

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AUTOMATION AND COMPUTER SCIENCE

## UKÁZKY REGULACÍ S PREDIKTIVNÍM ŘÍZENÍM EXAMPLES OF GOVERNINGS WITH PREDICTIVE CONTROLS

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**  
DIPLOMA THESIS

**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

**BC. ZBYNĚK ŠALDA**

**VEDOUCÍ PRÁCE**  
SUPERVISOR

**DOC. ING. ZDENĚK NĚMEC, CSC.**

BRNO 2015



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automatizace a informatiky

Akademický rok: 2014/2015

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Zbyněk Šalda

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Aplikovaná informatika a řízení (3902T001)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Ukázky regulací s prediktivním řízením**

v anglickém jazyce:

### **Examples of governings with predictive controls**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Prediktivní řízení je moderní způsob řešení náročných regulačních úloh. K řešení je vhodné použít prostředí Matlab/Simulink s jeho podpurným knihovním blokem MPC (Model Predictive Control Toolbox). Použití je vhodné demonstrovat na regulačních obvodech s obtížně regulovatelnými soustavami.

Cíle diplomové práce:

1. Seznámit se s prostředím Matlab / Simulink a s jeho toolboxy řízení, zejména s MPC.
2. Zvolit si například soustavu s neminimální fází a kmitavou soustavu, sestavit s nimi standardní regulační obvody.
3. Na stejné soustavy aplikovat i prediktivní řízení.
4. Oba přístupy podrobně analyzovat, hlavně z hlediska dosažitelné kvality regulace.

Seznam odborné literatury:

[1] Švarc, I.; Šeda, M.; Vítečková, M. Automatické řízení. Brno: CERM, 2007. 324 s. ISBN 978-80-214-3491-2.

[2] Mikleš, J. - Fikar, M.: Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2. Bratislava: STU Bratislava, 2004.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Zdeněk Němec, CSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 26.11.2014

L.S.

---

Ing. Jan Roupec, Ph.D.  
Ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
Děkan fakulty

## ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá prediktivním řízením, hlavně Model Based Predictive Control (MPC). V první části je popsán princip prediktivního řízení, kritériální funkce, volba omezení regulace a volba pokut. V další části je proveden rozbor soustav: soustava s neminimální fází (regulace vodní turbíny), kmitavá soustava (regulace jeřábové kočky) a soustava s dopravním zpožděním. U všech těchto soustav je provedena klasická zpětnovazební regulace pomocí PID regulátoru a souběžně regulace s MPC. Jako MPC je zvoleno řešení fy Mathworks Model Predictive Control Toolbox a Simulink. Výsledky jsou poté analyzovány pomocí kritérií kvality regulace.

## ABSTRACT

This thesis deals with model predictive control principally Based Predictive Control (MPC). The first part describes the principle of predictive control, cost function, the choice of a constraints in regulation and the choice of weights. In the next section is an analysis system: a system with non-minimal phase (control water turbine), oscillating systems (trolley frame control) and system with a time-delay . In all of these systems is performed classical feedback control using PID control and concurrently regulation with the MPC. MPC is selected as the solution fy Mathworks Model Predictive Control Toolbox and Simulink. The results are then analyzed using the criteria of quality control.

## KLÍČOVÁ SLOVA

MPC, PID, řízení, kvalita regulace, kritériální funkce, soustava s neminimální fází, kmitavá soustava, soustava s dopravním zpožděním, MATLAB-SIMULINK.

## KEYWORDS

MPC, PID, control, quality of regulation, cost function, non minimum phase plant, oscillating plant, plant model with time delays, MATLAB-SIMULINK



## PROHLÁŠENÍ O ORIGINALITĚ

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, pod vedením vedoucího diplomové práce pana doc. Ing. Zdeňka Němce, CSc. s využitím uvedených pramenů literatury.

V Brně dne 27.5. 2015

Podpis: .....

## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ŠALDA, Z. *Ukázky regulací s prediktivním řízením*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 72 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Zdeněk Němec, CSc.





## **PODĚKOVÁNÍ**

Rád bych poděkoval vedoucímu práce Doc. Ing. Zdeňku Němcovi, CSc. za cenné rady a připomínky, které mi v průběhu zpracování diplomové práce věnoval.



**Obsah:**

	<b>Abstrakt.....</b>	<b>5</b>
	<b>Prohlášení o originalitě.....</b>	<b>7</b>
	<b>Seznam použitých zkratk a symbolů.....</b>	<b>13</b>
<b>1</b>	<b>Úvod.....</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>Úvod do prediktivního řízení.....</b>	<b>17</b>
2.1	Princip prediktivního regulátoru.....	17
2.2	Horizont predikce a řízení.....	18
2.3	Kriteriální funkce.....	19
2.3.1	Sledování požadovaného výstupu.....	20
2.3.2	Sledování akčních veličin.....	20
2.3.3	Potlačení změn akční veličiny.....	21
2.3.4	Překročení omezení.....	21
2.4	Omezení.....	21
2.5	QP matice.....	22
2.5.1	Optimalizační proměnné.....	23
2.5.2	Optimalizace účelové funkce.....	25
2.5.3	Omezení.....	25
2.5.4	MPC bez omezení.....	25
2.6	QP řešitel.....	26
2.7	Časově proměnné váhy a omezení.....	26
2.8	Doporučené nastavení MPC.....	26
2.8.1	Vzorkovací perioda.....	27
2.8.2	Horizont predikce.....	27
2.8.3	Horizont řízení.....	27
<b>3</b>	<b>Kritéria kvality regulace.....</b>	<b>29</b>
3.1	Lineární regulační plocha - IE.....	29
3.2	Absolutní regulační plocha - IAE.....	29
3.3	Kvadratická regulační plocha - ISE.....	30
3.4	ITAE.....	30
3.5	Doba regulace.....	31
3.6	Relativní překmit.....	31
<b>4</b>	<b>Soustava vodní turbíny.....</b>	<b>33</b>
4.1	Popis soustavy.....	33
4.2	Volba vstupních parametrů soustavy.....	33
4.3	Standardní regulační obvod.....	34
4.3.1	Nastavení regulátoru pomocí služby Tune.....	35
4.4	Regulace pomocí MPC.....	37
4.4.1	Vliv horizontu řízení.....	38
4.4.2	Vliv horizontu predikce.....	39
4.4.3	Vliv váhových pokut rychlosti akční veličiny.....	40
4.4.4	Vliv váhových pokut akční veličiny.....	41
4.4.5	Vliv váhových pokut odchylky regulované veličiny.....	42
4.4.6	Omezení.....	43
4.4.7	Použití časově proměnných vah.....	44
4.4.8	Použití online vah.....	45
4.4.9	Poruchová veličina.....	46
<b>5</b>	<b>Soustava s dopravním zpožděním.....</b>	<b>49</b>
5.1	Seřízení regulátoru pomocí metody požadovaného modelu.....	49
5.2	Seřízení regulátoru pomocí služby Tune.....	51
5.3	Regulace pomocí MPC.....	51

5.3.1	Vliv horizontu predikce.....	53
5.3.2	Vliv horizontu řízení.....	54
5.3.3	Vliv poruchové veličiny.....	55
<b>6</b>	<b>Kmitavá soustava - pohyb jeřábové kočky.....</b>	<b>57</b>
6.1	Subsystem jeřábové kočky.....	57
6.2	Subsystem závěsu.....	58
6.3	Stavový popis celé soustavy:.....	59
6.4	Seřízení regulátoru pomocí služby Tune.....	60
6.5	Regulace pomocí MPC.....	62
6.5.1	Vliv horizontu predikce.....	65
6.5.2	Vliv horizontu řízení.....	66
6.5.3	Vliv poruchové veličiny.....	67
<b>7</b>	<b>Závěr.....</b>	<b>69</b>
	<b>Seznam použité literatury.....</b>	<b>71</b>

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$\varphi$	úhel vychýlení závěsu	[rad]
$\Delta_y(t)$	časový průběh otevření turbíny	[-]
$\Delta_{PG}$	poměrná hodnota výkonu	[-]
$a_k$	zrychlení kočky	[m·s <sup>-2</sup> ]
D	derivační složka v zápisu pro Matlab	[-]
DMC	dynamic matrix control	
ECR	váhová pokuta omezení	[-]
$F_k$	síla od motoru	[N]
$F_{tk}$	třecí síla působící na kočku	[N]
$F_{tz}$	odporová tlumící síla prostředí	[N]
g	tíhové zrychlení	[m·s <sup>-2</sup> ]
H	Hessova matice	
I	integrální složka v zápisu pro Matlab	[-]
IAE	absolutní regulační plocha	[-]
IE	lineární regulační plocha	[-]
ISE	kvadratická regulační plocha	[-]
ITAE	integral of time-multiplied absolute value of error	[-]
k	interval řízení (krok řízení)	[-]
KWIK	Knows What It Knows (algoritmus výpočtu QP)	
l	délka lana	[m]
M	horizont řízení (celočíslný násobek vzorkovací periody)	
$m_z$	hmotnost závěsu	[kg]
MAC	model algorithmic control	
MPC	model prediktivního řízení	
MV	váhová pokuta akční veličiny (jen u MPC)	[-]
MVR	váhová pokuta rychlostí akční veličiny	[-]
N	parametr filtrace neideální derivace	[-]
OV	váhová pokuta odchylky regulované veličiny	[-]
P	proporcionální složka v zápisu pro Matlab	[-]
P	horizont predikce (celočíslný násobek vzorkovací periody)	[-]
QDMC	quadratic dynamic matrix control	
QP	kvadratické programování	
$r_0$	zesílení regulátoru	[-]
SIMO	Single input multiple outputs	

$T$	doba odezvy obvodu	[s]
$T_d$	derivační časová konstanta	[s]
$T_D$	dopravní zpoždění	[s]
$T_i$	integrační časová konstanta	[s]
$T_{r95\%}$	doba regulace, za kterou klesne odchylka regulované veličiny pod 5%	[s]
$T_{r99\%}$	doba regulace, za kterou klesne odchylka regulované veličiny pod 1%	[s]
$T_{vr}$	vzorkovací perioda	[s]
$u$	akční veličina	[-]
$v_k$	rychlost kočky	[m·s]
$x_k$	poloha kočky	m
$x_z$	poloha závěsu	m

# 1 ÚVOD

Prediktivní způsob řízení představuje rozdílný pohled na regulaci než zpětnovazební řízení. Zatímco u běžně používaného PID regulátoru reaguje PID regulátor na stavy, které nastaly a koriguje je podle svého nastavení a žádané hodnoty, u prediktivního regulátoru jsou na základě minulých stavů vypočítány budoucí stavy a budoucí akční zásahy. To může být oproti PID regulátoru značná výhoda, neboť je prediktivní regulátor schopen vyhnout se nepříznivým stavům dříve než nastanou.

Historie prediktivních regulátorů začíná v roce 1960, kdy Rudolf E. Kálmán publikoval svoji práci na téma lineárně kvadratického odhadu, jinak známého pod označením Kalmanův filtr. Tento výkonný stabilizační algoritmus minimalizuje kvadratickou funkci vstupů a výstupů. Kalmanův filtr měl ovšem malý dopad na vývoj regulační techniky z důvodu absence nastavení omezení a využití na nelineární systémy.

V průběhu 70. let byly zaznamenány úspěchy s nasazováním prediktivního řízení v průmyslu. V roce 1978 Richalet prezentoval Model Predictive Heuristic Control (později známého jako Model Algorithmic Control - MAC). V roce 1980 pak Cutler a Ratmaker uvedli algoritmus pro mnohazměrné systémy DMC (Dynamic Matrix Control). Pro optimalizaci zde využili metodu nejmenších čtverců, DMC stále nezahrnuje omezení vstupně výstupních veličin.

V roce 1986 Garcia a Morshedi vyvinuly algoritmus QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control) s možností omezení vstupně výstupních veličin, stále však není vhodný pro nelineární systémy. V roce 1988 je popsán SMOC (Shell Multivariable Optimising Controller), který dokáže odhadnout neměřitelné poruchy pomocí Kalmanova filtru. V současnosti se používá GPC algoritmus (General Predictive Control) nebo CARIMA model.

Účelem této práce je porovnání klasického PID regulátoru a MPC u obtížně regulovatelných soustav. Největší výskyt MPC je v rafineriích, chemickém a petrochemickém průmyslu. Pro strojírenské aplikace se nepoužívá téměř vůbec. Z těchto důvodů neexistuje na Fakultě strojního inženýrství podrobné srovnání možností MPC s klasickým PID regulátorem. Jako přínos MPC lze očekávat zkvalitnění řízení a využití omezení.

Existuje několik verzí MPC, pro svoji práci jsem použil verzi od firmy Mathworks MPCtool v kombinaci s modelem Simulink. Hlavní část práce spočívá v analýze kvality regulace standardních regulačních obvodů a MPC, a to u soustav s dopravním zpožděním, s neminimální fází a kmitavé soustavy. [1],[2]





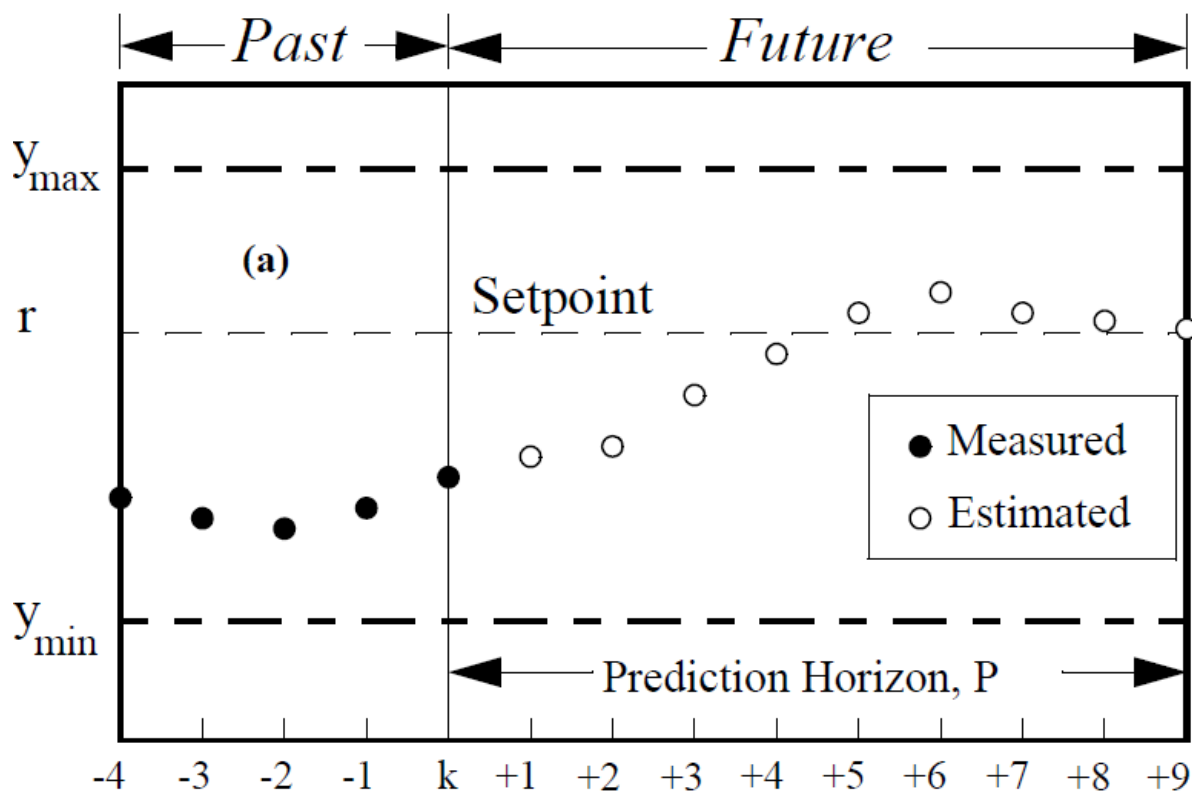
## 2 ÚVOD DO PREDIKTIVNÍHO ŘÍZENÍ

Pod pojmem prediktivní řízení lze chápat soubor metod se společnými znaky:

- je použit matematický model řízení na predikci budoucích řízených výstupů systému,
- je předem známá trajektorie žádané veličiny,
- ve výpočtu posloupnosti budoucích akčních zásahů je zahrnuta minimalizace účelové funkce s budoucími přírůstkami trajektorie řízení a regulační odchylky,
- provede se pouze první akční zásah a zbytek se zahodí. Celý postup se opakuje v dalším kroku. [3]

### 2.1 Princip prediktivního regulátoru

Obrázek 1 ukazuje Stav MPC s jedním vstupem a výstupem. Krok  $k$  reprezentuje současný stav. Poslední naměřený výstup  $y_k$  a předchozí naměřené výstupy  $y_{k-1}, y_{k-2}, \dots$ , jsou známy a označeny plným kroužkem.

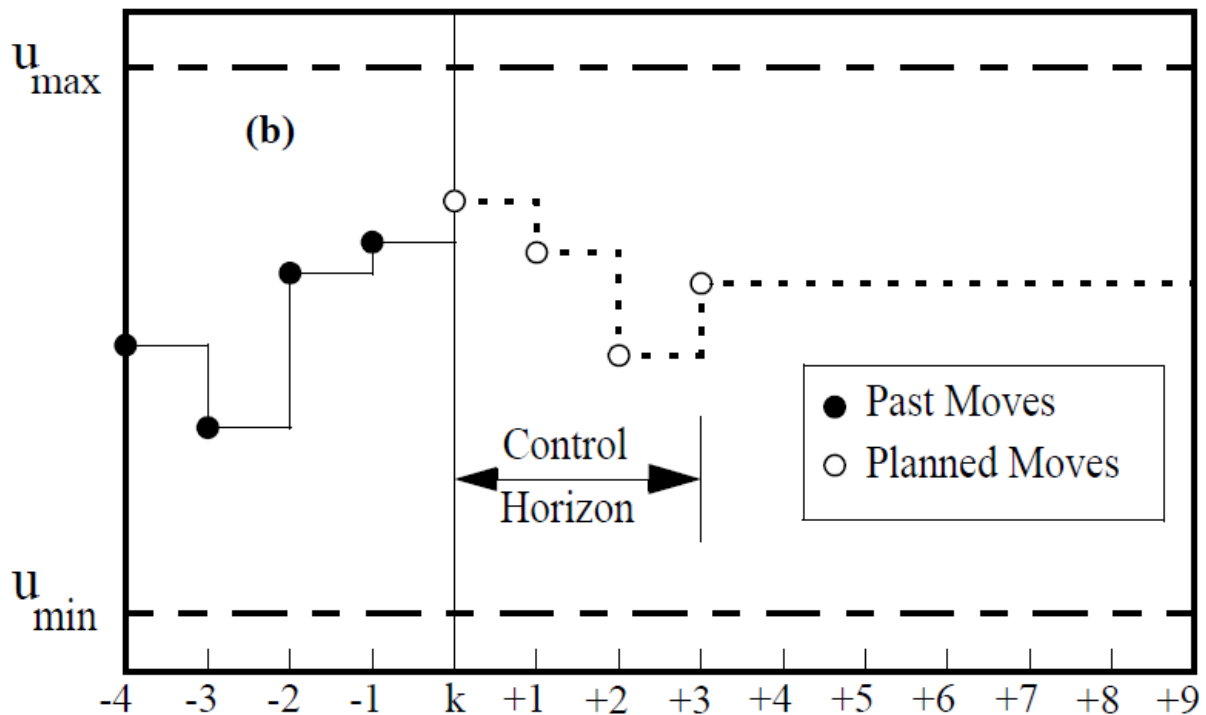


Obrázek 1: Princip prediktivního řízení [4]

Obrázek 2 ukazuje akční zásahy  $u_{k-4}, \dots, u_{k-1}$  označeny plným kroužkem. V kroku  $k+1$  bude proveden akční zásah  $u_k$  a zbytek akčních zásahů bude nahrazen nově vypočítanými akčními zásahy do kroku  $k+2$

K výpočtu dalšího kroku  $u_k$  operuje MPC ve třech fázích fázích:

1. Modul MPC je použit na predikci  $N$  budoucích výstupů  $y$ , predikce jsou vypočítány vzhledem k všem dostupným informacím do času  $k$  a vzhledem k neznámé trajektorii akčních zásahů, které je potřeba určit.
2. Pomocí optimalizace je určena trajektorie budoucích akčních zásahů, v tomto řešení je zahrnuta vhodná účelová funkce a její omezení. V účelové funkci jsou zahrnuty budoucí predikce výstupů, budoucí trajektorie žádané veličiny a budoucí akční zásahy.
3. Ačkoliv byl proveden výpočet celé trajektorie, pouze první člen  $u_k$  má vliv na proces. Zbytek výpočtů je skartován a v kroku  $k+1$  se celý postup opakuje. Tento postup se nazývá strategie pohyblivého horizontu. [3], [4]

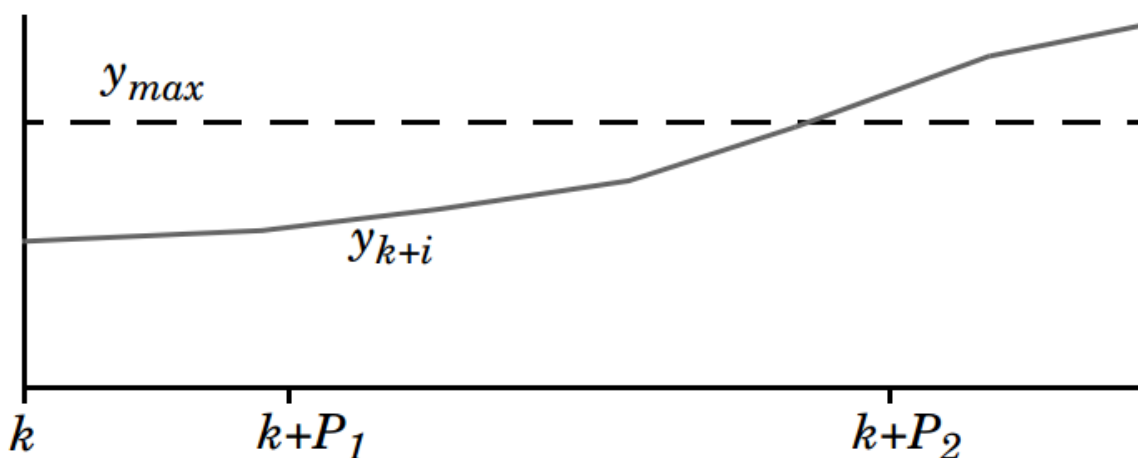


Obrázek 2: Princip prediktivního řízení [4]

## 2.2 Horizont predikce a řízení

Z předchozího postupu plyne, že všechny kroky kromě prvního jsou před dalším krokem zahozeny. Mohlo by se zdát, že pro horizont predikce  $P$  a horizont řízení  $M$  dostaneme stejné výsledky u  $P=M=1$  jako u  $P=M=\infty$ . Tento stav může za specifických podmínek platit, ale volba horizontů má významný dopad na následující případy:

- *Omezení.* Vhodně zvolená délka horizontu predikce má za následek že MPC „vidí“ předem definované omezení a snaží se jim vyhnout, pokud je to možné nebo alespoň omezit jejich nepříznivý dopad na minimum. Na obrázku 3 je vidět příklad vlivu volby horizontu predikce. Pokud se MPC „dívá“  $P_1$  kroků dopředu, je vše v pořádku a nic nenasvědčuje tomu, že  $y_{k+i}$  má stoupající tendenci až k omezení  $y_{max}$ . Při použití  $P_2$  je naopak překročení jasně vidět a MPC začne okamžitě řešit nápravu.



