



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## NÁVRH LAMINÁTOVÝCH ŘÍDÍTEK PRO HORSKÁ KOLA

DESIGN OF LAMINATE HANDLEBARS FOR MOUNTAIN BIKES

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Jiří Hanák

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.

BRNO 2016



# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Jiří Hanák</b>
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojírenství
Vedoucí práce:	<b>Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## Návrh laminátových řídicích pro horská kola

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při konstrukci moderních horských kol jsou upřednostňovány materiály s vysokým poměrem pevnosti ku hmotnosti. Tyto vlastnosti splňují nejlépe dlouhovláknové kompozity. Protože však tyto mají velmi nízké hodnoty tuhostí a pevností ve směrech kolmých k vláknům, uspořádávají se často do lamin s různou orientací vláken, aby došlo ke zlepšení celkových vlastností v různých směrech. Vhodným řízením směrů jednotlivých lamin je možné navrhovat jednotlivé části horských kol s optimálními mechanickými vlastnostmi.

### Cíle bakalářské práce:

1. Zvládnout na jednoduché trubce řízení směrů vláken laminátu pomocí metody konečných prvků (MKP).
2. Navrhnout v programu Ansys vhodně uspořádání lamin v řídicích horského kola tak, aby nedošlo k jejich porušení při provozním zatížení.

### Seznam literatury:

Vrbka J. 2008. Mechanika kompozitů VUT v Brně.

Ever J. Barbero. 2014. Finite Element Analysis of Composite Materials. Taylor and Francis

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem laminátových řídítek pro horská kola. První část práce se věnuje popisu vlastností kompozitních materiálů, zejména je kladen důraz na vláknové kompozity. Je zde uveden algoritmus pro získání materiálových charakteristik vláknového kompozitu analytickým způsobem. V další části je ukázáno řízení směrů vláken laminátu a jeho vliv na výsledné napětí působící v materiálu. Cílem poslední části je samotný návrh modelu geometrie laminátových řídítek pro horská kola s následnou deformačně – napěťovou analýzou pomocí MKP a programu ANSYS. Analýza je provedena pro monotónní zatěžování.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Kompozitní materiály, kompozity, laminát, vlákno, matrice, deformačně – napěťová analýza, MKP

## **ABSTRACT**

This bachelor's thesis describes design of laminate handlebars for mountain bikes. The first part describes the mechanical properties of composite materials, with the emphasis on fiber composites. The algorithm for acquiring material characteristics of fiber composite by analytical method is presented. In the next part, it is shown how to control the direction of fibers in laminate in the finite element calculations and its impact to resulting stresses in the material. The aim of the last part is design geometry model of laminate handlebars for mountain bikes with following stress – strain analysis by FEM and software ANSYS. The analysis is performed for static loading.

## **KEY WORDS**

Composite materials, composites, laminates, fiber, matrix, stress – strain analysis, FEM

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

HANÁK, J. *Návrh laminátových řídítek pro horská kola*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 70 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Stanislav Polzer, Ph.D..

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Návrh laminátových řídítek pro horská kola“ vypracoval samostatně pod vedením svého vedoucího bakalářské práce a s použitím literárních a internetových zdrojů uvedených v seznamu použitých zdrojů.

V Brně dne 25. 5. 2016

.....

Jiří Hanák

## **PODĚKOVÁNÍ**

Rád bych poděkoval svému vedoucímu Ing. Stanislavu Polzerovi, Ph.D., za cenné rady, připomínky, ochotu, trpělivost a čas při vedení této bakalářské práce.



# OBSAH

<b>1</b>	<b>ÚVOD.....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>KOMPOZITNÍ MATERIÁLY.....</b>	<b>11</b>
2.1	DEFINICE KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ .....	11
2.2	HISTORIE KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ .....	11
2.3	VLASTNOSTI KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ .....	12
2.4	ROZDĚLENÍ KOMPOZITNÍCH MATERIÁLŮ .....	13
2.5	VLÁKNOVÉ KOMPOZITY .....	14
2.5.1	Materiál vyztužujících vláken .....	16
2.5.2	Materiál matric .....	19
2.5.3	Geometrické uspořádání vláknových kompozitů .....	21
<b>3</b>	<b>METODA KONEČNÝCH PRVKŮ.....</b>	<b>24</b>
3.1	VOLBA VÝPOČTOVÉ METODY.....	25
<b>4</b>	<b>MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY.....</b>	<b>26</b>
4.1	PODÉLNÝ MODUL PRUŽNOSTI $E_L$ A POISSONOVO ČÍSLO $\mu_{LT}$ .....	29
4.2	PŘÍČNÝ MODUL PRUŽNOSTI $E_T$ A POISSONOVO ČÍSLO $\mu_{TT'}$ .....	33
4.3	SMYKOVÝ MODUL PRUŽNOSTI $G_{LT}$ .....	35
4.4	HOMOGENIZACE .....	36
4.5	POISSONOVO ČÍSLO $\mu_{TT'}$ A 2D ÚLOHY .....	36
<b>5</b>	<b>ŘÍZENÍ SMĚRŮ VLÁKEN.....</b>	<b>39</b>
5.1	KONVERGENCE SÍTĚ.....	43
<b>6</b>	<b>NÁVRH LAMINÁTOVÝCH ŘÍDÍTEK .....</b>	<b>48</b>
<b>7</b>	<b>OMEZENÍ VÝPOČTOVÉHO MODELU .....</b>	<b>63</b>
<b>8</b>	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>64</b>
<b>9</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ.....</b>	<b>65</b>
<b>10</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>	<b>67</b>

