

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Výpočtové modelování porušování rozhraní ocel-pryž

Computational modeling of failure of rubber-steel interface

Lukáš Cachnín

Diplomová práce

pro obor

Aplikovaná mechanika

Vedoucí diplomové práce : Doc.Ing. Jiří Burša, Ph.D.

Brno, Listopad, 2007

Stručná charakteristika problematiky úkolu :

Práce se zabývá testováním možností výpočtového modelování chování a porušování rozhraní mezi elastomerem a krystalickým materiálem v tělesech složených ze dvou různých typů materiálů.

Čestné prohlášení

Tímto prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce Doc.Ing. Jiří Burša, Ph.D. a uvedl použité podklady a literaturu.

V Brně 23.května, 2008

.....
Lukáš Cachnín

Poděkování

Zvláštní poděkování bych rád vyjádřil svému školiteli Doc. Ing. Jiřímu Buršovi, Ph.D., a Ing. Pavlu Skácelovi, Ph.D., kteří mi byli v průběhu studia často nápomocni při řešení problému odborného rázu.

Obsah

Seznam použitých veličin.....	5
Úvod.....	7
1 Rešeršní analýza	7
1.1 Elastomer.....	7
1.2 Výpočtové modelování mechanického chování elastomeru.....	7
1.3 Porušování soudržnosti pryže na rozhraní s jinými materiály a výpočtové modelování těchto procesů.....	12
1.4 Konstitutivní modely kohezní zóny.....	21
2 Výpočtová simulace vybraných zkoušek elastomeru.....	29
2.1 Výpočtová simulace tahové zkoušky.....	35
2.2 Výpočtová simulace ekvibiaxiální zkoušky.....	37
2.3 Výpočtová simulace smykové zkoušky.....	39
2.4 Výpočtová simulace objemové zkoušky.....	41
2.5 Modelování kohezní zóny v softwaru ANSYS.....	44
2.5.1 Testování lokálního souřadného systému prvku Inter202.....	44
2.5.2 Určení napět'ových charakteristik prvku Inter202.....	57
3 Výpočtové simulace vybrané zkoušky porušování soudržnosti pryže a oceli.....	65
4 Závěr diplomové práce.....	77
5 Obrázková příloha.....	78
6 Makro – Peel test.....	113
7 Exponenciální funkce kohezní zóny – m.file do matlabu.....	118
8 Model kohezní zóny – m.file do matlabu	118
9 Seznam použité literatury.....	119

Seznam použitých veličin

A	...plocha lomu
C_{ij}	...Cauchyho tenzor přetvoření
E_{ij}	...Lagrangeův tenzor přetvoření
F	...ztrátová energie způsobená třením
F	...trhací liniová síla
F_{odtr}	... Trhací síla
\bar{I}_i	...redukované invarianty pravého Cauchy-Greenova tenzoru přetvoření
K_n	...normálová kontaktní tuhost
{M}	...množina materiálových parametrů
P	...normálový kontaktní tlak
P	...Trhací práce
R	...matice proměnných rotací elementárního prvku
S_{ij}	...druhý Piola-Kirchoff tenzor napětí
SDX	... deformační posuv ve směru osy X
SDXY	... deformační posuv ve směru osy Y
SSX	... napětí na prvku ve směru osy X
SXY	... napětí na prvku ve směru osy Y
T	...napětí na rozhraní
T	...deformační energie
T_r	...referenční teplota
U	...hustota deformační energie (ztrátová)
U	...matice hlavních poměrných protažení v hlavním souřadném systému
U_o	...hustota elastické energie v nepoškozeném tělese
U_c	...hustota elastické energie v poškozeném tělese
V	...deformovaný objem
V_o	...nedeformovaný objem

W	...hustota deformační energie
W_A	...adhezní práce
W_{el}	...elastická práce
W_K	...kohezní práce
W_{pl}	...plastická práce
W_{ve}	...visko-elastická práce
a_T	...je WTF funkce elastomeru
d_n	...trhací parametr
dW	...práce vnějších sil
e	...eulerovo číslo
l	...délka pásku
u_n	...kontaktní mezera
x	...trhací délka
Θ	...práce na vytvoření trhliny
$\phi(\bar{\epsilon}_p)$...trhací práce
ϕ_o	...trhací práce bez parametru popisující plastickou deformaci
Γ_o	...lomová energie
τ_t	...tečný kontaktní tlak
Ω	...úhel odtrhávání pásku
$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$...jednotlivá hlavní napětí
σ_{max}	...maximální normálové napětí na rozhraní
σ_{triax}	... mezní hydrostatické napětí
δ_n, δ_t	...deformační posuvy na prvku
$\bar{\lambda}_i$...modifikované hlavní poměrné protažení
$\bar{\epsilon}_p$...parametr popisující plastickou deformaci
$\omega(\bar{\epsilon}_p)$...parametr zohledňující ztrátu adheze na lomové ploše

Úvod

Zvyšování spolehlivosti technických objektů vede k potřebě určování jejich provozní napjatosti, deformace, případně hodnocení jejich mezních stavů již v etapě návrhu. K řešení těchto problémů se využívá výpočtového modelování. Výpočtové modelování elastomeru je poměrně náročné na experimentální a výpočtové vybavení, přesto jsou k dispozici přístupy umožňující určování napjatosti a deformace obecných elastomerových těles. V současné době není k dispozici obecný nástroj pro hodnocení mezních stavů souvisejícím s porušováním soudržnosti obecných těles.

Cíle diplomové práce:

- Seznámit se s možnostmi výpočtového modelování mechanického chování elastomeru
- Seznámit se s mechanismy porušování rozhraní mezi elastomerem a krystalickým materiálem a možnostmi modelování tohoto procesu pomocí MKP
- Provést výpočtové simulace vybraných zkoušek porušování soudržnosti pryže a oceli

1 Rešeršní analýza

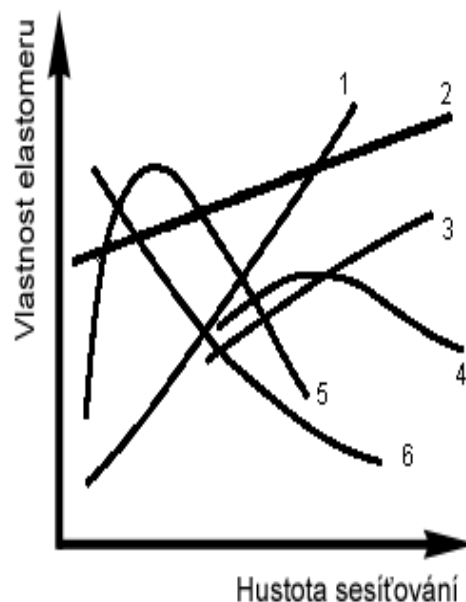
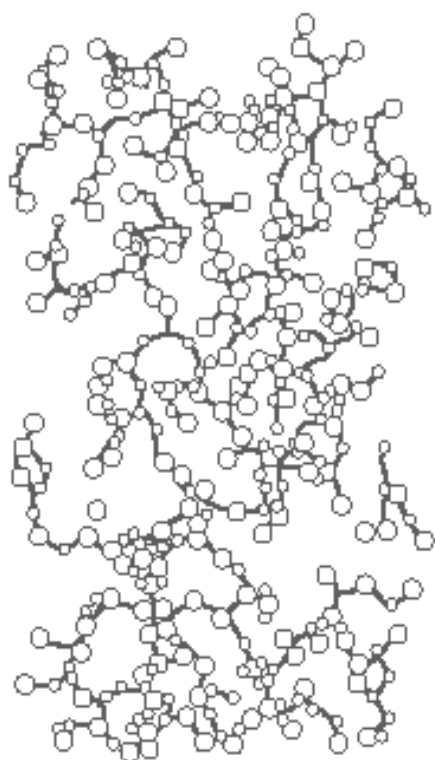
1.1 Elastomer (1)

Elastomer je materiál, který je schopen snášet velké elastické deformace, aniž by došlo k degradaci materiálu. Elastomer jsou pryže, polymer, molitan....

Pryže

Výchozí surovinou pro výrobu pryže je přírodní nebo syntetický kaučuk. Kaučuku se zamíchanými přísadami v nezvulkanizovaném stavu nazýváme gummy, které po zvulkanizování nazýváme pryže. Přísadami pryže jsou plniva, síťovací činidla, antistatická činidla,... Při působení tepla a tlaku guma zvulkanizuje. Dojde k chemickému navázání sousedních větví makromolekulárních řetězců prostřednictvím můstku. Takto vzniklá struktura má charakter prostorové sítě, proto mluvíme o sesíťovaných pryžích. Pryž je amorfní sesíťovaný polymer. Chemické složení a podmínky vulkanizace mají podstatný vliv na mechanické chování pryže. Toho se využívá při výrobě velkého množství druhů pryží

s velmi odlišnými vlastnostmi a přitom je jejich vnitřní struktura stejná. Mechanické chování je nutno vztahovat ke konkrétnímu druhu pryže. Pryž lze považovat z mechanického hlediska za izotropní materiál. Důležitým parametrem je hustota sesíťování (počet příčných můstků v jednotkovém objemu), je to hlavní parametr při určování mechanického chování pryže. Tyto vlastnosti pryže umožňují široké využití v průmyslu (pneumatiky, tlumiče vibrací, těsnění). Namáhané pryžové součásti obsahují výztuže (nitě, vlákna, destičky, ...) z jiného materiálů. Takto vzniklý kompozitní materiál s pryžovou (elastomerovou) maticí dosahuje výjimečných mechanických vlastností, které nejsou u jiných materiálů dosažitelné.

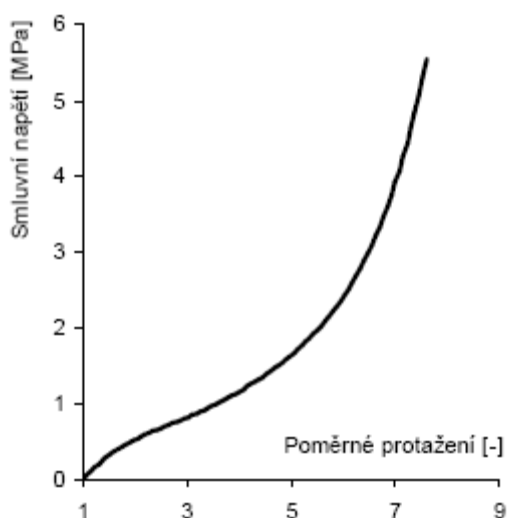


obr.1. Polymerní molekula (1)

obr.2. Schéma vnitřní struktury pryže s plnivý (1)

obr.3. Vliv hustoty sesíťování na jednotlivé vlastnosti elastomeru
1-počáteční tuhost, 2-dynamická tuhost, 3-tvrdość, 4-pevnost v tahu, 5-odolnost vůči šíření trhliny (1)

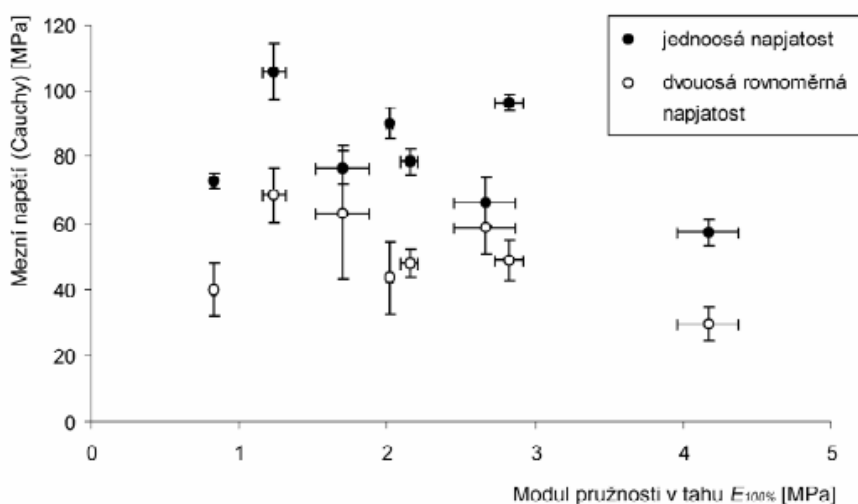
Mechanické vlastnosti elastomeru



Obr.4. Tahová zkouška (1)

Vlastností elastomeru je schopnost podstoupit velkou deformaci. Hodnota přetvoření až stovek procent a po následném odlehčení vrátit se do původního stavu. Tato deformace se označuje jako elastická. S velkým rozsahem elastické deformace je spojena nelineární podstata deformačně napěťového chování elastomeru. Typický průběh jednoosé tahové zkoušky viz obr.4. Na začátku degresivní charakter pokles modulu pružnosti, poté progresivní charakter, nárůst modulu pružnosti.

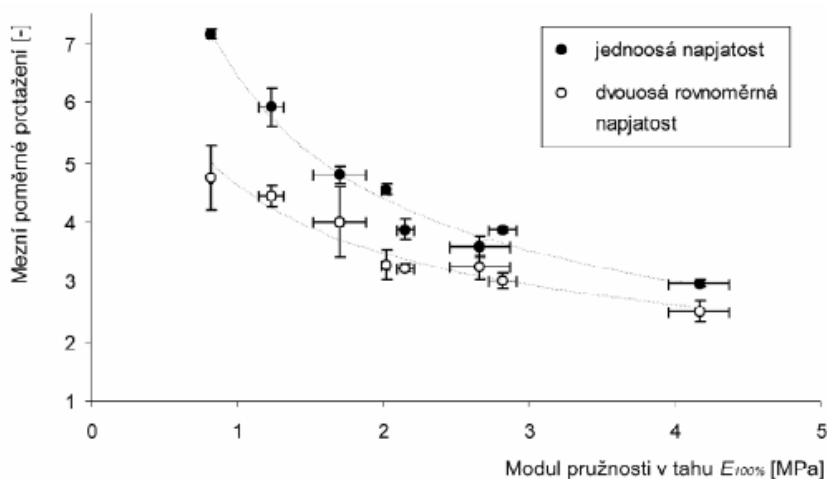
Dochází k natahování makromolekulárních řetězců a k následnému zpevnování. Někdy také ke krystalizaci elastomeru, a následný lom. Tuhost pryží se pohybuje v širokém rozmezí v závislosti na typu pryže. Modul pružnosti E dosahuje jednotek až desítek MPa. Velikost mezního napětí nezávisí na modulu pružnosti v tahu.



Hodnoty mezních napětí pro jednotlivé elastomery s různým modulem pružnosti v tahu. Chybové úsečky vyjadřují směrodatnou odchylku měření.

obr.5. (1)

Mezní poměrné protažení nezávisí na modulu pružnosti v tahu. Tyto vlastnosti souvisí s porušováním soudržnosti pryže.



Hodnoty mezních poměr. protažení pro jednotlivé elastomery s různým modulem pružnosti v tahu. Chybové úsečky vyjadřují směrodatnou odchylku měření.

v tahu. Chybové úsečky vyjadřují směrodatnou odchylku měření.

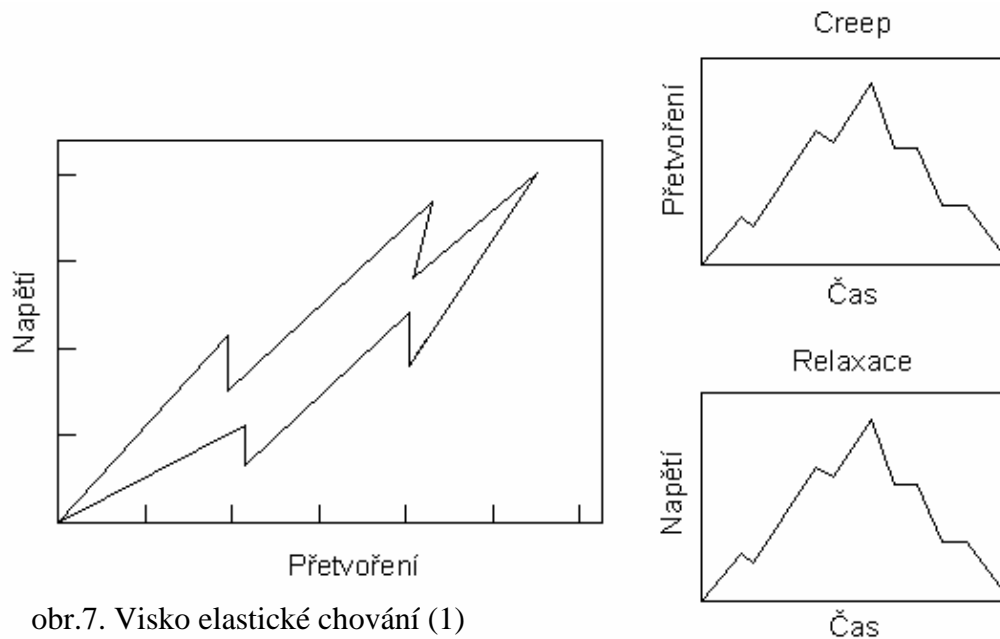
obr.6. (1)

Objemová nestlačitelnost a Poissonův poměr

Objemový modul pružnosti K dosahuje hodnot řádově stovek až tisíců MPa. U elastomeru se Poissonův poměr pohybuje v rozmezí $\mu = 0,49-0,4997$. Tyto hodnoty Poissonova poměru odpovídají téměř nestlačitelným materiálům.

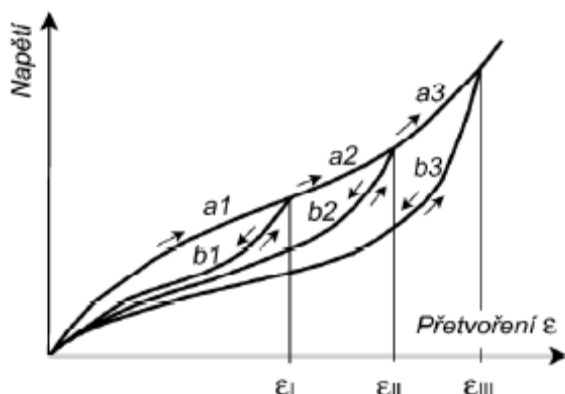
Visko-elasticita

Dominantní chování elastomeru má elastický charakter. Minoritní úlohu zde má také viskozita pryže. Typickým projevem visko-elasticity je časově závislá odezva napětí na zatížení konstantní deformací - Relaxace. Nebo časově závislá odezva deformace na zatížení konstantním napětím - Creep. Při cyklickém zatížení se fázový posuv mezi odezvou napětí a odezvou deformace nazývá hystereze. V důsledku visko-elastického chování elastomeru dochází při cyklickém zatěžování k přeměně mechanické energie na tepelnou energii. Tato vlastnost elastomeru se využívá v průmyslu jako tlumič vibrací. Může být i nežádoucí např. na bočnic pneumatik. Visko-elastický efekt je vysvětlován jako důsledek prokluzu makromolekulárních řetězců. Z tohoto důvodu dochází k přeuspořádání sítě v průběhu deformace.

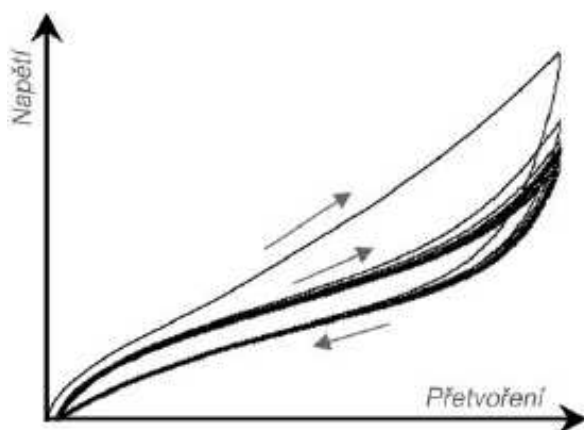


obr.7. Visko elastické chování (1)

Mullinsův jev



obr. 8. Visko-elastické chování elastomeru (1)



obr.9. Reálná odezva na cyklické zatížení s konstantní amplitudou (1)

Mechanické chování elastomeru je závislé na historii zatěžování. Elastomer je zatěžován poté, dojde k odlehčení a opětovnému zatížení. Při opakovaném zatížení elastomer vykazuje nižší tuhost, než tomu bylo ve výchozím stavu. Tento jev se nazývá „Napět'ové změkčování“ nebo častěji „Mullins effect“, viz obr. 8.

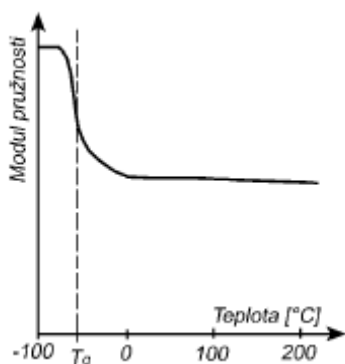
Idealizovaná odezva při cyklickém zatížení s postupně rostoucí amplitudou. (Zatěžování po a1, odlehčení po b1, zatěžování po b1 dále po a2, odlehčení po b2,...).

V případě cyklické deformace s konstantní amplitudou se deformační napět'ová charakteristika ustálí během několika cyklů (běžně do 10 cyklů). Stabilizované charakteristiky často vykazují i podstatnou trvalou deformaci.

Popisované jevy jsou vysvětlovány několika mechanizmy

- Porušení spojení makro-molekulárních řetězců s částicemi plniv
- Prokluzem konců makromolekulárních řetězců po tuhých částicích v podobě plniv
- Změnou vzájemného uspořádání jednotlivých molekulárních segmentů

Teplotní závislost, krystalizace, stárnutí



obr.10. Závislost modulu pružnosti na teplotě (1)

Vliv teploty na mechanické chování pryže souvisí s teplotou skelného přechodu T_g (-100° až -20°C). V blízkém okolí této teploty modul pružnosti výrazně klesá. S rostoucí teplotou do 100°C se modul pružnosti výrazně nemění. U elastomeru lze pozorovat při deformaci tělesa nárůst jeho tuhosti a teploty. V případě krystalických látek je tento jev nepodstatný, z důvodů odlišné vnitřní struktury materiálu. Za určitých podmínek, při velkých deformačních posuvech, při nízkých teplotách, může docházet u pryží ke krystalizaci. Při

mezním natažení makromolekulárních řetězců dochází k jejich přiblížení a shodné orientaci, vytvoří se zkrystalizovaná oblast. Krystalizace je vratná. Jevem krystalizace je vysvětlována tuhost pryží a odolnost proti šíření trhliny, kde ke krystalizaci dochází v okolí čela trhliny. Tento jev se vyskytuje u pryží, jejíž základní surovinou je přírodní kaučuk, u syntetických kaučuků tento jev nenastává. Z dlouhodobého hlediska mají na mechanické vlastnosti pryží vliv okolní prostředí (UV záření,..). Dochází k degradaci pryží. Tento proces se nazývá stárnutí. Lze ho utlumit pomocí přísad a plniv.

1.2 Výpočtové modelování mechanického chování elastomeru

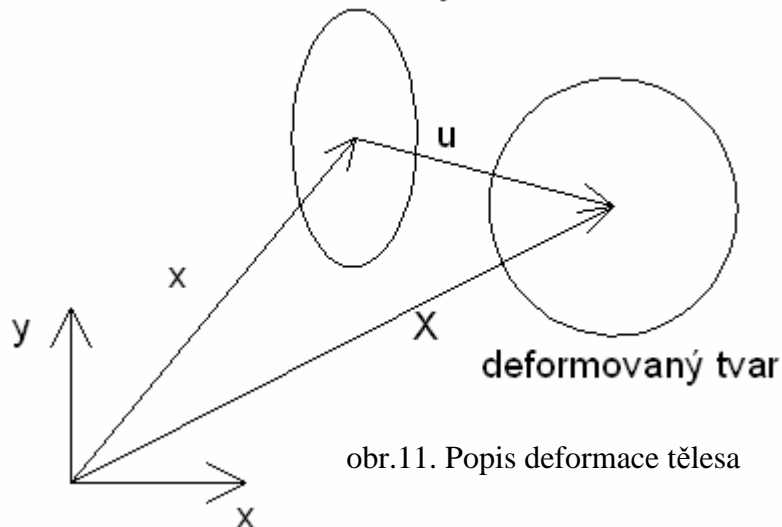
Tenzory přetvoření a napětí pro popis velkých deformací

Elastomer je hyper-elastický materiál. Hyper-elastický materiál nazýváme takový, který snese velké přetvoření s malými objemovými změnami. Je to skoro nestlačitelný materiál. Materiál nazýváme hyper-elastický, jestliže existuje hustota deformační energie, která je skalární funkcí tenzoru přetvoření. Hustota deformační energie je derivována tenzorem přetvoření, to se rovná tenzoru napětí.

K popisu velkých deformací existují dva přístupy. Lagrangeův popis popisuje kontinuum

nedeformovaný tvar

z pohledu pozorovatele .



Eulerův popis popisuje kontinuum z pohledu účastníka.

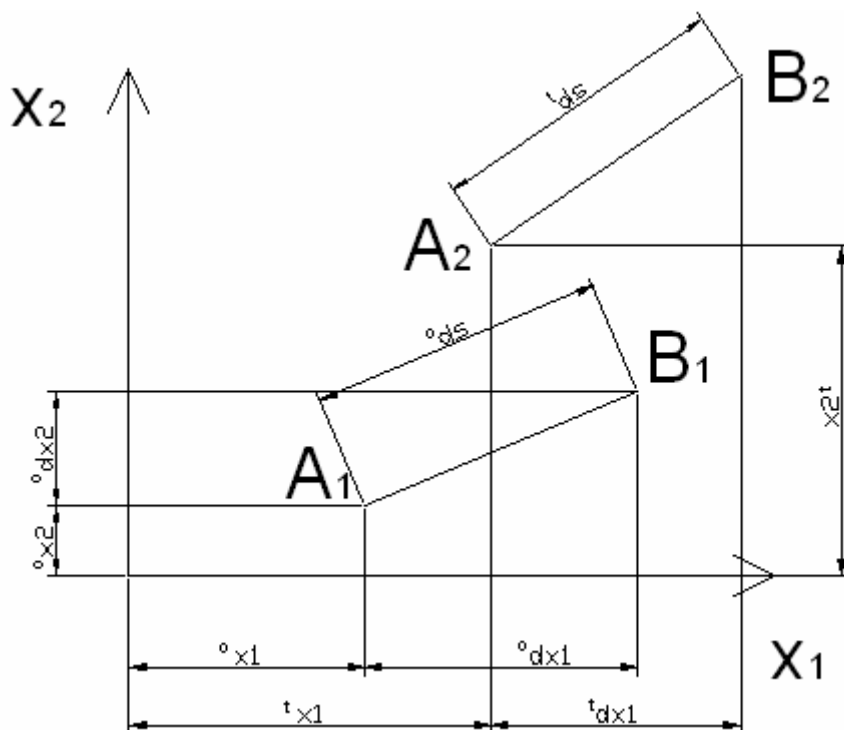
Lagrangeův popis je popsán funkcí $X_i^t = X_i^t(x_j^o, t)$ (1)

Eulerův popis je popsán funkcí $x_i^o = x_i^o(X_j^t, t)$ (2)

obr.11. Popis deformace tělesa

Langrangeův popis je typický

pro tvárné a hyper-elastické materiály. Můžeme sledovat pohyb materiálových bodů, které jsou vztaženy k počáteční geometrii v čase t_0 . Můžeme snadno popsat průběh zatěžování. To je nezbytné pro popis materiálu u mnoha typů konstitutivních modelů. Někdy se používá termín materiálový popis. Tensor přetvoření založený na Langrangeovém popisu kontinua se nazývá Green-Lagrangeův tenzor přetvoření.



obr.12. Popis pohybu bodu

Tensor přetvoření v Langragrově popisu - Green - Lagrangeův tenzor přetvoření

$$\begin{aligned}
 x_i^t &= x_i^o + u_i \quad i=1,2,3 \\
 dx_i^t &= dx_i^o + \frac{\partial u_i}{\partial x_j^o} dx_j^o = \left(\delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j^o} \right) dx_j^o \\
 d^t s^2 &= dx_i^t \cdot dx_i^t = \left(\delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j^o} \right) dx_j^o \cdot \left(\delta_{ik} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k^o} \right) dx_k^o = \left(\delta_{jk} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k^o} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j^o} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j^o} \frac{\partial u_i}{\partial x_k^o} \right) \cdot dx_j^o \cdot dx_k^o \\
 d^o s^2 &= dx_i^o \cdot dx_i^o = \delta_{ij} \cdot dx_j^o \cdot dx_k^o \\
 d^t s^2 - d^o s^2 &= \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j^o} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k^o} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k^o} \frac{\partial u_i}{\partial x_j^o} \right) \cdot dx_j^o \cdot dx_k^o = 2 \cdot {}^t E_{jk} \cdot dx_j^o \cdot dx_k^o \\
 {}^t E_{jk} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k^o} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j^o} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k^o} \frac{\partial u_i}{\partial x_j^o} \right) \tag{3}
 \end{aligned}$$

Tensor přetvoření v Eulerově popisu - Almansiho tenzor přetvoření

$$\begin{aligned}
 x_i^o &= x_i^t - u_i \quad i=1,2,3 \\
 dx_i^o &= dx_i^t - \frac{\partial u_i}{\partial x_j^t} dx_j^t = \left(\delta_{ij} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j^t} \right) dx_j^t \\
 d^o s^2 &= dx_i^o \cdot dx_i^o = \left(\delta_{ij} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j^t} \right) dx_j^t \cdot \left(\delta_{ik} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k^t} \right) dx_k^t = \left(\delta_{jk} - \frac{\partial u_j}{\partial x_k^t} - \frac{\partial u_k}{\partial x_j^t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j^t} \frac{\partial u_i}{\partial x_k^t} \right) \cdot dx_j^t \cdot dx_k^t \\
 d^t s^2 &= dx_i^t \cdot dx_i^t = \delta_{ij} \cdot dx_j^t \cdot dx_k^t \\
 d^t s^2 - d^o s^2 &= \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j^o} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k^o} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k^o} \frac{\partial u_i}{\partial x_j^o} \right) \cdot dx_j^o \cdot dx_k^o = 2 \cdot {}^t E_{jk} \cdot dx_j^t \cdot dx_k^t \\
 {}^t E_{jk} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k^o} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j^o} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k^o} \frac{\partial u_i}{\partial x_j^o} \right) \tag{4}
 \end{aligned}$$

Deformační gradient

Odvozené tenzory lze popsat pomocí deformačního gradientu. Deformační gradient popisuje objemovou změnu, rotaci a změnu tvaru deformovaného tělesa. Všechny tenzory přetvoření mají důležitou vlastnost mají objektivnost. Jsou nulové pokud pole posuvů, odpovídá přemístění tuhého tělesa. Deformační gradient tuto vlastnost nemá, při posuvech tělesa není nulový. Z tohoto důvodu nemůže být k popisu přetvoření na deformovaném tělese používán pouze deformační gradient.

$$[F] = \frac{\partial x'_i}{\partial x^o_j} = \frac{\partial X}{\partial x} = 1 - \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$[F] = \begin{vmatrix} \frac{\partial x'_1}{\partial x^o_1} & \frac{\partial x'_2}{\partial x^o_2} & \frac{\partial x'_3}{\partial x^o_3} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{\partial x'_3}{\partial x^o_3} \end{vmatrix} \quad (5)$$

Provádí se polární dekompozice deformačního gradientu

$$[F] = [R] \cdot [U]$$

$$[R] = \begin{vmatrix} 0 & \omega_{12} & -\omega_{13} \\ -\omega_{12} & 0 & \omega_{23} \\ \omega_{13} & -\omega_{23} & 0 \end{vmatrix} \quad [U] = \begin{vmatrix} \frac{l'_1}{l^o_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l'_2}{l^o_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l'_3}{l^o_3} \end{vmatrix} \quad (6)$$

Objemová změna – objemový poměr

$$\det[F] = \frac{dV}{dV_o} = J \quad (7)$$

Pomocí tenzoru poměrných protažení se dopočítá tenzor logaritmických přetvoření

$$[\varepsilon] = \ln[U] \quad (8)$$

Vyjádření Green-Lagrangeova tenzoru přetvoření pomocí deformačního gradientu

$$[{}^t E_{jk}] = \frac{1}{2} (F_{ij} \cdot F_{ik} - \delta_{jk}) \quad (9)$$

Vyjádření Cauchy-Greenova tenzoru přetvoření pomocí deformačního gradientu

$$C_{ij} = F_{ik} \cdot F_{kl} \quad (10)$$

Tenzory napětí

2. Piola-Kirchoff tenzor napětí

$$S_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}} = 2 \cdot \frac{\partial W}{\partial C_{ij}} \quad (10)$$

1. Piola-Kirchoff tenzor napětí

$$\tau_{ij} = F_{ik} \cdot S_{kl} \cdot F_{jl} \quad (11)$$

1. Piola-Kirchoff a 2. Piola-Kirchoff tenzor napětí je vztažen k původní nedeformované geometrii. 1. Piola-Kirchoff tenzor napětí není symetrický, tato vlastnost je nepříznivá pro numerický výpočet, proto se v praxi používá 2. Piola-Kirchoff.

Přepočítání 1. Piola Kirchoffova a 2. Piola Kirchoffova tenzoru napětí na skutečné (Cauchyho) tenzor napětí

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{J} \cdot \tau_{ij} = F_{ik} \cdot S_{kl} \cdot F_{jl} \quad (12)$$

Výpočet invariantů tenzorů přetvoření

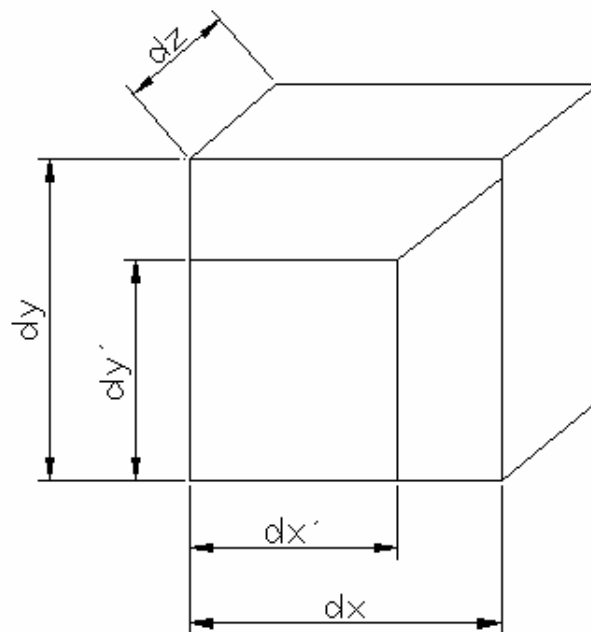
$$\det |C_{ij} - \lambda_p^2 \cdot \delta_{ij}| = 0 \text{ dostaneme charakteristickou rovnici } \lambda_p^6 - I_1 \cdot \lambda_p^4 + I_2 \cdot \lambda_p^2 - I_3 = 0 \quad (13)$$

$I_1, I_2, I_3 \dots$ jsou to invarianty Cauchyho tenzoru přetvoření

$\lambda_p \dots$ hlavní poměrné protažení

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \cdot \lambda_3^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 = J^2 \\ \lambda_1 &= \frac{dx'}{dx} = \frac{l}{l_0} \end{aligned} \quad (14)$$

J je poměrná změna objemu, nebo také třetí invariant tenzoru deformačního gradientu. Pokud je J rovno jedné, při deformaci tělesa nedochází ke změně objemu.



obr.13. Deformované těleso

Hustota deformační energie hyper-elastických materiálu

Hustota deformační energie hyper-elastických materiálu je definována, pomocí invariantů tenzorů přetvoření nebo hlavních poměrných protažení.

$$W = W(I_1, I_2, I_3) = W(I_1, I_2, J)$$

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (15)$$

Tvarové a kulové rozdělení hustoty deformační energie

Kulová (objemová) změna je popsána v hustotě deformační energie pomocí třetího invariantu deformačního gradientu J , a pomocí materiálové charakteristiky objemového modulu pružnosti. Tvarová změna je popsána v hustotě deformační energie pomocí modifikovaných invariantů tenzoru přetvoření (modifikovaných tenzorů poměrných protažení) a pomocí materiálové charakteristiky modulu pružnosti ve smyku. Rozdělení tvarové a kulové změny se provádí modifikací (redukcí) invariantu tenzoru přetvoření (tenzoru poměrných protažení).

$$W = W(\bar{I}_i, \{M\}) + W(J\{M\}) \quad (16)$$



M...materiálový parametr

Modifikované hlavní protažení

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\lambda_p}{\sqrt[3]{J}} \quad p = 1, 2, 3 \quad (17)$$

Modifikované invarianty Cauchy-Greenova tenzoru přetvoření

$$\bar{I}_p = \frac{I_p}{\sqrt[3]{J^2}} \quad p = 1, 2, 3 \quad (18)$$

Hustota deformační energie je potom definována

$$W = W(\bar{I}_1, \bar{I}_2, J) = W(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3, J) \quad (19)$$

Odvození základních rovnic MKP z principu virtuálních prací

Je-li těleso v rovnováze, pak práce vnitřních a vnějších sil na virtuálních posuvech tohoto tělesa jsou si rovny. Virtuální posuvy, myšlené nekonečně malé posuvy, které splňují geometrické okrajové podmínky

$$\int_V \sigma_{ij} \cdot \delta \varepsilon_{ij} \cdot dV = \int_V \sigma_i \cdot \delta u_i \cdot dV + \int_S p_i \cdot \delta u_i \cdot dS \quad (20)$$

kde σ_{ij} ...Caychyho tenzor napětí, ε_{ij} ...Green-Lagrange tenzor přetvoření, σ_i ...vektor vnitřních napětí tělesa, u_i ...vektor deformačních posuvů, p_i ...vektor vnějšího zatížení, V ...objem deformovaného tělesa, S ...plocha deformovaného tělesa na které působí napětí

$$\{U\} = [N] \cdot \{\Theta\} \quad (21)$$

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{\Theta\} \quad (22)$$

$$\{\sigma\} = [D] \cdot [B] \cdot \{\Theta\} \quad (23)$$

N ...matice posuvů, B ...matice přetvoření, D ...matice materiálových konstant, Θ ...vektor deformačních parametrů

Virtuální práce

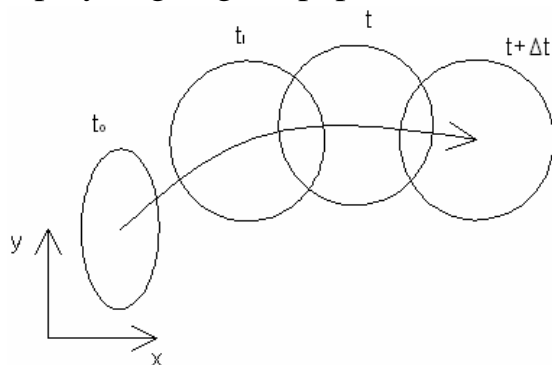
$$\delta W = \int_V \sigma_{ij} \cdot \delta \varepsilon_{ij} \cdot dV \quad (24)$$

$$\delta \{\Theta\}^T \cdot \left(\int [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dV \cdot \{\Theta\} - \int [N]^T \cdot \{o\} \cdot dV - \int [N]^T \cdot \{p\} \cdot dS \right) = 0$$

$$[K] \cdot \{\Theta\} = \{F\} \quad (25)$$

K ...matice tuhosti, Θ ...vektor deformačních parametrů, F ...vektor působících zatížení

Úplný Lagrangeův popis, Aktualizovaný Lagrangeův popis deformace



Pro určení stavu v čase $t + \Delta t$ můžeme vyjít z principů virtuálních prací.

obr.14. Popis deformace tělesa v čase

$$\int_{V^{t+\Delta t}} \left[\begin{matrix} t+\Delta t \\ \sigma_{ij} \end{matrix} \right] \cdot \delta \left[\begin{matrix} t+\Delta t \\ \epsilon_{ij} \end{matrix} \right] \cdot dV = \delta \cdot u^{t+\Delta t} \cdot F^{t+\Delta t} \quad (26)$$

Pro sestavení integrálů na levé straně bychom potřebovali znát geometrii v čase $t + \Delta t$, proto s využitím Lagrangeova popisu vztáhneme všechny veličiny k některým z předchozích známých geometrií. V praxi se používají dva přístupy.

Úplný Lagrangeův popis – veličiny jsou vztaženy k počáteční geometrii v čase t_0

$$\int_{V^0} \left[\begin{matrix} t+\Delta t \\ 0 \\ S_{ij} \end{matrix} \right] \cdot \delta \left[\begin{matrix} t+\Delta t \\ 0 \\ E_{ij} \end{matrix} \right] \cdot dV \quad (27)$$

Aktualizovaný Lagrangeův popis – veličiny jsou vztaženy ke známe geometrii v čase t

$$\int_{V^t} \left[\begin{matrix} t+\Delta t \\ t \\ S_{ij} \end{matrix} \right] \cdot \delta \left[\begin{matrix} t+\Delta t \\ t \\ E_{ij} \end{matrix} \right] \cdot dV \quad (28)$$

Tenzory napětí a přetvoření nelze mezi sebou spojovat libovolně. Můžeme spojovat jen ty, které jsou energeticky konjugované, pouze jejich součinem získáme správnou hodnotu práce vnitřních sil v tělese. Almansiho tenzor přetvoření je konjugovaný s Cauchyho tenzorem napětí. Green-Lagrangeův tenzor přetvoření je energeticky konjugovaný s Piola-Kirchoffovými tenzory napětí.

Hyper-elastické konstitutivní modely materiálu

Chování hyper-elastického materiálu je popsáno pomocí konstitutivních modelů. Odezva na deformaci hyper-elastických modelů je izotropní nebo anizotropní. Hustota deformační energie je definována pomocí invariantů tenzoru přetvoření, z tohoto důvodu jsou modely izotermické. Teplotní roztažnost materiálu je navržena izotropicky. Některé konstitutivními modely jsou založeny na mechanice vnitřní struktury elastomeru, na úrovni molekulárních řetězců. Např. Neo-Hookean, Arruda&Boyce .., Materiálové parametry v jednotlivých modelech mají jednoznačný fyzikální význam. Jiné modely byly navrženy pouze na základě makroskopického chování elastomeru. Např. Money-Rivlin, Ogden, Gent....., jsou označovány jako fenomenologické. Běžně užívané konstitutivní modely jsou formulovány ve tvaru

$$W = W(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \{M\}) \qquad W = W(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3, \{M\}) \quad (29)$$

Přehled konstitutivních modelů pro hyper elastické materiály (1)

Model Neo-Hookean

Model vychází z termodynamických principů a ze statistického přístupu k modelování vnitřní struktury elastomeru. Model není schopen postihnout závěrečnou vyztužovací fázi napěťově deformační charakteristiky. Model je věrohodný ve 20%-30% přetvoření.

$$W = \frac{G}{2}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (30)$$

G ... modul pružnosti ve smyku, \bar{I}_1 ...modifikovaný invariant tenzoru přetvoření, J ...třetí invariant tenzoru hlavních poměrných protažení, d ...parametr nestlačitelnosti materiálu

$d = \frac{2}{K}$, K ...objemový modul pružnosti v tlaku

Money-Rivlin (2)

Model není schopen popsat závěrečnou vyztužovací fázi. Použitelnost modelu je 100% přetvoření v tahu a 30% přetvoření v tlaku. Tento model může být dvou, tří, pěti , devíti parametrický.

$$W = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (31)$$

c_{10}, c_{01} ...materiálové parametry charakterizující tvarovou deformaci materiálu

d ...parametr nestlačitelnosti materiálu, modul pružnosti ve smyku $G = 2(c_{10} + c_{01})$

Arruda & Boyce

Model vychází z mikrostruktury elastomeru, jehož základní buňka obsahuje 8 makromolekulárních řetězců, proto se model označuje jako osmi-řetězcový. Tento model vystihuje závěrečnou vyztužovací fázi. Použitelnost modelu 300%.

$$W = G \left[\frac{1}{2}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{20 \cdot \lambda_L^2}(\bar{I}_1^2 - 9) + \frac{11}{1050 \cdot \lambda_L^4}(\bar{I}_1^3 - 27) + \frac{19}{7000 \cdot \lambda_L^6}(\bar{I}_1^4 - 81) + \frac{519}{673750 \cdot \lambda_L^8}(\bar{I}_1^5 - 243) \right] + \frac{1}{d} \left(\frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right) \quad (32)$$

λ_L ...limitní protažení

Limitní protažení

Je to materiálová charakteristika. Zohledňuje extrémní natažení makromolekulární řetězců. Pokud se hodnota limitního protažení blíží k nekonečnu, vztah modelu Arruda Boyce se zjednoduší na vztah modelu Neo-Hookean.

Ogden

Dnes široce využívaný model. Věrohodně postihuje i závěrečnou vyztužovací fázi elastomeru. Model je použitelný až do 700% přetvoření.

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{k=1}^N \frac{1}{d_k} (J - 1)^{2k} \quad (33)$$

N ...materiálová konstanta, d_i , α_i , μ_i ...materiálový parametr, G ...modul pružnosti ve smyku

$$G = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot \mu_i, K \dots \text{objemový modul pružnosti v tlaku}, K = \frac{2}{d_1}$$

Gent

Model má shodné vlastnosti formulačně složitějšímu modelu Arruda&Boyce. Nevychází z modelu vnitřní struktury elastomeru vztah je empirický. Vztah je jednoduchý a postihuje závěrečnou zpevňující fázi elastomeru. Použitelnost modelu je 300% přetvoření.

$$W = \frac{G \cdot J_m}{2} \ln \left(1 - \frac{\bar{I}_1 - 3}{J_m} \right)^{-1} + \frac{1}{d} \left(\frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right) \quad (34)$$

J_m ...limitní hodnota $\bar{I}_1 - 3$

Pokud parametr J_m se blíží k nekonečnu, model Gent přechází do modelu Neo-Hookean.

1.3 Porušování soudržnosti pryže na rozhraní s jinými materiály a výpočtové modelování těchto procesů (1)

Mechanismy porušování soudržnosti pryže jsou odlišné, než mechanismy porušování u krystalických kovů. U krystalických kovů vzniká v důsledku vnějšího zatížení tvárný nebo

křehký lom. U pryže je tvárný lom znemožněn strukturou materiálu. V pryžích vzniká kohezní lom. Podstata, mechanismy a vlastnosti kohezního lomu jsou zkoumány na zkouškách porušování soudržnosti pryže. K porušování soudržnosti pryže dochází nejčastěji na rozhraní, mezi pryží a krystalickým materiálem. Je rozšířeno několik standardizovaných zkoušek. Jsou to zkoušky pro hodnocení strukturální pevnosti, zkoušky pro hodnocení otěru, zkoušky pro hodnocení odolnosti vůči vzniku a růstu trhlin, zkoušky adheze (Peel test).

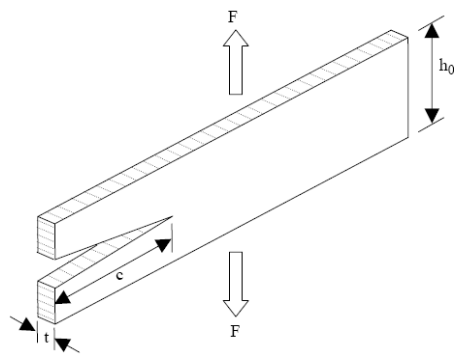
Byly pozorovány tři mechanismy porušování soudržnosti pryže v důsledku vnějšího zatížení.

- šíření trhliny – hodnocení chování makroskopické trhliny pomocí nástrojů lomové mechaniky
- dekoheze - dekohezní proces vzniká mezi částicemi plniv (SiO_2 , CaCO_3) a maticí pryže. Rozhraní mezi plnivem a maticí pryže je nejpoddajnější oblast. Tuhost rozhraní je dána chemickou vazbou, která je při zatěžování porušena. Mikro-trhlina se iniciuje na rozhraní, které vzniklo dekohezí. Dekohezní proces lze pozorovat na lomové ploše. Na povrchu této plochy se nacházejí částice plniv, které nejsou pokryté pryží. [4]
- kavitace - elastická expanze a následný růst kavity

Kavitace a dekoheze jsou dva hlavní procesy, které iniciují trhlinu.

Šíření trhliny v pryžích (7,8)

Vysoká odolnost vůči šíření trhliny v pryžích, může být způsobena krystalizací oblasti na čele trhliny. Tato kvalitativní změna vnitřní struktury způsobuje vysokou pevnost, odolnost proti šíření trhliny. Pokud nedochází ke krystalizaci pryže, trhlina se šíří stabilní rychlostí [3].



obr.15. Vzorek k měření „pure shear“ (7)

V oblasti výpočtového modelování šíření trhliny v pryžích se používají nástroje lomové mechaniky. Energetické kritérium pro růst trhliny navrhl **Griffith**. Toto kritérium je založeno na energetické bilanci.

$$-\left(\frac{1}{t}\right) \cdot \left(\frac{\partial E}{\partial c}\right)_l \geq T \quad (35) \quad c \dots \text{iniciovaná délka}$$

trhliny, t ...tloušťka vzorku, l ...konstantní délka na které nebyla konána práce, E ...hustota elastické energie. Na vzorku u čela trhliny hustota elastické energie narůstá. Jestliže E je větší

nebo rovno T ...deformační energii, trhlina roste. Deformační energii lze určit z naměřené zatěžující síly, která působí na zkušební vzorek. Následující vztah je určen k výpočtu deformační energie. $T = U \cdot h_0$. U ...hustota deformační energie, h_0 ...výška vzorku v nezatíženém stavu.

Rivlin a Thomas navrhli kritérium Griffithova typu.

$$T = -\frac{d(U_o - U_c)}{dA} = -\frac{dU}{dA} \quad (36)$$

U_o ...hustota elastické energie v nepoškozeném tělese, U_c ...hustota elastické energie v poškozeném tělese (vznikla trhlina), U ...hustota deformační energie (ztrátová), A ...plocha lomu, T ...deformační energie

GEC metoda vyhodnocuje deformační energii T , jako změnu celkové potenciální energie, často se určuje dvěma nebo více nezávislými konečnoprvkovými modely.

$$T = -\frac{dU}{dA} \quad (37)$$

EDT („energy derivative technique“) metoda je založena na stejné závislosti jako GEC. EDT je založena na vyhodnocení deformační energie T z konečnoprvkového modelu. Deformační energii můžeme určit pomocí historie zatěžování. Tato metoda je použitelná, v případech kdy závisí na cestě šířící se trhliny (velká rostoucí trhlina, která se nachází v plastické oblasti). EDT můžeme použít i v případě, kdy dochází ke tření mezi lomovými plochami.

$$T = -\frac{d(U - W)}{dA} = \frac{dW}{dA} - \frac{dU}{dA} \quad T = -\frac{dU}{dA} \quad T = \frac{dW}{dA} - \frac{dF}{dA} - \frac{dU}{dA} \quad (38)$$

$$dW = \sum P_i \cdot d\delta_i$$

dW ...práce vnějších sil, U ...hustota deformační energie, zahrnuje elastickou energii tělesa a plastickou energii, A ...lomová plocha. Vzorek je na jedné straně upnut, pokud je zatížení konstantní, pak $dW=0$. Při uvažování tření, se musí ztrátová energie odečíst z deformační energie. $dW \rightarrow dW - dF$, F ...ztrátová energie způsobená třením. $F = \sum f_j \cdot d_j$.

Dosáhne-li deformační energie T kritické hodnoty T_0 dané pryže. Trhlina roste, v opačném případě k růstu nedochází. Kritérium navržené Rivlinem a Thomasem pro pryže pracuje

s energii potřebnou k růstu trhliny. Šíření trhlín v pryžích je energeticky náročné. Kritická hodnota deformační energie T_0 je závislá na materiálu, není však závislá na geometrii vzorku. Kritická hodnota deformační energie T_0 u pryže nabývá velikosti několik jednotek až desítek kJ/m^2 . Při modelování postupného šíření trhliny tělesem je nutno určovat i směr šíření trhliny. Směr šíření trhliny je takový, který je charakterizován největší velikostí uvolňování deformační energie T . Takový přístup je pro výpočtové modelování postupného šíření trhliny poměrně výpočtově náročný. Jsou navrhovány méně numericky náročné přístupy definující směr růstu na základě směru a velikosti hlavních napětí v blízkém okolí čela trhliny.

