UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Monika Podepřelová

Kreativita v primární matematice se zaměřením na divergentní myšlení

Olomouc 2015 Vedoucí práce: RNDr. Martina Uhlířová, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením RNDr. Martiny Uhlířové, Ph.D., a použila jen uvedených pramenů a literatury, které jsem uvedla v seznamu literatury.

V Olomouci dne 17.4.2015 ..……………………………………

Poděkování:

Děkuji RNDr. Martině Uhlířové, Ph.D., za odborné vedení diplomové práce, poskytování rad a materiálových podkladů k práci, ale i Mgr. Vlastě Pecinové a Mgr. Haně Knopové z FZŠ dr. Milady Horákové a mateřské školy v Olomouci za vstřícnost a pomoc při ověřování divergentních úloh ve vyučování. Také bych chtěla poděkovat rodině a mému příteli za podporu při psaní diplomové práce i během celého studia.

OBSAH

ÚVOD

Již od začátku vzdělávání na základní škole pro mě byla každá vyučovací hodina matematiky stejná. Stereotypní a mechanické počítání od první až do poslední minuty. Součástí matematiky jsou definice, které se musíme naučit nazpaměť. V některých případech však matematiku můžeme podávat zábavnou formou směřující žáky k objevování nestandardních, zajímavých řešení. Prostřednictvím divergentních úloh nemůžeme žáky seznámit se všemi matematickými pojmy a operacemi, na druhou stranu je lze využít jako zdroj motivace či rozptýlení každodenního vyučovacího procesu.

Cílem diplomové práce je shrnout teoretická východiska k problematice řešení divergentních úloh v souvislosti s rozvíjením kreativity matematického vyučování u žáků mladšího školního věku. Jedním z cílů je sestavit pracovní listy s divergentními úlohami pro 4. ročník základního vzdělávání a ověřit je v praxi. Dále porovnat řešení divergentních úloh u dvou skupin žáků (jestliže s jednou skupinou bylo toto učivo procvičeno) a v neposlední řadě zjistit, zda divergentní úlohy rozvíjejí kreativitu žáků.

Diplomová práce je rozdělena na dvě části, část teoretickou a část praktickou. Teoretická část se dále člení do čtyř hlavních kapitol. První kapitola je věnována kreativitě, jejím hlavním znakům a možnostem pro zařazení do matematického vyučování. Zároveň jsou zde popsány metodické pokyny pro učitele, vedoucí k rozvíjení jejich tvořivosti. Druhá kapitola je zaměřená na základní charakteristiku divergentního myšlení a zároveň na vysvětlení rozdílů mezi konvergentním a divergentním myšlením. Cílem třetí kapitoly je představit jednotlivé typy matematických úloh, uvést konkrétní příklady k jednotlivým skupinám a porovnat způsob tvorby a řešení konvergentních a divergentních úloh. Poslední kapitola teoretické části stručně charakterizuje Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání se zaměřením na divergentní úlohy.

Praktická část je tvořená souborem divergentních úloh rozvržených do dvou hlavních kapitol. První skupina úloh se váže k motivačnímu příběhu o rodině Všeználkových a navazuje na úlohy týkající se zvířat žijících v zoologické zahradě. Jednotlivé úlohy obsahují řešení a ukázky správných řešení žáků. Úlohy z pracovního listu „Po stopách zvířat v ZOO“

jsou doplněny o komparaci správných řešení u dvou skupin žáků. Každá kapitola je zakončená celkovým zhodnocením vytvořených úloh.

Jelikož nebylo doposud napsáno mnoho odborné literatury zabývající se problematikou divergentních úloh, mohla by diplomová práce sloužit jako inspirace pro vytváření podobných úloh s možností jejich zařazení do vyučovacího procesu.

TEOREТICKÁ ČÁST

1 Kreativita

„Naše hlava je kulatá, aby myšlení mohlo měnit směr. Kreativita znamená vidět to, co vidí ostatní, ale něco jiného si u toho myslet. “

(Francis Picabia)

V minulosti jsme se s kreativitou téměř vůbec nesetkávali. V současnosti se s tímto pojmem setkáváme mnohem častěji. V oblasti vzdělávání se od učitelů předpokládá kreativní přístup k žákům a zároveň je kreativita vyžadována od žáků. Zaměstnavatelé požadují kreativní způsoby řešení problémů od svých zaměstnanců.

Kreativitu neboli tvořivost používáme každý den ve svém profesním či soukromém životě. Pomáhá řešit problémy, které se zdají být na první pohled neřešitelné. Díky ní můžeme vytvářet něco nového. Záleží jen na nás, do jaké míry ji budeme rozvíjet a používat, neboť kreativita není schopností pouze výjimečných lidí. (Petrová, 1999)

1.1 Vymezení pojmu kreativita

Kreativita pochází z latinského slova *creare* a v českém překladu znamená *tvořit* nebo také *plodit* (Hlavsa, 1985).

Mnozí si spojují kreativitu pouze s činnostmi, které se vyskytují v oblasti hudby, výtvarného umění či vědy. Používají ji hudební skladatelé, malíři a jiní umělci při vytváření významných děl. Avšak kreativní přístup mohou lidé uplatňovat v každé profesi. (Petrová, 1999)

Pojem kreativita je v odborné literatuře definován různými způsoby. Uvádím příklady vysvětlení tohoto pojmu od několika autorů.

P. Žák (2004, s. 28) ve své knize cituje T. Amabile, která definuje kreativitu takto *„Dílo nebo řešení problému se považuje za kreativní do té míry, do jaké je novým, užitečným, správným a přínosným řešením zadaného úkolu, a zároveň do jaké míry je úkol heuristický (objevný, originální, původní, předpokládající nové řešení) než algoritmický (známý úkol s rutinním řešením).“*

Podle J. Čápa (1993, s. 237) *„Tvořivost znamená soubor vlastností osobnosti, které jsou předpokladem pro tvůrčí činnost, popřípadě pro tvůrčí řešení problémů.“*

A. Petrová (1999, s. 14) ve své knize uvádí definici tvořivosti podle Drevdahla – in Hlavsa takto: *„Kreativita je schopnost člověka vytvářet myšlenky jakéhokoli druhu, které jsou v podstatě nové, a těm, kteří je vytvořili, byly dříve neznámé.“*

1.1.1 Kritéria kreativity

P. Žák (2004) posuzuje kreativitu z psychologického hlediska dle následujících kritérií:

1. Originalita

Kterákoliv myšlenka, nápad či řešení problému v podstatě představuje něco nového. Potíž však nastává v okamžiku posuzování, co je označováno za originální a jedinečné, a co je pouhým vylepšením již stávajícího. Jelikož kreativita představuje vytvoření neobvyklého, doposud neexistujícího.

2. Správnost

Nalezení originálního způsobu řešení nemusí vždy znamenat jeho správnost. Na začátku každého problému je nutné přesně si vymezit cíle a kritéria řešení. Důležitou úlohu při posuzování správnosti má zadavatel dané úlohy, který se většinou stává i závěrečným hodnotitelem posuzující kreativitu. Ve většině případů ji však vyhodnocuje jiná, nezávislá osoba. Stanovený cíl musí být originální a věcně správný.

3. Aplikovatelnost a užitečnost

Kreativní způsob řešení by měl splňovat i kritérium užitečnosti a aplikovatelnosti v praxi. Pouze tehdy, splňuje-li řešení či nápad tato kritéria, jej lze považovat za kreativní. V průběhu posuzování těchto kritérií bychom měli brát v potaz, že ani špatné řešení neznamená, že je neaplikovatelné.

4. Hodnota a přínos

Jakékoli nově vzniklé originální dílo anebo nápad představují velký přínos pro společnost. Stávají se inspirací pro druhé. Navozují nové podněty k řešení. Hodnota se uplatňuje v možnosti splnění vlastních osobních cílů i v rozvoji osobnosti.

1.2 Kreativní proces

Podle J. Maňáka (1997, s. 15) *„ je kreativní proces nejčastěji spojován s procesem tvořivého myšlení a s procesem řešení problémů.“* Problematika kreativního procesu však nebyla doposud dostatečně prozkoumána.

Obecně lze říci, že myšlení představuje proces, v němž dochází k řešení problémů. Každý člověk má rozdílný způsob myšlení. Někteří používají více logické uvažování, avšak logika myšlení do jisté míry omezuje a brání vytvářet tvořivé myšlenky. Jiní se soustřeďují na hlubší prozkoumávání problémů a nalézání vzájemných vztahů či souvislostí. Lidské myšlení nezahrnuje výhradně mechanické užívání navyklých postupů, naopak je nápadité a objevné. Právě takový styl myšlení nazýváme kreativní neboli otevřené, umožňující produkovat originální myšlenky.

Kreativní myšlení nás nutí být neustále nespokojení s obecně danými principy a hodnotami. Podněcuje k nahlížení na věci jiným způsobem. Všichni mohou myslet kreativně, odpoutají-li se od pravidel, projeví-li snahu využít své poznatky a schopnosti k naplňování důležitých cílů. (Pokorný, 2007)

Kreativní proces je podmíněn řadou vnitřních i vnějších faktorů. Důležitou roli v něm zaujímají okolnosti ovlivňující naši náladu. K dosažení cílů stanovených v průběhu tohoto procesu, je nezbytná motivace, neboť každý problém obsahuje motivační prvek.

Kreativní způsob řešení problému vyžaduje:

- vnitřně vyrovnaného, sebevědomého a cílevědomého jedince, který si uvědomuje své přednosti i nedostatky,
- osobnost s pozitivním myšlením, odhodláním a touhou zaměřit se na jediný cíl,
- přesnou formulaci cíle a jasné zadání úkolu anebo problému,
- znalost vhodného způsobu řešení a používání co nejvíce kreativních prvků či podnětů. (Pokorný, 2004)

1.2.1 Základní etapy kreativního procesu

Kreativní řešení problému je proces zdlouhavý, při němž dochází k hledání, objevování, přizpůsobování a ověřování. Jednotlivé fáze tohoto procesu se navzájem prolínají. Tvůrčí myšlenka nebo nápad nevznikají nahodile, ale navazují na již známé informace, které kombinují s jinými. Některé myšlenky se zdají být špatné jen proto, že jsou nové a vymykají se logickým postupům. Právě takové bývají kreativní. V rámci kreativního procesu je možné vymezit následující etapy. (Pokorný, 2007)

1. Tvůrčí nabuzení (iniciace) - během této etapy dochází ke střetu jedince s problémem. Tento problém je jedinec odhodlán vyřešit. Řešení problému závisí na jeho psychických vlastnostech a vytrvalosti.

2. Vymezení problému (orientace) - jedná se o podrobné rozpracování problematiky, hledání vhodných metod, postupů, technik či způsobů řešení.

„Formulace problému je daleko důležitější než jeho řešení. Otevírání nových otázek, odhalování nových možností, rozvíjení problémů z jiné stránky – to jsou úkoly tvůrčího ducha.“

(A. Einstein)

3. Informační příprava řešení (preparace) - je zaměřená na zkoumání vzniku daného problému a jeho možného budoucí vývoje, popřípadě vývoje okolí, v němž se problém nachází.

4. Zrání tvůrčí myšlenky (inkubace) - jestliže má dojít k nalezení nového řešení, musí se zapojit i naše podvědomí a fantazie. Tento proces vyžaduje dostatek času, soustředěnosti, ale i možnosti relaxace a odpočinku. V průběhu této fáze je podstatné, aby byl řešitel cílevědomý, obzvláště setká-li se s komplikacemi.

5. Nalezení řešení (iluminace) - po překonání předcházejících fází se může velmi rychle objevit správný postup či způsob řešení. Problém nebo úkol se zdá být jednoduchý a snadno řešitelný. Často je problematika vyřešena kreativním způsobem. V této fázi se díky podnětu či fantazii nastartují originální nápady a myšlenky.

6. Ověření nosnosti tvůrčího nápadu (verifikace)

7. Propracování tvůrčího nápadu (elaborace)

8. Uskutečnění nápadu v praxi (realizace) - nalezení tvůrčího řešení není konečnou fází tohoto procesu. Realizace tvůrčího řešení v praxi je podstatným momentem celého procesu. Hodnocení ostatních lidí je rozhodující v tom, zda se nápad či nová myšlenka uplatní i v praktickém životě.

9. Vyhodnocení tvůrčího procesu (evaluace) - při zpracovávání řešeného problému se vytvářejí náměty na novou problematiku, při jejímž řešení lze uplatnit již osvědčené metody, techniky i postupy. Zhodnocení tvůrčího procesu také slouží k upozornění na vzniklé chyby, a tudíž možnosti se jich v budoucnu vyvarovat.

1.3 Bariéry kreativity

K uplatňování kreativity bývá často nezbytné zdolat jisté překážky či bariéry. Podstatným předpokladem pro kreativní práci je překonání strachu z neúspěchu, správné vyhodnocování situace a volba vhodných myšlenkových postupů. Důležitou úlohu zde zaujímají rovněž emoce a postoje, jež kreativitu posilují, anebo naopak utlumují. (Pokorný, 2007)

P. Žák (2004) rozděluje překážky kreativity do tří kategorií. Jedná se o překážky rozvoje kreativních schopností, překážky v kreativním procesu a překážky v postojích ovlivňujících kreativitu.

Bariéry kreativity dle P. Howarda (1998):

Špatná tělesná kondice - pokud se člověk cítí být nemocný a není dostatečně nabuzený k řešení problému, nemusí k tvořivosti vůbec dojít.

Strach - nízké sebevědomí a nedostatečná víra ve vlastní schopnosti vede ke strachu z neúspěchu a zabraňuje tak vzniku nových myšlenek a nápadů.

Konzervativní zvyklosti - kreativita nemůže vzniknout tam, kde je člověk zvyklý opírat se o stereotypy nebo z nich pouze vycházet.

Nevhodný způsob dotazování - kreativitu ničí uzavřené otázky, na které lze odpovědět slovy ano či ne. Naopak produktivní jsou pro ni otázky s otevřeným koncem nabádající k přemýšlení a vytváření něčeho originálního.

Neschopnost změnit úhel pohledu - zkoumá-li člověk problematiku výhradně z jednoho úhlu pohledu, pak ji není schopný změnit a vidět v ní něco objevného.

J. Pokorný (2007) považuje za zásadní následující překážky kreativity:

Předsudky - představují různé formy odmítání hravosti, citu, fantazie a obav z novosti.

Nepružnost - spočívá v neschopnosti přizpůsobit se změnám a oprostit se od navyklých zvyklostí.

Zábrany ve vnímání problému - vycházejí z nesprávných formulací, nepochopení a přemíry informovanosti.

Nevhodné postoje - vytváří jednostranný náhled na problematiku a nezájem o vymýšlení jiných než prvotních nápadů.

Emocionální bariéry - týkají se strachu z možného selhání, neschopnosti rozpoznat realitu od fantazie a snahy o rychlé vyřešení přinášející úspěch.

Z toho všeho vyplývá, že kreativity mohou docílit téměř všichni, zaměří-li se na naplnění stanovených cílů, neodradí-li je možnost počátečního neúspěchu a pokud překonají alespoň některé z výše uvedených bariér.

1.4 Kreativita ve vyučování

Kreativní způsob výuky je zaměřen na rozvoj tvořivých schopností a dovedností žáků. Tento způsob výuky navazuje na psychologické a pedagogické poznatky vztahující se k problematice kreativity. Vychází ze vzájemné tvůrčí interakce mezi učitelem a žákem nebo žákem a okolím školy. Cílem výuky je užívání kreativních metod, forem a přístupů vedoucích k vytváření originálních produktů a řešení tvořivých učebních úloh. (Pecina, 2008)

I. Lokšová a J. Lokša (1999) kladou důraz na respektování individuálních zvláštností žáků a uplatňování individuálního přístupu. Podstatu kreativního vyučování spatřují v navození podmínek pro jeho rozvoj a užívání různých druhů kreativních činností.

Tvořivá výuka by měla zahrnovat podrobnou analýzu učiva s přihlédnutím na možný rozvoj kreativity, zajištění vhodných podmínek pro tvůrčí aktivity žáků a v neposlední řadě volbu náležitých metod vedoucích k samostatnosti a kreativitě (Pecina, 2008).

Východiska kreativního vyučování:

- Všichni psychicky zdraví jedinci mohou uplatňovat kreativitu v různých činnostech. Jediný rozdíl mezi jednotlivci tvoří úroveň a zaměření kreativity.
- Kreativitu lze ovlivňovat především cílevědomým výchovným působením.
- Žáci rozvíjejí své kreativní schopnosti během vyučovacího procesu řízeném učitelem, ten volí vhodné úlohy tvořivého charakteru, metody a postupy k rozvoji myšlení.
- Podstatnou roli zaujímá vhodná motivace podporující kreativitu žáků.
- Hodnocení může vést ke snižování kreativity nebo vyvolávat spíše demotivující pocity, tudíž je třeba k němu přistupovat s rozvahou a ohleduplností.
- Pozitivně na žáky působí relaxace a odpoutání od kreativní atmosféry ve třídě, jelikož rozvíjení kreativity představuje pro žáky vysokou míru vnímavosti a zaměřenosti na danou problematiku.

K problémům nastávajícím v průběhu kreativního vyučování řadíme: nevhodný výběr didaktických prostředků, úzké vymezení cílů, obsahů a metod výuky. (Lokšová, Lokša, 2003)

1.4.1 Kreativita učitele

Nejvýznamnějším činitelem kreativního vyučování je učitel. Od učitele se očekává rozvíjení kreativních schopností žáků vedoucích k efektivním výsledkům. Kreativní učitel by se měl zdokonalovat jednak v profesních dovednostech (odborná znalost předmětu, komunikativní schopnosti) a jednak pracovat na technikách vlastního rozvoje kreativity. Zároveň je nezbytná podpora kreativních myšlenkových procesů žáků a pomoc v překonávání jejich frustrací či pocitech neúspěchu.

Kreativita učitele závisí na jeho schopnostech vytvářet nové definice či nazírat na věci novým, nezvyklým způsobem. K neméně důležitým vlastnostem patří i přizpůsobivost.

(Maňák, 1998)

A. Petrová (1999) jmenuje hlavní aspekty kreativní práce učitele. Patří mezi ně: podněcování k samostatnosti žáků; používání aktivizačních metod; odstraňování autoritativního způsobu výuky; častější zařazování komunikace a diskuze do výuky; citlivé reagování na názory a nápady žáků; nezesměšňování myšlenek žáků a zároveň rozpoznání, kdy se jedná o pozitivní postoje žáků ke kreativnímu myšlení, nebo v opačném případě o záměrné zdržování výuky.

Učitelská profese je jedna z nejnáročnějších. Na pedagoga jsou kladeny velké nároky nejen profesního, ale převážně osobnostního charakteru. Učitel musí přebírat zodpovědnost za výchovnou a vzdělávací činnost žáků, podílí se na formování osobnosti žáků a rozvíjí jejich kreativní schopnosti i dovednosti.

1.4.2 Kreativita žáka

Odborná literatura poskytuje velké množství informací o kreativitě vyučovacího procesu, o kreativitě osobnosti, ale kreativita učitele a žáka je v odborných publikacích méně zpracována.

Kreativita žáka se projevuje především v jeho zájmech o poznání přesahující zájmy jeho okolí. Takový žák je samostatný, zvídavý, během výuky rád klade otázky učiteli, odklání se od mechanického zapamatování učiva, ale naopak s učivem experimentuje, dokáže vyprodukovat velké množství nápadů, je přizpůsobivý, nebojácný, vytrvalý a má smysl pro humor. Mezi jeho záporné vlastnosti patří neukázněnost, sobeckost anebo nespolečenskost. (Maňák, 1998)

I. Lokšová a J. Lokša (1999) charakterizují kreativního žáka jako osobnost vůdcovského typu vyznačující se nápaditostí, fantazií, ale i hyperaktivitou, nedisciplinovaností a agresivitou. Neradi se zapojují do třídních aktivit a většina z nich jsou introverti. Odmítají stereotypy a snaží se řešit problémy více způsoby či novými postupy (divergentně).

J. Maňák (1998) upozorňuje na postoj učitelů vůči kreativním žákům. Někteří pedagogové mají ustálené představy o kreativním žákovi. Tyto názory se jeví jako subjektivní, neboť ne všichni žáci odpovídají jejich představám. Učitel má především vést žáky ke kreativitě a tuto vlastnost u nich rozvíjet. K rozvíjení těchto schopností je nezbytná motivace a využívání metod či prostředků sloužících k jejich rozvoji.

Kreativitu žáků lze označit za jejich specifickou vlastnost projevující se v různých situacích a způsobech chování. K rozpoznání těchto schopností je nezbytná správná diagnostika a identifikace pro zajištění vhodného způsobu výuky. Kreativita se může u žáků projevovat v různé kvalitě či kvantitě. Individuální přístup se proto stává nezbytnou součástí vyučovacího procesu. (Maňák, 1998)

1.4.3 Kreativita v matematickém vyučování

Jedním z hlavních cílů matematické výuky je zvýšení množství tvořivých činností a postupů. Vždyť v matematice se nejedná pouze o její pochopení, žáci by si k ní měli budovat kladný vztah prostřednictvím motivace či volbou zajímavých, tvořivých úloh. (Zelina, 1990)

Pro kreativní způsob vyučování matematiky se stává klíčové vytvoření podmínek rozvíjejících tvůrčí aktivity žáků. Avšak matematika mnohdy užívá již osvědčené, ustálené metody, které kreativitě neprospívají. Význam kreativity v první řadě spočívá v rozvoji schopností a možnosti ji aplikovat na různé životní situace. (Chlebek, 2000)

M. Zelina (1990) uvádí, že kreativita v matematickém vyučování může být rozvíjena i prostřednictvím učitele. Učitel matematiky musí volit takové problémové úlohy, které podněcují ke kreativnímu řešení. Měl by věnovat dostatečný čas přípravě na vyučovací hodinu.