Obrázek 3: význam volby horizontu predikce [4]

- *Dopravní zpoždění.* Pokud má soustava dopravní zpoždění  $T_D$ , které odpovídá  $k$  násobku vzorkovací periody, potom zásah  $u_k$  nebude mít žádný vliv na výstup až do stavu  $y_{k+T_D+1}$ , aby MPC pracoval správně musí platit:  $P \gg T_D$  a  $M \ll P - T_D$
- *Soustavy s neminimální fází.* Pro soustavu s jedním vstupem a výstupem s inverzní odezvou, kdy kratší část regulace představuje podregulaci kde regulovaná veličina nejprve klesá a po určité době začne stoupat, se optimalizace zaměří primárně na delší část regulace. Jinak by došlo k pohybu regulované veličiny špatným směrem. [4]

### 2.3 Kriteriační funkce

Pro každý řídicí interval řeší MPC optimalizační problém, konkrétně kvadratické programování (QP). Řešení představuje posloupnost akčních zásahů, k použití v soustavě do dalšího řídicího intervalu.

Úloha kvadratického programování zahrnuje následující úlohy:

- Kriteriační funkci – nezáporné měření regulátoru, které je potřeba minimalizovat.
- Omezení - řešení musí splňovat definované omezení.
- Rozhodnutí – akční zásah představuje minimalizaci kriteriační funkce za splnění podmínek omezení.[5]

Kriteriální funkce je definována jako:

$$J(z_k) = J_y(z_k) + J_u(z_k) + J_{\Delta u}(z_k) + J_\epsilon(z_k) \quad (2.3.1)$$

### 2.3.1 Sledování požadovaného výstupu

V regulované soustavě je potřeba, aby její výstup byl co nejbliže žádané hodnotě. MPC regulátor používá následující vyhodnocení:

$$J_y(z_k) = \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^p \left\{ \frac{W_{i,j}^y}{S_j^y} [r_j(k+i|k) - y_j(k+i|k)] \right\}^2 \quad (2.3.2)$$

Kde

$k$  - současný řídicí interval

$p$  - velikost horizontu predikce

$n_y$  - počet regulovaných veličin soustavy

$z_k$  - QP rozhodnutí určené pomocí :

$$z_k^T = [u(k|k)^T u(k+1|k)^T \dots u(k+p-1|k)^T \quad k] \quad (2.3.3)$$

Kde

$y_j(k+i|k)$  - regulovaná hodnota  $j$ -tého výstupu na  $i$ -tém kroku horizontu predikce

$r_j(k+i|k)$  - žádaná hodnota  $j$ -te regulované veličiny na  $i$ -tém horizontu predikce

$S_j^y$  - měřítko pro  $j$ -tou regulovanou veličinu v požadovaných jednotkách

$w_{i,j}^y$  - váhové pokuty odchylky žádané hodnoty od skutečné  $j$ -tého výstupu na  $i$ -tém horizontu predikce [5]

### 2.3.2 Sledování akčních veličin

V případech, kdy je více akčních veličin než výstupů soustavy používá MPC následující vyhodnocení:

$$J_u(z_k) = \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i=0}^{p-1} \left\{ \frac{W_{i,j}^u}{S_j^u} [u_j(k+i|k) - u_{j,target}(k+i|k)] \right\}^2 \quad (2.3.4)$$

Kde

$k$  - současný řídicí interval

$p$  - velikost horizontu predikce

$n_u$  - počet akčních veličin

$z_k$  - QP rozhodnutí určené pomocí 2.3.3

$u_{j,target}(k+i|k)$  - cílová hodnota  $j$ -té akční veličiny na  $i$ -tém kroku horizontu predikce

$s_j^u$  - měřítko pro j-tou akční veličinu v požadovaných jednotkách

$w_{i,j}^u$  -váhové pokuta j-té akční veličiny na i-tém horizontu predikce [5]

### 2.3.3 Potlačení změn akční veličiny

Většina aplikací preferuje malé změny žádané veličiny. MPC využívá následující vyhodnocení:

$$J_{\Delta u}(z_k) = \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{i=0}^{p-1} \left\{ \frac{W_i^{\Delta u, j}}{s_j^u} [u_j(k+i|k) - u_j(k+i-1|k)] \right\}^2 \quad (2.3.5)$$

Kde

$k$  - současný řídicí interval

$p$  - velikost horizontu predikce

$n_u$  - počet akčních veličin

$z_k$  - QP rozhodnutí určené pomocí 2.3.2

$s_j^u$  - měřítko pro j-tou akční veličinu v požadovaných jednotkách

$w_{i,j}^{\Delta u}$  - váhová pokuta přírůstku j-té akční veličiny na i-tém horizontu predikce. [5]

### 2.3.4 Překročení omezení

V praxi je někdy nevyhnutelné, aby QP řešitel překročil měkká omezení. MPC využívá bezrozměrné nezáporné doplňkové (rezervované) proměnné  $\epsilon_k$ , která představuje nejhorší překročení omezení.

$$J_{\epsilon}(z_k) = \rho_{\epsilon} \epsilon_k^2 \quad (2.3.6)$$

Kde

$z_k$  - QP rozhodnutí určené pomocí 2.3.2

$\epsilon_k$  - doplňková proměnná překročení omezení na intervalu  $k$   $\epsilon_k \geq 0$

$\rho_{\epsilon}$  - váhová pokuta za překročení měkkých omezení [5]

## 2.4 Omezení

Jednou z hlavních výhod MPC je možnost omezit vstupní a výstupní veličiny. V praxi se často setkáváme s různými omezeními na vstupu (jen těžko si lze představit negativní průtok nebo ventil otevřený na více než 100%) i na výstupu (bezpečnostní důvody nebo návaznost na další systémy). Schopnost pracovat s omezeními je jedním z hlavních důvodů rozšíření MPC v chemickém průmyslu a posléze i ostatních odvětvích.

Existují dva druhy omezení:

**Tvrdá omezení** tyto omezení nelze za žádné situace překročit. Jedná se o fyzikální omezení změny akční veličiny, popř. změny regulované veličiny.

**Měkká omezení** tyto omezení lze za určitých podmínek překročit, jejich překročení je ovšem penalizováno podle 2.3.6

Omezení na regulovanou veličinu, akční veličinu a přírůstek akční veličiny jsou definovány jako:

$$\frac{y_{j,\min}(i)}{s_j^y} - \epsilon_k V_{j,\min}^y(i) \leq \frac{y_j(k+i|k)}{s_j^y} \leq \frac{y_{j,\max}(i)}{s_j^y} + \epsilon_k V_{j,\max}^y(i), \quad i=1:p, \quad j=1:n_y \quad (2.4.1)$$

$$\frac{u_{j,\min}(i)}{s_j^u} - \epsilon_k V_{j,\min}^u(i) \leq \frac{u_j(k+i-1|k)}{s_j^u} \leq \frac{u_{j,\max}(i)}{s_j^u} + \epsilon_k V_{j,\max}^u(i), \quad i=1:p, \quad j=1:n_u \quad (2.4.2)$$

$$\frac{\Delta u_{j,\min}(i)}{s_j^u} - \epsilon_k V_{j,\min}^{\Delta u}(i) \leq \frac{\Delta u_j(k+i-1|k)}{s_j^u} \leq \frac{\Delta u_{j,\max}(i)}{s_j^u} + \epsilon_k V_{j,\max}^{\Delta u}(i), \quad i=1:p, \quad j= \quad (2.4.3)$$

Kde:

$V$  - je konstanta se stejným významem jako omezení u kriteriální funkce

$\epsilon_k$  - velikost překročeného omezení

$s_j^y$  - měřítko pro j-tou regulovanou veličinu v požadovaných jednotkách

$s_j^u$  - měřítko pro j-tou akční veličinu v požadovaných jednotkách

$y_{j,\min}(i), y_{j,\max}(i)$  - spodní a horní omezení pro j-tou regulovanou veličinu na i-tém horizontu predikce

$u_{j,\min}(i), u_{j,\max}(i)$  - spodní a horní omezení pro j-tou akční veličinu na i-tém horizontu predikce

$\Delta u_{j,\min}(i), \Delta u_{j,\max}(i)$  - spodní a horní omezení pro j-tý přírůstek akční veličinu na i-tém horizontu predikce

Pokud nastane situace, kdy je matematicky nemožné splnit tvrdá omezení na intervalu  $k$ , pak QP není řešitelné a MPC vrátí chybový stav a nastaví akční veličinu:  $u(k)=u(k-1)$  tedy beze změn. Jestliže není vyřešena příčina vzniku neřešitelnosti, může tento stav neustále pokračovat, což bude mít za následek ztrátu řízení. [3], [5]

## 2.5 QP matice

Předpokládejme, že modely rušení popsané ve vstupní poruše modelu mají jednotkový zisk  $d(k)=n_d(k)$ , pak můžeme tento problém vyjádřit jako:

$$x = \begin{bmatrix} x \\ x_d \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A & B_d \bar{C} \\ 0 & \bar{A} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_v = \begin{bmatrix} B_v \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} B_d \bar{D} \\ \bar{B} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [C \quad D_d \bar{C}] \quad (2.5.1)$$

Pak prediktivní model je definován jako:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \mathbf{A}x(k) + \mathbf{B}_u u(k) + \mathbf{B}_v v(k) + \mathbf{B}_d n_d(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}x(k) + \mathbf{D}_v(v) + \mathbf{D}_b n_d(k) \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

Pro problém predikce budoucí trajektorie modelu v čase  $k=0$  za předpokladu  $n_d(i)=0$ ,  $i=1:p$  obdržíme:

$$y(i|0) = C \left[ A^i x(0) + \sum_{h=0}^{i-1} A^{i-1-h} \left( B_u \left( u(-1) + \sum_{j=0}^h \Delta u(j) \right) + B_v v(h) \right) \right] + D_v v(i) \quad (2.5.3)$$

Tato rovnice dává řešení:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ \vdots \\ y(p) \end{bmatrix} = S_x x(0) + S_{u1} u(-1) + S_u \begin{bmatrix} \Delta u(0) \\ \vdots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix} + H_v \begin{bmatrix} v(0) \\ \vdots \\ v(p) \end{bmatrix} \quad (2.5.4)$$

Kde:

$$\begin{aligned} S_x &= \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^p \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{pn_y \times n_x}, S_{u1} = \begin{bmatrix} CB_u \\ CB_u + CAB_u \\ \vdots \\ \sum_{h=0}^{p-1} CA^h B_u \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{pn_y \times n_u} \\ S_u &= \begin{bmatrix} CB_u & 0 & \cdots & 0 \\ CB_u + CAB_u & CB_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sum_{h=0}^{p-1} CA^h B_u & \sum_{h=0}^{p-2} CA^h B_u & \cdots & CB_u \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{pn_y \times pn_u} \\ H_v &= \begin{bmatrix} CB_v & D_v & 0 & \cdots & 0 \\ CAB_v & CB_v & D_v & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ CA^{p-1} B_v & CA^{p-2} B_v & CA^{p-3} B_v & \cdots & D_v \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{pn_y \times (p+1)n_v} \end{aligned} \quad (2.5.5)$$

[5]

### 2.5.1 Optimalizační proměnné

Nechť  $m$  je počet stupňů volnosti regulátoru a  $z = [z_0; \dots; z_{m-1}]$  pak :

$$\begin{bmatrix} \Delta u(0) \\ \vdots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix} = J_M \begin{bmatrix} z_0 \\ \vdots \\ z_{m-1} \end{bmatrix} \quad (2.5.6)$$

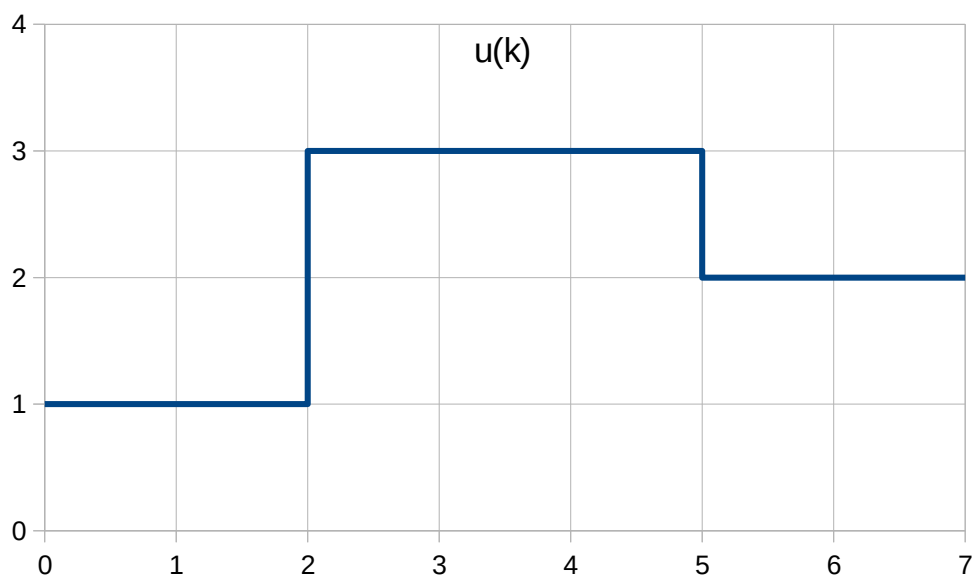
Kde  $J_M$  závisí na volbě „blocking moves“ (způsob jak snížit náročnost výpočtu). Dohromady s doplňkovou proměnnou  $\epsilon_k$  a vektorem  $z = [z_0; \dots; z_{m-1}]$  tvoří volné optimalizační proměnné optimalizačního problému.

Na obrázcích 4 a 5 je následující akční veličina a přírůstek akční veličiny

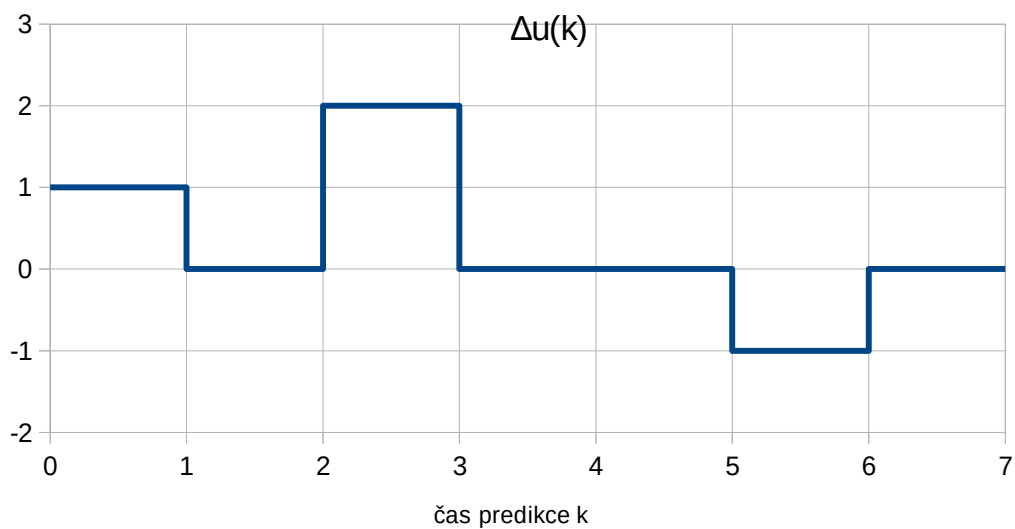
$$\begin{aligned} u(0) &= u(1), u(2) = u(3) = u(4), u(5) = u(6), \\ \Delta u(0) &= z_0, \Delta u(2) = z_1, \Delta u(5) = z_2, \Delta u(1) = \Delta u(3) = \Delta u(4) = \Delta u(6) = 0. \end{aligned}$$

po zjednodušení pomocí „blocking moves“ můžeme psát, že akční veličina a přírůstek akční

veličiny jsou: [2 3 2]. [5]



Obrázek 4: Akční veličina



Obrázek 5: Přírůstek akční veličiny

Tomu odpovídá matice :

$$J_M = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



## 2.5.2 Optimalizace účelové funkce

Pro standardní tvar chceme optimalizovat následující funkci:

$$J(z, \epsilon) = \begin{pmatrix} u(0) \\ \vdots \\ u(p-1) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{target}(0) \\ \vdots \\ u_{target}(p-1) \end{pmatrix} \Bigg)^T W_u^2 \begin{pmatrix} u(0) \\ \vdots \\ u(p-1) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{target}(0) \\ \vdots \\ u_{target}(p-1) \end{pmatrix} \Bigg) + \begin{pmatrix} \Delta u(0) \\ \vdots \\ \Delta u(p-1) \end{pmatrix}^T W_{\Delta u}^2 \begin{pmatrix} \Delta u(0) \\ \vdots \\ \Delta u(p-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y(1) \\ \vdots \\ y(p) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r(1) \\ \vdots \\ r(p) \end{pmatrix} \Bigg)^T W_y^2 \begin{pmatrix} y(1) \\ \vdots \\ y(p) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r(1) \\ \vdots \\ r(p) \end{pmatrix} \Bigg) \rho_\epsilon \epsilon^2 \quad (2.5.7)$$

Kde:

$$\begin{aligned} W_u &= \text{diag}(w_{0,1}^u, w_{0,2}^u, \dots, w_{0,n_u}^u, \dots, w_{p-1,1}^u, w_{p-1,2}^u, \dots, w_{p-1,n_u}^u) \\ W_{\Delta u} &= \text{diag}(w_{0,1}^{\Delta u}, w_{0,2}^{\Delta u}, \dots, w_{0,n_u}^{\Delta u}, \dots, w_{p-1,1}^{\Delta u}, w_{p-1,2}^{\Delta u}, \dots, w_{p-1,n_u}^{\Delta u}) \\ W_y &= \text{diag}(w_{1,1}^y, w_{1,2}^y, \dots, w_{1,n_y}^y, \dots, w_{p,1}^y, w_{p,2}^y, \dots, w_{p,n_y}^y) \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

Po zavedení substituce  $u(k)$ ,  $\Delta u(k)$ ,  $y(k)$  lze psát:

$$J(z, \epsilon) = \rho_\epsilon \epsilon^2 + z^T K_{\Delta u} z + 2 \begin{pmatrix} r(1) \\ \vdots \\ r(p) \end{pmatrix} + K_r + \begin{pmatrix} v(0) \\ \vdots \\ v(p) \end{pmatrix}^T K_v + u(-1)^T K_u + \begin{pmatrix} u_{target}(0) \\ \vdots \\ u_{target}(p-1) \end{pmatrix}^T K_{ut} + x(0)^T K_x \Bigg) z \quad (2.5.9)$$

## 2.5.3 Omezení

Pro omezení akční veličiny, přírůstku akční veličiny a regulované veličiny za podmínek  $\epsilon \geq 0$  lze psát:

$$\begin{bmatrix} y_{min}(1) - \epsilon V_{min}^y(1) \\ \vdots \\ y_{min}(p) - \epsilon V_{min}^y(p) \\ u_{min}(0) - \epsilon V_{min}^u(1) \\ \vdots \\ u_{min}(p-1) - \epsilon V_{min}^u(p-1) \\ \Delta u_{min}(0) - \epsilon V_{min}^{\Delta u}(0) \\ \vdots \\ \Delta u_{min}(p-1) - \epsilon V_{min}^{\Delta u}(p-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y(1) \\ \vdots \\ y(p) \\ u(0) \\ \vdots \\ u(p-1) \\ \Delta u(0) \\ \vdots \\ \Delta u(p-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} y_{max}(1) + \epsilon V_{max}^y(1) \\ \vdots \\ y_{max}(p) + \epsilon V_{max}^y(p) \\ u_{max}(0) + \epsilon V_{max}^u(1) \\ \vdots \\ u_{max}(p-1) + \epsilon V_{max}^u(p-1) \\ \Delta u_{max}(0) + \epsilon V_{max}^{\Delta u}(0) \\ \vdots \\ \Delta u_{max}(p-1) + \epsilon V_{max}^{\Delta u}(p-1) \end{bmatrix} \quad (2.5.10)$$

[5]

## 2.5.4 MPC bez omezení

Optimální řešení bez omezení je vypočítáno analyticky:

$$z^* = \mathbf{K}_{\Delta u}^{-1} \left( \begin{bmatrix} r(1) \\ \vdots \\ r(p) \end{bmatrix}^T + \mathbf{K}_r + \begin{bmatrix} v(0) \\ \vdots \\ v(p) \end{bmatrix} \mathbf{K}_v + u(-1)^T \mathbf{K}_u + \begin{bmatrix} u_{target}(0) \\ \vdots \\ u_{target}(p-1) \end{bmatrix}^T \mathbf{K}_{ut} + x(0)^T \mathbf{K}_x \right)^T \quad (2.5.11)$$

Pak MPC nastaví  $z_0^*$ ,  $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$  [5]

## 2.6 QP řešitel

QP řešitel obsažený v MPC převádí optimalizační problém na obecný QP tvar

$$\text{Min} \left( f^T x + \frac{1}{2} x^T \mathbf{H} x \right) \quad (2.6.1)$$

Tak, že:  $\mathbf{A} x \leq b$

kde  $x^T = [z^T \ \epsilon]$  jsou rozhodnutí  
 $\mathbf{H}$  - je Hessova matice  
 $\mathbf{A}$  - je matice lineárních koeficientů omezení  
 $b$  - vektor pravých stran omezujících podmínek  
 $f$  -vektor

Matice  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{H}$  jsou konstantní. MPC vypočítá tyto matice v průběhu inicializace a uchovává tyto hodnoty v paměti dokud je potřeba. Vektory  $b$  a  $f$  jsou počítány na začátku každého řídicího kroku.