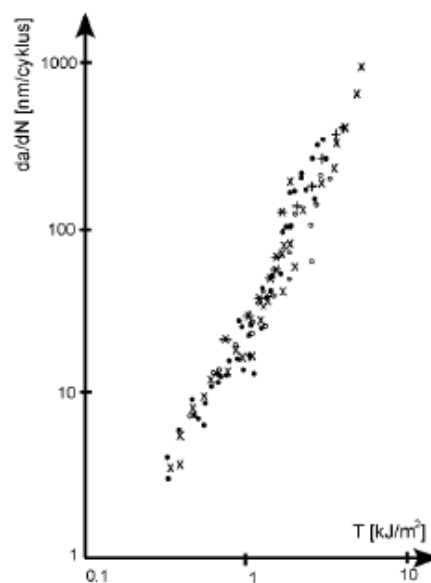
Růst trhliny při cyklickém zatížení je definován, velikostí trhliny rostoucí při opakujícím se zátěžném cyklu (dc/dn), v závislosti na deformační energii T . Musíme zde uvažovat účinek kyslíku na růst trhliny. Tento vliv na růst trhliny je malý, vzhledem k mechanickému zatížení, proto ho můžeme zanedbat. Pro mechanické zatížení platí relace.

$$\frac{dc}{dn} = A \cdot T^\alpha \quad (39)$$

A , α ...jsou konstanty. Růst trhliny v pryži, při působení cyklického zatížení, je nezávislý na geometrii zkušebního vzorku. Odezva vzorku na cyklické zatížení definuje houževnatost a únavovou pevnost pryže.

Z experimentální práce zaměřené na šíření únavového trhliny při cyklickém zatěžování vyplývá.(5)

- Únavová degradace pryže závisí na třech mechanizmech. Chemický vliv (složení pryže, krystalizaci pryže), okolní vliv (kyslík) a mechanickém zatížení (přetvoření, trojosé zatížené).

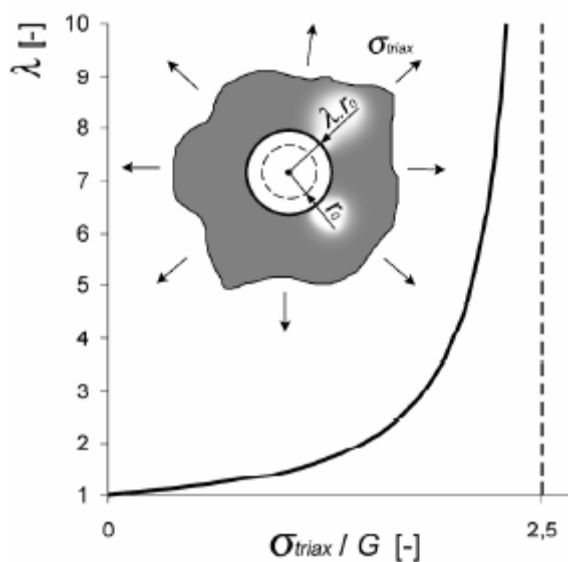


obr.16. Závislost rychlosti šíření trhliny da/dN na amplitudě rychlosti uvolňování deformační energie. (1)

- Při zatěžování středním napětím dochází, k zlepšení únavových charakteristik pryže. Z důvodu krystalizace svazků pryže, které jsou extrémně natahovány. Při minimálním tlakovém namáhání dochází k vážné degradaci pryže.
- K chemické degradaci pryže dochází prostřednictvím kyslíku ve vzduchu. Chemická degradace je významná při vysokých teplotách z důvodu zrychlené oxidační reakce.
- Místo kde dochází k lokální degradaci pryže silně souvisí se smykovým a hydrostatickým zatížením.

Proces kavitace elastomeru při hydrostatické napjatosti (1)

V pryžích jsou už od výrobního stavu přítomny vnitřní vady struktury, kavity. Při určité velikosti mechanického zatížení tělesa se začnou kavity rozpínat a růst. Tento proces je označován jako kavitace a souvisí s porušováním soudržnosti pryže. Nejpříznivější napjatost kdy dochází k růstu kavit, je hydrostatická napjatost. Bylo zjištěno že velikost hydrostatického napětí závisí na modulu pružnosti v tahu. Kavítace nezávisí na jiných parametrech odolnosti materiálu proti porušení soudržnosti materiálu. Od poloviny 20. století byl proces kavítace elastomerů vědecky zkoumán. Byly prováděny experimenty na zkušebních tělesech, které byly zatěžovány jednoosým tahem. Byla pozorována závislost



obr.17. Závislost poměrné velikosti kavity na velikosti makroskopického napětí (1)

mezi modulem pružnosti pryže a mezním napětím, při kterém začala kavítace. Získané výsledky z experimentu byly srovnány s výpočtovým hyper-elastickým modelem kavity, který byl hydrostaticky zatížen. Analytické řešení modelu je závislost mezi mezním hydrostatickým napětím σ_{triax} a poměrnou velikostí kavity λ .

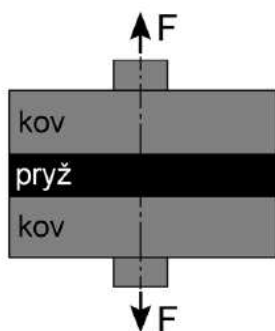
$$\sigma_{triax} = \frac{G}{2} (5 - 4 \cdot \lambda^{-1} - \lambda^{-4}) \quad (40)$$

G je počáteční modul pružnosti ve smyku. Závislost je graficky znázorněna na obr.17., kde je zřejmé, že existuje kritická hodnota mezního

napětí, při které velikost kavity nestabilně roste, nezávislá na počáteční velikosti kavity. Toto kritérium je

$$\sigma_{triax}^{\max} = 2,5 \cdot G \quad (41)$$

V reálném materiálu se kavita elasticky rozpíná, jakmile λ ...limitní protažení na povrchu kavity, dosáhne své limitní velikosti, dochází k porušování soudržnosti pryže, to umožňuje její další růst.



obr.18. Zkušební těleso
placka – používané pro
analýzu kavitace (1)

Kavitaci lze redukovat nebo vyloučit pomocí cyklického před zatížení, které nedosáhlo velikosti mezního napětí, při kterém začíná kavitace. Gent a Tompkins se zaměřili na analýzu vlivu povrchové energie na chování sférické kavity v neoHookovském materiálu. Dle jejich závěrů, povrchová energie kavity nemá podstatný vliv na chování kavity, jejíž počáteční poloměr má velikost $0,1\mu\text{m}$. U menších kavit je povrchová energie příčinou vysokého kritického hydrostatického napětí σ_{triax}^{\max} .

Proces kavitace elastomeru při obecné a rotačně symetrické napjatosti (1)

Kavitování je spojeno s hydrostatickým typem napjatosti. Při této napjatosti je kavita nejvíce náchylná k rozpínání. Pro výpočtové modelování a hodnocení porušování soudržnosti elastomeru, má hlavní význam a podstatný vliv na chování kavity deviatorová část tenzoru napětí. To nám umožňuje formulovat obecné kritéria pro popis kavitace. Těleso je makroskopicky zatíženo, neuvažujeme povrchovou energii, popisujeme chování kavity při dosažení geometrické nestability.

Pro obecnou napjatost má toto kritérium následující tvar:

$$(4 \cdot \sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}) \cdot (4 \cdot \sigma_{II} - \sigma_{III} - \sigma_I) \cdot (4 \cdot \sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II}) - 125 \cdot G^3 = 0 \quad (42)$$

$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$...hlavní složky makroskopické napjatosti, G ...modul pružnosti ve smyku. Grafické znázornění tohoto kritéria pro danou hodnotu G je plocha v Haigově-Westergaardově prostoru napětí. Přípustná oblast se nachází v prvním oktantu Haigova-

Westergaardova prostoru napětí uvnitř nekonečného trojbokého jehlanu, který je vymezen podmínkami

$$(4 \cdot \sigma_I - \sigma_{II} - \sigma_{III}) > 0 \quad (4 \cdot \sigma_{II} - \sigma_{III} - \sigma_I) > 0 \quad (4 \cdot \sigma_{III} - \sigma_I - \sigma_{II}) > 0 \quad (43)$$

Mimo oblast vymezenou těmito vztahy, ke kavitaci nedochází. Následující vztah vychází z obecného vztahu a demonstruje vliv odchylky od hydrostatické napjatosti na nestabilní chování kavity při rotačně symetrické napjatosti :

$$(\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{I,II}):$$

$$2 \left[6 \cdot \sigma_m - 5(\sigma_{III} - \sigma_{I,II}) \right]^2 \cdot \left[3 \cdot \sigma_m + 5(\sigma_{III} - \sigma_{I,II}) \right] - 3375 \cdot G^3 = 0 \quad (44)$$

σ_m ...střední napětí definována vztahem

$$\sigma_m = \sigma_{III} + 2 \cdot \sigma_{I,II} \quad (45)$$

Grafickou interpretací vztahu je křivka znázorněna na obrázku. Je zřejmé že odchylka od hydrostatického typu napjatosti zvyšuje mezní hodnotu středního napětí, při kterém se kavita stává geometricky nestabilní. Existuje oblast, kde při přetěžování nedochází ke ztrátě geometrické stability. Do

takových oblastí patří případy jednoosých a rovinných napjatostí. Pro speciální

případ hydrostatické napjatosti se obecné kritérium redukuje na kritérium.

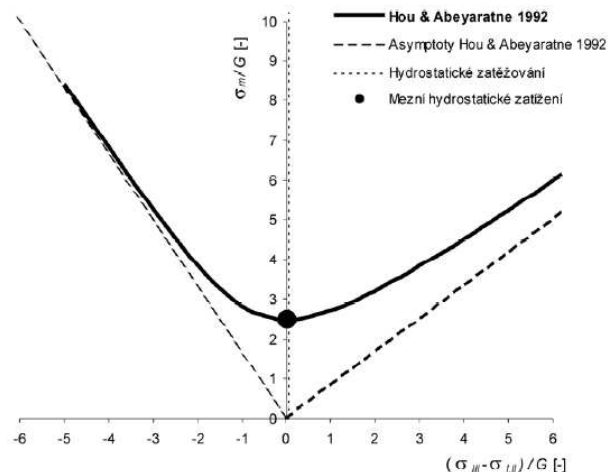
$$\sigma_{triax}^{max} = 2,5 \cdot G$$

V disertační práci [1] provedl Ing. Pavel Skácel, Ph.D. analýzu chování kavity při obecné rotačně symetrické napjatosti. Při analýze byl použit cylindrický model jednotkové buňky.

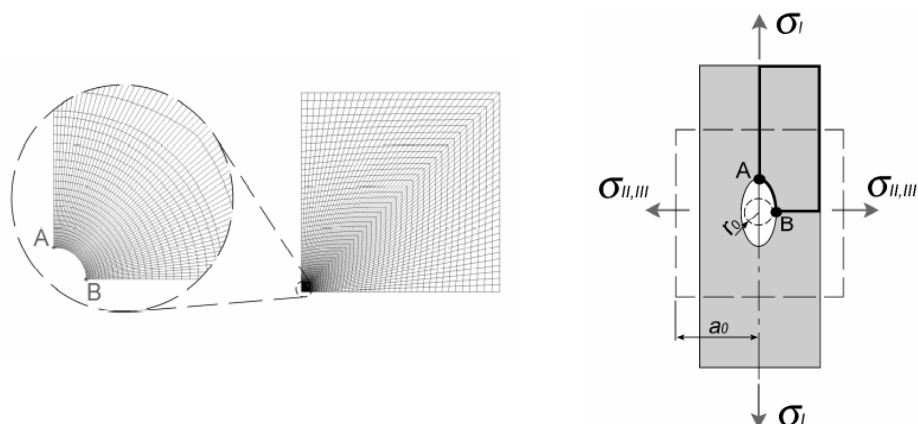
Napjatost modelové buňky je popsána vztahem

$$\sigma_{II} = \sigma_{III} = \sigma_{II,III} \geq 0 \quad \sigma_I \geq 0 \quad (46)$$

$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$...jednotlivá hlavní napětí

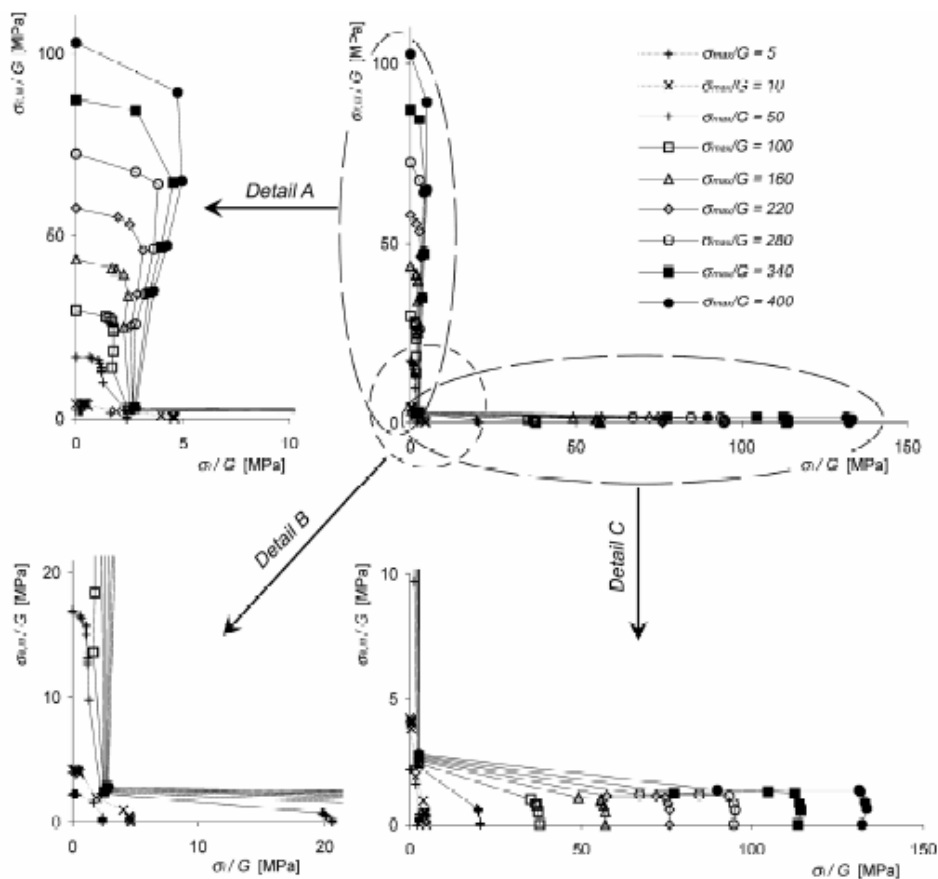


obr.19. Mezní křivka popisující makroskopické napjatosti, při kterých se kavita stává geometricky nestabilní(1)



obr.21. Konečnoprvková síť modelové kavity a Cylindrický model jednotkové buňky (1)

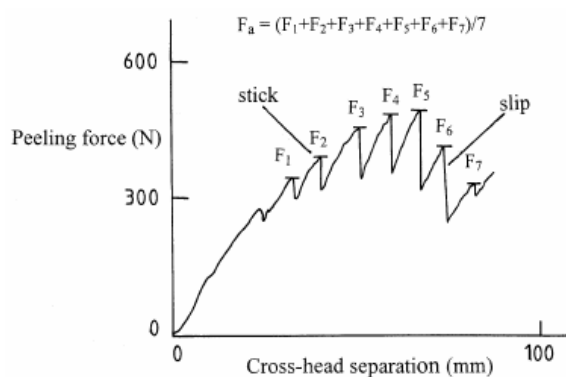
Popisovaná analýza byla zaměřena na velikost maximálního napětí v okolí kavity při obecných typech rotační symetrické napjatosti. Ze získaných výsledků vyplývá, že koncentrace napětí (σ_{\max}) v okolí kavity je vysoce citlivá na velikost minimálního hlavního napětí σ_3 , hlavně v případech kdy dosahuje velikosti 2G až 5G.



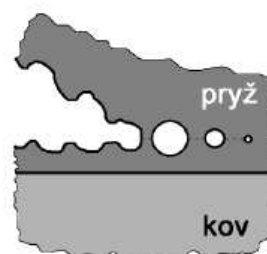
obr.22. Izolinie maximálního napětí σ_{\max} pro obecné rotačně symetrické napjatosti ($K=2500G$, $\lambda_L=5$) (1)

1.4 Konstitutivní modely kohezní zóny (1)

Elastomery jsou z různých důvodů spojovány s jinými materiály, nejčastěji s kovy. Rozhraní dvou materiálu zapříčiňuje koncentraci napětí a vytváří podmínky pro hydrostatický typ napjatosti, která způsobuje kavitaci. Kavítování tak často souvisí s porušováním soudržnosti na rozhraní. Rozhraní může obsahovat i různé vnitřní poruchy v elastomeru, z důvodu mechanismu spojení obou materiálu. Proto je porušení a lom na rozhraní složených materiálů často mezním stavem. Práce zkoumající odtrhávání pryžového pásku od podkladu (peel test) z materiálu (ocel, hliník..) dokazují že porušování soudržnosti pryže dochází uvnitř samotné pryže v blízkosti rozhraní. Charakter lomu je kohezní. Na pevném podkladu po odtrhnutí ulpívá tenká vrstva pryže o tloušťce desetin milimetru. Byla pozorována kohezní povahu lomu při různých variantách zatěžovacích podmínek (rychlost odtrhávání, směr zatížení zkušebního tělesa). Dle výsledku experimentů, při kterých byly pozorovány čela trhlin v blízkosti rozhraní pryž-kov, je proces růstu trhliny doprovázen růstem kavit. Byly pozorovány kavity na čele trhliny obklopené svazky pryže. Při monotónně zvyšujícím se zatížení, docházelo k rychlým poskokům čela trhliny. Poskoky byly střídány s fází, kdy se čelo trhliny nepohybovalo, tzv. „stick/slip“ fáze.



obr.23. Závislost trhačí síly na rychlosti hlavice (1)



obr.24. Schématické znázornění procesu kavitace v blízkosti čela trhliny na rozhraní elastomer-kov (1)

Výpočtové modelování porušování soudržnosti rozhraní, je komplikováno přítomností napěťových koncentrací na rozhraní, u elastomerů je doprovázeno velkou lokální deformací v oblasti koncentrace. K výpočtovému modelování obecných materiálových rozhraní bez apriorní trhliny, se využívá konstitutivních modelů kohezní zóny. Tento přístup spočívá v samotném modelování tenké vrstvy na rozhraní, ve které se očekává porušování

soudržnosti, kohezní zóna. Model kohezní zóny popisované oblasti zahrnuje její napěťově deformační charakteristiky. Výpočtové přístupy využívající modelů kohezní zóny lze aplikovat na modelování dekoheze různých materiálu (whisker-kov, epoxidy-hliník, keramika-kov).

Exponenciální model kohezní zóny (2)

Exponenciální model kohezní zóny je definován pomocí plošného potenciálu, který je definován

$$\Phi(\delta) = e \cdot \sigma_{\max} \cdot \bar{\delta}_n \cdot \left[1 - \left(1 + \frac{\delta_n}{\bar{\delta}_n} \right) \cdot e^{-\frac{\delta_n}{\bar{\delta}_n}} \cdot e^{-\left(\frac{\delta_t}{\bar{\delta}_t}\right)^2} \right] \quad (47)$$

e...eulerovo číslo, σ_{\max} ...maximální normálové napětí na rozhraní, δ_n, δ_t ...deformační posuvy na prvku

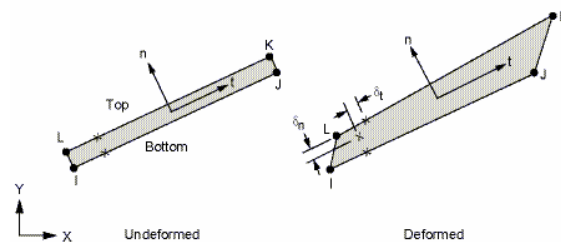
Napětí v kohezní zóně je definováno

$$T = \frac{\partial \phi(\delta)}{\partial \delta} \quad (48)$$

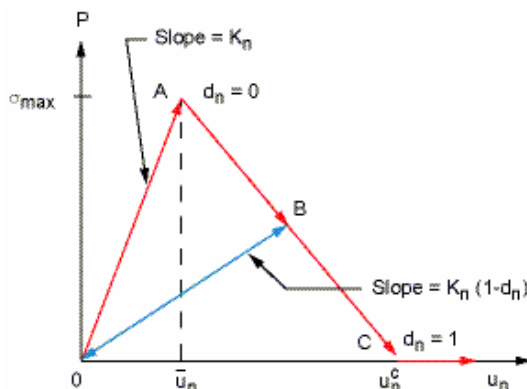
Spotřebována práce na prvku, v normálovém a smykovém směru.

$$\phi_n = e \cdot \sigma_{\max} \cdot \bar{\delta}_n \quad \phi_t = \sqrt{2} \cdot e \cdot \tau_{\max} \bar{\delta}_t \quad (49)$$

Oddělení dvou lomových ploch je prezentováno vzrůstající vzdáleností mezi základnami modelovaného prvku.



obr.25. Prvek kohezní zóny (2)



obr.26. Závislost normálového tlaku na kontaktní vzdálenosti (2)

Bilineární model kohezní zóny (2)

I mód porušování je definován vzdalováním lomových ploch, kde dominuje normálový trhací posuv oproti tečnému skluzu. Průběhy normálového tlaku a kontaktní mezera jsou definovány na obr.26 . Rozhraní je lineárně zatěžováno, poté následuje lineární napěťové změkčení. Maximální normálový kontaktní tlak

je dosažen v bodě A. Oddělovací proces začíná v bodě A, při dosažení nulového kontaktního tlaku bude oddělovací proces ukončen, v bodě C. Po tomto deformačním cyklu vznikl lom a rozhraní je odděleno. Plocha pod křivkami je definována body OAC. Plocha je rovna energii spotřebované na porušení rozhraní. Nazývá se Kritická deformační energie. Přímka OU_n definuje kontaktní mezeru, při dosažení maximálního kontaktního tlaku. Přímka AC popisuje pokles normálního tlaku při nárůstu kontaktní mezery.

I mód je definován :

$$P = K_n \cdot u_n (1 - d_n) \quad (50)$$

P ...normálový kontaktní tlak, K_n ...normálová kontaktní tuhost, u_n ...kontaktní mezeru, \bar{u}_n ...kontaktní mezeru při maximálním normálovém tlaku, u_n^c ...kontaktní mezeru kdy dochází k odtrhnutí, d_n ...trhací parametr

Trhací parametr pro I mód odtrhávání je definován :

$$d_n = \left(\frac{u_n - \bar{u}_n}{u_n} \right) \cdot \left(\frac{u_n^c}{u_n^c - \bar{u}_n} \right) \quad (51)$$

$$d_n = 0 \quad \Delta_n \leq 1 \quad 0 < d_n \leq 1 \quad \Delta_n > 1$$

$$\Delta_n = \frac{u_n}{\bar{u}_n}$$

Normálová kritická deformační energie :

$$G_{cn} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{\max} \cdot u_n^c \quad (52) \quad \sigma_{\max} \dots \text{maximální normálové napětí na rozhraní}$$

Pro I mód odtrhávání je tečný kontaktní tlak a tečné skluz definován :

$$\tau_t = K_t \cdot u_t (1 - d_t) \quad (53) \quad \tau_t \dots \text{tečný kontaktní tlak, } K_t \dots \text{tečná kontaktní}$$

tuhost, u_t ...tečná kluzná vzdálenost

II mód odtrhávání je degradační proces, kde dominuje tečný skluz oproti normálovému odtrhovacímu posuvu.

II mód je definován :

$$\tau_t = K_t \cdot u_t (1 - d_t) \quad (54)$$

d_t ...trhací parametr

$$d_t = \left(\frac{u_t - \bar{u}_t}{u_t} \right) \cdot \left(\frac{u_t^c}{u_t^c - \bar{u}_t} \right) \quad (55)$$

Tečná složka kontaktního tlaku :

$$\tau_y = K_t \cdot u_y (1 - d_t) \quad (56)$$

Deformační energie v tečném směru

$$G_{ct} = \frac{1}{2} \tau_{\max} \cdot u_t^c \quad (57)$$

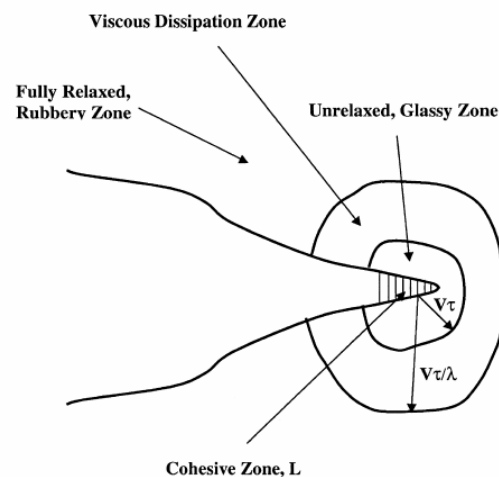
Normálový kontaktní tlak a kontaktní mezera je definována

$$P = K_n \cdot u_n (1 - d_t) \quad (58)$$

U tohoto konstitutivního modelu kohezní zóny může být oddělovací proces realizován složeným módem, kde oddělovací proces závisí na normálovém a tečném (skluzovém) posuvu rovnocenně.

Kohezní zóna popsána pomocí visko-elastického modelu (9)

Deformačně napěťové chování pryží v rozmezí teplotního pole, které se nachází nad teplotou skelného přechodu, můžeme popsat pomocí visko-elastické teorie mechaniky. Williams, Knauss, Schapery navrhli několik kritérií pro makroskopický růst trhliny v lineárním elastickém kontinuu. Jsou založeny na přítomnosti kohezní zóny v blízkosti čela trhliny. Je to oblast reprezentována degradací materiálu a růstem mikrotrhlin. Existují dvě principiálně možná kritéria k popisu trhliny. Kritérium založené na konečném otevření trhliny a kritérium založené na kritické deformační energii,



obr.27. Zóny ovlivněné růstem trhliny ve viskózních materiálech, V ..rychlost trhliny, τ ...relaxační doba (9)

kteřá podporuje růst trhliny v makroskopickém visko-elastickém kontinuu. Energeticky založená kritéria byla navržena a teorie je aplikovatelná na konstantní a proměnnou rychlost růstu trhliny. Bylo pozorováno, že napětí na čele trhliny v kohezní zóně, může být časově závislé. V dalších pracích zaměřených na visko-elastické lomy, byly použity nelineární visko-elastické modely pro popis kohezní zóny. Byly popsány zóny v blízkosti čela trhliny v jemně sesíťovaných visko-elastických látkách. Pak byl proveden návrh „visko-elastické trumpety“, která reprezentuje různé zóny v okolí růstu čela trhliny. Na obrázku jsou tři zóny popisující visko-elastickou trumpetu. 1-ovlivněná (skelná) zóna charakterizovaná malým časovým modulem G_0 , 2-obklopující viskózní zóna, která přispívá k objemové disipaci v materiálu, 3-vnější zóna, která není ovlivněna, charakterizována velkým časovým modulem G_{00} . Pro růst trhliny ve visko-elastickém kontinuu, bylo dokázáno že potřebné zatížení pro růst trhliny je srovnatelné s deformační energií. Velikost viskózní disipativní zóny, a také objem materiálu ve viskózní disipativní zóně narůstá, se vzrůstající rychlostí šíření trhliny. Deformační energie vzrůstá s rychlostí pohybu čela trhliny. Zahnutí kohezní zóny přineslo určení směru růstu trhliny v reálném vzorku. Při malé rychlosti růstu trhliny může být skelná a viskózní zóna poměrně malá oproti kohezní zóně. Kohezní zóna nezávisí na ostroti a tvaru trhliny. Kohezní modely používáme k popisu lomové mechaniky ve visko-elastických materiálech. Tuhost rozhraní je definována :

$$\Gamma = \Gamma_0 \cdot [1 + f \cdot (a_T \cdot v, T_r)] \quad (59)$$

kde Γ_0 ...lomová energie, a_T ...je WTF funkce elastomeru, T_r ...referenční teplota, $a_T \cdot v$...rychlost trhání pryžového pásku, $f(a_T v, T_r)$...funkce reprezentující nevratnou viskózní energii disipovanou v rameni pásku pryže.

Model kohezní zóny pro izotropický, nestlačitelný materiál (vzorec pro malé přetvoření a malé rotace) :

$$\sigma(t) = \sigma_0(t) + \int_0^t \left(\frac{\dot{G}(t')}{G_0} S_0(t-t') + I \frac{\dot{K}(t')}{K_0} p_0(t-t') \right) dt' \quad (60)$$

kde t ...čas, G_0 ...modul pružnosti ve smyku, K_0 ...objemový modul pružnosti, S_0 ...deviátorové složky, p_0 ...hydrostatické složky, σ_0 ...skutečné napětí, I ...druhý tenzor identity

Konstitutivní model kohezní zóny zahrnující parametr poškození (10)

Experimenty dokázaly že oddělovací proces rozhraní probíhá pomocí svazků pryže. Byl navržena teorie založena na tuhosti rozhraní a oddělovací mezeře.

$$\vec{T} = \bar{f}(\bar{\Delta}), \quad \vec{T} = T \cdot \vec{e}, \quad \bar{\Delta} = \Delta \cdot \vec{e}, \quad \|\vec{e}\| = 1 \quad (61)$$

T...napětí na rozhraní, Δ...velikost rozevření

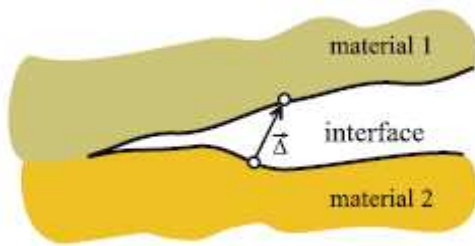
Velikost rozevření se počítá mezi dvěma body, které byly před porušením rozhraní shodné.

Kohezní model je založený na formulaci velkých deformací.

Otvírající napětí je definováno :

$$T = \frac{\Theta}{\delta} \left(\frac{\Delta}{\delta} \right) \exp\left(-\frac{\Delta}{\delta}\right) \exp\left(\alpha \frac{d}{2}\right) \quad (62)$$

kde Θ...práce na vytvoření trhliny, δ...charakteristická délka rozevření, α...parametr zohledňující smíšený mód, d...vzdálenost charakterizující otevřený mód

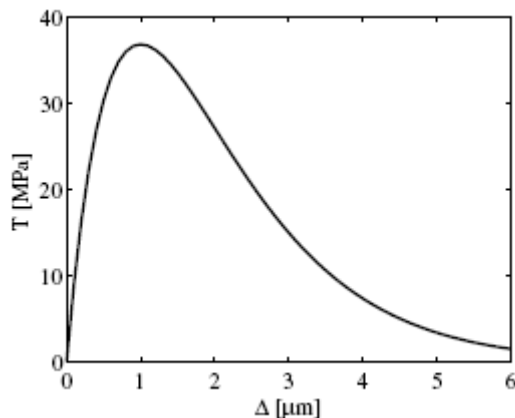


Maximální napětí je dosaženo $T_{\max} = \Theta / (\exp(1) \cdot \delta)$

Otevřený mód kohezní zóny je definován pomocí parametru d

$$d = \|\vec{d}_1 - \vec{d}_2\| \quad (63)$$

obr.28. Rozhraní materiálu kov-pryž (10)



V rovinné úloze parametry \vec{d}_1, \vec{d}_2 znamenají průmět normál lomových ploch do směru kolmých na $\vec{\Delta}$.

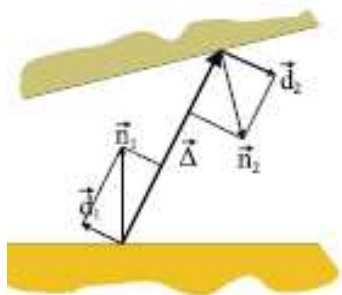
Kohezní model obsahuje člen, který popisuje ztrátu adheze na lomové ploše. $\omega(\bar{\epsilon}_p)$ hodnota parametru se získává experimentem

$$\phi(\bar{\epsilon}_p) = (1 - \omega(\bar{\epsilon}_p)) \phi_o \quad (64)$$

obr.29. Model kohezní zóny (10)

kde $\bar{\epsilon}_p$...parametr popisující plastickou

deformaci, $\omega(\bar{\epsilon}_p)$...parametr zohledňující ztrátu adheze na lomové ploše, $\phi(\bar{\epsilon}_p)$...trhací práce, ϕ_o ...trhací práce bez parametru popisující plastickou deformaci



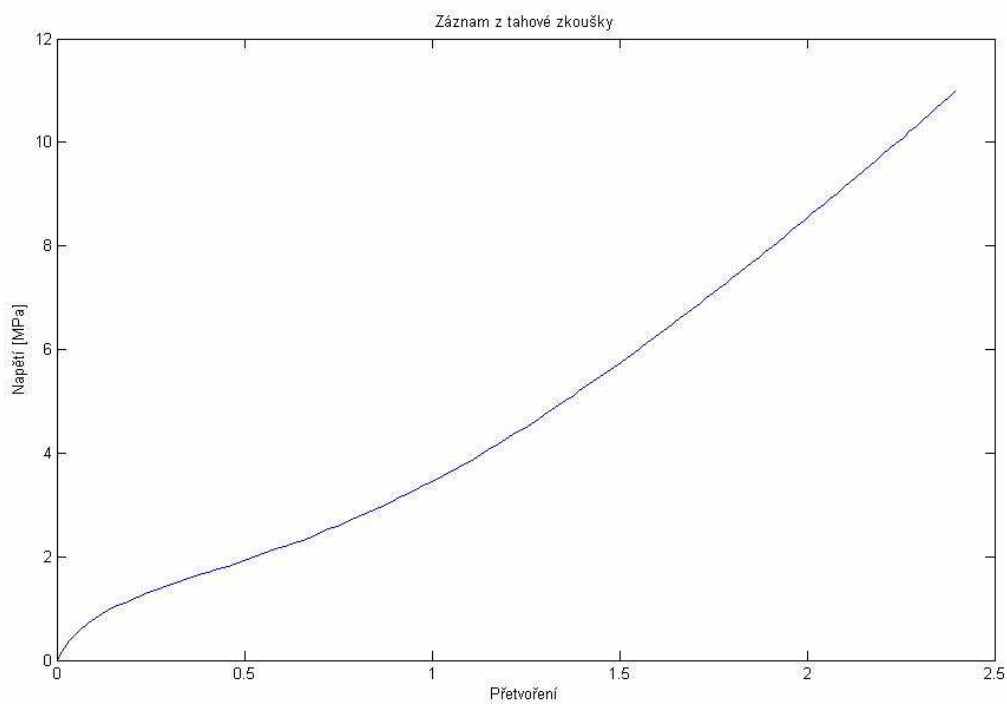
Napětí na rozhraní je definováno

$$T = \frac{(1 - \omega(\bar{\varepsilon}_p)) \cdot \phi_o \left(\frac{\Delta}{\delta} \right) \exp\left(-\frac{\Delta}{\delta}\right) \exp\left(\alpha \cdot \frac{d}{2}\right)}{\delta} \quad (65)$$

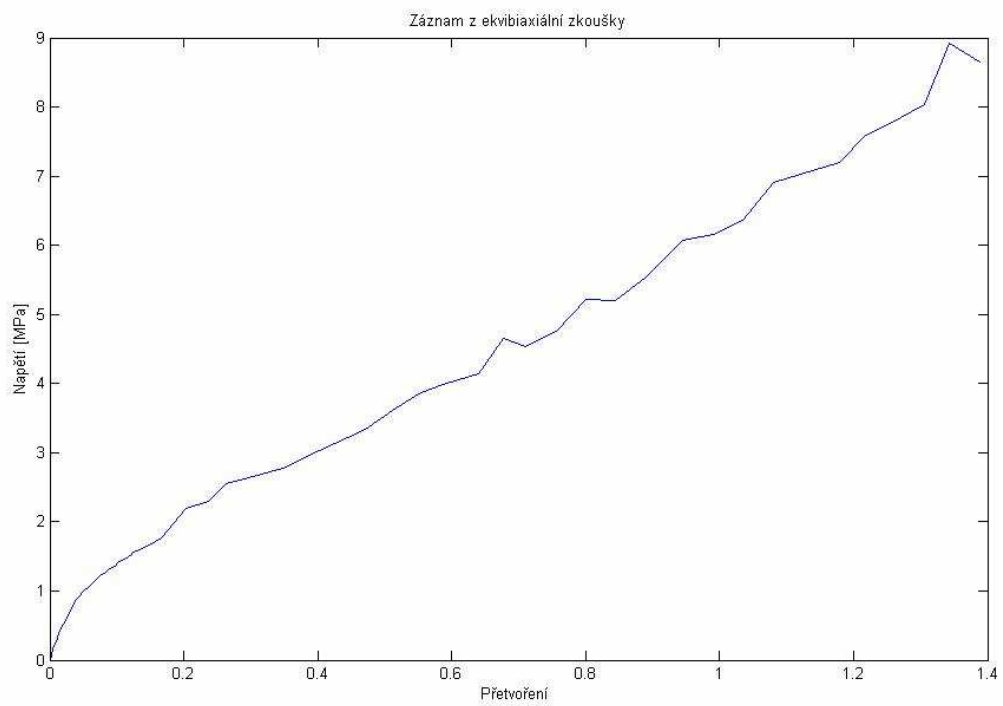
obr.30. Popis rozhraní kov-pryž (10)

2 Výpočtová simulace vybraných zkoušek elastomeru

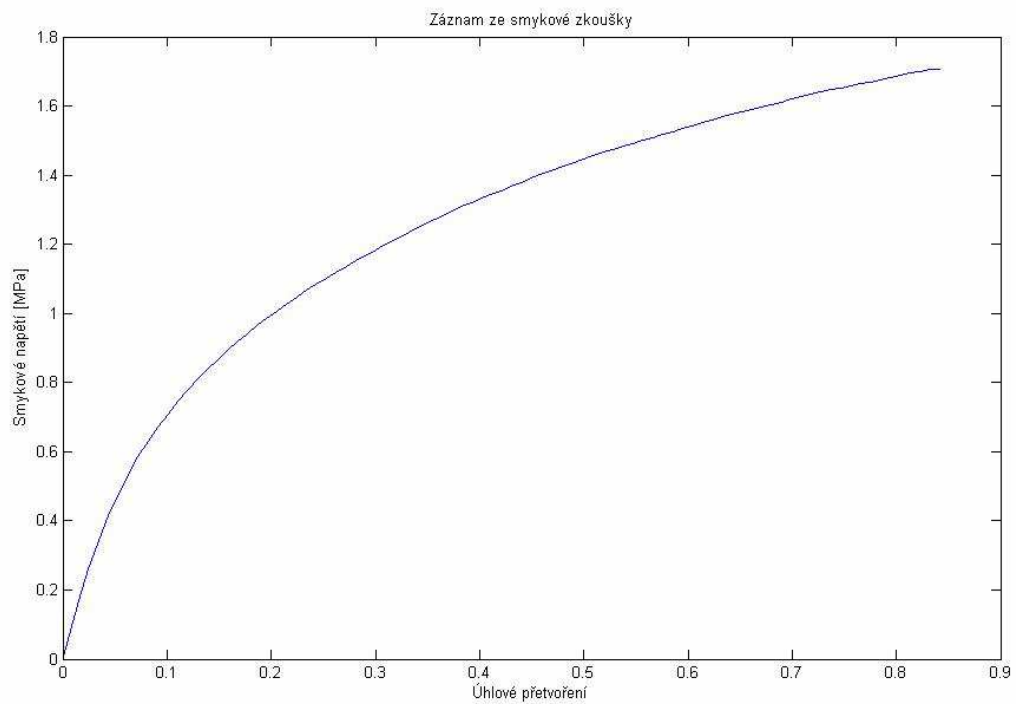
Mechanické zkoušky pryže, která slouží k těsnění vzduchotechniky.



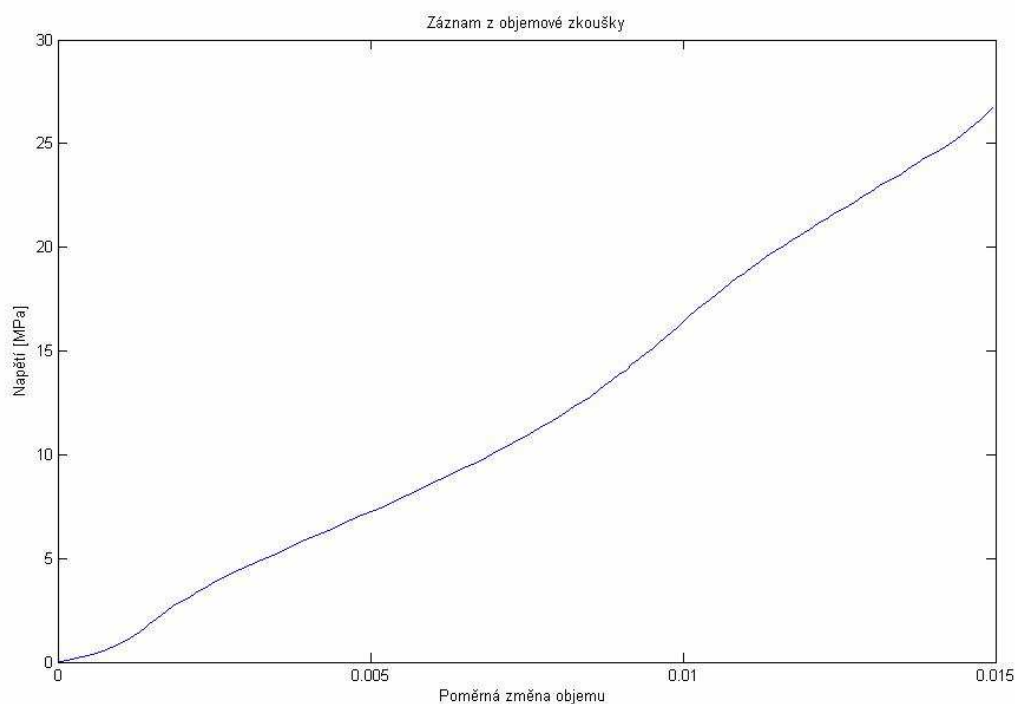
obr.31. Záznam z tahové zkoušky



obr.32. Záznam z ekvibiaxiální zkoušky



obr.33. Záznam ze smykové zkoušky



obr.34. Záznam z objemové zkoušky

2.1 Tahová zkouška

Tahová zkouška byla modelována při rovinné napjatosti, jako rovinná úloha. Rozměr vzorku byl zvolen 100x100mm. Při modelování byl použit prvek Plane 182. Simulace proběhla při konstantní teplotě. Vzorek byl na jedné straně vetknut, a na druhé straně zatěžován posuvem o velikosti 250mm. Byly použity konstitutivní modely Money-Rivlin tří parametrický a konstitutivní modle Arruda &Boyce.

Konstitutivní model Money-Rivlin tří parametrický

$$W = c_{10} \cdot (\bar{I}_1 - 3) + c_{01} \cdot (\bar{I}_2 - 3) + c_{11} \cdot (\bar{I}_1 - 3) \cdot (\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d} \cdot (J - 1)^2$$

Konstitutivní modle Arruda &Boyce

$$W = G \left[\frac{1}{2}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{20 \cdot \lambda_L^2}(\bar{I}_1^2 - 9) + \frac{11}{1050 \cdot \lambda_L^4}(\bar{I}_1^3 - 27) + \frac{19}{7000 \cdot \lambda_L^6}(\bar{I}_1^4 - 81) + \frac{519}{673750 \cdot \lambda_L^8}(\bar{I}_1^5 - 243) \right] + \frac{1}{d} \left(\frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right)$$

Parametry modelu Money-Rivlin (3) zadané do softwaru Ansys

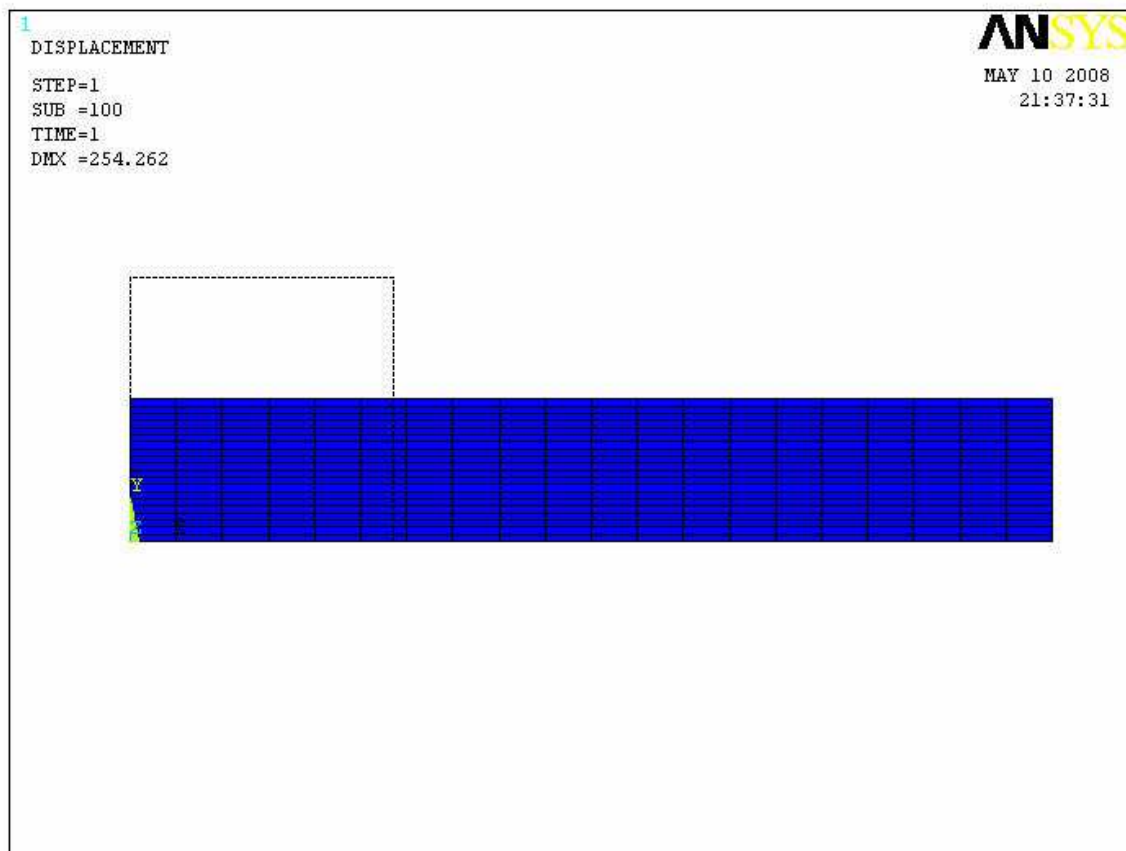
$$C10 = 1.136636, C01 = 0,097383, C11 = 0,002178, d = 0,001538MPa^{-1}$$

Reziduální chyba modelu 23,19

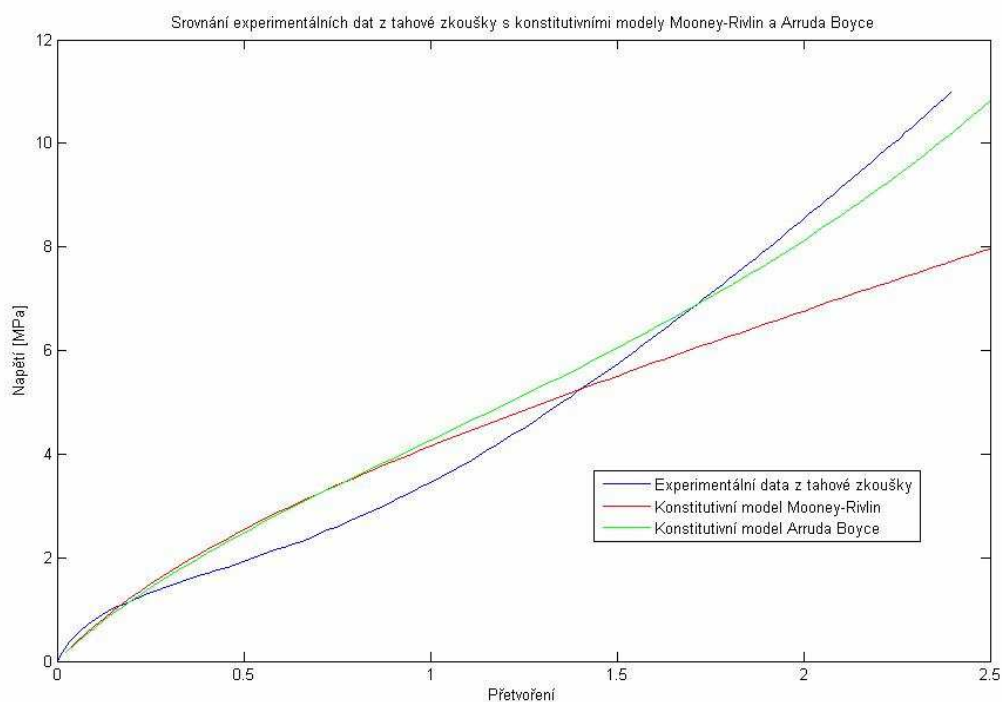
Parametry modelu Arruda Boyce zadané do softwaru Ansys

$$G = 2,155974MPa, \lambda_1 = 3,013056, d = 0,001542MPa^{-1}$$

Reziduální chyba modelu 23,22



obr.35. Deformovaný tvar zkušebního vzorku při tahové zkoušce

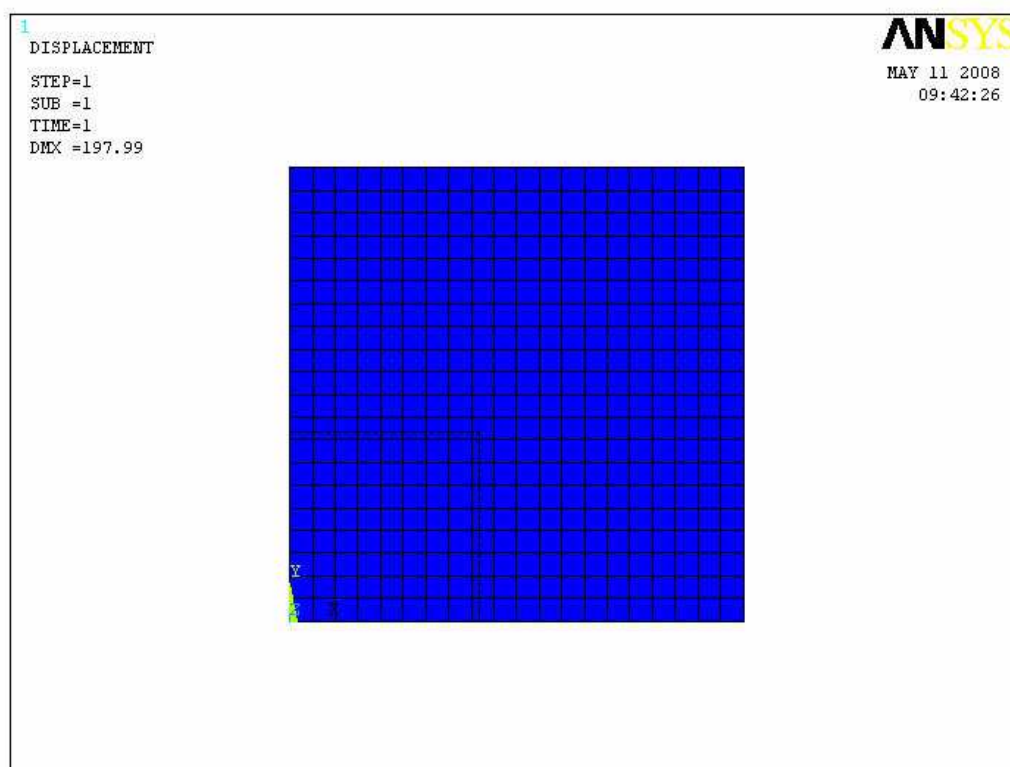


obr.36. Srovnání experimentálních dat s konstitutivními modely

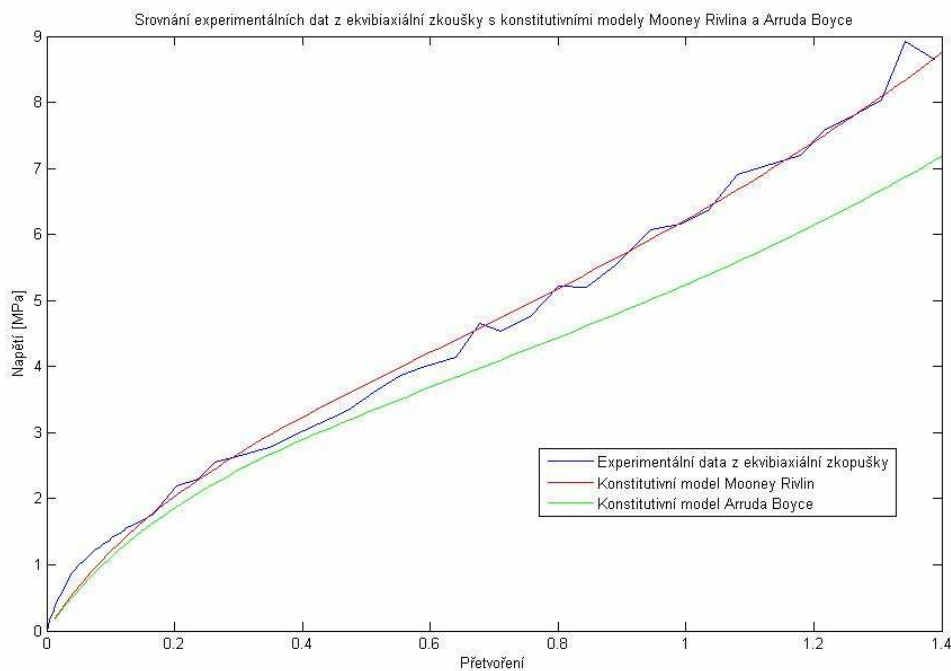
Z uvedeného grafů vyplývá, že použitý model Arruda Boyce přesněji aproximuje tahovou zkoušku oproti modelu Money – Rivlin.