Důkladně si promyslet motivaci, způsob výkladu nového učiva či volbu otázek nabádajících k přemýšlení. Vyžaduje se od něj dovednost přetvářet učební úlohy v jiná témata, která podporují rozvoj vyšších poznávacích funkcí (vnímání, paměť, kognitivní procesy, poznávací procesy, hodnotící myšlení). Do kognitivních procesů se začleňuje analýza (rozbor), dedukce (postup od obecného k jednotlivému) či přímá činnost. Z poznávacích procesů se zdůrazňuje proces syntézy (slučování), zobecnění anebo aplikace na nové příklady.

1.5 Vyučovací metody rozvíjející kreativitu

K rozvíjení kreativního myšlení neexistuje přesně vymezený systém metod, neboť kreativita je vlastnost projevující se v různých životních situacích. Lze však stanovit postupy vedoucí k jejímu rozvoji. Jenže činnosti, v nichž se tato vlastnost projevuje, se u jednotlivců liší. (Pecina, 2008)

Z psychologického hlediska lze kreativitu rozvíjet prostřednictvím různorodých psychologických situací, které musí účastník odůvodnit. Dále psychologickou volbou prostředků nebo výkladem smyslu psychologických cvičení, při nichž si dotyčný uvědomuje a ověřuje své psychologické poznatky, osvojuje si postupy a nahlíží do vlastního nitra v průběhu kreativního procesu. Tyto psychologické přístupy nepředstavují jedinou cestu směřující k tvořivosti žáků. (Lokšová, Lokša, 2003)

Ve výchovně-vzdělávacím procesu je nutné uplatňovat metody rozvíjející tvořivou osobnost žáka, tudíž je nezbytná přijatelná volba rozsahu i obsahu učiva, učebních ididaktických pomůcek, a v neposlední řadě důkladné časové rozvržení či naplánování struktury vyučovací hodiny.

Podle I. Lokšové a J. Lokši (2003) lze ve vyučovacím procesu vybírat přístupy umožňující kreativitu žáků. Patří mezi ně motivace, vedoucí k porozumění probíraného učiva, dále rozvíjení vědomostí žáků, podpora rozvoje samostatnosti, sebehodnocení i sebevědomí žáků, podpora při řešení učebních úloh, podněcování k produkci tvořivých nápadů, ale i vytváření kreativního klimatu anebo přátelského vztahu mezi učitelem a žákem.

Existuje velké množství kreativních vyučovacích metod. Za velmi důležité považujeme aktivizující metody. Lze je charakterizovat jako činnosti nebo také postupy sloužící k osvojování poznatků žáků vyvolávající příslušný tvořivý účinek. Tyto metody můžeme uplatňovat téměř ve všech vyučovacích předmětech. Liší se v tom, jakým způsobem je použijeme a co prostřednictvím nich rozvíjíme. Zařazujeme mezi ně metody diskusní (rozhovor, diskuse, brainstorming), problémové metody, situační metody, inscenační metody a didaktické hry. (Petrová, 1999)

Některé z uvedených aktivizujících metod dle P. Peciny (2008):

1. Diskusní metody

K nejčastěji užívaným diskusním metodám patří rozhovor, který je součástí každodenní pedagogické komunikace mezi učitelem a žákem. Je založen na kladení otázek a na odpovědích. Za stěžejní se považuje správná formulace otázky, jak po stránce obsahové, tak po stránce jazykové. Pokud je otázka špatně formulovaná, následuje i špatná odpověď. Rozhovor slouží nejen k motivaci, ale především k fixaci vědomostí žáků. Diskuse je označována za alternativní metodu sloužící především k aktivizaci žáků. Jedná se o výměnu názorů na určité téma. Její pozitivní stránku lze spatřit v možnosti žáků vyjádřit svůj názor na danou problematiku. Žáci se též naučí naslouchat a respektovat ostatní. Diskusi však nemůžeme zařazovat do každé vyučovací hodiny. Jestliže žáci o probíraném tématu nic nevědí nebo se předem nepřipravili, stává se zbytečnou, postrádající smysl. Diskusní metody žáka nejen aktivizují, ale představují také obrovský přínos pro rozvoj jeho osobnosti, duševních funkcí i kulturního vystupování. V neposlední řadě rozvíjí samostatnost a kreativitu žáků. Právě z těchto důvodů by je měl každý učitel zařazovat do vyučovacího procesu.

2. Brainstorming

Brainstorming vznikl ve 20. století v USA. V překladu pojem znamená *bouři* nebo také *útok na mozek*. Jejím zakladatelem byl Alex Osborn. Metoda vychází z produkce velkého množství nápadů vztahující se k určitému tématu. Podstata spočívá v tom, že člověk vymýšlí spoustu návrhů ve velmi krátkém časovém úseku. Metoda brainstormingu má dvě fáze. Nejprve probíhá produkce co největšího množství myšlenek, nápadů a námětů směřující k vyřešení stanoveného problému. Během této fáze mohou žáci postupně uvádět své nápady vztahující se k zadanému úkolu (strukturovaný přístup), v opačném případě jednotlivci vyjadřují své nápady spontánně (nestrukturovaný přístup). Důležitý je záznam všech nápadů i myšlenek na tabuli nebo na papír. Následuje druhá fáze, tj. vyhodnocování nápadů, při níž žáci uplatňují kritické myšlení. Posuzují se možné způsoby řešení problému či úkolu.

3. Problémová metoda

Problémová metoda spadá do metod heuristické výuky. Pojem *heuristika* pochází z řeckého slova *heuréka,* český překlad zní *objevil jsem* nebo také *nalezl jsem*. Heuristika se zabývá tvůrčím myšlením. Základním rysem heuristické výuky je samostatné osvojování a hledání poznatků žáků bez přímé pomoci učitele. Problémová metoda slouží žákům k vyřešení problémové situace, která nastává v momentu, kdy si žáci nevědí rady s vyřešením problému. Problémovou situaci učitel záměrně navodí problémovou úlohou či otázkou. Musí však žáky upoutat a vzbudit jejich zájem. Způsob zadávání závisí na učiteli. Problémové úlohy se vyskytují v podobě ústní, písemné i grafické. V závěrečné fázi řešení problému dochází ke kontrole správnosti a ověření způsobu řešení. U problémové úlohy se nezjistí, zda došlo k omylu v průběhu výpočtu, při špatném užití metod, anebo chybami z nepozornosti. Žáci by si tedy měli své dílčí řešení neustále kontrolovat a ověřovat, zda splňuje zadané podmínky úlohy. (Petrová, 1999)

4. Situační a inscenační metody

Situační metody se váží na konkrétní situace ze života. Úkolem žáků je nalézt správný postup vedoucí k jejímu vyřešení. Během řešení rozvíjejí žáci svoji tvořivost, schopnost rozhodovat se a vyhledávat potřebné informace. Učitel musí vybírat pouze takové situace, které jsou žáci schopni svými dosavadními znalostmi a schopnostmi vyřešit. Inscenačními metodami si žáci zkouší hraní různých rolí. Hraní rolí pomáhá žákům řešit konkrétní problémy vycházející z reálného života. Prohlubují si mezilidské vztahy se svými spolužáky, osvojují si správné modely chování a jednání, rozvíjejí svou tvořivost i celou osobnost. Na druhou stranu jsou tyto metody velice náročné na přípravu i organizaci, a proto je učitelé do hodin často nezařazují.

5. Didaktické hry

I v současné době se stále setkáváme s vyučovacími hodinami, v nichž převládá autoritativní způsob výuky učitele. Výuka se stává demotivující a stereotypní. Někteří zastávají názor, že do školy si žáci nechodí hrát, ale učit se. Jiní chápou význam didaktické hry jako činnosti vedoucí k naplnění výukových cílů. Didaktická hra navozuje uvolněnou atmosféru, podněcuje k tvořivému myšlení a řešení problémových úloh. Žáci jsou během hry aktivní, lépe udržují pozornost i koncentraci. Důležitá je volba didaktických her. Musí být přizpůsobeny věku žáků, jejich individuálním znalostem, schopnostem a dovednostem. Při přípravě na didaktickou hru je nezbytné, aby učitel jasně formuloval cíl hry, vysvětlil pravidla, způsob hodnocení a hru časově vymezil.

V matematickém vyučování převládají dvě metody rozvíjející kreativitu. *Heuristická metoda* a *metoda brainstormingu*. Charakteristiku těchto metod jsem již zmínila výše.

Matematika užívá heuristickou metodu při řešení úloh zaměřených na dokazování a zdůvodňování, anebo úloh, jejichž podstata spočívá v hledání a nalézání řešení. Metodu brainstormingu lze aplikovat ve fázi vyhodnocování nalezených způsobů řešení u odlišných typů úloh. Při zadávání matematické úlohy se musí přesně vymezit kritéria řešení, která se v závěru posuzují mezi jednotlivými žáky. Přínosná jsou i nevhodná řešení, jež lze použít u jiného typu úloh. (Chlebek, 2000)

M. Zelina (1990) vysvětluje, že v matematickém vyučování na sebe mohou tyto dvě metody navazovat a vzájemně se doplňovat. Heuristické metody i brainstorming rozvíjí matematickou tvořivost žáků, proto by se měly aplikovat při komplexním řešení kreativních úloh či úkolů.

Zda vyučovací metody rozvíjející kreativitu splní svůj účel, závisí především na vyučujícím. Neměl by se spokojit pouze s výběrem těch, které mu vyhovují, naopak by měl využívat jejich rozmanitou škálu, přizpůsobovat je a aplikovat na různé problémové situace.

2 Divergentní myšlení

2.1 Vymezení pojmu divergentní myšlení

Tento způsob myšlení není snadné jasně vymezit či formulovat. Odborná literatura zabývající se touto problematikou mnoho definic neuvádí.

Divergentní myšlení lze charakterizovat jako způsob myšlení umožňující objevovat ve všem více, než je běžné. (Fisher, 1997)

Podle J. S. Daceyho a K. H. Lennona (2000) slouží divergentní myšlení k nalézání velkého množství nových nápadů vyžadujících přemýšlení a uvažování různými směry. Spočívá v produkci pestrých odpovědí na otázky.

Proces reorganizace vědomostí, vycházejících ze známých informací, které se uspořádávají novým způsobem, označujeme za základní rys tohoto stylu myšlení. V podstatě se jedná o vytváření nových kombinací či originálních výsledků prostřednictvím již osvojených vědomostí a dovedností. (Lokšová, Lokša, 1999)

L. Košč (1972) uvádí, že divergentní myšlení spočívá ve vytváření mnoha různých odpovědí nebo řešení, ve kterých se uplatňuje nová metoda nebo postup.

Z předchozích charakteristik lze odvodit, že divergentní myšlení nabízí možnost hledání, objevování anebo vytváření velkého množství nových idejí. Zároveň zdůrazňuje rozmanitost směřující k neobvyklým výsledkům.

2.2 Divergentní a konvergentní myšlení ve spojitosti s kreativitou

Divergentní myšlení zaujímá v teorii kreativity důležité místo. Autoři zabývající se touto problematikou tvrdí, že k vyřešení kreativních problémů jsou nezbytné divergentní rozumové operace. Tyto operace se používají k řešení problémů vyžadujících kritické myšlení, uvažování různými směry nebo vytváření rozmanitých logických možností. V závěrečné fázi řešení problému lze dojít pouze k jedinému východisku, avšak v jeho průběhu je nutné vypracování mnoha možností. Z toho plyne, že divergentní rozumové operace vedou k rozbíhavému myšlení.

Opakem divergentního myšlení je myšlení konvergentní, uplatňující se v konvergentních rozumových operacích. Ty lze označit za logicko-deduktivní. Používáme je u úloh s možností jednoho nebo konečného počtu správných řešení, logicky vyplývajících z informací v zadání. Při řešení konvergentních úloh dochází k rozvíjení vnímání, paměti, schopnosti analýzy (rozboru), syntézy (sloučení), dedukce (postupu od obecného k jednotlivému) anebo aplikování pouček a poznatků v konkrétní úloze. Tento způsob myšlení označujeme za sbíhavý, využívající logické a aritmetické postupy. (Lokšová, Lokša, 2003)

Joy Paul Guilford se ve svém Strukturálním modelu inteligence zabýval pojmy konvergentního a divergentního myšlení. Z jeho teorie vyplývá, že konvergentní myšlení kombinuje informace, v nichž spatřuje zároveň i východisko. Využívá analýzu a logický přístup k nalézání jediného správného řešení. Naproti tomu divergentní myšlení vytváří informace vyplývající ze situací. Uplatňuje syntézu a intuitivní přístup vedoucí k velkému počtu řešení. (Žák, 2004)

I. Lokšová a J. Lokša (2003) vysvětlují propojení kreativního myšlení a lidské inteligence dle Guilfordova trojrozměrného modelu struktury inteligence. Poukazují na následující divergentní operace, které jsou definovány jako tvůrčí schopnosti:

- **fluence** - umožňuje produkovat mnoho myšlenek či nápadů v krátkém časovém sledu,
- **flexibilita** - je schopnost hledat či vytvářet odlišné způsoby řešení a přistupovat k dané situaci z různých úhlů pohledu,
- **originalita** - spočívá v možnosti vytvářet nová, neobvyklá řešení s překvapivým závěrem,
- **redefinice** – základ tvoří schopnost přetváření, vycházející ze změny významu, nebo přechod k nezvyklému způsobu řešení,
- **senzitivita** - je schopnost nalézt chyby, nedostatky či možnosti zlepšení; jedná se o předvídání budoucího vývoje v určité oblasti,
- **elaborace** – lze ji uplatnit při objevování, doplňování a vypracovávání detailů postupujících k vytříbenému řešení problému.

Spornou otázkou však zůstává, zda divergentní rozumové dovednosti mají spojitost s kreativními schopnostmi projevující se v kreativním výkonu při rozmanitých činnostech, jak se Guilford původně domníval.

Často se v odborné literatuře objevuje tvrzení, že kreativita je totéž, co divergentní myšlení. Divergentní myšlenkové operace nepochybně zaujímají významné místo v kreativním procesu, nemůžeme je však označit za totožné pojmy. Při kreativním řešení problémů totiž využíváme velké množství různorodých poznávacích procesů, které se vzájemně prolínají.

Totéž můžeme říci i u konvergentního a divergentního řešení problému. V určité fázi kreativního řešení problému uplatňujeme konvergentní myšlení, v jiné naopak divergentní. I když jsou oba druhy myšlení ve své podstatě rozdílné, v kreativním procesu se vzájemně doplňují. Divergence podněcuje k novým nápadům, možnostem a postupům, které konvergence zpracovává a aplikuje na dané situace. (Lokšová, Lokša, 2003)

2.2.1 Divergentní a konvergentní myšlení v matematice

V matematice převládá řešení problémů konvergentním způsobem s využitím již známých a osvojených algoritmů (přesný návod nebo postup, kterým lze dospět k vyřešení dané úlohy). Prostřednictvím těchto algoritmů se řešitel dostává k jedinému správnému řešení. Některé typy úloh však vyžadují hledání různých variant řešení vedoucích k nejednoznačnému cíli. Právě zde lze uplatnit divergentní přístup umožňující jednotlivcům aplikovat vlastní nápady na vyřešení dané situace. Matematickou úlohu nelze jednoznačně vyřešit s použitím pouze některého z těchto druhů myšlení. (Zelina, 1990)

Divergentní myšlení se v matematice uplatňuje převážně při hledání logických alternativ, kdy dochází k promýšlení spousty variant řešení, postupů či hypotéz. Divergentní přístup se prosazuje ve schopnosti vytvářet nová a originální řešení, v možnosti přizpůsobovat své myšlení dle daného typu úlohy, dále ve schopnosti využití všech vědomostí a dovedností k vyřešení komplexního úkolu a v neposlední řadě ve snaze oprostit se od již známých algoritmů. (Chlebek, 2000)

Matematika nestojí striktně na logických a algoritmických základech. Podstatné je rozvíjení kreativního matematického uvažování, obohacování o nové poznatky a možnosti, neboť úspěchu lze dosáhnout i vynalézavostí nebo bádáním. Právě takové myšlenkové procesy umožňuje divergentní a konvergentní myšlení.

3 Matematická úloha

3.1 Matematická úloha v oblasti školního vyučování

Úlohou můžeme označit kteroukoliv situaci podněcující k jejímu vyřešení. Matematická úloha nabádá řešitele k vyřešení matematického problému prostřednictvím matematické činnosti. (Kuřina, 2011)

B. Novák a A. Stopenová (1993) definují matematickou úlohu: *„jako zadání, situaci, podněcující řešitele (žáka) k uvědomělé činnosti, která směřuje k dosažení stanoveného cíle."*

Každá matematická úloha zahrnuje předmětnou komponentu (tvoří ji soubor všech objektů vyskytujících se v úloze, zároveň je dána vztahy mezi těmito objekty), dále požadavek k vyřešení úlohy (otázka nebo instrukce k řešení) a nakonec operátor (zahrnuje všechny operace, které je nutné provést tak, aby splňovaly podmínky a současně požadavky úlohy).

V matematické úloze se rozlišují dvě její vlastnosti, složitost a obtížnost. Složitost lze chápat jako náročnost spočívající v požadavcích na řešitelovy schopnosti a dovednosti vedoucí k vyřešení dané úlohy. Tato vlastnost je subjektivní, jelikož je vázána na jednotlivce. Některým se zdá být zadaná úloha velice jednoduchá a naopak jiným se stejná úloha jeví jako velice obtížná.

Matematickou úlohu lze ve školním vyučování zařadit do všech fází vyučovací hodiny. V úvodní části může sloužit jako motivace. Důležité je zvolit takovou úlohu, která bude žáky aktivizovat, vzbudí u nich zájem o řešení a zároveň navodí pracovní atmosféru k dalším činnostem. V hlavní části si žáci jejím prostřednictvím lépe představí a ujasní nově probírané učivo. Během výkladu nové látky by měl vyučující zvolit úlohy odpovídající individuálním potřebám a zvláštnostem žáků. Úloha musí být jednoznačná a srozumitelná pro všechny. Nově získané vědomosti či dovednosti je třeba dostatečně procvičit. K procvičování nového učiva volíme úlohy s nízkou obtížností, při kterých je potřebná pouze aplikace získaných vědomostí či naučených postupů. Pro opakování rozsáhlého tematického celku jsou vhodné úlohy náročnější, vyžadující propojení všech žákových schopností a vědomostí.

V neposlední řadě ji využíváme při zjišťování žákových znalostí, dovedností, schopností a celkových osobnostních vlastností. (Novák, Stopenová, 1993)

Matematická úloha zaujímá ve školním vyučování velmi podstatné místo. Je náplní každodenního matematického vyučování. Do jisté míry však záleží na vyučujícím, jakým způsobem ji uchopí a předá žákům. Na jednu stranu slouží k rozvíjení matematických schopností, na stranu druhou špatný výběr úloh může u žáků vyvolat spíše negativní pocity. Proto je nezbytné, aby vyučující pečlivě zvážil, které úlohy jsou pro jeho žáky nejvhodnější. Zároveň je nutné zdůraznit, že i matematická úloha se může stát zajímavým zpestřením stereotypních vyučovacích hodin.

3.2 Klasifikace matematických úloh

Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, matematickou úlohu lze zařadit do každé fáze vyučovacího procesu. Právě podle tohoto kritéria se úlohy člení na:

- motivační,
- ilustrační (sloužící k objasnění nově probíraného učiva),
- procvičovací,
- diagnostické,
- kontrolní.

F. Kuřina (2011) dělí úlohy dle náročnosti do 3 skupin:

- cvičení,
- úlohy (v užším slova smyslu),
- problémy.

Cvičení označuje za nejméně náročné, vyžadující znalost postupu řešení, vycházejícího ze zadání úlohy. Podstata spočívá v potřebě uvědomit si, jakým způsobem danou úlohu vyřešit. U druhé skupiny úloh je k vyřešení nezbytná kombinace více algoritmů. První dvě kategorie úloh zahrnují aplikaci známých a osvojených znalostí či dovedností. Jejich vyřešení označujeme za matematickou gramotnost. Problémové úlohy patří mezi nejnáročnější, jelikož postup vedoucí k jejich vyřešení není zcela jasný. Většina těchto úloh je tvořivého charakteru. Řešitel je odkázán na hledání velkého množství cest, které ho dovedou k originálnímu cíli. Do této skupiny spadají úlohy z matematických soutěží (např. matematických olympiád či matematického klokana).