Optimalizační toolbox Matlabu používá KWIK algoritmus [6], k vyřešení problému QP je vyžadováno, aby Hessova matice byla pozitivně definitní. V prvním řídicím kroku KWIK použije tzv. „studený start“, který odhadne řešení bez omezení popsané v 2.3.6. Pokud  $x$  splňuje omezení, pak je optimální QP řešení  $x^*$  a algoritmus je ukončen. V opačném případě je potřeba, aby alespoň jedna lineární nerovnice omezení splňovala rovnost. V tomto případě KWIK použije číselně robustní strategii k stanovení množiny aktivních omezení, splňující standardní optimalizační podmínky. V následujícím řídicím kroku KWIK provede tzv. „teplý start“, kdy množina aktivních omezení z předchozího kroku je použita jako odhad řešení kroku dalšího. [5]

## 2.7 Časově proměnné váhy a omezení

Váhové pokuty  $w^y$ ,  $w^u$ ,  $w^{\Delta u}$  tedy odchylky regulované veličiny, akční veličiny a přírůstek akční veličiny je možno měnit v přechodu jednoho kroku horizontu predikce na další. Časová změna vah je matice o  $p$  řádcích a  $n_y$  nebo  $n_u$  (počet regulovaných resp. akčních veličin). Časová změna omezení je definovaná jako vektor obsahující až  $p$  hodnot. Pokud nastane situace kdy  $n < p$  hodnot, pak je  $n$ -tá hodnota aplikovaná na zbylé  $p-n$  kroky.

Použití časových proměnných představuje další možnost nastavení regulátoru v případech, kdy nestačí použití konstantních vah a omezení. [5]

## 2.8 Doporučené nastavení MPC

MPC poskytuje velkou volbu různých nastavení, u kterých není dopředu zřejmý výsledný dopad na kvalitu a průběh regulace, je vhodné na začátku provést hrubý odhad základních parametrů, porovnat výsledek a podle potřeby upravit základní parametry. [5]

### 2.8.1 Vzorkovací perioda

Doporučená praxe je zvolit vzorkovací periodu  $T_{vr}$  jako první parametr a nechat ji konstantní po celou dobu nastavování regulátoru. Změna  $T_{vr}$  v průběhu regulace by měla za následek nutnost přenastavení ostatních parametrů regulátoru. Se zmenšováním  $T_{vr}$  navíc dramaticky stoupá požadavek na výpočetní výkon.

Postup pro hrubý odhad  $T_{vr}$  :

- volba požadované odezvy uzavřeného obvodu  $T$
- $T_{vr} = T \cdot (0.1 \div 0.25)$
- Zkušební simulace s  $T_{vr}$  a  $0,5T_{vr}$  k posouzení, zda došlo k výraznému rozdílu v kvalitě regulace. [5]

### 2.8.2 Horizont predikce

Stejně jako u vzorkovací periody  $T_{vr}$  i u horizontu predikce je vhodné zvolit velikost horizontu při počátečním nastavení a dále již tuto hodnotu neměnit. Jakákoliv změna v průběhu regulace může mít za následek nutnost přenastavení váhových a omezujících parametrů.

Pro závislost mezi vzorkovací periodou, odezvou uzavřeného obvodu a horizontem predikce platí:

$$T \approx pT_{vr} \quad (2.8.1)$$

Je doporučeno navyšovat  $p$  za předpokladu, že nedochází k velkým propadům výkonu. Pokud je uzavřená soustava nestabilní, maximální možné  $p$  odpovídá počtu řídicích intervalů otevřeného obvodu než odezva soustavy dosáhne nekonečna.

Obecně není důvod volit  $p > 50$  pokud není vzorkovací perioda příliš malá. [5]

### 2.8.3 Horizont řízení

Horizont řízení  $m$  představuje počet akčních zásahů, které mají být optimalizovány na intervalu  $k \in (1..p)$ . V případě soustavy s dopravním zpožděním je vhodné zvolit  $m < p$  v ostatních případech  $m \ll p$ . [5]



### 3 KRITÉRIA KVALITY REGULACE

Existuje mnoho způsobů jak posuzovat kvalitu regulace. Můžeme posuzovat dobu regulace, překmit, dobu potřebnou k ustálení odchylky regulované veličiny  $y$  pod 5%, nebo použít komplexní kritéria, která podle průběhu regulované veličiny ohodnotí kvalitu regulace. V případě, kdy dojde ke vzniku trvalé regulační odchylky je potřeba stanovit stejnou dobu simulace pro všechna kritéria všech variant, aby byly výsledky porovnatelné.

#### 3.1 Lineární regulační plocha - IE

Lineární kvadratická plocha je definována jako :

$$I_{IE} = \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)] dt \quad (3.1.1)$$

Toto kritérium je rovno rozdílu plochy pod křivkou regulované veličiny a žádané veličiny. Čím menší je rozdíl těchto ploch, tím je regulace lepší.

Nevýhoda tohoto kritéria je v tom, že není vhodné pro kmitavé průběhy regulované veličiny. [7], [8]

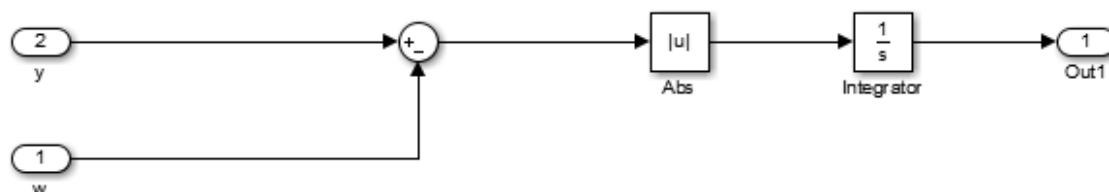


Obrázek 6: Výpočet lineární regulační plochy v prostředí Simulink

#### 3.2 Absolutní regulační plocha - IAE

IAE kritérium odstraňuje nevýhodu lineární kvadratické plochy pro kmitavé soustavy. V bodech kde funkce mění znaménka neexistuje derivace, z tohoto důvodu nelze vypočítat analyticky, ale jen pomocí simulace. [8]

$$I_{IAE} = \int_0^{\infty} |y(t) - y(\infty)| dt \quad (3.2.1)$$

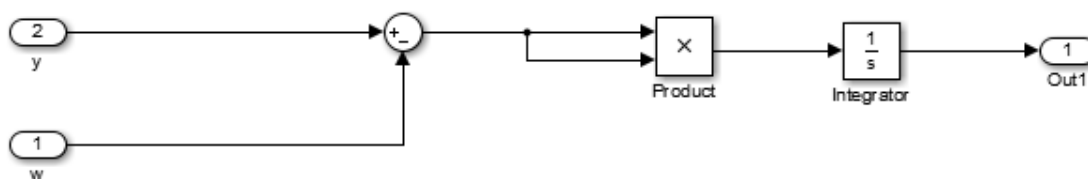


Obrázek 7: Výpočet absolutní regulační plochy v prostředí Simulink

### 3.3 Kvadratická regulační plocha - ISE

ISE kritérium je vhodné pro kmitavé soustavy a lze stanovit analyticky, ovšem výsledný průběh regulované veličiny je kmitavý.[7], [8]

$$I_{ISE} = \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)]^2 dt \quad (3.3.1)$$

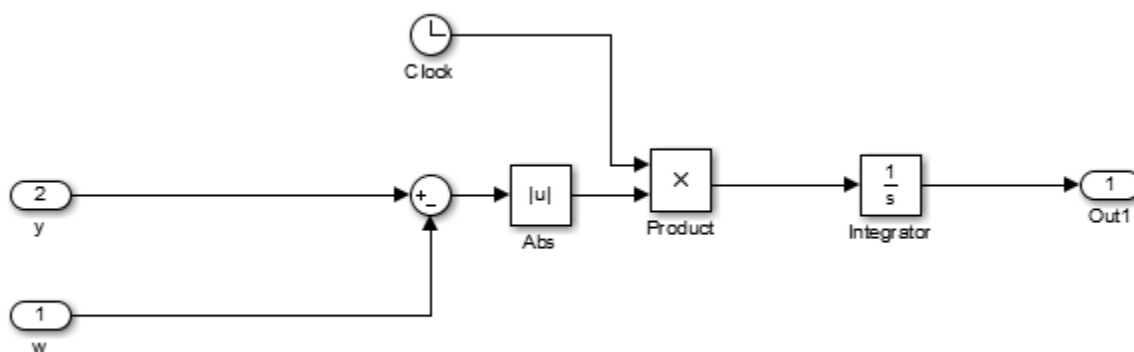


Obrázek 8: Výpočet kvadratické regulační plochy v prostředí Simulink

### 3.4 ITAE

Především kritéria nebrala do úvahy dobu regulace, ale pouze rozdíl aktuální polohy od žádané polohy. Kritérium ITAE bere v potaz jak rozdíl regulované veličiny od žádané, tak i čas, nelze stanovit analyticky, ale pouze simulačně. [7], [8]

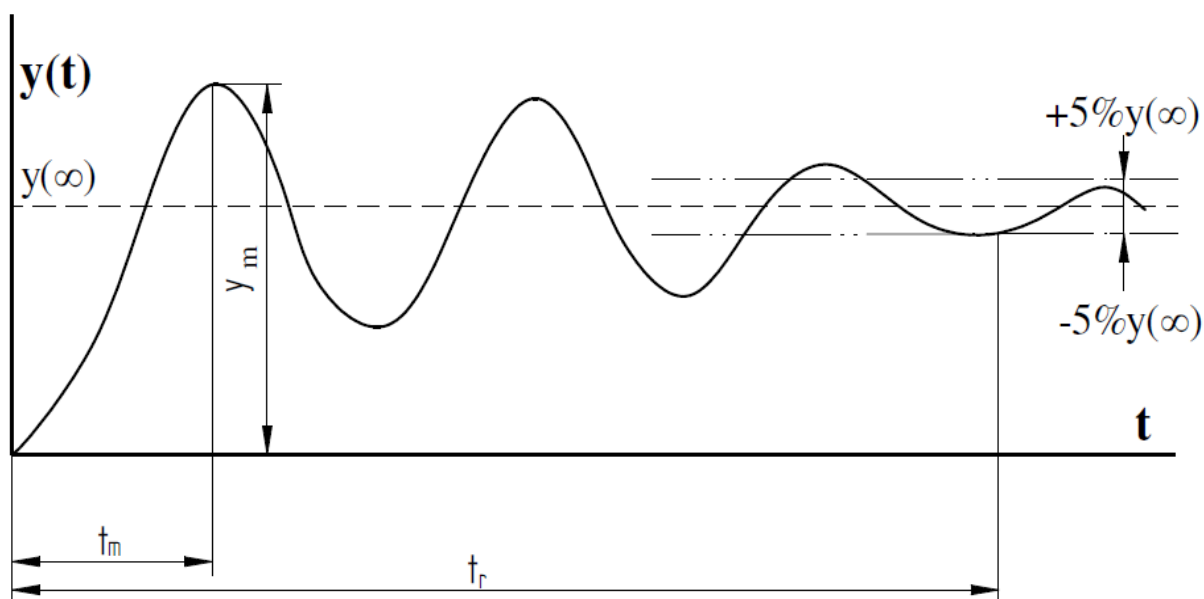
$$I_{ITAE} = \int_0^{\infty} t |y(t) - y(\infty)| dt \quad (3.4.1)$$



Obrázek 9: Výpočet ITAE v prostředí Simulink

### 3.5 Doba regulace

Je definována jako doba, za kterou trvale klesne regulační odchylka pod určitou hranici. Pro posouzení budeme používat 5% a 1% hranici.[7]



Obrázek 10: Doba regulace a relativní překmit

### 3.6 Relativní překmit

Relativní překmit je definován jako :

$$\kappa = \frac{y_m(t_m) - y(\infty)}{y(\infty)} \quad (3.6.1)$$

Kde :

$y_m$  - maximální hodnota regulované veličiny v čase  $t_m$  .

$y$  - ustálená hodnota v nekonečnu.

Pokud je  $\kappa=0$  jedná se o nekmitavý (aperiodický) průběh regulační pochod. [7], [8]



## 4 SOUSTAVA VODNÍ TURBÍNY

Jedná se o soustavu s neminimální fází, pro takovou soustavu je typické, že nejdříve projeví počáteční podregulace přechodové charakteristiky. Příkladem může být naložení uhlí do kamen, kdy nejprve dojde k zahašení, což má za následek pokles teploty a posléze k rozhoření paliva a k nárůstu teploty.[9]

Soustava navrhnutá v [10] pro regulaci výkonu vodní turbíny má následující vlastnosti:

- Hydraulická část soustavy je uvažována a nejjednodušším popisem dynamiky (bez pružnosti vody, nebo délky potrubí).
- Nejnepríznivější stav z hlediska stability nastane při plném otevření turbíny.
- Pro stávající vodních turbín se běžně používá I regulátor.

### 4.1 Popis soustavy

Soustava je rozdělená na dvě části:

silová část:

$$G_s(s) = \frac{1}{1 + T_s \cdot s} \quad (4.1.1)$$

Kde:

$T_s$  - časová konstanta silové části regulace

Regulovaná část:

$$G_s(s) = \frac{1 - y_0 \cdot T_w \cdot s}{1 + 0,5 \cdot y_0 \cdot T_w \cdot s} \quad (4.1.2)$$

$y_0$  - pracovní bod otevření turbíny

$T_w$  - časová konstanta náběhu vody

### 4.2 Volba vstupních parametrů soustavy

Pro simulaci byly zvoleny následující vstupní parametry:

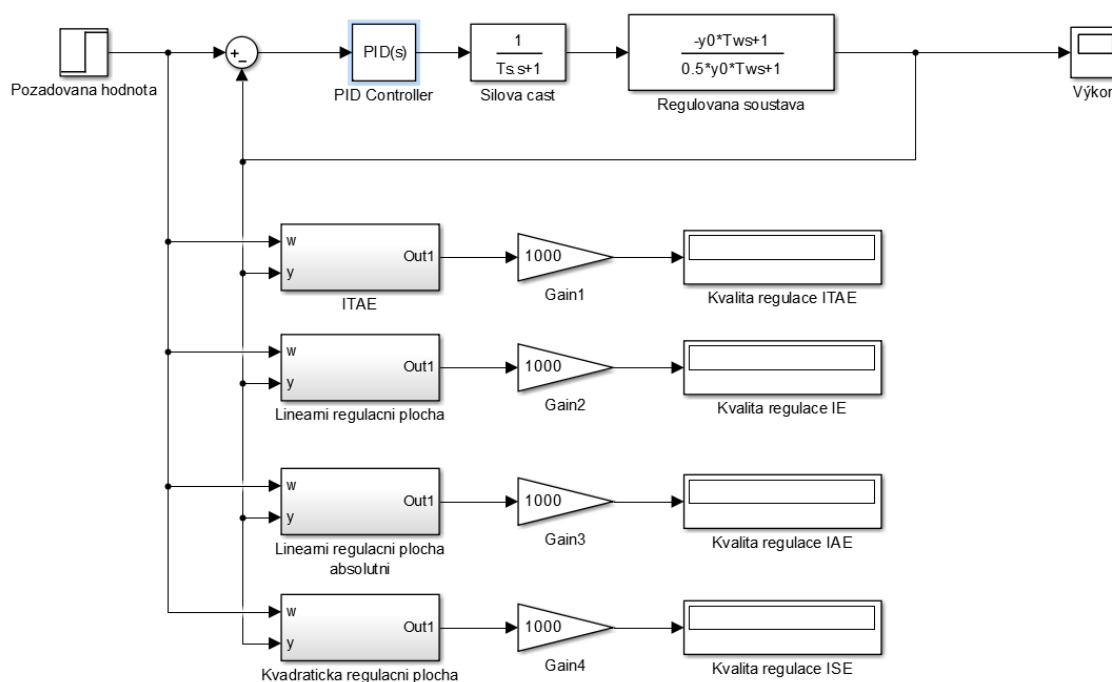
*Otevření turbíny* budeme uvažovat 98%.

*Časová konstanta náběhu vody* volíme 1.5s tato konstanta v sobě zahrnuje délku a sklon potrubí.

*Časová konstanta silové části regulace* volíme 0.2s. [10]

### 4.3 Standardní regulační obvod

Jako první použijeme PID regulátor nebo jeho členy proporcionální, derivační a integrační. V programu Matlab-Simulink můžeme celý obvod sestavit jako:



Obrázek 11: Regulační obvod s PID regulátorem a pomocnými bloky pro zjištění kvality regulace

Dále je potřeba zdůraznit rozdílný zápis ve značení regulátoru. Matlab používá odlišný zápis:

$$G_r(s) = \left[ P + I \left( \frac{1}{s} \right) + D \left( \frac{Ns}{s+N} \right) \right] \quad (4.3.1)$$

Kde:

$N$  -filtrovací koeficient neideální derivace

Oproti standardnímu zápisu:

$$G_r(s) = r_0 \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right) \quad (4.3.2)$$

Mezi zápisy platí následující vztahy:

$$P=r_0 \quad (4.3.3)$$

$$I=\frac{1}{T_i} \quad (4.3.4)$$

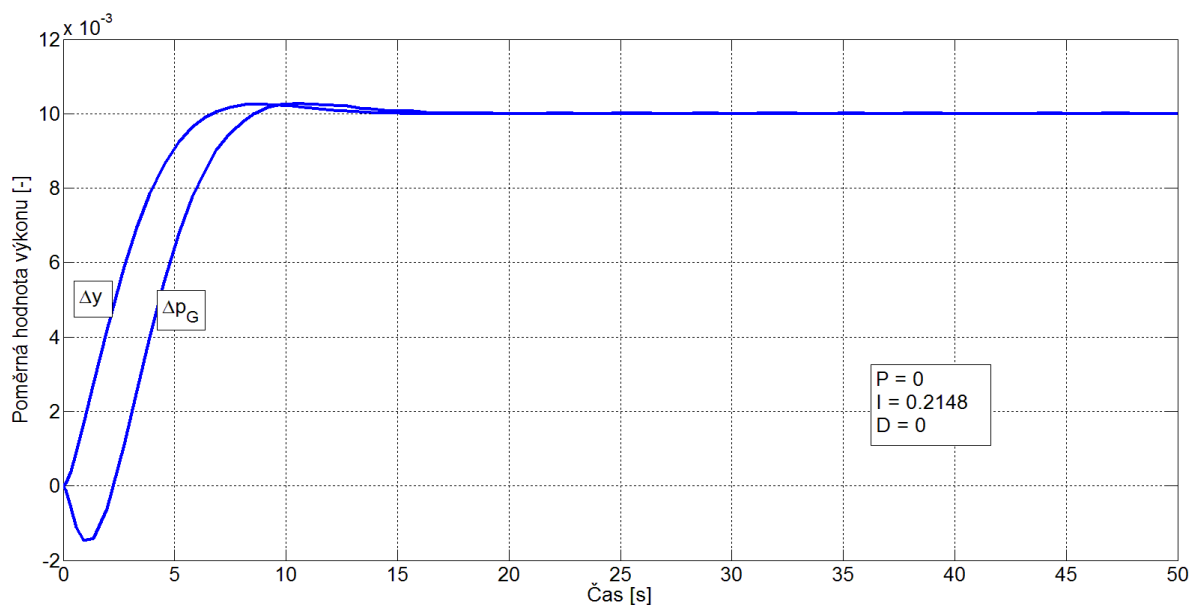
$$D=T_d \cdot r_0 \left( \frac{s}{N} + 1 \right) \quad (4.3.5)$$

Pro  $N \rightarrow \infty$  můžeme psát:

$$D=\lim_{N \rightarrow \infty} \left[ T_d \cdot r_0 \left( \frac{s}{N} + 1 \right) \right] = T_d \cdot r_0 \quad (4.3.6)$$

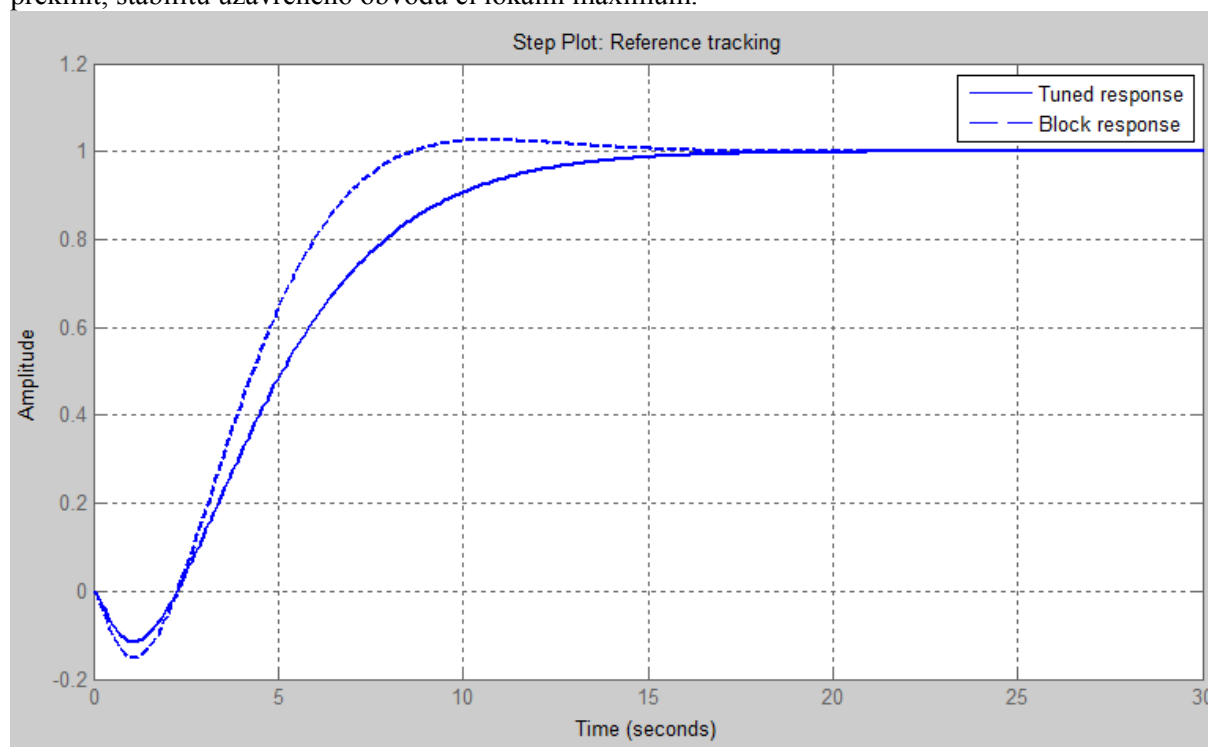
### 4.3.1 Nastavení regulátoru pomocí služby Tune

V případě, kdy Matlab obsahuje Control System Toolbox je možné použít službu automatické ladění pomocí služby Tune. Navrhnuté automatické řešení je samozřejmě možné upravit podle specifických požadavků obsluhy. Při automatickém návrhu I regulátoru služba Tune navrhla následující parametry:



Obrázek 12: Odezva systému na skokovou změnu při použití I regulátoru

Z grafu je patrný výskyt nežádoucího překmitu o velikosti 2,86% pomocí ručního ladění se pokusíme tento překmit odstranit. Ruční ladění pro I regulátor spočívá ve volbě doby odezvy. Služba Tune automaticky vykreslí průběh regulované veličiny a je schopna vypočítat základní vlastnosti jako: překmit, stabilitu uzavřeného obvodu či lokální maximum.