2.2 Ekvibiaxiální zkouška

Konstitutivní modely a parametry modelů zůstávají stejné jako při tahové zkoušce. Simulace byla provedena v rovinné úloze, při rovinné napjatosti a konstantní teplotě. Při modelování byl použit prvek Plane 182. Rozměr vzorku 100x100mm. Vzorek byl na dvou stranách vetknut, protější strany byly zatěžovány stejnými posuvy o velikosti 140mm.



obr.37. Deformovaný tvar při ekvibiaxiální zkoušce

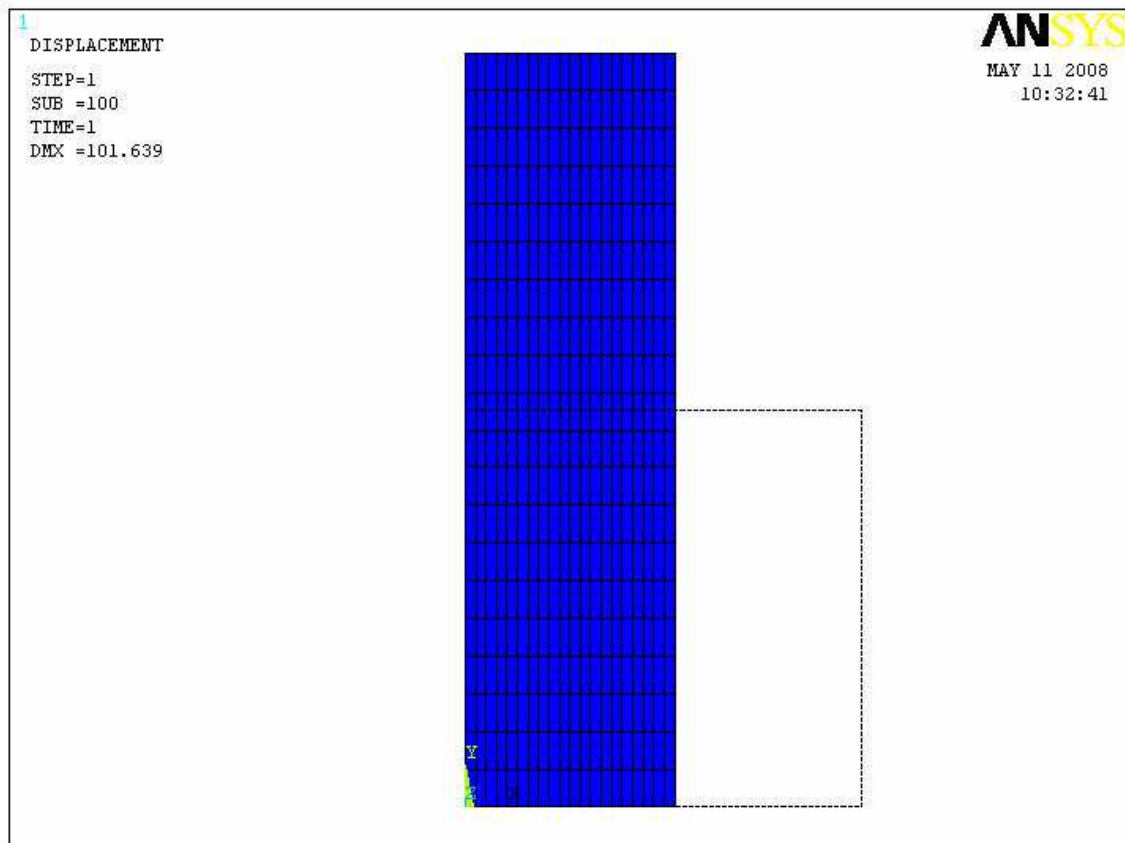


obr.38. Srovnání experimentálních dat s konstitutivními modely

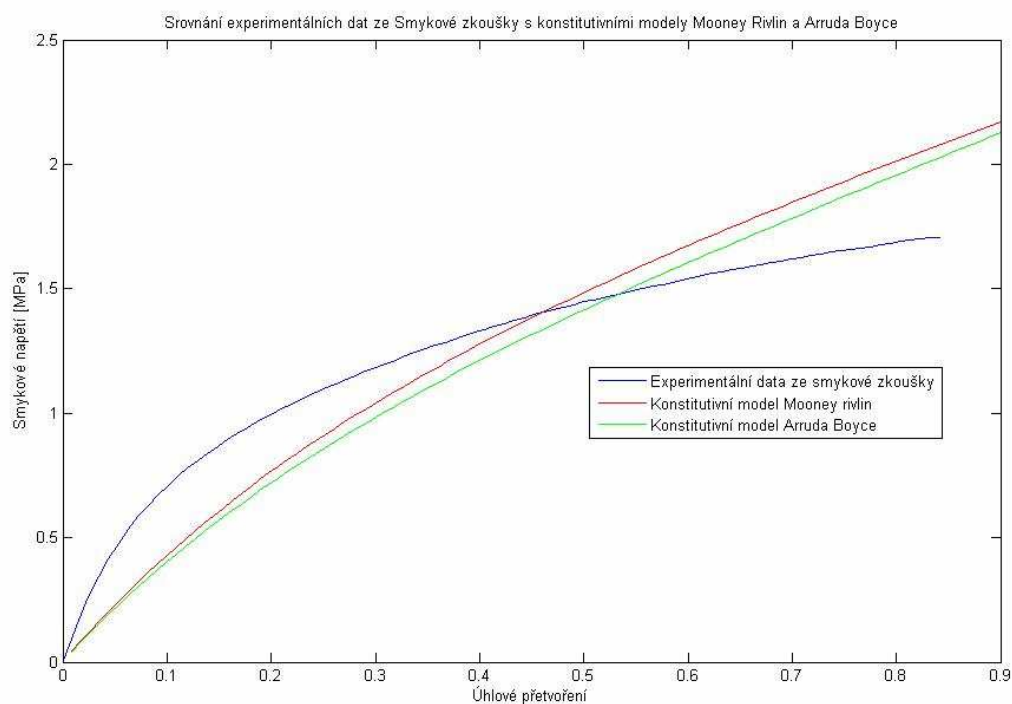
Z uvedeného grafu vyplývá, že konstitutivní model Money Rivlin lépe aproximuje ekvibiaxiální zkoušku oproti konstitutivnímu modelu Arruda Boyce.

2.3 Smyková zkouška

Konstitutivní modely a parametry modelů zůstávají stejné jako při tahové zkoušce. Simulace byla provedena v rovinné úloze, při rovinné deformaci a konstantní teplotě. Při modelování byl použit prvek Plane 182. Rozměr vzorku 100x100mm. Vzorek byl na jedné straně vetknut a na druhé straně zatěžován posuvem o velikosti 90mm.



obr.39. Deformovaný tvar při smykové zkoušce

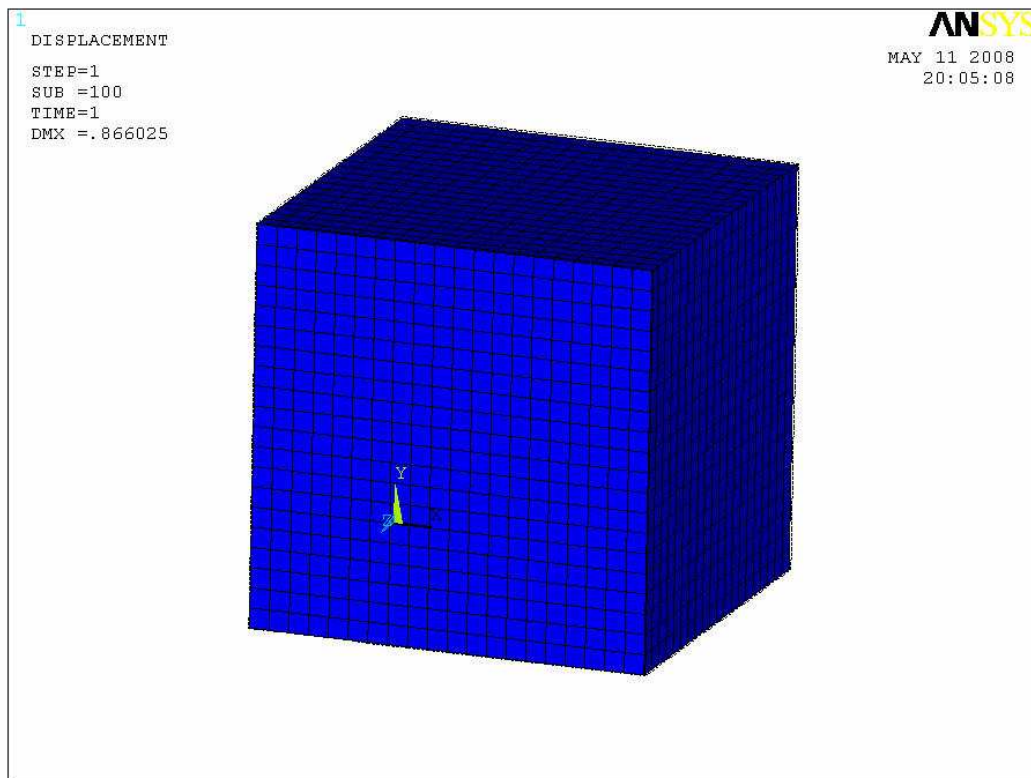


obr.40. Srovnání experimentálních dat s konstitutivními modely

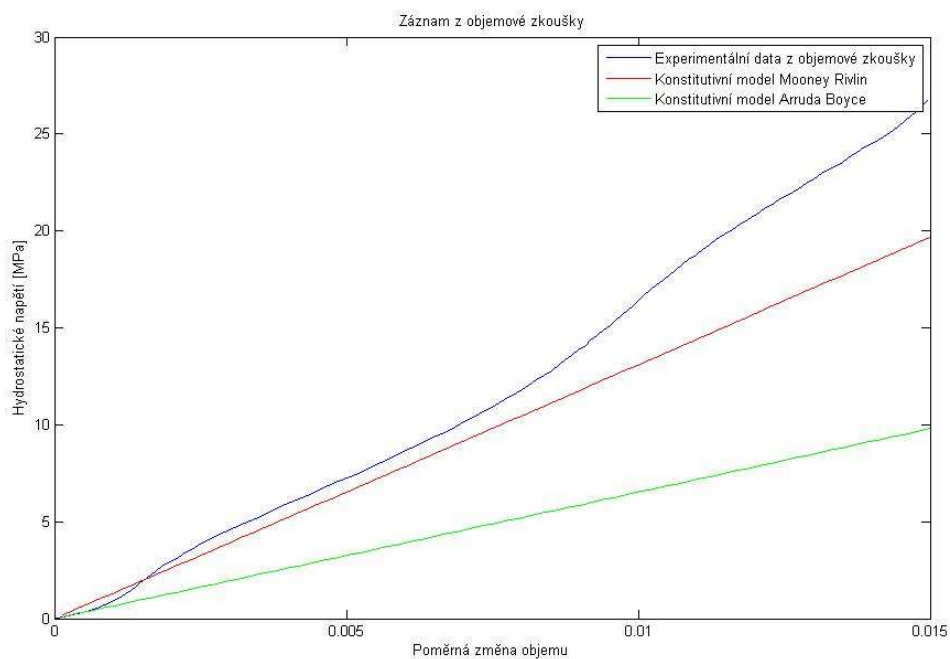
Z uvedeného grafu vyplývá, že aproximace smykové zkoušky je srovnatelná pro oba modely.

2.4 Objemová zkouška

Konstitutivní modely a parametry modelů zůstávají stejné jako při tahové zkoušce. Simulace byla provedena v prostorové úloze, při konstantní teplotě. Při modelování byl použit prvek Solid 185. Vzorek má tvar krychle o rozměrech 100x100x100mm. Na třech stranách krychle bylo zabráněno posuvu v jednom směru, protější strany byly zatíženy záporným posuvem o velikosti 0,5mm.



obr.41. Deformovaný tvar při objemové zkoušce



obr.42. Srovnání experimentálních dat s konstitutivními modely

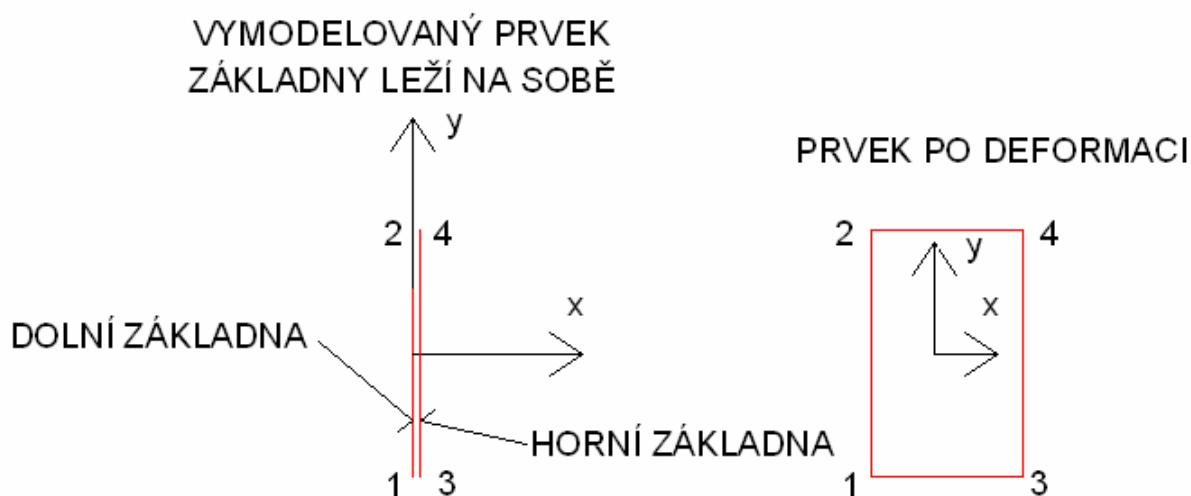
Z uvedeného grafu vyplývá, že model Money Rivlin lépe aproximuje objemovou zkoušku, oproti modelu Artura Boyce.

2.5 Modelování kohezní zóny v softwaru ANSYS

Kohezní zóna je modelovaná v softwaru ANSYS pomocí kohezního prvku INTER202. Inter202 je rovinný prvek, má 4 uzly. Je to lineární prvek určený k popisu rozhraní mezi dvěma materiály, kohezní zóny. Při vytváření modelu je spojován s lineárním strukturálním prvkem Plane 42, (Plane 182). Inter202 simuluje rozhraní dvou materiálů a oddělovací proces rozhraní. Oddělení dvou ploch lomu je prezentováno vzrůstající vzdáleností mezi uzly, které byly před zatěžováním modelovány na sobě. Prvek je možné použít v rovinné napjatosti, rovinné deformaci, nebo jako axi-symetrický prvek. Prvek je definován čtyřmi uzly, které mají dva stupně volnosti. Posuv ve směru X a Y. Tento prvek nepodporuje funkci počáteční předpětí a nemůže být zatěžován tlakem. Prvek používá lokální souřadný systém. Je vhodný pouze pro statickou analýzu.

Prvek vykresluje veličiny v lokálním souřadném systému :

- deformační posuv ve směru osy X (SDX), deformační posuv ve směru osy Y (SDXY)
- napětí na prvku ve směru osy X (SSX), napětí na prvku ve směru osy Y (SXY)



obr.43. Modelování prvku Inter202

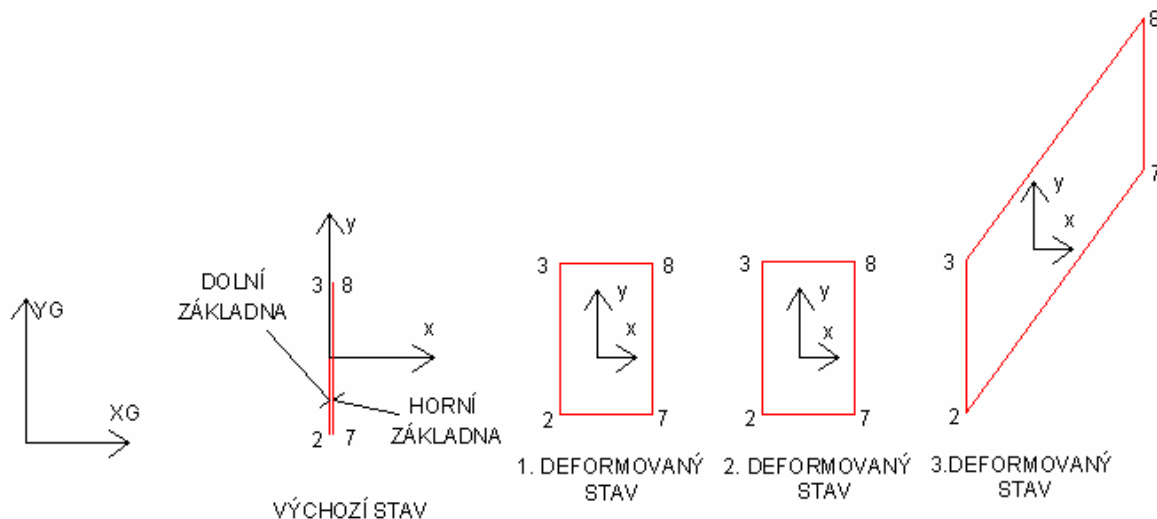
2.5.1 Testování lokálního souřadného systému prvku Inter202

První příklad zatěžování

Jsou-li základny rovnoběžné s osou globálního souřadnicového systému, jsou směry lokálního souřadnicového systému prvku shodné se směry globálního souřadnicového systému. Prvek je deformován zadaným deformačním posuvem, který je zadán do uzlů horní základny.

V tomto příkladě zatěžování, jsou základny rovnoběžné a nedochází k deformaci základen. Zadané deformační posuvy UX, UY v globálním souřadném systému se shodují s výslednými hodnotami deformačních posuvů SDX, SDXY v lokálním souřadném systému prvku. Pokud dochází k posunu prvku, lokální souřadní systém se pohybuje s prvkem. Tyto případy modelování dokazují, že lokální souřadní systém je definován při modelování prvku.

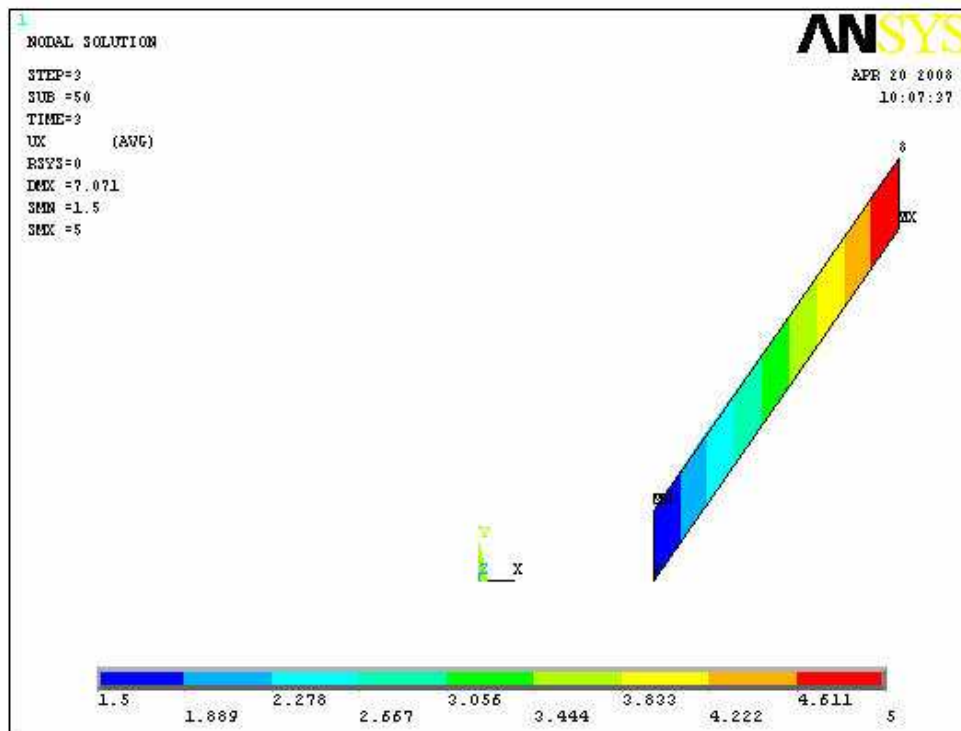
Průběh zatěžování.



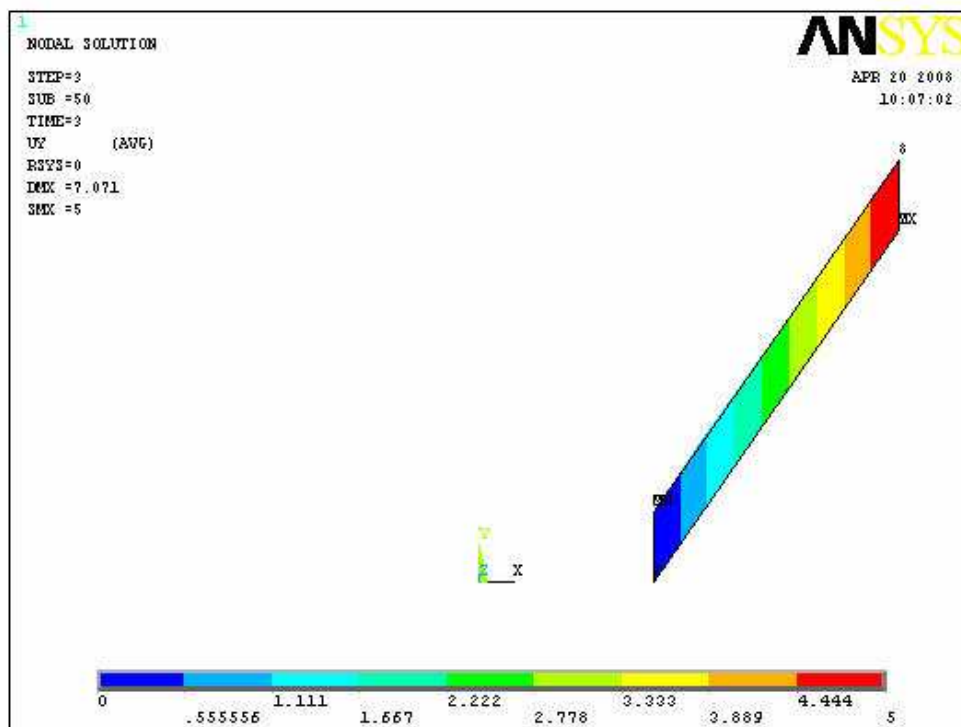
obr.44. První příklad zatěžování

Deformační posuvy UX jsou zadány do uzlu 7,8. Po zatížení vzniká 1 deformovaný stav. Při přechodu z 1. do 2. deformovaného stavu dochází k translaci prvku. Ve třetím deformovaném stavu je horní základna zatěžována posuvy UX, UY.

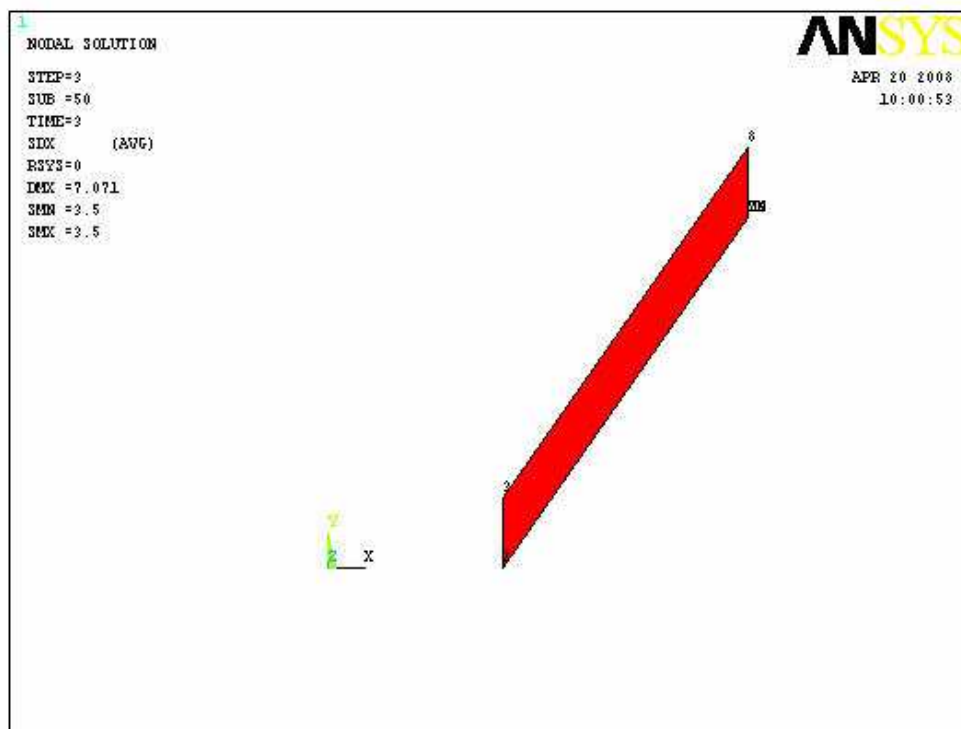
Vykreslované hodnoty deformačních posuvů pro 3 deformovaný stav



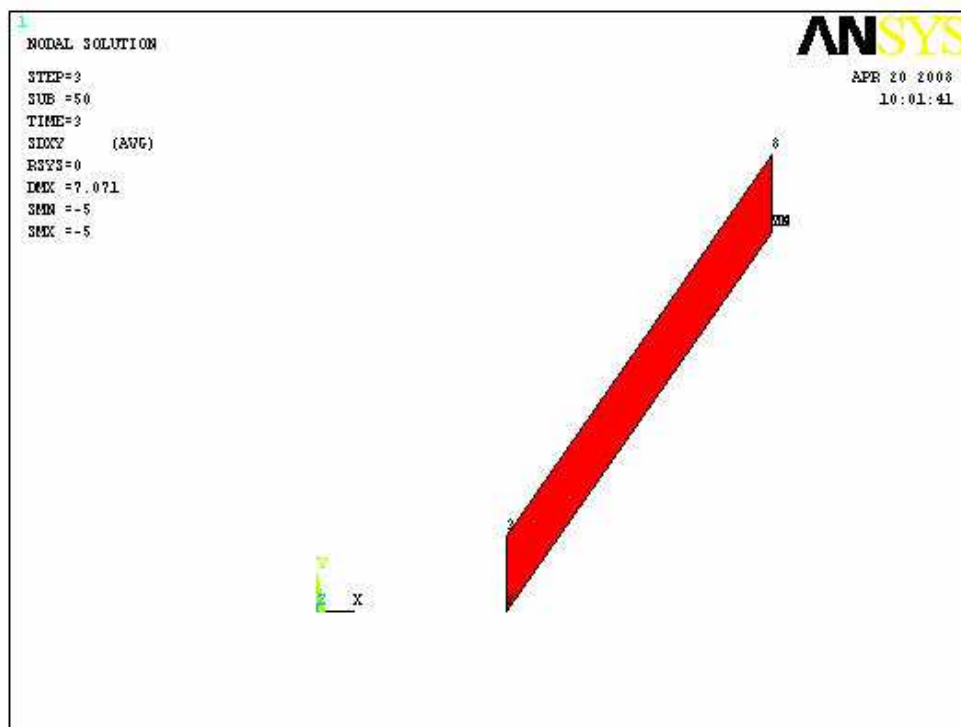
obr.45. UX



obr.46. UY



obr.47. SDX

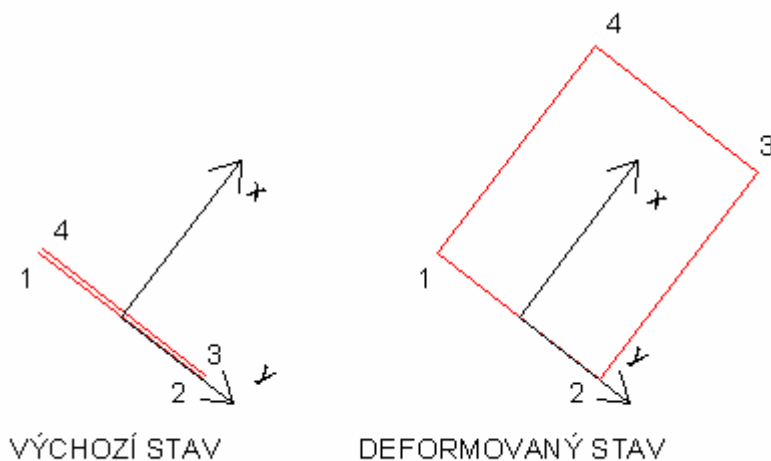


obr.48. SDXY

Průběhy vykreslovaných veličin v 1 a 2 deformovaném stavu jsou v 1 obrázkové příloze.

Prvek je modelován pootočený o 45° vůči globálnímu souřadnicovému systému.

Průběh zatěžování



obr.49. Průběh zatěžování

Tento příklad zatěžování dokazuje, že směry lokálního souřadného systému prvku, jsou určeny při modelování prvku. Vykreslované posuvy jsou na prvku konstantní.

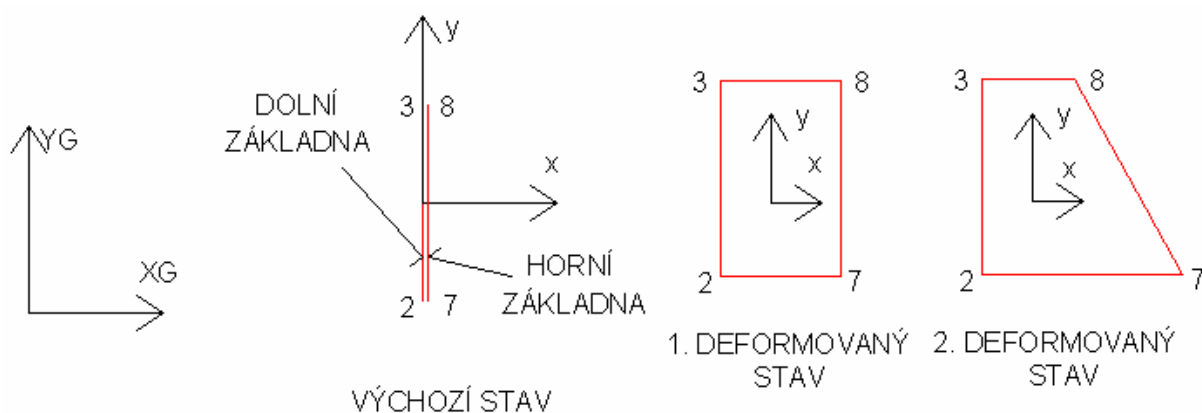
Průběhy vykreslovaných veličin jsou v 2 obrázkové příloze.

Druhý příklad zatěžování

Zatěžována základna je natočena. Vykreslované veličiny nejsou na prvku konstantní, jsou rozděleny do podoblastí. Deformační posuvy jsou zadány v globálním směru X. Směry lokálního souřadnicového systému prvku jsou shodné s globálním souřadnicovým systémem. Zadané deformační posuvy v globálním souřadnicovém systému UX, UY se neshodují s vykreslovanými deformačními posuvy na prvku SDX, SDXY. V tomto příkladě zatěžována základna rotuje kolem středového bodu základny. Natočení základny způsobuje rozdíl ve vykreslovaných posuvech. V lokálním souřadném systému prvku se uzel základny pohybuje po dráze tvaru kružnice. V globálním souřadném systému se uzel posouvá ve směru osy globálního souřadnicového systému. Z tohoto důvodu jsou vykreslované deformované posuvy různé.

Průběh zatěžování

Zadané deformační posuvy jsou pouze ve směru globální souřadnicové osy X.

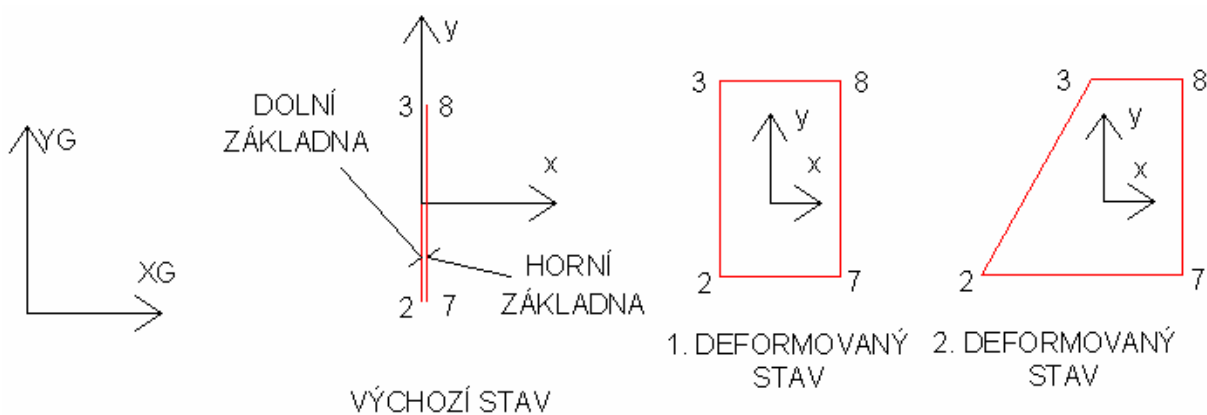


obr.50. Průběh zatěžování

Průběhy vykreslovaných veličin jsou ve 3 obrázkové příloze.

Zatěžujeme druhou stranu prvku stejnými deformačními posuvy.

Průběh zatěžování

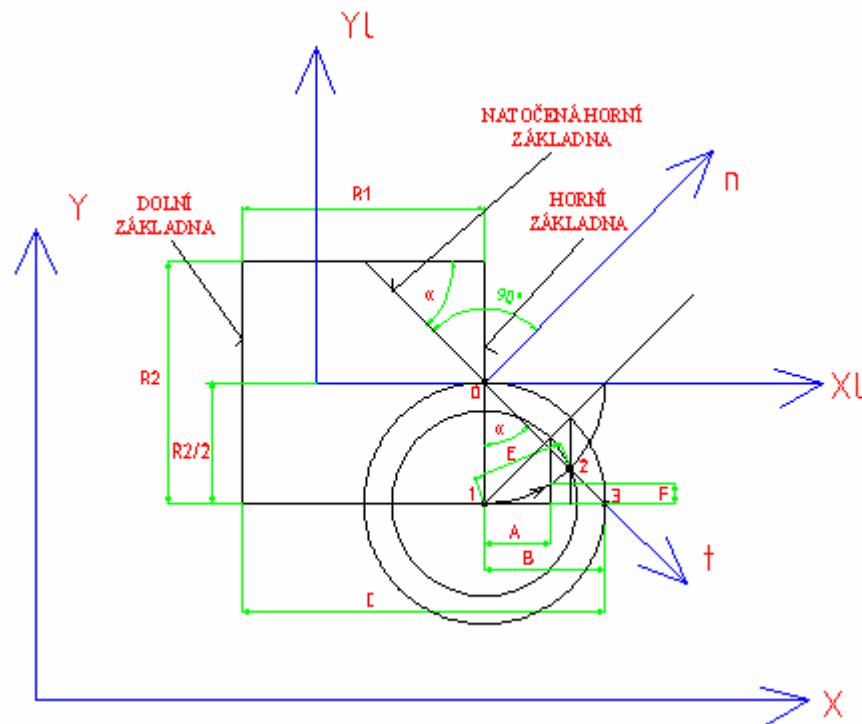


obr.51. Průběh zatěžování

Tento příklad zatěžování prvku dokazuje, že horní ani dolní základna nemá dominantní roli při zatěžování prvku. Lokální souřadnicový systém se nevztahuje k horní nebo dolní základně.

Průběhy vykreslovaných veličin jsou ve 4 obrázkové příloze.

Hypotéza výpočtu deformačního posuvu v lokálním souřadném systému prvku



obr.52. Popis deformace prvku

Základny jsou modelovány na sobě. Pak je horní základna zatěžována deformačním posuvem o velikosti $R1$. Následuje natočení základny. V globálním souřadném systému se bod 1 pohybuje do bodu 3. Je dána velikost natočení základny (úhel α). Bod 0 se nepohybuje. V lokálním souřadném systému prvku zůstává velikost horní základny stejná, protože posuvy byly zadány pouze ve směru osy X. Uzel koná pohyb po kružnici z bodu 1 do bodu 2. Délku E přenesu do normálového směru základny a promítnu do směru X lokálního souřadnicového systému, získám délku A. Velikost $R1+A$ vykresluje prvek v lokálním souřadnicovém systému ve směru X. Při promítání délky E do lokálního souřadnicového systému, úsečka protíná kružnici pohybu bodu 1. Získám délku F, kterou vykresluje prvek v lokálním souřadnicovém systému ve směru Y.

Numerický výpočet

1) určím úhel α

$$\tan \alpha = \frac{B}{R2/2} \rightarrow \alpha$$

2) určení hodnoty E

$$\sin(\alpha/2) = \frac{E/2}{R2/2} \rightarrow E$$

3) vypočítám průmět do osy X, hodnota A

$$\cos \alpha = \frac{A}{E} \rightarrow A$$

Výpočet posuvu pro tento případ, kde $UX = B = 0,5$, $R2 = 1$,

$$\tan \alpha = \frac{B}{R2/2} = \frac{0,5}{1/2} \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\sin(\alpha/2) = \frac{E/2}{R2/2} \rightarrow E = R2 \cdot \sin(\alpha/2) = 1 \cdot \sin(45/2) = 0,382$$

$$\cos \alpha = \frac{A}{E} \rightarrow A = E \cdot \cos \alpha = 0,382 \cdot \cos 45 = 0,270$$

Vykreslovaný posuv v lokálním souřadném systému $R1+E = 1+0,27=1,27$

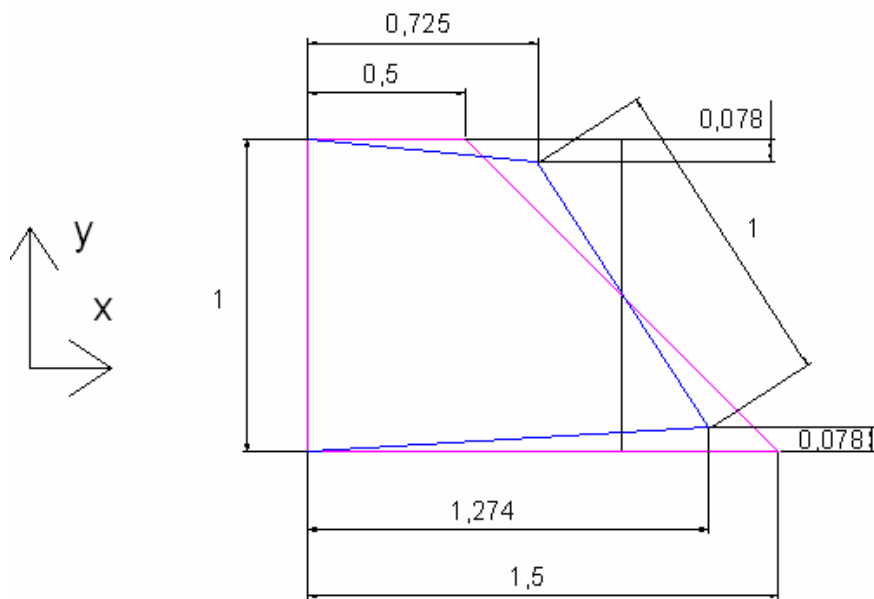
Celkový posuv uzlu v globálním souřadném systému je roven 1,5. Deformační posuv v lokálním souřadném systému vykreslí hodnotu $SDX = 1,274$. Tato hodnota je shodná s vypočteným posuvem.

Aplikování této hypotézy na obecnou deformaci prvku bude velice náročné. Pokud základna prvku nebude rotovat kolem středového bodu základny, je použití této hypotézy nemožné. Hypotéza ukazuje chování deformovaného prvku v různých souřadnicových systémech.

Třetí příklad zatěžování

Při deformování prvku záleží na zatěžovací cestě. Abych získal výsledný deformovaný tvar, můžu zatěžovat horní uzel posuvem 0,5 a dolní uzel 1,5. Druhá možnost je zatěžovat oba uzly konstantním posuvem 1 a pak horní uzel posunout o -0,5 a dolní uzel posunout o 0,5. Výsledný tvar je stejný při zatěžování oběma způsoby. Liší se vykreslované hodnoty posuvů v lokálním souřadnicovém systému prvku při prvním a druhém způsobu zatěžování. Prvek zohledňuje cestu zatěžování.

Prvek byl zatěžován v uzlech konstantním posuvem 1 a poté byl horní uzel posunut o -0,5 a dolní uzel posunut o 0,5.

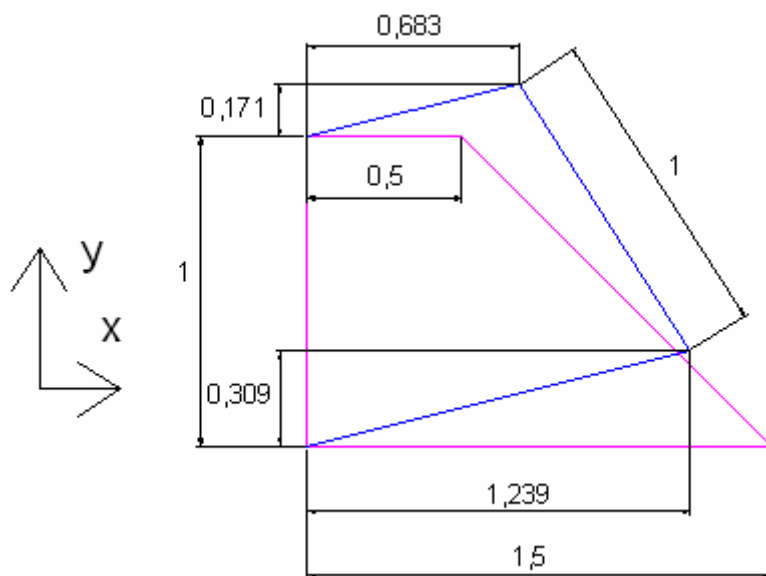


Modrá barva : Prvek je vykreslován v lokálním souřadnicovém systému

Růžová barva : Prvek je vykreslován v globálním souřadnicovém systému

obr.53. Deformovaný prvek

Prvek byl zatěžován v uzlech horní základny posuvy 0,5 a 1,5.



Modrá barva : prvek je vykreslován v lokálním souřadnicovém systému

Růžová barva : prvek je vykreslován v globálním souřadnicovém systému

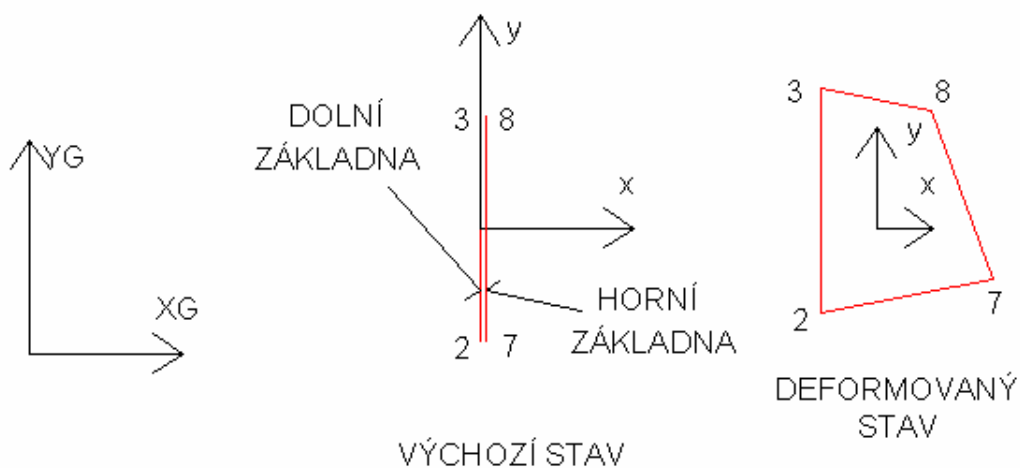
obr.54. Deformovaný prvek

Průběhy vykreslovaných veličin jsou v 5 obrázkové příloze.

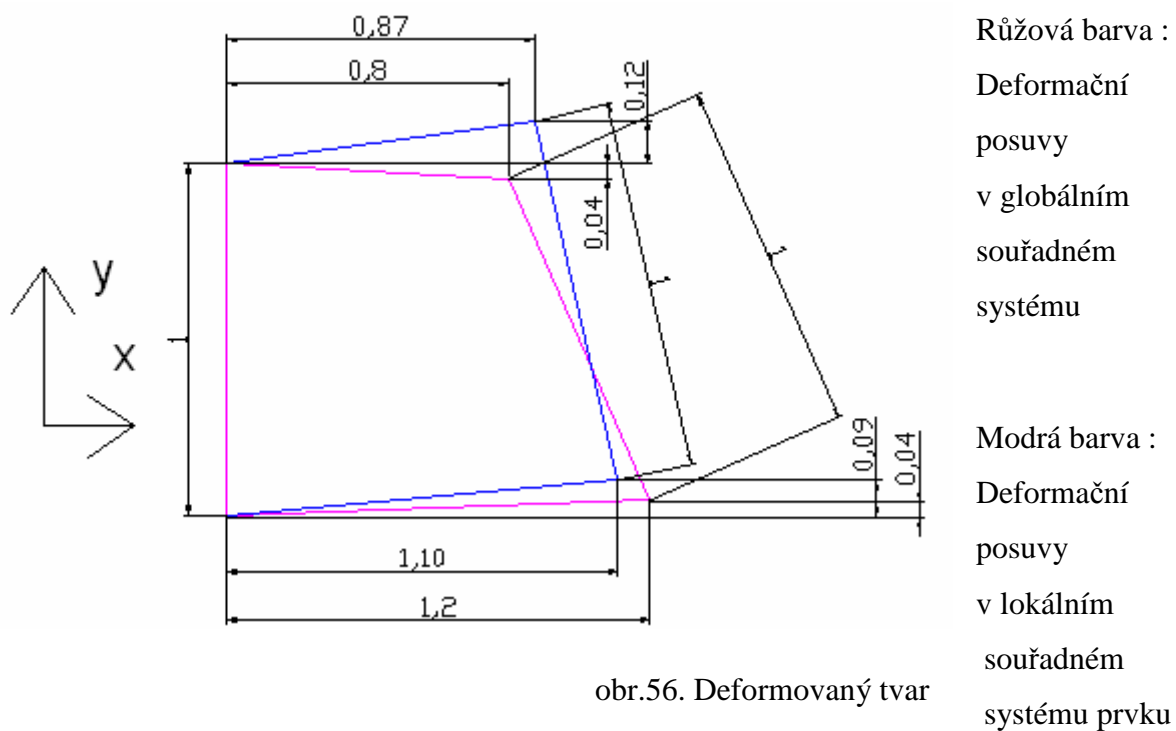
Čtvrtý příklad zatěžování

Zadané deformační posuvy UX a UY jsou voleny, aby nedocházelo k deformaci zatěžující základny. Přesto se vykreslované veličiny deformačních posuvů v globálním a v lokálním souřadném systému liší.

Průběh zatěžování



obr.55. Průběh zatěžování



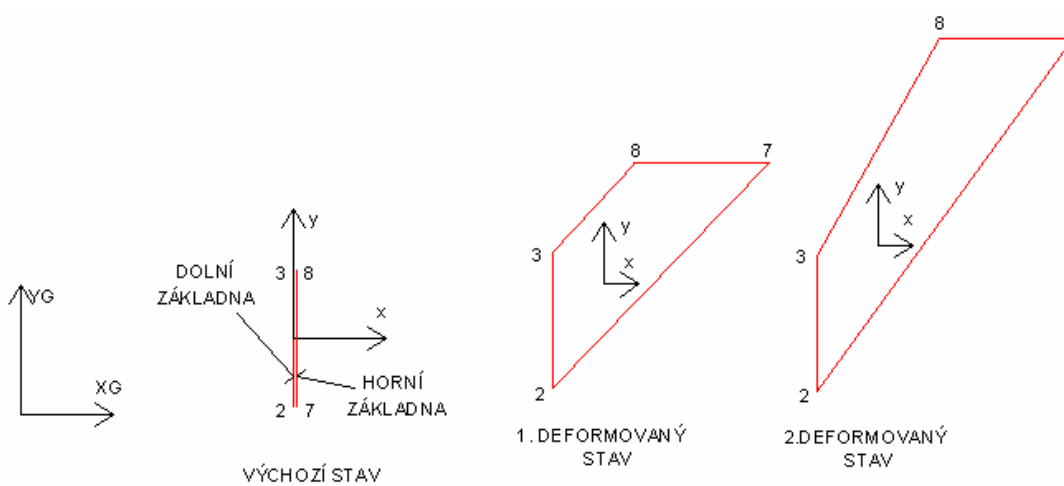
obr.56. Deformovaný tvar

Průběhy vykreslovaných veličin jsou v 6 obrázkové příloze.