B. Novák a A. Stopenová (1993) uvádějí klasifikaci matematických úloh dle následujících kritérií:

a) Odborně předmětové kritérium (vymezující obsah úlohy) - do této skupiny spadají úlohy aritmetické, geometrické a algebraické.

b) Kognitivní (operační) kritérium (udávající složitost operací nutných k vyřešení úlohy) - podle tohoto kritéria rozdělujeme úlohy na ty, ve kterých je nutná *aplikace pamětních znalostí* (pravidel, definic, názvů); dále úlohy vyžadující *jednoduché myšlenkové operace* (jednoduché výpočty); úlohy *náročnější na myšlenkové operace* (zdůvodnění, dokazování) a na závěr *tvořivé úlohy*.

c) Kritérium jazykového vyjádření - matematická úloha vyzývá jednotlivce k řešení formou *pokynu* (vypočítejte, sestrojte), tedy rozkazovací větou, anebo formou *dotazu* (kolik, kolikrát).

d) Kritérium požadavků na řešení - jedná se o kritérium třídění úloh dle zvolené metody řešení. Řadíme sem *úlohy určovací* (podstatou je vyřešit či vypočítat úlohu na základě zadání); v *existenčních úlohách* se rozhoduje, zda má úloha řešení či nikoliv; posledním typem jsou *úlohy důkazové* (dokázání či ověření tvrzení).

e) Kritérium povahy objektů vystupujících v dané úloze - rozlišujeme *úlohy s matematickými výrazy* (algebraickými, aritmetickými,…), které lze vyjádřit příslušnými matematickými symboly. Označujeme je za čistě matematické. Druhým typem jsou *slovní úlohy* vycházející z reálných situací. K jejich vyjádření se nepoužívá symbolika, ale přirozený jazyk, tedy formulace slovní. Slovní úlohy je možné řešit v realitě, neboť vycházejí z reálných situací, anebo je lze řešit matematicky, převedením dané úlohy do matematické symboliky. Tento proces se nazývá matematizace reálné situace.

Z hlediska druhu myšlení uplatňující se při řešení, rozdělujeme úlohy na:

- algoritmické,
- semialgoritmické (semiheuristické),
- heuristické.

Algoritmické úlohy vyžadují jednoznačné řešení užitím vzorce, definice či pravidla. Úlohy sloužící k lepšímu pochopení nově probírané látky označujeme za semialgoritmické nebo také semiheuristické, v nichž je řešení nejednoznačné. Heuristické úlohy vyžadují objevování, hledání a zároveň kreativní přístup.

Ve školním vyučování se klade důraz na úlohy *standardní* a *nestandardní*. Hlavní rozdíl spočívá v tom, že standardní úlohy jsou snadněji řešitelné. U prvního typu úloh řešitel vychází ze známých algoritmů s použitím osvojených pravidel či pouček. Naopak nestandardní úlohy předpokládají tvořivý a originální přístup rozvíjející osobnost žáka. (Květoň, 1982)

3.3 Slovní úlohy řešené v primárním vyučování

3.3.1 Vymezení pojmu slovní úloha

J. Divíšek a kol. (1989) vysvětlují slovní úlohu jako úlohu vycházející z praktického života, popisující reálnou situaci a vyúsťující v určitý problém, který je možný řešit matematickým způsobem anebo v realitě.

R. Blažková, K. Matoušková a M. Vaňurová (2011) popisují slovní úlohu jako úlohu, v níž dochází k porovnávání mezi zadanými a hledanými informacemi vyjádřenými slovní formulací. Zdůrazňují, že k vyřešení slovní úlohy je potřebné provádět úvahy o početních operacích vyplývajících ze zadání.

Slovní úlohy zaujímají klíčové postavení ve výuce matematiky, a to již od 1. ročníku základního vzdělávání, kdy se žáci setkávají s jednoduchými slovními úlohami na sčítání anebo odčítání přirozených čísel v oboru do dvaceti. Tematicky by měly být úlohy rozmanité, vycházející ze světa blízkého dětem. Výuka tohoto tematického celku se stává dlouhodobým procesem, jelikož zasahuje i do jiných oblastí matematického vyučování.

3.3.2 Metodika řešení slovních úloh

Prvním krokem při řešení slovní úlohy je její matematizace (převedení reálné situace do matematického vyjádření), následuje vlastní řešení úlohy a v závěrečné fázi ověření, zda se výsledek shoduje se stanoveným zadáním. (Blažková, Matoušková, Vaňurová, 2011)

Při podrobnějším rozpracování předcházejících kroků lze vyčlenit následující fáze řešení:

a) Porozumění textu

Žák musí správně porozumět zadání slovní úlohy. Po jejím přečtení by měl vědět, na co bude odpovídat a které údaje již zná. Orientace v textu je především pro mladší žáky velice náročná. Zejména jedná-li se o příliš dlouhý text, v němž se vyskytují neznámé pojmy nebo nadbytečné údaje. Velmi důležitou roli zde hraje číselný zápis, který žákům může zjednodušit řešení. Ti spatřují rozdíl v tom, zda je daný pojem vyjádřen číslicí nebo číslovkou (např. tři kuličky, 3 kuličky). K hlavním příčinám chybování žáků při řešení slovních úloh patří právě špatné porozumění či nepochopení textu zadání. Z toho důvodu by učitelé měli klást důraz na ověření, zda všichni zadanému textu rozumí.

b) Rozbor

Rozbor slovní úlohy zahrnuje utřídění podmínek stanovených v zadání. Zjednodušeně, které údaje jsou v úloze zadané a které je třeba vypočítat. Špatný rozbor vede k volbě chybných operací a tudíž k nesprávnému řešení. Častou chybou žáků je neschopnost aplikovat osvojenou definici, vzorec či větu na příslušný typ úlohy. Ke snadnějšímu pochopení úlohy lze využít grafické znázornění situace či náčrtek.

c) Matematizace reálné situace

Po provedení rozboru slovní úlohy je důležitý zápis vztahů mezi zadanými a hledanými údaji. K zápisu se používají matematické výrazy. Neznámé údaje lze označit písmenem, otazníkem, čtverečkem, apod.

d) Provedení odhadu výsledku

Odhady přispívají ke správnému řešení úlohy. Provádějí se zaokrouhlováním čísel, a to především u aritmetických úloh, anebo úloh, které se řeší pomocí kalkulátoru.

e) Řešení matematické úlohy

V této fázi nastává vyřešení slovní úlohy užitím vhodných početních operací.

f) Zkouška správnosti

Při ní se ověřuje správnost řešení. Provádí se tzv. dvojí zkouška, zahrnující kontrolu správnosti výpočtů a zároveň způsobu řešení slovní úlohy. Na závěr žáci posoudí, zda výsledek odpovídá předepsanému zadání.

g) Odpověď na otázku slovní úlohy

U mladších žáků se nejprve provádí odpověď stručnou slovní formulací a poté zkouška správnosti. Důvod je ten, že někteří žáci zaměňují výsledek zkoušky se správně vyřešeným výsledkem úlohy. Starší žáci odpovídají na otázku až po provedené zkoušce.

Během řešení slovních úloh si žáci procvičují nejen osvojené početní operace, ale především grafický záznam úlohy nebo její matematizaci. Učí se chápat pojmy a situace vycházející ze slovní úlohy, neboť neporozumění vede k odhadům a nesprávným výsledkům. Vždy se musí dodržovat zásada přiměřenosti a individuálního přístupu k žákům. Nelze striktně trvat na použití grafického znázornění či jiného vyjádření řešené úlohy. Naopak je žádoucí, aby si každý žák našel vlastní způsob řešení, který se mu zdá být nejpřijatelnější. (Blažková, Matoušková, Vaňurová, 2011)

3.3.3 Jednoduché a složené slovní úlohy

Jednoduchá slovní úloha je taková, k jejímuž řešení je třeba provést pouze jednu početní operaci (násobení, dělení, sčítání, odčítání). Nápovědou pro správný výběr početní operace se může stát slovo v zadání, označující početní výkon, který musí žák provést. Např. slovo *vzal* nebo *rozbil* naznačuje odčítání. Naopak slovo *přiletěl, donesl* značí operaci sčítání. Většina těchto úloh obsahuje dva známé údaje, z nichž se získá třetí údaj vedoucí k vyřešení úlohy. Při řešení těchto úloh využíváme všechny fáze, které byly zmíněny v předchozí kapitole, tedy rozbor, grafický záznam či náčrtek, výpočet, odpověď a především kontrolu správnosti. (Divíšek a kol., 1989)

R. Blažková, K. Matoušková a M. Vaňurová (2011) klasifikují jednoduché slovní úlohy dle základních početních operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení) následovně:

- **úlohy s operací sčítání**,
- **úlohy s operací odčítání**,
- **úlohy s operací násobení**,
- **úlohy s operací dělení**.

K jednotlivým skupinám jednoduchých úloh uvádím příklady.

1. Úlohy s operací sčítání:

a) úlohy na určení součtu

Př. Na skále se vyhřívalo 5 ještěrek a 3 zmije. Kolik zvířat celkem se vyhřívalo na skále?

b) úlohy na zvětšení čísla o daný počet jednotek

Př. Zeď je vysoká 240 cm. Výška 1 cihly je 10 cm. Jak vysoká bude zeď, přidáme-li jednu řadu cihel?

c) úlohy na zvětšení čísla vztahem „o n-více“

Př. František má našetřeno 420 Kč, Adam má našetřeno o 90 Kč více. Kolik korun má Adam našetřeno?

d) úlohy se vztahem „o n-méně“ řešené sčítáním

Př. Anička má 15 bonbonů, což je o 4 bonbony méně než měla na Mikuláše. Kolik bonbonů měla Anička na Mikuláše?

2. Úlohy s operací odčítání:

a) úlohy na určení rozdílu

Př. Dědeček má 73 let, babička má 69 let. O kolik let je dědeček starší než babička?

b) úlohy na zmenšení o daný počet jednotek

Př. Na hromadě dřeva je 57 polen, strýc 8 polen spálil. Kolik polen zbylo na hromadě?

c) úlohy na porovnávání určené vztahem „o několik méně“

Př. V Maruščině knihovně je 45 knížek, Jirka má v knihovně o 7 knih méně. Kolik knih má Jirka v knihovně?

d) úlohy „o několik více“ řešené odčítáním

Př. Na zahradě roste 15 keřů červeného rybízu, to je o 3 keře více než černého rybízu. Kolik keřů černého rybízu roste na zahradě?

e) úlohy na porovnávání rozdílem

Př. Cena nového automobilu činí 300 000 Kč, cena bazarového automobilu je 100 000Kč. O kolik korun je dražší nový automobil oproti bazarovému?

3. Úlohy s operací násobení:

a) úlohy na určení součinu (součtem několika stejných sčítanců)

Př. Na přípravu espressa je potřeba 7 gramů kávy. Kolik gramů kávy potřebujeme na přípravu 6 espress?

b) úlohy na zvětšení čísla určené vztahem „n-krát více“

Př. Barunka snědla 2 švestkové knedlíky, tatínek snědl 3 krát více švestkových knedlíků. Kolik švestkových knedlíků snědl tatínek?

c) úlohy charakterizované vztahem „n-krát méně“ řešené násobením

Př. Na začátku února bylo na poli 8 cm sněhu, a to bylo 3 krát méně cm sněhu než na konci prosince. Kolik cm sněhu bylo na poli koncem prosince?

4. Úlohy s operací dělení:

a) úlohy na rozdělování stejných částí

Př. Maminka rozdělovala 15 lízátek mezi 5 dětí tak, aby mělo každé dítě stejný počet lízátek. Kolik lízátek mělo každé dítě?

b) úlohy na dělení podle obsahu

Př. Paní učitelka nakoupila 45 samolepek a rozdělovala je svým žákům po 3. Kolik měla paní učitelka ve třídě žáků?

c) úlohy se zmenšením čísla „n-krát méně“

Př. Tonda uběhl na rozcvičce 490 metrů, Pepa uběhl 7 krát méně. Kolik metrů uběhl Pepa?

d) úlohy se vztahem „n-krát více“ řešené dělením

Př. Babička upekla 36 povidlových koláčů. Povidlových koláčů upekla 4 krát více než makových. Kolik makových koláčů upekla babička?

e) úlohy na porovnávání podílem

Př. Do skautského oddílu chodí 12 chlapců a 3 děvčata. Kolikrát je v oddílu více chlapců než děvčat?

Jednoduché slovní úlohy se mohou navzájem odlišovat ve formulaci zadání, které buď odpovídá příslušné početní operaci, takové úlohy nazýváme *přímé*, anebo se zadání neshoduje s početní operací, tyto úlohy označujeme za *nepřímé*. Přímé úlohy jsou všechny, které jsem uváděla výše. Úloha, při jejímž řešení je nutné provést více než jednu početní operaci, se označuje za *složenou slovní úlohou*. (Novák, Stopenová, 1993)

Nepřímá úloha může být formulována takto:

Př. V divadle je 600 míst k sezení, v kině je 250 míst k sezení. O kolik míst k sezení je v divadle více než v kině?

Zadání této úlohy vyzývá k řešení prostřednictvím operace sčítání, ale ve skutečnosti se jedná o řešení úlohy s operací odčítání.

Se složenou slovní úlohou se můžeme setkat v této podobě:

Př. Na louce se pase 14 bílých ovcí, 6 černých ovcí a 2 berani. Kolikrát více se na louce pase všech ovcí než beranů?

K vyřešení této úlohy si nejprve musíme sestavit jednoduchou úlohu, ve které sečteme počet bílých a černých ovcí, následně celkový počet ovcí vydělíme počtem beranů.

Cesta k jejímu vyřešení vede přes dílčí výpočty charakterizované jednotlivými početními výkony, které mohou být stejného typu. Skládá se z několika jednoduchých slovních úloh, které jsou navzájem propojené. To však neznamená, že je jejich řešení tak snadné, jako u úloh jednoduchých. Tyto úlohy nelze rozřadit do jednotlivých kategorií usnadňujících řešení, neboť jich existuje rozmanité množství. Žáci se mohou naučit řešit úlohy opakovaným nácvikem. To znamená, že si vytipují úlohy se společným znakem (např. úlohy na porovnávání nebo přímou a nepřímou úměrnost) či stejnou tematikou (např. úlohy o pohybu) a jejich neustálým procvičováním si naleznou způsob, který je dovede k řešení. Zde však hrozí nebezpečí, že žáci přestanou o úlohách přemýšlet. Vhodnější východisko k nalezení řešení směřuje přes grafické znázornění anebo experiment.

Postup při řešení složených slovních úloh se skládá ze dvou fází. V první etapě si žák musí promyslet výběr správné početní operace nutné k vyřešení hlavního problému úlohy. Zároveň je třeba zformulovat jednotlivé úlohy, jejichž výpočtem se získají údaje pro hlavní úkol. Po vyřešení dílčích úloh a následně hlavního problému žák provede kontrolu správnosti a vysloví odpověď. Samozřejmě i tento způsob řešení se neobejde bez rozboru úlohy s možností grafického znázornění, matematizace a v neposlední řadě bez zkoušky správnosti.

V souvislosti s řešením složených slovních úloh se setkáváme se dvěma metodami, *metodou analytickou* a *metodou syntetickou*. Při použití *analytické metody* se nejprve zformuluje otázka (Co je nutné vypočítat? Co již známe? Co potřebujeme znát, abychom mohli vypočítat…?), na jejímž základě se sestaví jednoduchá slovní úloha. Vyřešením jednoduché slovní úlohy lze odpovědět na danou otázku. Pokud jsou známy všechny údaje, provedeme výpočet. Jestliže potřebný údaj chybí, postup opakujeme. *Syntetická metoda* vychází z údajů zadaných v textu úlohy. Ze dvou známých údajů lze sestavit jednoduchou slovní úlohu, jejímž řešením se získá nový potřebný údaj. Z tohoto a dalšího údaje ze zadání se sestrojí další úloha. Tímto způsobem pokračujeme k úplnému vyřešení celé úlohy. (Blažková, Matoušková, Vaňurová, 2011)

Na závěr se chci v krátkosti zmínit o tvorbě slovních úloh. Vymýšlení slovních úloh, které by vycházely z reálné situace, je velice obtížné. Někteří postupují tak, že si nejprve promyslí početní příklad s danou početní operací a teprve posléze domyslí text. Tento postup není zcela správný, neboť úlohy působí uměle a často postrádají výchovně vzdělávací cíl.

Samostatná tvorba se stává pro žáky silnou motivací. Učí se vyjádřit problémy matematickým jazykem, vyhledávat a zjišťovat potřebné údaje, pracovat s čísly a operacemi. (Divíšek a kol., 1989)

3.3.4 Divergentní úlohy a jejich řešení v matematickém vyučování

Divergentní úloha představuje situaci vyzývající jejího řešitele k objevování a hledání originálního či neobvyklého řešení. Jeví se jako otevřená neboli též hraničně neomezená. Většina matematických úloh má charakter právě otevřeného procesu. Pomocí těchto úloh si žáci procvičují vyhledávání různých variant řešení, osvojují si různé metody (např. metoda pokusu a omylu, metoda aplikace vzorce mechanickým způsobem). Uvedení úloh v podobě nevyřešené záhady či skrytého tajemství se stává pro žáky silnou motivací. V matematických učebnicích se otevřené úlohy téměř vůbec nevyskytují. Pokud se v nich objeví úloha odpovídající těmto specifikům, jedná se většinou o kombinatorickou úlohu. (Zelina, 1990)

Tvořivé úlohy charakterizuje styl myšlení umožňující vytvářet více řešení či postupů. Instrukce k divergentní činnosti bývá vyjádřena slovními spojeními: *najdi co nejvíce možností, promysli všechny možné způsoby, jakým jiným způsobem lze řešit, vytvoř něco nového, navrhni několik hypotéz*, apod. …

Podoba těchto úloh je rozmanitá. V matematickém vyučování se lze setkat s divergentními úlohami zahrnujícími jedno správné řešení, při nichž je možné hledat více řešení metodou pokusu a omylu. Jiným typem jsou úlohy s více správnými odpověďmi, avšak jejich počet je omezený. Posledním příkladem jsou úlohy s nekonečným množstvím správných řešení.

Mírou divergence úlohy označujeme míru všech možných způsobů a postupů řešení vycházející ze strany učitele a žáka, nebo ze samotné úlohy – jejího obsahu a instrukcí, a také z prostředí podněcující či potlačující divergenci. (Zelina, 1990)

Divergentní tvořivé úlohy poskytují velkou svobodu jak pro učitele, tak pro žáky, neboť rozvíjejí jejich kreativitu. Přesto se tyto úlohy do učebnic matematiky nezařazují a metodiky vyučování je nevyžadují. Žáci nejsou zvyklí přistupovat k jejich řešení tvořivě.

Vyžadují bližší specifikaci úkolu, jelikož si nevědí rady s jejich zadáním. Řešení tvořivých, otevřených úloh by se mělo stát nedílnou součástí vyučovacího procesu.

Uvádím několik příkladů divergentních úloh se způsoby řešení.

Příklad č. 1: *Do jedné krabičky zápalek se vejde 25 zápalek. Kolik zápalek se vejde do dvou krabiček?*

Způsob řešení: Úloha má omezený počet řešení (51 možností). Nejnižší počet zápalek ve dvou krabičkách se rovná 0, jestliže jsou obě krabičky prázdné. Nejvyšší počet zápalek ve dvou krabičkách je 50, jsou-li obě krabičky plné. V zadání není přesně definováno, zda mají mít obě krabičky stejný počet zápalek, nebo zda má být jedna z krabiček plná.

Příklad č. 2*: Na zahradě roste 18 jabloní. Kolik jablek můžeme sklidit?*

Způsob řešení: Tato úloha nemá pevně stanovený počet řešení. Možnosti řešení jsou od nuly téměř k nekonečnu. Horní hranice počtu řešení je omezená mírou reálnosti tohoto příkladu, neboť na jedné jabloni nelze sklidit milion jablek.

Příklad č. 3: *Hynek má našetřeno 1 200 Kč a chce si koupit model letadla. V obchodě s modely mají letadla za 690 Kč, 390 Kč, 2 300 Kč, 1 310 Kč a 1 190 Kč. Které modely si Hynek může koupit?*

Způsob řešení: Tento typ úlohy je možné řešit 4 způsoby. Hynek si může koupit model letadla za 690 Kč, 390 Kč, 1 190 Kč anebo dva modely letadel za 690 Kč a 390 Kč.

Příklad č.4: *Tomáš s Petrem pozorovali noční oblohu. Kolik hvězd mohli na obloze napočítat?*

Způsob řešení: Tuto úlohu označujeme za otevřenou, neboli hraničně neomezenou. Možných řešení je nekonečně mnoho.

3.3.5 Komparace tvorby a řešení divergentních a konvergentních úloh

Na následujících úlohách chci poukázat na možnost přetvoření jednoduchých konvergentních úloh v divergentní.

Konvergentní zadání úlohy:

Př. Na větvi stromu seděli 3 kosi a 4 špačci. Kolik ptáků celkem sedělo na větvi?

Způsob řešení: Konvergentní typ této úlohy směřuje pouze k jednomu správnému řešení. Řešení úlohy vyžaduje provedení operace sčítání (3 + 4 = 7).

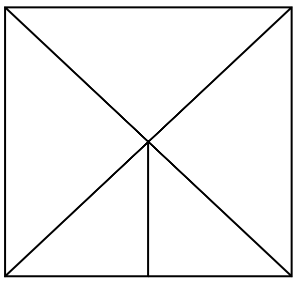
Divergentní zadání úlohy:

Př. Na větvi stromu seděli kosi a špačci. Kolik ptáků celkem mohlo sedět na větvi?

