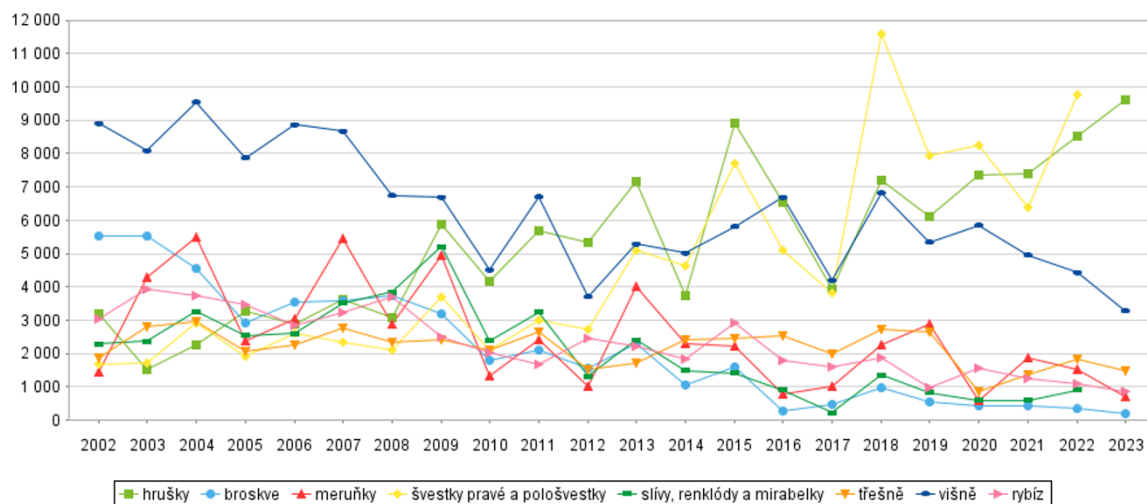
PRACOVNÍ LIST Č. 4: DIAGRAMY (GRAFY)

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Sloupcový graf (EN)</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Kruhový graf (EN)</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Spojnicový graf (EN)</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	---	---	---

1. Vytvoř správné trojice spojením: znázornění – pojem – tvrzení.

	<p>Sloupcový</p>	<p>= četnosti vyjádřeny délkou vodorovných stran dílčích obdélníků</p>
	<p>Pruhový</p>	<p>= pro vyjádření změny, body spojené úsečkami tvoří lomenou čáru, kde na vodorovné ose hodnoty statistického znaku a na svislé ose četnosti hodnot statistického znaku</p>
	<p>Kruhový (výsečový)</p>	<p>= četnosti vyjádřeny délkou pruhu</p>
	<p>Obdélníkový</p>	<p>= četnosti vyjádřeny výškou sloupce</p>
	<p>Spojnicový</p>	<p>= relativní četnosti vyjádřeny obsahem jednotlivých výsečí</p>

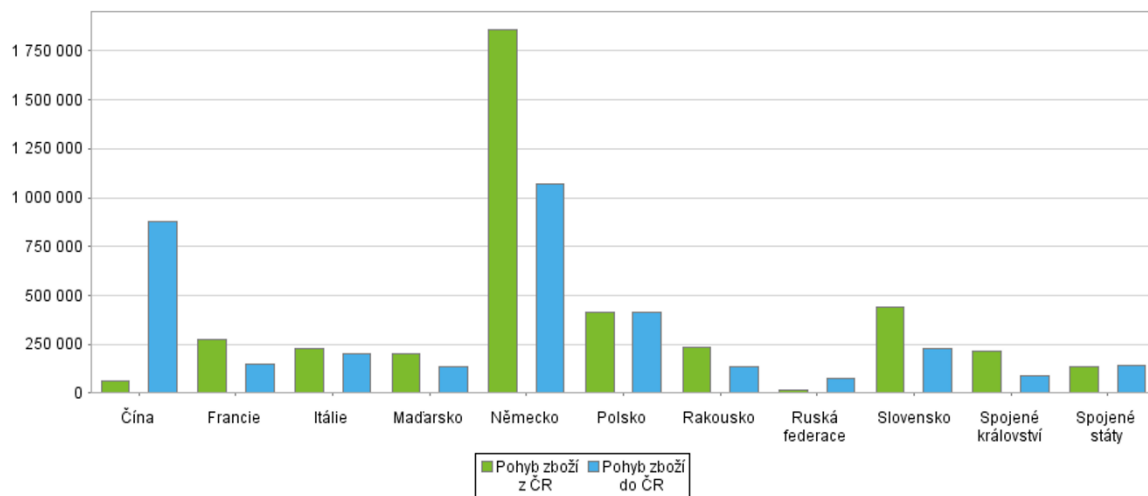
2. Na grafu je sklizeň ovoce v ČR v tunách. Prohlédni si graf a odpověz na následující otázky.



Obrázek 1: Sklizeň ovoce v ČR (t) (Český statistický úřad, 2024b)

a)	Jak se nazývá tento typ grafu? SLOUPCOVÝ / PRUHOVÝ / OBDÉLNÍKOVÝ / KRUHOVÝ / SPOJNICOVÝ
b)	Který rok bylo sklizeno nejvíce višní? 2004
c)	Kterého ovoce se v roce 2022 sklídilo nejméně? HRUŠKY / BROSKVE / MERUŇKY / ŠVESTKY / SLÍVY / TŘEŠNĚ / VIŠNĚ / RYBÍZ
d)	Rostla či klesala sklizeň hrušek, když srovnáme rok 2002 a rok 2022? ROSTLA / KLESALA

3. Na grafu je zobrazen zahraniční obchod se zbožím u vybraných států v roce 2023 absolutně v milionech Kč. V tabulce pod grafem doplň názvy zemí tak, aby odpovídal údajům v grafu.

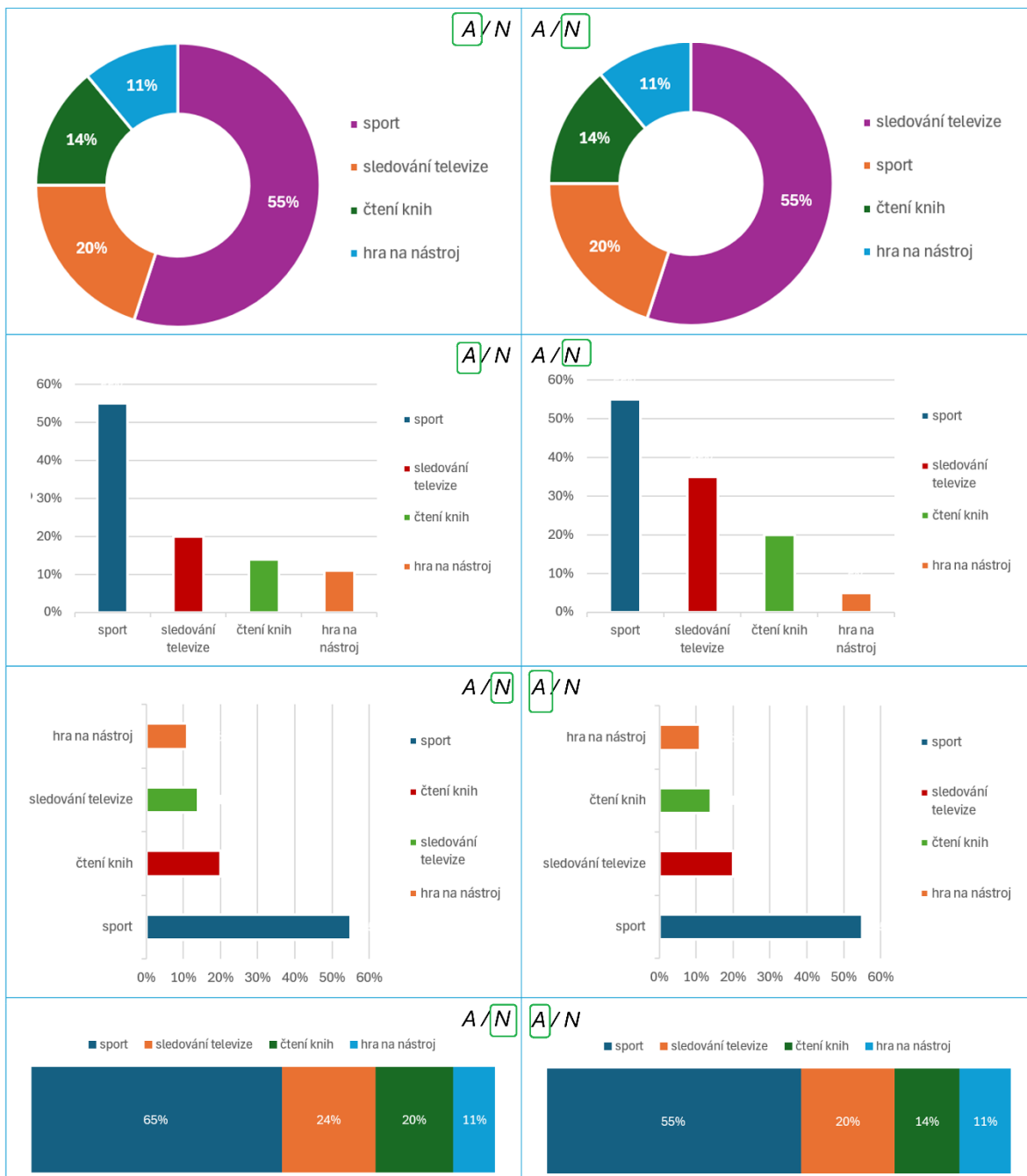


Obrázek 2: Zahraniční obchod se zbožím (vybrané státy) - vývoz, dovoz (Český statistický úřad, 2024c)