Pátý příklad zatěžování

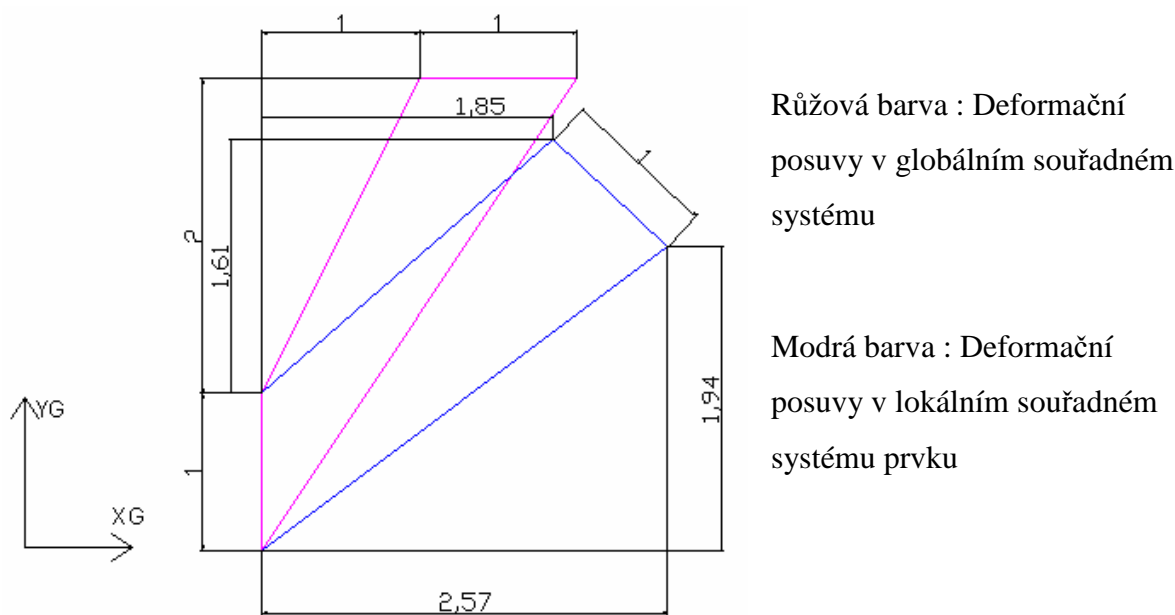
Příklad zatěžování, který dokazuje že nedochází k natáčení lokálního souřadného systému během deformace prvku. Dolní základna je vetknuta, horní základna je během zatěžování otočena o 90° . Vykreslované hodnoty deformačních posuvů v lokálním souřadném systému se přibližně shodují s deformačními posuvy v globálním souřadném systému. Tento rozdíl je způsoben rozdílným protažením stran prvku, velikost základen se nemění.

Průběh zatěžování



obr.57. Průběh zatěžování

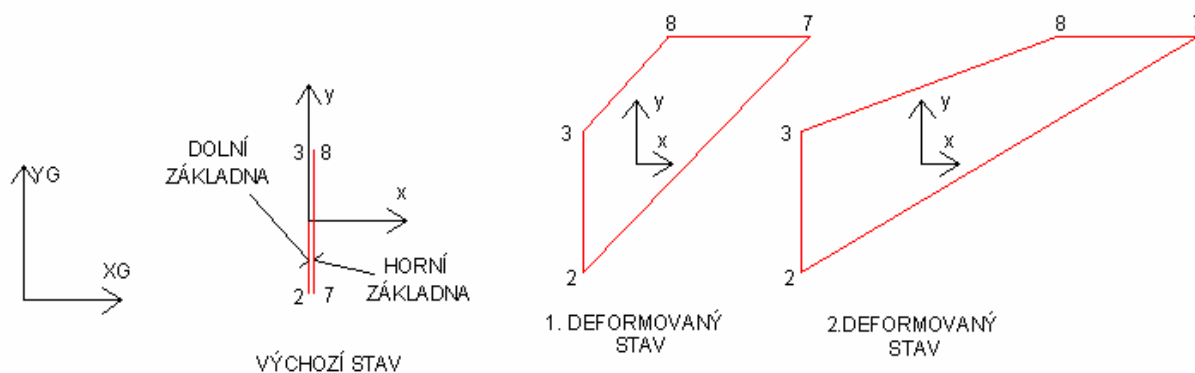
Vykreslené hodnoty deformačních posuvů pro 1 deformovaný stav



obr.58. Deformovaný prvek

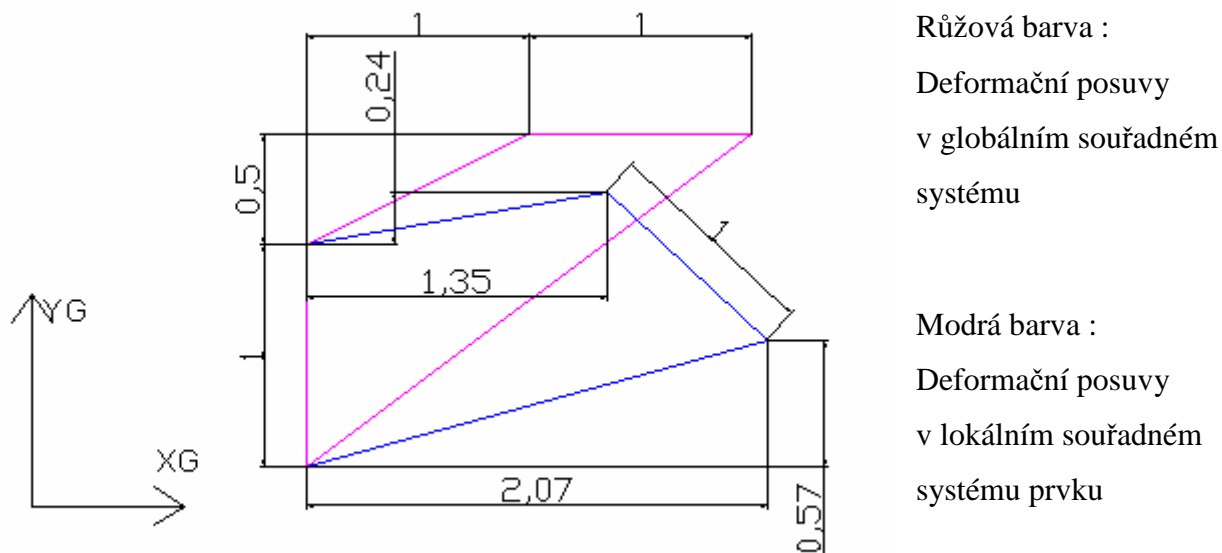
Průběhy vykreslovaných veličin pro 1 a 2 deformovaný stav jsou v 7 obrázkové příloze.

Průběh zatěžování



obr.59. Průběh zatěžování

Vykreslené hodnoty deformačních posuvů pro 1 deformovaný stav



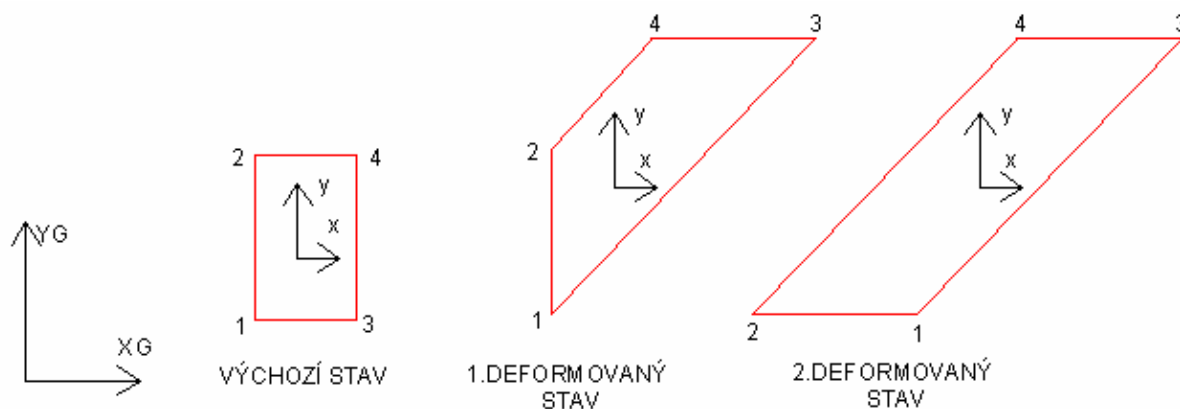
obr.60. Deformovaný prvek

Průběhy vykreslovaných veličin pro 1 a 2 deformovaný stav jsou v 8 obrázkové příloze.

Šestý příklad zatěžování

Příklad zatěžování, kde dochází k natočení horní základny o 90° , pak otočení dolní základny o 90° . Nedochází k natočení lokálního souřadného systému.

Průběh zatěžování



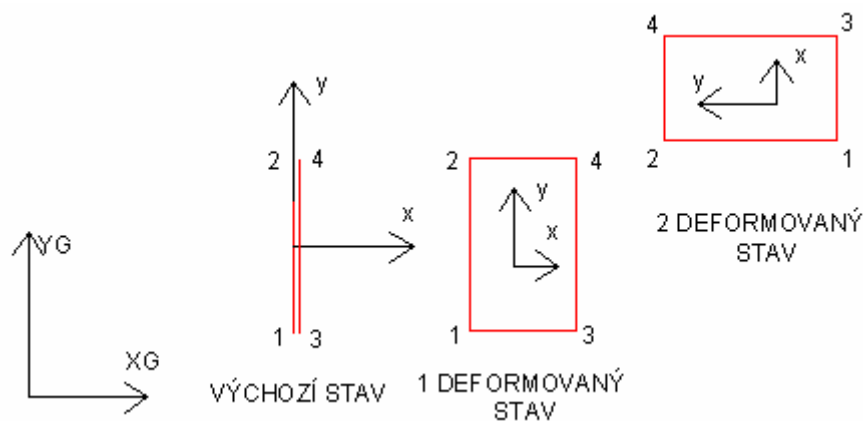
obr.61. Průběh zatěžování

Průběhy vykreslovaných veličin pro 1 a 2 deformovaný stav jsou v 9 obrázkové příloze.

Sedmý příklad zatěžování

Příklad zatěžování, kde dochází k pohybu celého prvku. Prvek je zatěžován posuvy a pak úhlovým natočením. Pokud dochází k pohybu celého prvku, lokální souřadní systém se pohybuje s prvek. Při natáčení prvku, dochází k natáčení lokálního souřadného systému.

Průběh zatěžování



obr.62. Průběh zatěžování

Průběhy vykreslovaných veličin pro 1 a 2 deformovaný stav jsou v 10 obrázkové příloze.

Poznámka : Při modelování kohezni zóny, modeluji jednu základnu vetknutou, druhou základnu zatěžuji. Během zatěžování nedochází k natáčení lokálního souřadného systému. Vykreslované směry lokálního souřadného systému se shodují, se směry globálního souřadného systému.

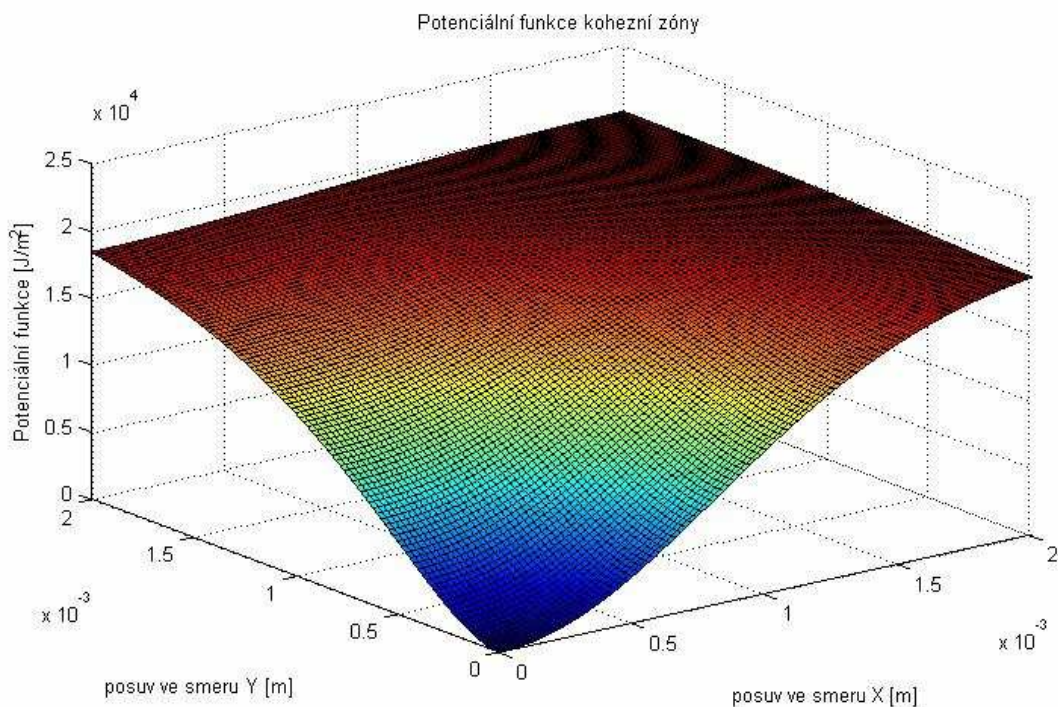
5.2 Napěťové charakteristiky prvku Inter202

Potenciální funkce kohezni zóny

$$\Phi(\delta) = e \cdot \sigma_{\max} \cdot \bar{\delta}_n \cdot \left[1 - (1 + \Delta_n) \cdot e^{-\Delta_n} \cdot e^{-\Delta_t^2} \right]$$

$$\Delta_n = \frac{\delta_n}{\bar{\delta}_n}, \quad \Delta_t = \frac{\delta_t}{\bar{\delta}_t}$$

σ_{\max} ...maximální normálový tah na rozhraní, e ...eulerovo číslo, δ_n ...posuv ve směru osy X (normálový posuv), $\bar{\delta}_n$...posuv ve směru osy X (normálový posuv), kde je dosaženo maximální normálové napětí, δ_t ...posuv ve směru osy Y (smykový posuv), $\bar{\delta}_t$...posuv ve směru osy Y (smykový posuv), kde je dosaženo maxima $\delta_t = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \bar{\delta}_t$



obr.63. Potenciální funkce kohezni zóny

Napětí v kohezni zóně je definováno $T = \frac{\partial\phi(\delta)}{\partial\delta}$

Normálové napětí $T_n = \frac{\partial\phi(\delta)}{\partial\delta_n}$ $T_n = e \cdot \sigma_{\max} \cdot \Delta_n \cdot e^{-\Delta_n} \cdot e^{-\Delta_t^2}$

Smykové napětí $T_t = \frac{\partial\phi(\delta)}{\partial\delta_t}$ $T_t = 2 \cdot e \cdot \sigma_{\max} \cdot \frac{\bar{\delta}_n}{\bar{\delta}_t} \cdot \Delta_t \cdot (1 + \Delta_n) \cdot e^{-\Delta_n} \cdot e^{-\Delta_t^2}$

Spotřebovaná práce na prvku

Normálová práce $\phi_n = e \cdot \sigma_{\max} \cdot \bar{\delta}_n$

Smyková práce $\phi_t = \sqrt{2} \cdot e \cdot \tau_{\max} \cdot \bar{\delta}_t$

Při rovinné úloze, je napětí v kohezni zóně definováno pomocí charakteristik T_n, T_t

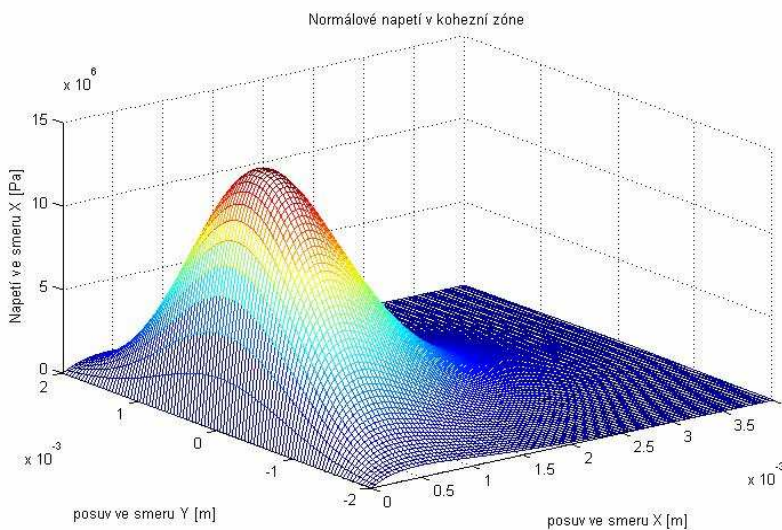
Při prostorové úloze, je napětí v kohezni zóně definováno pomocí charakteristik T_n, T_{t1}, T_{t2}

Smykový posuv, který se rozkládá do os lokálního souřadného systému prvku $\delta_t = \sqrt{\delta_{t1}^2 + \delta_{t2}^2}$,

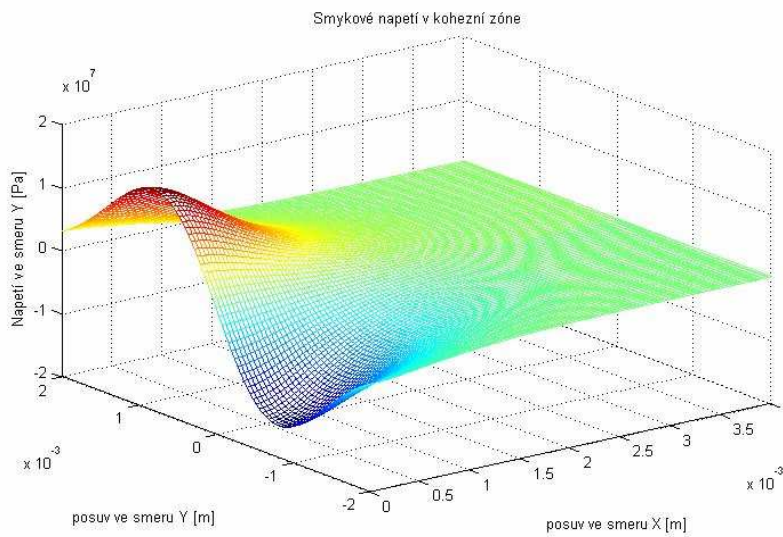
napětí v lomové ploše je pak určeno $T_{t1} = \frac{\partial\phi(\delta)}{\partial\delta_{t1}}$, $T_{t2} = \frac{\partial\phi(\delta)}{\partial\delta_{t2}}$

Model kohezni zóny pro rovinnou úlohu

$\sigma_{\max} = 15 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, $\bar{\delta}_n = 0,000493 \text{ m}$, $\bar{\delta}_t = 0,001149 \text{ m}$



obr.64. Normálové napětí v kohezni zóně

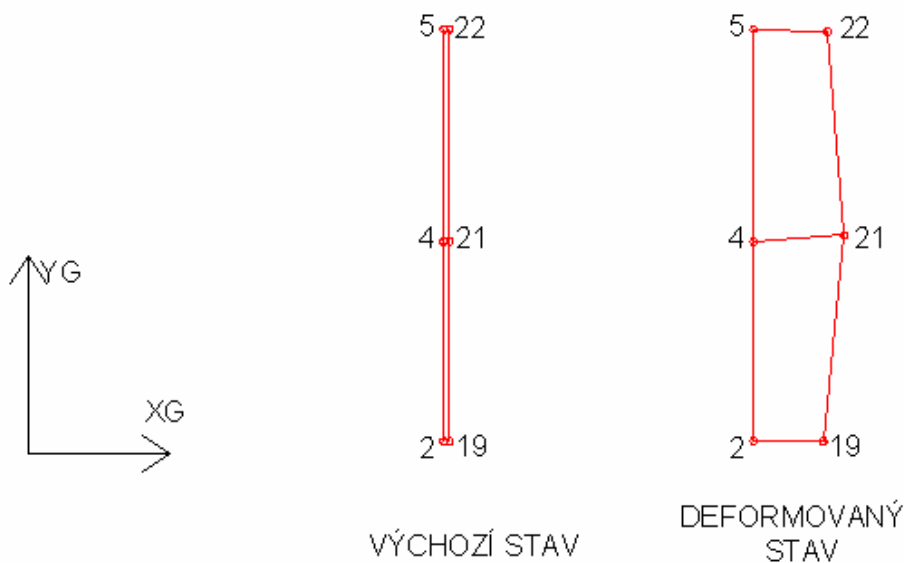


obr.65. Smykové napětí v kohezní zóně

Porovnání modelu kohezní zóny s vyčíslenými daty na deformovaném prvku

Průběh zatěžování prvku

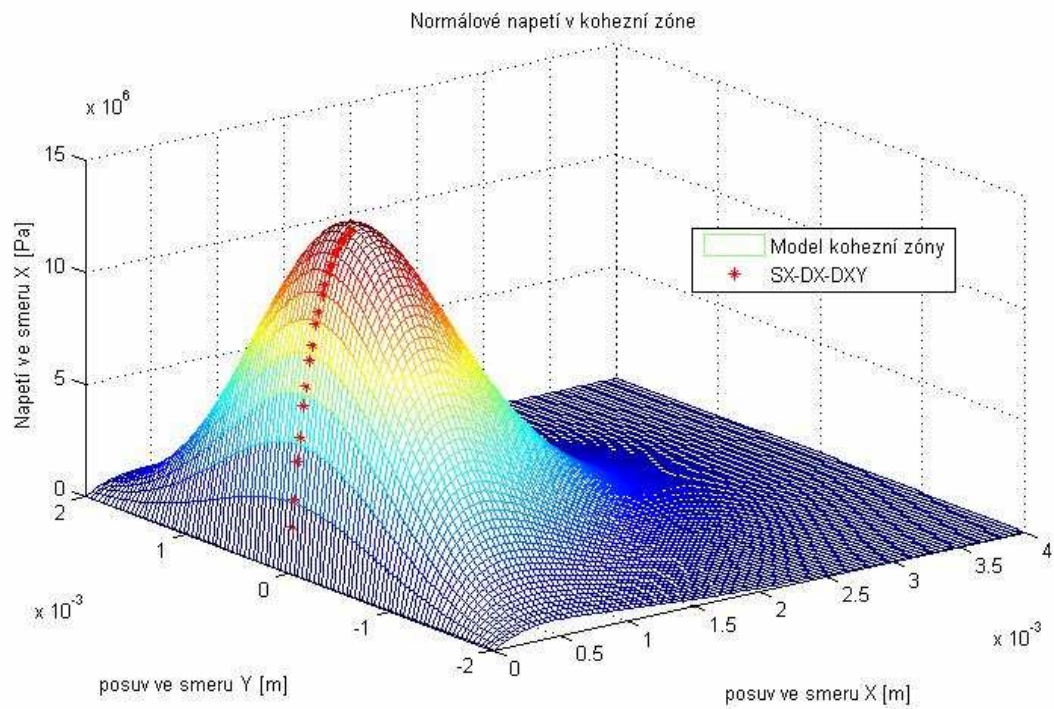
Dolní základna prvku se nachází na kovovém podkladu, horní základna se nachází v pryži.



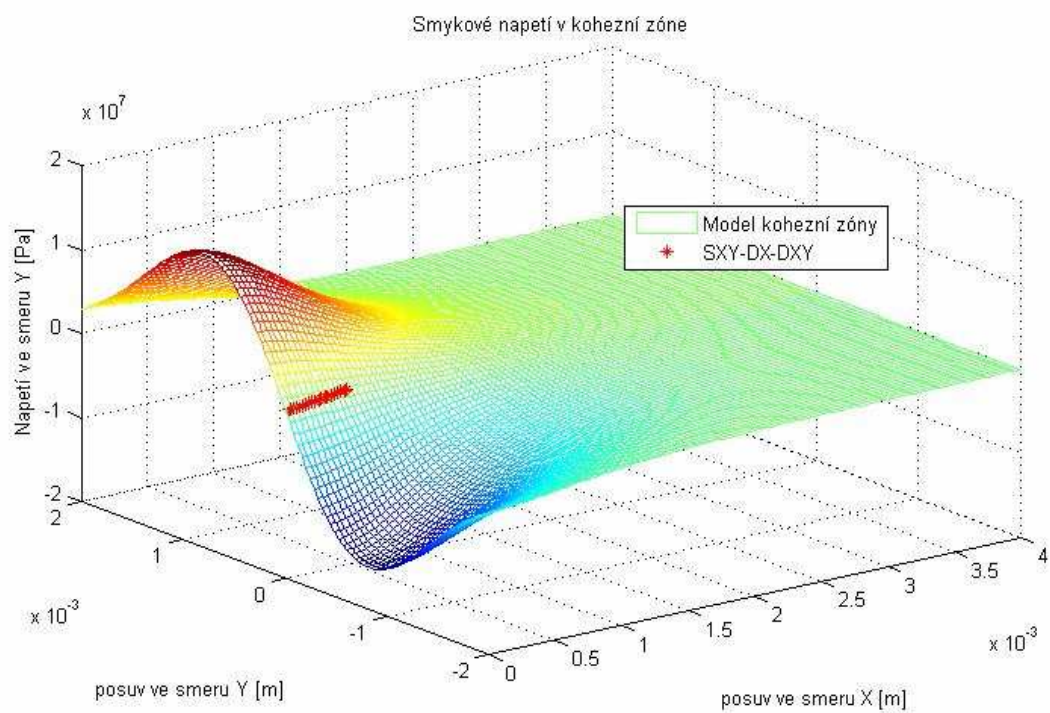
Úloha se simuluje v rovinné deformaci. Data z napětíové deformační analýzy prvku byla vyčíslena na uzlech. Uzel 2 vyčísлил napětí $SX(2)$, $SXY(2)$, nevyčísлил $SXZ(2)$.

obr.66. Průběh zatěžování

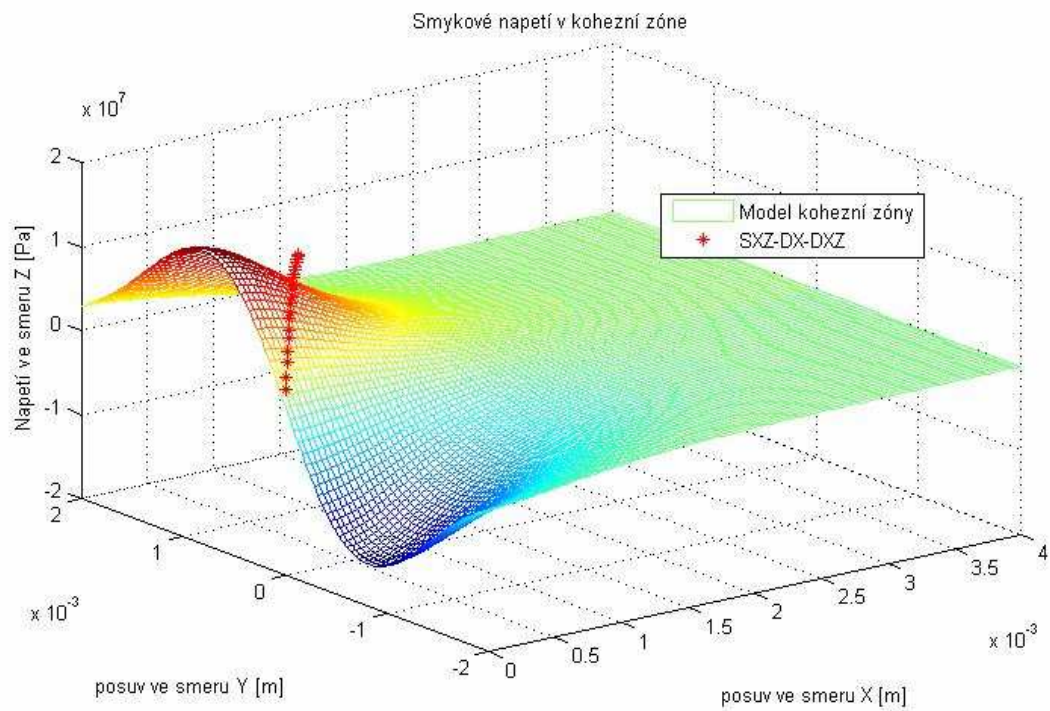
Uzel 21 vyčísлил napětí $SX(21)$, $SXY(21)$, $SXZ(21)$.



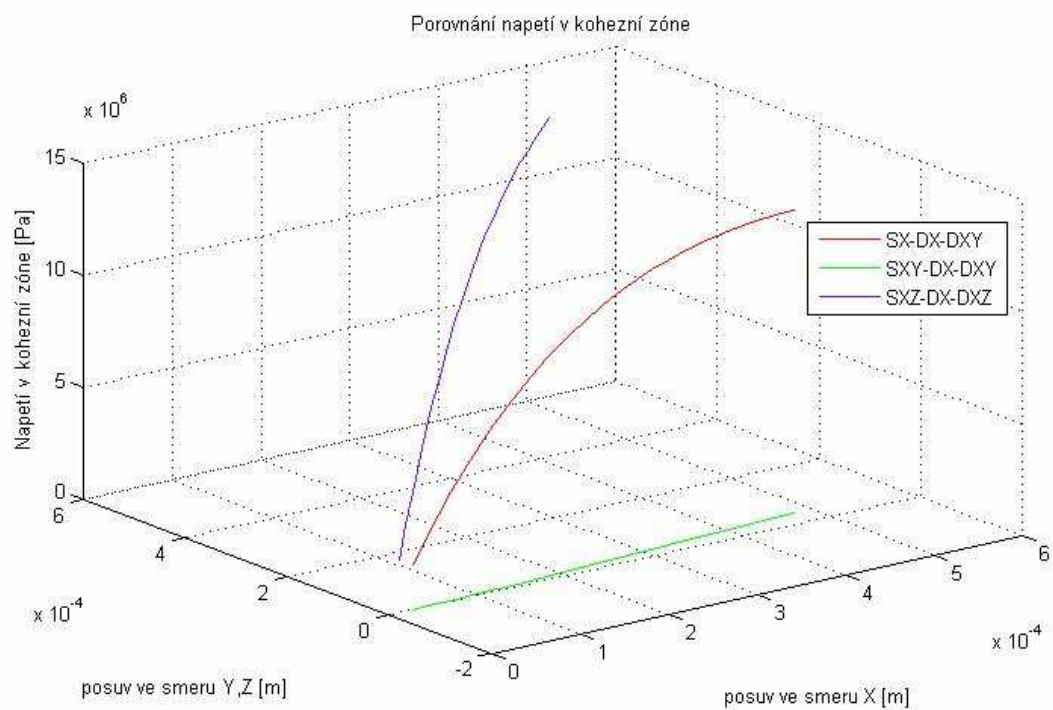
obr.67. Normálové napětí v kohezní zóně



obr.68. Smykové napětí v kohezní zóně



obr.69. Napětí ve směru osy Z v kohezní zóně

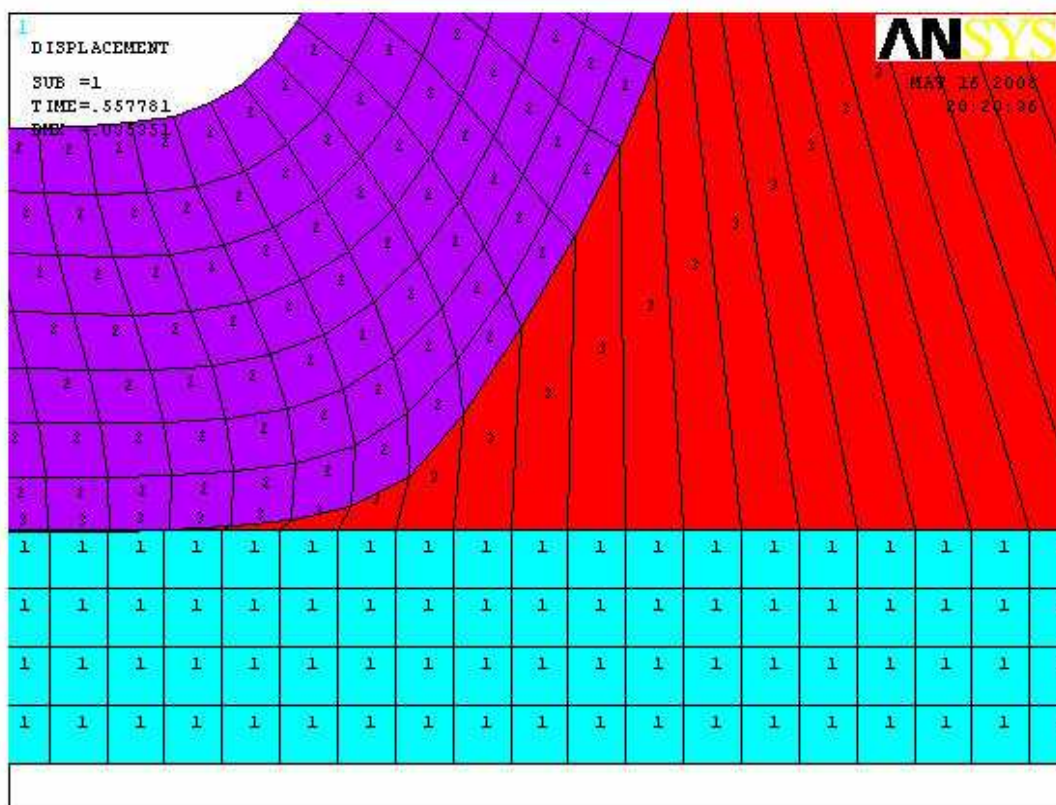


obr.70. Porovnání napětí SX,SXY,SXZ

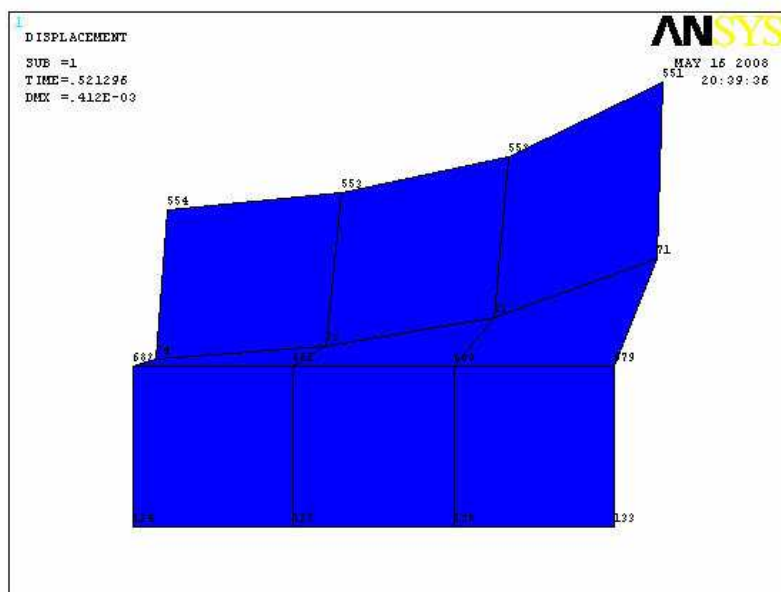
- průběhy napětí SX a SXY se shodují s modelem kohezní zóny, napětí SXZ se neshoduje s modelem kohezní zóny
- v uvedeném příkladu nevykresluje prvek napětí SXZ v uzlu 2, který se nachází na hraně kohezní zóny, v ostatních uzlech kohezní zóny napětí SXZ prvek vykresluje.
- při nastavení prvku Inter202 na rovinnou deformaci, nebo na rovinnou napjatost se vykreslované hodnoty neliší. Prvek vykresluje tři napětí SX, SXY, SXZ. Prvek pracuje v rovinné deformaci.
- prvek nevykresluje napětí SXZ při rovinné deformaci v general postprocessingu, napětí SXZ získám pomocí vykreslovacích nástrojů v time-history-postprocessing

Příklady modelování kohezní zóny

Kohezní zóna je modelována na rozhraní kov-pryž. 1-kov, 2-pryž, 3-prvek kohezní zóny



obr. 71. Modelování kohezní zóny



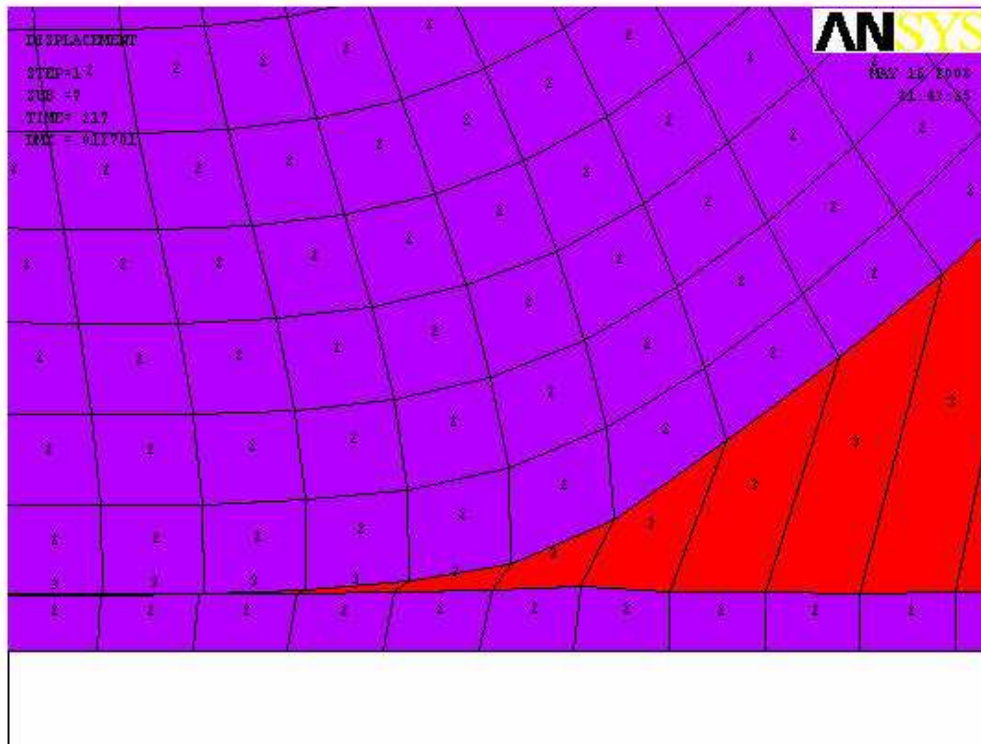
obr.72. Vybrané prvky

Uzly	SY [Pa]	S1[Pa]	SXX[Pa]
73	0.97935E+06	0.11306E+07	0.96227E+06
681	0.10954E+07	0.15530E+07	0.96227E+06
72	0.19603E+07	0.27462E+07	0.18488E+07
680	0.19194E+07	0.22115E+07	0.18488E+07

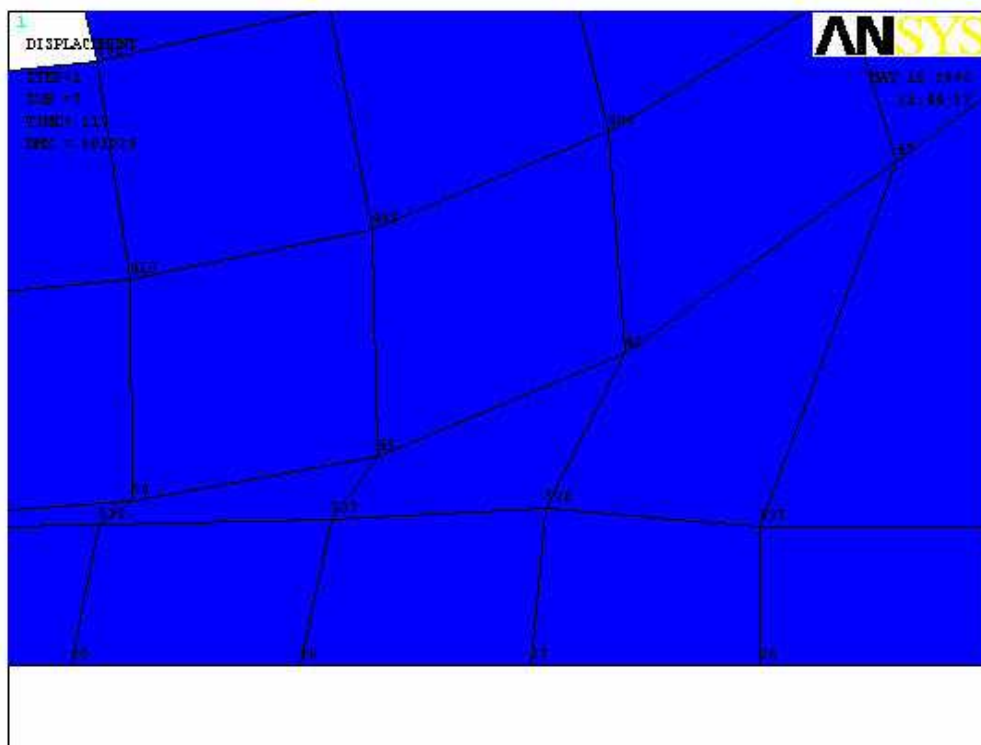
tab.1. Napětí v kohezní zóně

Z uvedených hodnot vyplývá, že napětí na prvku SSX je přibližně shodné s napětím SY. SXX se neshoduje s hlavním napětím S1.

Kohezní zóna je modelována na rozhraní pryž-pryž. 2-pryž, 3-prvek kohezní zóny



obr.73. Modelování kohezní zóny



obr.74. Vybrané prvky

Uzly	SY [Pa]	S1[Pa]	SXX[Pa]
49	0.96433E+06	0.14855E+07	0.95376E+06
537	0.10526E+07	0.13879E+07	0.95376E+06
48	0.13432E+07	0.22313E+07	0.96039E+06
536	0.12230E+07	0.12690E+07	0.96039E+06

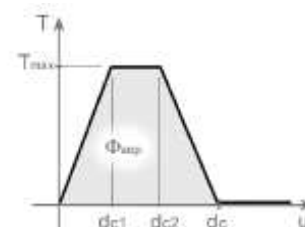
tab.4. Napětí v kohezní zóně

V tomto případě modelování kohezní zóny není dolní základna vetknuta, dochází k translaci celého prvku. Vykreslované hodnoty napětí na prvku Inter202, se neshodují s hodnotami napětí.

3 Výpočtová simulace vybrané zkoušky porušování soudržnosti pryže a oceli

Zkouška adheze Peel test, je jedna ze základních zkoušek porušování soudržnosti, která slouží pro kvantifikování porušování soudržnosti elastomeru. Slouží k určení lomové houževnatosti. Výpočtová simulace srovnává výsledky, které jsou uvedeny v [1].

Konstitutivní hyper-elastický model Arruda Boyce ($G=1,82\text{MPa}$; $\lambda=2$, $d=0\text{MPa}^{-1}$). Parametry modelu kohezní zóny $T_{\max}=30\text{MPa}$; $dc_1=0,33\text{mm}$; $dc_2=0,67\text{mm}$; $dc=1,00\text{mm}$. Energie modelu kohezní zóny na porušení jednotkové plochy rozhraní je 20KJ/m^2 .



obr.75. Bilineární model kohezní zóny (1)

Peel test (11)

Zkušební těleso je pryžový pásek o rozměrech $6 \times 25 \times 240\text{mm}$. Tento pásek je navulkanizován na tuhé těleso, obvykle to bývá ocelová deska. Navulkanizovaná plocha má rozměr $25 \times 80\text{mm}$. Převíslý konec je uchycen do čelistí a zatěžován konstantním posuvem. Na rozhraní mezi kovem a pryží je lokální koncentrace napětí, v tomto místě dochází k iniciaci trhliny. Při konstantním zatěžovacím posuvu, dochází k odtrhávání pryžového pásku z ocelového podkladu.

Nastavení zkoušky : Rychlost pohybujících se čelistí - $50,100,500[\text{mm}/\text{min}]$

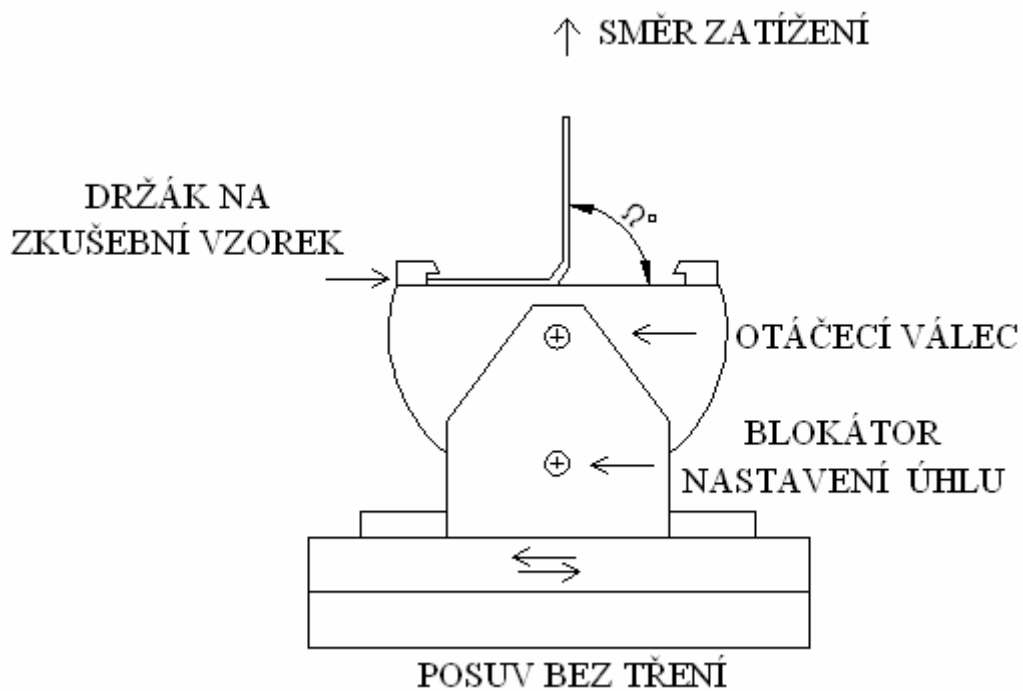
Získané data ze zkoušky : Záznam trhací síly $F_{\text{odtr}} [\text{N}/\text{mm}]$

Trhací práce P [KJ/m²]

Poměrné protažení λ [-]

Rychlost šíření trhliny [mm/min]

Hustota elastické energie W_λ [N/mm²]

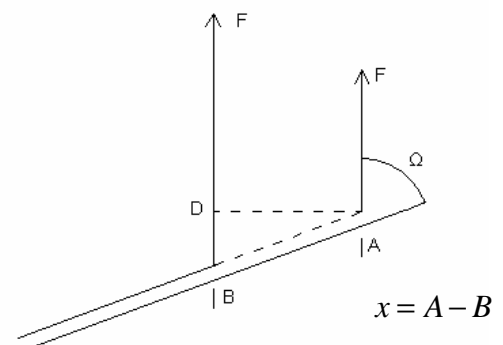


obr.76. Schéma trhačího stroje (11)

Výpočet délky pásku

$$l = x \cdot (1 - \cos \Omega) + \Delta x$$

l ...délka pásku, x ...trhací délka, Δx ...protažení pásku, Ω ...úhel odtrhávání pásku



obr.77. Schéma k výpočtu délky pásku (11)

Výpočet trhací práce

$$W = F \cdot l = F \cdot x \cdot (\lambda - \cos \Omega)$$

$$W = P \cdot b \cdot x + W_\lambda \cdot b \cdot x \cdot h$$

$$F \cdot x \cdot (\lambda - \cos \Omega) = P \cdot b \cdot x + W_\lambda \cdot b \cdot x \cdot h$$

$$P \cdot b = F \cdot (\lambda - \cos \Omega) - W_\lambda \cdot b \cdot h$$

$$P = \frac{F}{b} \cdot (\lambda - \cos \Omega) - W_\lambda \cdot h$$

F...trhací síla, λ ...poměrné protažení pásku, W...práce spotřebovaná na jednom vzorku, b...šířka zkušebního pásku, W_λ ... hustota elastické energie, h...tloušťka zkušebního pásku, P...trhací práce

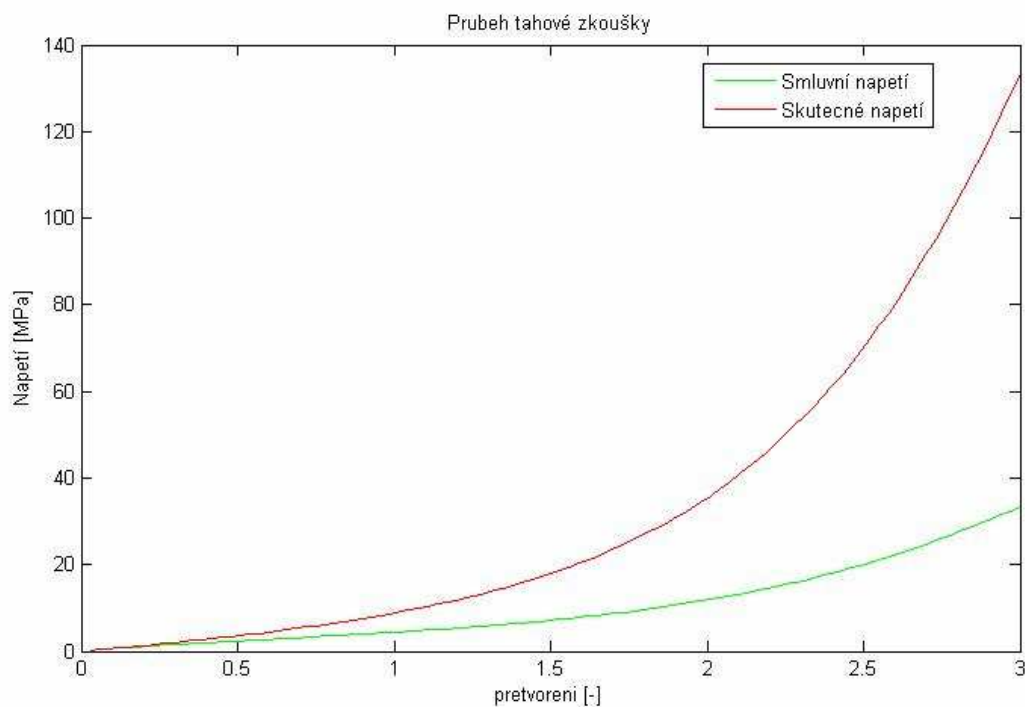
Trhací práce se skládá z několika druhů práce

$$P = W_K (W_A) + W_{el} + W_{pl} + W_{ve}$$

W_K ...kohezní práce, W_A ...adhezní práce, W_{el} ...elastická práce, W_{pl} ...plastická práce, W_{ve} ...visko-elastická práce, W_{el} , W_{pl} , W_{ve} ...jsou to ztrátové energie, W_K , W_A ...práce na vytvoření nových povrchů