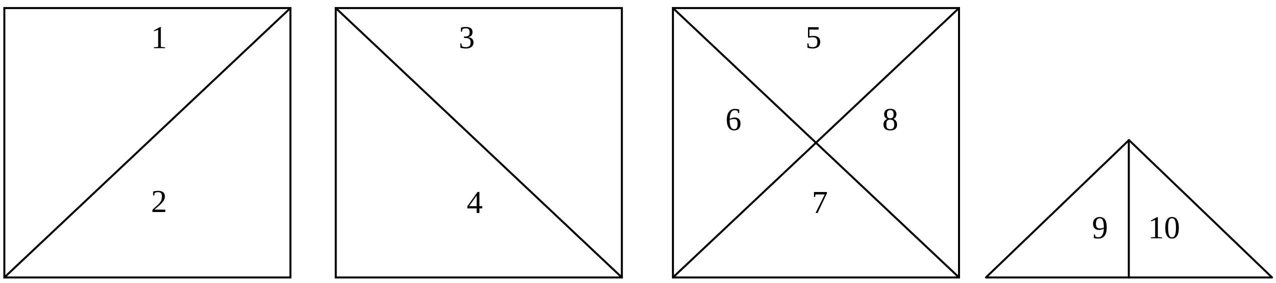
Způsob řešení: Divergentní typ této úlohy směřuje k téměř nekonečnému množství řešení. Na větvi stromu může sedět tolik kosů a špačků, kolik se jich tam vejde.

Konvergentní zadání úlohy:

Př. Spočítej celkový počet trojúhelníků ve čtverci.

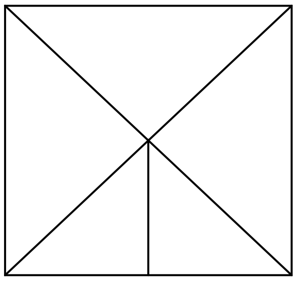


Způsob řešení: Ze zadání vyplývá jednoznačný počet trojúhelníků (10). Při řešení postupujeme tak, že v obrazci hledáme trojúhelníky v pořadí od největších po nejmenší a zároveň je sčítáme (viz obrázky).



Divergentní zadání úlohy:

Př. Najdeš více než jeden trojúhelník ve čtverci? Napiš počet.



Způsob řešení: Tento způsob zadání úlohy není pro žáky demotivující, jelikož je nenutí hledat všechny trojúhelníky, ale dává jim možnost najít jen ty, které sami objeví.

4 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání a divergentní úlohy

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV) je státem stanovený dokument vycházející ze systému kurikulárních dokumentů určených pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let. V tomto systému dosahují státní úrovně Národní program vzdělávání a RVP ZV, který vstoupil v platnost od školního roku 2007/2008. Je závazný pro všechny školy uskutečňující povinné vzdělávání.

RVP ZV vymezuje cílové zaměření vzdělávacích oblastí; stanovuje očekávané výstupy v jednotlivých obdobích; vytyčuje učivo nezbytné k osvojení; utváří a postupně rozvíjí klíčové kompetence prostupující celým základním vzděláváním, poskytuje možnost přizpůsobení vzdělávacího obsahu žákům se speciálními vzdělávacími potřebami. Dále prosazuje odlišný způsob dosavadního hodnocení či průběžného diagnostikování žáků, poukazuje na užší spolupráci s rodiči, rozvíjení zájmů žáků prostřednictvím širšího výběru povinně volitelných předmětů, přizpůsobení výuky individuálním potřebám žáků a především určuje cíle základního vzdělávání vytvářející základ pro všeobecné vzdělávání.

V RVP ZV je matematické učivo zahrnuto do vzdělávací oblasti s názvem **Matematika a její aplikace**. Vzdělávání v této oblasti prostupuje celým základním vzděláváním směřujícím k osvojení základních matematických dovedností a vědomostí, které lze využít v reálném životě. Postupně seznamuje žáky s matematickými pojmy, terminologií, symbolikou, ale i s pomůckami a moderními prostředky výpočetní techniky. Zároveň vytváří spolehlivé základy pro budoucí úspěšné studium.

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je rozdělena do čtyř tematických okruhů: Čísla a početní operace; Závislosti, vztahy a práce s daty; Geometrie v rovině a v prostoru a Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Problematika divergentních úloh spadá svou charakteristikou do tematického okruhu Nestandardních aplikačních úloh a problémů.

V tematickém okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy žáci rozvíjejí své schopnosti při analyzování a logickém řešení problémových či situačních úloh vycházejících z reálných situací. Řešení těchto úloh umožňuje zažít úspěch i žákům, kteří nejsou v matematice příliš úspěšní (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2013).

Učivo tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy je rozděleno do několika tematických celků, jsou to: slovní úlohy; číselné a obrázkové řady; magické čtverce a prostorová představivost.

Zařazení divergentních úloh do tohoto tematického okruhu vyplývá i z očekávaného výstupu ve 2. období vzdělávání, tedy ve 4. a 5. ročníku základního vzdělávání. Stanovuje, že by žák měl být schopen řešit jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž způsob řešení nevychází z běžných postupů a algoritmů školské matematiky. Většina divergentních úloh je postavena na problémové situaci, kterou nelze vyřešit aplikací osvojených algoritmů či definic. Vyžaduje zapojení kreativního myšlení směřujícího k originálním výsledkům.

Nestandardní aplikační úlohy a problémy umožňují rozvoj logického a kombinatorického myšlení nepostradatelného při řešení problematických úloh. Učí žáky řešit problémové a aplikované úlohy vycházející z běžného života užitím několika různých východisek. Podporují každý žákův krok směřující k objevení a nalezení něčeho výjimečného a nevšedního. Rozvíjení všech uvedených cílů vytváří předpoklady pro úspěšné řešení divergentních úloh.

(Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2013)

PRAKTICKÁ ČÁST

1 Úvod do praktické části

Praktická část diplomové práce je rozvržena do dvou hlavních kapitol. První kapitolu tvoří pět divergentních úloh vztahujících se k motivačnímu příběhu o rodině Všeználkových. Úlohy jsou určeny žákům 4. ročníku základního vzdělávání a vycházejí z učiva tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy zakotveného v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Jednotlivé úlohy jsou podrobně zpracovány a každá z nich obsahuje zadání úlohy, správné řešení, průběh zadávání žákům (jakým způsobem jim úloha byla zadána), ukázky správných řešení žáků, reflexi řešení žáků a v neposlední řadě zhodnocení úlohy žáky prostřednictvím obrázků s emotikony. Některé kapitoly jsou doplněné fotografiemi žáků v průběhu řešení odpovídající úlohy. Závěrečná podkapitola je věnována celkovému zhodnocení vytvořených úloh. Dílčí úlohy o rodině Všeználkových jsem realizovala vždy v jedné vyučovací hodině matematiky. Sloužily jako zpestření a doplnění klasické výuky.

Druhá kapitola je zaměřená na rozbor správných řešení divergentních úloh žáky z pracovního listu nazvaného „Po stopách zvířat v ZOO“. Obsahuje sedm divergentních úloh uspořádaných od nejjednodušší otevřené úlohy až po nejsložitější. Každá podkapitola představuje jednu úlohu členěnou na zadání, správné řešení a ukázky správných řešení žáků skupiny A (s nimiž problematika divergentních úloh nebyla předem procvičena) a skupiny B (seznámených s divergentními úlohami). Jednotlivé úlohy jsou doplněné komparací správných řešení obou skupin žáků. Skupinu A tvořilo 20 žáků ze 4. A a skupina B se skládala z 19 žáků třídy 4. C Fakultní základní školy dr. Milady Horákové a mateřské školy v Olomouci. Obě třídy hodnotily paní učitelky jako rovnocenné, dosahující téměř stejných výkonů. Kapitola je uzavřená celkovým zhodnocením pracovního listu.

Divergentní úlohy o rodině Všeználkových i o zvířatech žijících v zoologické zahradě byly vždy uvedeny aktivitami motivující žáky k jejich řešení.

2 Rodina Všeználkových

Úlohy o rodině Všeználkových byly vytvořeny za účelem seznámit žáky s divergentními úlohami a následně je procvičit. První úlohu řešili samostatně, druhou ve dvojicích, poslední dvě ve skupinách po čtyřech. Při řešení náročnějších úloh se žáci záměrně rozdělili do skupin tak, aby mezi sebou mohli spolupracovat, vymýšlet různá řešení a vzájemně se podporovat. Skupinová práce je podněcovala k soutěživosti vedoucí k nalézání většího množství řešení.

2.1 Motivace

Aktivita: **Skládání kartiček dle vzestupné posloupnosti násobků čísla 4**

Popis aktivity:

Aktivita je zaměřena na procvičení násobků čísla 4 v číselném oboru do 100. Žáci se rozdělí do skupin (nejlépe po 4). Každá skupina dostane jednu obálku s kartičkami. Na zadní straně kartiček s písmeny jsou napsané různé číslice. Úkolem žáků je vybrat pouze kartičky s násobky čísla 4 a ty uspořádat vzestupně od nejmenšího k největšímu. Ostatních kartiček si žáci nevšímají. Po úspěšném vytvoření vzestupné řady, získají název rodiny „VŠEZNÁLKOVI“.

Vyhodnocení aktivity:

Úvodní aktivita žáky velice bavila. Všichni postupovali stejným způsobem. Na začátku si našli kartičky s násobky čísla 4, poté je uspořádali vzestupně a nakonec kartičky s čísly obrátili tak, aby viděli na písmena. Všem vyšel správný název rodiny „VŠEZNÁLKOVI“.

Po úvodní aktivitě jsem se žáků zeptala, zda někdo ví, kdo je to Všeználek. Žáci mi odpověděli, že znají knížku s názvem „Neználek“, ve které se vyskytuje postava „Všeználka“. Následoval motivační příběh o rodině „Všeználkových“.

Motivační příběh:

Do malé vesnice s názvem Zlomkovice se přistěhovala rodina Všeználkových. Sousedé si o nich mysleli, že jsou to chytří a všeznalí lidé. Nikdo z této rodiny však nevynikal v matematice. Netrvalo dlouho a sousedé si začali k Všeználkovým chodit pro rady. Pan Všeználek a paní Všeználková si pomysleli: „Co teď budeme dělat, když se nás někdo zeptá na řešení matematických úloh a příkladů? A co si počnou chudáci naše děti Vojtíšek a Anička při počítání příkladů ve škole?“ Proto se celá rodina rozhodla začít o matematice více přemýšlet a řešit úlohy, s nimiž se setkají v běžném životě. Děti, pomůžete Všeználkovým vyřešit úlohy, se kterými si neví rady?

Fotografie 1: Žáci během úvodní aktivity

2.2 První úloha

Zadání úlohy:

Maminka Maruška pěstuje na zahrádce 14 druhů květin. Kolik žlutých květin roste na zahrádce?

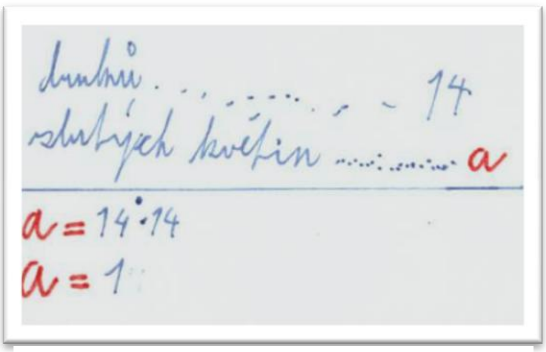
Tato úloha je zcela otevřená. Zvolila jsem ji jako zahajovací, jelikož svou formulací patřila mezi nejjednodušší. Cílem této úlohy bylo zjistit, zda se žáci zamyslí nad jejím zadáním a pokusí se ji vyřešit jiným způsobem než pouhou aplikací matematických operací.

Řešení úlohy: Úloha nemá pevně stanovený počet řešení. Správné řešení se pohybuje od nuly téměř k nekonečnu. Horní hranice počtu řešení je omezená mírou reálnosti tohoto příkladu (velikost zahrádky).

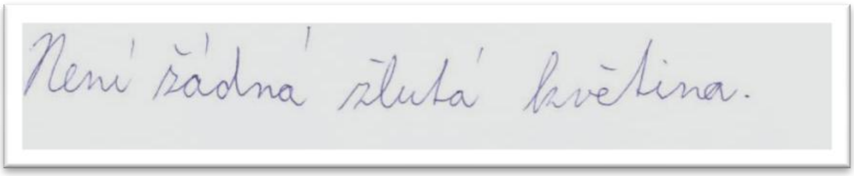
Průběh zadávání úlohy: Žáci pracovali na úloze samostatně. Úmyslně jsem je neupozornila na jiný typ úloh, které budou řešit. Zajímalo mě, jak si s řešením sami poradí. Každý z nich si úlohu přečetl tichým čtením. Poté následovala vlna otázek: *„Nechybí v zadání další údaje?“* anebo „*Jakým způsobem lze úlohu vyřešit?“*. Žáky jsem poprosila, aby i přes chybějící informace, zkusili vymyslet jakékoli řešení. Na vypracování měli přibližně 5 minut.

Ukázky správných řešení žáků:

Řešení úlohy matematickými výpočty:



Řešení žáků prostřednictvím odpovědi:



Reflexe řešení žáků:

Vzhledem k otevřenosti vyplývající ze zadání úlohy ji všichni žáci vyřešili správně. Jediný problém spočíval v tom, že se žáci snažili hledat pouze jedno řešení a vycházet z číselných údajů, ze kterých by mohli sestavit matematický příklad a ten následně vyřešit. Překvapivě pouze ve dvou případech žáci neodpověděli vůbec. Všichni ostatní nalezli 1 správné řešení. Někteří žáci nejprve provedli stručný zápis údajů vyplývajících ze zadání úlohy a poté přistoupili k samotnému řešení. Jiní úlohu neřešili žádným matematickým výpočtem a napsali pouze stručnou odpověď.

Hodnocení úlohy žáky: 12 ☺, 3 😐, 5 ☹ (12 žákům se úloha líbila a zdála se jim být řešitelná, 3 žákům nepřipadala ani jednoduchá ani složitá, 5 žáků ji hodnotilo jako velmi složitou a neřešitelnou.)

2.3 Druhá úloha

Zadání úlohy:

Syn Vojtíšek má v pokojíčku 9 hraček. Některé jsou autíčka a některé jsou motorky. Kolik kol mají hračky dohromady?

Druhá úloha je zaměřena na objevování a hledání různých variant řešení. Jedná se o úlohu, která svým charakterem spadá do oblasti kombinatoriky.

Řešení úlohy: Pokud bychom vycházeli z toho, že automobily mají 4 kola a motorky 2 kola, potom by tato úloha měla pevně stanovený počet řešení (10).

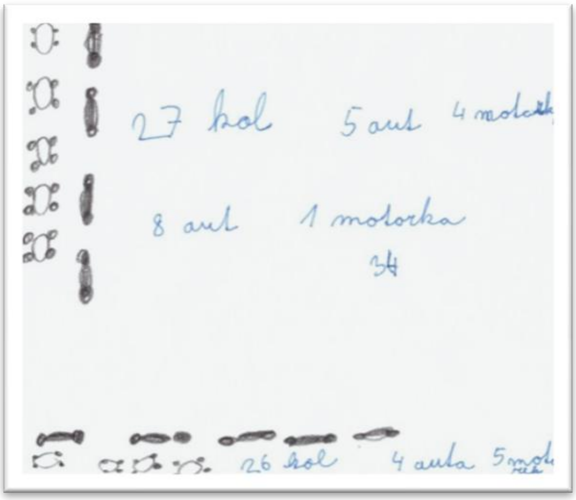
Autíčka		Motorky		Celkem kol
0×4	+	2×9	=	18
1×4	+	2×8	=	20
2×4	+	2×7	=	22
3×4	+	2×6	=	24
4×4	+	2×5	=	26
5×4	+	2×4	=	28
6×4	+	2×3	=	30
7×4	+	2×2	=	32
8×4	+	2×1	=	34
9×4	+	2×0	=	36

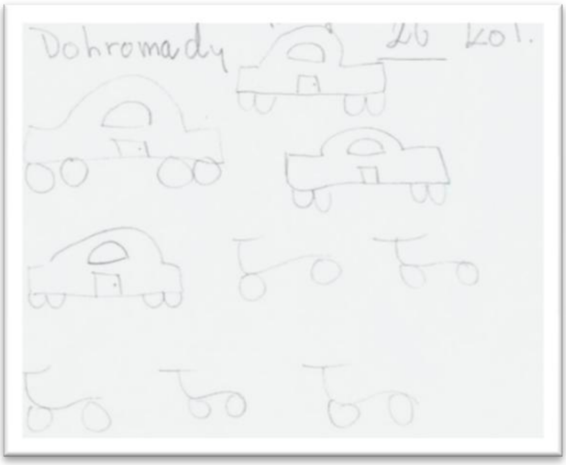
Kreativní způsob řešení: Do kategorie autíček by mohly spadat i autobusy nebo kamiony (6, 8, nebo i 12 kol), jelikož v úloze není upřesněn pojem autíčko. Další možný způsob řešení by vycházel z úvahy, že osobní automobil může mít také rezervu (5 kol). Stejně tak se lze zamyslet nad rozbitou hračkou s chybějícími koly. V tomto případě nelze stanovit přesný počet řešení.

Průběh zadávání úlohy: Úlohu jsem zadávala žákům seřazeným do dvojic. Na začátku jsem požádala jednoho žáka o přečtení zadání. Po ověření, zda všichni rozumí formulaci úlohy, se celá třída dala do řešení. Na vypracování jsem jim poskytla více času než u předcházející úlohy, neboť jsem usoudila, že se jedná o náročnější úlohu.

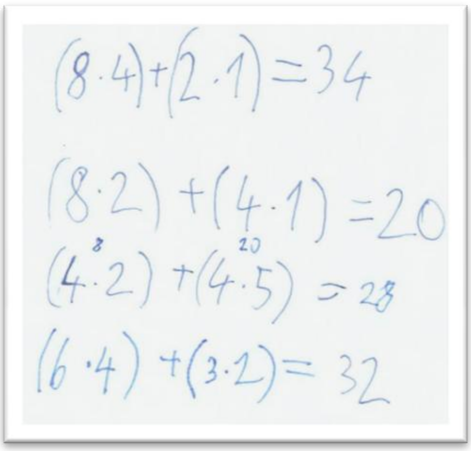
Ukázky správných řešení žáků:

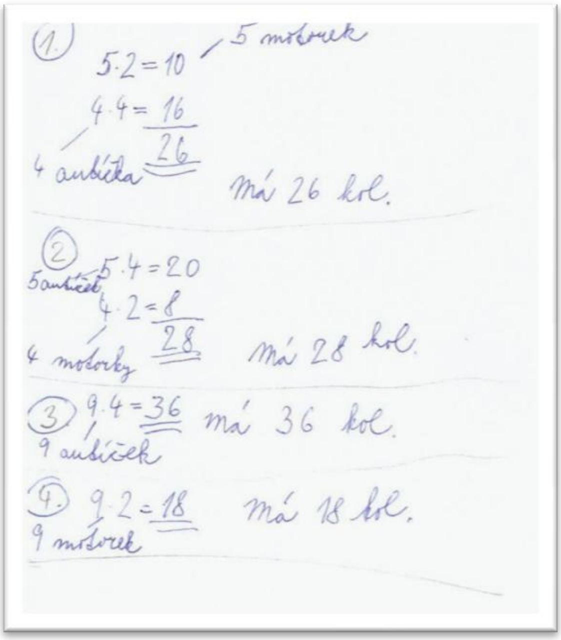
Grafické řešení úlohy:





Řešení pomocí matematických operací:





Reflexe řešení žáků:

V této divergentní úloze bylo důležité, aby si žáci nejprve uvědomili, kolik kol má auto, kolik kol má motorka a zároveň počet různých kombinací, které lze vytvořit. Více než polovina dvojic zvolila grafický způsob řešení. Vzhledem k tomu, že první úloha měla několik správných řešení, žáci se snažili i v této úloze objevovat a hledat různé varianty, jak úlohu správně vyřešit. Během skupinové práce panovala ve třídě pracovní atmosféra. Žáci mezi sebou spolupracovali a konzultovali různorodá východiska. Maximální počet správných řešení žáků se rovnal čtyřem, špatné výsledky se téměř nevyskytovaly. V porovnání s předchozí úlohou spatřuji pokrok v tom, že všichni žáci úlohu řešili alespoň dvěma způsoby.

Hodnocení úlohy žáky: 15 ☺, 3 😐 , 2 ☹ (15 žákům se úloha líbila a zdála se jim být řešitelná, 3 žákům nepřipadala ani jednoduchá ani složitá, 2 žáci ji hodnotili jako velmi složitou a neřešitelnou.)

Fotografie 2: Žáci řešící druhou úlohu

2.4 Třetí úloha

Zadání úlohy:

Tatínek Eda si vzal na nákup 900 Kč. 1 kg pracího prášku stojí 200Kč a 1 kg citronů stojí 50 Kč. Kolik kg pracího prášku a kolik kg citronů může koupit, aby mu zbylo 150 Kč na bonboniéru pro maminku?