# 1 ÚVOD

Kompozitní materiály (kompozity) jsou v současné době nedílnou součástí mnoha odvětví. Zejména pak v oblastech, kde je vyžadována maximální pevnost a tuhost při zachování nízké hmotnosti. Kompozity se začaly ve značné míře využívat až v průběhu druhé světové války, původně jen pro vojenská využití. V současnosti se však jejich použití rozšířilo do mnoha průmyslových odvětví, jako je letecký, automobilový či průmysl sportovních potřeb. Použití nejnovějších numerických metod a výpočtových programů umožňuje vytvářet kompozity s přesně požadovanými vlastnostmi.

Bakalářská práce je rozdělena na rešeršní a výpočtovou část. Rešeršní část práce objasňuje, co jsou to kompozitní materiály a zabývá se popisem jejich vlastností. Zvláštní pozornost je zaměřena na kompozity s vláknovou výztuží, protože z nich je proveden návrh modelu řídicítek. Jsou zde rozebrány materiály, které se používají na výrobu vláken a matric a jejich následné srovnání s běžně užívanými kompaktními materiály. V práci je uveden analytický postup teoretického výpočtu materiálových charakteristik vláknového kompozitu, protože pro účelné použití jakéhokoliv materiálu v konstruktérské praxi je nutné znát jeho mechanické vlastnosti.

Při konstrukci a návrhu moderních horských kol jsou hledány nové lehčí materiály, které však zároveň mají vysokou pevnost a tuhost. Dlouhovláknové kompozity mají přesně takové vlastnosti, a proto jsou využívány na výrobu součástí horských kol. Vlákna v laminátu se často uspořádávají do lamin s různou orientací vláken, pro dosažení lepších celkových vlastností. Pro efektivní návrh je nutné vhodně řídit směry vláken v jednotlivých laminách tak, aby nedošlo k porušení součásti při provozním zatížení a bylo dosaženo optimálních vlastností. Cílem výpočtové části je návrh modelu geometrie a vhodné uspořádání lamin v řídicích horského kola s následnou deformačně – napěťovou analýzou pomocí MKP. Analýza je provedena při statickém zatěžování.

## 2 KOMPOZITNÍ MATERIÁLY

V této kapitole je uvedena definice kompozitních materiálů a krátce je zmíněna jejich historie. Následné podkapitoly se věnují rozdělení kompozitů, kdy větší důraz je kladen na vláknové kompozity, které jsou podrobně rozebrány v kapitole 2.5.

### 2.1 Definice kompozitních materiálů

Kompozitní materiály (zkráceně kompozity) jsou složené materiály, skládající se ze dvou či více složek, z nichž každá plní jinou specifickou funkci a má jiné materiálové vlastnosti, většinou značně odlišné. Složky jsou odděleny rozhraním a jejich spojením vzniká materiál s jedinečnými vlastnostmi. [1]

Tvrší, tužší a pevnější diskontinuální složka se nazývá výztuž nebo vyztužovací materiál, spjitá a obvykle poddajnější složka se nazývá se matrice. [4], [5]

Výztuha slouží jako nosná část materiálů. Jejím hlavním cílem je zajištění mechanických vlastností, kdy materiálu dodává téměř veškerou část celkové pevnosti a tuhosti v podélném směru. Ovlivňuje schopnost materiálu přenášet zatížení, které je dáno prostorovým uspořádáním. [4]

Matrice zastává funkci pojiva, tzn. váže výztuhu dohromady. Její hlavní úlohou je zajistit celistvost materiálu, tedy vytvořit dokonalé spojení výztuhy a vytvořit vnější tvar, který je požadován pro zajištění funkce součásti. Matrice chrání výztuhu před nepříznivými vnějšími vlivy, udržuje ji ve stanovené orientaci a rozmístění pro dosažení dobrých mechanických vlastností, přenáší na výztuhu rovnoměrně zatížení a poskytuje odolnost proti šíření trhlin a poškození. [1], [5]

Materiálové vlastnosti matrice a vláken musí být v souladu pro dosažení optimálních vlastností celého kompozitu. [1]

Podrobné rozdělení kompozitních materiálů je uvedeno v kapitolách 2.4 a 2.5.