Obrázek 13: Použití služby Tune srovnání navrženého řešení s aktuálním

Controller Parameters		
	Tuned	Block
P		
I	0.16687	0.2148
D		
N		

Performance and Robustness		
	Tuned	Block
Rise time	6.95 seconds	4.16 seconds
Settling time	13.6 seconds	11.8 seconds
Overshoot	0 %	2.61 %
Peak	1	1.03
Gain margin	11.3 dB @ 0.811 rad/s	9.13 dB @ 0.811 rad/s
Phase margin	66.8 deg @ 0.171 rad/s	60 deg @ 0.223 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

Obrázek 14: Parametry navrženého a aktuálního řešení

Pro nastavení regulátoru:

$$I = 0.166874781999125$$

se podařilo odstranit nežádoucí překmit za cenu zhoršení kvality kritérií regulace a zvýšení doby regulace.

Tabulka 1: Srovnání I regulátorů

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování[%]	$t_{r95\%}$ [s]	$t_{r99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
$I=0.2148$	132,27	48,91	0,41	2,61	15,08	7,6	14,2	23,41
$I=0.1669$	214,98	59,92	0,46	0	11,46	12,7	16,8	22,25

#### 4.4 Regulace pomocí MPC

Pro vytvoření MPC je potřeba definovat soustavu v jednom z následujících tvarů:

- Stavový popis systému
- Přenosová funkce
- Přenosová funkce ve formě pólů a nul

Dále je vhodné si předem promyslet velikost na základě předpokládané odezvy soustavy velikost následujících parametrů:

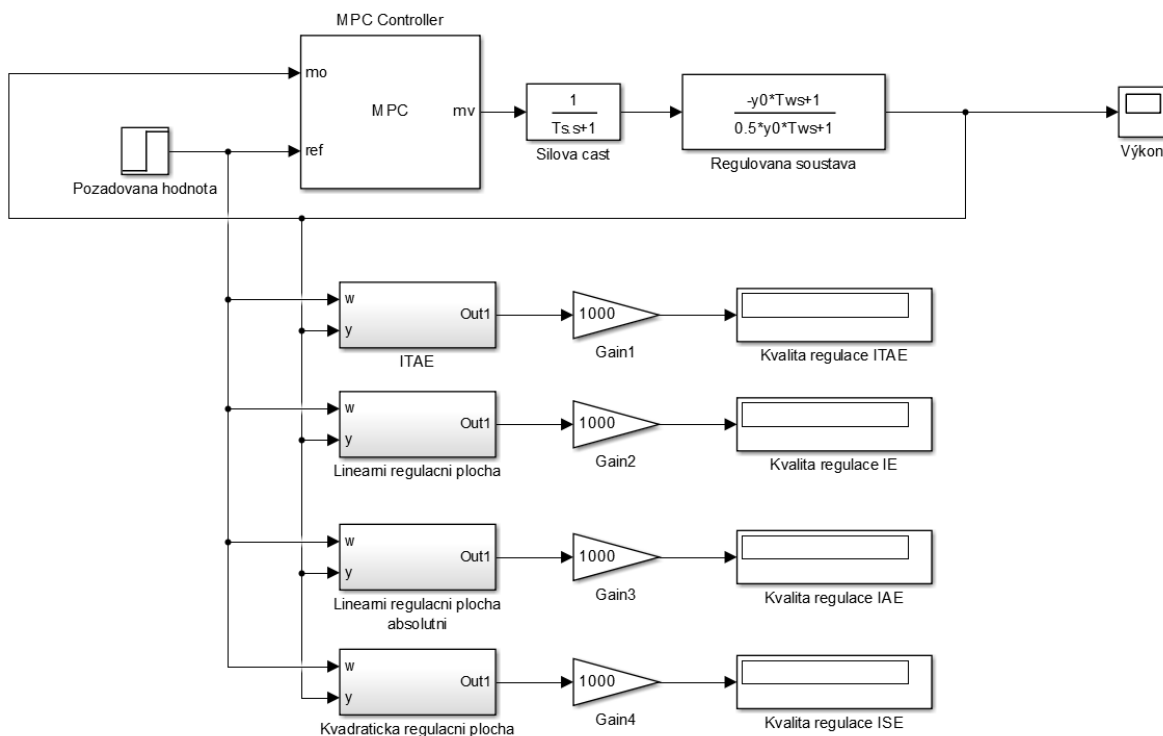
- Horizont predikce
- Horizont řízení
- Vzorkovací perioda

Volba váhových pokut a omezení není dopředu nutné zadávat.

```
EDU>> % regulace turbiny
%
%%Parametry soustavy %-----
Ts=0.2 % časová konstanta silové části regulace [s]
Tw =1.5 % časová konstanta náběhu vody [s]
y0 =0.98 % pracovní bod otevření turbíny
%-----MPC regulátor-----
Tvr=0.1; %vzorkovací perioda [s]
P=200; % horizont predikce[-]
M=10; % horizont řízení [-]
cit=[-y0*Tw, 1]; % definice pomocí přenosové funkce
Jmen=[0.5*y0*Tw*Ts, (0.5*y0*Tw+Ts),1]; % definice pomocí přenosové funkce
MPC1=mpc(tf(cit, Jmen), Tvr, P, M); % vytvoření MPC ve workspace
%-----Váhové pokuty-----
MPC1.W.ManipulatedVariables=0; % váhová pokuta akční veličiny
MPC1.W.ManipulatedVariablesRate=10; % váhová pokuta rychlosti akční veličiny
MPC1.W.OutputVariables=1; % váhová pokuta regulační odchylky
```

Obrázek 15: Definice MPC pro regulaci turbíny v prostředí Matlab Workspace

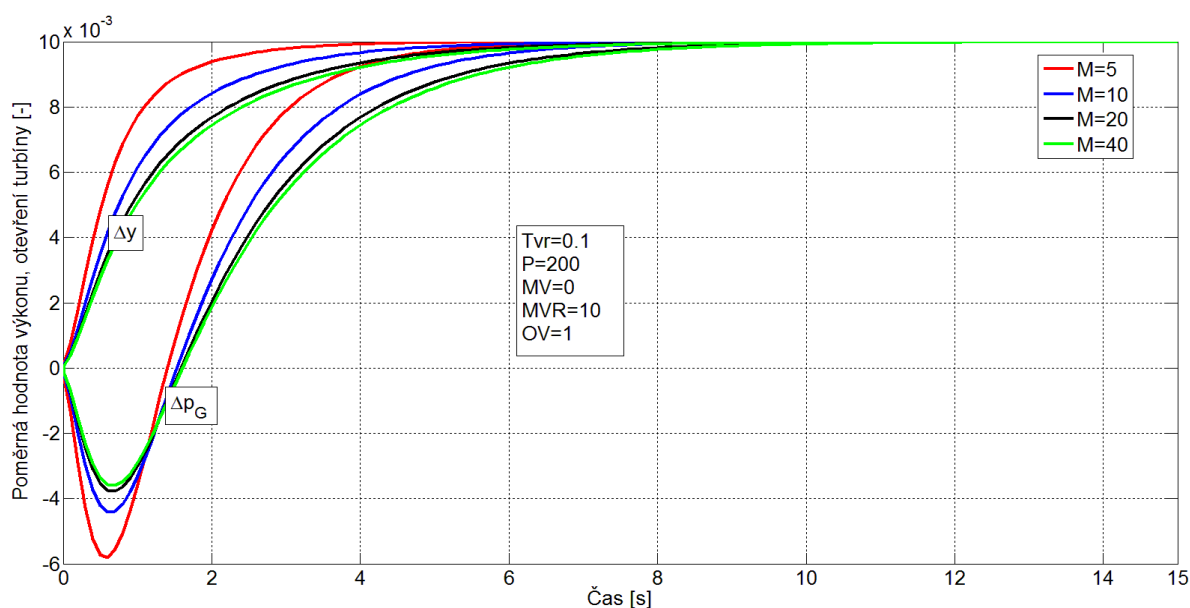
Vzhledem k tomu, že při definici MPC je potřeba zadat regulovanou soustavu, je možné pro simulaci použít model Simulink nebo použít model MPCtool. Výsledky simulací jsou stejné, ale simulace v MPCtool trvá nepoměrně kratší dobu, což je výhodné zejména při doladování váhových parametrů.



Obrázek 16: Regulační obvod s MPC a bloky pro zjištění kvality regulace

#### 4.4.1 Vliv horizontu řízení

Horizont řízení představuje počet akčních zásahů vytvořených pomocí QP na základě predikovaných hodnot regulační odchylky, kritériální funkce a omezení. Pro ukázkou jednotlivých vlivů ponecháme všechny ostatní parametry konstantní s jediným proměnným parametrem.



Obrázek 17: Odezva systému na skokovou změnu - vliv horizontu řízení

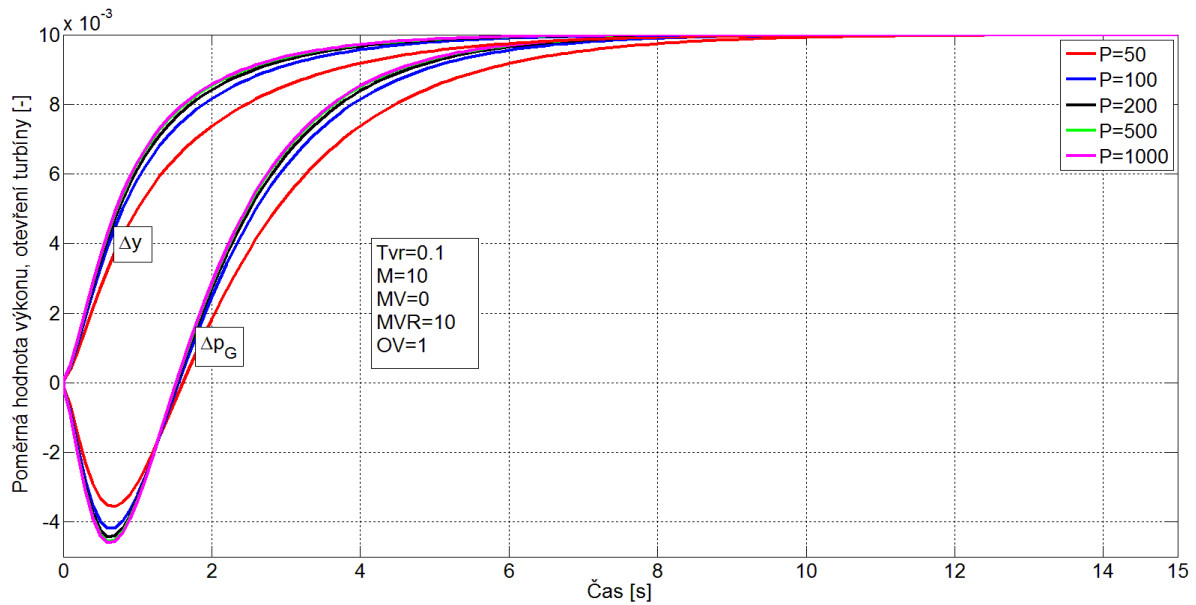
Tabulka 2: Srovnání variant horizontu řízení

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování [%]	$t_{r95\%}$ [s]	$t_{r99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
MPC $M=5$	37,97	29,41	0,316	0	58,02	4,4	6,0	11,2
MPC $M=10$	54,00	33,26	0,322	0	44,25	5,6	7,7	14,6
MPC $M=20$	68,44	36,21	0,330	0	37,76	6,4	9,0	17,5
MPC $M=40$	74,01	37,27	0,333	0	35,94	6,8	9,5	18,6

Z obrázku 17 plyne, že s přibývajícím hodnotou horizontu řízení se zmenšuje podregulování a prodlužuje celková doba regulace, ale i klesá rychlost otevírání turbíny. Navíc se zhoršují kritéria kvality regulace a zvyšuje doba ustálení. Nejvýraznější rozdíl je mezi  $M=5$  a  $M=10$  při dalším navýšení horizontu řízení dochází jen k nepatrným změnám.

#### 4.4.2 Vliv horizontu predikce

Horizont predikce představuje počet predikovaných hodnot na základě všech dostupných informací do času  $k$  a budoucích horizontů řízení. Pokud bychom zvolili horizont predikce  $< 22$  nastane situace popsána v 2.2 tedy MPC provádí akční zásahy bez identifikace, že se jedná o soustavu s neminimální fází a regulovaná veličina klesá, což má za následek nestabilitu regulované soustavy.



Obrázek 18: Odezva systému na skokovou změnu - vliv horizontu predikce

Tabulka 3: Srovnání variant horizontu predikce

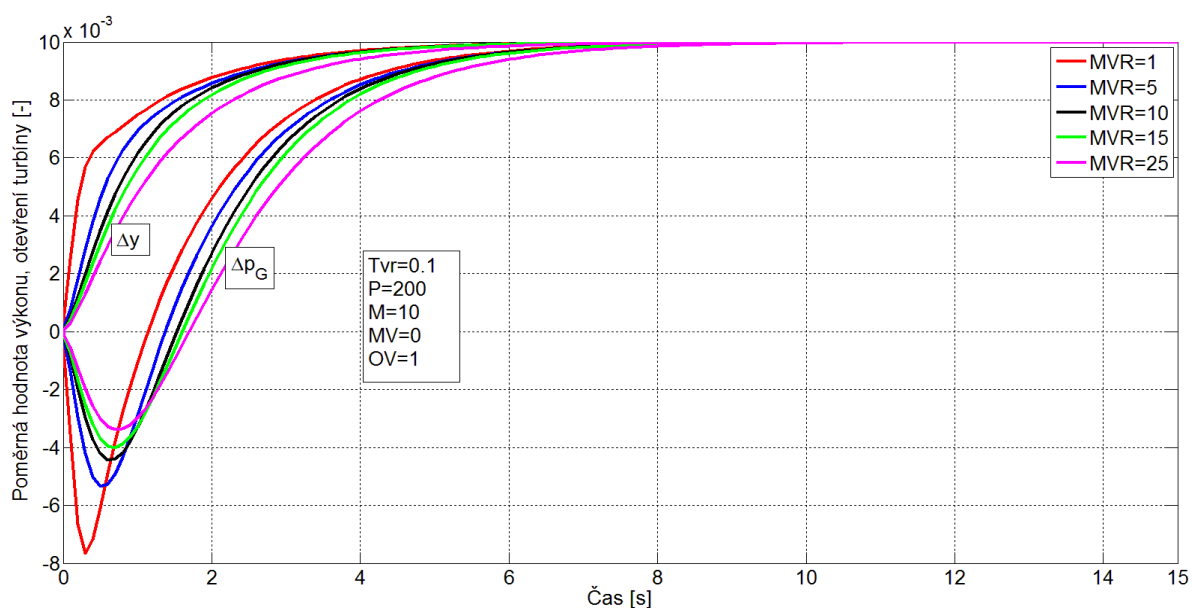
Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování[%]	$t_{r95\%}$ [s]	$t_{r99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
MPC $P=50$	75,77	37,57	0,334	0	35,50	6,9	9,5	18,9
MPC $P=100$	58,60	34,24	0,325	0	41,73	5,9	8,1	15,7
MPC $P=200$	54,00	33,26	0,322	0	44,25	5,6	7,7	14,6
MPC $P=500$	51,85	32,80	0,322	0	45,52	5,4	7,4	14,1
MPC $P=1000$	51,21	32,65	0,321	0	45,91	5,3	7,4	14,0

S přibývajícím hodnotou horizontu predikce se zvyšuje kvalita regulace, rychlost otevření turbíny, snižuje doba regulace a zvětšuje se záporná část regulace. Dalším negativním dopadem navyšování horizontu predikce je doba výpočtu simulace varianta s  $P=1000$  trvala 45 s oproti variantě s  $P=200$ , která trvala 15 s. Maximum horizontu predikce tedy existenčně závisí na výpočetním výkonu MPC tak, aby výpočet kroku  $k$  netrval déle, než je vzorkovací perioda.

#### 4.4.3 Vliv váhových pokut rychlosti akční veličiny

Ve většině případů není důvod navyšovat váhové pokuty akční veličiny. Menší hodnoty mají za následek více robustní regulátor, avšak za cenu horšího sledování žádané hodnoty. V případech kdy je otevřený obvod nestabilní, je vhodné váhové pokuty snížit. [5]





Obrázek 19: Odezva systému na skokovou změnu - vliv pokut rychlosti akční veličiny

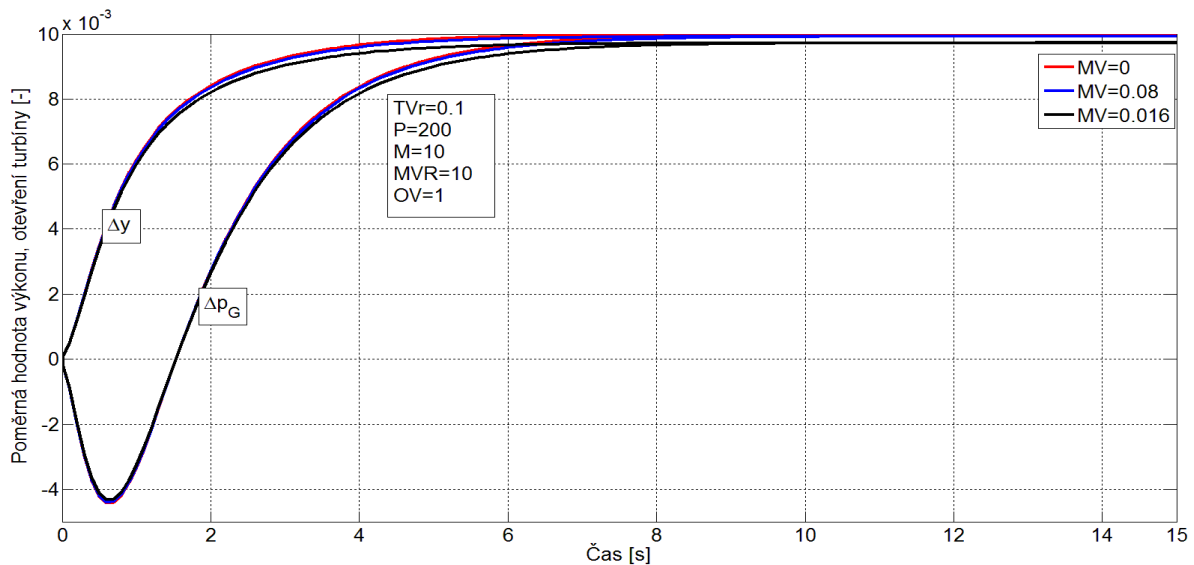
Tabulka 4: Srovnání variant pokut rychlosti akční veličiny

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování [%]	$t_{r95\%}$ [s]	$t_{r99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
$MVR=1$	43,99	30,01	0,303	0	76,56	5,3	7,6	15,0
$MVR=5$	50,07	31,97	0,314	0	53,44	5,5	7,7	15,0
$MVR=10$	54,00	33,26	0,322	0	44,25	5,6	7,7	14,6
$MVR=15$	57,66	34,25	0,327	0	40,06	5,7	7,8	14,6
$MVR=25$	68,79	36,71	0,337	0	33,61	6,3	8,6	16,1

Rychlá akční veličina téměř bez omezení má za následek největší podregulování, avšak i nejlepší ukazatele kvality regulace. Pomalejší akční veličina má za následek zhoršení kvality regulace, ale i snížení podregulované oblasti.

#### 4.4.4 Vliv váhových pokut akční veličiny

V základním nastavení přiřazuje MPC váhovým pokutám akčních veličin nulové hodnoty. Pokud je potřeba dočasně zlepšit sledování pokut odchylek regulované veličiny, je doporučeno navýšit pokuty akční veličiny do maxima 0.2 [5]



Obrázek 20: Odezva systému na skokovou změnu s omezením akční veličiny

Tabulka 5: Vliv omezení akční veličiny

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	překmit	Podregulování[%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
$MV=0$	54	33,26	0,322	0%	44,25	5,6	7,7	14,6
$MV=0,08$	140,48	36,49	0,323	0%	44,02	5,7	9,2	13,8*
$MV=0,016$	392,71	45,90	0,326	0%	43,26	6,5	-	12,1*

\*Trvalá regulační odchylka

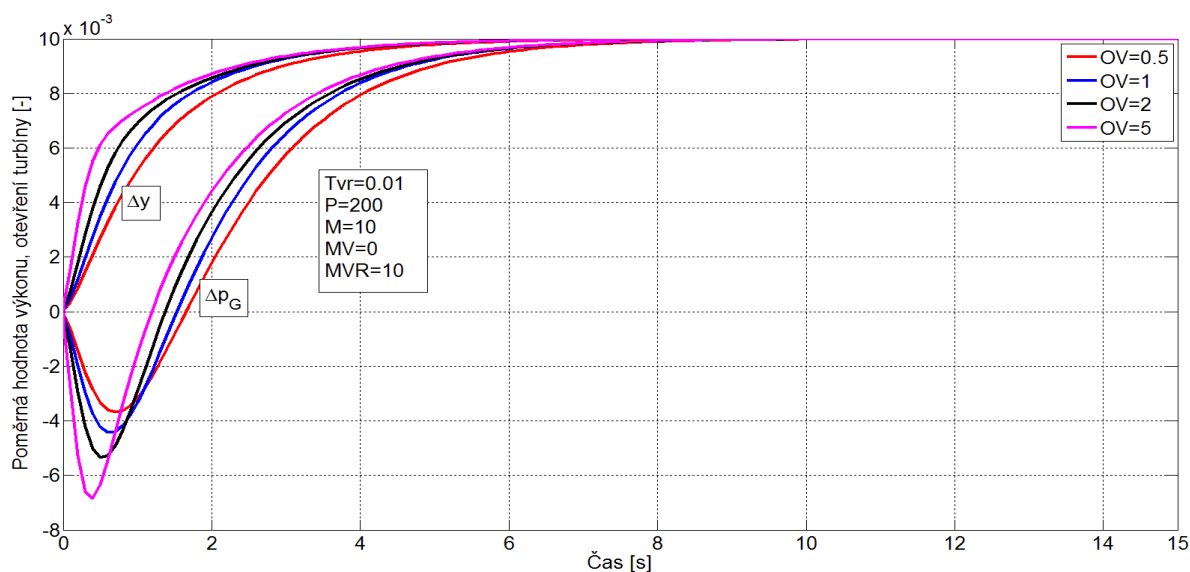
Nárůst váhových pokut má za následek pokles žádané hodnoty a vznik trvalé regulační odchylky o velikosti 0,7% resp. 2,73% žádané hodnoty. Ačkoliv pro běžné regulace zůstává tato váhová pokuta nevyužita, nabízí se její použití v kombinaci s časově proměnnými váhami při regulaci složitějších soustav, kdy se v průběhu času může žádaná hodnota měnit.