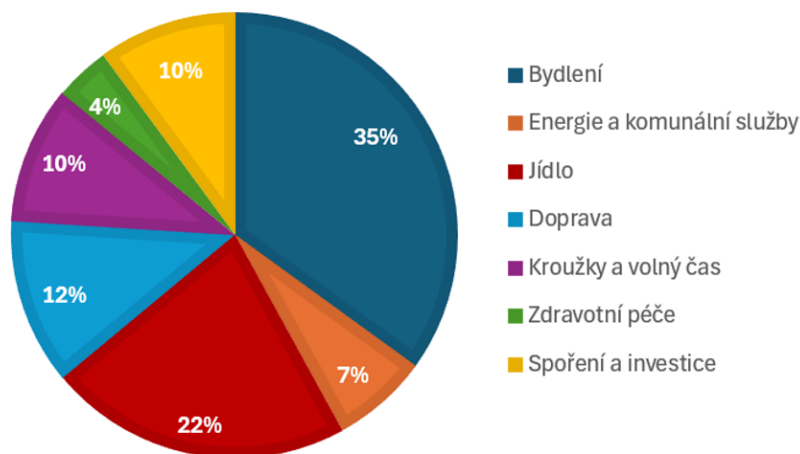
Stát	Pohyb zboží z ČR	Pohyb zboží do ČR	Bilance pohybu zboží přes hranice
Polsko	415 573	412 684	2 889
Čína	58 550	879 826	-821 276
Ruská federace	16 200	77 497	-61 297
Německo	1 861 399	1 068 824	792 575
Slovensko	441 853	229 241	212 612
Rakousko	236 197	133 772	102 425

Tabulka 1: Pohyb zboží přes hranice podle jednotlivých zemí - roční data. (vlastní zpracování z: Český statistický úřad, 2024a)

4. Ve škole proběhl průzkum, co dělají žáci o volném čase. Došlo se k těmto údajům: 55 % sport, 20 % sledování televize, 14 % čtení knih, 11 % hra na nástroj. Vyber (Ano / Ne) odpovídající prstencový, sloupkový, pruhový a obdélníkový diagram.



5. Následující kruhový graf zobrazuje měsíční rozpočet domácnosti tří osob v celkové výši 50 tisíc korun. Prohlédni si graf a odpověz na otázky.



a) Jaká položka je v obdélníkovém grafu největší?

Bydlení

b) Kolik domácnost zaplatí za dopravu?

6 000 Kč

c) Za co platí 11 000 Kč?

Jídlo

d) Kolik procent z rozpočtu dává domácnost na spoření a investice?

10 %

Použité zdroje:

ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *Výstupní objekt VDB*. Online. 2024a. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=7f586278>. [citováno 2024-03-01].

KHAN ACADEMY, 2025. *Reading bar charts: comparing two sets of data | Pre-Algebra | Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/gnyHsgTFXIY?si=e_6xp2T_PpbrxrCA. [citováno 2024-03-10].

KHAN ACADEMY, 2011. *Reading line graphs | Applying mathematical reasoning | Pre-Algebra | Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/36v2EXZRzUE?si=RhEgPzcWj9W-jlfV>. [citováno 2024-03-10].



KHAN ACADEMY, 2011. *Reading pie graphs (circle graphs) | Applying mathematical reasoning | Pre-Algebra | Khan Academy*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/4JqH55rLGKY?si=jQ4zJoaBnxByGdjU>. [citováno 2024-03-10].

Sklizeň ovoce v ČR (t). Online. In: Český statistický úřad. 2024b. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=5b9c56e7>. [citováno 2024-03-01].

Zahraniční obchod se zbožím (vybrané státy) - vývoz, dovoz. Online. In: Český statistický úřad. 2024c. Dostupné z: <https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/shortUrl?su=44f85888>. [citováno 2024-03-01].

Příloha 15: Pracovní list č. 5: závislosti a data (řešení)

PRACOVNÍ LIST Č. 5: ZÁVISLOSTI A DATA

	<p>Zopakuj si mě! (GeoGebra) Aritmetický průměr, modus, medián</p>		<p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	---	--	---

1. Rozhodni o tvrzení, zda je pravdivé či nikoliv.

a) Při statistickém šetření se zjišťují pouze číselné údaje.	PRAVDA / <input checked="" type="checkbox"/> NEPRAVDA
b) Všichni žáci třídy mohou tvořit statistický soubor.	<input checked="" type="checkbox"/> PRAVDA / NEPRAVDA
c) Rozsah statistického souboru je roven počtu statistických jednotek tohoto souboru.	<input checked="" type="checkbox"/> PRAVDA / NEPRAVDA
d) Kvantitativní statistický znak nabývá číselných hodnot.	<input checked="" type="checkbox"/> PRAVDA / NEPRAVDA
e) S kvalitativními statistickými znaky můžeme provádět početní operace.	PRAVDA / <input checked="" type="checkbox"/> NEPRAVDA
f) Počet obyvatel obce je kvalitativní statistický znak.	PRAVDA / <input checked="" type="checkbox"/> NEPRAVDA
g) Průměr a medián nejsou vždy stejné hodnoty.	<input checked="" type="checkbox"/> PRAVDA / NEPRAVDA
h) Všechny hodnoty v rozsahu statistického souboru musí být jedinečné.	PRAVDA / <input checked="" type="checkbox"/> NEPRAVDA

2. Žáci počítali, kolik chyb udělali v mluvnickém cvičení z češtiny. Počet chyb byl následující: 3, 6, 0, 1, 7, 2, 3, 3, 2, 7, 7, 1, 0, 3, 2, 7, 7, 3. Zapiš údaje do tabulky včetně absolutní četnosti, relativní četnosti (zaokrouhli na setiny) a relativní četnosti v procentech. Vypočítej aritmetický průměr, modus a medián. Nakonec vytvoř vlastní kruhový a sloupcový graf, který můžeš následně porovnat s možným řešením.

Počet chyb	0	1	2	3	4	5	6	7
Četnost	2	2	3	5	0	0	1	5
Relativní četnost	0,11	0,11	0,17	0,28	0	0	0,6	0,28
Relativní četnost v %	11	11	17	28	0	0	6	28

Aritmetický průměr je 3,56 (zaokrouhli na setiny).

Modus je 0 / 1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6 / 7.

Medián je 3.



Zkontroluj si mě!
(GeoGebra)
Sloupcový a
kruhový graf
(řešení)

3. Ve výtvarném kroužku děti sledovaly o sobě navzájem různé informace. Informace v tabulce si prohlédni a odpověz na otázky pod ní.

Jméno dítěte	Věk	Oblíbená barva	Počet hodin v kroužku za týden	Oblíbená činnost v kroužku
Alice	8	zelená	2	kresba
David	12	modrá	3	práce se dřevem
Kristýna	11	oranžová	4	modelování
Lucie	10	modrá	4	kresba
Martin	9	modrá	2	modelování
Nikola	11	žlutá	4	výroba šperků
Tomáš	9	červená	2	grafika
Zuzana	12	zelená	2	výroba šperků

a) Co tvoří statistický soubor? děti ve výtvarném kroužku / typ výtvarného kroužku / oblíbená barva

b) Jaký je rozsah statistického souboru?

8

c) Co je statistickou jednotkou souboru?

kroužek / dítě v kroužku / počet dětí

d) Kolik statistických znaků je zkoumáno?

4

e) Znak „oblíbená barva“ je kvalitativní nebo kvantitativní?

kvalitativní

f) Kdo je v kroužku nejmladší?

Alice

g) Kolik dětí z kroužku má rádo práci se dřevem?

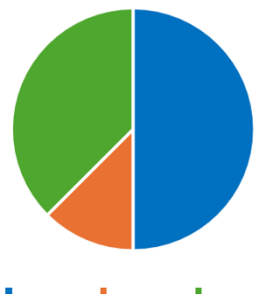
1

h) Kolik procent dětí rádo vyrábí šperky?

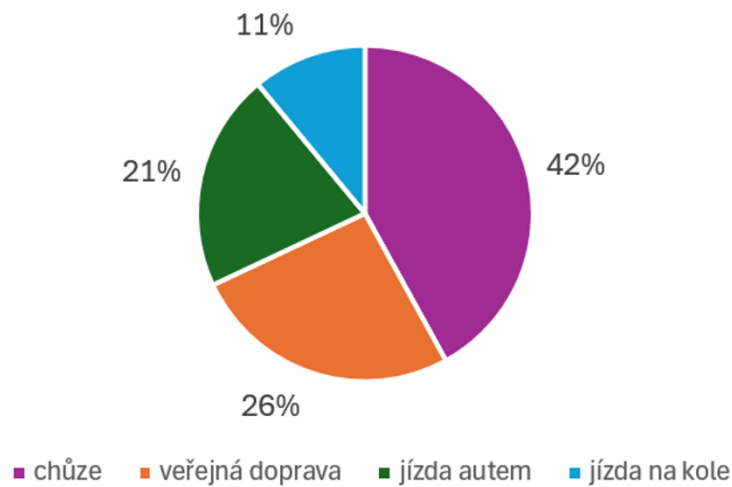
25 %

i) Ve znázorněném kruhovém diagramu patří barevná označení, k jakému počtu hodin v kroužku za týden? Spoj vhodně barvu a označení, které by mělo být v legendě grafu.

modrá	2 hodiny týdně
oranžová	3 hodiny týdně
zelená	4 hodiny týdně



4. Kruhový diagram zobrazuje zkoumání dopravy do školy u 200 žáků. Podle diagramu doplň tabulku relativní četnosti v procentech a absolutní četnosti.