Tato divergentní úloha je z oblasti finanční matematiky. Zadání úlohy vychází z reálné situace, se kterou se mohou žáci setkat v běžném životě.

Řešení úlohy: Úlohu lze řešit 40 způsoby.

900 - 150 = 750

Pokud koupí 0 kg pracího prášku, za zbylé peníze může koupit 0 až 15 kg citronů (16 řešení).

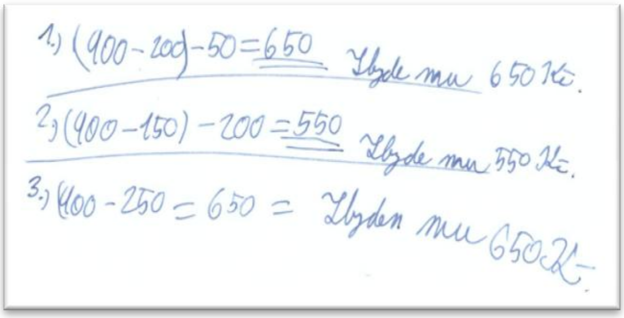
Pokud koupí 1 kg pracího prášku, za zbylé peníze může koupit 0 až 11 kg citronů (12 řešení).

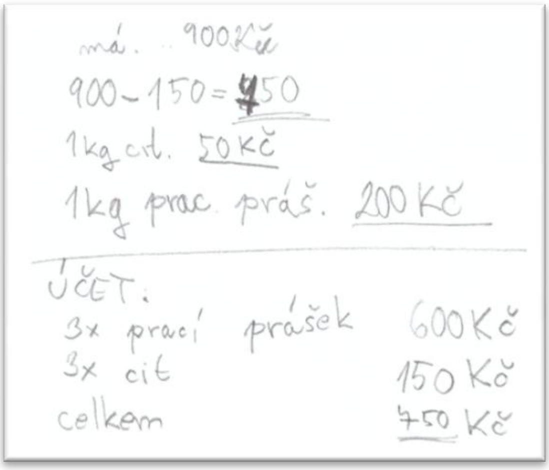
Pokud koupí 2 kg pracího prášku, za zbylé peníze může koupit 0 až 7 kg citronů (8 řešení).

Pokud koupí 3 kg pracího prášku, za zbylé peníze může koupit 0 až 3 kg citronů (4 řešení).

Průběh zadávání úlohy: Před rozdáním zadání se žáci rozdělili do čtyřčlenných skupin. U této úlohy jsem se rozhodla, že žákům přečtu zadání a upozorním je, aby si úlohu znovu důkladně přečetli. Žákům se zdálo být zadání jednoznačné a úloha bezproblémová. Bez jakýchkoliv dotazů se pustili do řešení. Na vypracování jsem jim ponechala tolik prostoru, kolik potřebovali.

Ukázky správných řešení žáků:


1.) (900 - 200) - 50 = 650 Zbyde mu 650 Kč.
2.) (900 - 150) - 200 = 550 Zbyde mu 550 Kč.
3.) 900 - 250 = 650 = Zbyden mu 650 Kč.


má... 900 Kč
900 - 150 = 750
1kg cit. 50 KČ
1kg prac. práš. 200 KČ
ÚČET:
3x prací prášek 600 Kč
3x cit 150 Kč
celkem 750 Kč

Reflexe řešení žáků:

Řešení žáků odpovídalo mému očekávání. Tematika finanční matematiky jim byla blízká. U některých žáků jsem ocenila originální způsob řešení úlohy, který spočíval ve formě zápisu. Většina žáků úlohu vyřešila správně a objevila více způsobů řešení. Žádná skupina nenalezla více než pět správných řešení. Žáci chybovali pouze v numerických výpočtech. Ocenila jsem, že se všichni žáci zapojili do skupinové práce.

Hodnocení úlohy žáky: 15 ☺, 4 😐, 0 ☹ (15 žákům se úloha líbila a zdála se jim být řešitelná, 4 žákům nepřipadala ani jednoduchá ani složitá, 0 žáků ji hodnotilo jako velmi složitou a neřešitelnou.)

Fotografie 3: Čtyřčlenná skupina žákyň při řešení třetí úlohy

2.5 Čtvrtá úloha

Zadání úlohy:

Dcera Anička dostala za domácí úkol vyřešit tento algebrogram, pomůžeš jí? (Nahraď znaky tak, aby platila rovnice)

♥ + ● - ▲ = ☼

☼ + ▲ = ♪

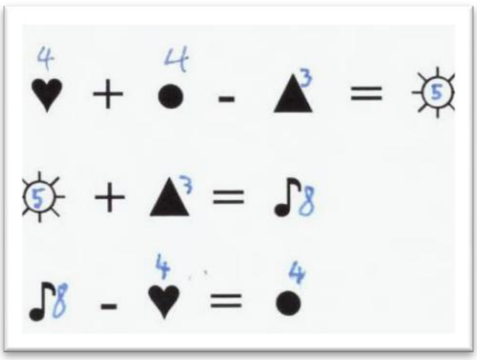
♪ - ♥ = ●

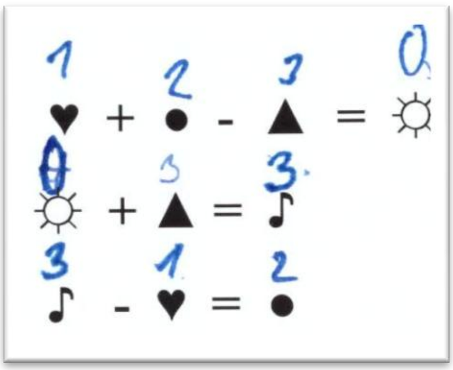
Algebrogram je aritmetická úloha, jejíž princip řešení spočívá v nahrazení symbolů číselnými údaji tak, aby odpovídaly daným početním operacím.

Řešení úlohy: Úloha tohoto typu má nekonečně mnoho řešení. Rovnice však nemusí platit pro všechna libovolná čísla.

Průběh zadávání úlohy: Stejně jako u předchozí úlohy probíhalo řešení úlohy ve skupinách po čtyřech. Po společném přečtení zadání jsem žákům naznačila princip řešení této úlohy.

Ukázky správných řešení žáků:





Reflexe řešení žáků:

U poslední úlohy jsem předpokládala, že žáci naleznou nejvíce různých řešení. Nastal však pravý opak. Každá čtveřice vymyslela pouze jedno řešení. Pro snadnější přehlednost jsme si všechna řešení žáků vypsali na tabuli. Během diktování výsledků začali žáci vymýšlet více variant a zjistili, že počet řešení je neomezený a cesta k úspěšnému vyřešení vede přes kombinování a dosazování čísel k jednotlivým znakům.

Hodnocení úlohy žáky: 19 ☺, 1 😐 ,0 ☹ (19 žákům se úloha líbila a zdála se jim být řešitelná,1 žákovi nepřipadala ani jednoduchá ani složitá, 0 žáků ji hodnotilo jako velmi složitou a neřešitelnou.)

2.6 Domácí úloha

Zadání úlohy:

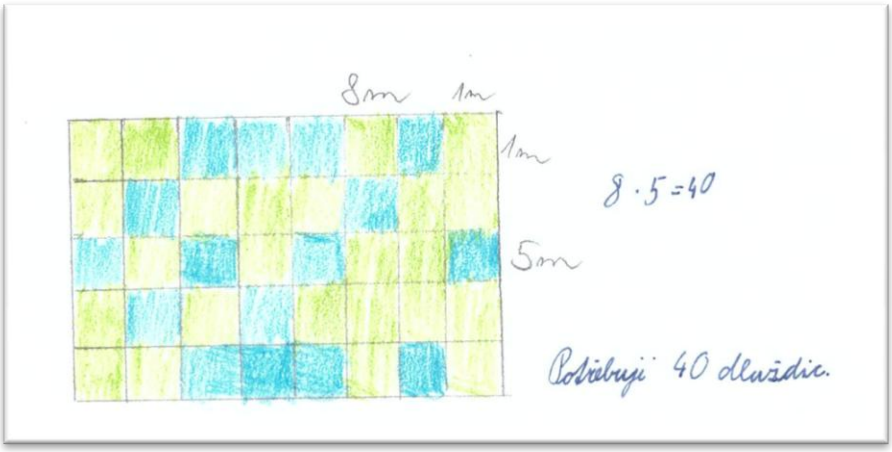
Rodina Všeználkových rekonstruuje koupelnu. Podlaha v koupelně má tvar obdélníku. Kolik dlaždic použiješ na vydláždění koupelny?

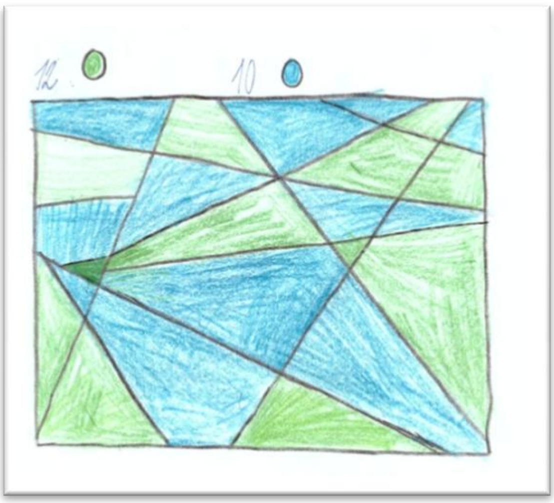
a) Načrtni podlahu koupelny s dlaždicemi.

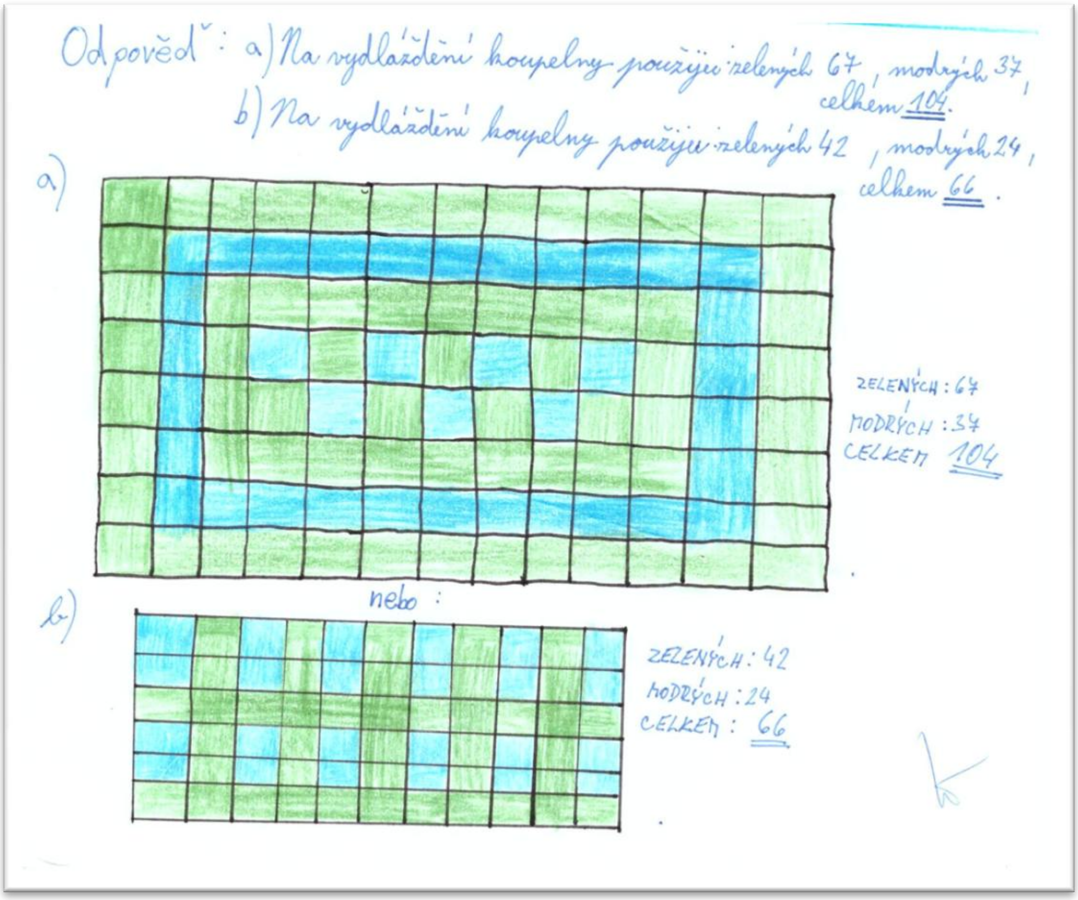
b) Vybarvi dlaždice zeleně a modře tak, aby zelených dlaždic bylo více než modrých.

Domácí úloha je zaměřená na zkoumání kreativních schopností žáků prostřednictvím grafického řešení (náčrtku).

Ukázky správných řešení žáků:







Reflexe řešení žáků:

Cílem domácí úlohy bylo zjistit, jakým způsobem jsou žáci schopni řešit grafické divergentní úlohy. Všichni se velmi dobře vžili do rolí kreativních architektů vymýšlejících rozmanité a zajímavé návrhy. Úloha žáky v žádném směru neomezovala. Zadání určovalo pouze tvar koupelny a barvy dlaždic, které měly být k vydláždění použity. Na požadavku týkajícího se barvy jsem striktně netrvala. Žáci si vyhráli s tvarem jednotlivých dlaždic, jejich velikostmi i s barevným provedením. Při odevzdávání úkolů bylo na žácích patrné, že se jim úloha líbila a nemohli se dočkat, až mi své návrhy představí. Všechny žákovské práce jsem ohodnotila jako velmi zdařilé, obzvláště jejich svědomitý přístup k pečlivému vypracování.

2.7 Celkové zhodnocení úloh o rodině Všeználkových

V průběhu zadávání jednotlivých divergentních úloh o rodině Všeználkových lze zaznamenat určitý pokrok v řešení žáků. Zatímco první úloha připadala většině neřešitelná a obtížná, tak naopak ve třetí úloze se neobjevil nikdo, kdo by úlohu nezvládl vyřešit. Řešitelnost divergentních úloh se stala pro žáky méně náročná i z důvodu možnosti spolupráce s ostatními. Při řešení úloh se žáci snažili hledat různé originální způsoby řešení, i když nebyly vždy správné. Důležitou roli při zadávání tohoto typu úloh sehrála i úvodní motivace. Po seznámení se všemi úlohami následovalo jejich krátké připomenutí, které se týkalo především formulace jednotlivých zadání. V závěru jsem provedla zhodnocení úloh žáky formou krátké diskuse.

„Kolikátá úloha se vám nejvíce líbila ?“

Odpověď byla jednoznačná, čtvrtá úloha.

„Za nejsložitější považujete úlohu první, druhou, třetí nebo poslední?A proč?“

Někteří žáci označili za nejsložitější úlohu první, jelikož nevěděli, jakým způsobem úlohu vyřešit. Jiným připadala být nejsložitější třetí úloha z důvodu náročnějších početních operací, které vedly k výsledku.

„Kterou úlohu hodnotíte z hlediska obtížnosti jako nejjednodušší?

Většina se shodla na poslední úloze.

3 Po stopách zvířat v ZOO

Pracovní list s názvem „Po stopách zvířat v ZOO“ obsahuje divergentní úlohy ze světa zvířat žijících v zoologické zahradě. Na základě tohoto pracovního listu jsem zjišťovala a porovnávala schopnosti řešení divergentních úloh u dvou rovnocenných skupin žáků, přičemž skupina A nebyla předem seznámena s problematikou divergentních úloh a se skupinou B proběhlo procvičení tohoto učiva v rámci rodiny Všeználkových. Obě skupiny žáků řešily úlohy v časovém rozmezí jedné vyučovací hodiny matematiky, tedy 45 minut, a podmínky pro vypracování měly obě skupiny stejné. Tyto úlohy žáci vypracovávali vždy samostatně. U všech grafů jsem pro větší přehlednost uvedla pouze ty hodnoty, u kterých žáci přišli alespoň na jedno správné řešení.

3.1 Motivace

Aktivita: **Přesmyčka (Anagram)**

Popis aktivity:

Na tabuli je napsaná přesmyčka LÁZOGOKICO DAHARAZ (zpřeházené pořadí písmen). Úkolem žáků je uspořádat písmena tak, aby vznikl dvouslovný název. Pokud žáci seřadí písmena správně, získají označení místa „ZOOLOGICKÁ ZAHRADA“.

Průběh zadávání aktivity žákům:

Žáky jsem motivovala pokračováním vyprávění o rodině Všeználkových. Příběh jsem uvedla tím, že se rodina Všeználkových chystá na výlet a jejich úkolem je uhádnout kam. Když správně uspořádají písmena na tabuli, dozví se místo plánovaného výletu. Tento způsob motivace jsem použila ve skupině B, pro které nebyla rodina Všeználkových novinkou, ale i ve skupině A, pro které představovala nový příběh, na základě něhož byli žáci motivováni k vyřešení aktivity.

Vyhodnocení aktivity:

Žáci z obou skupin se s touto aktivitou setkali poprvé, a proto jim zpočátku trvalo poměrně dlouhou dobu, než přišli na systém řešení. Když uviděli anagram napsaný na tabuli, začali se mě ihned vyptávat, zda není název napsaný anglicky nebo jiným cizím jazykem, a tvrdili mi, že přesmyčka nedává žádný smysl. Po menší nápovědě ji nakonec všichni úspěšně vyřešili.

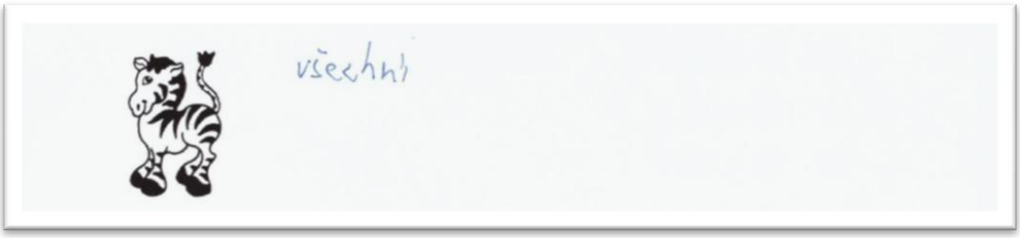
3.2 První úloha

Zadání úlohy:

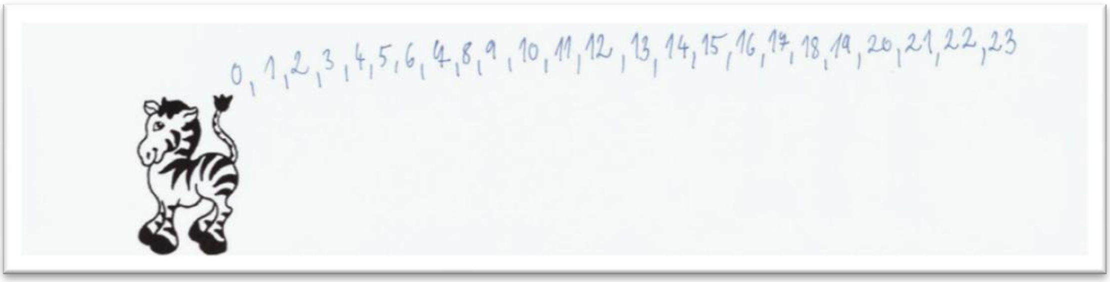
Ve výběhu s 23 zebrami teče potůček. Kolik zeber pije vodu z potůčku?

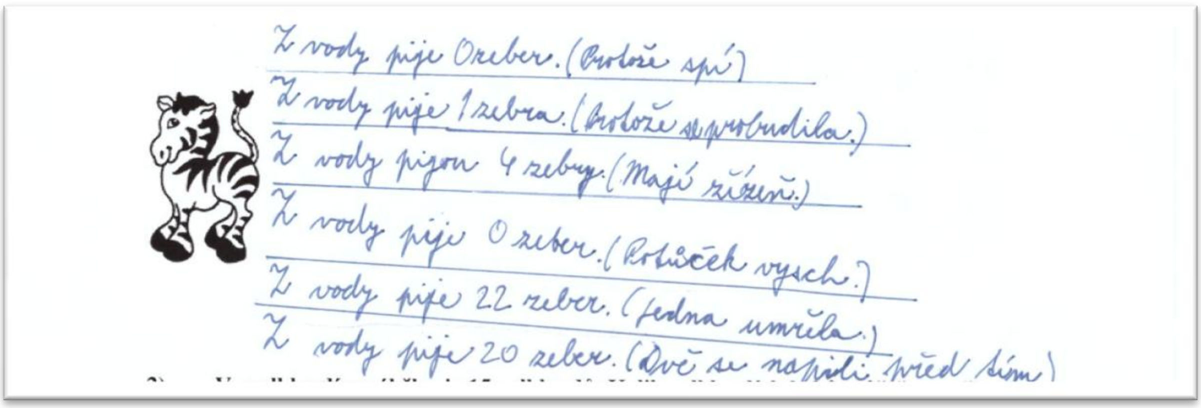
Řešení úlohy: Celkový počet správných řešení se skrývá pod číslem 24. Vodu z potůčku může pít 0 až 23 zeber.