#### 4.4.5 Vliv váhových pokut odchylky regulované veličiny

Pro pokuty odchylky regulované veličiny používá MPC následující ohodnocení

- 0.05 nízká priorita: možnost velkých odchylek regulované veličiny v ustáleném stavu
- 0.2 podprůměrná priorita
- 1 průměrná priorita základní nastavení
- 5 nadprůměrná priorita
- 20 vysoká priorita požadavek na malé odchylky regulované veličiny v ustáleném stavu .

Pokuty odchylky regulované veličiny mají hlavní význam pro kompenzaci poruchové veličiny. [5]



Obrázek 21: Odezva systému na skokovou změnu aplikace pokut regulované veličiny

Tabulka 6: Srovnání variant pokut regulované veličiny

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
OV=0,5	62,47	35,37	0,332	0	36,86	5,9	8,1	15,1
OV=1	54,00	33,26	0,332	0	44,25	5,6	7,7	14,6
OV=2	50,07	31,97	0,314	0	53,44	5,5	7,7	15,0
OV=5	45,20	30,43	0,310	0	68,71	5,4	7,6	15,0

S přibývajícím váhovou pokutou odchylky se zlepšuje kvalita regulace za cenu zvětšení podregulování, je také patrný zrychlující se akční zásah.

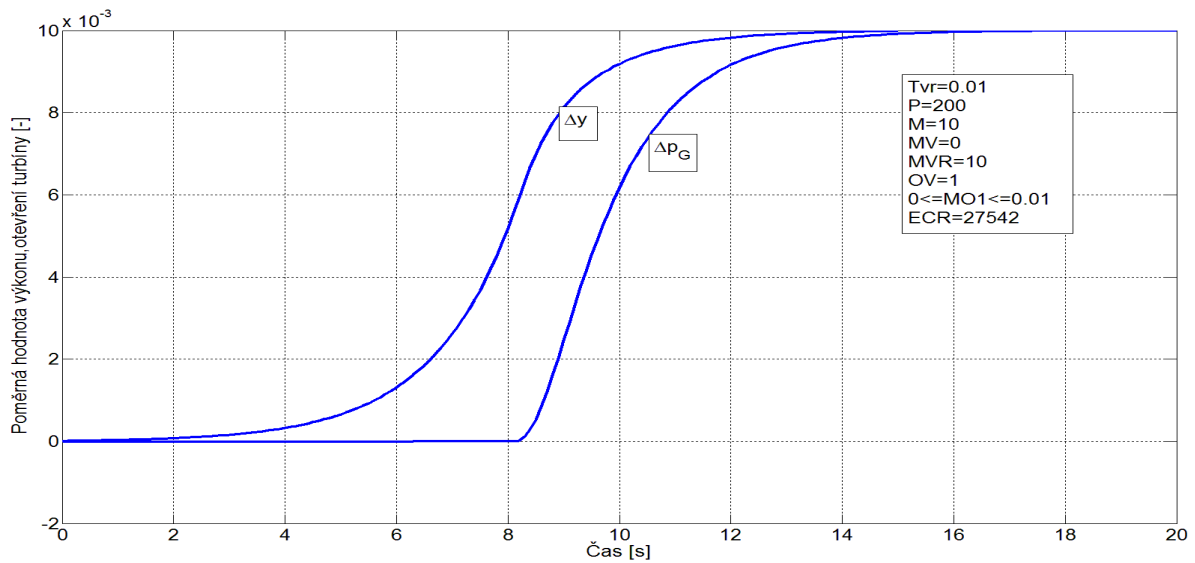
#### 4.4.6 Omezení

Jedna z hlavních předností MPC je možnost specifikovat omezení. Pro regulaci vodní turbíny se nabízí omezení podregulované části. V úvahu přichází měkká omezení, která mohou být překročena nebo tvrdá omezení, která nesmí být překročena. Pro regulovanou veličinu je doporučeno používat hlavně měkká omezení z důvodu řešitelnosti QP. V prostředí mpctool se provádí volba omezení pomocí  $v$  hodnoty  $v \in (0,1)$ , kde 0 znamená měkká omezení, a čím více se blížíme 1, tím je větší požadavek na dodržení omezení. Pro tvrdá omezení je pak volena hodnota 1. Pro váhové pokuty omezení používá matlab přepočet:

$$ECR = 10^{\frac{28}{3}v-2} \quad (4.4.1)$$

Kde:

$v$  je interval volby omezení  $v \in (0,1)$  [5]



Obrázek 22: Odezva systému na skokovou změnu s teoretickým maximálním omezením záporné části.

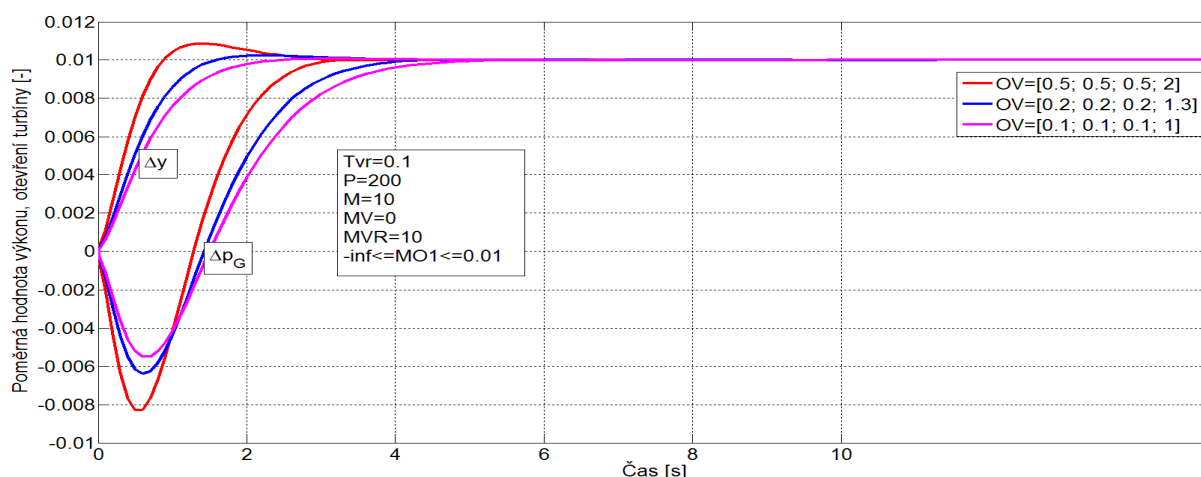
Tabulka 7: Vliv omezení záporné části

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
Omezení podregulov.	508,56	99,99	0,931	0	0	12,7	14,8	21,7

Podregulovanou část se podařilo odstranit za cenu dopravního zpoždění a zhoršení kvality regulace v důsledku maximální plochy prvních 8s. Takto navržená regulace má smysl v případech, kdy jmenovitá hodnota frekvence sítě 50 Hz přesáhne povolenou odchylku  $\pm 200$  mHz, pak by podregulování mohlo mít za následek propad frekvence až do nepřijatelného pásma ( $53 < f < 46$ ) a odpojení turbíny.[11]

#### 4.4.7 Použití časově proměnných vah

Další možností ladění MPC je použití časově proměnných vah. Ty lze definovat jako vektor, kdy se pro každý horizont predikce použije příslušná složka vektoru. Jako nejvhodnější se jeví použití pokut odchylky regulované veličiny. Pro podregulovanou část nastavíme nízké složky a pro standardní regulaci vyšší.



Obrázek 23: Odezva systému na skokovou změnu - vliv časově proměnných vah odchylky regulované veličiny

Tabulka 8: Srovnání variant časově proměnných vah odchylky regulované veličiny

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování[%]	$t_{r95\%}$ [s]	$t_{r99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
OV=(0,5 0,5 0,5 2)	21,31	24,72	0,333	0	82,97	2,7	3,0	3,4
OV=(0,2 0,2 0,2 1,3)	28,82	27,20	0,324	0	64,00	3,4	4,0	4,5
OV=(0,1 0,1 0,1 1)	34,46	28,86	28,86	0	55,00	3,9	4,7	5,9

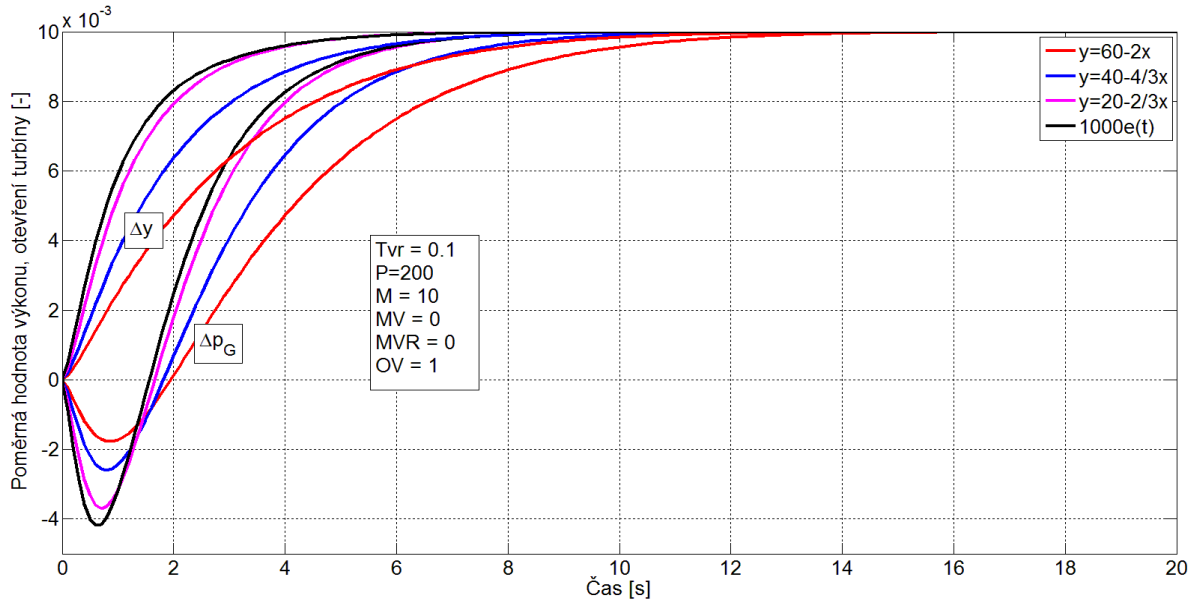
Použití časově proměnných vah s kombinací měkkých omezení vykazuje nejpříznivější dopad na kritéria kvality regulace i celkovou dobu regulace, ovšem za cenu velmi vysokého podregulování. Při variantě s největší podregulací se velmi významně snížila celková doba regulace na 3,4 s.

#### 4.4.8 Použití online vah

Při použití MPC v prostředí Simulinku je možné definovat tzv. online váhy jako spojitý signál pro:

- váhové pokuty odchylky regulované veličiny
- váhové pokuty rychlosti akční veličiny
- váhové pokuty překročení měkkých omezení
- minimum a maximum akční veličiny
- minimum a maximum regulované veličiny

Pro úlohu regulace vodní turbíny se nabízí jako nejvhodnější použití váhových pokut rychlosti akční veličiny. Jako nejvhodnější se jeví použití regulační odchylky  $e(t)$  nebo vhodné funkce, zde připadá jako nejvhodnější varianta lineární závislost klesající, pro největší omezení rychlosti podregulované částí.



Obrázek 24: Odezva systému na skokovou změnu – vliv online váhové pokuty rychlosti akční veličiny

Tabulka 9: Srovnání variant online pokut rychlosti akční veličiny

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
y=60-2x	148,48	50,37	0,399	0	17,76	8,2	12,9	21,2
y=40-4/3x	92,17	41,32	0,356	0	26,05	7,4	10,0	17,5
y=20-2/3x	61,68	35,22	0,332	0	37,00	5,0	8,0	14,8
1000 e(t)	56,88	33,87	0,328	0	41,90	4,7	8,0	15,5

Z průběhu odezvy systému vyplývá závislost na velikosti směrnice přímky, čím větší je směrový úhel přímky a poloha počátečního bodu, tím menší je podregulování, avšak delší doba regulace. Pro závislost na regulační odchylce je patrné nejvyšší podregulování, které je způsobeno tím, že na začátku je odchylka maximální, ale v čase 0,6s začne velmi rychle klesat, aby v čase 10s dosáhla téměř nulové hodnoty.

#### 4.4.9 Poruchová veličina

Další možnost jak hodnotit kvalitu regulace je odezva systému na poruchovou veličinu. Po ustálení regulace přivedeme v čase  $t=20$ s poruchovou veličinu o velikosti 50% žádané hodnoty. Pro posouzení pomocí kritérií kvality použijeme :

$$Kr_2 - Kr_1 \quad (4.4.2)$$

kde:

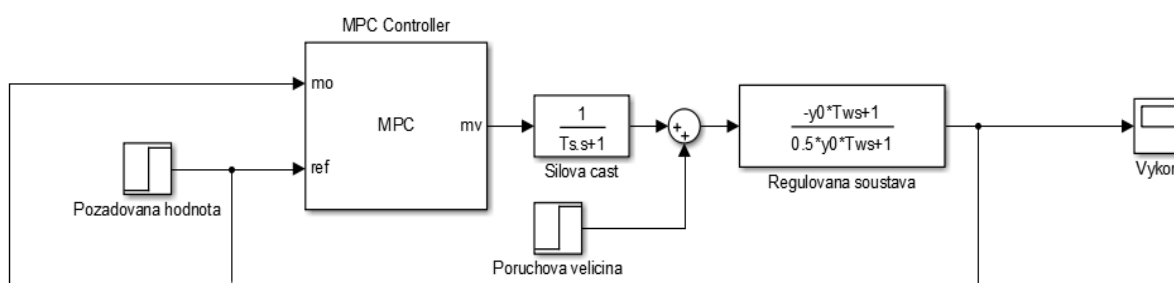
$Kr_2$  - kritérium kvality regulace od začátku simulace do ustálení po přivedení poruchové veličiny.

$Kr_1$  - kritérium kvality regulace od začátku simulace po dobu ustálení bez zásahu poruchové veličiny.

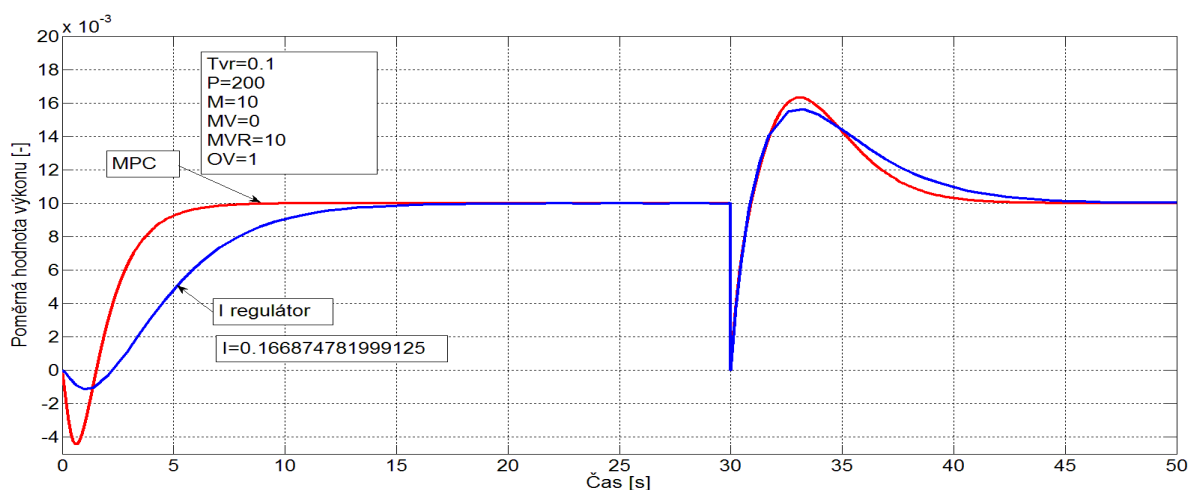
Pro kritérium ITAE můžeme psát:

$$I_{ITAE} = \int_0^{\infty} t |y(t) - y(\infty)| dt - \int_0^{t_1} t |y(t) - y(\infty)| dt \quad (4.4.3)$$

Kde:  $t_1$  - doba ukončení simulace bez poruchové veličiny.



Obrázek 25: Schéma zapojení poruchové veličiny



Obrázek 26: Odezva systému s I regulátorem a MPC na poruchovou veličinu

Tabulka 10: Srovnání variant regulace - odezva na poruchovou veličinu

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování [%]	$t_{r95\%}$ [s]	$t_{r99\%}$ [s]	Doba ustálení
MPC	1098,52	32,56	0,148	63 %	35,50	39,2	41,6	45,4
I regulátor	1287,12	37,09	0,150	56 %	11,46	41,8	45,96	50,8

Pro MPC je patrný vyšší překmit a rychlost vykompenzování poruchy, naopak I regulátor má menší překmit a delší dobu kompenzace.



## 5 SOUSTAVA S DOPRAVNÍM ZPOŽDĚNÍM

Pro soustavu s dopravním zpožděním jsem vybral proporcionalní soustavu se setrvačností druhého řádu.

Pro sestavu:

$$G_s(s) = \frac{k_1}{(1+T_1s)(1+T_2s)} e^{-T_d s} \quad (5.1)$$

S volbou konstant:

$$K_1 = 3$$

$$T_D = 10 \text{ s}$$

$$T_1 = 4 \text{ s}$$

$$T_2 = 2 \text{ s}$$

### 5.1 Seřízení regulátoru pomocí metody požadovaného modelu

Jedná se o velmi jednoduchou metodu, umožňující seřízení číslicových regulátorů pro diskrétní regulační obvody i spojité regulátorů pro spojitě regulační obvody. Tato metoda (popsaná v [12]) vychází z obecných principů dynamiky a spočívá v nalezení takového regulátoru s přenosem  $G_r(s)$ , který zajistí na základě vztahu

$$G_R = \frac{1}{G_s} \frac{G_w}{1 - G_w} \quad (5.1.1)$$

Pro regulovanou soustavu  $G_s$  je požadovaný přenos řízení  $G_w$ . Pro soustavy s dopravním zpožděním je možné volit překmit přechodové charakteristiky v rozmezí 0 – 50%.

Závislost velikosti zesílení otevřeného obvodu  $a$  na požadovaném překmitu  $\kappa$  přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu je popsána vztahem

$$a = \frac{1}{\beta T_D} \quad (5.1.2)$$

Kde

$\beta$  - koeficient závislosti na relativním překmitu

$T_d$  - dopravní zpoždění

pro proporcionalní soustavu se setrvačností druhého řádu platí:

Tabulka 11: Výpočet pomocí metody požadovaného modelu

Regulovaná Soustava	typ	$r_0^*$	$T_i^*$	$T_d^*$
$\frac{k_1}{(1+T_1s)(1+T_2s)} e^{T_d s}$	PID	$\frac{aT_i^*}{(k_1)}$	$T_1+T_2$	$\frac{T_1T_2}{(T_1+T_2)}$

Pro variantu bez překmitu ( $\kappa=0$ ) :

$$T_i^* = T_1 + T_2 = 4 + 2 = 6$$

$$a = \frac{1}{\beta T_D} = \frac{1}{2,718 \cdot 10} \approx 0,0368$$

$$T_d^* = \frac{T_1 T_2}{(T_1 + T_2)} = \frac{4 \cdot 2}{4 + 2} \approx 1,3333$$

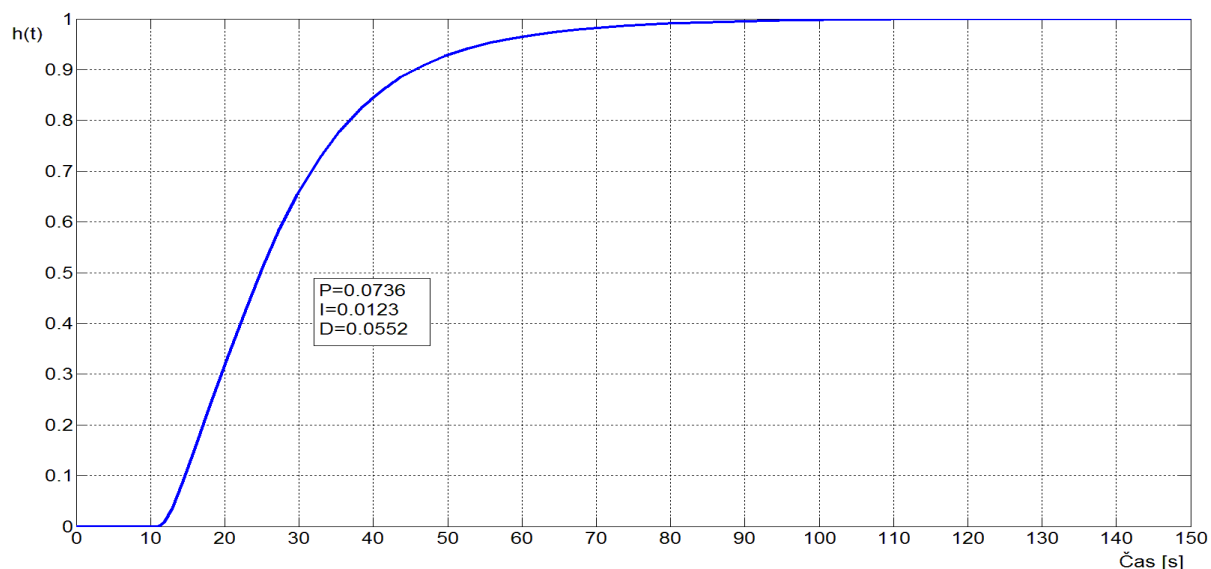
$$r_0^* = \frac{a T_i^*}{(k_1)} = \frac{0,0368 \cdot 6}{3} \approx 0,0736$$

Pro přepočítání do prostředí Matlabu dostáváme PID:

$$P = 0,0736$$

$$I = 0,0123$$

$$D = 0,0552$$



Obrázek 27: Přechodová charakteristika PID regulátoru metoda požadovaného modulu

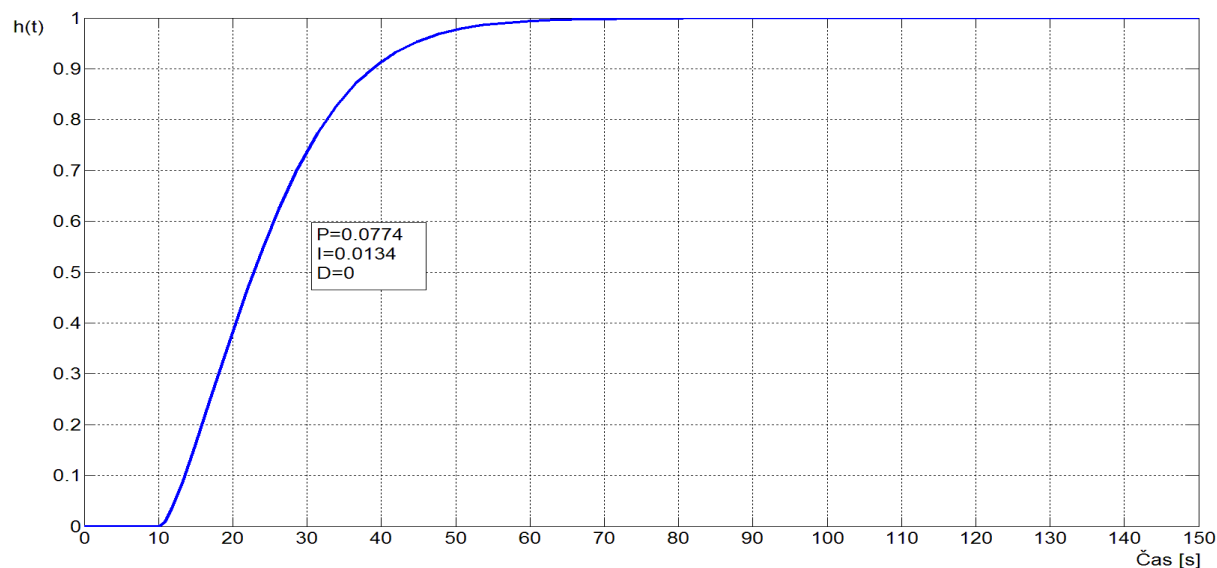
Tabulka 12: Kritéria kvality regulace pro PID regulátor seřízený pomocí metody požadovaného modulu

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
PID regulátor	466,45	27,18	20,08	0	54,7	78,7	152,9

Podle předpokladu je výsledná regulace bez překmitu s celkovou dobou ustálení 153 s.[7]

## 5.2 Seřízení regulátoru pomocí služby Tune

Také u soustavy s dopravním zpožděním použijeme ladění pomocí služby Tune. Je požadavek, aby regulace byla bez překmitu.