Doprava do školy	Chůze	Veřejná doprava	Jízda autem	Jízda na kole
Relativní četnost v %	42	26	21	11
Absolutní četnost	84	52	42	22

Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Aritmetický průměr, modus, medián*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/pw2ckn8e>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *PL5 - řešení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/n28w2dbg>. [citováno 2024-03-05].

Příloha 16: Pracovní list č. 6: funkce – definiční obor, obor hodnot, graf funkce
(řešení)

PRACOVNÍ LIST Č. 6: FUNKCE – DEFINIČNÍ OBOR, OBOR HODNOT, GRAF FUNKCE

 Připomeň si mě! (YouTube) Definiční obor a obor hodnot	 Připomeň si mě! (YouTube) Opakování a graf funkce (0:15-4:53)	 Vyplň mě online! (LiveWorksheets)
--	--	--

1. Vytvoř dvojice, aby tvrzení byla pravdivá.

Číslo 3, 2 v zápise $B[3; 2]$	= x-ová souřadnice bodu B
Osa x	= svislá osa soustavy souřadnic
Osa y	= poloha bodu B v soustavě souřadnic
Bod $P[0; 0]$	= vodorovná osa soustavy souřadnic
Číslo 2 v zápise $B[3; 2]$	= y-ová souřadnice bodu B
Číslo 3 v zápise $B[3; 2]$	= počátek soustavy souřadnic

2. Doplň části tvrzení z nabídky, aby byly věty pravdivé.

Rovnice / **Funkce f** je předpis, který každému prvku dané množiny M přiřadí právě jedno reálné číslo.

Definiční obor / **Obor hodnot funkce** je množina M , ze které vybíráme proměnnou. Značí se: **$D(f)$** / **$H(f)$** .

Definiční obor / **Obor hodnot funkce** je množina reálných čísel, která jsme přiřadili všem prvkům definičního oboru. Značíme jako **$D(f)$** / **$H(f)$** .

Funkci **můžeme** / **nemůžeme** zadat: rovnicí (předpisem); tabulkou; grafem; slovním vyjádřením.

3. Rozhodni (Ano / Ne), zda jsou následující popisy závislostí funkce.

a) K celým číslům přiřadíme všechny jejich dělitele.	A / <input checked="" type="checkbox"/> N
b) K celým číslům přiřadíme jejich polovinu.	<input checked="" type="checkbox"/> A / N
c) Soutěžícím přiřadíme soutěžní identifikační číslo.	<input checked="" type="checkbox"/> A / N
d) K jednotlivým tabletům ve škole přiřadíme všechny ročníky, které je využívají.	A / <input checked="" type="checkbox"/> N

4. Zapiš rovnice předpisem pro lineární funkci (ve tvaru „ $y = \dots$ “).

(Nápověda: V online verzi piš předpis bez mezer, pro operaci násobení použij * nebo nepoužívej žádný znak.)

a) $x + y = 8$

$y=8-x$ nebo $y=-x+8$

b) $-2y - 4x + 6 = 0$

$y=3-2x$ nebo $y=-2x+3$

5. Rozhodni (Ano / Ne), zda je na obrázku zakreslen graf funkce.

<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N	A / <input checked="" type="checkbox"/> N	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N	A / <input checked="" type="checkbox"/> N

6. Vyber tabulky (Ano / Ne), které vyjadřují funkci.

a)

x	-5	0	5	10	15
y	-10	0	10	20	30

 A / N

b)

x	5	7	9	11	13
y	6	-8	10	-12	14

 A / N

c)

x	3	0	5	1	2
y	-5	-3	-1	-3	-2

 A / N

d)

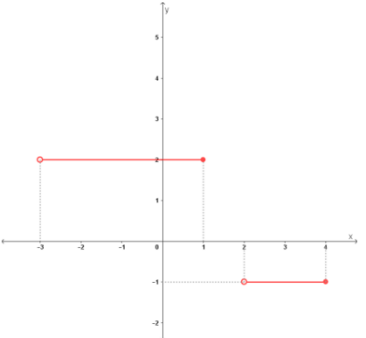
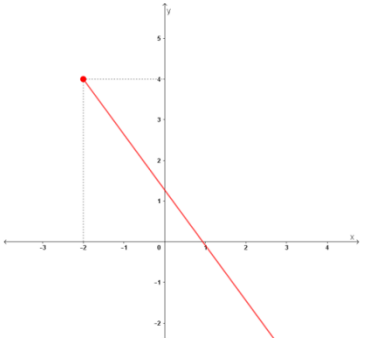
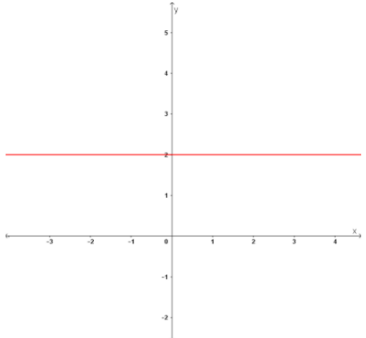
x	4	2	5	4	1
y	6	8	3	2	7

 A / N

7. Vytvořte správné dvojice intervalů a množiny bodů s vyznačením na číselné ose.

$< -2; \infty)$	
$(-3; \infty)$	
$< -2; 3)$	
$(-\infty; -2 > \cup < -1, 3 >$	
$(-\infty; 3 >$	
$\{-2; -1; 0; 1; 3\}$	

8. Urči a vhodně doplň zápis (číslo, závorku, značku) pro definiční obor a obor hodnot u následujících funkcí.


		
$D = (-3 ; 1 > \cup (2 ; 4 >$	$D = < -2 ; \infty)$	$D = \mathbb{R}$
$H = \{-1 ; 2 \}$	$H = (-\infty ; 4 >$	$H = \{2\}$

9. Doplň do tabulky hodnoty proměnné x a y dle daného vztahu.

x	-2	3	0	4
$y = -x + 2$	4	-1	2	-2

x	2	1	-1	4
$y = 5 - 2x$	1	3	7	-3

10. Urči pravdivost tvrzení pro zobrazenou funkci grafem.

	a) $f(-2) = 4$	ANO / NE
	b) číslo -2 patří do definičního oboru	ANO / NE
	c) $f(1) > f(-1)$	ANO / NE
	d) číslo -1 patří do oboru hodnot	ANO / NE

11. Vytvoř správné trojice (předpis – tabulka – graf), které popisují stejnou funkci pro x z intervalu $\langle -2; 2 \rangle$. Trojice vytvoř u předpisu za pomoci výběru příslušného písmene z nabídky.

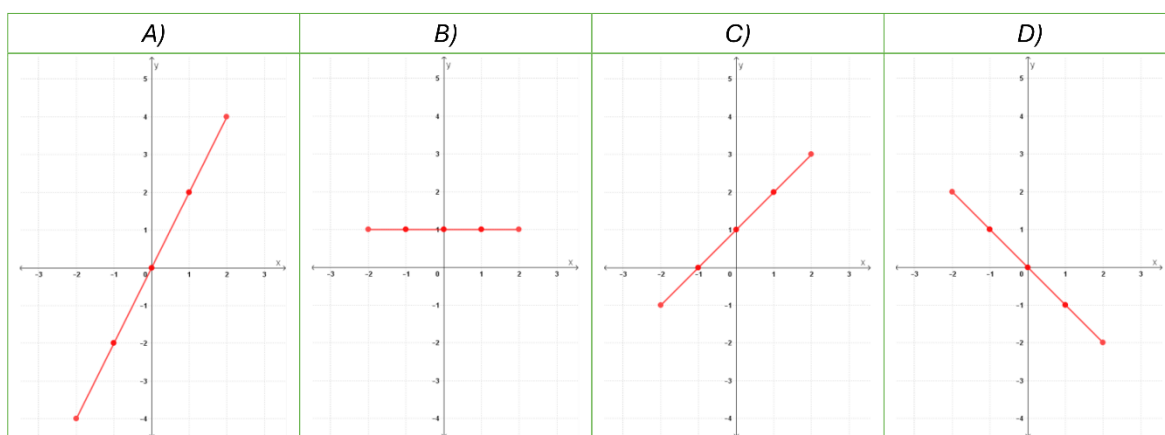
Předpis	$f: y = 1$	$f: y = 2x$	$f: y = -x$	$f: y = x + 1$
Tabulka	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$
Graf	$A/B/C/D$	$A/B/C/D$	$A/B/C/D$	$A/B/C/D$

a)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-1	0	1	2	3

b)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-4	-2	0	2	4

c)	x	-2	-1	0	1	2
	y	1	1	1	1	1

d)	x	-2	-1	0	1	2
	y	2	1	0	-1	-2



Použité zdroje:

NĚMEC, Petr, 2022. *Graf funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/bFu6q-Sw2S4?si=OwHkokwmNHVV_l4v. [citováno 2024-03-10].