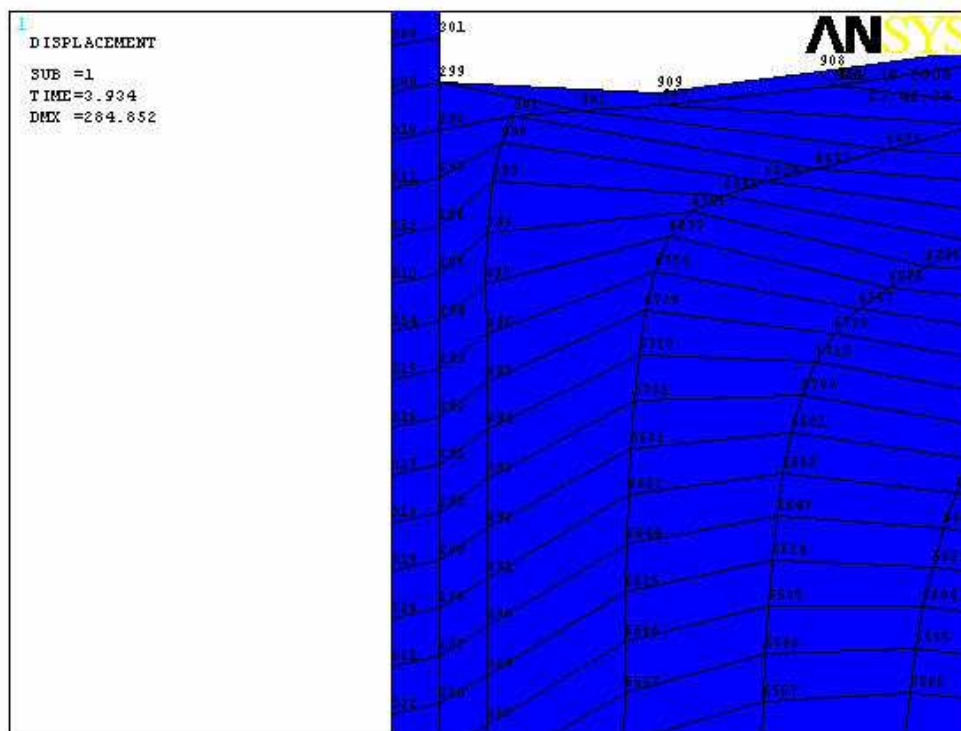
Konstitutivní hyper-elastický model Arruda Boyce

Parametry modelu $G=1,82\text{MPa}$; $\lambda=2$; $d=0,005\text{MPa}^{-1}$

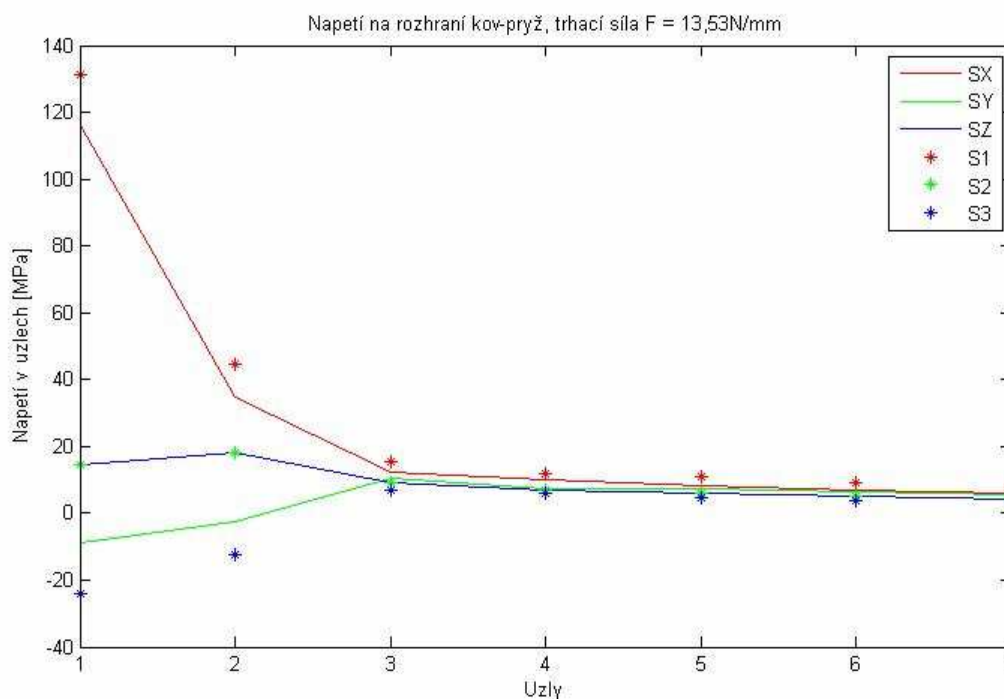


obr.78. Průběh tahové zkoušky

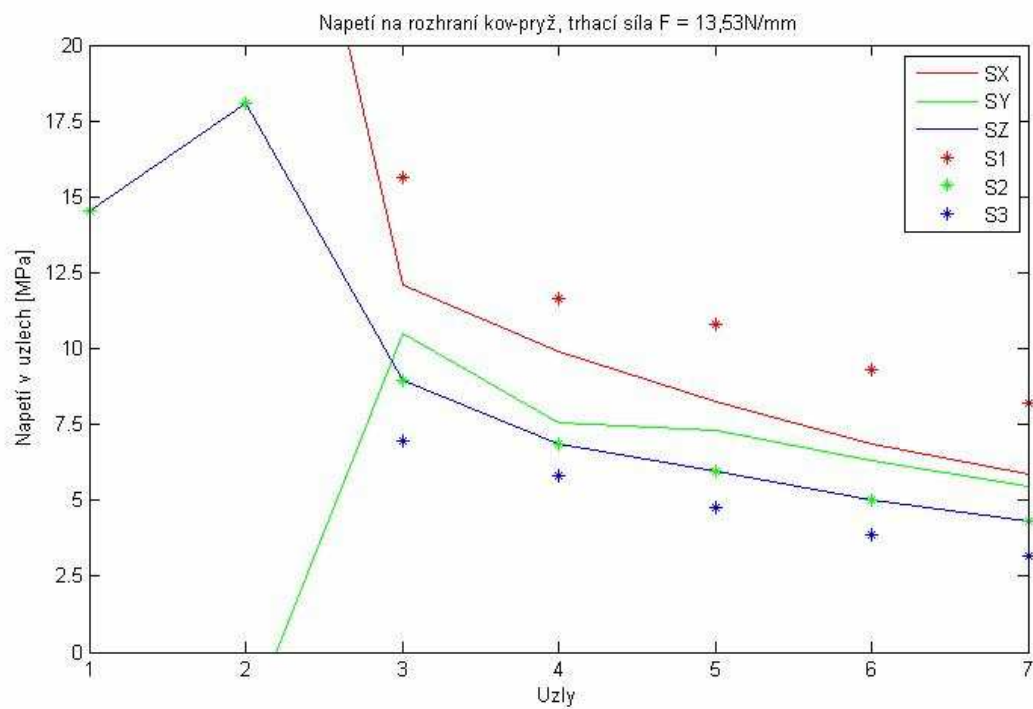
Zatížení pryžového pásku bez modelovaných prvků inter202



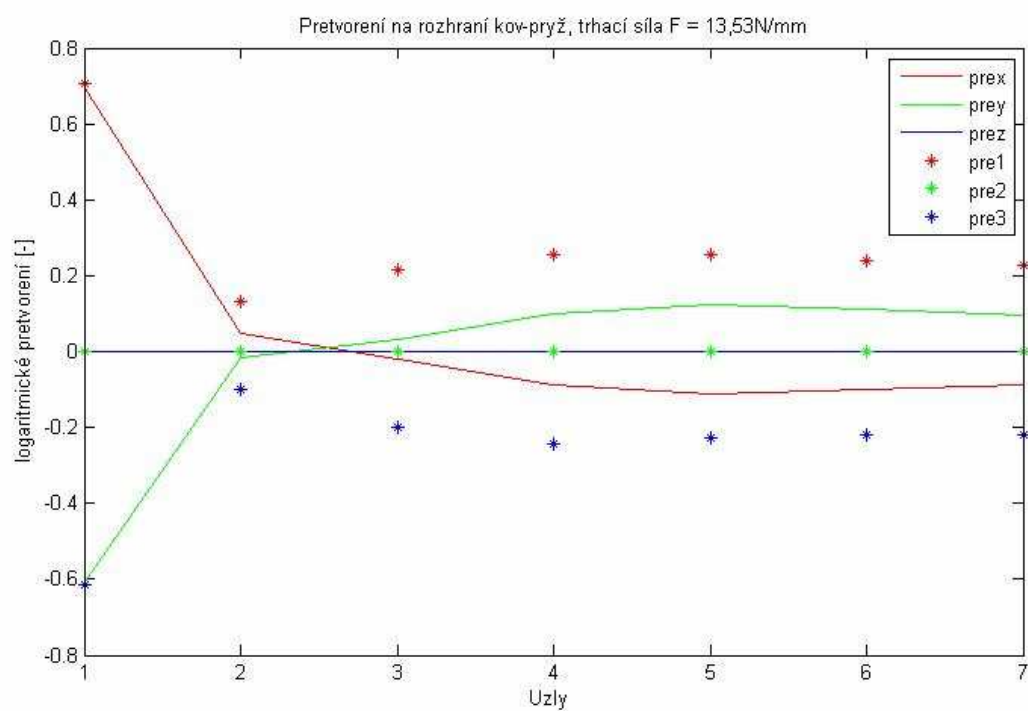
obr.83. Deformovaný tvar – model bez Inter202



obr.82. Napětí na rozhraní pryž-kov, model bez Inter202, nedochází k degradaci materiálu, vzdálenost mezi uzly je 0,1mm



obr.85. Detail napětí na rozhraní pryž-kov, model bez Inter202

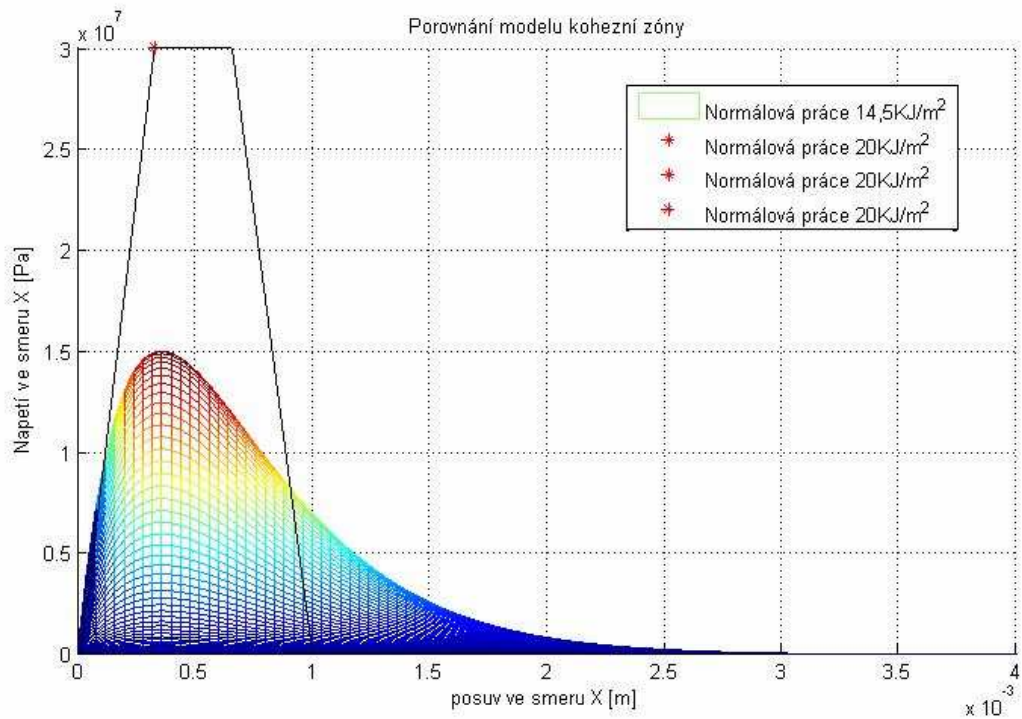


obr.86. Přetvoření na rozhraní pryž-kov, model bez Inter202

Z uvedených grafů vyplývá, že na rozhraní vzniká trojosá napjatost blížká rotačně symetrické trojosé napjatosti.

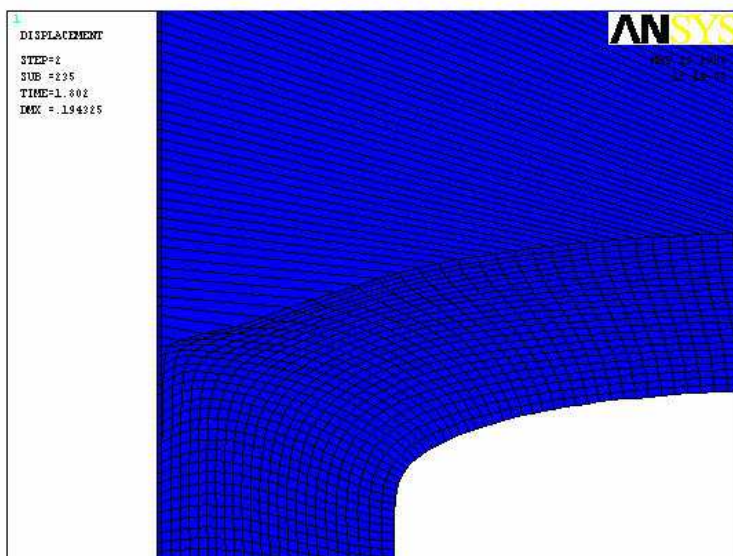
Parametry konstitutivního modelu kohezní zóny

$$\sigma_{\max} = 15 \cdot 10^6 \text{ MPa}, \bar{\delta}_n = 0,000358 \text{ mm}, \bar{\delta}_t = 0,000834 \text{ mm}, \phi_n = 14,5 \text{ KJ/m}^2, \phi_t = 29 \text{ KJ/m}^2$$

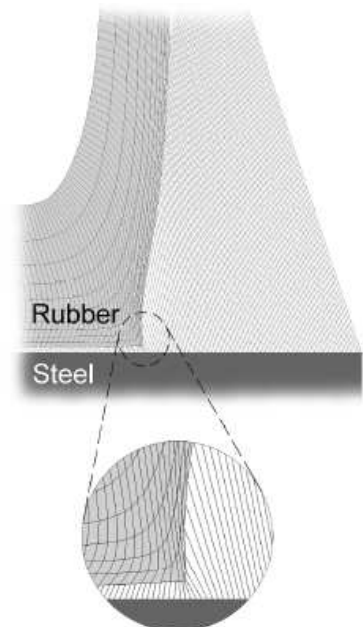


obr.79. Porovnání modelů kohezní zóny

Deformovaný tvar



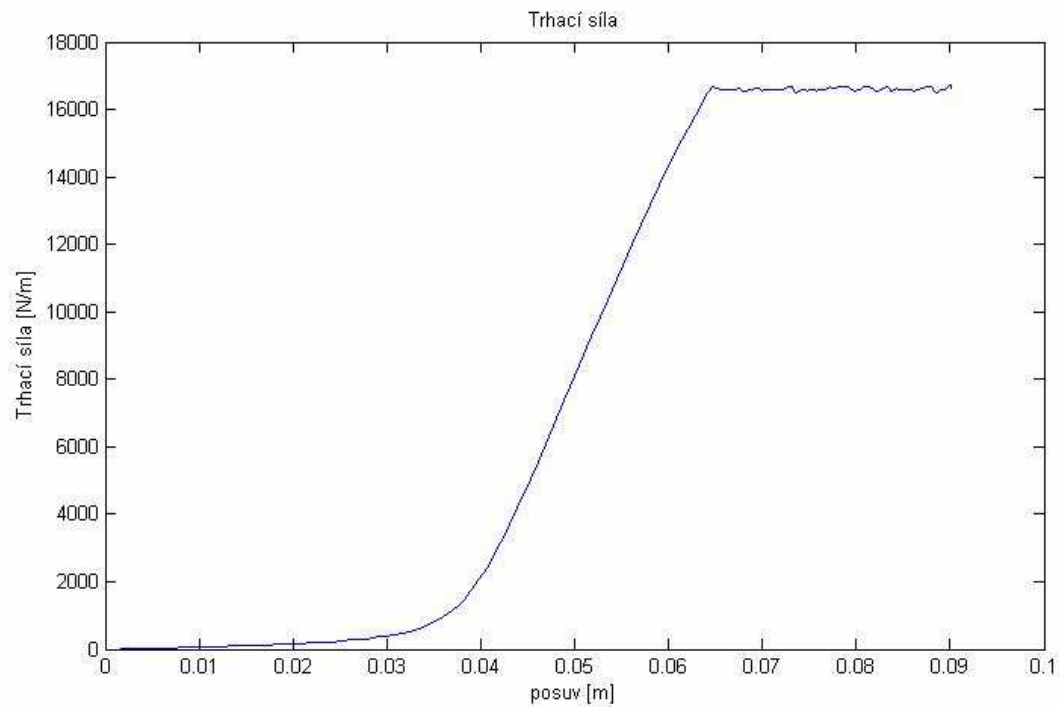
Deformovaný tvar exponenciálního modelu kohezní zóny



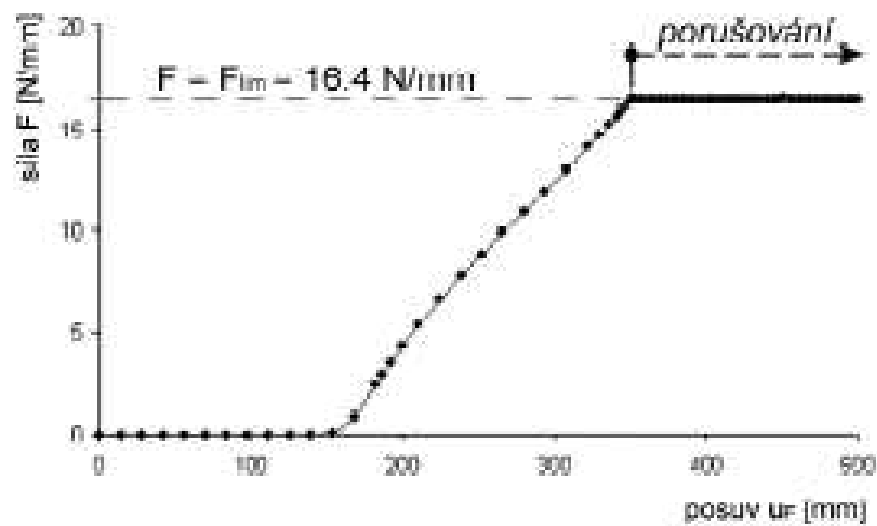
Deformovaný tvar bilineárního modelu kohezní zóny

obr.80. Porovnání dvou deformovaných tvarů

Trhací síla

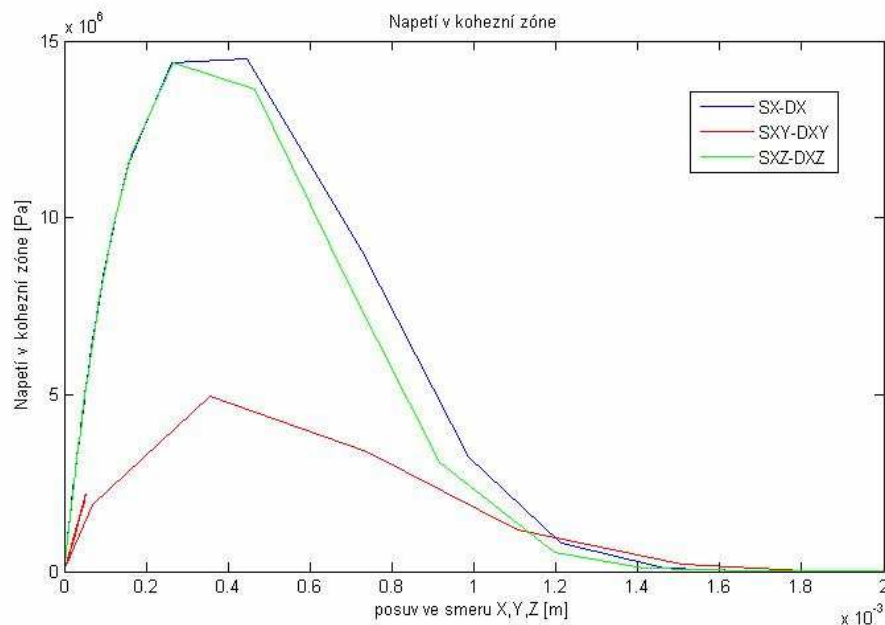


obr.81. Trhací síla exponenciálního modelu kohezní zóny



Obr.82. Trhací síla bilineárního modelu kohezní zóny

Průběh napětí v kohezním prvku Inter202



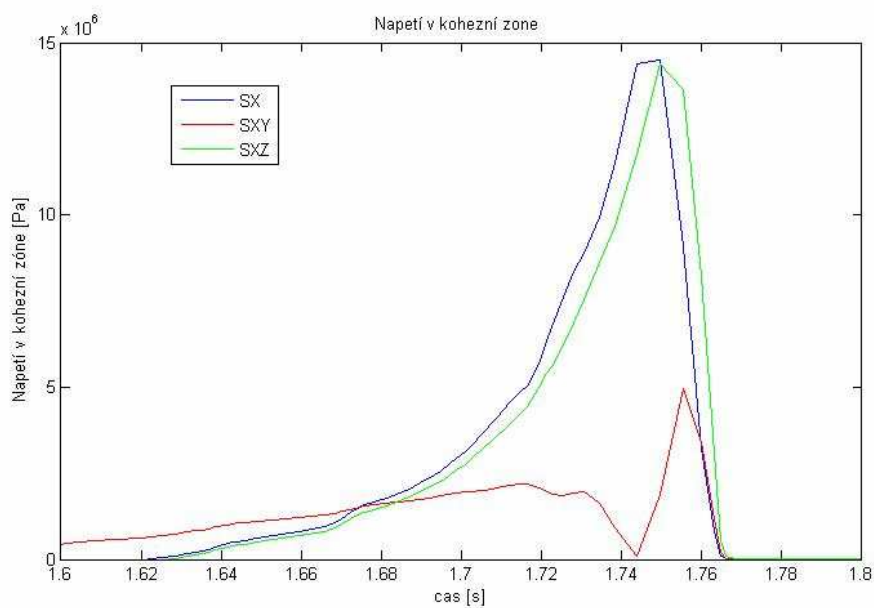
obr.82. Průběh napětí v kohezní zóně na jednom prvku

Výpočet ploch pod průběhy napětí SX-DX, SXY-DXY

$$\phi_n = 15,874 \text{ KJ} / \text{m}^2, \quad \phi_t = 6,362 \text{ KJ} / \text{m}^2$$

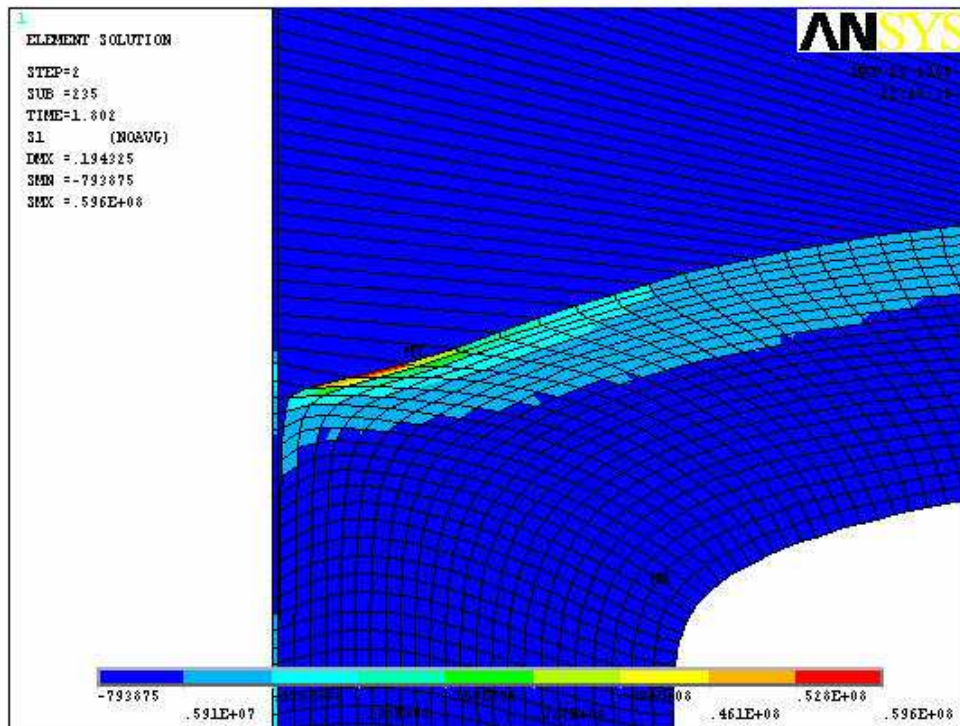
$$\phi = \phi_n + \phi_t = 22,236 \text{ KJ} / \text{m}^2$$

- prvek spotřeboval na oddělení dvou ploch $22,236 \text{ KJ} / \text{m}^2$

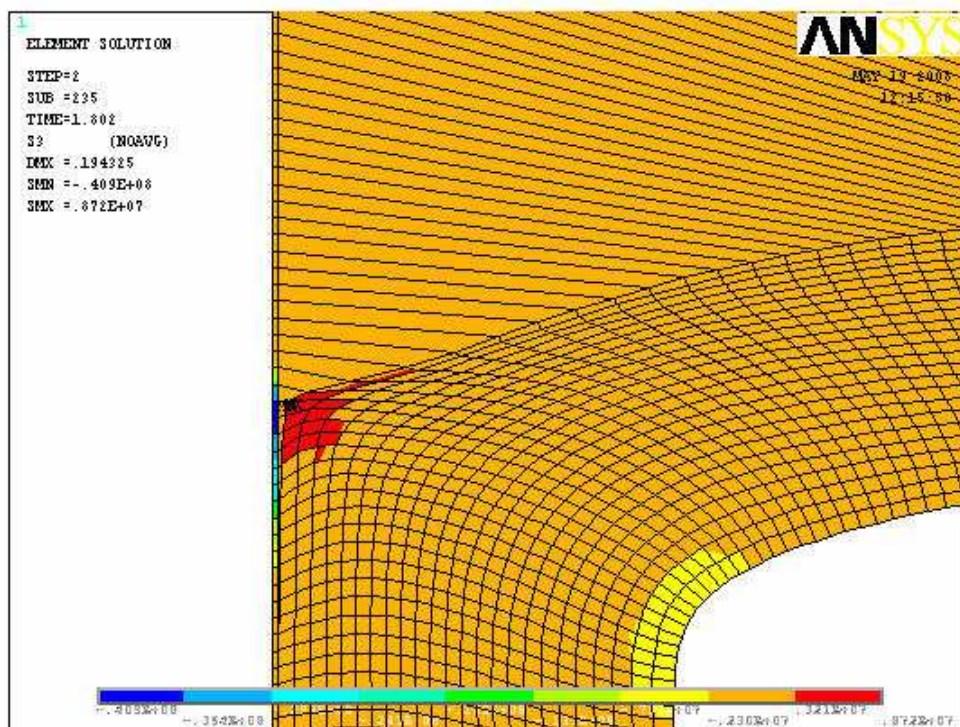


obr.83. Průběh napětí v kohezní zóně závislé na čase

Napětí v odtrhovacím rameni

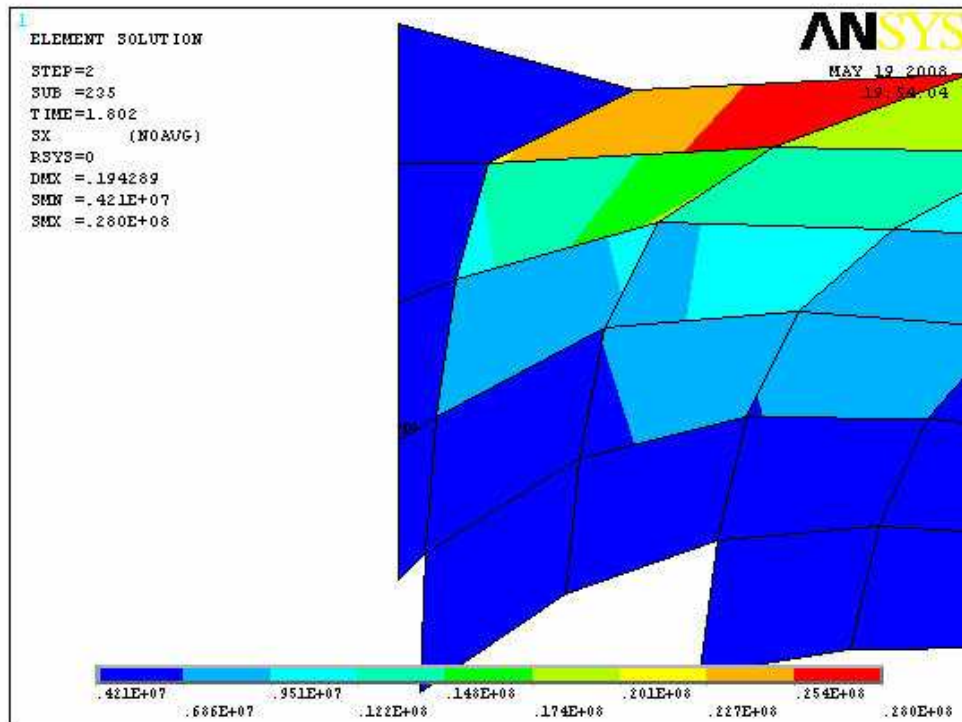


obr.84. S1

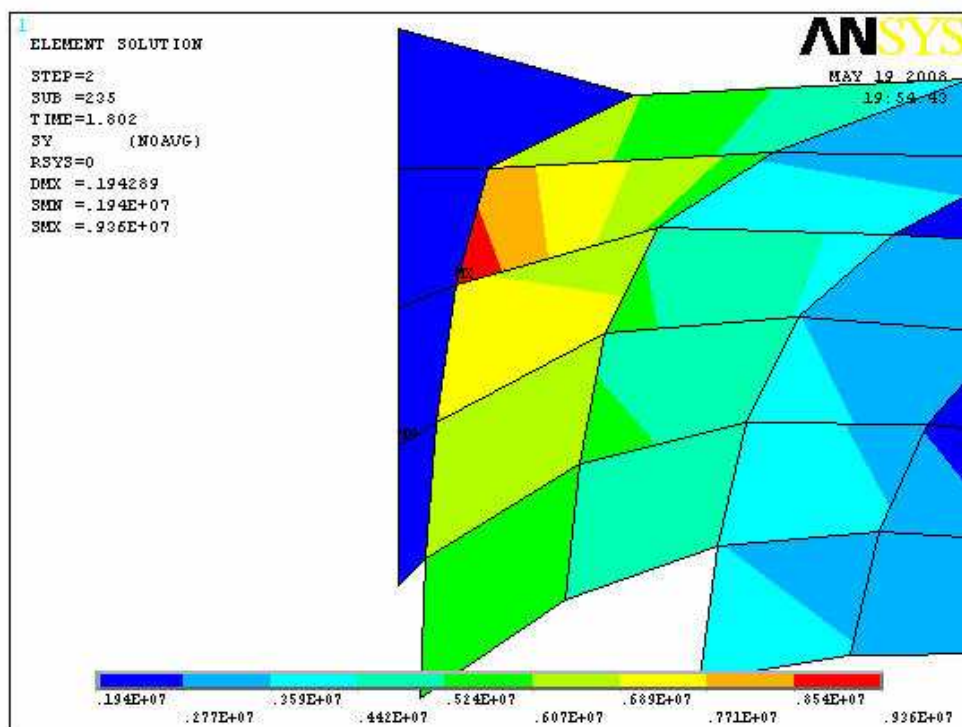


obr.85. S3

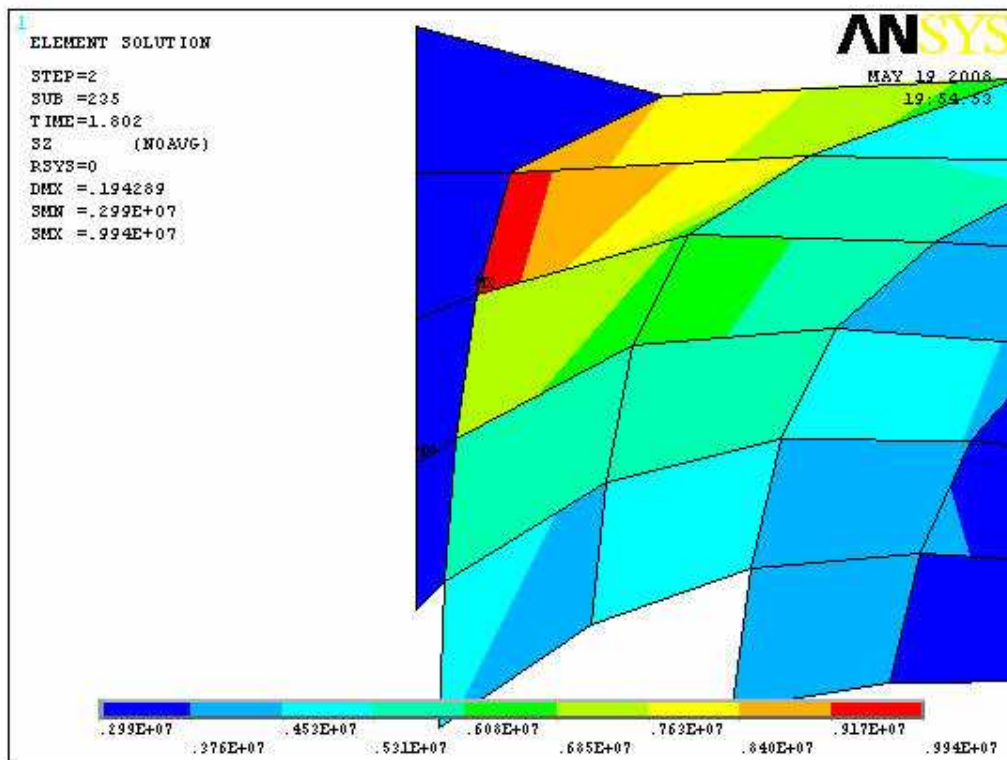
Napětí na čele trhliny



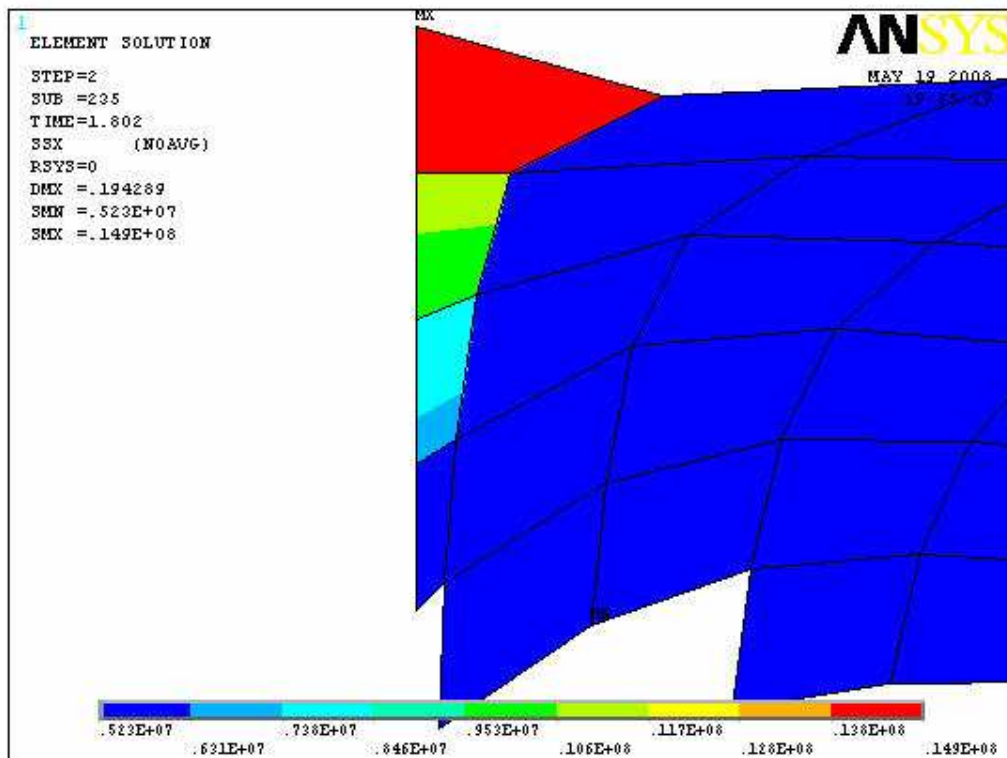
obr.86 SX na čele trhliny



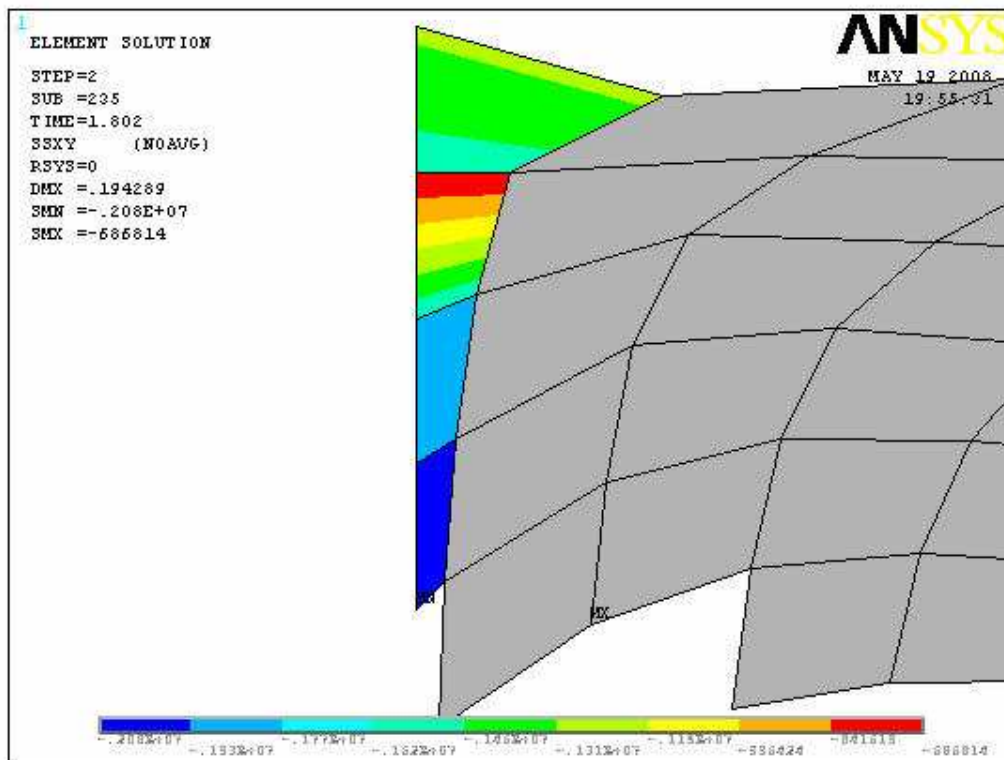
obr.87. SY na čele trhliny



obr.88. na čele trhliny



obr.89. SSX na čele trhliny



obr.90. SXY na čele trhliny

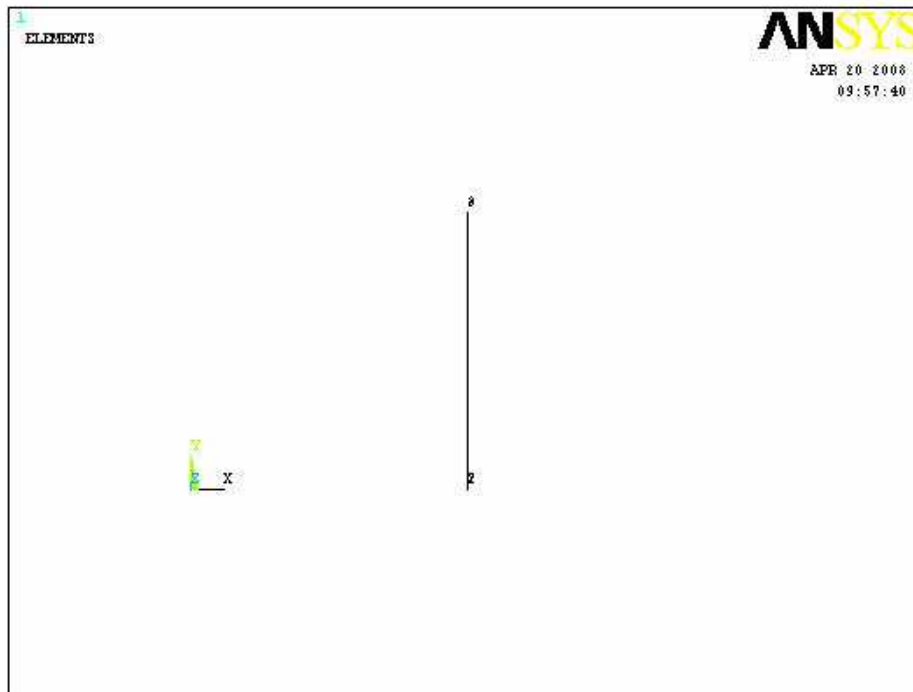
- při simulaci se nepodařilo dodržet rozměry pryžového pásku. Tloušťka pásku byla dodržena, ale převislý konce pásku byl modelován 40mm místo 160mm. Při větší délce výpočet divergoval. Pásek se nepodařilo odtrhnout v celé délce, výpočet v půlce trhací dráhy divergoval.
- pokusil jsem se modelovat model kohezní zóny s podobnými parametry, jako má Bilineární model. Simulace se nezdařila. Musel jsem snížit maximální normálové napětí v kohezní zóně z 30MPa na 15MPa. Také jsem musel snížit normálovou práci z 20KJ/m² na 14,5KJ/m², z důvodu dosažení požadované trhací síly.
- při natahování pryžového pásku bez kohezních prvků byla na rozhraní pryž-kov dosažena napjatost blízká rotačně symetrické trojosé napjatosti (polorovno-měrné trojosé napjatosti).
- dosažené napětí S1, které je dosaženo v místě kohezního lomu, nesmí být větší než maximální napětí u tahové zkoušky.
- pomocí napětí S3 lze určit oblast, kde začíná v pryži proces kavitace
- při modelování byly použity prvky Inter202 a Plane 182, velikost prvku 0,25mm.

4 Závěr diplomové práce

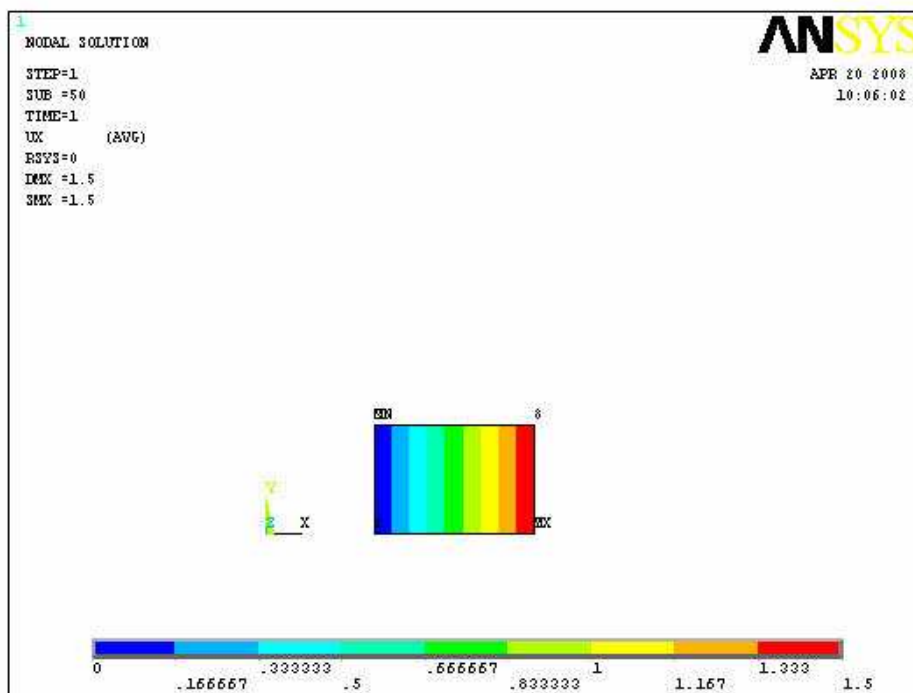
- Seznámil jsem se s možnostmi výpočtového modelování mechanického chování elastomeru. Modeloval jsem tahovou, ekvibiaxiální, smykovou, objemovou zkoušku pomocí různých konstitutivních hyper-elastických modelů
- Seznámil jsem se s mechanismy porušování rozhraní mezi elastomerem a krystalickým materiálem a možnostmi modelování tohoto procesu pomocí MKP.
- Provedl jsem výpočtovou simulaci Pell testu.