Obrázek 28: Přejchodová charakteristika PI regulátoru služba Tune

Tabulka 13: Kritéria kvality regulace pro PI regulátor seřízený pomocí služby Tune

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
PI regulátor	362,35	24,83	19,25	0	44,7	56,7	119,7

Pomocí volby parametrů služby Tune se podařilo snížit dobu regulace na 120 s i kritéria regulace.

## 5.3 Regulace pomocí MPC

Při navrhování parametrů MPC je nezbytné dodržet podmínku  $P \gg T_D$  a  $M \ll P - T_D$ . Pokud bychom chtěli vytvořit MPC s následujícími parametry:

$$T_{vr} = 0.1$$

$$P = 20$$

$$M = 5$$

Matlab automaticky upozorní na nedodržení podmínky  $T_{vr} \cdot P > T_D$  a navrhne horizont

predikce o velikosti  $P + \frac{T_D}{T_{vr}}$ .

-->The "PredictionHorizon" property of "mpc" object 20 is smaller than the maximum delay 100 in the model. Choose a larger prediction horizon, for instance 120.

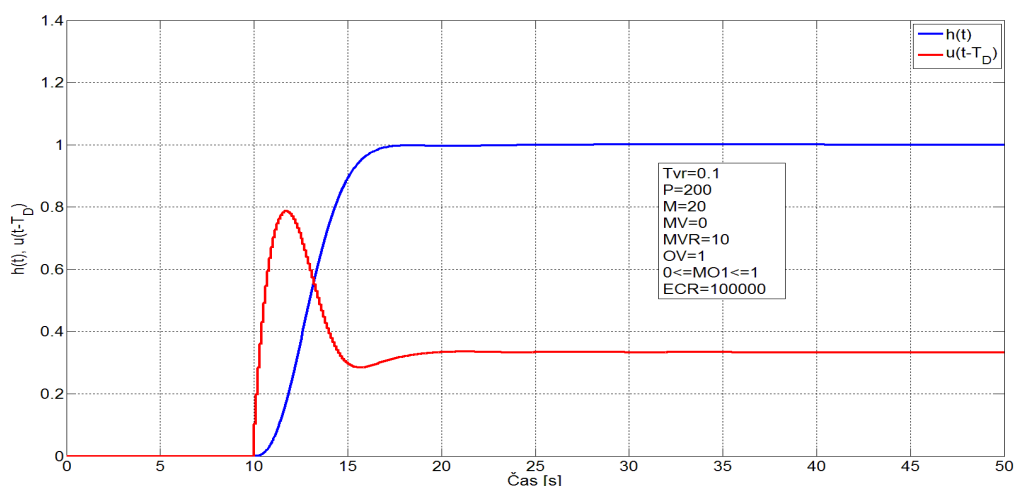
-->The "PredictionHorizon" property of "mpc" object is further increased to 120 because model contains delays.

Při navrhování MPC budeme předpokládat následující parametry:

```
EDU>> %-----definice soustavy-----
T1=4 %[s] definice časové konstanty
T2=2 %[s] definice časové konstanty
k=3 %[-] zesílení
Td=10 % [s] definice dopravního zpoždění
cit=k % definice čitatele
jmen=[T1*T2 (T1+T2) 1]; %definice jmenovatele
Gs=tf(cit,jmen,'InputDelay',Td) %definice přenosu soustavy s dopravním zpožděním

%-----MPC regulator-----
Tvr=0.1; %vzorkovací perioda [s]
P=200; % horizont predikce[-] // je třeba dostatečně veliký horizont predikce
M=20; % horizont řízení [-]
MPC4=mpc(Gs,Tvr,P,M); %vytvoření MPC
%-----MPC Váhy-----
MPC4.W.ManipulatedVariables=0 % váhová pokuta akční veličiny
MPC4.W.ManipulatedVariablesRate=10 % váhová pokuta rychlosti akční veličiny
MPC4.W.OutputVariables=1 %váhová pokuta regulační odchylky

%-----omezení-----
MPC4.OutputVariables.Max=1 % omezení regulované veličiny
```



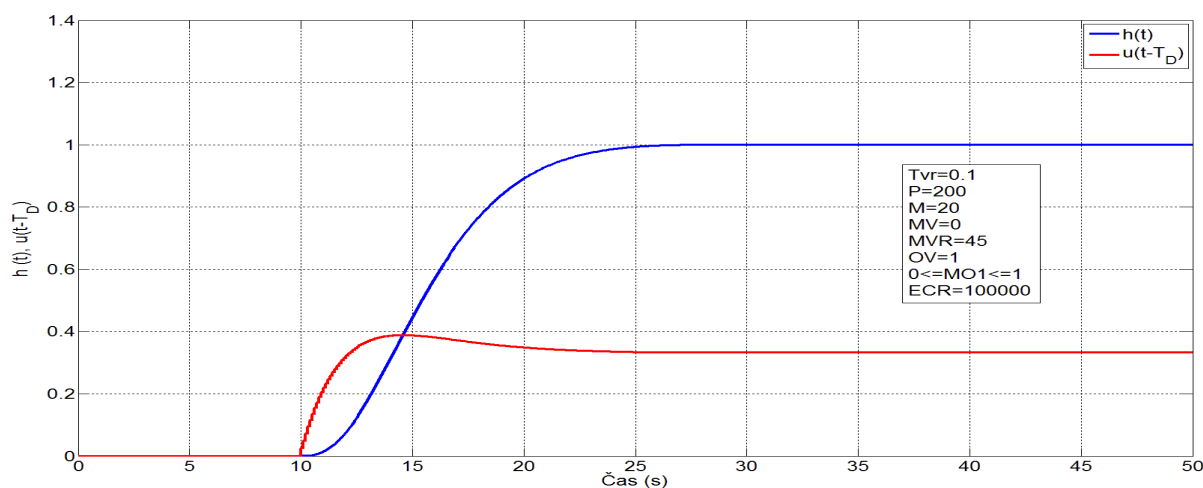
Obrázek 29: Přechodová charakteristika MPC počáteční návrh

Tabulka 14: Kritéria kvality regulace pro počáteční návrh MPC

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
MPC	87,62	13,13	12,29	0	15,7	16,9	35,3

MPC vykazuje oproti předchozím regulacím výrazné zlepšení, jak v délce regulace, tak v ohodnocení pomocí integračních kritérií. V oblasti  $t = 18$  s až  $t = 24$  s se nachází oblast podregulování o velikosti cca 0,4 %, která je způsobena krátkou dobou náběhu. Z tohoto důvodu je i delší doba ustálení oproti  $t_{r,0.1}$ . Pokusme se nyní tento problém odstranit úpravou MPC parametrů jako nejvhodnější varianta se jeví zvýšení pokuty rychlosti akční veličiny. (pozn.: akční veličina je pro přehlednost posunuta o hodnotu dopravního zpoždění).

Oblast podregulace se podařilo odstranit při volbě  $MVR = 45$ .

Obrázek 30: Přejchodová charakteristika MPC s nastavením  $MVR = 45$ 

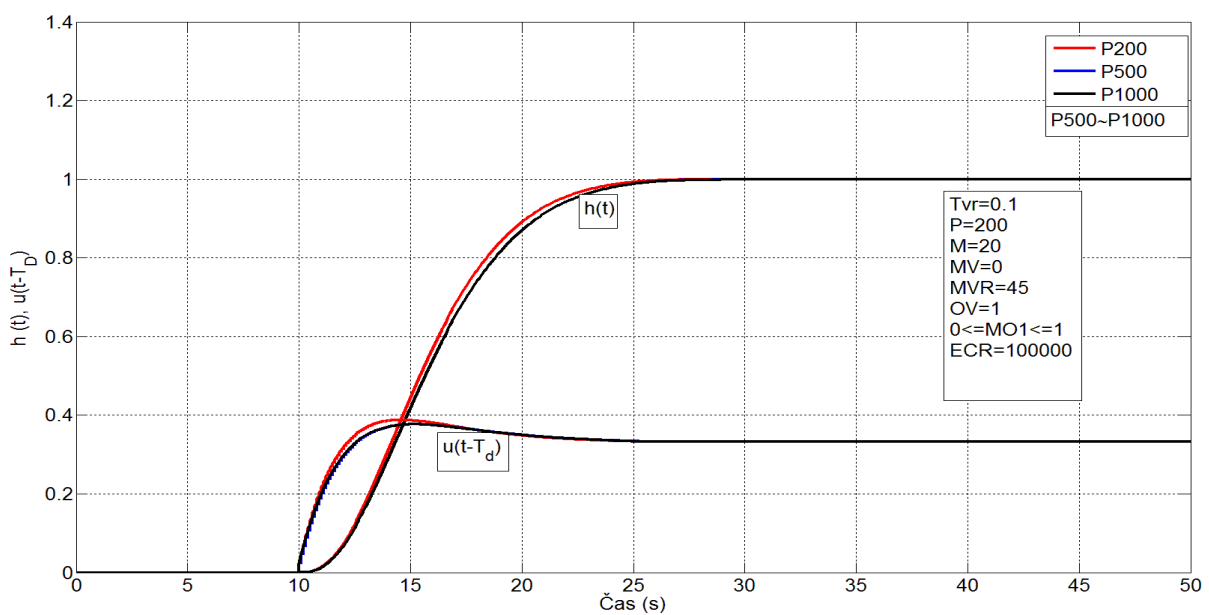
Tabulka 15: Kritéria kvality regulace pro upravený návrh MPC

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
$MVR = 45$	131,29	15,89	14,17	0	21,8	24,5	42,9

Při navýšení doby náběhu se podařilo odstranit podregulaci, což vedlo ke snížení doby ustálení, avšak zhoršení kritérií kvality regulace. Všimněme si vlivu pokut rychlosti akční veličiny, kdy oproti předchozí variantě MPC kleslo maximum akční veličiny z 0.8 na 0.4

### 5.3.1 Vliv horizontu predikce

Velikost horizontu predikce představuje počet predikovaných hodnot na základě všech dostupných informací do času  $k$  a budoucích horizontů řízení. Jak již bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, musí platit  $T_{vr} \cdot P > T_D$ . Porovnání jednotlivých horizontů je zobrazeno na obrázku 31



Obrázek 31: Přechodová charakteristika pro různé hodnoty horizontu predikce

Tabulka 16: Srovnání variant horizontu predikce

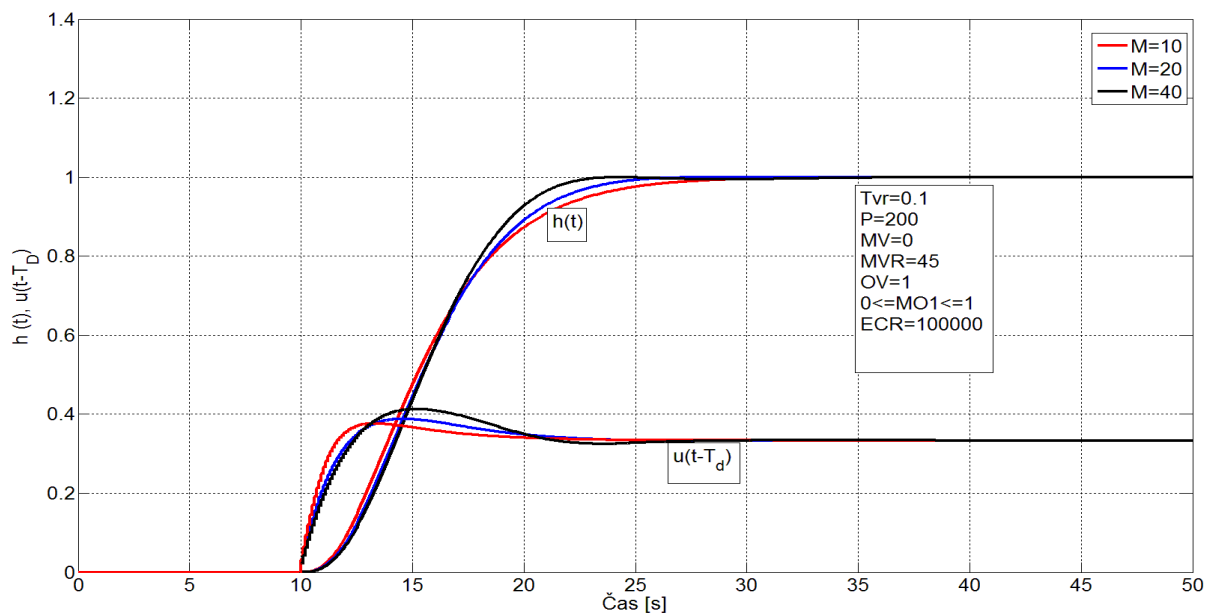
Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,95\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
P=200	131,29	15,89	14,17	0	21,8	24,5	42,9
P=500	135,86	16,15	14,33	0	22,3	25,3	43,8
P=1000	135,90	16,15	14,33	0	22,3	25,3	43,8

Vliv hodnoty horizontu má velmi malý dopad na celkovou kvalitu regulace, rozdíl mezi P=500 a P=1000 je téměř nulový. Pro vyšší horizont predikce je patrné i snižování akční veličiny. Velmi výrazný je i nárok na výkon počítače při simulaci P=1000.

### 5.3.2 Vliv horizontu řízení

Horizont řízení představuje počet akčních zásahů vytvořených pomocí QP na základě

predikovaných hodnot regulační odchylky, kritériální funkce a omezení. Vliv horinzu řízení ukazuje obrázek 30.



Obrázek 32: Přechodová charakteristika pro různé hodnoty horizontu řízení

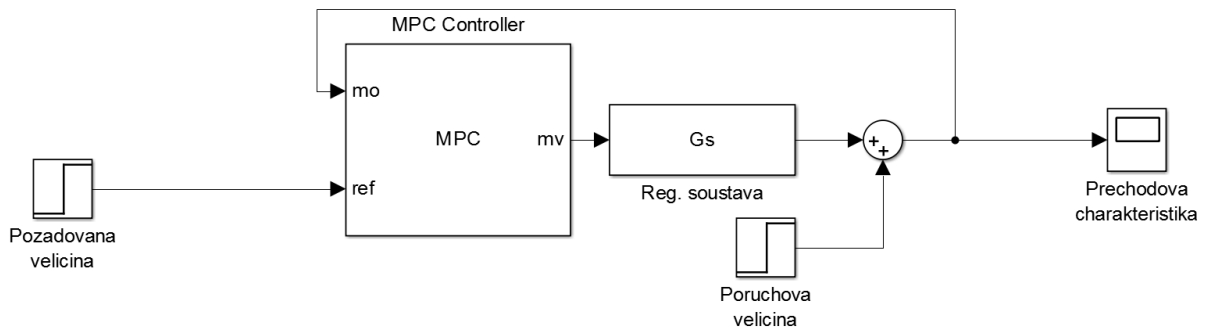
Tabulka 17: Srovnání variant horizontu řízení

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
M=10	133,56	15,93	13,99	0	22,9	27,7	43,8
M=20	131,29	15,89	14,17	0	21,8	24,5	42,9
M=40	128,34	15,75	14,19	0	20,6	22,3	39,9

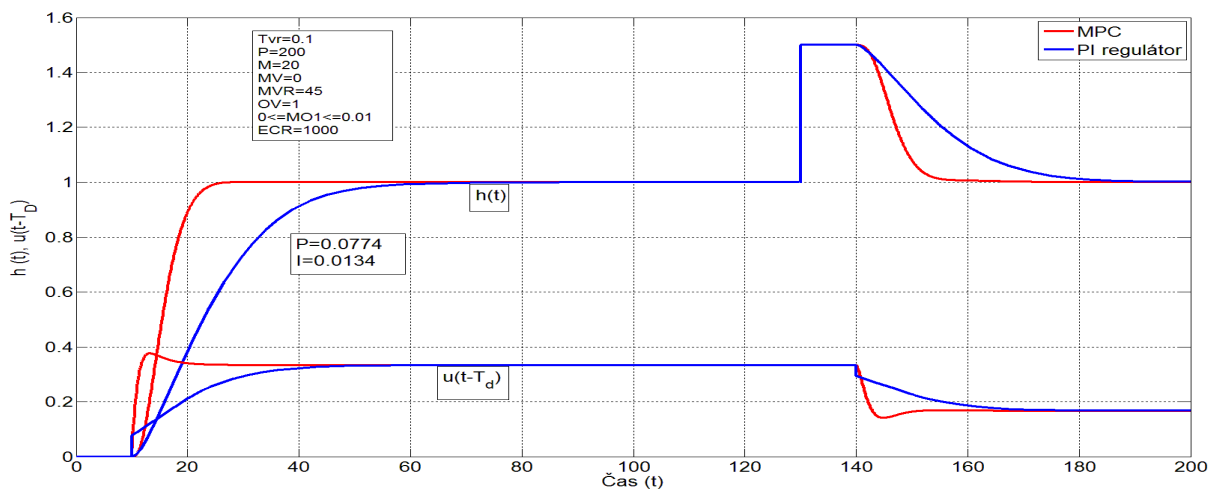
Se vzrůstajícím horizontem řízení se snižuje doba přechodu, což má za následek snížení doby ustálení a kritérií kvality regulace. Akční veličina působí se vzrůstajícím horizontem rychleji.

### 5.3.3 Vliv poruchové veličiny

Pro porovnání odezvy systému na poruchovou veličinu budeme uvažovat PI regulátor získaný pomocí služby Tune a MPC regulátor s parametry  $MVR = 45$ . Velikost poruchové veličiny zvolíme o velikosti 50% požadované hodnoty, čas poruchy 130 s.



Obrázek 33: Zapojení poruchové veličiny v prostředí Matlab-Simulink



Obrázek 34: Přejchodová charakteristika MPC a PI regulátoru s poruchou

Tabulka 18: Srovnání variant regulace - odezva na poruchovou veličinu

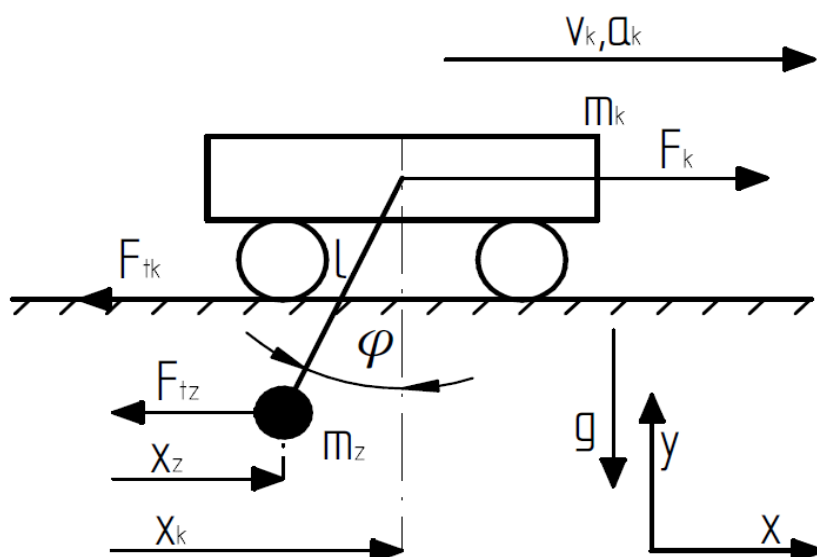
Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
MPC	1176,76	8,48	3,75	50%	151,3	155,8	174,7
PI regulátor	1797,26	12,47	4,83	50%	167,3	202,7	215,6

V důsledku dopravního zpoždění se zásah regulátorů na poruchu projeví až 10 s. po začátku působení poruchy. Pro MPC je patrná snaha rychle kompenzovat vzniklou poruchu a doba ustálení nastane v čase 174,7 s. Naproti tomu PI regulátor reaguje na poruchu mnohem volněji a doba ustálení nastane v čase 215,6 s.