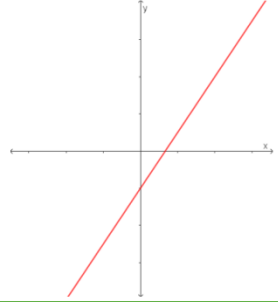
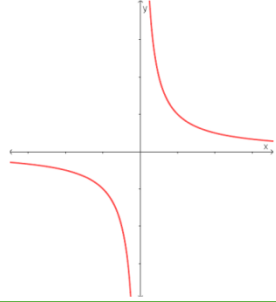
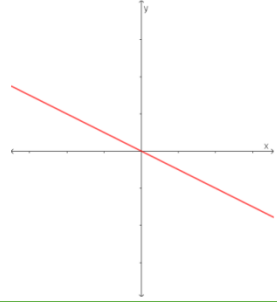
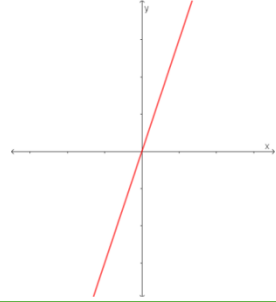
MATEMATIKA ZAKY, 2022. *Definiční obor a obor hodnot funkce*. Online. In: YouTube. Dostupné z: https://youtu.be/pw4WLZRueE4?si=i_3HZDN1ebvG_ER3. [citováno 2024-03-10].

Příloha 17: Pracovní list č. 7: funkce – přímá úměrnost (řešení)

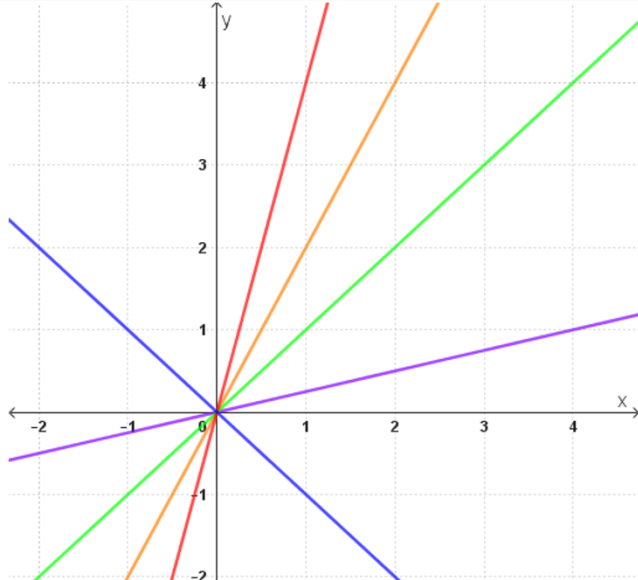
PRACOVNÍ LIST Č. 7: FUNKCE – PŘÍMÁ ÚMĚRNOST

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) 0:17-1:08</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Prohlédni si mě!</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Najdi mě!</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	--	--	---

1. Rozhodni (Ano / Ne), který z grafů je graf přímé úměrnosti.

 <p>A/N</p>	 <p>A/N</p>	 <p>A/N</p>	 <p>A/N</p>
---	---	--	---

2. Přiraď předpisy funkcí k jednotlivým grafům.

	<p>Červená funkce</p> <p>Žlutá funkce</p> <p>Zelená funkce</p> <p>Fialová funkce</p> <p>Modrá funkce</p>	<p>$y = x$</p> <p>$y = -x$</p> <p>$y = 0,25x$</p> <p>$y = 4x$</p> <p>$y = 2x$</p>
---	---	--

3. Rozhodni (Ano / Ne) o každém předpisu, zda vyjadřuje přímou úměrnost.

a) $f: y = 2,1x$	<input type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N
b) $f: y = 4: x$	A / <input type="checkbox"/> N
c) $f: y = 2 + x$	A / <input type="checkbox"/> N

d) $f: y = -5x$	<input type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N
e) $f: y = x$	<input type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N
f) $f: y = 3$	A / <input type="checkbox"/> N

4. Tabulky vyjadřují přímou úměrnost. Urči hodnotu koeficientu k (předpis $y = kx$) a doplň vhodně údaje chybějící v tabulce. K zápisu využijej desetinná čísla.

a)	x	1	2	3	4	$k = \underline{5}$
	y	5	10	15	20	

b)	x	2	4	8	20	$k = \underline{8}$
	y	16	32	64	160	

c)	x	5	10	15	20	$k = \underline{0,2}$
	y	1	2	3	4	

d)	x	10	20	30	40	$k = \underline{-0,5}$
	y	-5	-10	-15	-20	

5. Z grafů přímých úměrností zjisti jejich předpis, definiční obor a obor hodnot. Vhodně doplň chybějící části zápisu.

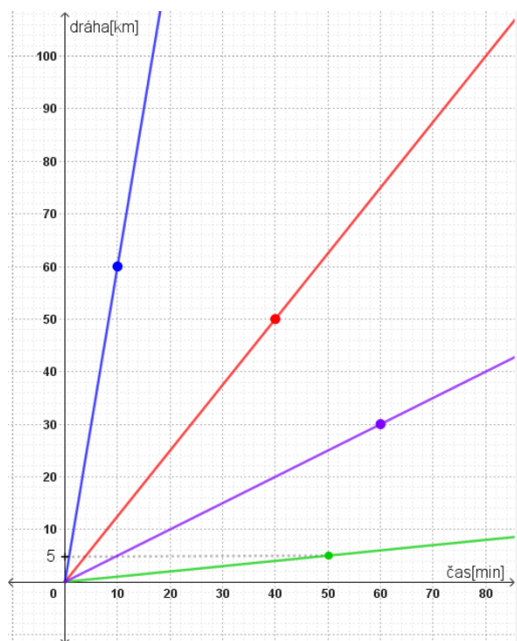
$y = 0,5x$	$y = x : 3$	$y = 2x$	$y = -x$
$D = \{-2; 0; 2\}$	$D = \mathbb{R}$	$D = \{x \in \mathbb{R}; -1 < x\}$	$D = \{x \in \mathbb{R}; -2 \leq x < 1\}$
$H = \{-1; 0; 1\}$	$H = \mathbb{R}$	$H = \{y \in \mathbb{R}; -2 < y\}$	$H = \{y \in \mathbb{R}; -1 < y \leq 2\}$

6. Doplň předpis nebo souřadnice bodu tak, aby předpis přímé úměrnosti procházel daným bodem. Čísla v případě potřeby zapisuj jako desetinná čísla.

a)	$y = 4x$	A[<u>1</u> ; 4]
b)	$y = -0,3x$	B[2; <u>-0,6</u>]
c)	$y = \frac{1}{20}x$	C[100; 5]

d)	$y = \underline{6} x$	D[0,5; 3]
e)	$y = \frac{2}{15}x$	E[<u>75</u> ; 10]
f)	$y = \underline{5} x$	F[-3; -15]

7. Na obrázku je znázorněna průměrná vzdálenost (v km) v závislosti na čase (v min) pro různé způsoby dopravy. Doplň tabulku a napiš koeficient k přímé úměrnosti pro jednotlivé způsoby dopravy pomocí desetinného čísla.



Předpis	$y = 0,1 x$	$y = 0,5 x$	$y = 1,25 x$	$y = 6 x$
	Chůze (km)	Kolo (km)	Auto (km)	Letadlo (km)
10 min	1	5	12,5	60
20 min	2	10	25	120
30 min	3	15	37,5	180
40 min	4	20	50	240
50 min	5	25	62,5	300
60 min	6	30	75	360

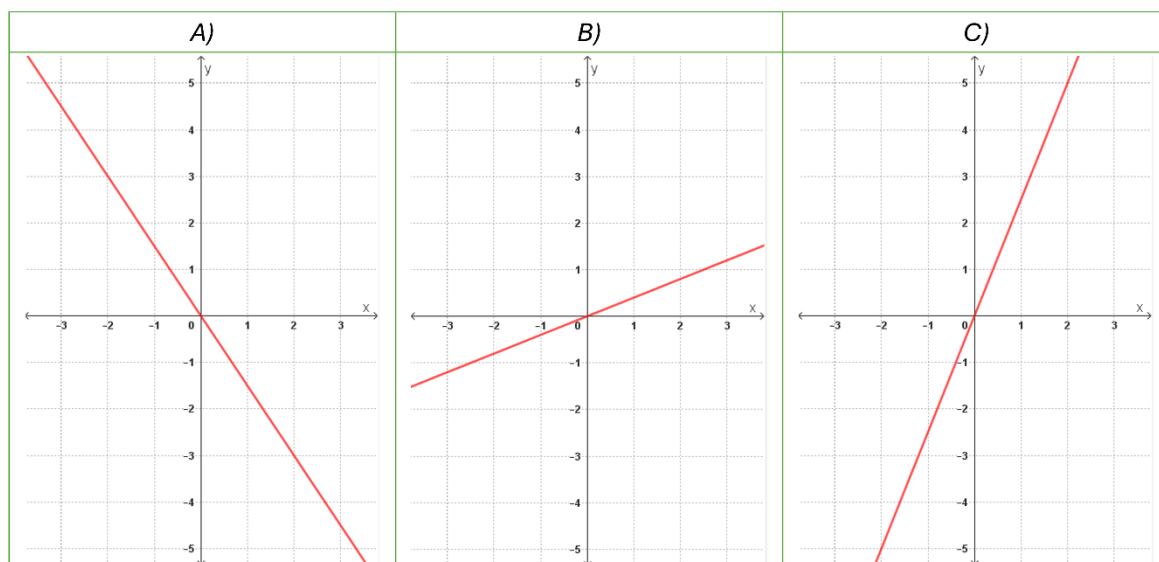
8. Vytvoř správné trojice (předpis – tabulka – graf), které popisují stejnou přímou úměrnost pro všechna reálná čísla. Trojice vytvoř u předpisu za pomoci výběru příslušného písmene z nabídky.