5 Obrázková příloha

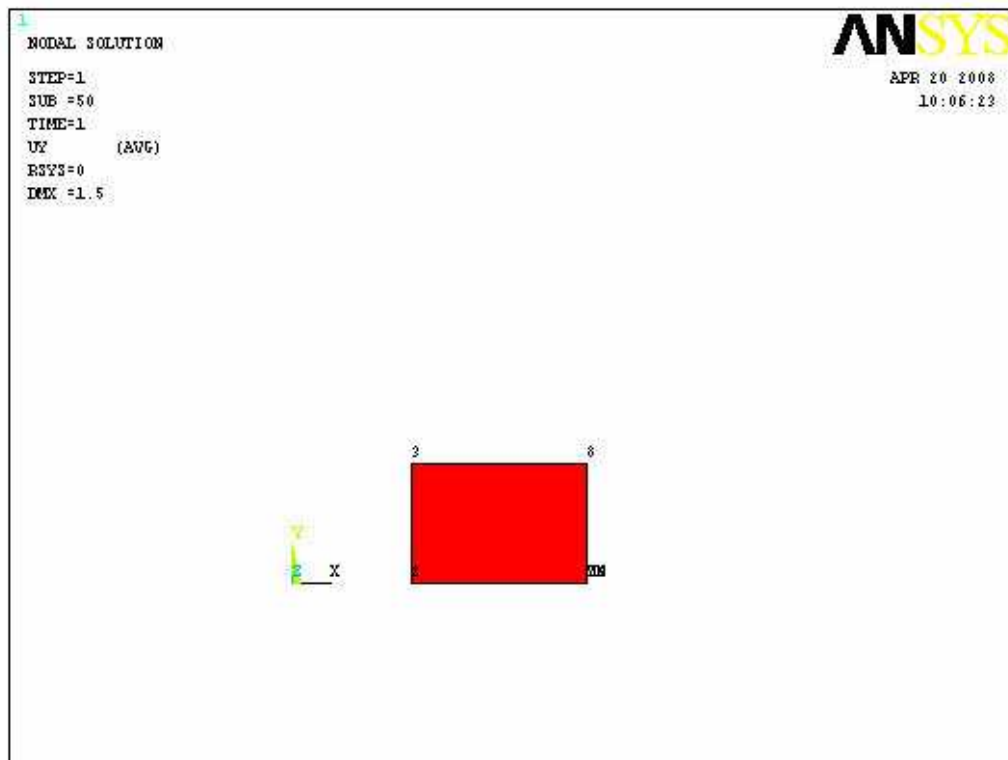
1 Obrázková příloha



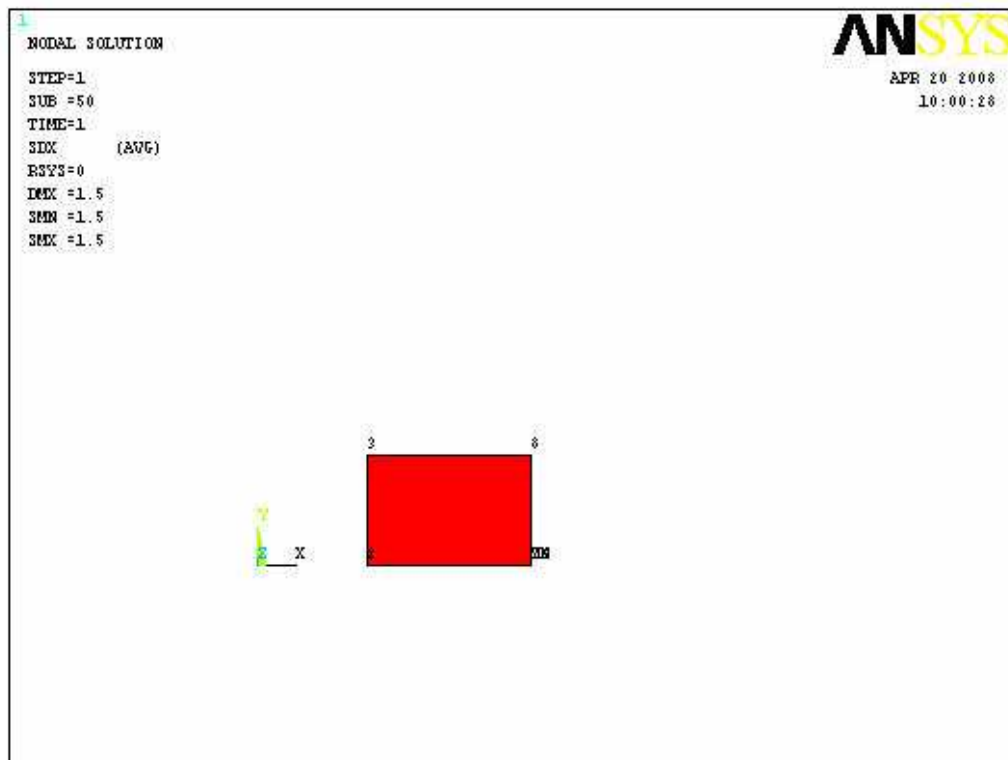
obr.1. Modelovaný tvar



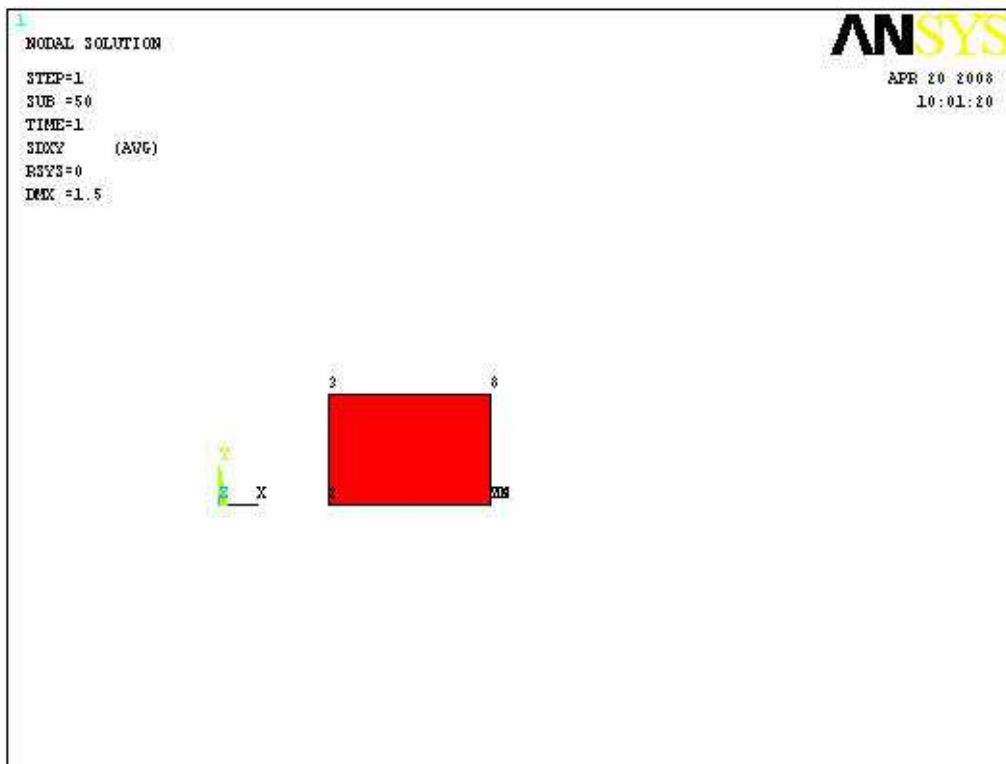
obr.2.UX



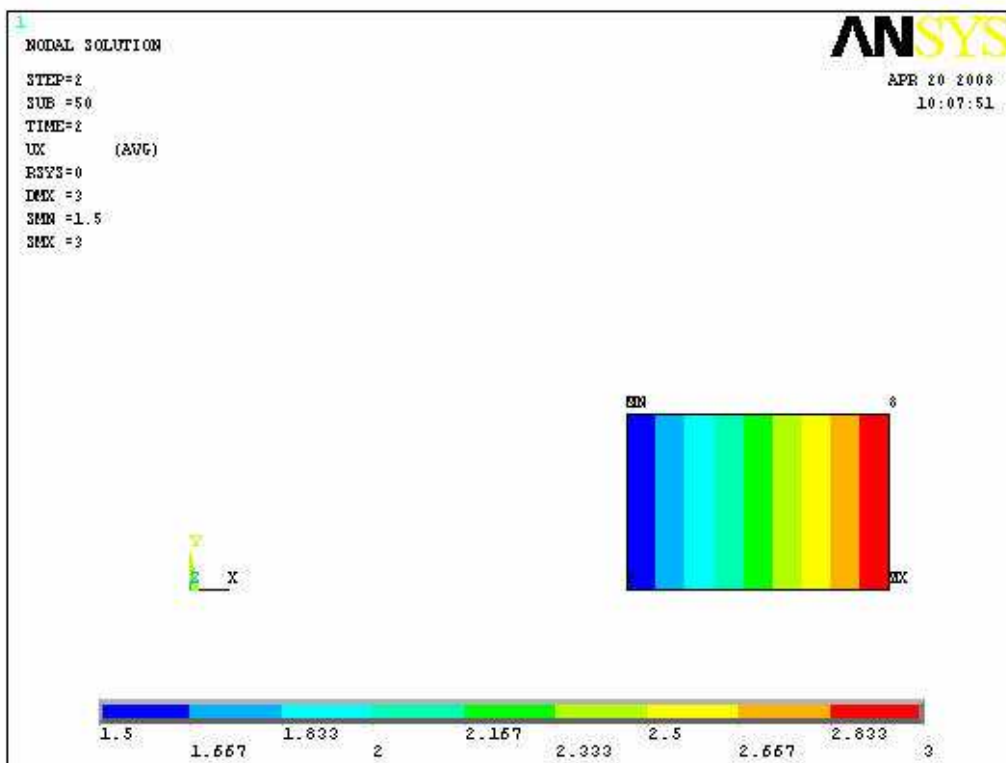
obr.3.UY



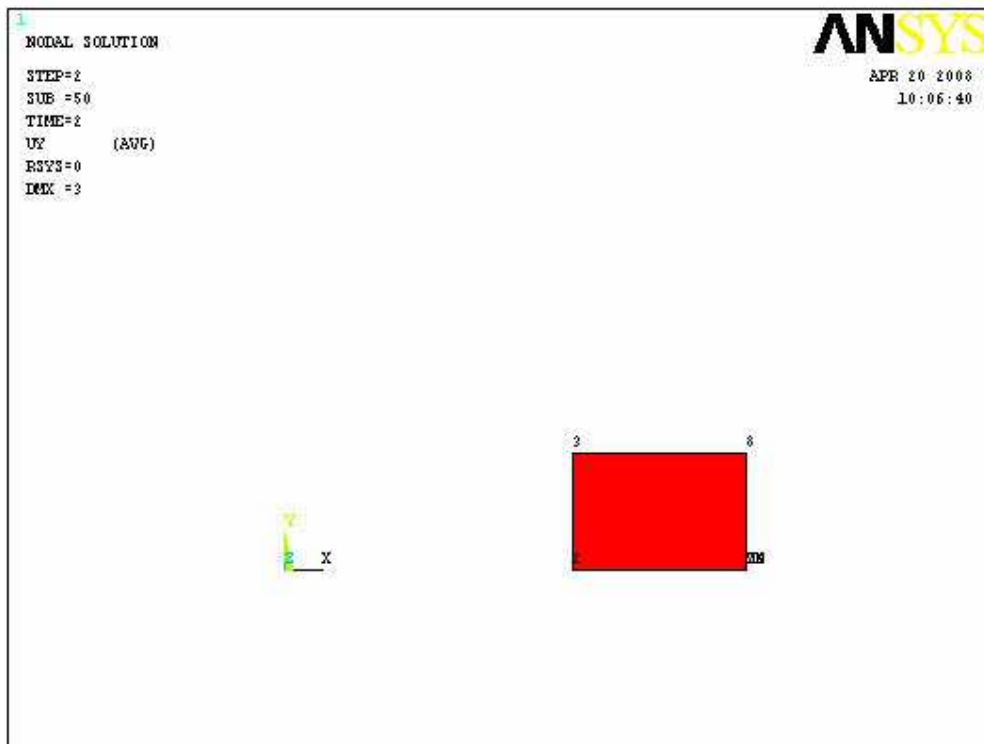
obr.4. SDX



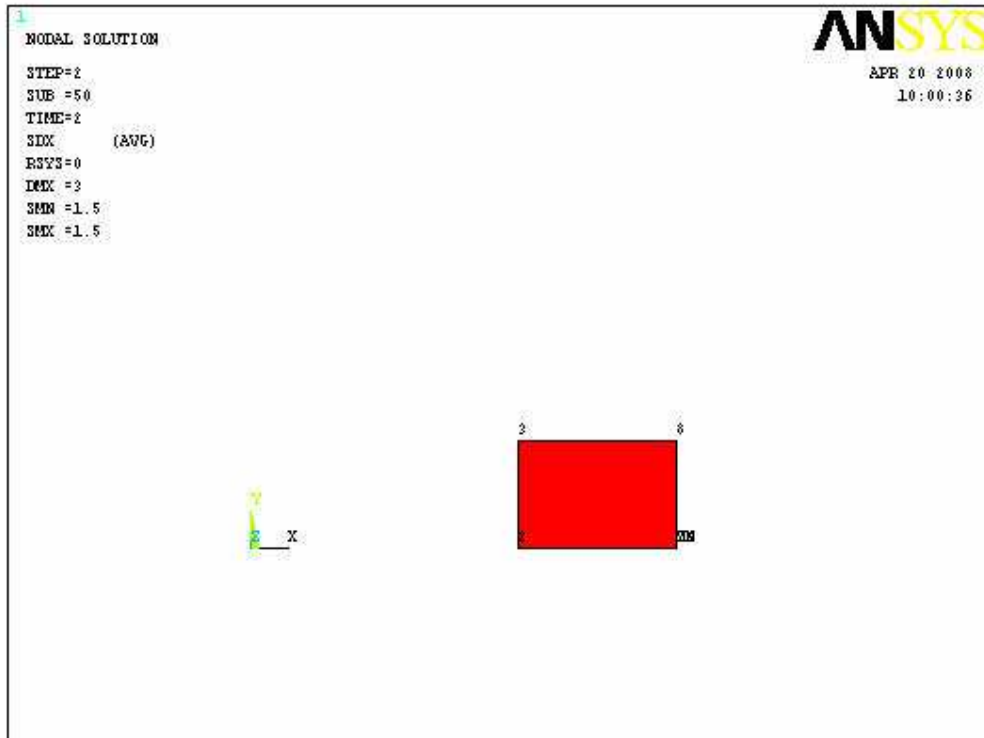
obr.5. SDXY



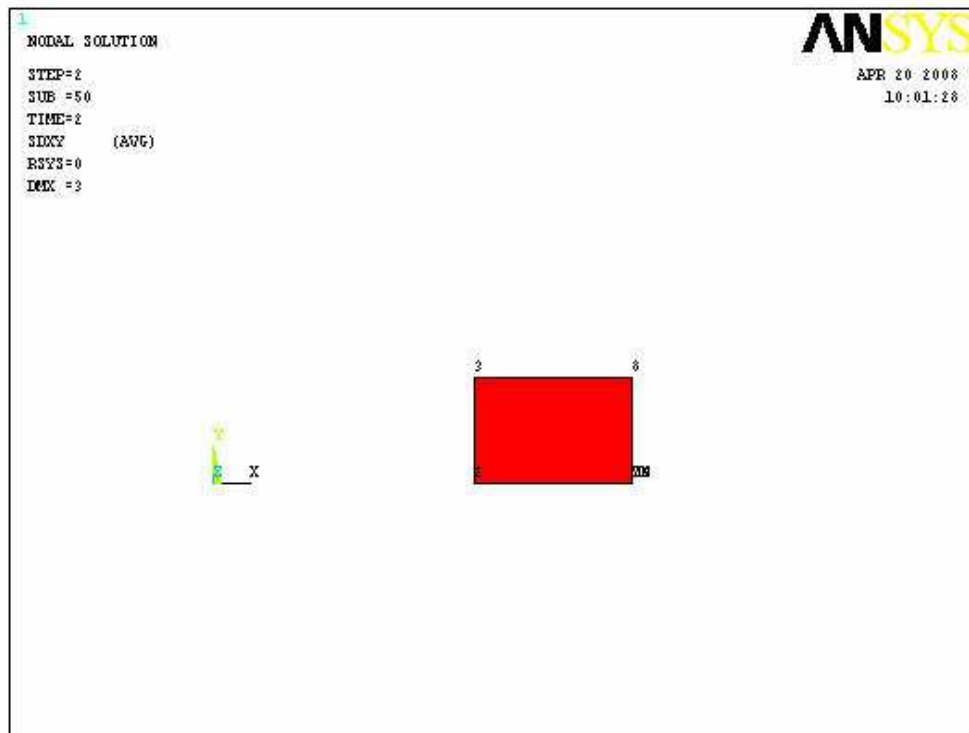
obr.6. UX



obr.7. UY

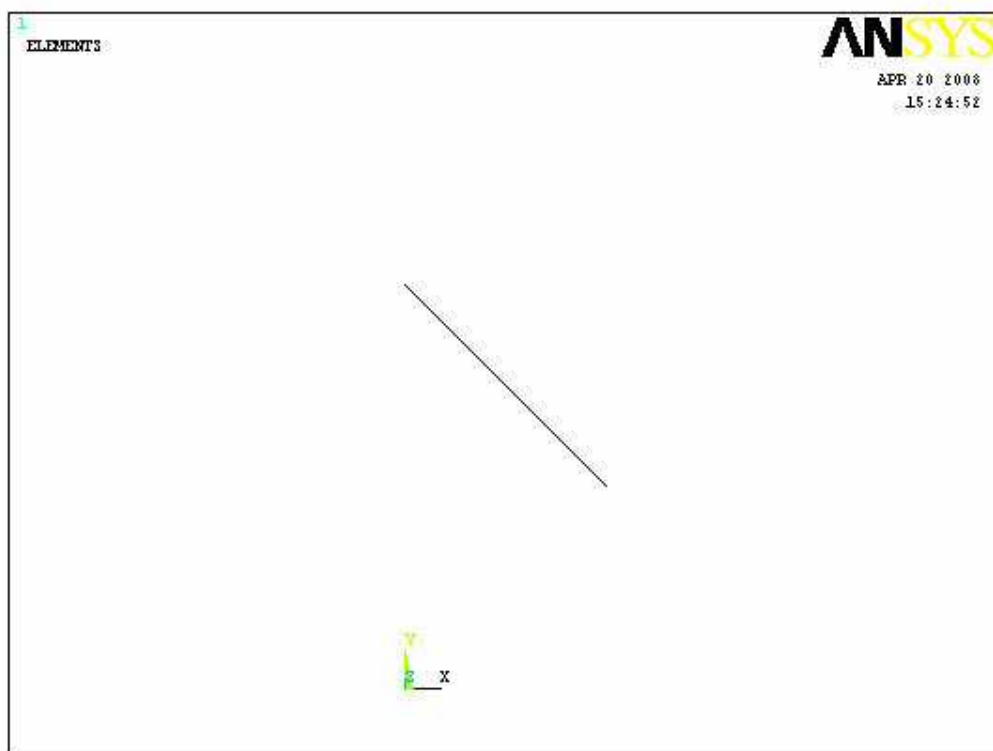


obr.8. SDX

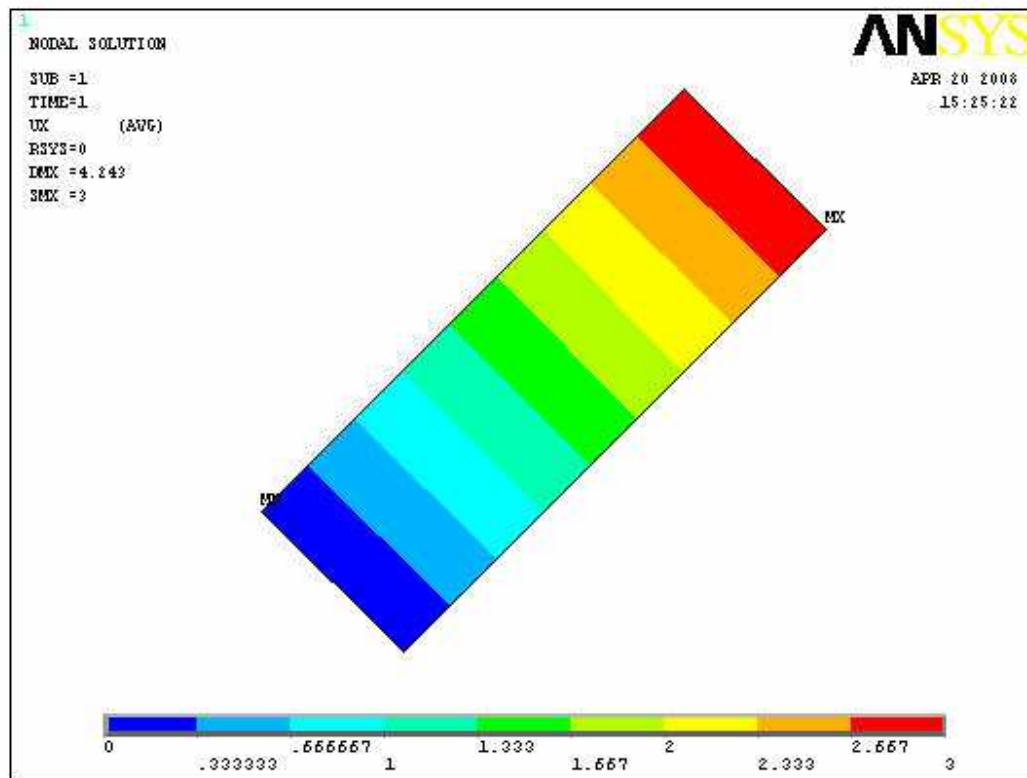


obr.9. SDXY

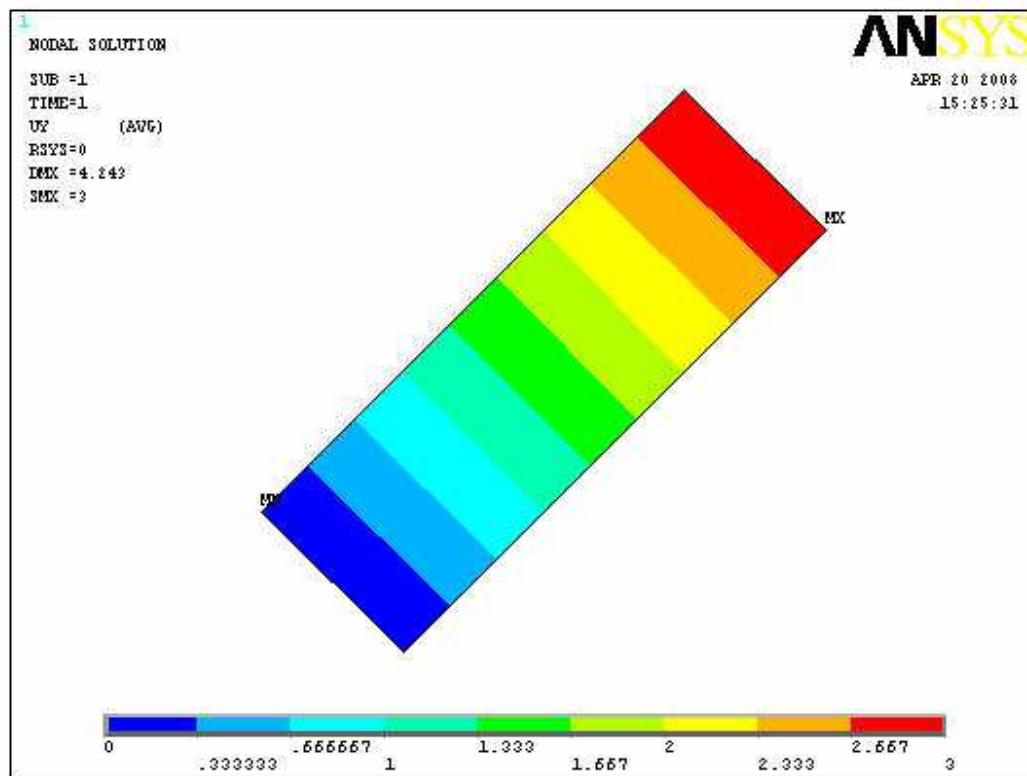
2 obrázková příloha



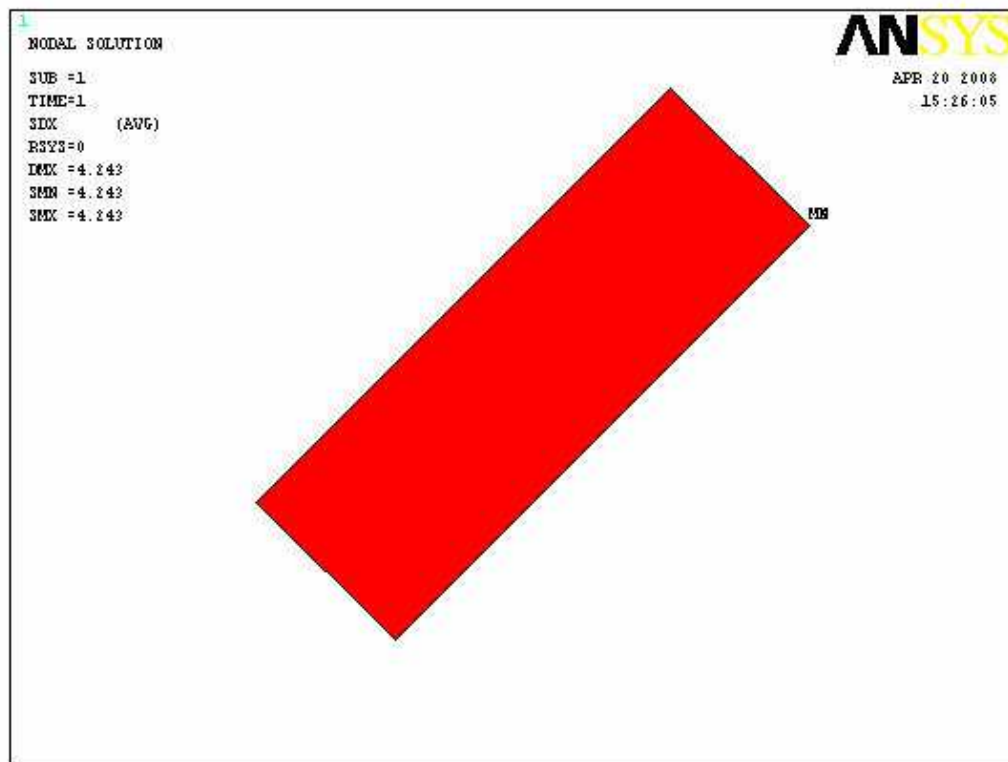
obr.10. Modelovaný tvar



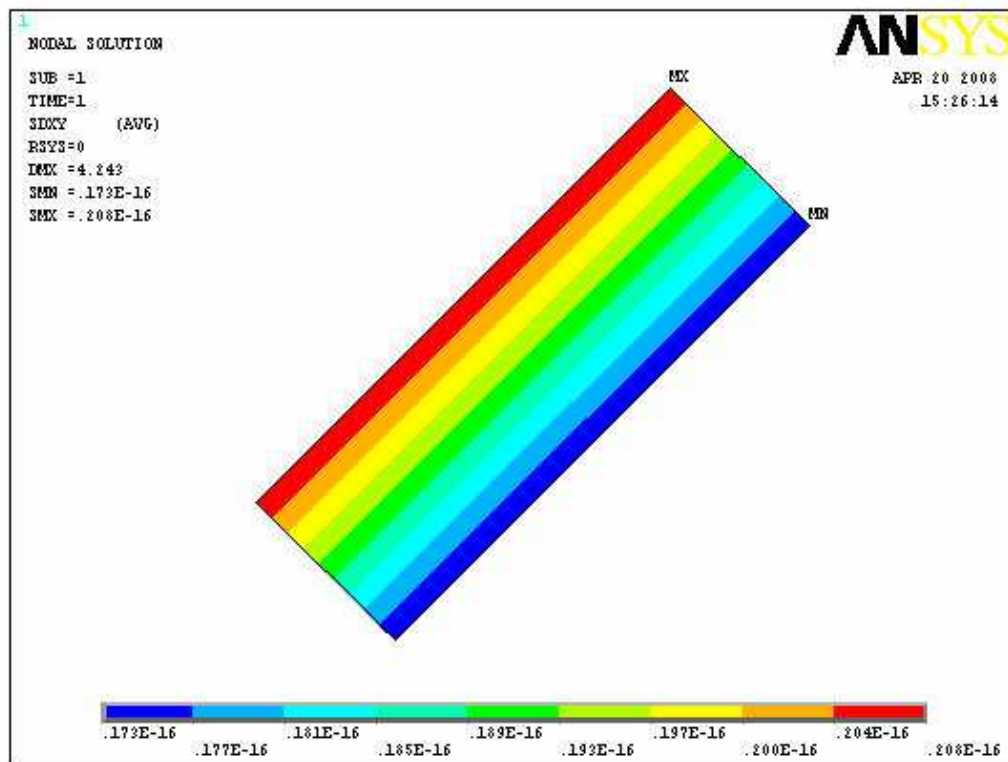
obr.11. UX



obr.12. UY

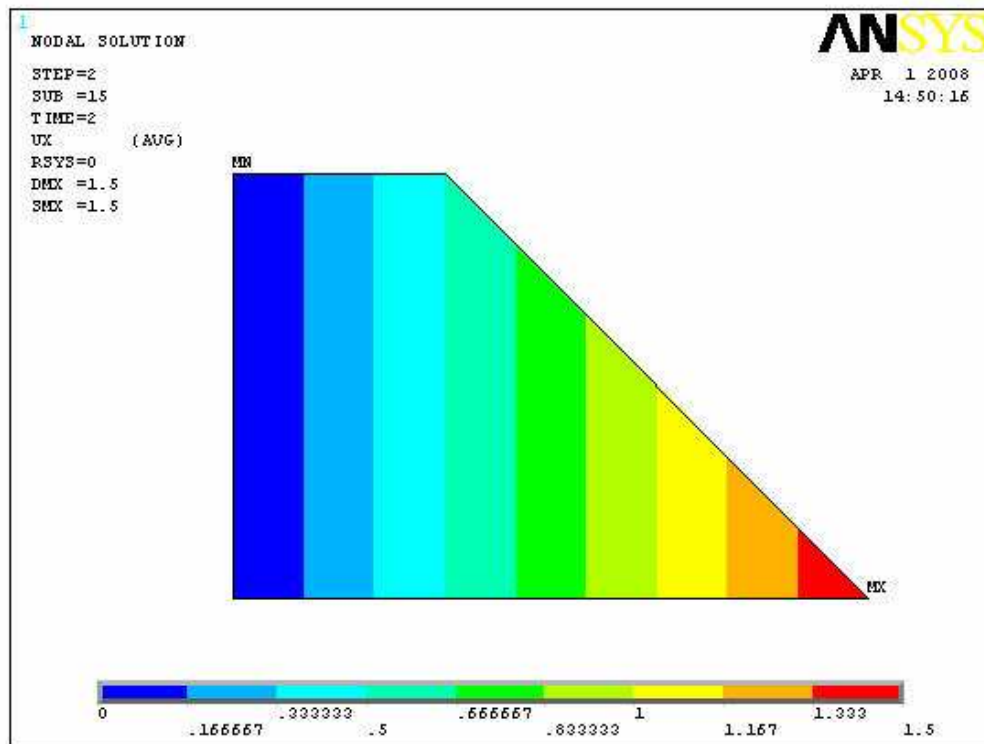


obr.13. SDX

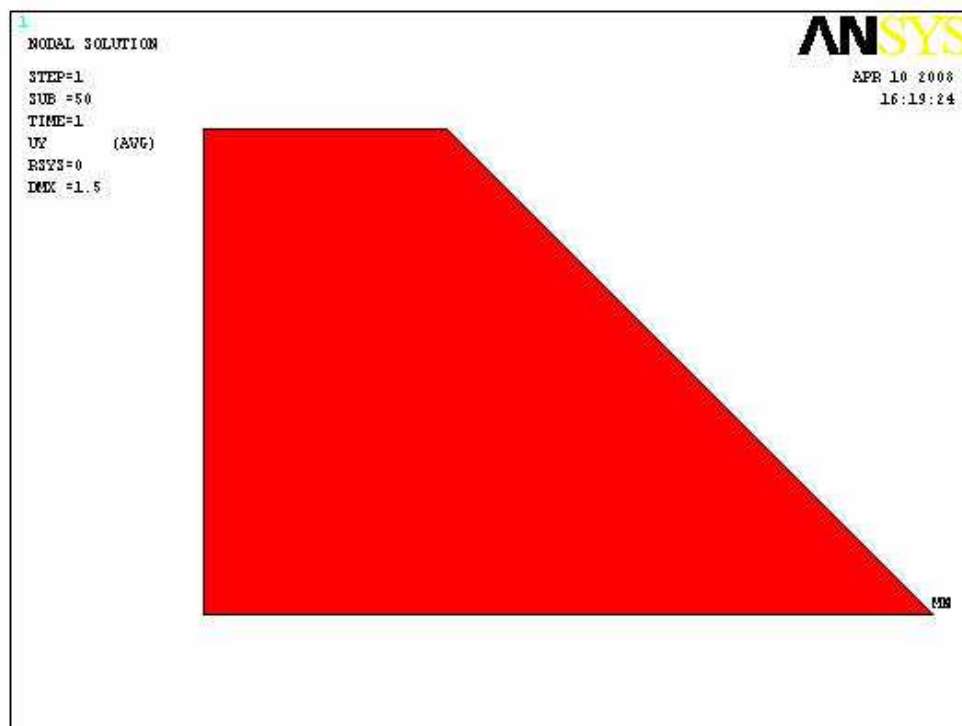


obr.14.DXY

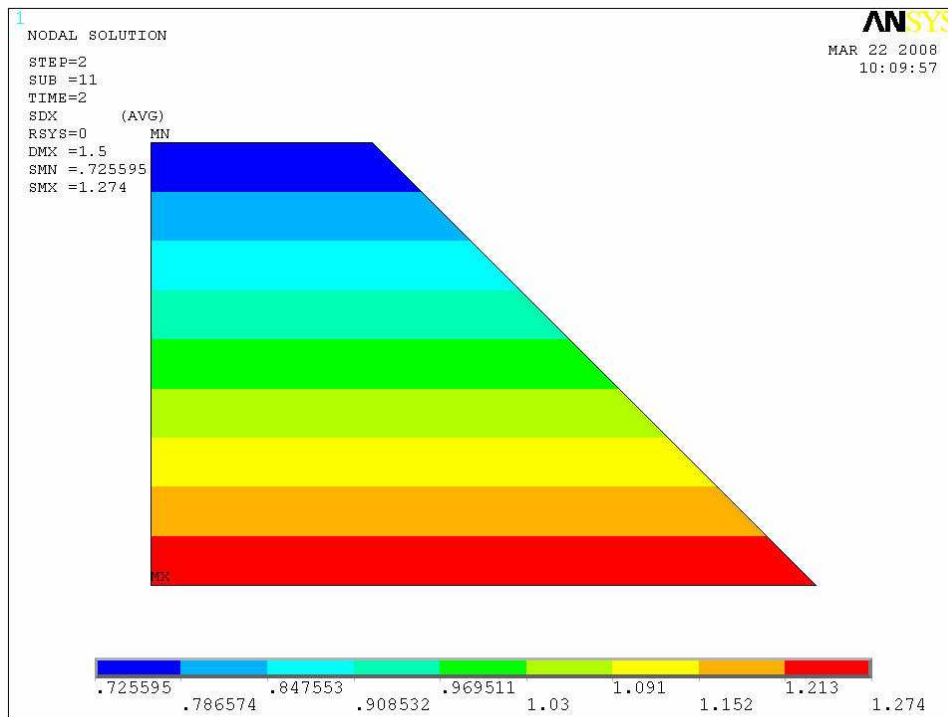
3 obrázková příloha



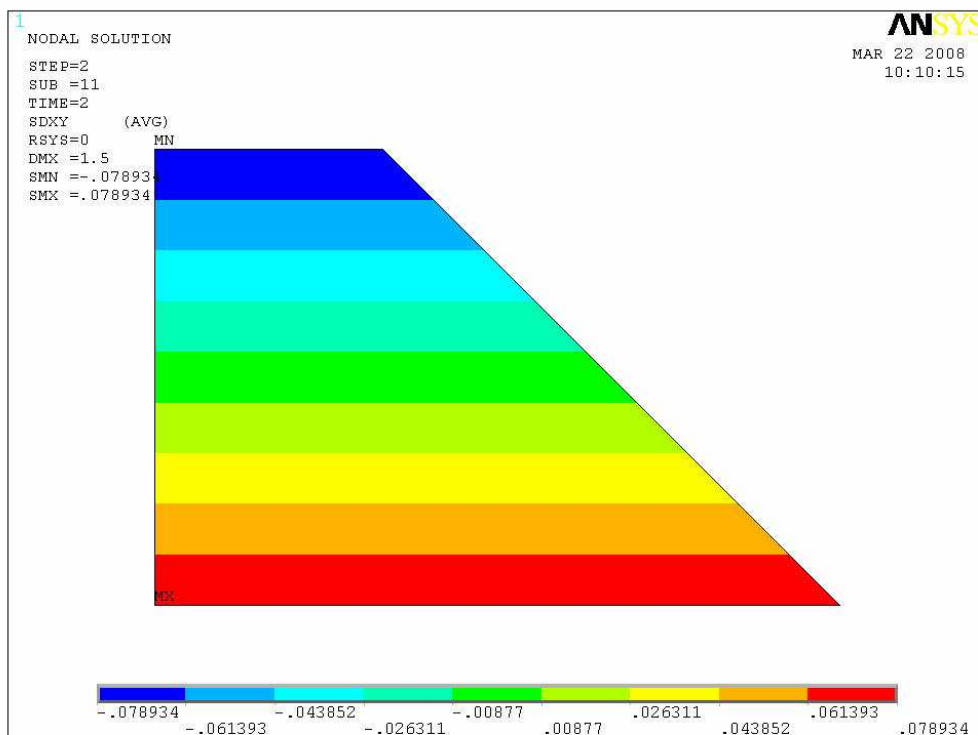
obr.15. UX



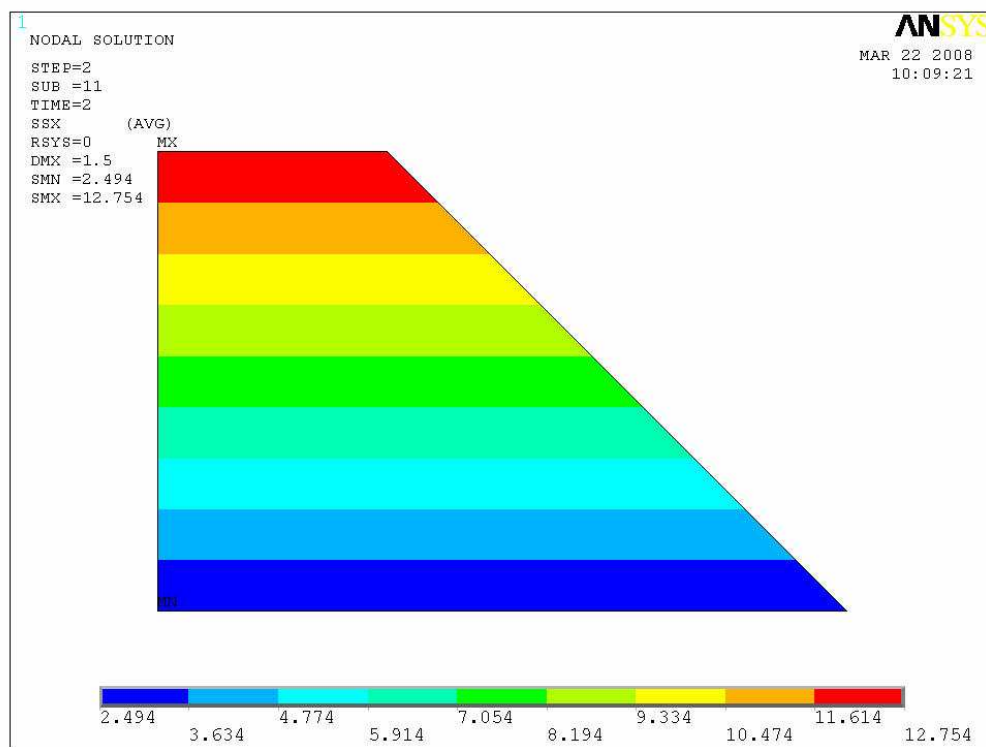
obr.16. UY



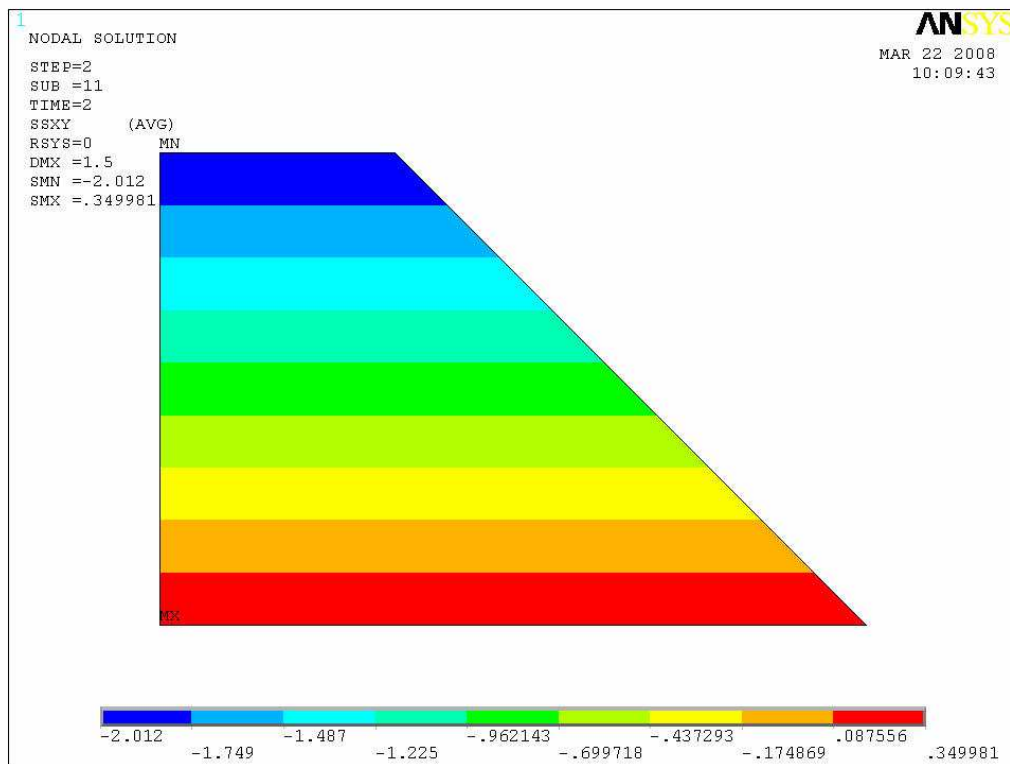
obr.17. SDX



obr.18. SDXY

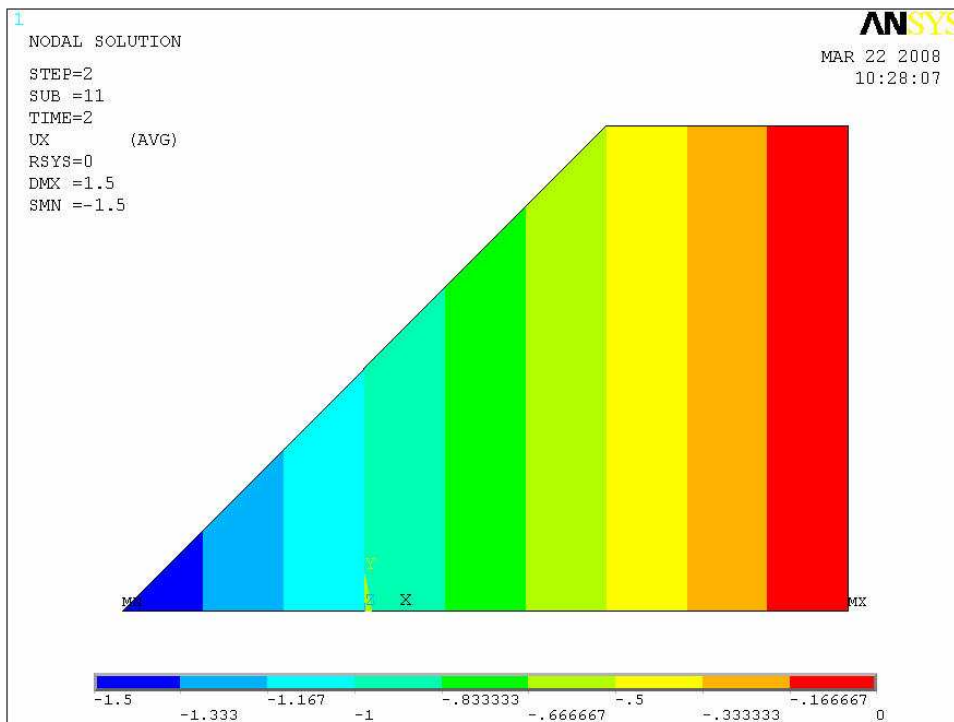


obr.19. SXX

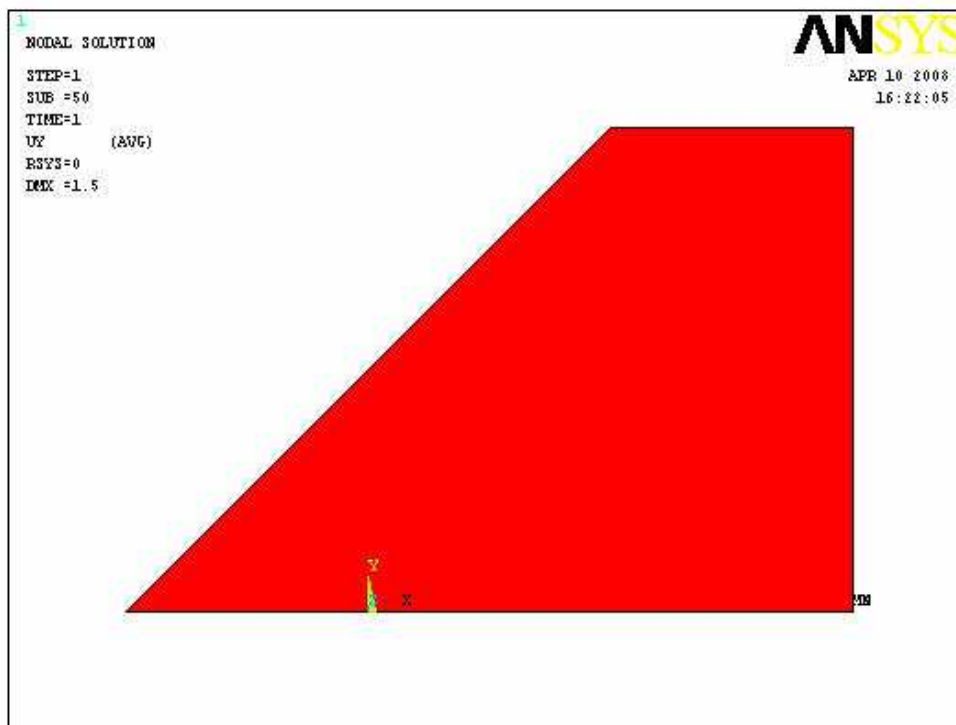


obr.20. SXXY

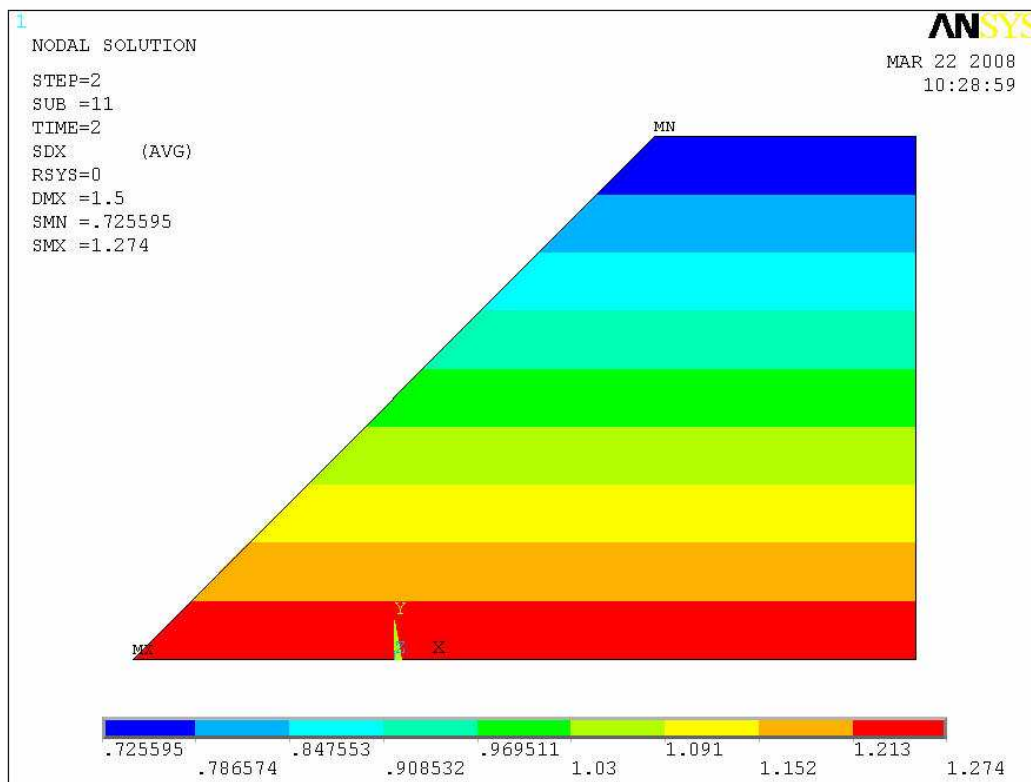
4 obrázková příloha



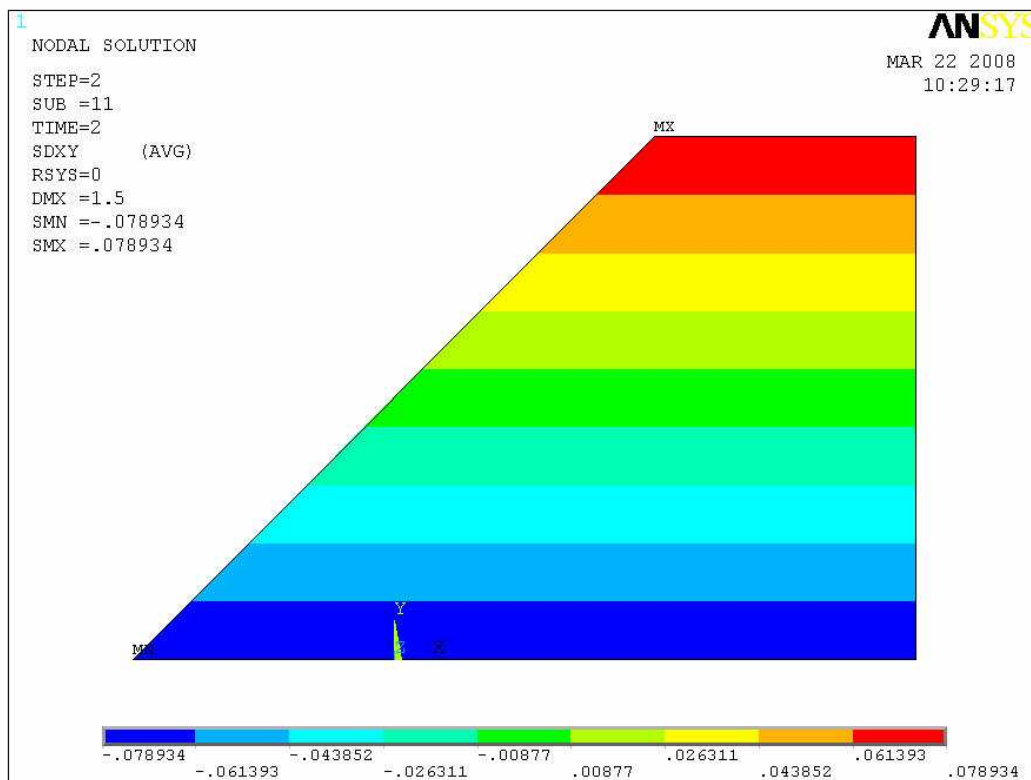
obr.21. UX



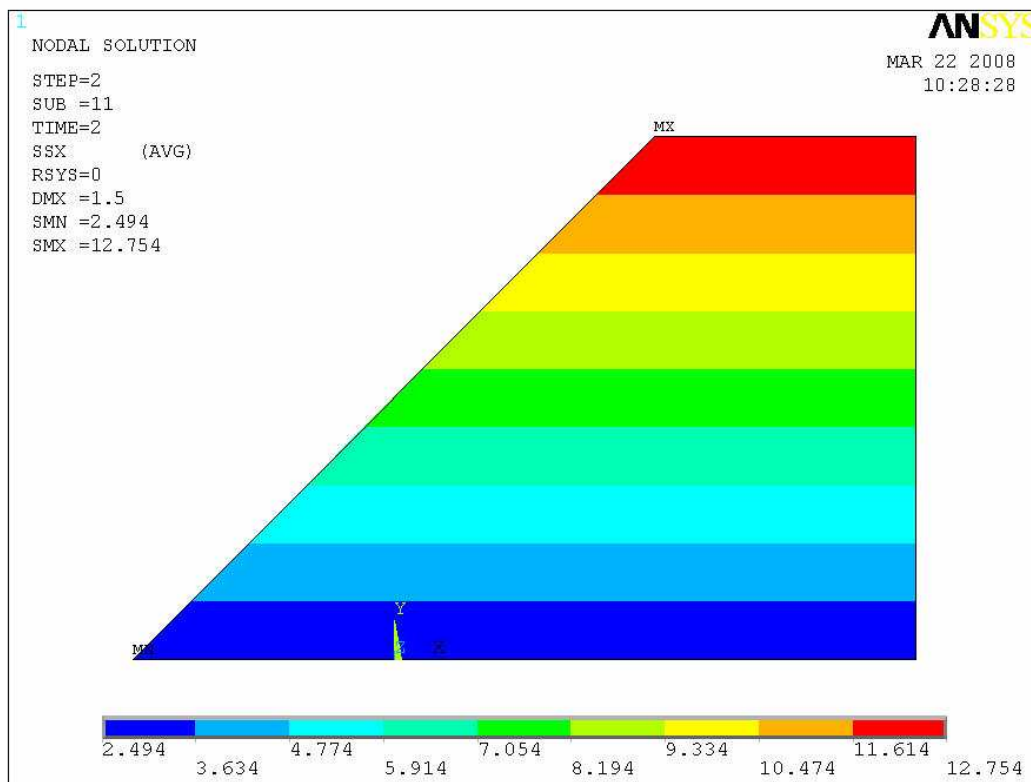
obr.22. UY



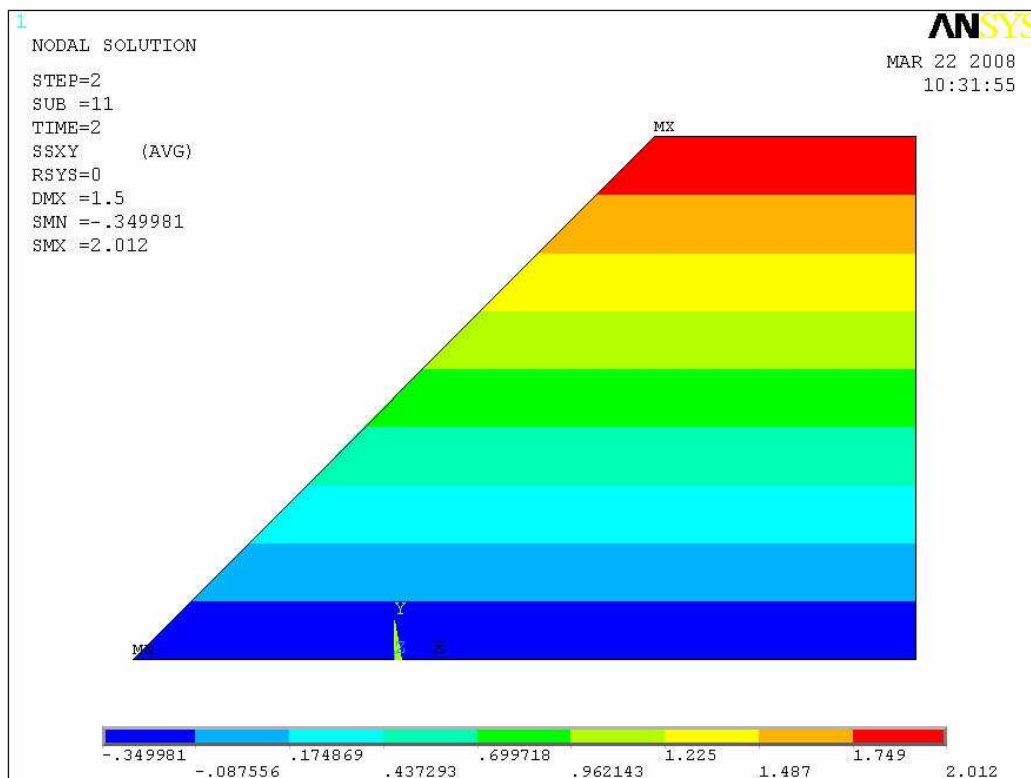
obr.23. SDX



obr.24. SDXY



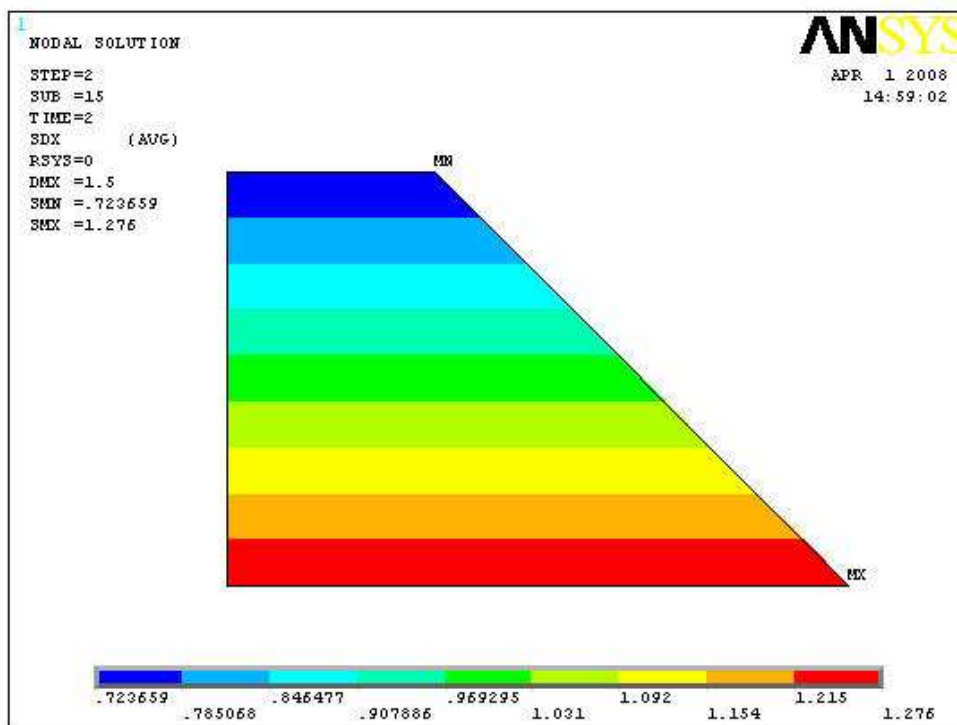
obr.25. SSX



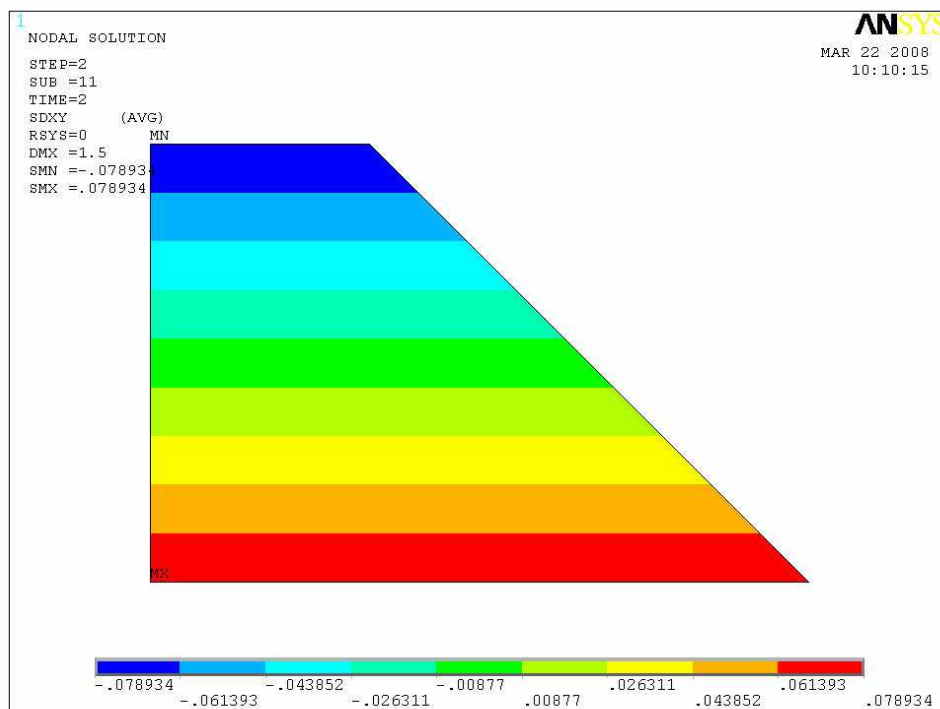
obr.26. SSXY

5 obrázková příloha

Prvek byl zatěžován deformačním posuvem ve směru X globálního souřadného systému do uzlů horní základny (zadaný deformační posuv má stejnou velikost pro oba uzly). Následuje zatěžování deformačními posuvy stejné velikosti v obou uzlech opačným směrem, způsobí rotaci základny.