## 6 KMITAVÁ SOUSTAVA - POHYB JEŘÁBOVÉ KOČKY

Jedná se o silně kmitavou soustavu odvozenou v [13]. Na jeřábové kočce o hmotnosti  $m_k$ , je upevněno lano o délce  $l$  na jehož konci je závaží o celkové hmotnosti  $m_z$ . Na pojezd působí síla od motoru  $F$ . Požadovanou hodnotou je poloha závěsu.



Obrázek 35: Pohyb jeřábové kočky

### 6.1 Subsystem jeřábové kočky

Z rovnováhy sil:

$$F_k - m_k \cdot \ddot{x}_k - F_{tk} + G \cdot \sin \varphi = 0 \quad (6.1.1)$$

kde:

$F_k$  - síla od motoru

$F_{tk}$  - třecí síla působící na kočku

$G \cdot \sin \varphi$  - síla od zátěže

Lze předpokládat malé hodnoty úhlu  $\varphi$  a tedy aproximovat  $\sin \varphi$  jako:

$$\varphi \approx \sin \varphi = \frac{x_z - x_k}{l} \quad (6.1.2)$$

Pro třecí sílu  $F_{tk}$  platí:

$$F_{tk} = k_{tk1} \cdot v_x + k_{tk2} \cdot \text{sign } v_x \quad (6.1.3)$$

Z důvodu velmi malých třecích sil v porovnání s ostatními silami lze 6.1.3 zjednodušit:

$$F_{tk} = k_{tk} \cdot v_k \quad (6.1.4)$$

Po dosazení 6.1.4 a 6.1.2 do 6.1.1 a následné úpravě lze psát:

$$\ddot{x}_k = \frac{F_k}{m_k} - \frac{k_{tk}}{m_k} \cdot \dot{x}_k + \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \cdot x_z - \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \cdot x_k \quad (6.1.5)$$

Stavový popis subsystému:

$$\dot{x}_k(t) = v_k(t) \quad (6.1.6)$$

$$\dot{v}_k(t) = \ddot{x}_k = \frac{F_k}{m_k} - \frac{k_{tk}}{m_k} \cdot v_k + \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \cdot x_z - \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \cdot x_k \quad (6.1.7)$$

Rovnice dynamiky:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_k(t) \\ \dot{v}_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} & -\frac{k_t}{m_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m_k} & \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{F}_k(t) \\ \dot{X}_z(t) \end{bmatrix} \quad (6.1.8)$$

Rovnice výstupu:

$$\begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \end{bmatrix} \quad (6.1.9)$$

## 6.2 Subsystém závěsu

Rovnice rovnováhy sil

$$-G \cdot \sin \varphi + m_z \cdot \ddot{X}_z - F_{tz} = 0 \quad (6.2.1)$$

Kde:

$G \cdot \sin \varphi$  - složka síly od kočky.

$F_{tz}$  - odporová síla, zahrnující odpor vzduchu a tření při ohybu.

Z důvodu velmi malých třecích sil v porovnání s ostatními silami můžeme  $F_{tz}$  zjednodušit:

$$F_{tz} = k_{tz} \cdot v_z \quad (6.2.2)$$

Po dosazení 6.1.2 do 6.2.1 a upravení dostáváme:

$$\ddot{x}_z = -\frac{g}{l} \cdot x_z - \frac{k_{tz}}{m_z} \cdot \dot{x}_z + \frac{g}{l} \cdot x_k \quad (6.2.3)$$

Stavový popis systému:

$$\dot{x}_z(t) = v_z(t) \quad (6.2.4)$$

$$\dot{v}_z(t) = \ddot{x}_z(t) = -\frac{g}{l} \cdot x_z(t) - \frac{k_{tz}}{m_z} \cdot v_z(t) + \frac{g}{l} \cdot x_k(t) \quad (6.2.5)$$

Rovnice dynamiky:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_z(t) \\ \dot{v}_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & -\frac{k_{tz}}{m_z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_z(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g}{l} \end{bmatrix} \cdot x_k(t) \quad (6.2.6)$$

Rovnice výstupu:

$$\begin{bmatrix} x_z(t) \\ v_z(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_z(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{l} \end{bmatrix} \cdot x_k(t) \quad (6.2.7)$$

### 6.3 Stavový popis celé soustavy:

Stavové veličiny:  $x_k(t)$  - poloha kočky  
 $v_k(t)$  - rychlost kočky  
 $x_z(t)$  - poloha závěsu  
 $v_z(t)$  - rychlost závěsu

jako vstupní veličina je zde síla od motoru  $F_k(t)$ .

Výstupní veličiny:  $x_k(t)$  - poloha kočky  
 $v_k(t)$  - rychlost kočky

$x_z(t)$  - poloha závěsu  
 $v_z(t)$  - rychlost závěsu  
 $\varphi(t)$  - úhel vychýlení závěsu

výchozí diferenciální rovnice:

$$\dot{x}_k(t) = v_k(t)$$

$$\dot{v}_k(t) = \ddot{x}_k = \frac{F_k}{m_k} - \frac{k_{tk}}{m_k} \cdot v_k + \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \cdot x_z - \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} \cdot x_k$$

$$\dot{x}_z(t) = v_z(t)$$

$$\dot{v}_z(t) = \ddot{x}_z(t) = -\frac{g}{l} \cdot x_z(t) - \frac{k_{tz}}{m_z} \cdot v_z(t) + \frac{g}{l} \cdot x_k(t)$$

Rovnice dynamiky celé soustavy (kočka + závěs):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_k(t) \\ \dot{v}_k(t) \\ \dot{x}_z(t) \\ \dot{v}_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} & -\frac{k_{tk}}{m_k} & \frac{g \cdot m_z}{l \cdot m_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{g}{l} & 0 & -\frac{g}{l} & -\frac{k_{tz}}{m_z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \\ x_z(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_k} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F_k(t) \quad (6.3.1)$$

Rovnice výstupu celé soustavy (kočka + závěs):

$$\begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \\ x_z(t) \\ v_z(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{l} & 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_k(t) \\ v_k(t) \\ x_z(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} \quad (6.3.2)$$

Pro příklad analýzy volíme parametry soustavy (parametry volené za účelem srovnání s [13]):

Hmotnost kočky  $m_k = 100 \text{ Kg}$

Hmotnost závěsu  $m_z = 20 \text{ kg}$

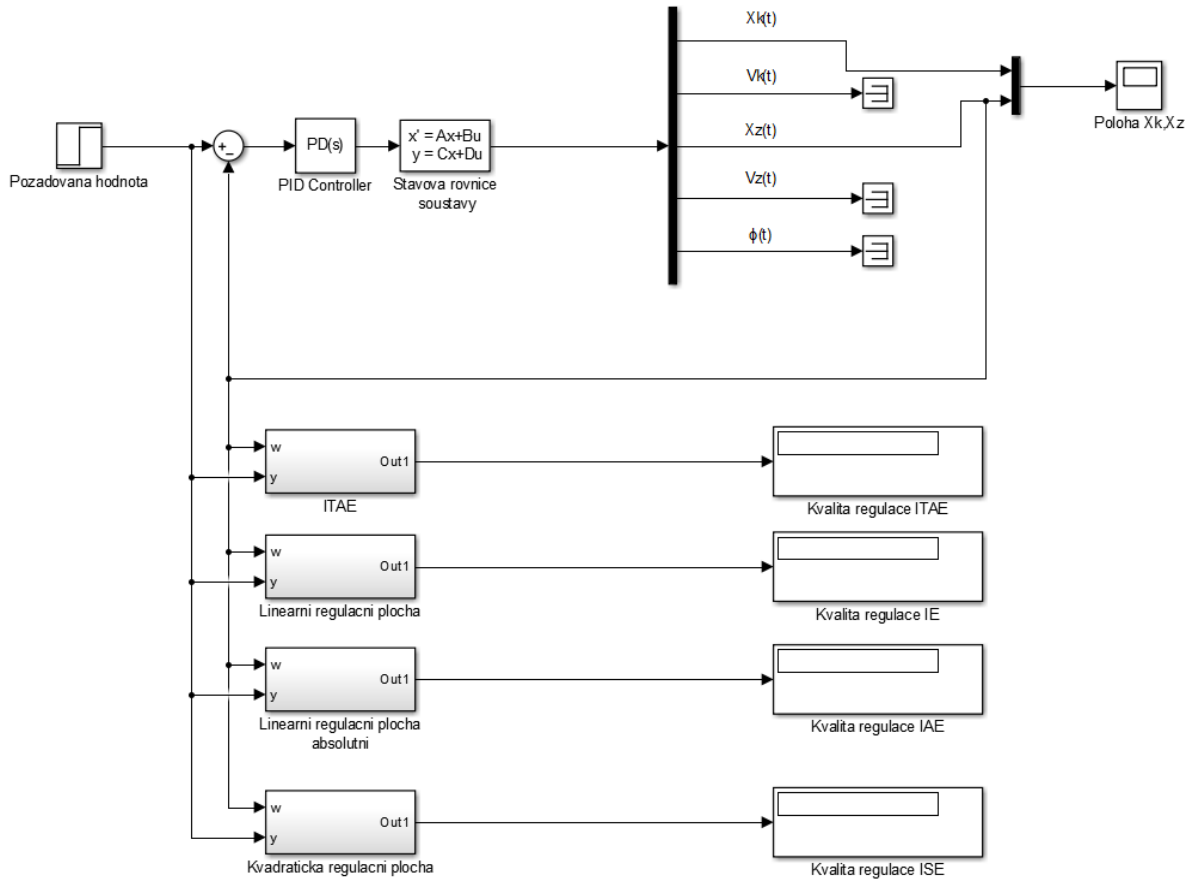
Koeficient tření kočky  $k_{tk}$  a odporový součinitel  $k_{tz}$ :  $k_{tk} = 5$ ,  $k_{tz} = 0,01$ .

Délka lana  $l = 5 \text{ m}$ .

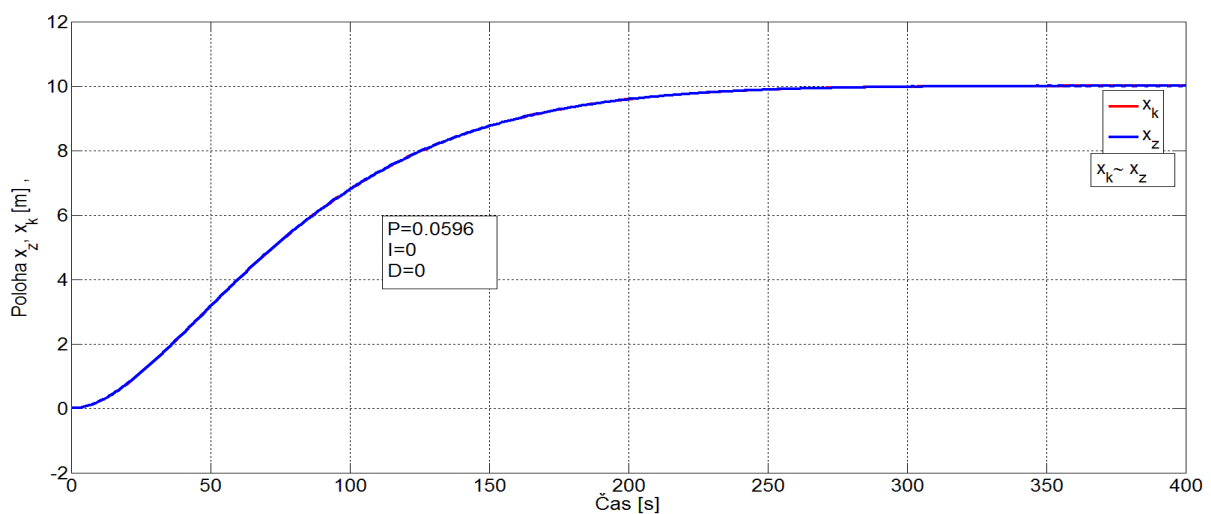
#### 6.4 Seřízení regulátoru pomocí služby Tune

I zde použijeme služby Simulinku k nastavení parametru regulace. Pokusíme se nastavit PID

regulátor tak, aby se neobjevil překmit. Kvůli astatismu soustavy je nežádoucí použití I složky. Proto se omezíme pouze na P nebo PD regulátor.



Obrázek 36: Regulační obvod s PID regulátorem a bloky pro zjištění kvality regulace



Obrázek 37: Polohy kočky a závěsu v čase při regulaci pomocí služby Tune

Tabulka 19: Kritéria kvality regulace pro P regulátor

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
P regulátor	50523,34	839,86	5395,40	0	191,5	253,5	343,4

Jako nejvýhodnější varianta se jeví použití P regulátoru, který dokázal zregulovat soustavu za celkovou dobu 343 s bez překmitu. Právě požadavek na regulaci bez překmitu velmi zvyšuje celkovou dobu regulace.

## 6.5 Regulace pomocí MPC

Hlavní rozdílem oproti regulaci pomocí PID regulátoru je nutnost definovat jednotlivé parametry jako model s jedním vstupem a více výstupy tzv. SIMO. Vstupní parametr je zde síla od motoru  $F_k$  a výstupní parametry pětičky:  $x_k$ ,  $v_k$ ,  $x_z$ ,  $v_z$ ,  $\varphi$  pokuty odchylek regulované veličiny musí být definovány jako vektor.

*Pozn. :* pro úplnost budeme kritéria kvality regulace uvádět pro polohu kočky i závěsu.

```
EDU>> % pohyb jeřábové kočky
%
%%definice konstant %-----
mk=100 % hmotnost kočky [kg]
mz=20 % hmotnost závěsu [kg]
ktk=5 % koeficient tření kočky [-]
ktz=0.01 % odporový součinitel [-]
l=5 % délka lana [m]
g=9.80665 % tíhové zrychlení [m/s^-2]

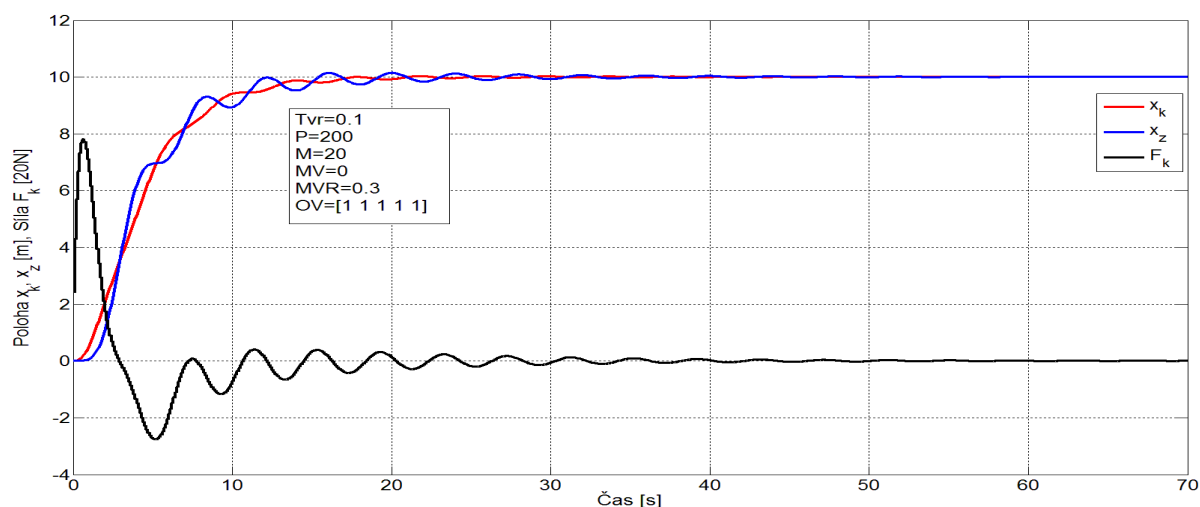
%----- Maticový tvar stavových rovnic-----

A=[0          1          0          0; % matice systému
   -g*mz/(l*mk) -ktk/mk      g*mz/(l*mk)  0;
   0          0          0          1;
   g/l        0          -g/l       -ktz/mz];

B=[0;l/mk;0;0]; % matice vstupu
C=[1          0          0          0; % matice výstupu
   0          1          0          0;
   0          0          1          0;
   0          0          0          1;
  -1/l        0          1/l       0];
D=[0;0;0;0;0]; % matice přímé vazby výstupu na vstup
sys=ss(A,B,C,D); % definice stavového popisu

%----- MPC regulátor-----
Tvr=0.1; % vzorkovací perioda [s]
P=200; % horizont predikce [-]
M= 20; % horizont řízení [-]
MPC1= mpc(sys,Tvr,P,M) % vytvoření MPC
%-----MPC váhy-----
MPC1.W.ManipulatedVariables=0 % váhová pokuta akční veličiny
MPC1.W.ManipulatedVariablesRate=0.3 % váhová pokuta rychlosti akční veličiny
MPC1.W.OutputVariables=[1 1 1 1 1]; % váhová pokuta regulační odchylky
```

Obrázek 38: Definice MPC pro regulaci soustavy kočka závěs v prostředí Matlab Workspace

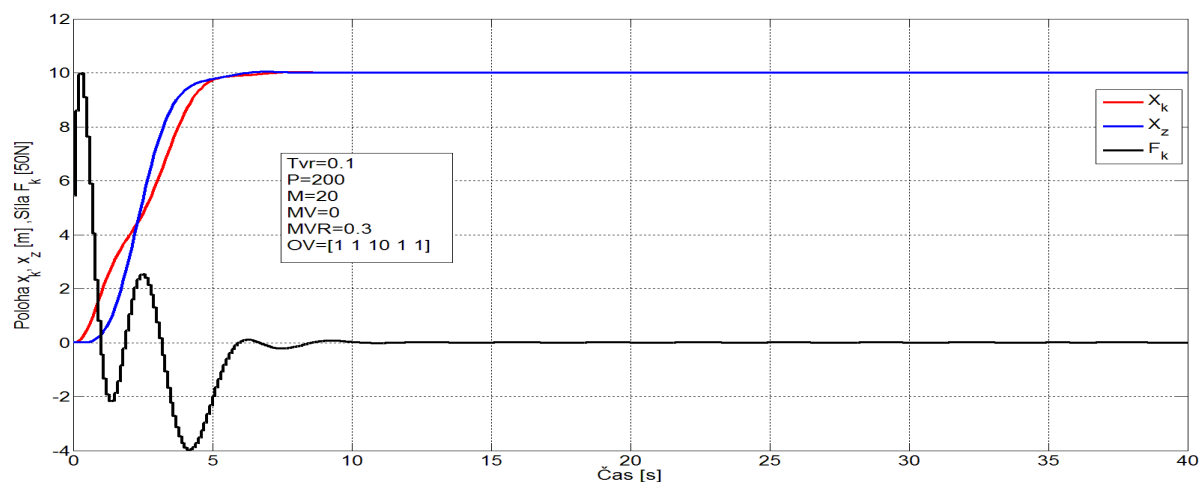


Obrázek 40: Odezva systému na skokovou změnu při počátečním nastavení MPC

Tabulka 20: Kritéria kvality regulace pro počáteční návrh MPC

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r95\%}$ [s]	$t_{r99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
MPC $x_k$	172,23	46,32	289,77	0,2	11,9	16,7	90,1
MPC $x_z$	205,42	47,70	305,50	1,4	14,0	24,4	86,3

Oproti P regulátoru trvá regulace podstatně kratší dobu, ovšem za cenu rozkmitání závěsu a částečného rozkmitání kočky. Toto kmitání pokračuje až do času 90,1 s pro polohu kočky a 86,3 s pro polohu závěsu. Pro odstranění kmitání je potřeba výrazně zvýšit pokuty odchylky regulované veličiny pro polohu závěsu. V grafu je vynesena i průběh akční veličiny, z kterého je patrné, že MPC na začátku provede prudký zásah a následně již jen koriguje odchylky (pozn.: akční veličina  $F_k$  je nanesena v měřítku uvedeném v levém popisu) .

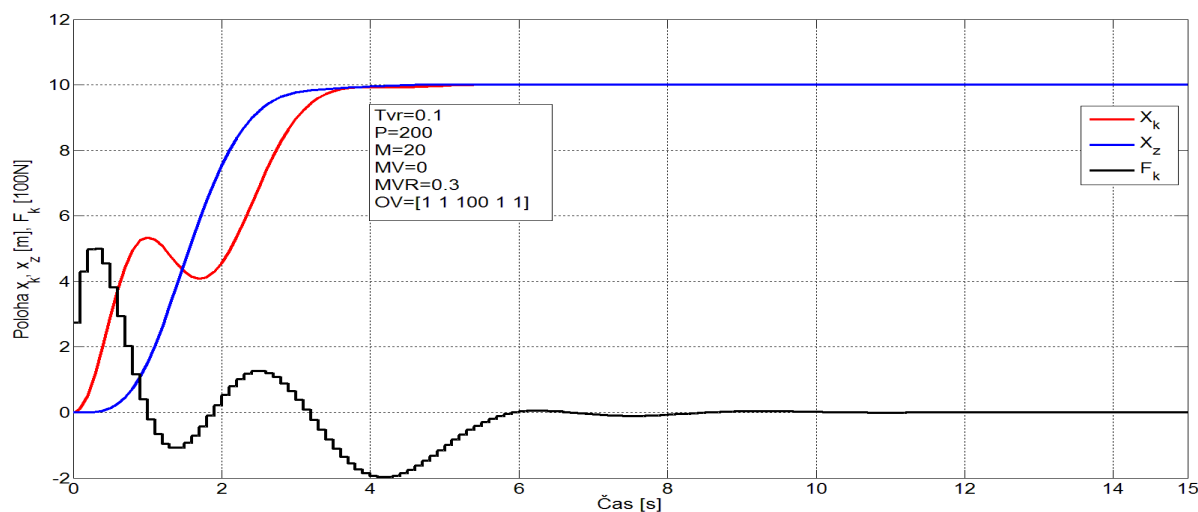


Obrázek 41: Odezva systému na skokovou změnu při zvýšení pokuty regulované veličiny pro polohu závěsu

Tabulka 21: Kritéria kvality regulace pro MPC s upravenou pokutou odchylky regulované veličiny

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
MPC $x_k$	41,81	25,28	172,87	0,02	4,7	6,2	13,5
MPC $x_z$	36,84	25,20	199,55	0,03	4,2	5,7	12,6

Navýšení pokuty regulační odchylky pro závěs má na následek odstranění kmitání závěsu, snížení doby regulace, velmi malý překmit a snížení doby mezi tím, kdy regulovaná veličina vstoupí do pásma  $t_{r,99}$  a ustálením. Pokusme se navýšit váhové pokuty regulační odchylky tak, aby nevznikal překmit.