Předpis	$f: y = \frac{2}{5}x$	$f: y = -1,5x$	$f: y = 2,5x$
Tabulka	$a/b/c$	$a/b/c$	$a/b/c$
Graf	$A/B/C$	$A/B/C$	$A/B/C$

a)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-5	-2,5	0	2,5	5

b)	x	-2	-1	0	1	2
	y	3	1,5	0	-1,5	-3

c)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-0,8	-0,4	0	0,4	0,8



Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Přímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/uztsvwn6>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *Přímá úměrnost - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/saeudau2>. [citováno 2024-03-05].

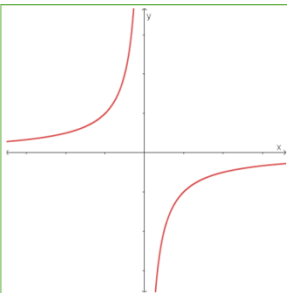
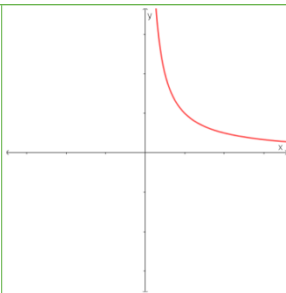
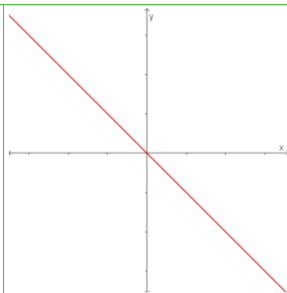
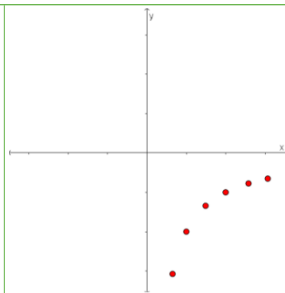
NĚMEC, Petr, 2022. *Přímá úměrnost - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/BITvQ5FbWog?si=uAKJWwoBSOcYCy5A>. [citováno 2024-03-10].

Příloha 18: Pracovní list č. 8: funkce – nepřímá úměrnost (řešení)

PRACOVNÍ LIST Č. 8: FUNKCE – NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) 0:17-0:32</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Prohlédni si mě!</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Najdi mě!</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
---	--	--	---

1. Rozhodni (Ano / Ne), který z grafů je graf nepřímé úměrnosti.

 <p><input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N</p>	 <p><input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N</p>	 <p>A / <input checked="" type="checkbox"/> N</p>	 <p><input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N</p>
--	--	--	--

2. Rozhodni (Ano / Ne) o každém předpisu, zda vyjadřuje nepřímou úměrnost.

a) $f: y = x:4$	<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N	d) $f: y = -0,5x$	<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N
b) $f: y = \frac{3}{x}$	<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N	e) $f: y = -0,6: x$	<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N
c) $f: y = 2: x$	<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N	f) $f: y = -\frac{1}{x}$	<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N

3. Tabulky vyjadřují nepřímou úměrnost. Urči hodnotu koeficientu k (předpis $y = \frac{k}{x}$) a doplň vhodně údaje chybějící v tabulce. K zápisu využijvej desetinná čísla.

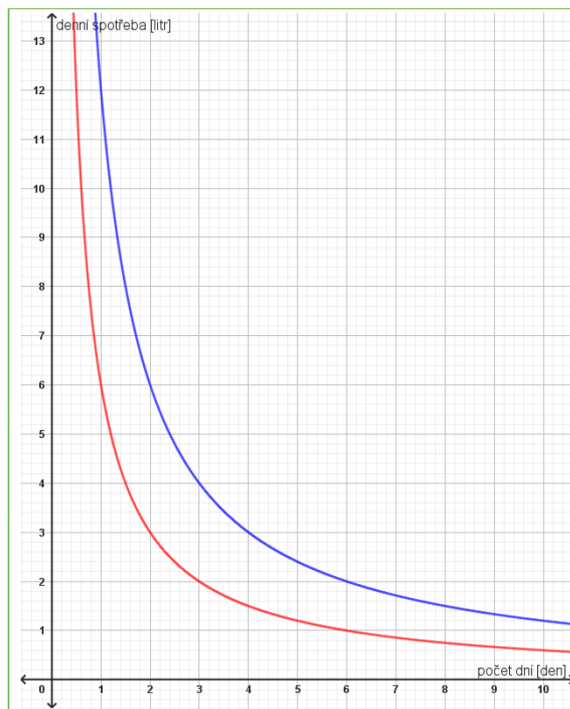
a)	x	1	2	3	4	$k = \underline{1}$
	y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,25	
b)	x	2	4	8	20	$k = \underline{6}$
	y	3	$\frac{3}{2}$	0,75	$\frac{3}{10}$	
c)	x	5	10	15	20	$k = \underline{0,2}$
	y	$\frac{1}{25}$	0,02	$\frac{1}{75}$	0,01	
d)	x	10	20	30	40	$k = \underline{-0,5}$
	y	-0,05	$-\frac{1}{40}$	$-\frac{1}{60}$	$-\frac{1}{80}$	

4. Doplň předpis nebo souřadnice bodu tak, aby předpis nepřímé úměrnosti procházel daným bodem. Čísla v případě potřeby zapisuj jako desetinná čísla.

a)	$y = \frac{4}{x}$	A[2 ; 2]
b)	$y = -\frac{6}{x}$	B[2; -3]
c)	$y = \frac{2}{x}$	C[2; 1]

d)	$y = \frac{36}{x}$	D[3; 12]
e)	$y = 0,42 : x$	E[6 ; 0,07]
f)	$y = -15 : x$	F[-5; 3]

5. Na cestu po rozvojových zemích v Africe si Petr mohl vzít menší kanystr nebo větší kanystr na pitnou vodu. Na obrázku je znázorněn graf, kolik litrů může Petr použít, aby vydržel ze zásob pitné vody určitý počet dní. Doplň tabulku (k zápisu využijej desetinná čísla) a předpis nepřímých úměrností.



Předpis	$y = 6 : x$	$y = 12 : x$
	Malý kanystr – denní spotřeba (l)	Velký kanystr – denní spotřeba (l)
1 den	6	12
2 dny	3	6
3 dny	2	4
4 dny	1,5	3
5 dní	1,2	2,4

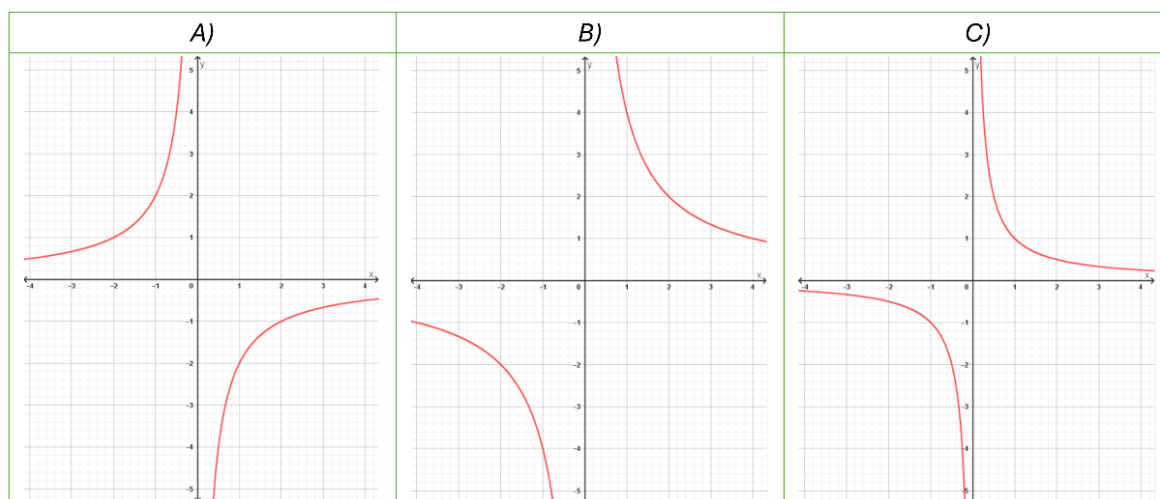
6. Vytvoř správné trojice (předpis – tabulka – graf), které popisují stejnou nepřímou úměrnost pro všechna reálná čísla kromě nuly. Trojice vytvoř u předpisu za pomoci výběru příslušného písmene z nabídky.