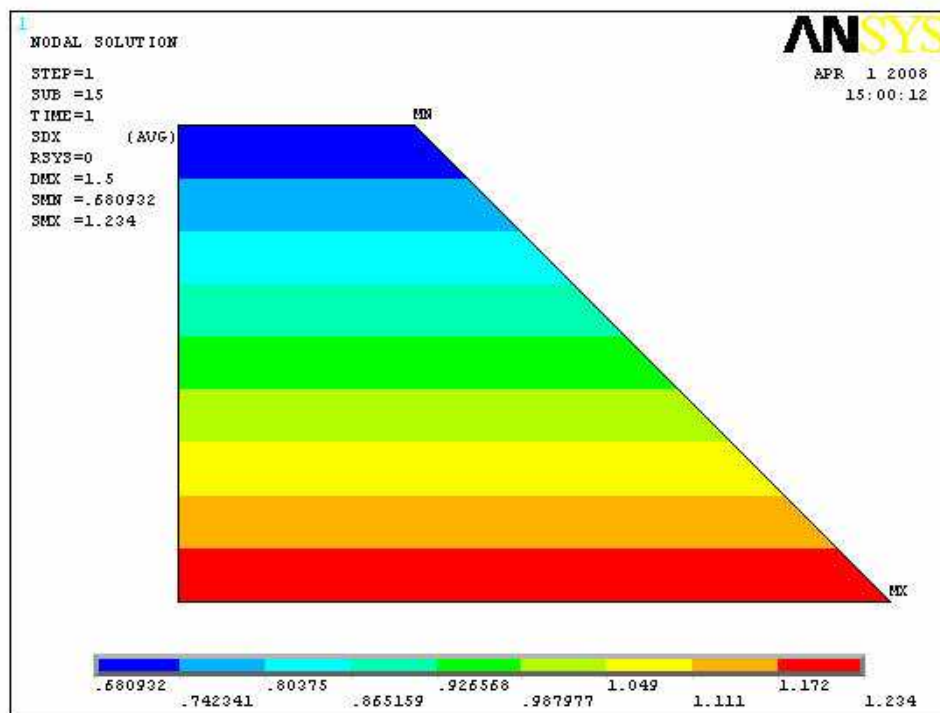


obr.27. SDX

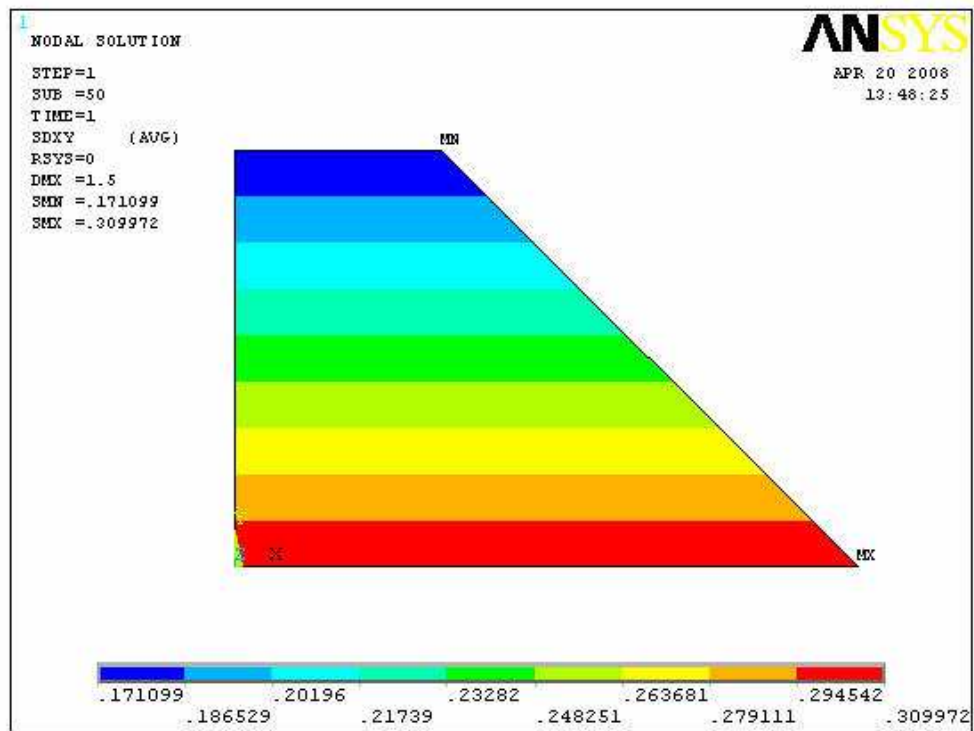


obr.28. SDXY

Prvek byl zatěžován deformačními posuvy v uzlech horní základny odlišnými posuvy ve směru X globálního souřadného systému.