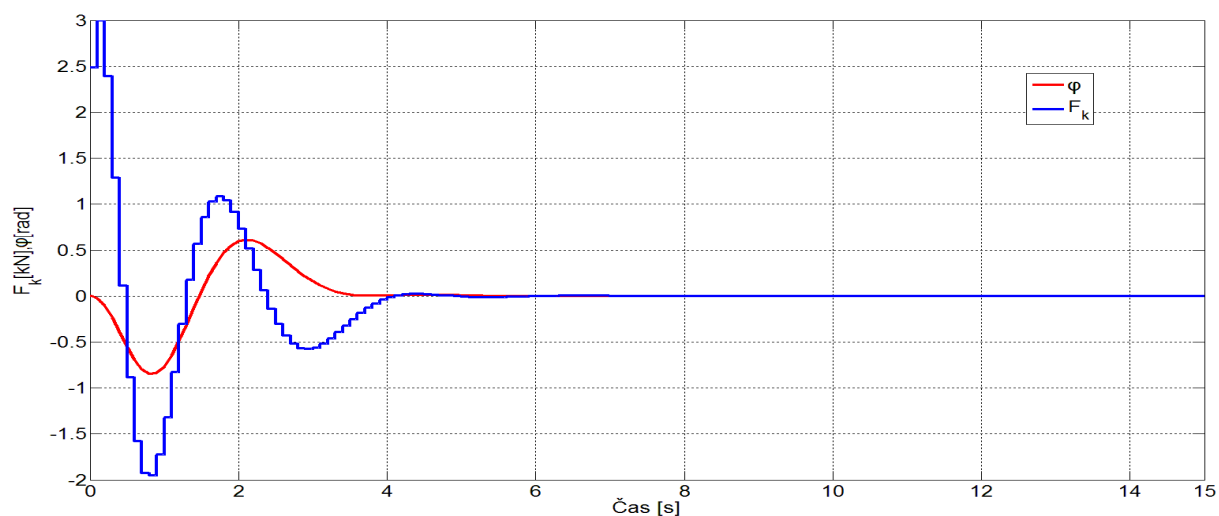
Obrázek 42: Odezva systému na skokovou změnu při maximálním navýšení pokuty regulované veličiny bez překmitu pro polohu závěsu

Tabulka 22: Kritéria kvality regulace pro MPC s maximální pokutou odchylky regulované veličiny

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení
MPC $x_k$	20,26	16,22	97,64	0,01	3,2	3,7	7,6
MPC $x_z$	15,14	16,22	127,71	0,01	3,2	3,7	7,6

Při maximálním nastavení pokuty regulované veličiny tak, aby nevznikal překmit, se podařilo snížit jak celkovou dobu regulace, tak kritéria kvality regulace. Pověšme si sinusového průběhu kočky ve vzdálenosti 4 m, kdy kočka pokračuje do vzdálenosti 5,2 m a potom se vrátí zpět na vzdálenost 4 m. To odpovídá situaci, kdy MPC se snaží tlumit kmitání závěsu vhodným posunutím kočky proti směru pohybu závěsu, aby účinky zrychlení působily proti sobě. Právě použití zpětných posunutí ve vhodnou dobu má za následek výraznější zkrácení doby regulace oproti P regulátoru.



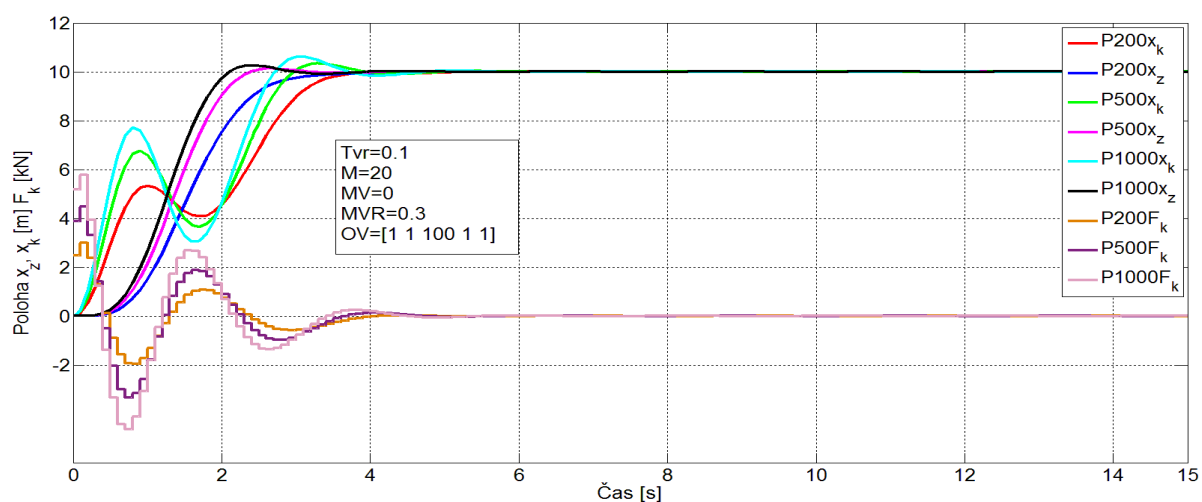


Obrázek 43: Průběh akční veličiny a úhlu natočení

Obrázek 43 ukazuje průběh síly od motoru  $F_n$  v závislosti na natočení závěsu  $\varphi$ , kdy se MPC snaží v důsledku velkých váhových pokut regulační odchylky pro polohu závěsu  $x_z$  provést takový akční zásah, aby úhel natočení byl co nejmenší.

### 6.5.1 Vliv horizontu predikce

Odezvu systému pro různé volby horizontu predikce ukazuje obrázek 44. Narozdíl od předchozích dvou soustav zde není požadavek na minimální hodnotu horizontu predikce dané přímo soustavou, přesto by velikost neměla být menší než 80.



Obrázek 44: Odezva systému na skokovou změnu pro různé horizonty predikce

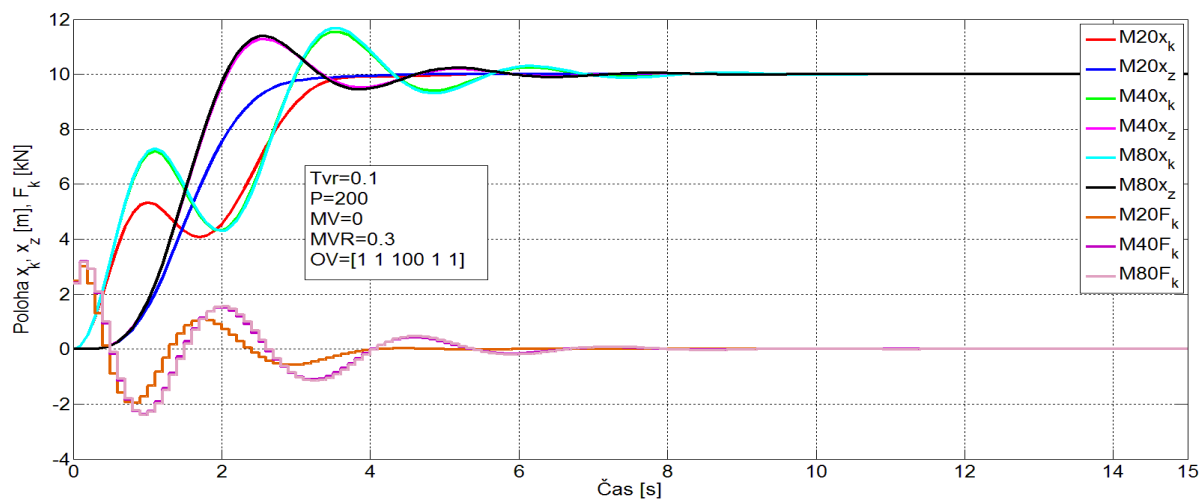
Tabulka 23: Srovnání variant horizontu predikce

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení
P=200 $x_k$	20,26	16,22	97,64	0,01	3,2	3,7	7,6
P=200 $x_z$	15,14	16,22	127,71	0,01	3,2	3,7	7,6
P=500 $x_k$	17,08	14,17	82,75	3,30	2,8	3,0	7,2
P=500 $x_z$	10,88	13,89	112,07	1,40	2,1	2,9	6,5
P=1000 $x_k$	16,38	13,37	77,97	6,20	3,3	4,5	6,9
P=1000 $x_z$	9,48	12,90	103,80	2,70	1,9	2,8	6,1

Pro zvyšující se hodnotu horizontu predikce je patrná zvyšující se kompenzace akčního zásahu tak, aby byla co nejvíce minimalizována váhová pokuta regulační odchylky. Z důsledku navyšování klesá doba ustálení a zvyšuje se překmit jak kočky, tak závěsu.

### 6.5.2 Vliv horizontu řízení

Vliv horizontu řízení pro jednotlivé hodnoty ukazuje obrázek 45.



Obrázek 45: Odezva systému na skokovou změnu pro různé horizonty řízení

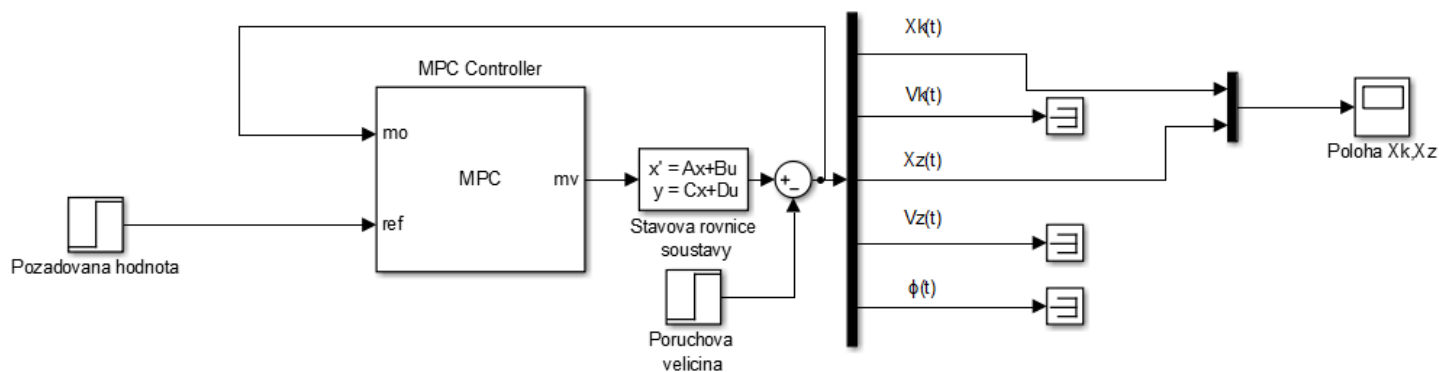
Tabulka 24: Srovnání variant horizontu řízení

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení
M=20 $x_k$	20,26	16,22	97,64	0,01	3,2	3,7	7,6
M=20 $x_z$	15,14	16,22	127,71	0,01	3,2	3,7	7,6
M=40 $x_k$	26,26	16,23	85,24	15,50	5,1	7,5	13,4
M=40 $x_z$	16,43	15,65	118,55	12,80	3,1	5,6	12,4
M=80 $x_k$	27,78	16,49	85,44	16,80	5,2	7,8	13,5
M=80 $x_z$	17,26	15,82	118,56	13,80	4,1	6,9	14,7

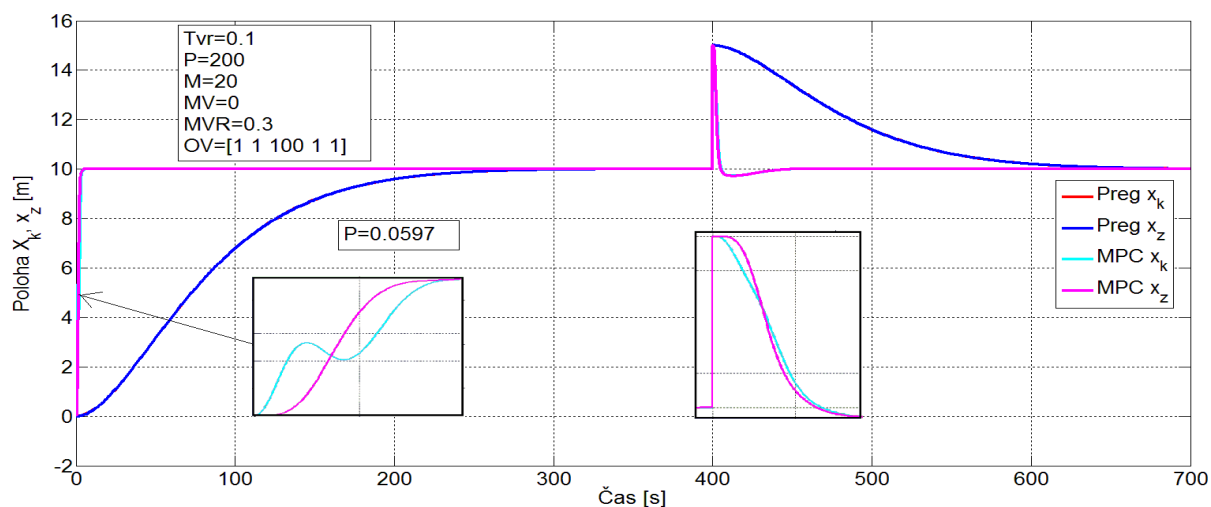
Na první pohled je zřejmé, že pro vyšší horizonty řízení není MPC nastaveno ideálně. Je to z toho důvodu, že pro  $M=20$  je MPC nastaveno bez překmitu, ale pro vyšší horizonty řízení by bylo potřeba přenastavit ostatní parametry MPC. Ačkoliv u předchozích dvou soustav změna horizontu řízení neměla za následek takto výrazné změny, v tomto případě se domnívám, že překmit je způsoben vysokou hodnotou pokut odchylky regulované veličiny.

### 6.5.3 Vliv poruchové veličiny

Pro odezvu systému na poruchovou veličinu byla do obvodu přidána poruchová veličina o velikosti 50% žádané veličiny, která působí po ustálení obvodů v čase 400 s.



Obrázek 46: Schéma zapojení poruchové veličiny pro MPC soustavu



Obrázek 47: Odezva systému s P regulátorem a MPC na poruchovou veličinu

Tabulka 25: Srovnání variant regulace - odezva na poruchovou veličinu

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení
P regulátor	193128,79	419,86	1350,12	50	561,0	627,3	953,7*
MPC $x_k$	7804,05	19,07	43,06	50	404,2	433,7	481,6
MPC $x_z$	7931,09	19,35	49,41	50	403,9	433,8	482,3

\* vznik trvalé odchylky cca 0,03%

Pro MPC odezví poruchová veličina cca 80 s od počátku jejího působení, pro P regulátor po 550 s s nepatrnou trvalou regulační odchylkou.

## 7 ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo porovnání standardních regulačních obvodů a obvodů regulovaných pomocí MPC. Byly zkoumány tři typy regulovaných soustav a na nich uskutečněna řada simulací pro posouzení jednotlivých nastavení MPC na regulovanou soustavu. U všech soustav byl požadavek na minimální překmit.

Největší pozornost byla věnována soustavě vodní turbíny, která je specifická podregulováním (viz kapitola 4). U této soustavy je problém v tom, že aby MPC pracovalo správně, musí se zaměřit až na kladnou část regulace. MPC se vyznačuje podstatně větší rychlostí regulace, která ovšem způsobuje podregulování výkonu, naproti tomu regulace pomocí I regulátoru má minimální podregulování. Jedinou výjimkou je teoretické omezení záporné části (viz kapitola 4.4.6).

Pro MPC regulaci s nejmenším podregulováním přichází v úvahu regulace pomocí online vah (viz kapitola 4.4.8), naopak pro co nejrychlejší regulaci použití váhových pokut akční veličiny (viz kapitola 4.4.7).

Tabulka 26: Srovnání výsledků regulace turbíny z hlediska podregulování

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování[%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
<b><math>I=0.1669</math></b>	<b>214,98</b>	<b>59,92</b>	<b>0,46</b>	<b>0</b>	<b>11,46</b>	<b>12,7</b>	<b>16,8</b>	<b>22,25</b>
MPC $y=60-2x$	148,48	50,37	0,399	0	17,76	8,2	12,9	21,2

Tabulka 27: Srovnání Regulace turbíny z hlediska kritérií regulace

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	Podregulování[%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
$I=0.1669$	214,98	59,92	0,46	0	11,46	12,7	16,8	22,25
<b>OV=(0,5 0,5 0,5 2)</b>	<b>21,31</b>	<b>24,72</b>	<b>0,333</b>	<b>0</b>	<b>82,97</b>	<b>2,7</b>	<b>3,0</b>	<b>3,4</b>

U soustavy s dopravním zpožděním se na rozdíl od regulace turbíny projeví výhody prediktivního řízení oproti PID regulátoru. Došlo k výraznému snížení doby regulace a tedy i kritérii kvalit regulace.

Tabulka 28: Srovnání regulace s dopravním zpožděním

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení[s]
PI regulátor	362,35	24,83	19,25	0	44,7	56,7	119,7
<b>MVR = 45</b>	<b>131,29</b>	<b>15,89</b>	<b>14,17</b>	<b>0</b>	<b>21,8</b>	<b>24,5</b>	<b>42,9</b>

Největší zjištěný přínos MPC je u regulace pohybu jeřábové kočky. Zde nejenže MPC zvládlo velmi výrazně zkrátit dobu regulace, ale pomocí optimalizace zvolilo protipohyb tak, aby došlo k vyrušení navzájem proti sobě působících zrychlení. Další výhodou MPC oproti PID je možnost nastavit každý ze zvolených stavových výstupů zvlášť.

Tabulka 29: Srovnání regulace pohybu jeřábové kočky

Typ regulace	ITAE	IAE	ISE	Překmit [%]	$t_{r,95\%}$ [s]	$t_{r,99\%}$ [s]	Doba ustálení [s]
P regulátor	50523,34	839,86	5395,40	0	191,5	253,5	343,4
<b>MPC <math>x_k</math></b>	<b>20,26</b>	<b>16,22</b>	<b>97,64</b>	<b>0,01</b>	<b>3,2</b>	<b>3,7</b>	<b>7,6</b>
<b>MPC <math>x_z</math></b>	<b>15,14</b>	<b>16,22</b>	<b>127,71</b>	<b>0,01</b>	<b>3,2</b>	<b>3,7</b>	<b>7,6</b>

Prediktivní řízení představuje pokročilou formu řízení a při vhodně zvolených parametrech výrazně převyšuje klasické PID regulátory. Důvodů jeho malého rozšíření mimo chemický a petrochemický průmysl je hned několik: vysoká pořizovací cena již hotového software, vysoká náročnost na hardware, neexistence univerzálních metod pro seřízení a v neposlední řadě teoretická komplexnost návrhu prediktivního řízení.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ROSSITER, John. Introduction To Model Predictive Control. University of Sheffield [online]. 2014 [cit. 2015-04-01]. Dostupné z: [https://www.sheffield.ac.uk/acse/staff/jar/mpc\\_introduction](https://www.sheffield.ac.uk/acse/staff/jar/mpc_introduction)
- [2] NUNES, GIOVANI CAVALCANTI. *DESIGN AND ANALYSIS OF MULTIVARIABLE PREDICTIVE CONTROL: APPLIED TO AN OIL-WATER-GAS SEPARATOR: A POLYNOMIAL APPROACH* [online]. Florida, 2001 [cit. 2015-03-02]. Dostupné z: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.6.6300&rep=rep1&type=pdf>. Disertační práce. UNIVERSITY OF FLORIDA.
- [3] MIKLEŠ, Ján a Miroslav FIKAR. *Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov II: Identifikácia a optimálne riadenie*. Páte. Bratislava: STU Bratislava, 2014. ISBN 80-227-2134-4.
- [4] BEMPORAD, Alberto, Manfred MORARI a N. Lawrence RICKER. *Model Predictive Control Toolbox: For Use with MATLAB* [online]. 2005 [cit. 2015-05-01]. Dostupné z: [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)
- [5] BEMPORAD, Alberto, Manfred MORARI a N. Lawrence RICKER. *Model Predictive Control Toolbox: User's Guide* [online]. 2014 [cit. 2015-02-03]. Dostupné z: [http://www.mathworks.com/help/pdf\\_doc/mpc/mpc\\_ug.pdf](http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/mpc/mpc_ug.pdf)
- [6] SEBORG, Dale E, Thomas F. EDGAR a Duncan A. MELLICHAMP. *Process dynamics and control*. USA: Wiley, 2004. 2nd edition. ISBN 0471000779.
- [7] ŠVARC, Ivan, Radomil MATOUŠEK, Miloš ŠEDA a Miluše VÍTEČKOVÁ. *Automatické řízení*. Druhé. Brno: CERM, 2011. ISBN 978-80-214-4398-3.
- [8] ŠČEVÍK, Petr. *Číslíková regulace*. Ostrava, 2008. Dostupné také z: <http://books.fs.vsb.cz/cislicovaregulace/>. Diplomová práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce Prof. Ing. Miluše Vítečková, CSc.
- [9] BLAHA, Petr a Petr VAVRIN. *Řízení a regulace I: Základy regulace lineárních systémů -spojité a diskrétní* [online]. 2005 [cit. 2015-05-01]. Dostupné z: [http://www.uamt.feec.vutbr.cz/~richter/vyuka/0809\\_BRR1/texty/brr1.pdf](http://www.uamt.feec.vutbr.cz/~richter/vyuka/0809_BRR1/texty/brr1.pdf)
- [10] NĚMEC, Zdeněk. *Modely systému a automatické řízení turbosoustrojí vodní elektrárny*. Brno: VUTIUUM, 2008. ISBN 978-80-214-3641-1.
- [11] MÁSLA, Karel. *PrednaskaOstrovniProvoz2* [online]. 2007 [cit. 2015-05-07]. Dostupné z: [http://feil.vsb.cz/kat410/studium/studijni\\_materialy/res/PrednaskaOstrovniC3%ADProvoz2\\_Maslo.pdf](http://feil.vsb.cz/kat410/studium/studijni_materialy/res/PrednaskaOstrovniC3%ADProvoz2_Maslo.pdf)
- [12] VÍTEČKOVÁ, Miluše. *Seřízení regulátorů metodou inverze dynamiky* 1. vyd. Ostrava : VŠB-TU Ostrava, 1998. 56 s. ISBN 80-7078-628-0
- [13] RICHTER, Jan. *Řízení pohybu při přemístování zavěšeného předmětu*. BRNO, 2010. Dostupné také z: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=29801](https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=29801). Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Doc. Ing. Zdeněk Němec, CSc.
- [14] FARANA, Radim, Lubomir SMUTNÝ, Antonín VÍTEČEK a Miluše VÍTEČKOVÁ. *Zpracování závěrečných prací z oblasti automatizace a informatiky*. 1. vyd. Ostrava: VŠB - Technická univerzita, 2004, 114 s. ISBN 80-248-0557-X.