Předpis	$f: y = \frac{4}{x}$	$f: y = -\frac{2}{x}$	$f: y = \frac{1}{x}$
Tabulka	a / b / c	a / b / c	a / b / c
Graf	A / B / C	A / B / C	A / B / C

a)	x	-2	-1	1	2
	y	1	2	-2	-1

b)	x	-2	-1	1	2
	y	-0,5	-1	1	0,5

c)	x	-2	-1	1	2
	y	-2	-4	4	2



Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Nepřímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/qxswqud7>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *Nepřímá úměrnost - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/t8qgm2up>. [citováno 2024-03-05].

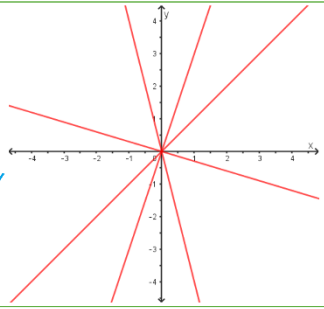
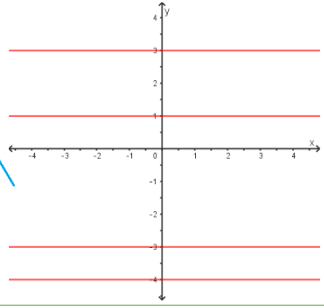
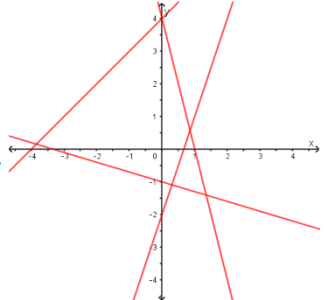
NĚMEC, Petr, 2022. *Nepřímá úměrnost - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/8ee-uYu4kv0?si=ei18ORoy5B4vIvA1>. [citováno 2024-03-10].

Příloha 19: Pracovní list č. 9: funkce – lineární funkce (řešení)

PRACOVNÍ LIST Č. 9: FUNKCE – LINEÁRNÍ FUNKCE

 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Lineární funkce (10:41-11:49)</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) 3 podoby lineární f. (6:58-9:19)</p>	 <p>Připomeň si mě! (YouTube) Rostoucí, klesající konstantní (0:54-3:38)</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Prohlédni si mě!</p>	 <p>Vyzkoušej si mě! (GeoGebra) Najdi mě!</p>		

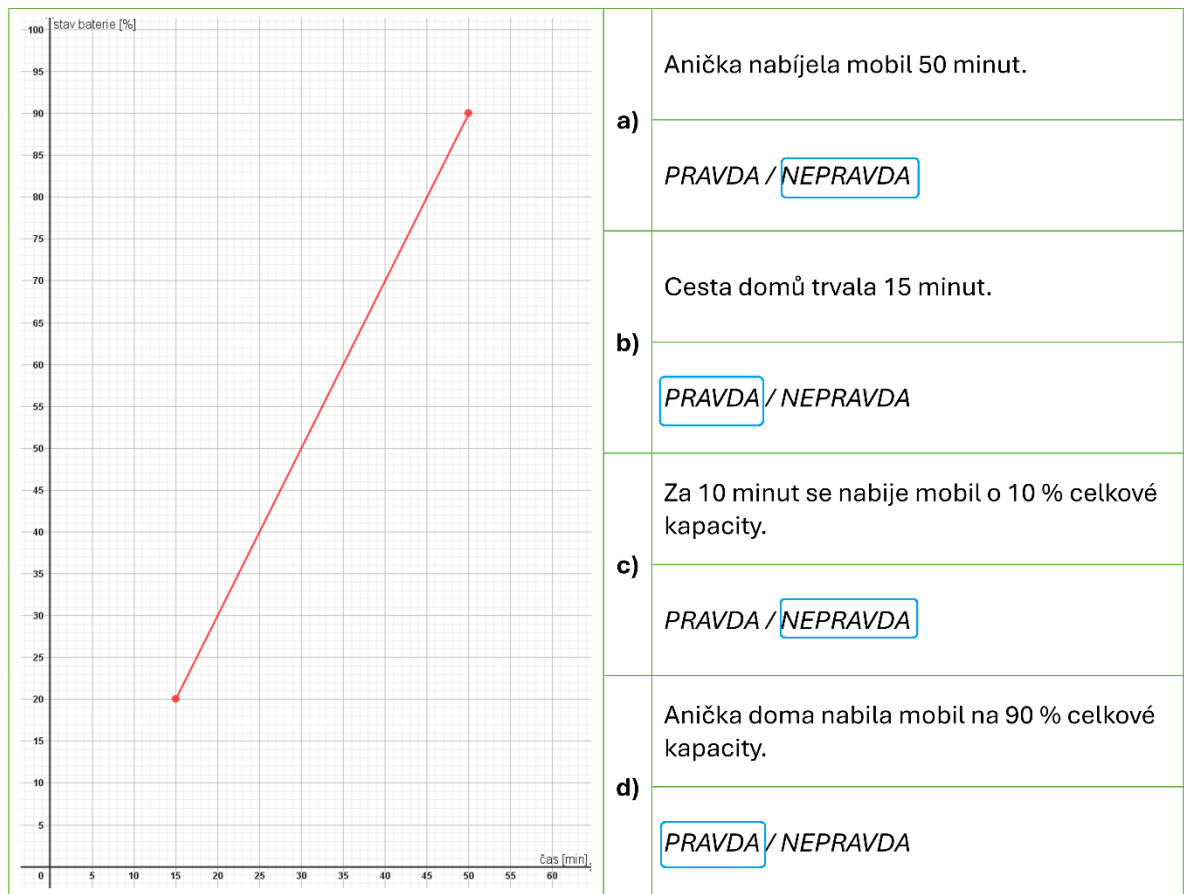
1. Vytvoř správné trojice (podmínky – název – graf) pro předpis lineární funkce ($y = kx + q$).

$k \neq 0$ $q = 0$	Konstantní funkce	
$k \neq 0$ $q \in \mathbb{R}$	Přímá úměrnost	
$k = 0$ $q \in \mathbb{R}$	Ostatní lineární funkce	

2. Rozhodni, zda je tvrzení pravdivé.

a) Grafem lineární funkce je přímka (popř. část přímky).	<input type="checkbox"/> PRAVDA / <input type="checkbox"/> NEPRAVDA
b) Grafem konstantní funkce je rovnoběžka s osou y.	<input type="checkbox"/> PRAVDA / <input type="checkbox"/> NEPRAVDA
c) K sestrojení grafu lineární funkce stačí znát dva body, kterými graf prochází.	<input type="checkbox"/> PRAVDA / <input type="checkbox"/> NEPRAVDA
d) Funkce $f: y = kx + q$ je rostoucí, jestliže je koeficient k menší než 0.	<input type="checkbox"/> PRAVDA / <input checked="" type="checkbox"/> NEPRAVDA
e) Funkce $f: y = kx + q$ je klesající, jestliže je koeficient q menší než 0.	<input type="checkbox"/> PRAVDA / <input checked="" type="checkbox"/> NEPRAVDA

3. Na obrázku je graf, který znázorňuje nabíjení mobilu v situaci, kdy Anička vypnula po cestě domů mobil a zapnula ho až doma po vložení na nabíječku. U následujících tvrzení rozhodni o jejich pravdivosti.



4. Rozhodni (Ano / Ne), zda předpis je předpisem lineární funkce.

a) $f: y = 7x - 3$	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N
b) $f: y = x^2$	<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N
c) $f: y = 6$	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N
d) $f: y = -5 - x$	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N

e) $f: y = 4: x$	<input type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N
f) $f: y = \frac{3}{5}x$	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N
g) $f: y = -3x$	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N
h) $f: y = 4 \cdot (x + 3)$	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input type="checkbox"/> N

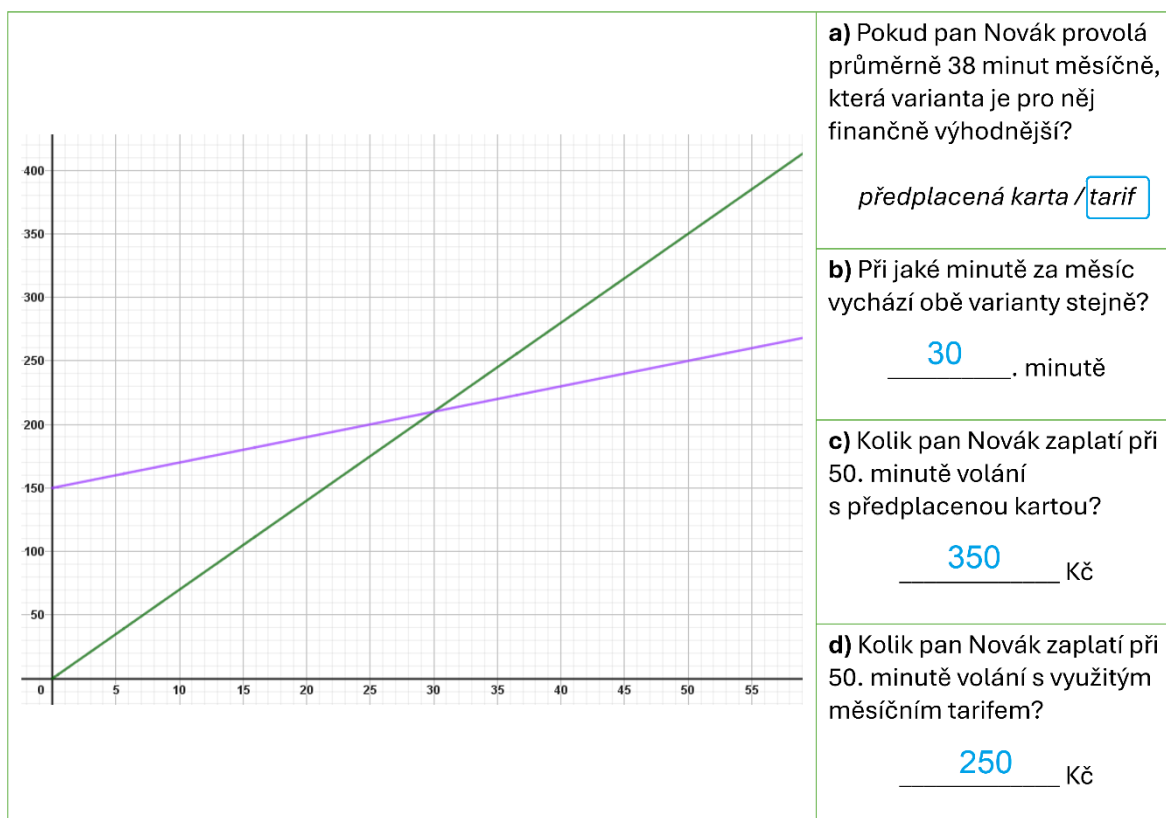
5. Rozhodni (ano/ne) o následujících předpisech lineárních funkcí, zda se jedná o funkci rostoucí klesající či konstantní.