Ukázky správných řešení žáků skupiny A:

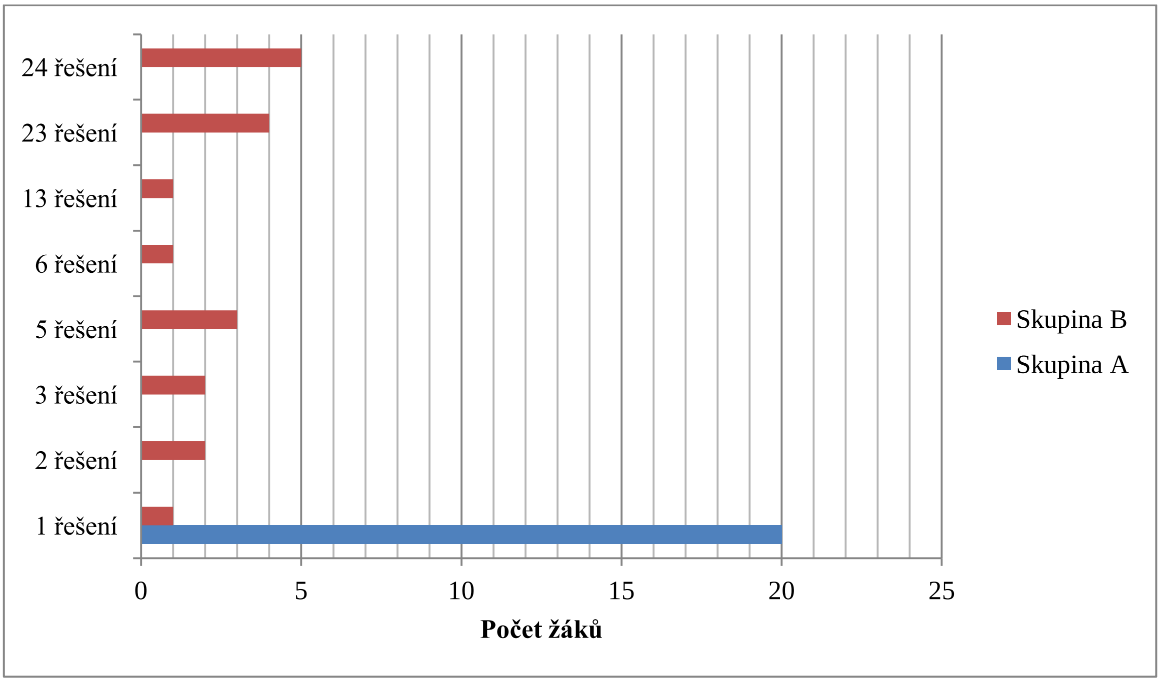


Ukázky správných řešení žáků skupiny B:





Komparace správných řešení žáků:



Graf č. 1: Srovnání správných řešení žáků skupiny A a skupiny B v první úloze.

Z grafu je patrné, že všichni žáci ze skupiny A, se kterými nebyly divergentní úlohy předem procvičeny, vymysleli pouze 1 správné řešení. Naopak 5 žáků ze skupiny B nalezlo maximální počet správných odpovědí (24). Přestože každý ze skupiny A řešil úlohu pouze jedním způsobem, lze zde vyzdvihnout jejich bezchybnost. Žáci ze skupiny A odpovídali stručně prostřednictvím krátké odpovědi. Naopak žáci ze skupiny B vypisovali všechny varianty správných řešení. Někteří z nich si dali záležet i na grafické úpravě svých řešení.

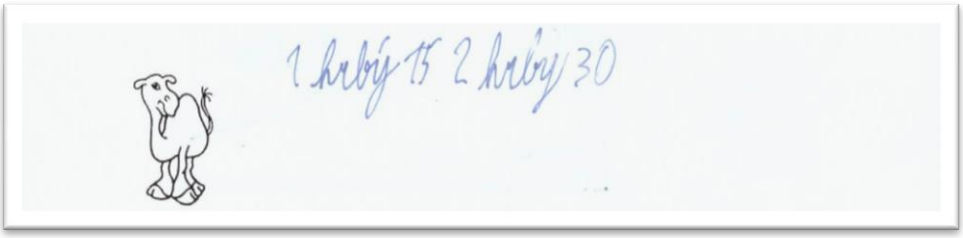
3.3 Druhá úloha

Zadání úlohy:

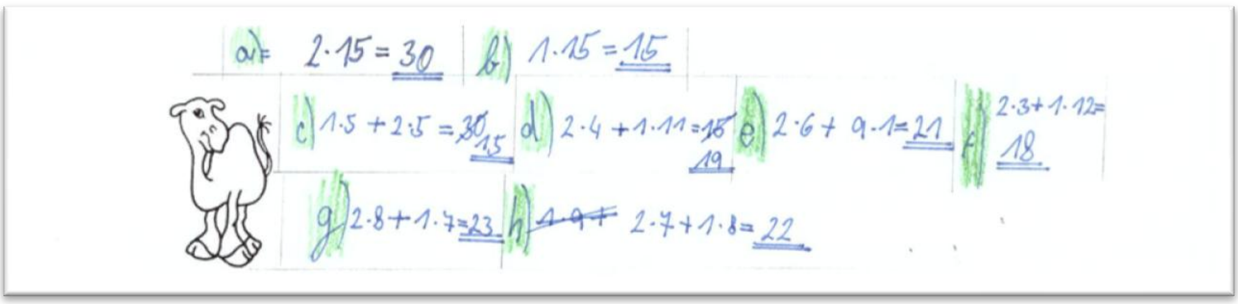
Ve velbloudím výběhu je 15 velbloudů. Kolik velbloudích hrbů můžeš napočítat?

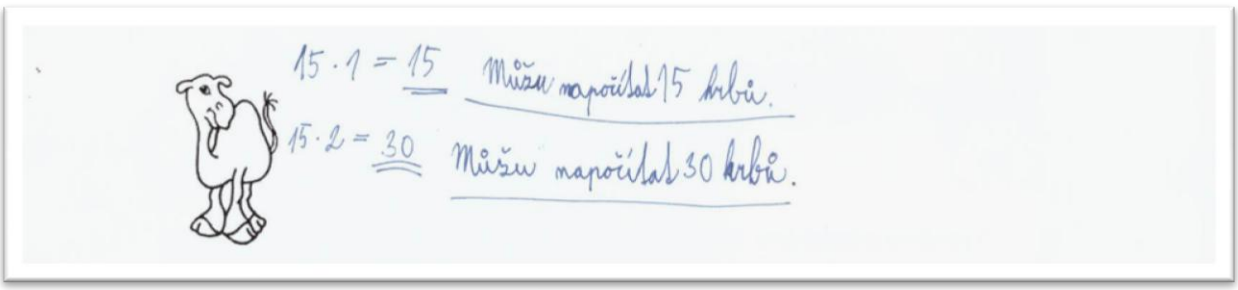
Řešení úlohy: Pokud bychom vycházeli z tvrzení, že velbloud může mít pouze 1 nebo 2 hrby, pak je počet správných řešení roven 16. Ve výběhu můžeme napočítat nejméně 15 a nejvíce 30 hrbů.

Ukázky správných řešení žáků skupiny A:

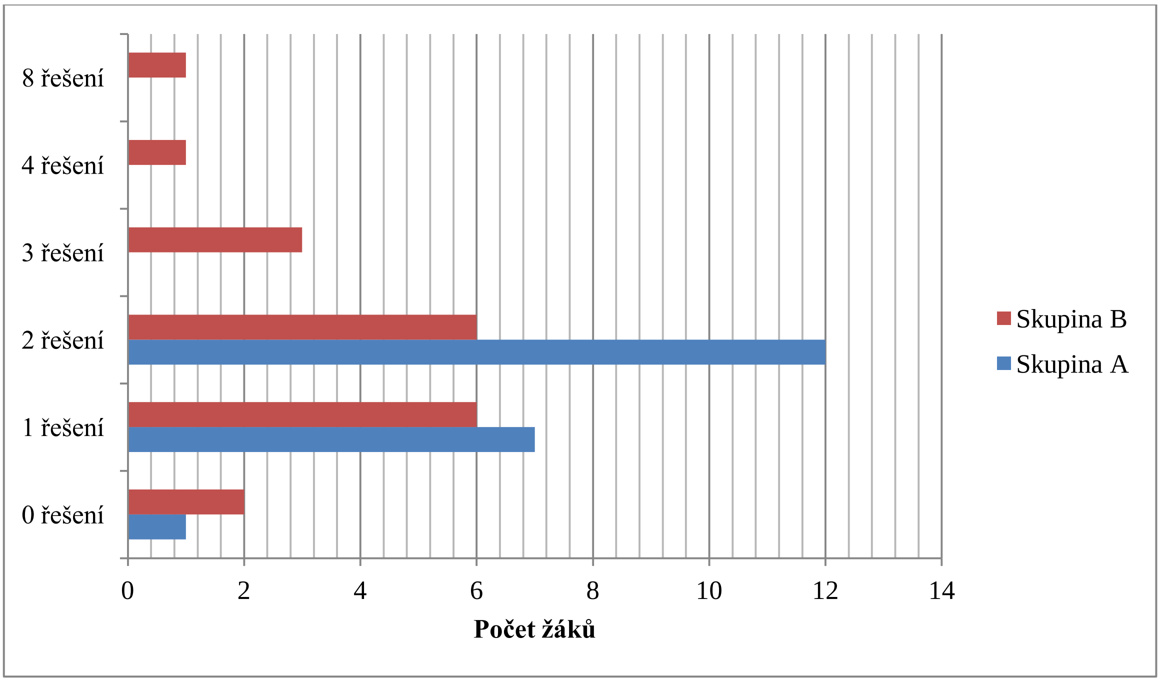


Ukázky správných řešení žáků skupiny B:





Komparace správných řešení žáků:



Graf č. 2: Srovnání správných řešení žáků skupiny A a skupiny B ve druhé úloze.

V porovnání s předchozí úlohou, v níž se nevyskytovalo žádné chybné řešení, se žáci v tomto příkladu dopouštěli chyb, a to zejména ve skupině B. Problém spočíval v tom, že se žáci ze skupiny B snažili vymýšlet co největší množství řešení a nebyli natolik důslední, aby si úlohu pečlivě přečetli a uvažovali nad ní. Většinu špatných odpovědí jednoduše odhadli a neporovnali s mírou reálnosti zadání. Pokud bychom se zaměřili na nejvyšší počet správných odpovědí, opět by v tomto směru zvítězila skupina B s 8 správnými řešeními. Při procházení jednotlivých odpovědí žáků mě překvapily gramatické chyby, kterých se žáci dopouštěli.

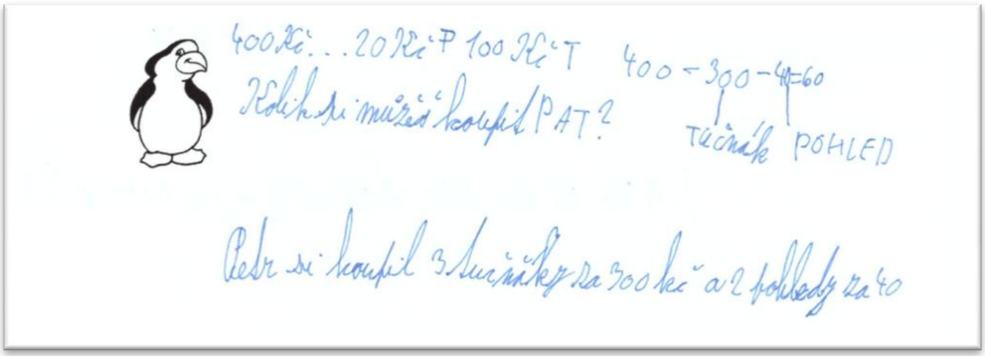
3.4 Třetí úloha

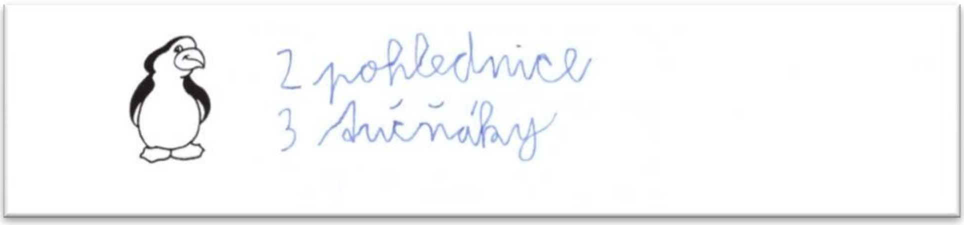
Zadání úlohy:

Petr má v peněžence 400 Kč. V obchodě se suvenýry prodávají pohlednice za 20 Kč a plyšové tučňáky za 100 Kč. Kolik pohledů a plyšových tučňáků si může Petr koupit, pokud chce, aby mu zbylo 60 Kč na svačinu?

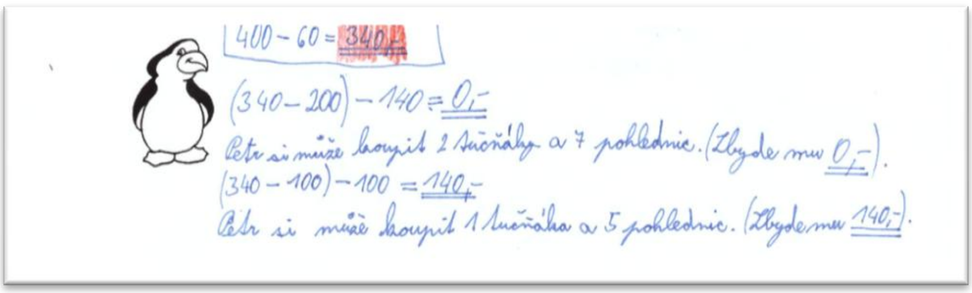
Řešení úlohy: Úloha má 42 správných řešení.

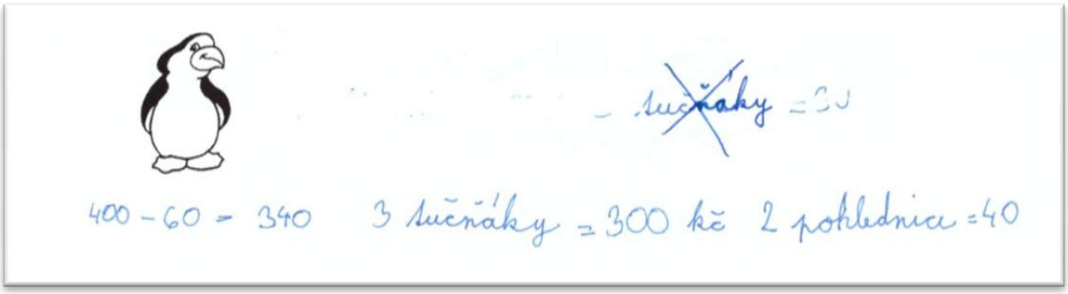
Ukázky správných řešení žáků skupiny A:



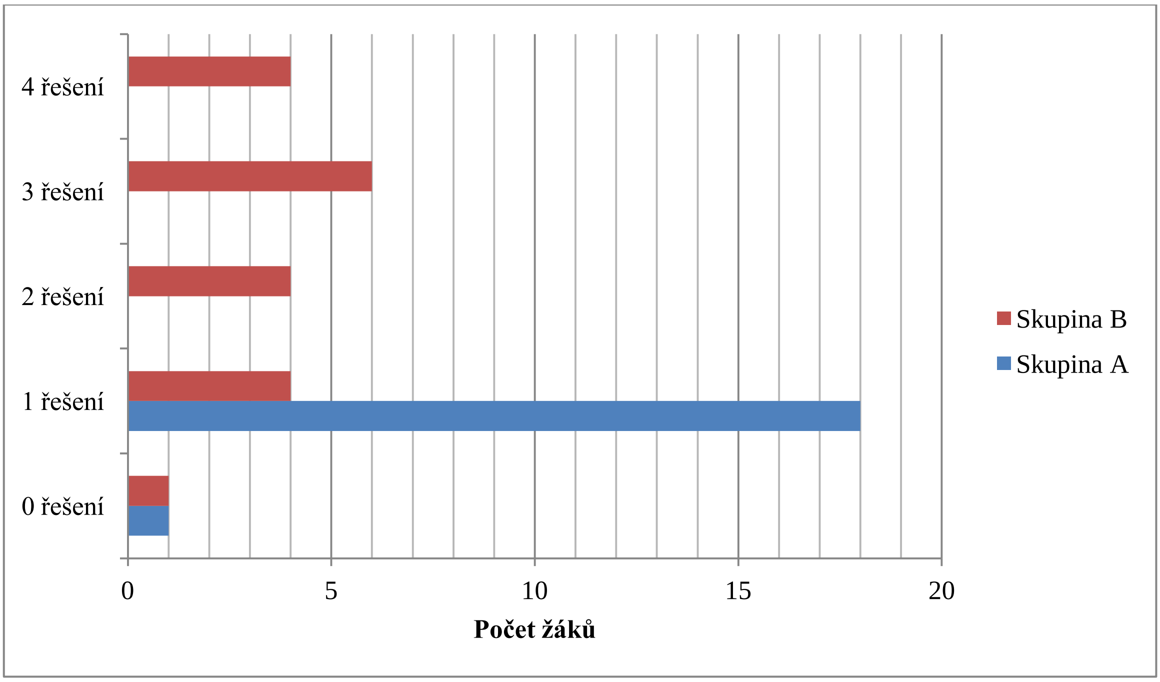


Ukázky správných řešení žáků skupiny B:





Komparace správných řešení žáků:



Graf č. 3: Srovnání správných řešení žáků skupiny A a skupiny B ve třetí úloze.

Při procházení řešení žáků ze skupiny B mě velmi potěšilo, že si žáci odnesli ponaučení z řešení podobné úlohy o rodině Všeználkových a měli moc pěkně vypracovaný postup řešení, který neodbyli pouze jedním možným způsobem, ale hledali více variant řešení. Téměř všichni žáci ze skupiny A nalezli pouze jedno správné řešení.

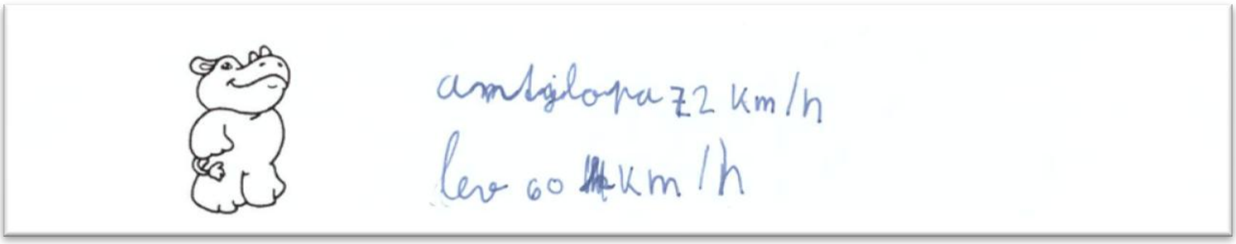
3.5 Čtvrtá úloha

Zadání úlohy:

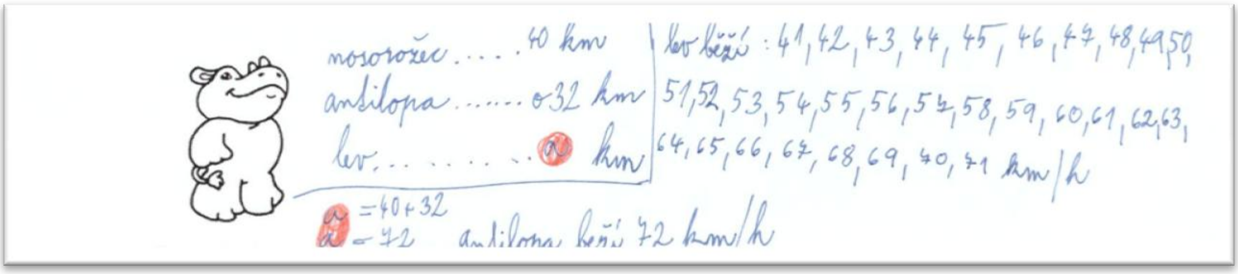
Nosorožec běží rychlostí 40 km/h, antilopa běží o 32 km/h rychleji. Jakou rychlostí může běžet lev, jestliže víme, že běží rychleji než nosorožec a pomaleji než antilopa?

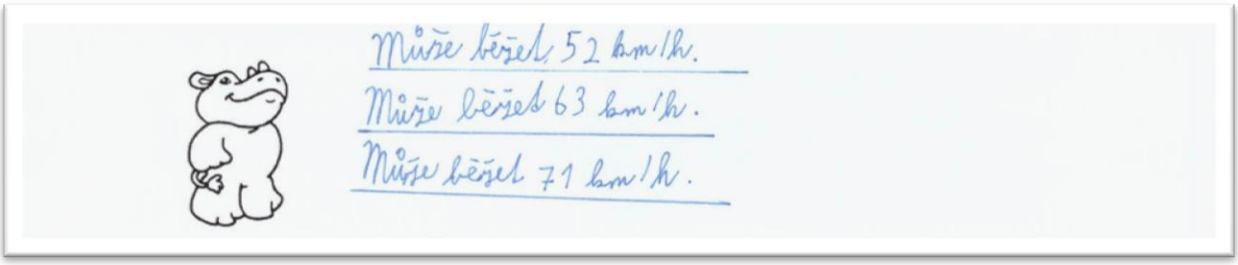
Řešení úlohy: Počítáme-li pouze s celými čísly, pak lze nalézt 31 správných řešení. Lev může běžet minimální rychlostí 31 km/h, maximálně 71 km/h.