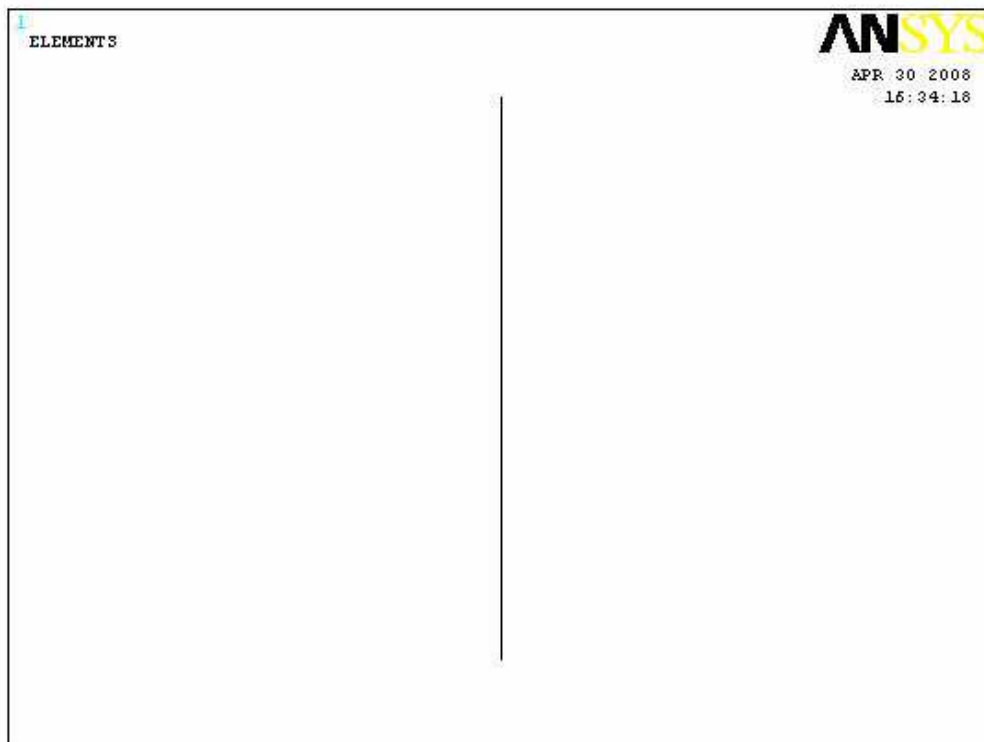


obr.29. SDX

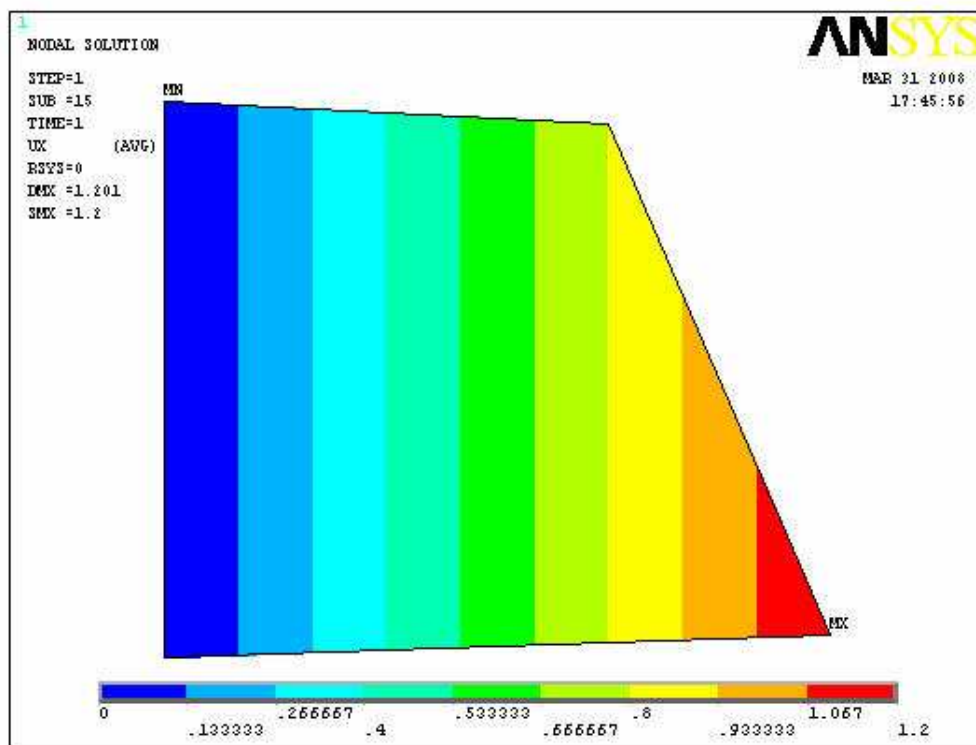


obr.30. SDXY

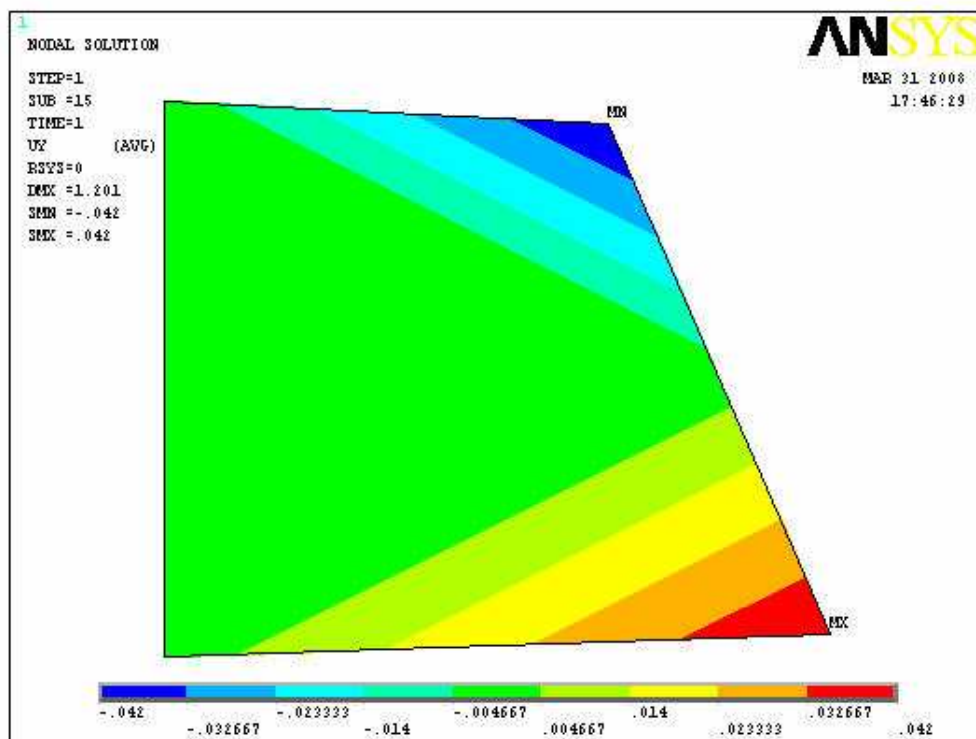
6 obrázková příloha



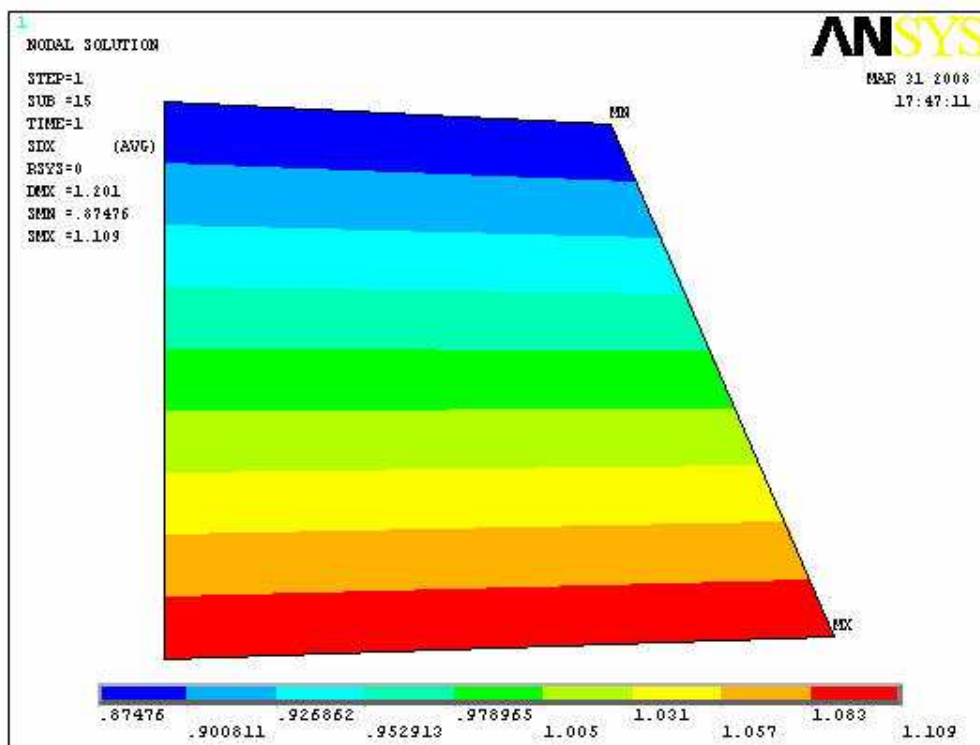
obr.31. Modelovaný tvar



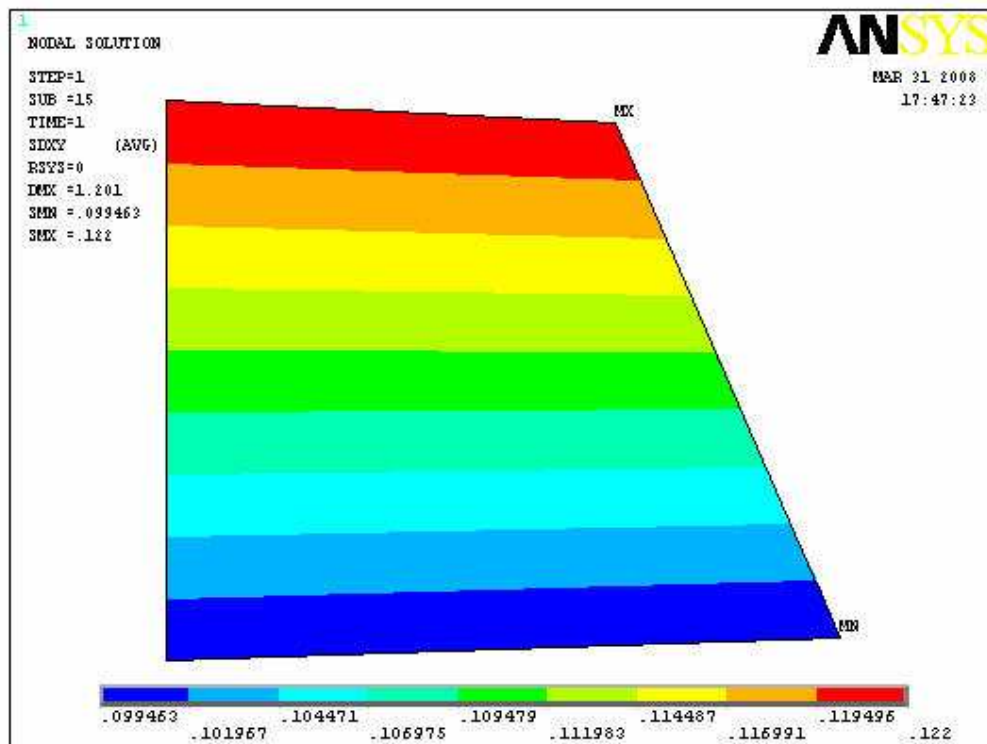
obr.32. UX



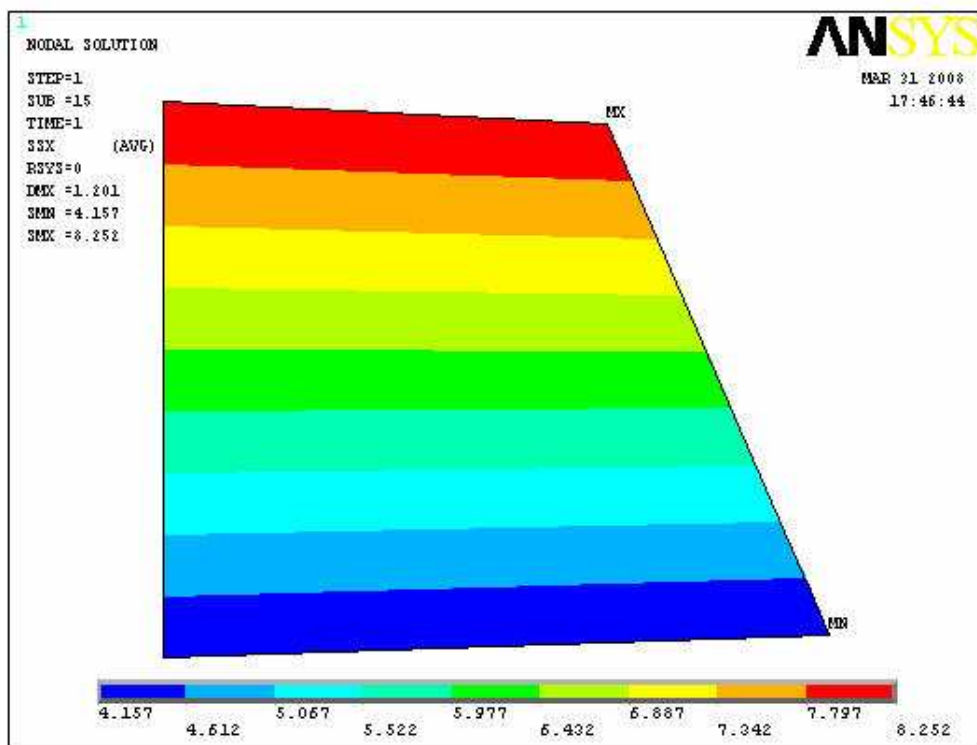
obr.32. UY



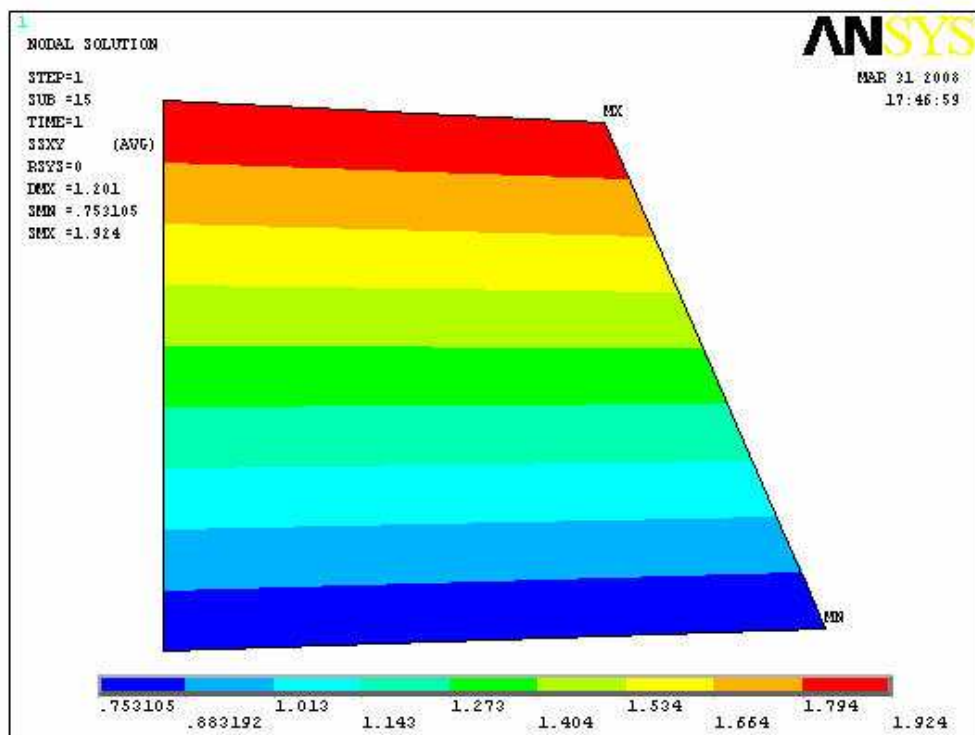
obr.33. SDX



obr.34.SDXY

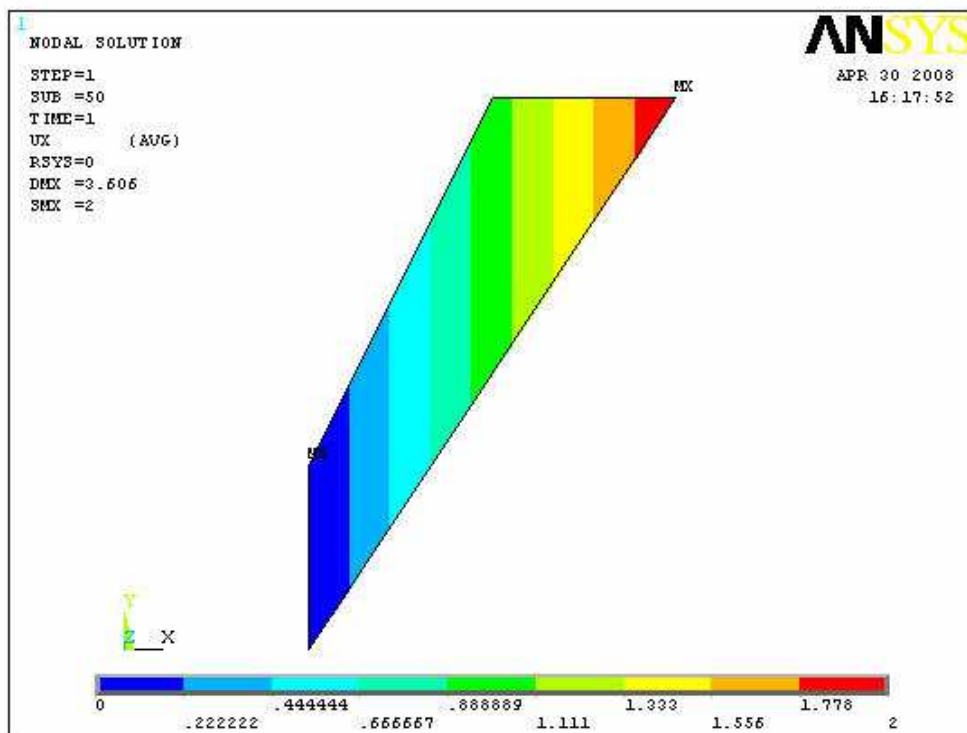


obr.35. SSX

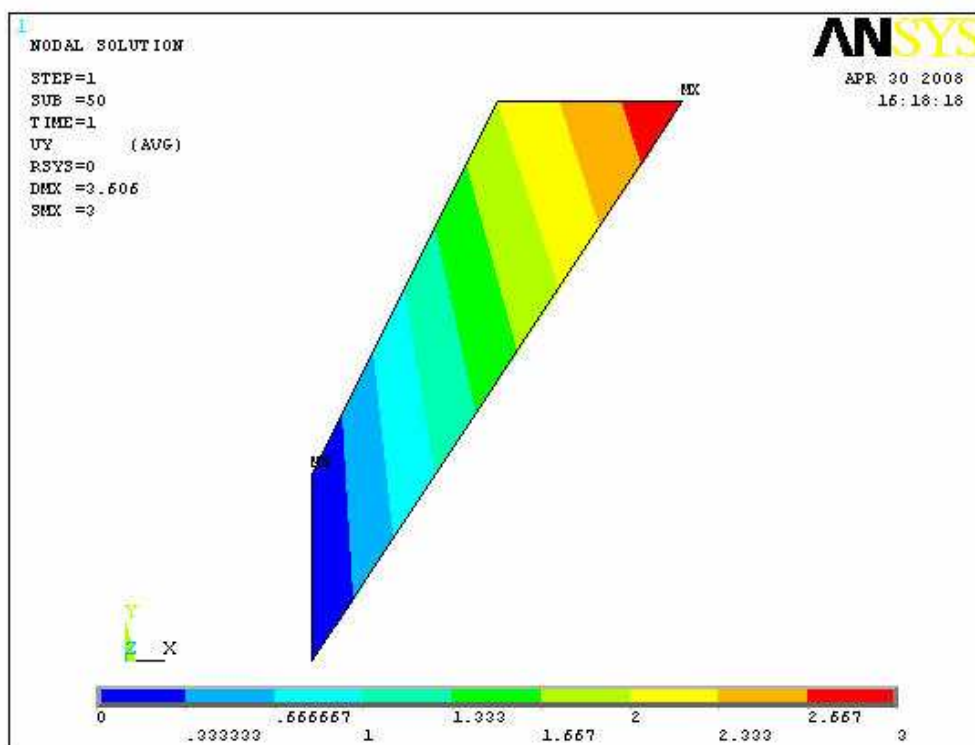


obr.36. SSXY

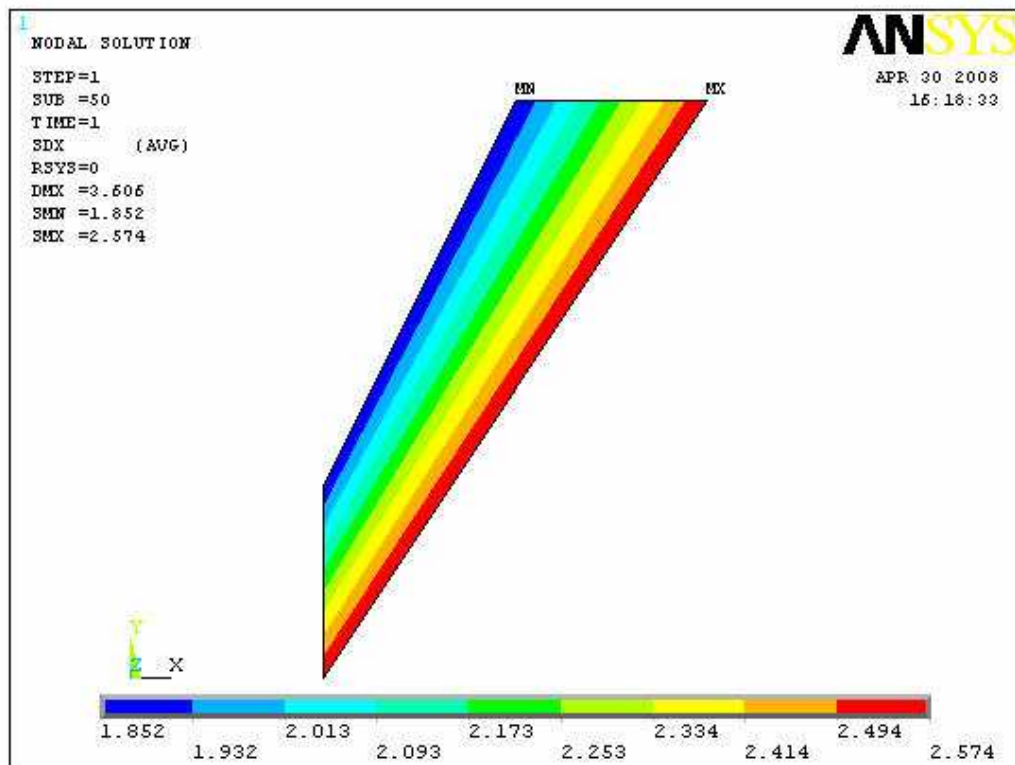
7 obrázková příloha



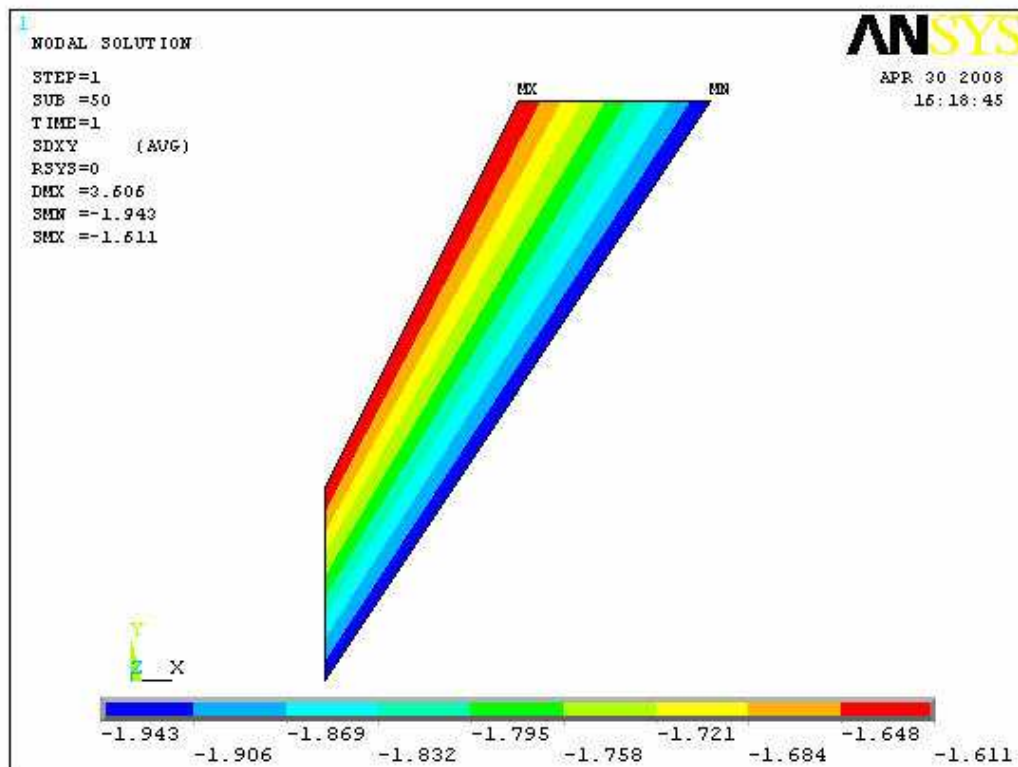
obr.37. UX



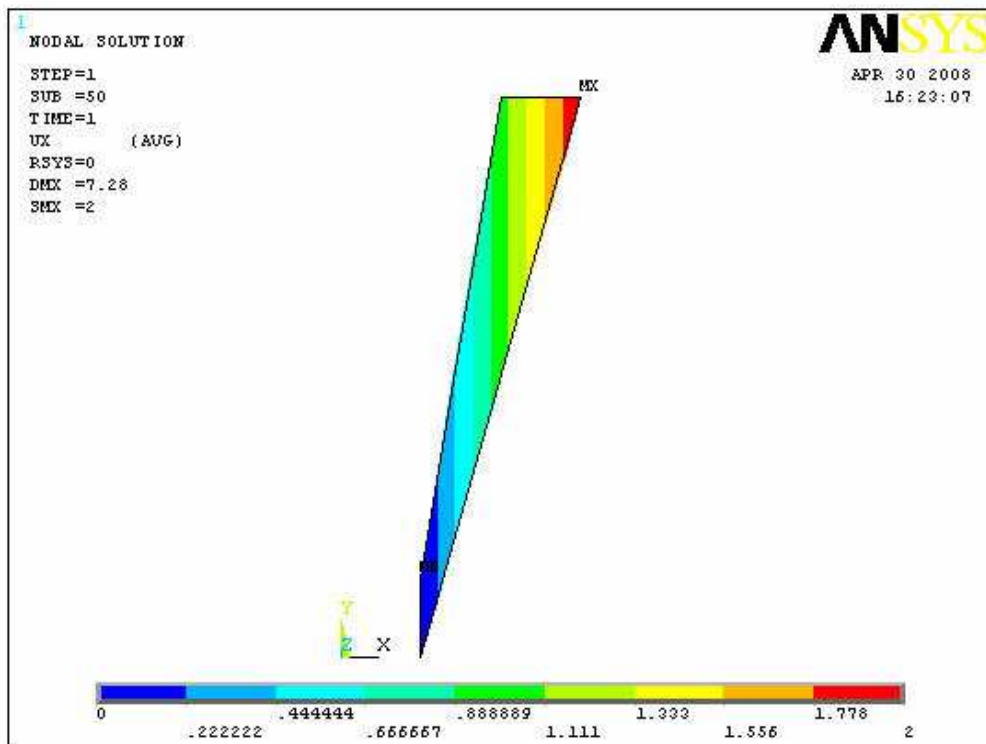
obr.38. UY



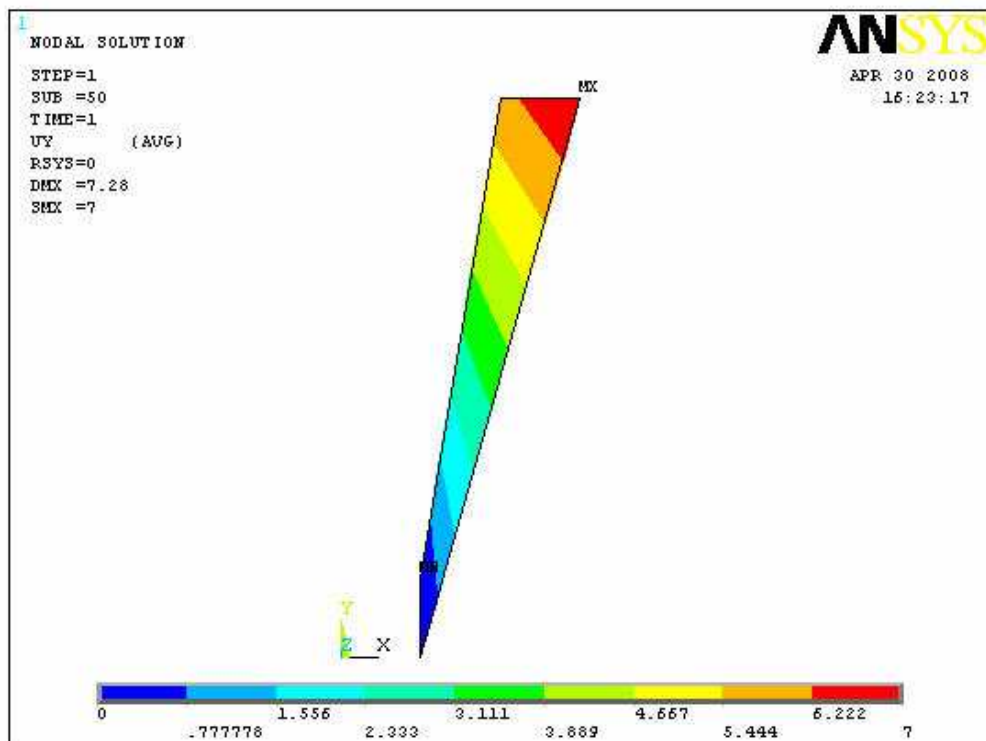
obr.39. SDX



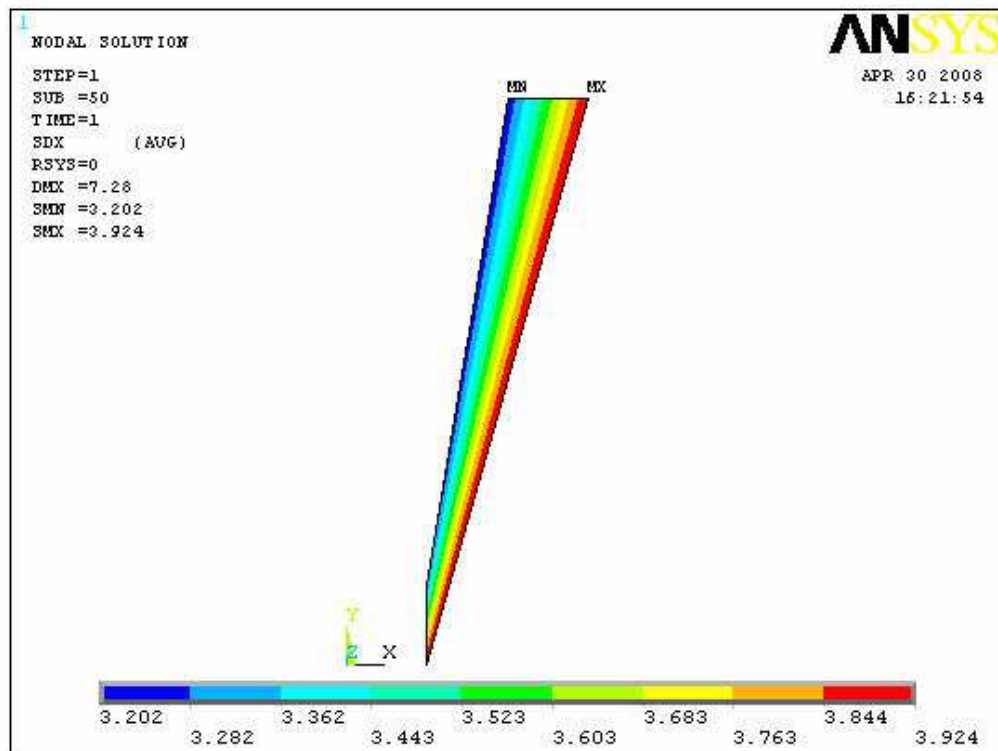
obr.40. SDXY



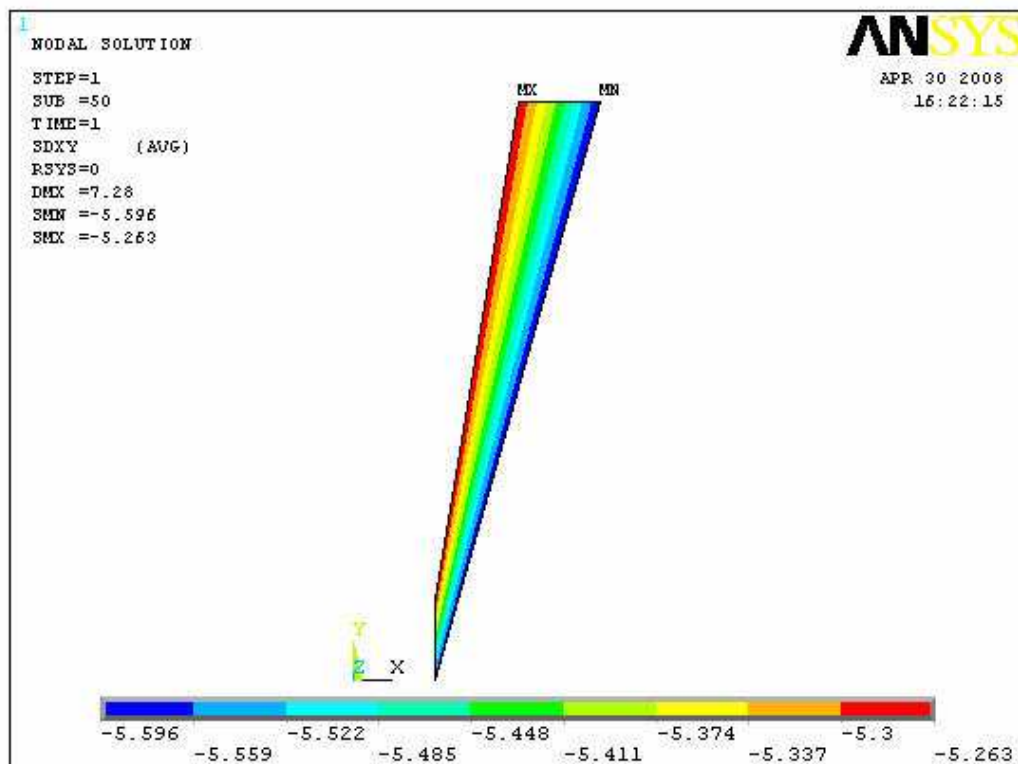
obr.41. UX



obr.42. UY

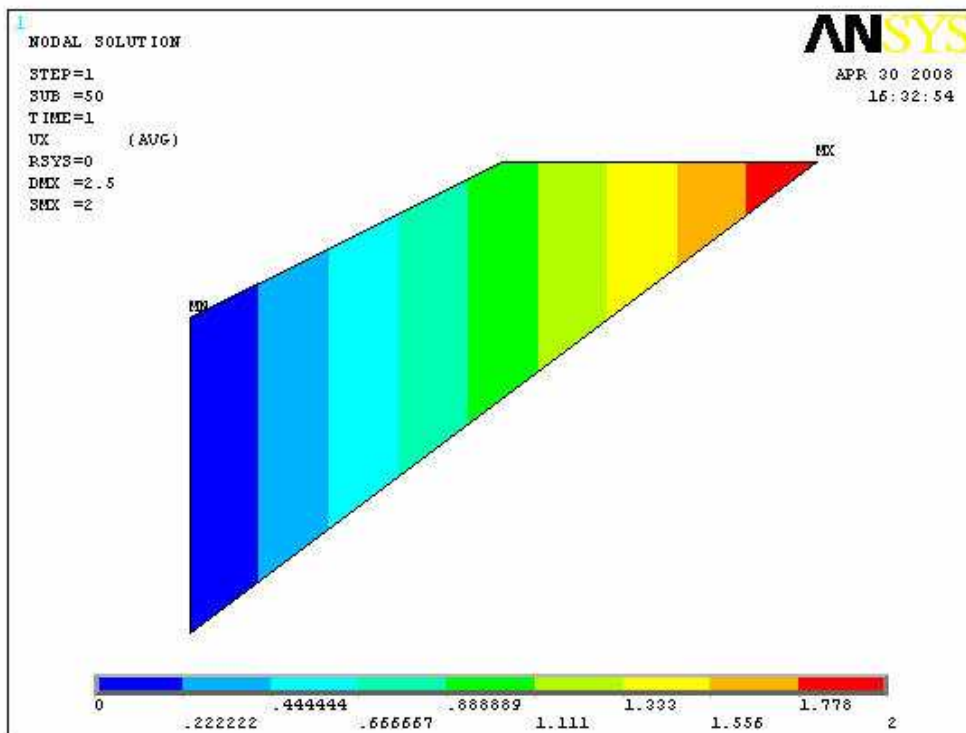


obr.43. SDX

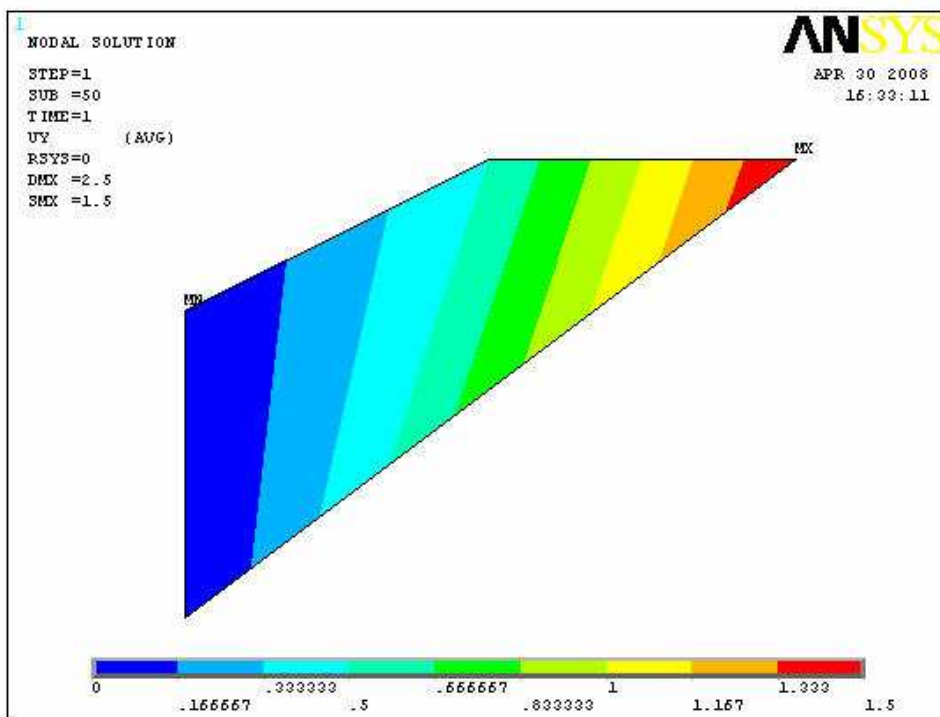


obr.44. SDXY

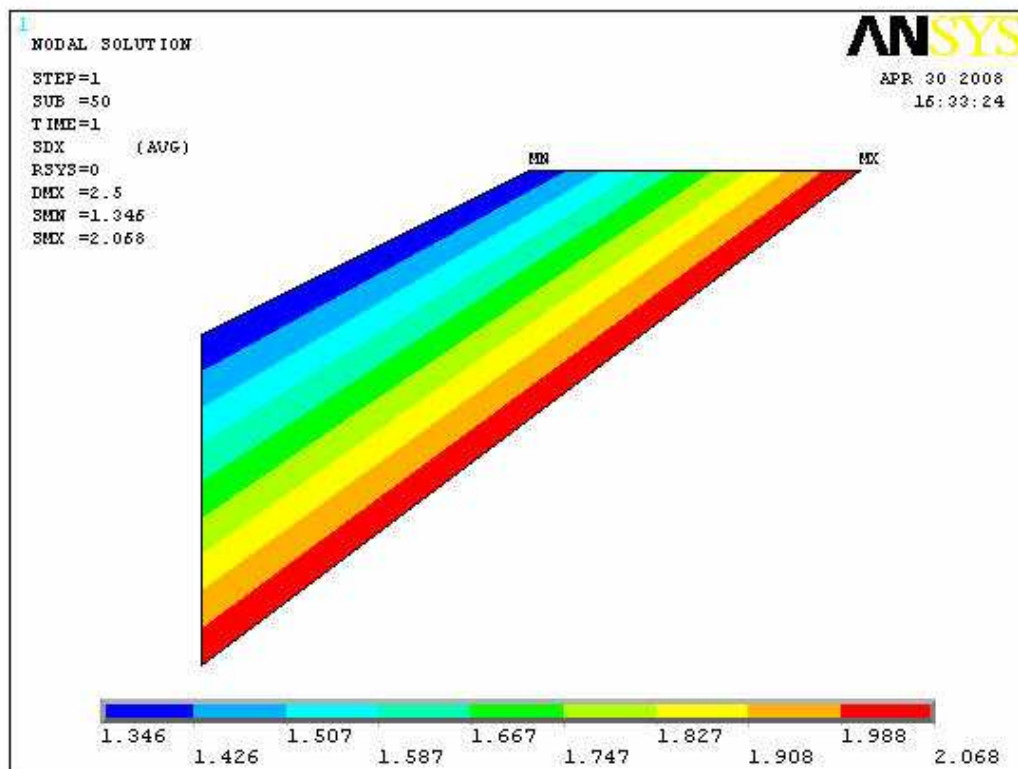
8 obrázková příloha



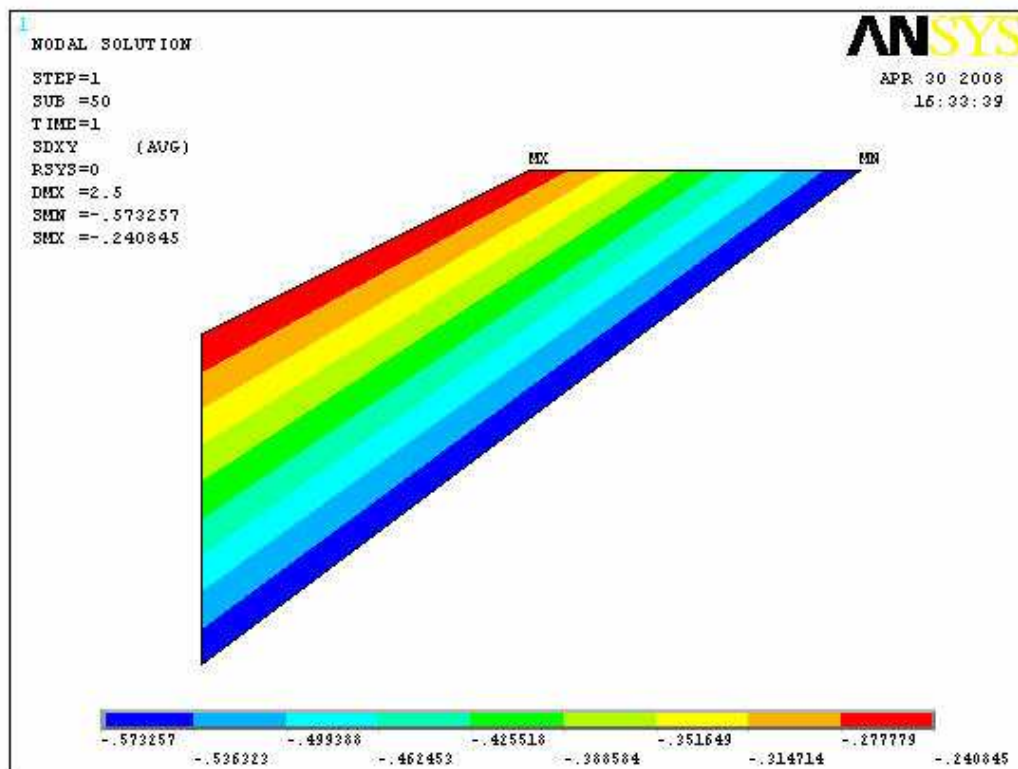
obr.45. UX



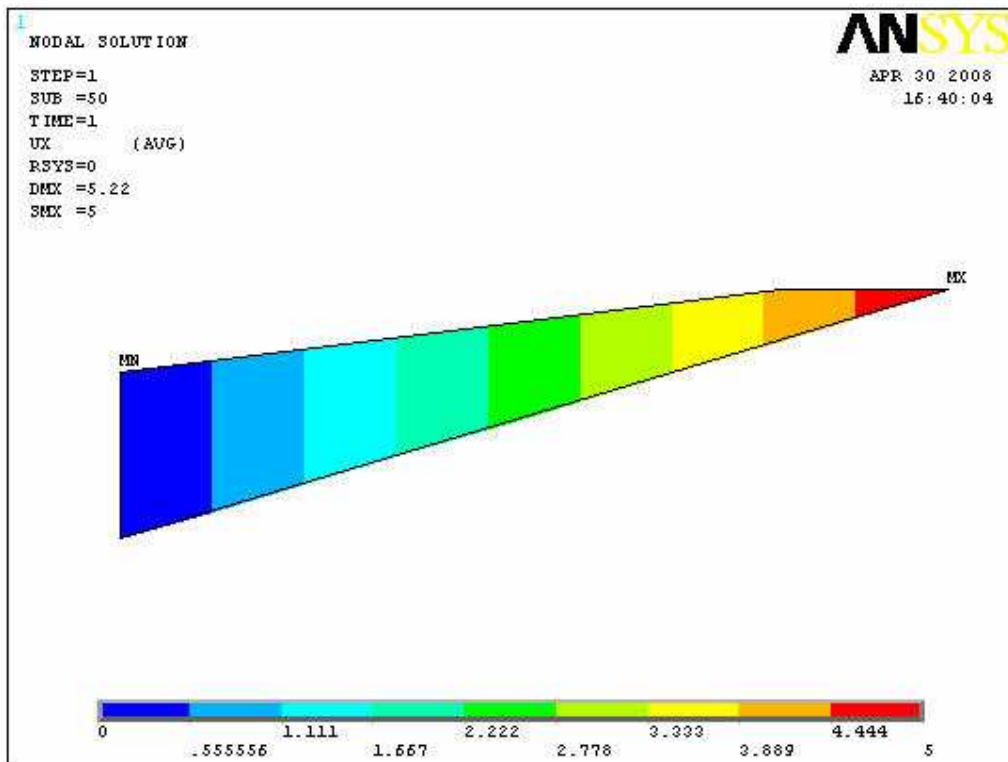
obr.46. UY



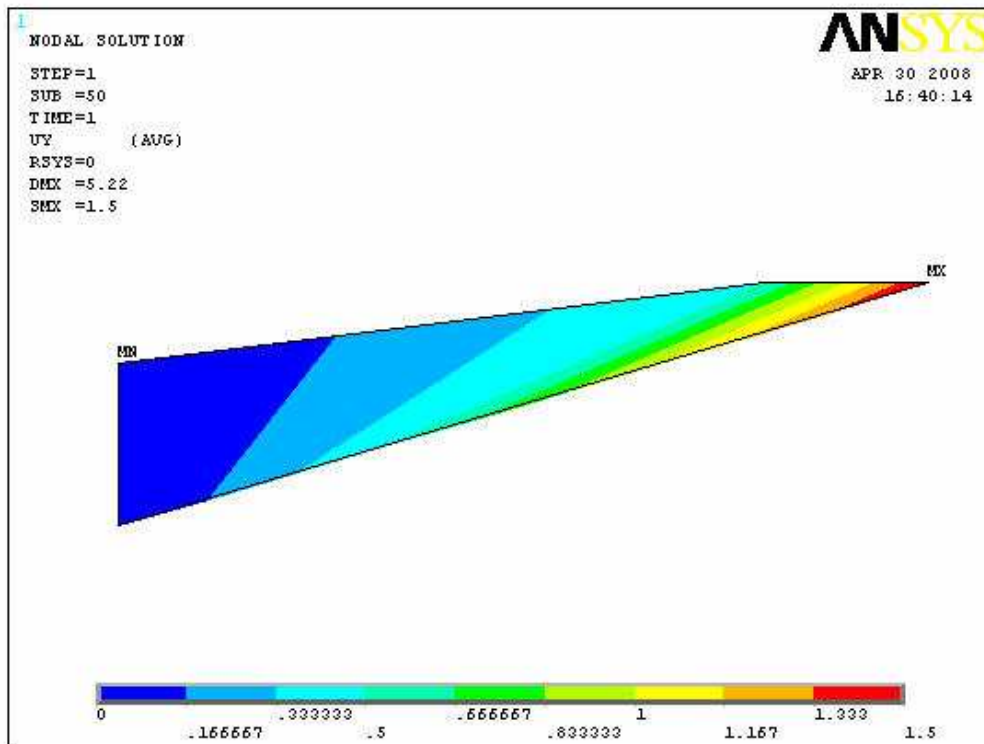
obr.47. SDX



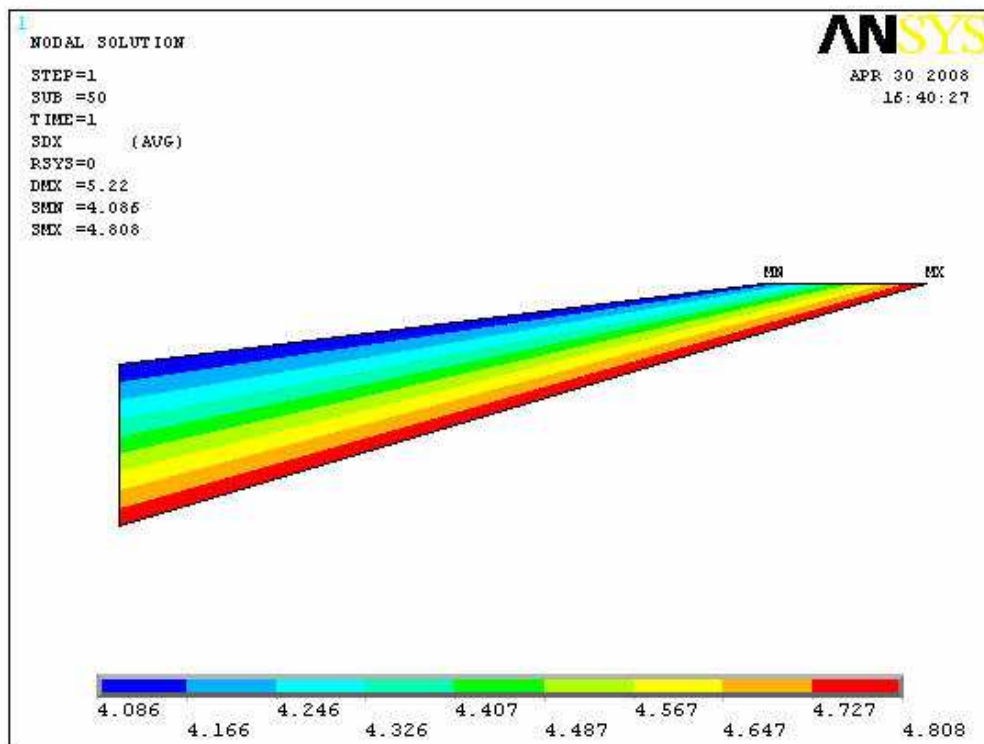
obr.48. SDXY



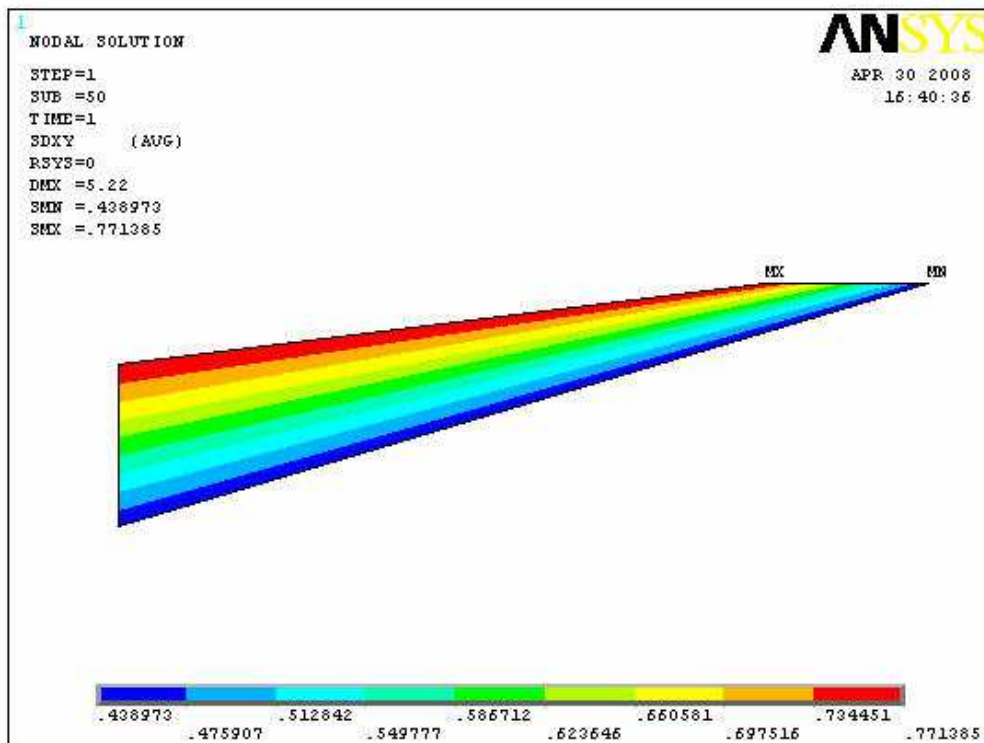
obr.49. UX



obr.50. UY

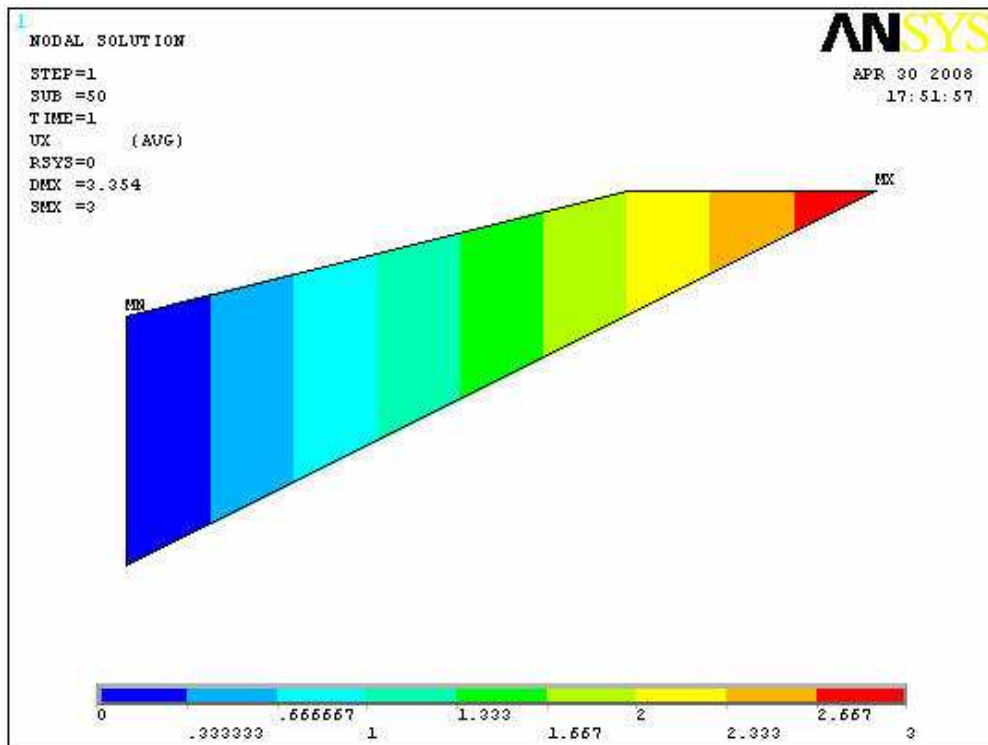


obr.51. SDX

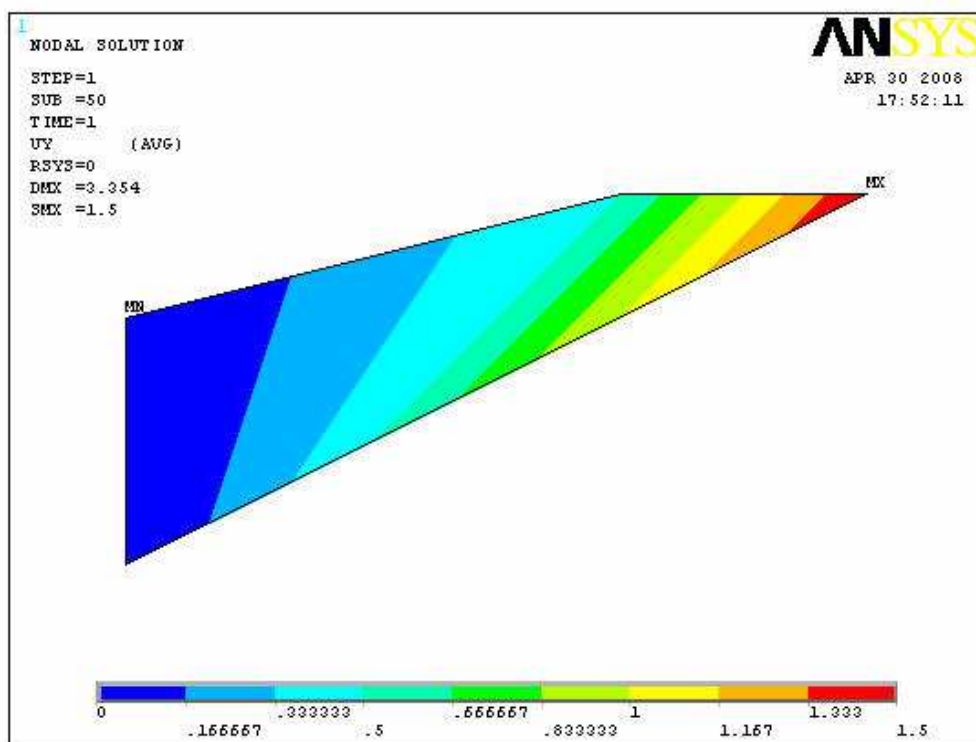


obr.52. SDXY

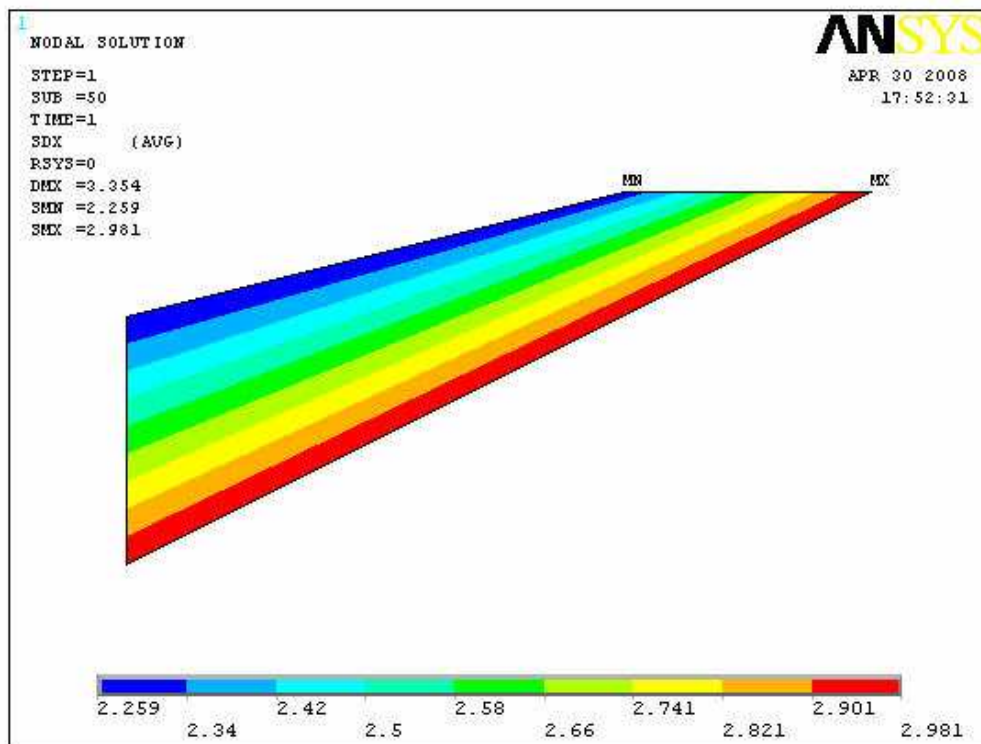
9 obrázková příloha



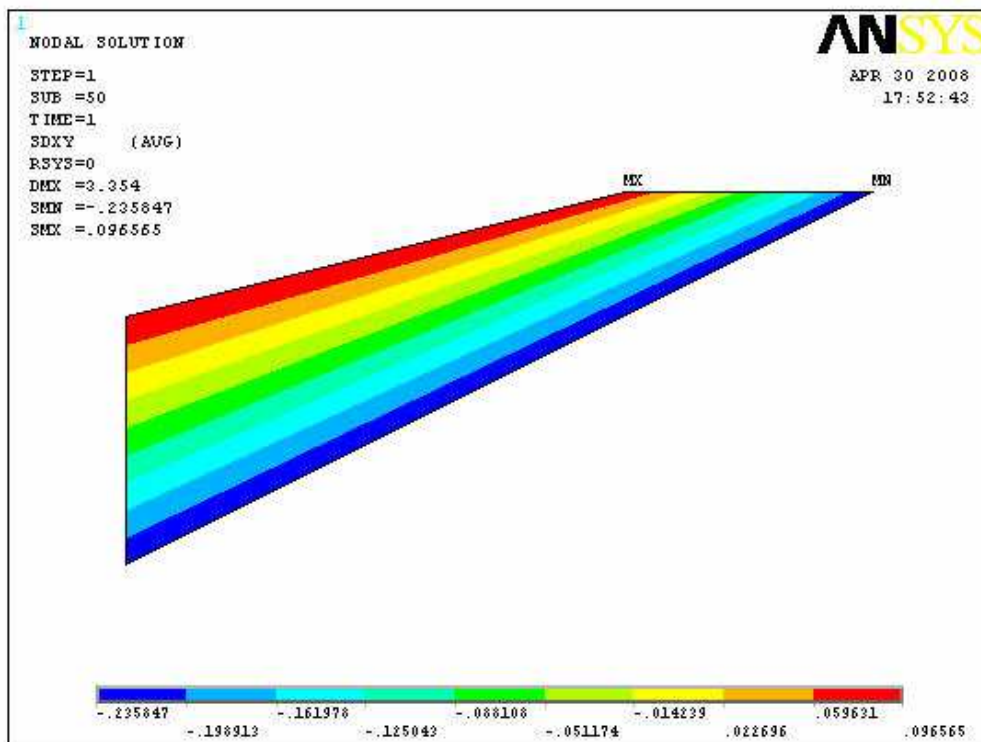
obr.53. UX



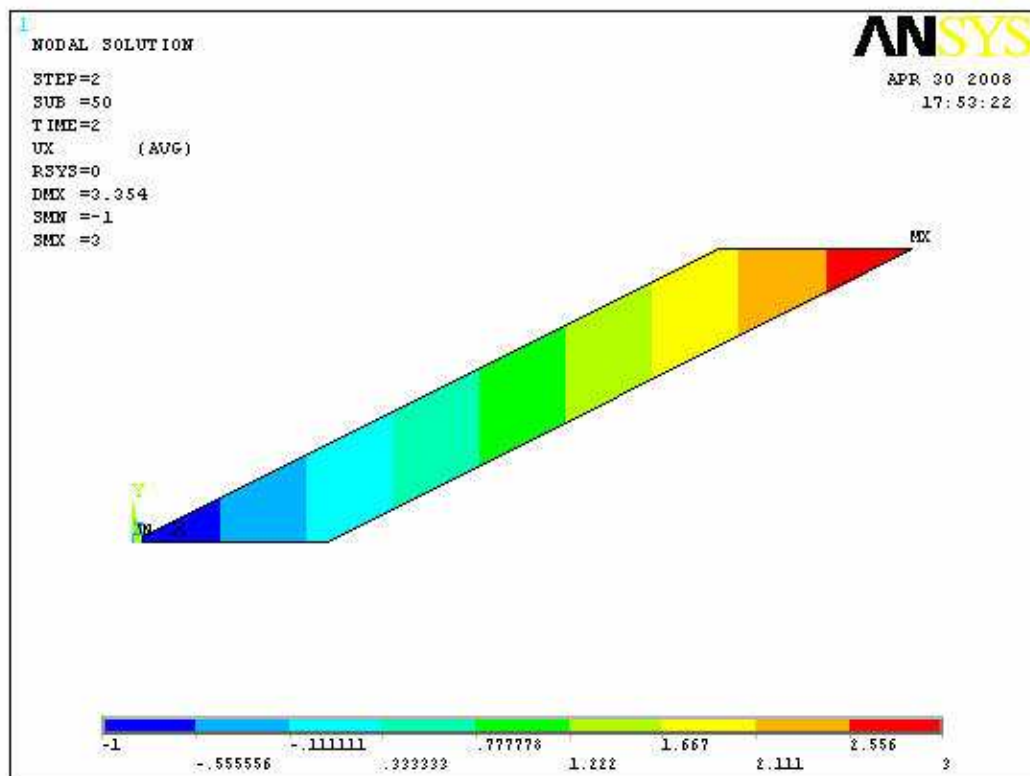
obr.54. UY



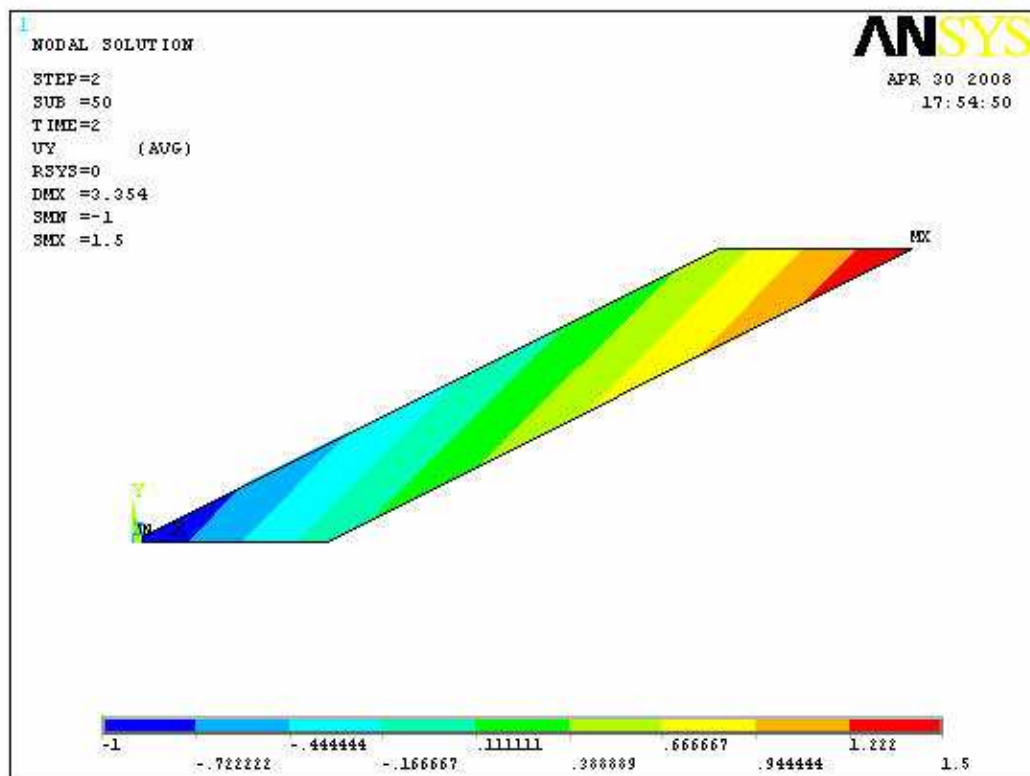
obr.55. SDX



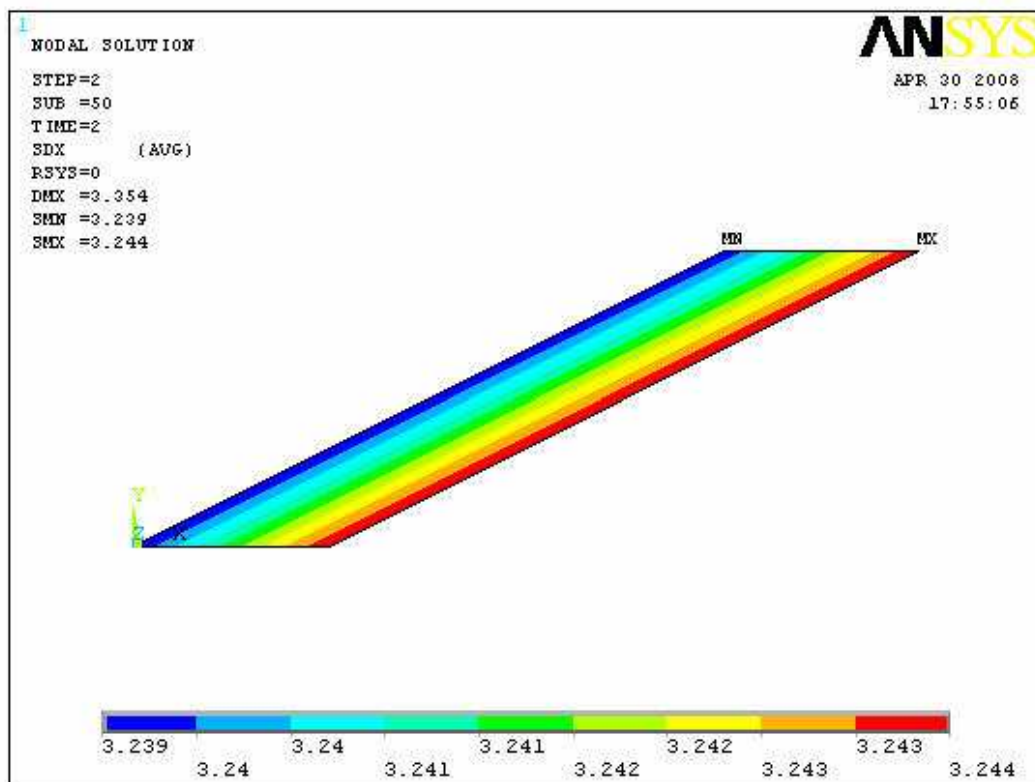
obr.56. SDXY



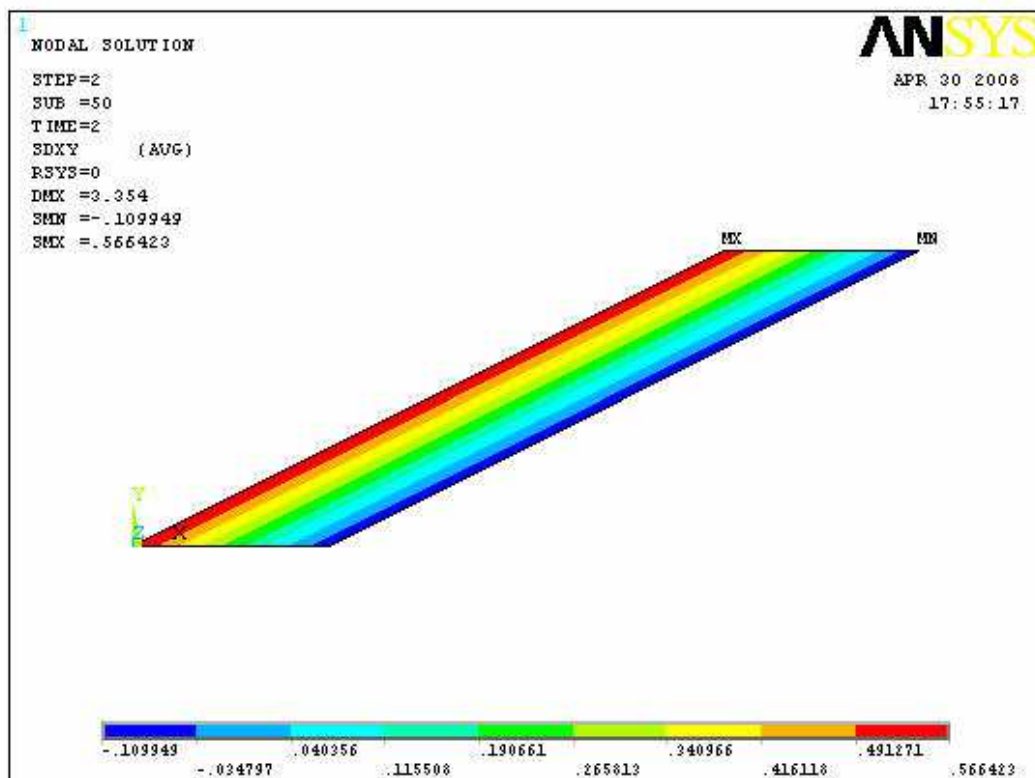
obr.57. UX



obr.58. UY

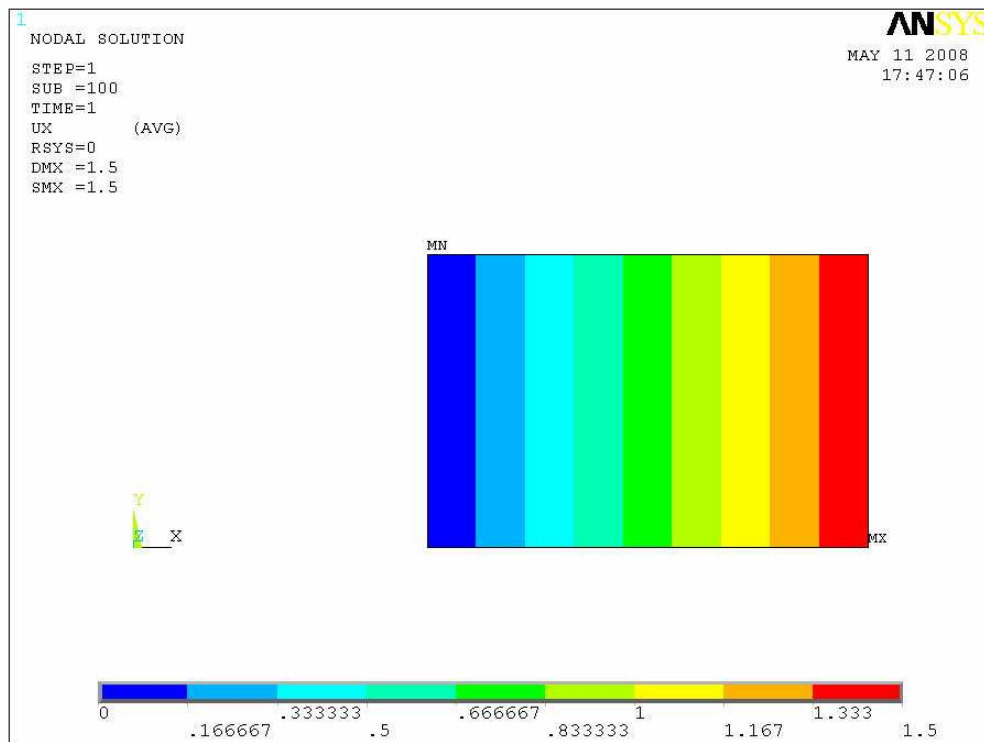


obr.59. SDX

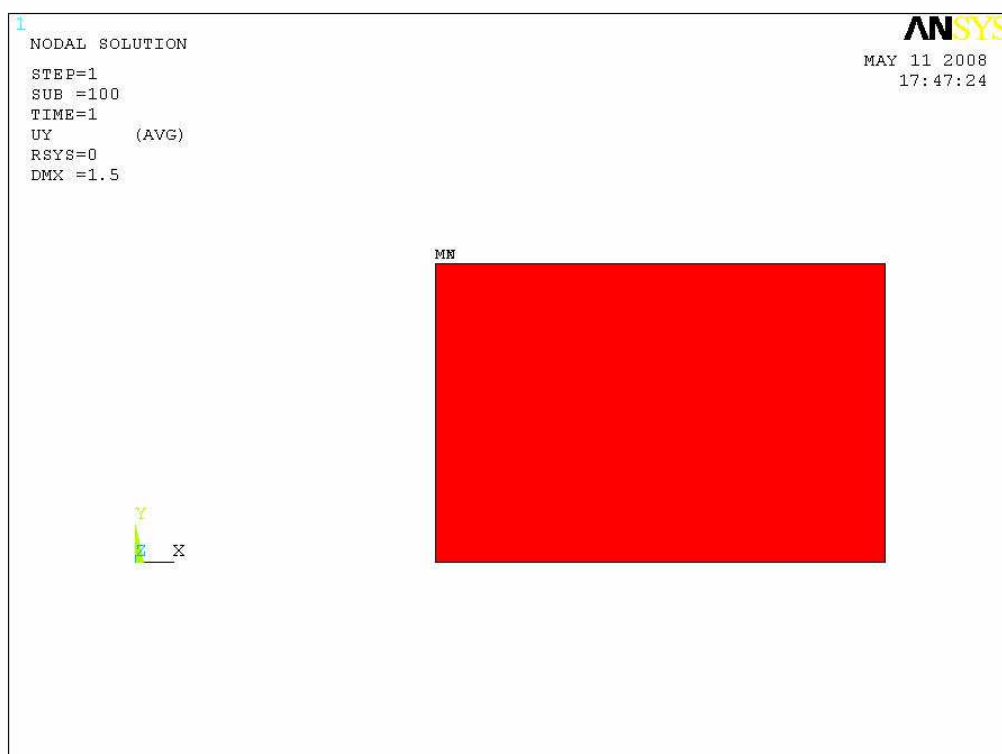


obr.60. SDXY

10 obrázková příloha



obr.61. UX



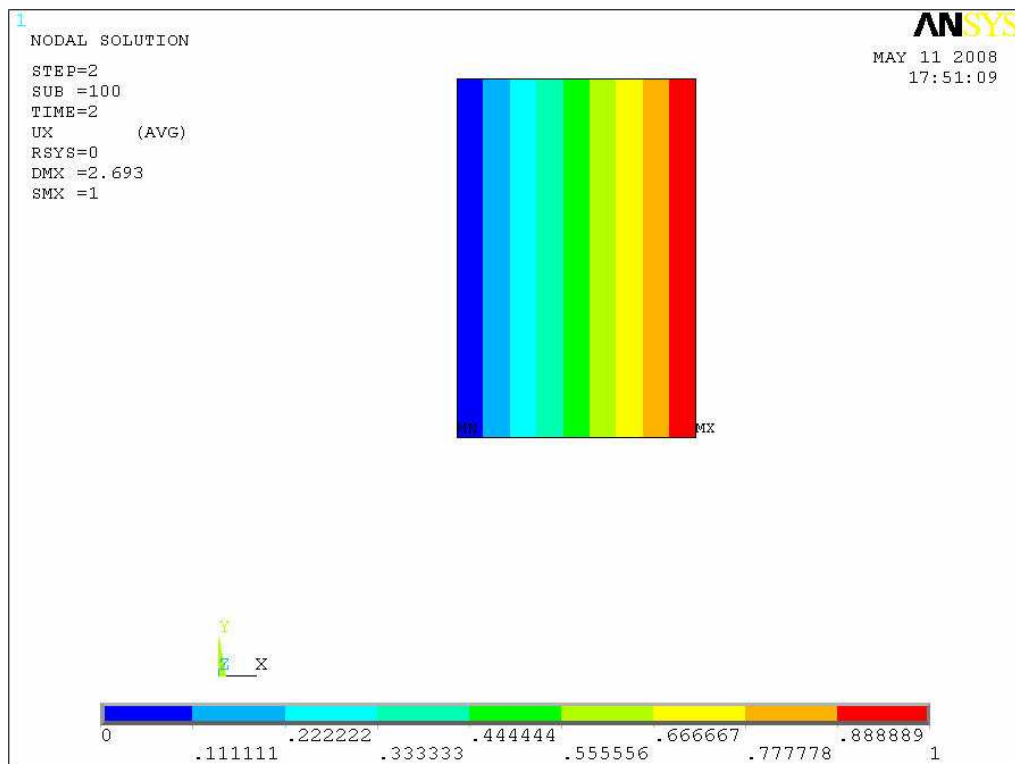
obr.62. UY



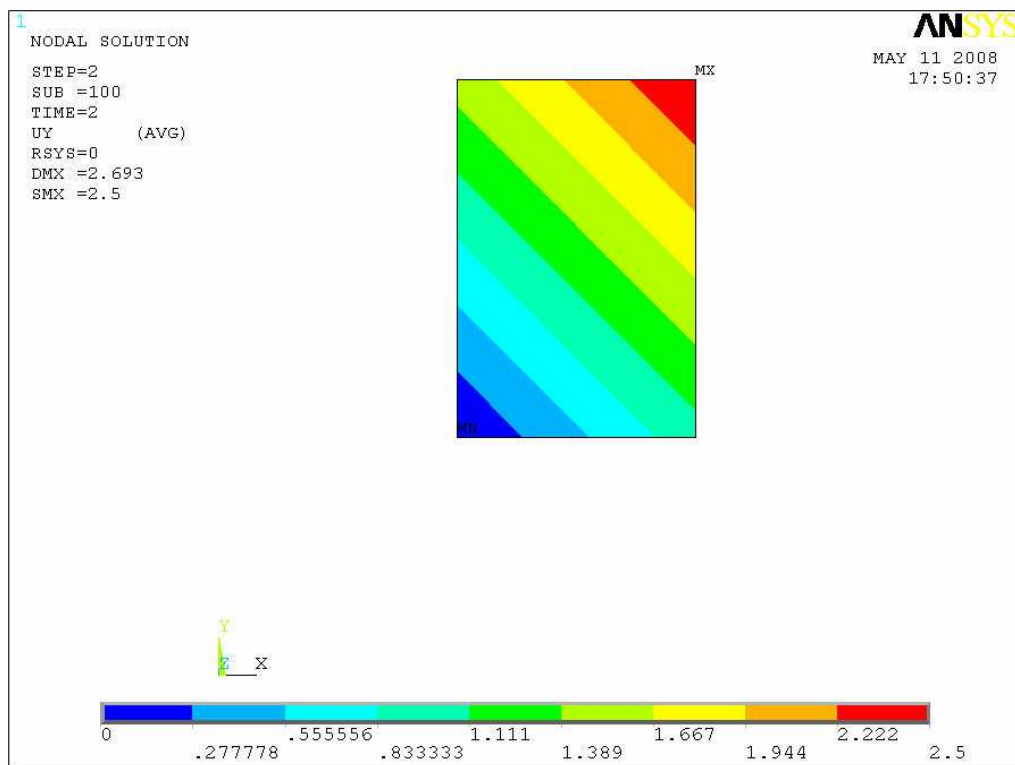
obr.63. SDX



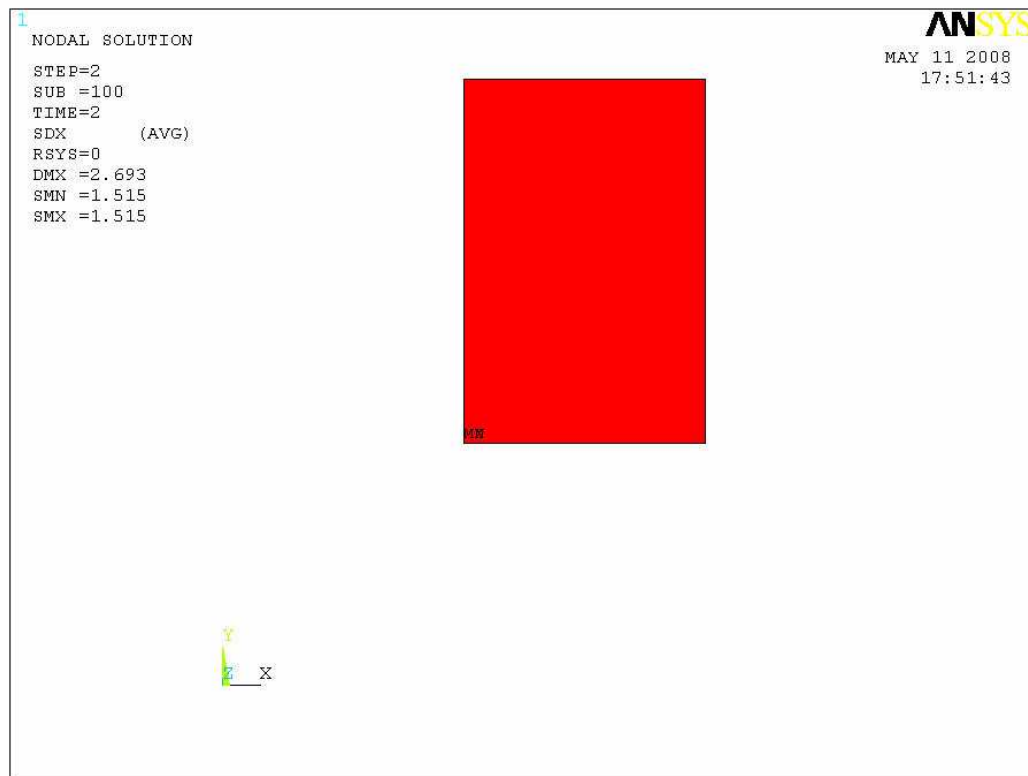
obr.64. SDXY



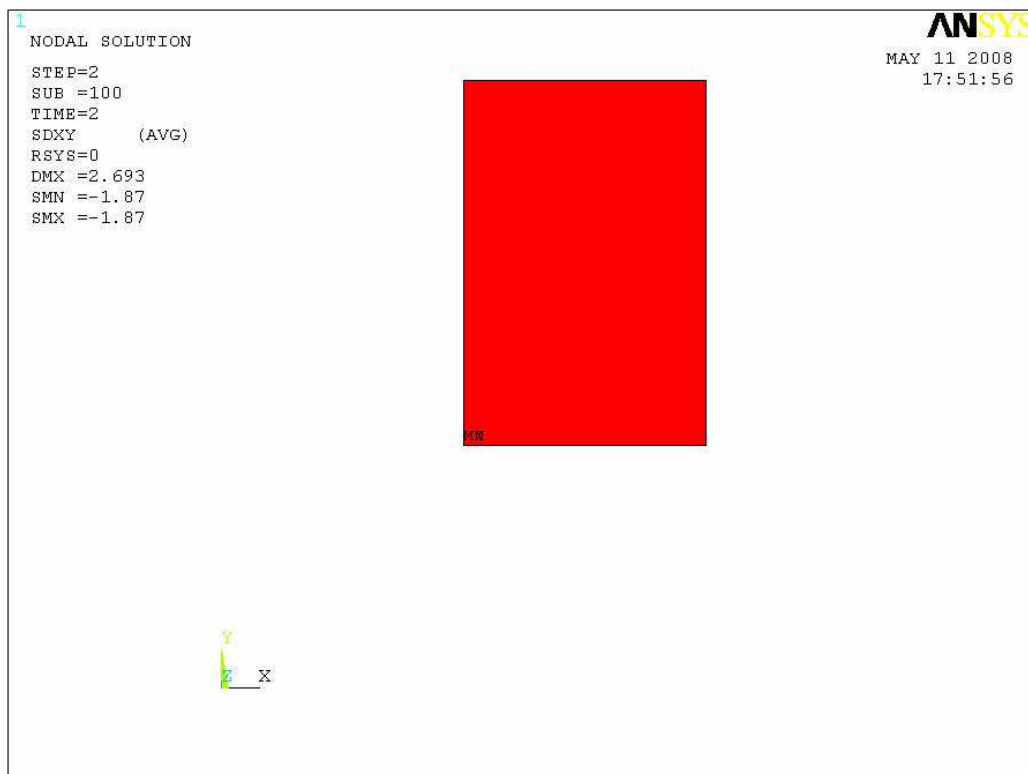
obr.65. UX



obr.66. UY



obr.67. SDX



obr.68. SDXY

7 Makro – Peel test

!délka elementu kohezní zóny

esz=0.00025

/PREP7

!definice prvků

ET,1,182

ET,2,202

!nastavení prvku

KEYOPT,1,1,0

KEYOPT,1,3,2

KEYOPT,1,6,0

KEYOPT,2,3,2

!definice materiálů

MPTEMP,1,0

MPDATA,EX,1,,2.1e11

MPDATA,PRXY,1,,0.3

TB,HYPE,2,1,3,BOYCE

TBTEMP,0

TBDATA,,1.82e6,2,0.005e-6

!vytvoření keypontů

K, ,0,, !1

K, ,0,0.080,, !2

K, ,0,0.120,, !3

K, ,0.006,0,, !4

K, ,0.006,0.120, !5

K, ,esz,0, !6

K, ,esz,0.080 !7

K, ,-0.0001,0, !8

K, ,-0.0001,0.080 !9

K, ,0.006,0.080 !10

!Vytvoření line

1,10,5

1,5,3

1,3,2

!vytvoření ploch

A,1,2,9,8

A,6,7,2,1

A,4,10,7,6

AL,9,12,1,2,3

!Vytvoření sítě

TYPE, 1

MAT, 1

REAL,

ESYS, 0

SECNUM,

ESIZE,esz,0,

MSHAPE,0,2D

MSHKEY,0

LESIZE,5, , ,1, , , , ,1

LESIZE,7, , ,1, , , , ,1

AMESH,1

TYPE, 1
MAT, 2
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
LESIZE,9, , ,1, , , , ,1
LESIZE,10, , ,1, , , , ,1
AMESH,2

ESIZE,,0,
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0

TYPE, 1
MAT, 2
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
MSHKEY,0
ESIZE,esz,1,
AMESH,3

ESIZE,esz,1,
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
AMESH,4

!Definování parametru kohezní zóny

TB,CZM,3,,EXPO

TBTEMP,0

TBDATA,,15e6,0.000358,0.000834

!vytvoření elementů kohezní zóny, pomocí komponenty

ASEL,S, , , 2

ESLA,S

EPLOT

CM,horni,ELEM

ALLSEL,ALL

ASEL,S, , , 1

ESLA,S

EPLOT

CM,dolni,ELEM

ALLSEL,ALL

EPLOT

TYPE, 2

MAT, 3

REAL,

ESYS, 0

SECNUM,

czmesh,dolni,horni

!nastavení okrajových podmínek

*DO,i,1,10

DL,6, ,UX,0,

DL,2, ,UX,0.050*i

LSWRITE,i

```
*ENDDO  
FINISH  
/SOL  
    !nastavení výpočtu  
ANTYPE,0  
NLGEOM,1  
DELTIM,0.1,0.0000001,1  
OUTRES,ERASE  
OUTRES,ALL,-500  
TIME,100  
    !výpočet  
LSSOLVE,1,10,1  
FINISH  
    !vykreslení deformovaného tvaru  
/POST1  
PLDISP,2  
/AUTO,1
```

7 Exponenciální funkce kohezní zóny – m.file do matlabu

```
syms deltan
syms deltat
syms C1
syms C2
syms C3

f=exp(1)*C1*C2*[1-(1+deltan/C2)*exp(-deltan/C2)*exp(-(deltat/C3)^2)];

T=diff(f,deltan)
```

8 Model kohezní zóny – m.file do matlabu

```
% parametry kohezní zóny

C1=15*10^6;
C2=0.000358;
C3=0.000834;

%posuvy ve směru X a Y

deltan=0:0.00004:0.004;
deltat=0:0.00004:0.004;

for j=1:101
    for i=1:101
        Tn(j,i)=exp(1)*C1*(deltan(i)/C2)*exp(-(deltan(i)/C2))*exp(-
            deltat(j)/C3)^2);
        Tt(j,i)=2*exp(1)*C1*((C2*deltat(j))/C3^2)*(1+deltan(i)/C2)*exp(-
            (deltan(i)/C2))*exp(-(deltat(j)/C3)^2);
    end
end

% % vykreslení výsledků
mesh(deltan,deltat,Tn)
hold on
```

9 Seznam použité literatury

- [1]...Ing.Pavel Skácel Ph.D., „VÝPOČTOVÉ A EXPERIMENTÁLNÍ MODELOVÁNÍ DEFORMAČNĚ NAPJATOSTNÍCH A MEZNÍCH STAVŮ ELASTOMERŮ A JEJICH ROZHRANÍ S TUHÝMI MATERIÁLY“, prosinec, 2004
- [2]...Ansys help
- [3]...Doc. Ing. František Tomis,Csc „Gumárenská a plastikářská technologie Zpracovatelské procesy“, Vysoké učení technické v Brně, Leden 1987
- [4]... K. Legorju-jago, C. Bathias „Fatigue initiation and propagation in natural and synthetic rubbers“, International Journal of Fatigue 24 (2002) 85–92
- [5]...W.V. Mars, A. Fasemi, „Multiaxial stress effect on fatigue behavior of filled natural rubber“, International Journal of Fatigue 28 (2006) 521-529
- [6]... N. Saintiera,, G. Cailletaud, R. Piques „Crack initiation and propagation under multiaxial fatigue“, International Journal of Fatigue 28 (2006) 61–72
- [7]... Shinyoung Kaang , Young Woong Jin , Yang-il Huh , Wan-Jin Lee , Wan Bin Im, „A test method to measure fatigue crack growth rate of rubbery materials“, Polymer Testing 25 (2006) 347–352
- [8]... Chengye Fan , P.-Y. Ben Jar , J.J. Roger Cheby, „Prediction of energy release rates for crack growth usány FEM-based energy derivative technique“, Engineering Fracture Mechanics 74 (2007) 1243–1254
- [9]... P. Rahulkumar, A. Jagota, S.J. Bennison, S. Saigal, „Cohesive element modeling of viscoelastic fracture: application to peel testing of polymers“, International Journal of Solids and Structures 37 (2000) 1873±1897
- [10]... M.J. van den Bosch , P.J.G. Schreurs , M.G.D. Geers , M.P.F.H.L. van Maris, „Interfacial characterization of pre-strained polymer coated steel by a numerical–experimental approach“, Mechanics of Materials 40 (2008) 302–317
- [11]...Cook, J. W., Edge, S., Packhama, D. E. “The Adhesion of Natural Rubber to Steel and the Use of the Peel Test to Study its Nature”, International Journal of Adhesion and Adhesives, Volume 17, Issue 4, pp. 333-337, November 1997