a) $y = 3x - 7$	rostoucí / klesající / konstantní	f) $y = 4 - x$	rostoucí / klesající / konstantní
b) $y = -3x$	rostoucí / klesající / konstantní	g) $y = 2 \cdot 3x - 6x$	rostoucí / klesající / konstantní
c) $y = 2x + 9$	rostoucí / klesající / konstantní	h) $y = 0,5x$	rostoucí / klesající / konstantní
d) $y = \sqrt{2} \cdot x$	rostoucí / klesající / konstantní	i) $y = -4$	rostoucí / klesající / konstantní
e) $y = -7x + 2$	rostoucí / klesající / konstantní	j) $y = -\frac{5}{3}x$	rostoucí / klesající / konstantní

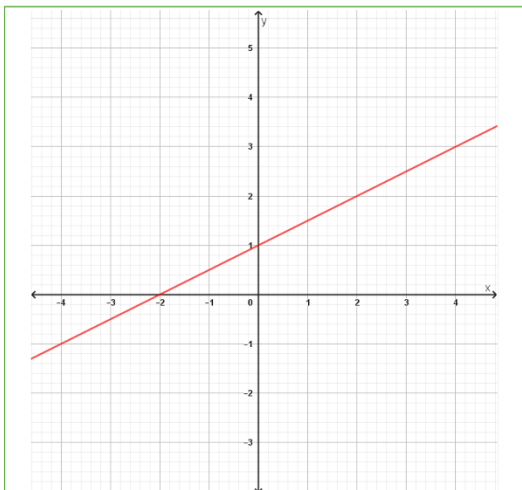
6. Doplň chybějící souřadnice bodů tak, aby ležel na dané lineární funkci.

a)	$y = x + 3$	A[4 ; 7]	B[-2; 1]	d)	$y = 2$	A[-5; 2]	B[3; 2]
b)	$y = 2x - 4$	A[-1; -6]	B[3 ; 2]	e)	$y = x:3 + 1$	A[3; 2]	B[6 ; 3]
c)	$y = -5x$	A[2 ; -10]	B[-2; 10]	f)	$y = \frac{x}{2}$	A[4 ; 2]	B[-6; -3]

7. Pan Novák dostal od svého operátora nabídku, že místo využívání předplacené karty a volání za 7 Kč za minutu může využít měsíční tarif za 150 Kč, při kterém bude mít volání minutu za 2 Kč. Situace je zaznačena do grafu. Pomocí obrázku grafu odpověz na otázky.

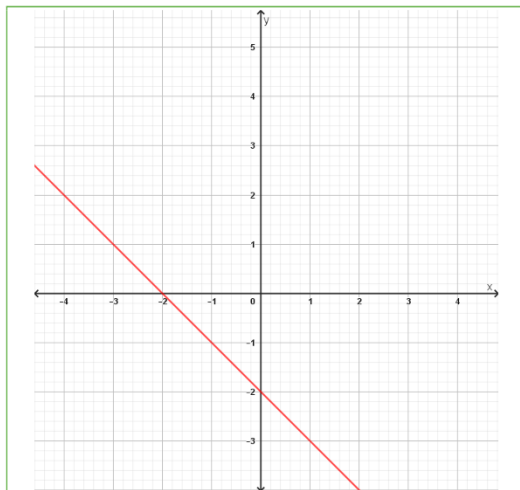


8. Podle funkce zobrazené v grafu napiš správný předpis pro lineární funkci (piš ve tvaru $y = kx + q$; v případě potřeby využívej desetinná čísla; vše bez mezer). Rozhodni, o jakou funkci se jedná (konstantní funkce, funkce přímé úměrnosti, obecná lineární funkce).
 nápověda: k hledání předpisu využij dva body patřící dané lineární funkci.



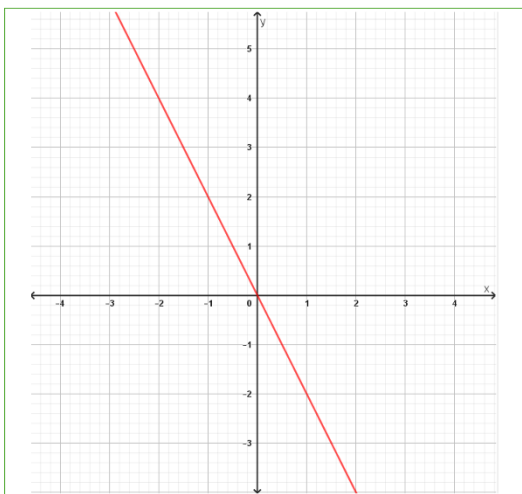
$$y = 0,5x + 1$$

konstantní / přímá úměrnost / **obecná**



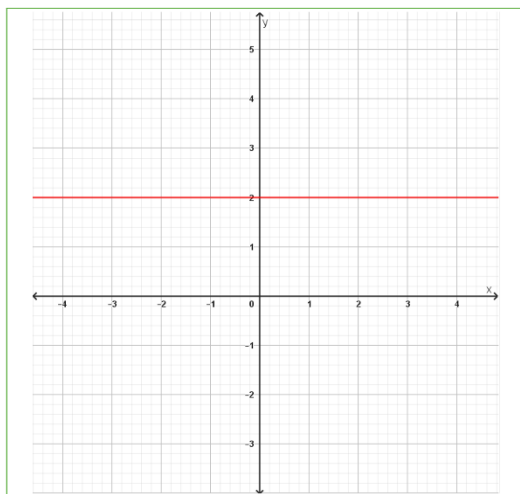
$$y = -x - 2$$

konstantní / přímá úměrnost / **obecná**



$$y = -2x$$

konstantní / **přímá úměrnost** / obecná



$$y = 2$$

konstantní / přímá úměrnost / obecná

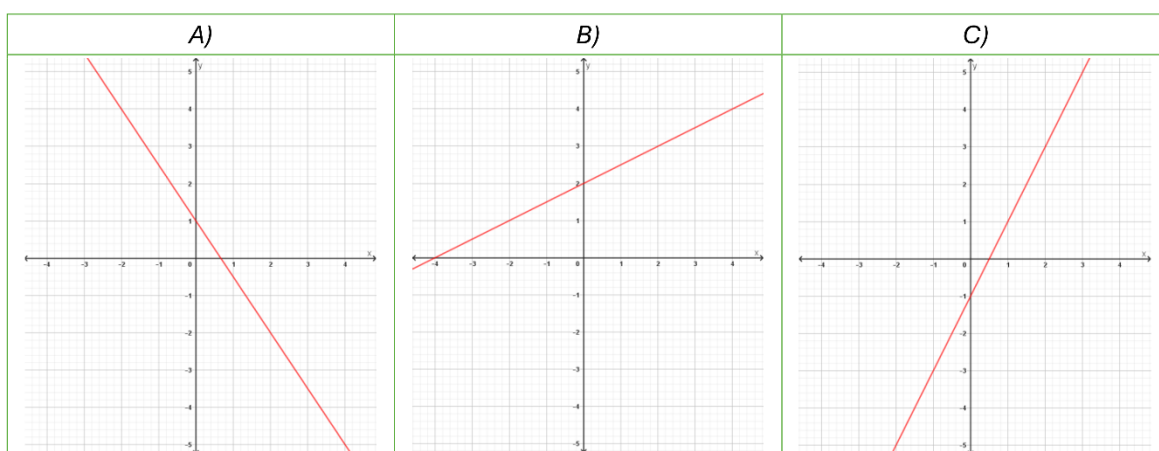
9. Vytvoř správné trojice (předpis – tabulka – graf), které popisují stejnou lineární funkci pro všechna reálná čísla. Trojice vytvoř u předpisu za pomoci výběru příslušného písmene z nabídky.