Ukázky správných řešení žáků skupiny A:

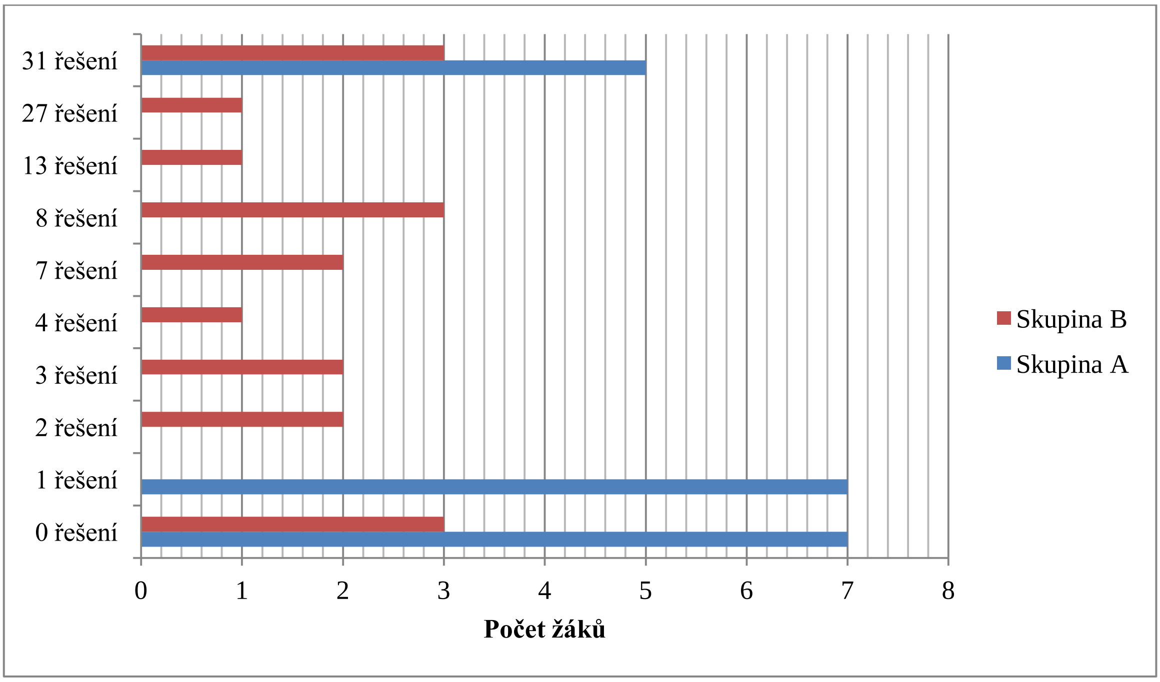


Ukázky správných řešení žáků skupiny B:





Komparace správných řešení žáků:



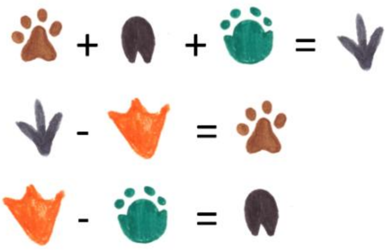
Graf č. 4: Srovnání správných řešení žáků skupiny A a skupiny B ve čtvrté úloze.

Z grafu lze vyčíst, že si sedm žáků ze skupiny A s touto úlohou nevědělo rady. Zajímavostí je, že se zde našlo pět žáků, kteří objevili maximální počet správných výsledků. V této úloze se ve skupině A objevovaly nesmyslné odpovědi z důvodu nepozorného přečtení zadání. Nepříjemné zjištění pro mě představovalo srovnání nejvyššího počtu správných řešení (31) u skupiny A, která v tomto směru převyšovala skupinu B, se kterou bylo učivo procvičeno. Zároveň je však třeba zdůraznit, že žáci skupiny B měli mnohem větší rozsah nalezeného počtu správných řešení (3, 8, 13, 27, …).

3.6 Pátá úloha

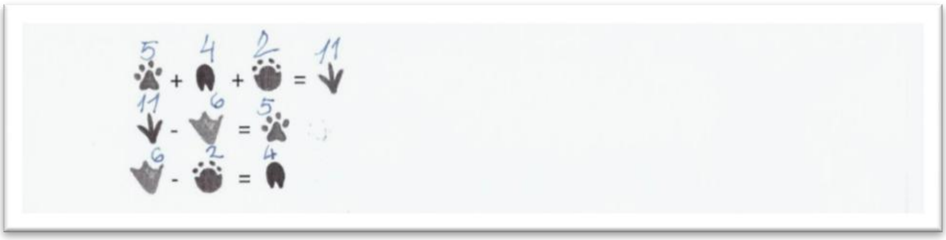
Zadání úlohy:

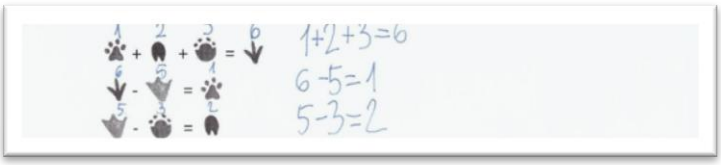
Nahraď stopy zvířat číslicemi tak, aby platila rovnice. (Algebrogram)



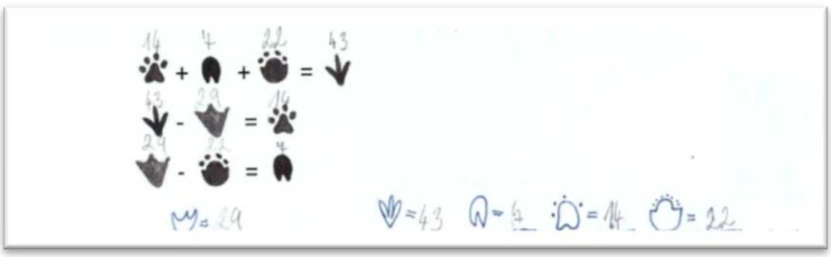
Řešení úlohy: Úloha má nekonečně mnoho řešení.

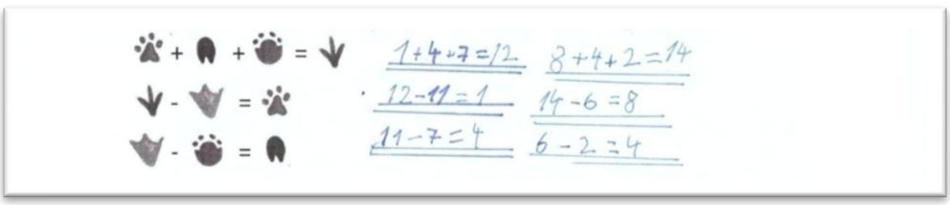
Ukázky správných řešení žáků skupiny A:



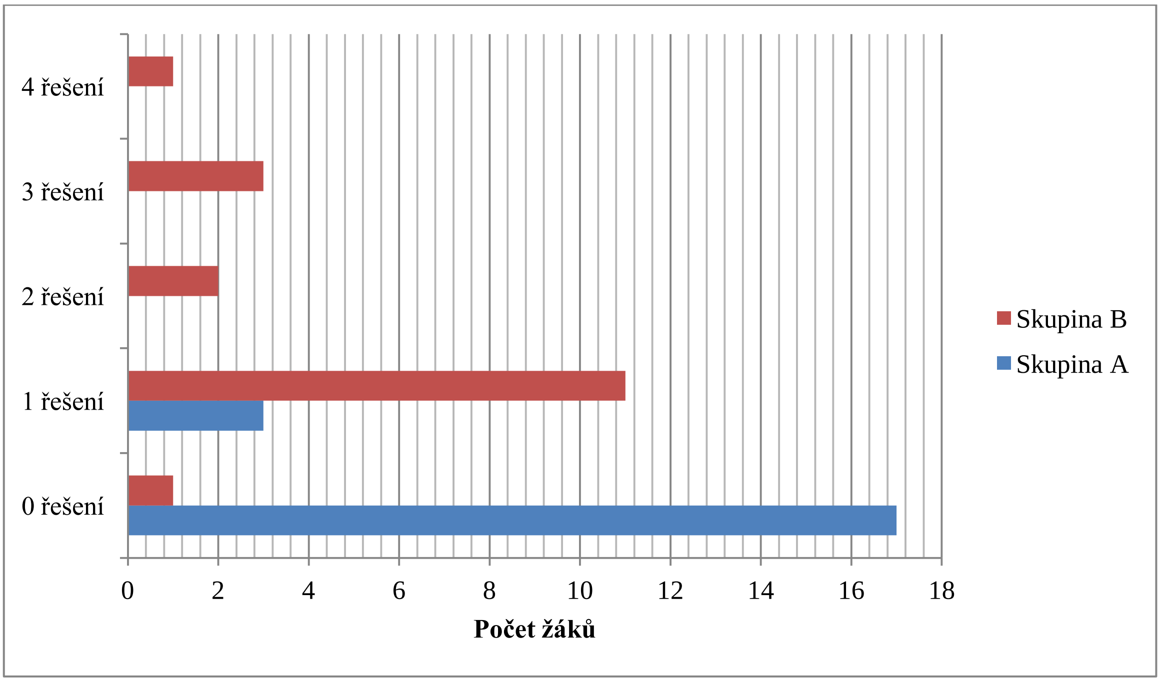


Ukázky správných řešení žáků skupiny B:





Komparace správných řešení žáků:



Graf č. 5: Srovnání správných řešení žáků skupiny A a skupiny B v páté úloze.

Výsledky páté úlohy dopadly u skupiny A nejhůře ze všech, sedmnáct žáků ji nevyřešilo vůbec a pouze tři nalezli jedno správné řešení. Většina těchto žáků vůbec nevěděla, co má s příkladem provádět. Místo toho, aby doplňovali k jednotlivým znakům číslice, opisovali stejné symboly a tvořili z nich další příklady. Když některý z žáků přišel na správný postup, udělal chybu v numerickém výpočtu. Objevily se i pracovní listy, u nichž úloha nebyla vyplněná vůbec. I když některá řešení nebyla správná, ocenila jsem kreativní postupy v řešení skupiny A. Žáci se nevzdávali a snažili si hledat cestu směřující k výsledku. Zkoušeli dopisovat symboly, měnit pozice symbolů pomocí šipek, nebo si pomáhali různým grafickým zvýrazněním (zakroužkováním, podtržením či barevným vykreslením).

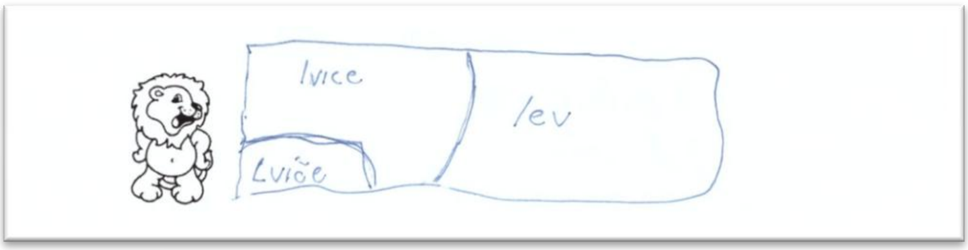
3.7 Šestá úloha

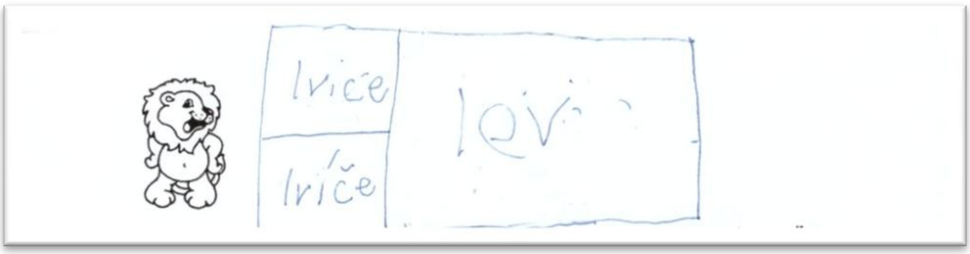
Zadání úlohy:

Lev, lvice a lvíče se dělí o výběh ve tvaru obdélníku. Načrtni rozdělení výběhu tak, aby lvice měla větší část výběhu než lvíče a lev měl větší část výběhu než lvice.

Řešení úlohy: Jedná se o otevřenou úlohu, která je zaměřená na zkoumání kreativních schopností žáků prostřednictvím grafického řešení (náčrtku). Řešením je libovolný náčrtek splňující podmínky zadání.

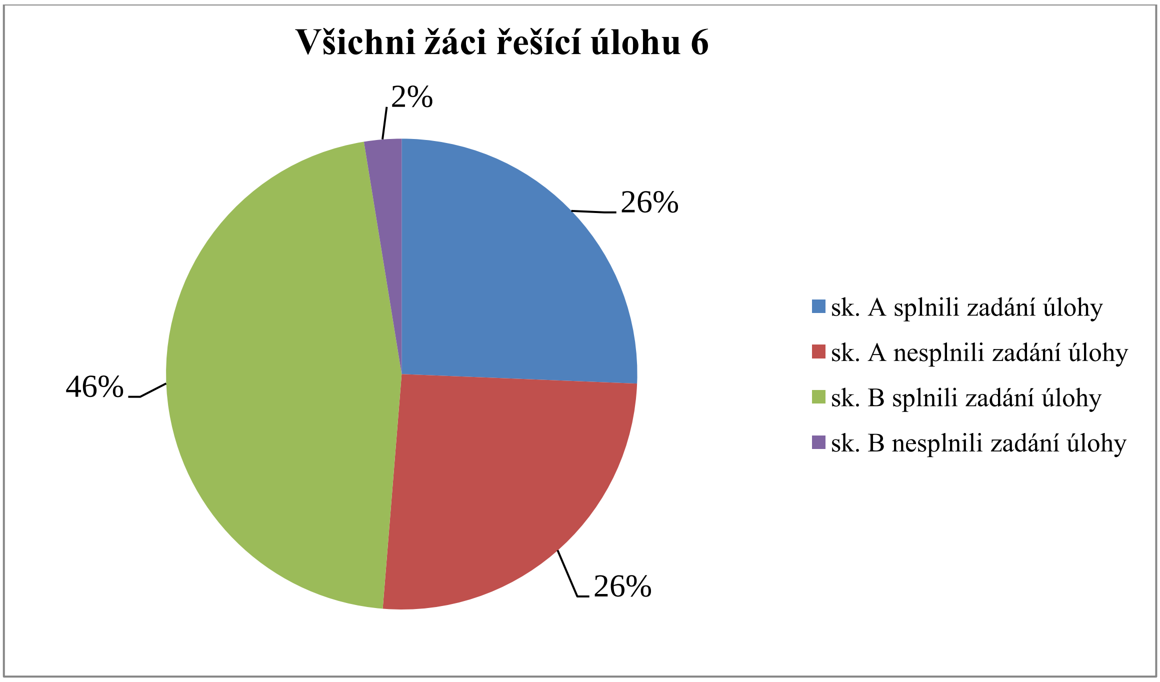
Ukázky správných řešení žáků skupiny A:





Ukázky správných řešení žáků skupiny B:

Komparace správných řešení žáků:



Graf č. 6: Srovnání správných řešení žáků skupiny A a skupiny B v šesté úloze.

Jelikož grafickou úlohu neřešil žádný z žáků více než jedním způsobem, nehodnotila jsem počet správných řešení, ale stanovila jsem kritérium, zda žáci splnili či nesplnili podmínky zadání úlohy. Téměř všichni žáci ze skupiny B si poradili s grafickým znázorněním řešení, v jednom případě žák udělal opět chybu z nepozornosti a zaměnil si velikost výběhu lvice se lvíčetem. Ve skupině A je patrné, že polovina načrtla řešení správně a druhá polovina se rozdělila na ty, kteří se nesnažili o žádné řešení, a na ty, kteří ji načrtli špatně. Při celkovém zhodnocení obou skupin lze říci, že někteří žáci si dali záležet na úpravě náčrtku a rýsovali podle pravítka. Jiní sice kreslili od ruky, zato kreativita projevující se ve výběru tvarů čar a poměrů rozdělení výběhu byla opravdu chvályhodná.

3.8 Sedmá úloha

Zadání úlohy:

V pavilonu primátů jsou 3 druhy opic. Šimpanzi, gorily a paviání. Celkem je v pavilonu 17 opic. Gorily jsou vždy v páru a paviáni jsou v kleci po třech. Kolik je v pavilonu šimpanzů, goril a paviánů?

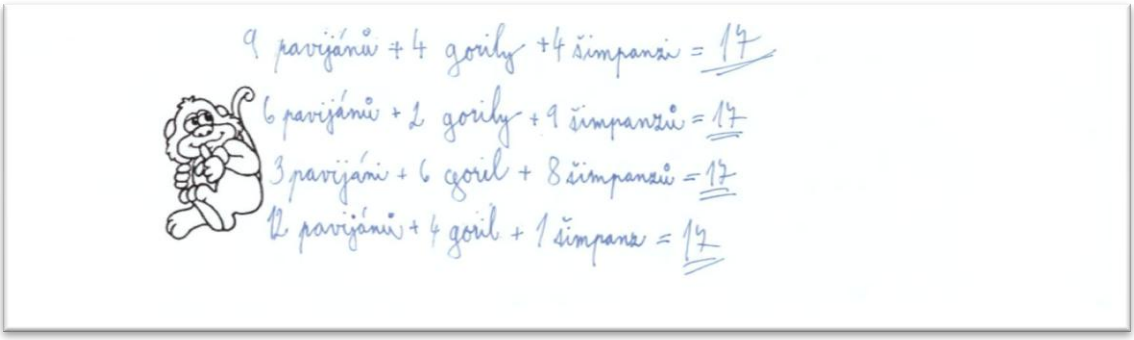
Řešení úlohy: Jedná se o kombinatorickou úlohu s 16 řešeními.

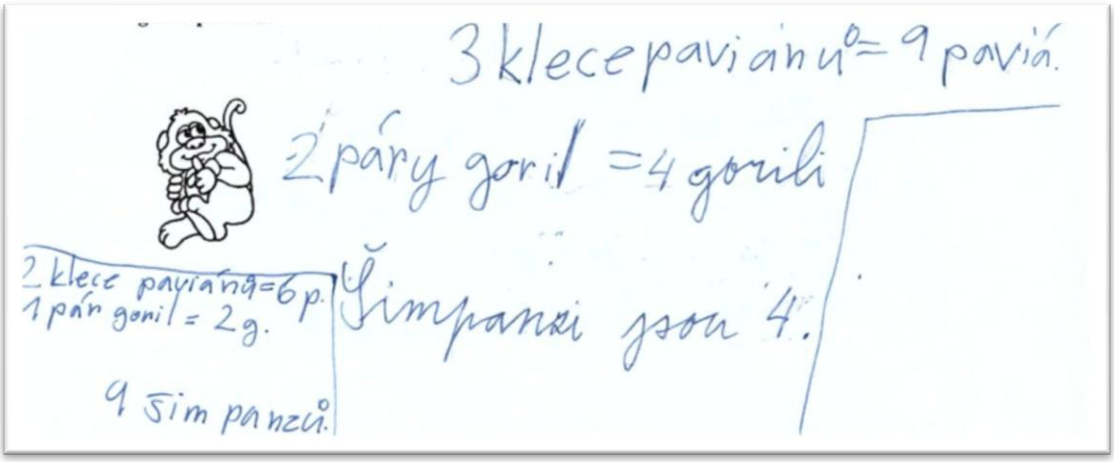
3 paviání		6 paviánů		9 paviánů		12 paviánů	
počet goril	počet šimpanzů	počet goril	počet šimpanzů	počet goril	počet šimpanzů	počet goril	počet šimpanzů
2	12	2	9	2	6	2	3
4	10	4	7	4	4	4	1
6	8	6	5	6	2		
8	6	8	3				
10	4	10	1				
12	2						

Tabulka č. 1: Možné způsoby řešení sedmé úlohy.

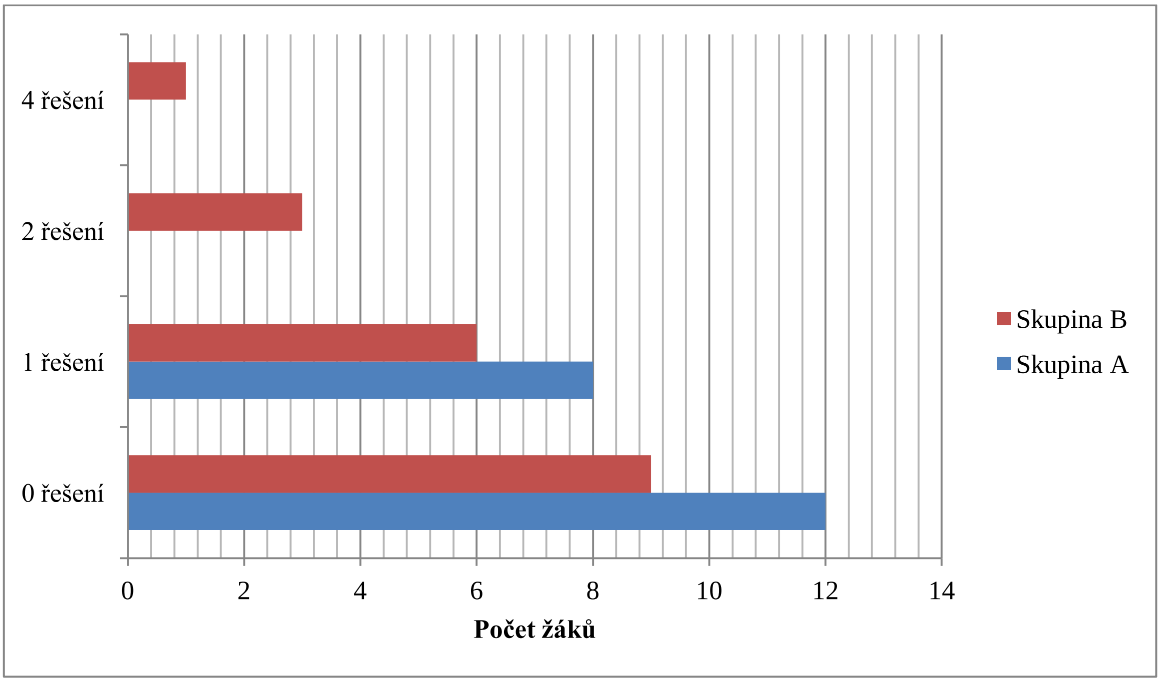
Ukázky správných řešení žáků skupiny A:

Ukázky správných řešení žáků skupiny B:





Komparace správných řešení žáků:

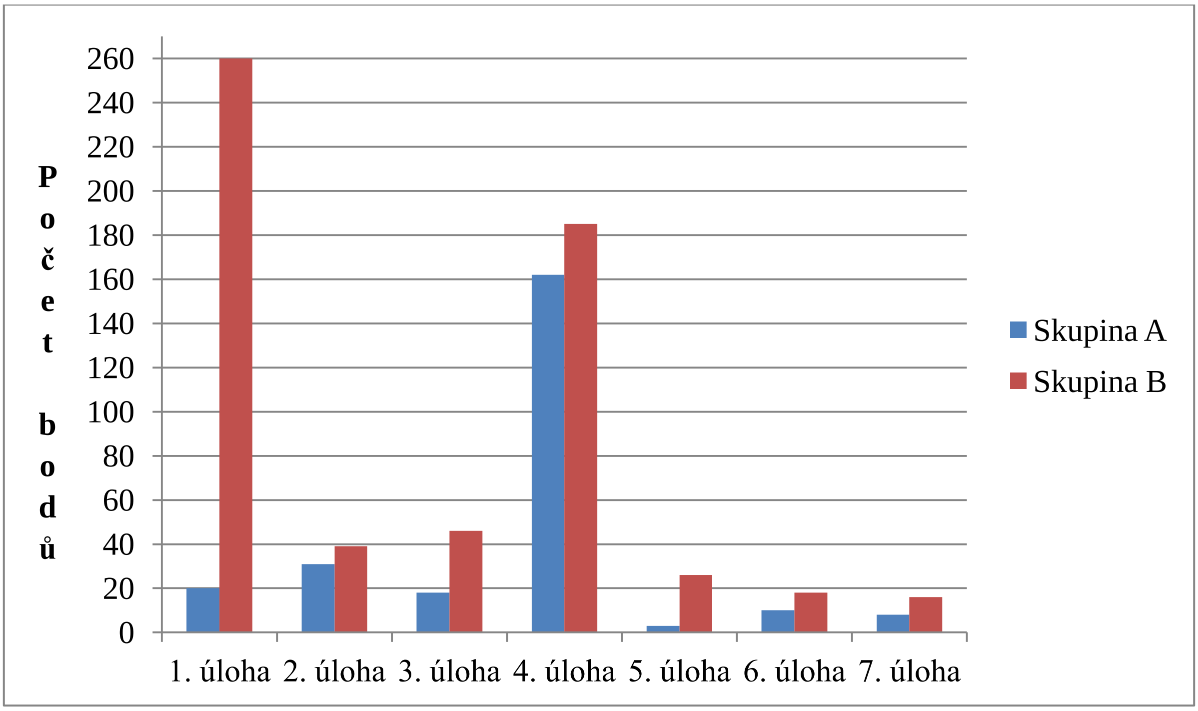


Graf č. 7: Srovnání správných řešení žáků skupiny A a skupiny B v sedmé úloze.

Nejen pro skupinu A, ale i pro skupinu B byla tato úloha jednou z nejnáročnějších. Obě skupiny se snažily o nalezení správného řešení matematickými výpočty, které různě kombinovaly. Přestože se jednalo o složitější úlohu, vyřešilo ji správně i osm žáků ze skupiny A. Pět žáků ze skupiny A nenapsalo vůbec žádné řešení. Naopak všichni žáci ze skupiny B napsali alespoň jedno řešení, i když nebylo vždy správné. Nízké procento úspěšnosti řešení této úlohy lze připisovat tomu, že se i žáci ze skupiny B s tímto typem úlohy setkali poprvé.

3.9 Celkové zhodnocení pracovního listu „Po stopách zvířat v ZOO“

Pro názornější srovnání výsledků žáků udělíme za každé správné řešení 1 bod. Následující graf znázorňuje bodové hodnocení obou skupin žáků (skupiny A a skupiny B) v jednotlivých úlohách.



Graf č. 8: Výsledky bodového hodnocení žáků skupiny A a skupiny B v jednotlivých úlohách.

Výsledky komparace řešení divergentních úloh dopadly u obou skupin žáků podle mého očekávání. Skupina, se kterou jsme divergentní úlohy procvičovali, dosáhla prokazatelně lepších výsledků než skupina druhá. Při sestavování pracovního listu jsem záměrně vymýšlela úlohy podobající se svou formulací divergentním úlohám o rodině Všeználkových za účelem posouzení, zda si žáci zapamatovali a osvojili některé postupy vedoucí k vyřešení divergentních úloh. Řešení žáků, kteří se s divergentními úlohami setkali poprvé, lze ohodnotit také velice kladně, dokonce měli v některých úlohách kreativnější a otevřenější přístup než skupina B.

Před rozloučením se třídou řešící úlohy o rodině Všeználkových jsem si stanovila za cíl zjistit postoj paní učitelky k problematice divergentních úloh prostřednictvím následující krátké diskuse.

1. Zařazujete divergentní nebo jiné tvořivé úlohy do běžné výuky matematiky?

Paní učitelka uvedla, že tvořivé úlohy občas do výuky zařazuje, ale není to pravidlem. Jako důvod uvedla nedostatečný počet hodin matematiky týdně.

2. Myslíte si, že divergentní úlohy rozvíjejí kreativitu žáků při řešení matematických úloh?

Odpověď byla jednoznačná, určitě rozvíjejí.

3. Na čem si myslíte, že závisí schopnost řešení divergentních úloh u žáků na 1. stupni základní školy?

Jako jeden z hlavních důvodů paní učitelka označila opět nízkou časovou dotaci.

4. Zdají se Vám být divergentní úlohy příliš náročné na řešení pro žáky na 1. stupni ZŠ? Nebo je podle Vašeho názoru vhodnější zařadit tento typ matematických úloh až na 2. stupeň ZŠ?

Paní učitelka trvala na zařazení těchto úloh již od začátku primárního vzdělání, tedy od prvního ročníku.

5. Využívala byste divergentní úlohy jako zpestření matematické výuky?

Paní učitelka neváhala a ihned kladně odpověděla.

6. Je vhodnější zadávat divergentní úlohy v průběhu vyučovací hodiny nebo spíše za domácí úkol? Proč?

U této otázky se paní učitelka na chvíli zamyslela a vysvětlila mi, že kdyby úlohy zadala jako domácí úkol, mohli by žákům s jejich vypracováváním pomáhat rodiče. Proto se přikláněla k práci v průběhu vyučování. Zdůraznila, že si žáci během výuky mohou pomáhat a spolupracovat ve skupinách.

7. Mohou tyto úlohy řešit všichni žáci nebo jen ti matematicky nadaní?

Paní učitelka označila divergentní úlohy za vhodné pro všechny žáky. Podotkla, že pokud by s jejich řešením byly potíže, mohla by se snížit náročnost tak, aby je mohli vyřešit všichni.

ZÁVĚR

Matematika se stále řadí mezi nejméně oblíbené předměty v primárním vzdělávání. Pro některé žáky je vyučování matematiky nudné, nezábavné a stereotypní. Cíl matematického vyučování nespočívá v předávání vědomostí formou mechanického počítání a drilu, ale především v objevování, zkoumání a nalézání různých cest vedoucích k samostatnosti a tvořivosti žáků. Důležitou roli v tomto procesu zaujímá pedagog, jehož hlavním úkolem je vzbudit zájem u žáků a motivovat je k matematickým činnostem. Bude-li učitel přistupovat k předmětu s chutí a dá-li si záležet na volbě netradičních metod a forem výuky, stane se matematika zábavnou i pro jeho žáky. Jedním z hlavních předpokladů k naplnění těchto cílů je dobrá připravenost učitele vycházející ze studia novodobé odborné literatury, která se zabývá zařazením nestandardních a zajímavých úloh rozvíjejících logické a kreativní myšlení žáků.

Ve své diplomové práci jsem se zabývala problematikou divergentního myšlení u žáků mladšího školního věku. Jedním z vytyčených cílů, uvedených v úvodu práce, bylo sestavit soubor divergentních úloh a následně jej ověřit v praxi. Divergentní úlohy byly určeny pro žáky 4. ročníku základního vzdělávání a ověřovala jsem je na FZŠ dr. Milady Horákové v Olomouci. Úlohy představovaly oživení a obohacení běžné výuky matematiky a sklidily pozitivní ohlas nejen ze strany žáků, ale i jejich paní učitelky. Zpočátku se žákům zdály být úlohy těžké a neřešitelné, avšak s přibývajícím počtem vyřešených úloh se u žáků začínala probouzet vnitřní motivace směřující k hledání různých variant řešení. Zadání jednotlivých úloh, prezentace výsledků, závěrečné zhodnocení a shrnutí nezabralo více než 15 minut z celkového časového harmonogramu výuky.

Seznámení žáků s divergentními úlohami jsem zakončila vypracováním pracovního listu ověřujícího osvojené poznatky žáků z této problematiky. Na základě tohoto pracovního listu jsem zjišťovala a porovnávala schopnosti řešení divergentních úloh u dvou rovnocenných skupin žáků, přičemž jedna skupina nebyla předem seznámena s problematikou divergentních úloh a se druhou skupinou proběhlo procvičení tohoto učiva v rámci úloh s rodinou Všeználkových.

Divergentní úlohy jistě nelze zařazovat do každé vyučovací hodiny matematiky z důvodu nízké časové dotace. Mohou však představovat zpestření a doplnění běžného učiva, neboť si žáci jejich prostřednictvím rozvíjejí své kreativní schopnosti.

Diplomová práce může sloužit jako námět vyučujícím k vytvoření podobného souboru úloh. Jejich obtížnost lze přizpůsobit každému ročníku, jelikož tvorba divergentních úloh není omezená pravidly, ale spočívá v tvořivém a kreativním přístupu učitele.

Věřím, že diplomová práce přispěje k tomu, aby se hodiny matematiky staly zajímavým zpestřením nejen pro žáky, ale i pro jejich pedagogy, kteří si při tvorbě divergentních úloh rozšíří své kreativní schopnosti a dovednosti.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A PRAMENŮ

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky : (slovní úlohy, projekty)*. 2. vyd. Brno : Masarykova univerzita, 2011, 84 s. ISBN 80-210-3022-4.

ČÁP, Jan. *Psychologie výchovy a vyučování*. Praha: Karolinum, 1993, 415 s. ISBN 80-7066-534-3.

DACEY, John S. a Kathleen H. LENNON. *Kreativita*. Praha: Grada Publishing, 2000, 252 s. ISBN 80-7169-903-9.

DIVÍŠEK, Jiří a kol. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1989, 269 s. ISBN 80-04-20433-3.

FISHER, Robert. *Učíme děti myslet a učit se : praktický průvodce strategiemi vyučování*. Praha : Portál, 1997, 172 s. ISBN 80-7178-120-7.

HOWARD, Pierce J. *Příručka pro uživatele mozku*. Praha: Portál, 1998, 396 s. ISBN 80-7178-211-4.

HLAVSA, Jaroslav. *Psychologické základy teorie tvorby*. Praha: Academia, 1985, 353 s.

CHLEBEK, Petr. *Tvořivost a chyba v matematice*. Plzeň: Pedagogické centrum Plzeň, 2000, 16 s. ISBN 80-7020-069-3.

LOKŠOVÁ, Irena a Jozef LOKŠA. *Tvořivé vyučování*. Praha : Grada Publishing, 2003, 208 s. ISBN 80-247-0374-2.

LOKŠOVÁ, Irena a Jozef LOKŠA. *Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole*. Praha : Portál, 1999, 199 s. ISBN 80-7178-205-X.

KOŠČ, Ladislav. *Psychológia matematických schopností*. Bratislava : Slovenské pedagogické nakladatelstvo, 1972, 276 s.

KUŘINA, František. *Matematika a řešení úloh*. České Budějovice : Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2011, 210 s. ISBN 978-80-7394-307-3.

KVĚTOŇ, Pavel. *Kapitoly z didaktiky matematiky*. Ostrava : Pedagogická fakulta Ostravské univerzity, 1982, 242 s.

MAŇÁK, Josef. *Rozvoj aktivity, samostatnosti a tvořivosti žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 1998, 134 s. ISBN 80-210-1880-1.

MAŇÁK, Josef. *Tvořivostí učitele k tvořivosti žáků*. Brno: Paido, 1997, 133 s. ISBN 80-85931-47-8.

NOVÁK, Bohumil a Anna STOPENOVÁ. *Slovní úlohy ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ: Určeno pro studující učitelství 1. st. ZŠ v IS i DS PdF UP*. Olomouc: Univerzita Palackého, 1993, 51 s. ISBN 80-7067-294-3.

PECINA, Pavel. *Tvořivost ve vzdělávání žáků*. Brno : Masarykova univerzita, 2008, 99 s. ISBN 978-80-210-4551-4.

PETROVÁ, Alexandra. *Tvořivost v teorii a praxi*. Praha : Vodnář, 1999, 169 s. ISBN 80-86226-05-0.

POKORNÝ, Jiří. *Psychologie tvořivého myšlení: Úvod do problematiky*. 2. vyd. Brno: Zdeněk Novotný, 2007, 61 s. ISBN 978-80-7355-072-1.

POKORNÝ, Jiří. *Myslet kreativně*. Brno: CERM, 2004, 124 s. ISBN 80-7204-324-2.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. MŠMT ČR. Praha: 2013, 146 s.

ZELINA, Miron. *Tvořivost v matematice: Metodický materiál pro učitele matematiky.* Ostrava: Kraj. pedagog. ústav, 1990, 83 s. ISBN 80-900158-9-1.

ŽÁK, Petr. *Kreativita a její rozvoj*. Brno : Computer Press, 2004, 315 s. ISBN 80-251-0457-5.

Brooklyn City Schools. [online]. [cit. 2015-01-27]. Dostupné z: <http://www.brooklyn.k12.oh.us/olc/page.aspx?id=22439&s=186>

Coloring pages. [online]. [cit. 2015-01-27]. Dostupné z: <http://www.coloringpages456.com/zoo-animals-coloring-pages/>

Milujem knihy. [online]. [cit. 2015-01-27]. Dostupné z: <http://milujemknihy.blog.cz/1211>

SEZNAM FOTOGRAFIÍ

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1

Škola: ……………………………………

Třída: ……………………………………

1) Ve výběhu s 23 zebrami teče potůček. Kolik zeber pije vodu z potůčku?

2) Ve velbloudím výběhu je 15 velbloudů. Kolik velbloudích hrbů můžeš napočítat?

3) Petr má v peněžence 400 Kč. V obchodě se suvenýry prodávají pohlednice za 20 Kč a plyšové tučňáky za 100 Kč. Kolik pohledů a plyšových tučňáků si může Petr koupit, pokud chce, aby mu zbylo 60 Kč na svačinu?

4) Nosorožec běží rychlostí 40 km/h, antilopa běží o 32 km/h rychleji. Jakou rychlostí může běžet lev, jestliže víme, že běží rychleji než nosorožec, a pomaleji než antilopa?

5) Nahraď stopy zvířat číslicemi tak, aby platila rovnice. *(Algebrogram)*

6) Lev, lvice a lvíče se dělí o výběh ve tvaru obdélníku. Načrtni rozdělení výběhu tak, aby lvice měla větší část výběhu než lvíče a lev měl větší část výběhu než lvice.

7) V pavilonu primátů jsou 3 druhy opic. Šimpanzi, gorily a paviáni. Celkem je v pavilonu 17 opic. Gorily jsou vždy v páru a paviáni jsou v kleci po třech. Kolik je v pavilonu šimpanzů, goril a paviánů?

Příloha č. 2

V	Š	E	Z	N	Á
L	K	O	V	I	B
M	F	C	V	Š	E
Z	N	Á	L	K	O
V	I	B	M	F	C
V	Š	E	Z	N	Á
L	K	O	V	I	B
M	F	C	V	Š	E

Z	N	Á	L	K	O
V	I	B	M	F	C
V	Š	E	Z	N	Á
L	K	O	V	I	B
M	F	C			

36	32	28	24	20	16
12	8	4	0	16	12
8	4	0	81	49	25
5	40	36	32	28	24
20	16	12	8	4	0
16	12	8	4	0	81
49	25	5	40	36	32
28	24	20	16	12	8

4	0	16	12	8	4
0	81	49	25	5	40
36	32	28	24	20	16
12	8	4	0	81	49
25	5	40			

Příloha č. 3

<u>RODINA VŠEZNÁLKOVÝCH</u>

1) **Maminka Maruška pěstuje na zahrádce 14 druhů květin. Kolik žlutých květin roste na zahrádce?**

2) **Syn Vojtíšek má v pokojíčku 9 hraček. Některé jsou autíčka a některé jsou motorky. Kolik kol mají hračky dohromady?**

3) **Tatínek Eda si vzal na nákup 900 Kč. 1 kg pracího prášku stojí 200Kč a 1 kg citronů stojí 50 Kč. Kolik kg pracího prášku a kolik kg citronů může koupit, aby mu zbylo 150Kč na bonboniéru pro maminku?**

4) **Dcera Anička dostala za domácí úkol vyřešit tento algebrogram, pomůžeš jí?** *(Nahraď znaky tak, aby platila rovnice)*

♥ + ● - ▲ = ☼

☼ + ▲ = ♪

♪ - ♥ = ●

RODINA VŠEZNÁLKOVÝCH

DÚ:

Rodina Všeználkových rekonstruuje koupelnu. Podlaha v koupelně má tvar obdélníku. Kolik dlaždic použiješ na vydláždění koupelny?

a) Načrtni podlahu koupelny s dlaždicemi.

b) Vybarvi dlaždice zeleně a modře tak, aby zelených dlaždic bylo více než modrých.

Anotace

Jméno a příjmení:	Monika Podepřelová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	RNDr. Martina Uhlířová, Ph.D.
Rok obhajoby:	2015

Název práce:	Kreativita v primární matematice se zaměřením na divergentní myšlení
Název v angličtině:	Creativity in primary mathematics with the focus on divergent thinking
Anotace práce:	Diplomová práce je zaměřená na tvorbu divergentních úloh v matematice u žáků 4. ročníku základního vzdělávání. Teoretická část se zabývá kreativitou a jejími hlavními znaky, rozdílem mezi konvergentním a divergentním myšlením, tvorbou konvergentních a divergentních úloh a stručnou charakteristikou Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání se zaměřením na Nestandardní aplikační úlohy a problémy. V praktické části jsou podrobně zpracovány jednotlivé divergentní úlohy určené pro žáky 4. ročníku ZŠ.
Klíčová slova:	Divergentní myšlení, kreativita, divergentní úlohy, konvergentní úlohy, kreativní učitel, kreativní žák, Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, Nestandardní aplikační úlohy a problémy.
Anotace v angličtině:	This thesis is focused on the creation of divergent tasks in mathematics in the 4th grade of primary education. The theoretical part deals with creativity and its main features, difference between convergent and divergent thinking, creation of convergent and divergent tasks and a short outline of the Framework Education Programme for Elementary Education focusing on Non- standard application tasks and problems. In the practical part are elaborately

	proccessed particular divergent tasks for pupils in the 4th grade of primary education.
Klíčová slova v angličtině:	Divergent thinking, creativity, divergent tasks, convergent tasks, creative teacher, creative pupil, Framework Education Programme for Elementary Education, Non- standard application tasks and problems.
Přílohy vázané v práci:	**Příloha č. 1:** Pracovní list „Po stopách zvířat v ZOO“ **Příloha č. 2:** Kartičky k úvodní aktivitě rodiny Všeználkových **Příloha č. 3:** Pracovní list „Rodina Všeználkových“
Rozsah práce:	82 stran
Jazyk práce:	Český