Předpis	$f: y = 2x - 1$	$f: y = -1,5x + 1$	$f: y = 0,5x + 2$
Tabulka	a/b/c	a/b/c	a/b/c
Graf	A/B/C	A/B/C	A/B/C

a)	x	-2	-1	0	1	2
	y	-5	-3	-1	1	3

b)	x	-2	-1	0	1	2
	y	1	1,5	2	2,5	3

c)	x	-2	-1	0	1	2
	y	4	2,5	1	-0,5	-2



Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024a. *Lineární funkce*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/tdtvnpvj>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024b. *Lineární funkce - cvičení*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/d96ux52n>. [citováno 2024-03-05].

NĚMEC, Petr, 2022. *Lineární funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/C7iKgOtU9Vc?si=3xLBHSTpHcGngRft>. [citováno 2024-03-10].

NĚMEC, Petr, 2023. *Rostoucí, klesající, konstantní funkce - Matematika 9 ZŠ*. Online. In: YouTube. Dostupné z: <https://youtu.be/9ff6EGa9Hw?si=EpgWuBW--z1Vppc5>. [citováno 2024-03-10].

Příloha 20: Pracovní list č. 10: funkce (řešení)

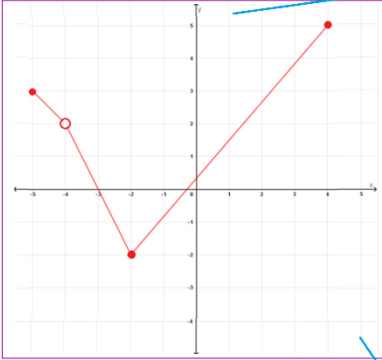
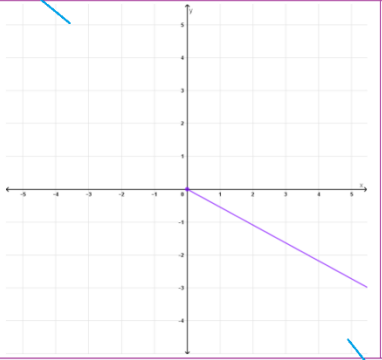
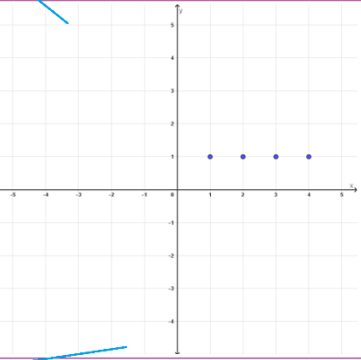
PRACOVNÍ LIST Č. 10: FUNKCE

 <p>Prohlédni si mě! (GeoGebra) Přímá úměrnost</p>	 <p>Prohlédni si mě! (GeoGebra) Nepřímá úměrnost</p>	 <p>Prohlédni si mě! (GeoGebra) Lineární funkce</p>	 <p>Vyplň mě online! (LiveWorksheets)</p>
--	--	--	---

1. Rozhodni, zda jsou tvrzení pravdivá.

a) Graf konstantní funkce neprotíná osu y .	PRAVDA / <input checked="" type="checkbox"/> NEPRAVDA
b) Funkce $y = 8 - 3x$ je klesající.	<input checked="" type="checkbox"/> PRAVDA / NEPRAVDA
c) Grafem přímé úměrnosti je hyperbola.	PRAVDA / <input checked="" type="checkbox"/> NEPRAVDA
d) Graf funkce $y = 6x + 2$ protne osu y v bodě 2.	<input checked="" type="checkbox"/> PRAVDA / NEPRAVDA
e) Přímá úměrnost je speciálním případem lineární funkce.	<input checked="" type="checkbox"/> PRAVDA / NEPRAVDA

2. Vyber vhodný interval nebo množinu pro určení definičního oboru a oboru hodnot pro zobrazené grafy funkcí vytvořením trojice (definiční obor – graf funkce – obor hodnot).

$D = (0; \infty)$	$D = \{1; 2; 3; 4\}$	$D = (-5; -4) \cup (-4, 4 >$
		
$H = \{2\}$	$H = < -2; 5 >$	$H = (-\infty; 0 >$

3. Rozhodni (Ano / Ne), zda bod $[-2; 4]$ leží na grafu funkce.

a) $f: y = -5x - 5$	b) $f: y = -8: x$	c) $f: y = -2x$
<input checked="" type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N	<input checked="" type="checkbox"/> A / <input checked="" type="checkbox"/> N

4. Urči funkce a vypočítejte jejich funkční hodnotu $f(-5)$.

a) $f: y = -3x$	obecně lineární / konstantní / <u>přímá úměrnost</u> / nepřímá úměrnost	$f(-5) = 15$
b) $f: y = 20: x$	obecně lineární / konstantní / přímá úměrnost / <u>nepřímá úměrnost</u>	$f(-5) = -4$
c) $f: y = 8$	obecně lineární / <u>konstantní</u> / přímá úměrnost / nepřímá úměrnost	$f(-5) = 8$
d) $f: y = 4x + 11$	<u>obecně lineární</u> / konstantní / přímá úměrnost / nepřímá úměrnost	$f(-5) = -9$

5. Napiš předpis funkce za pomoci bodů procházející jejich grafem.

a) Rovnice přímé úměrnosti, kterou prochází bod $[2; 6]$.	$y = 3x$
b) Rovnice nepřímé úměrnosti, kterou prochází bod $[2; 2]$.	$y = 4 : x$
c) Rovnice konstantní funkce, kterou prochází bod $[5; 2]$.	$y = 2$
d) Rovnice lineární funkce, kterou prochází bod $[2; -1]$ a bod $[0; -5]$.	$y = 2x - 5$

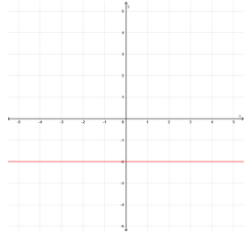
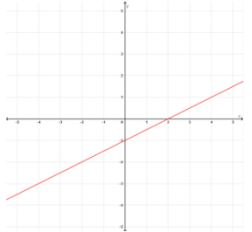
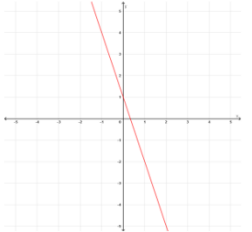
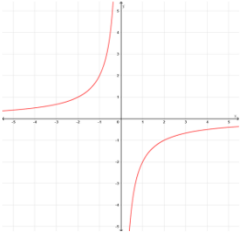
6. Rozhodni, zda tvrzení vyjadřuje přímou nebo nepřímou úměrnost.

a) Napuštění bazénu jedním přítokem trvá 20 hodin. Napouštění čtyřmi stejnými přítoky se naplní bazén čtyřikrát rychleji.	<u>PŘÍMÁ</u> / <u>NEPŘÍMÁ</u>
b) S vyšším počtem operátorů na zákaznické lince se krátí doba čekání zákazníků.	<u>PŘÍMÁ</u> / <u>NEPŘÍMÁ</u>
c) Jeden chléb stojí 45 Kč, dva chleby 90 Kč.	<u>PŘÍMÁ</u> / <u>NEPŘÍMÁ</u>
d) Čím kratší je délka strany čtverce, tím menší je jeho obvod.	<u>PŘÍMÁ</u> / <u>NEPŘÍMÁ</u>
e) Dva dělníci postaví zeď za 6 dní, tři dělníci za 4 dny.	<u>PŘÍMÁ</u> / <u>NEPŘÍMÁ</u>
f) Čím více plechovek barvy máme, tím více stěn vymalujeme.	<u>PŘÍMÁ</u> / <u>NEPŘÍMÁ</u>

7. Vytvoř vhodně dvojice (slovní vyjádření – funkční předpis).

a) Délka strany čtverce (x) a obvod čtverce (y).		$y = 4x + 4$
b) Poloměr kruhu (x) a obvod kruhu (y).		$y = 4x$
c) Délka strany trojúhelníku (x) a obvod u rovnostranného trojúhelníku (y).		$y = 3x$
d) Délka jedné strany obdélníku (x) s druhou stranou o 2 cm delší a obvod obdélníku (y).		$y = 2\pi x$

8. Dle obrázku grafu funkce vyber vhodný předpis, urči a vyber definiční obor a obor hodnot. Na závěr urči funkci a vyber, zda je funkce klesající, rostoucí nebo konstantní.

Graf				
Předpis	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$	$a/b/c/d$
Definiční obor	e/f	e/f	e/f	e/f
Obor hodnot	$g/h/i$	$g/h/i$	$g/h/i$	$g/h/i$
Funkce je ...	j/k	j/k	j/k	j/k
Funkce je ...	$l/m/n$	$l/m/n$	$l/m/n$	$l/m/n$

a) $y = 0,5x - 1$

b) $y = -2 : x$

c) $y = -2$

d) $y = -3x+1$

e) $D = R$

f) $D = R - \{0\}$

g) $H = R$

h) $H = \{-2\}$

i) $H = R - \{0\}$

j) funkce lineární

k) funkce nepřímé úměrnosti

l) klesající

m) rostoucí

n) konstantní

Použité zdroje:

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024. *Lineární funkce*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/tdtvnpvj>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024. *Nepřímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/qxswqud7>. [citováno 2024-03-05].

JALŮVKOVÁ, Mariana, 2024. *Přímá úměrnost*. Online. In: GeoGebra. Dostupné z: <https://www.geogebra.org/m/uztsvwn6>. [citováno 2024-03-05].