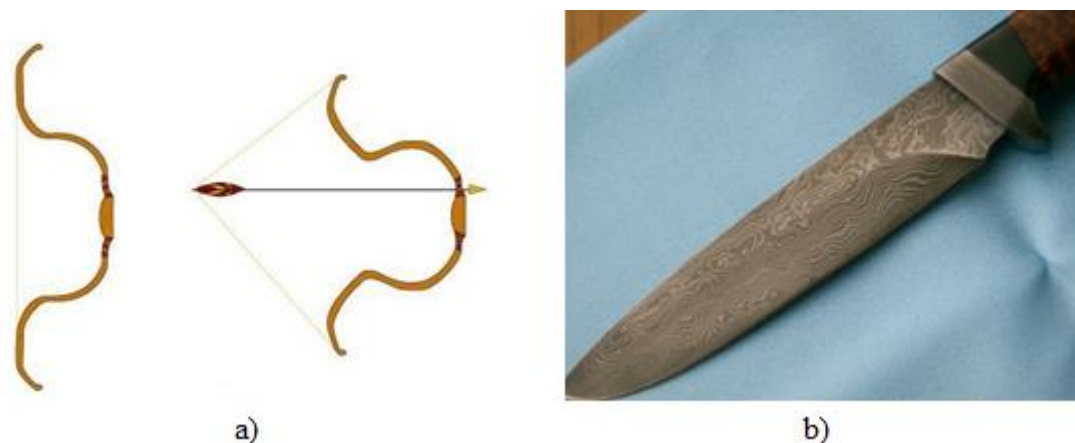
### 2.2 Historie kompozitních materiálů

Dalo by se říct, že kompozity slouží lidstvu od samého počátku. Již při stavbě prvních obydlí se používala hlína vyztužená slámou či rákosou. První doložené použití kompozitních materiálů se datuje do období starého Egypta (vznik na konci 4. tisíciletí př. n. l.), kdy známým stavebním prvkem byly cihly vyztužené slámou. [1]

Mezi další příklady použití kompozitních materiálů v historii patří například mongolské laminové luky kombinující dřevo, šlachy a rohovinu (Obr. 2.1a), nebo damascéská ocel, což jsou střídavé plátky vysokouhlíkové a nízkouhlíkové oceli (Obr. 2.1b). [6]

Kompozity, i přes jejich zjevné využívání v minulosti, hráli vždy pouze minoritní roli v rámci využívání materiálů. Tento fakt se začal měnit příchodem průmyslové revoluce a zejména od první a druhé světové války se neustále rozšiřuje užití a vývoj kompozitů. Kompozitní materiály se staly v současné době hojně využívanými průmyslovými materiály po celém světě. [4] To je mimo jiné důsledek možnosti použití numerických metod a výpočtových programů, které umožňují vytvářet kompozity s unikátními vlastnostmi.

Původní vojenská využití za II. světové války podnítila v široké míře jejich komerční aplikace, zvláště koncem 40. a počátkem 50. let 20. století v námořním průmyslu. Průmysl letecký, automobilový, sportovních potřeb i elektronický je dnes zcela závislý na plastech vyztužených vlákny. [4]

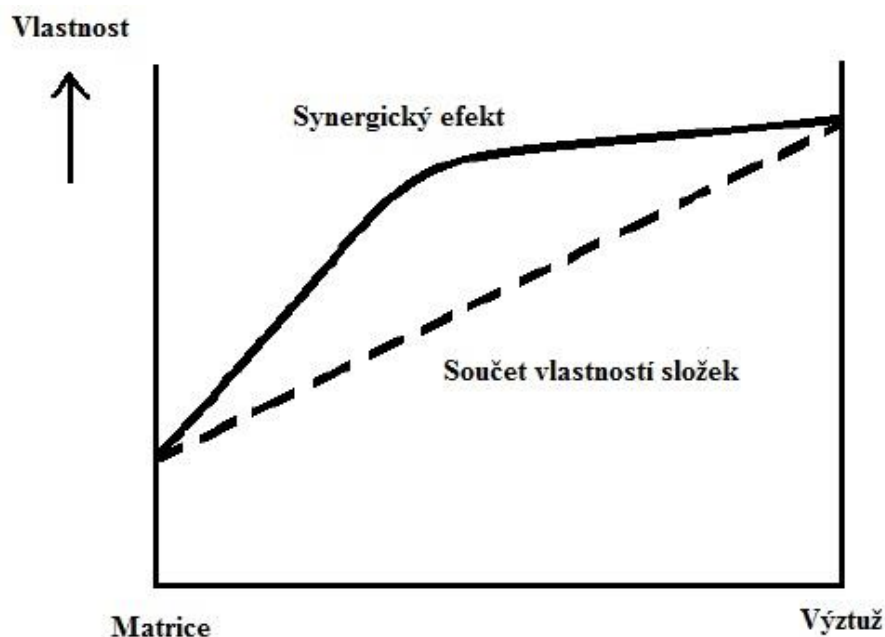


Obr. 2.1 Mongolský laminový luk [6], b) příklad nože vyrobeného z damascénské oceli [7]

### 2.3 Vlastnosti kompozitních materiálů

Vlastnosti kompozitů jsou silně ovlivňovány vlastnostmi svých materiálových složek, jejich rozdělením a interakcí mezi nimi. Vlastnosti systému mohou být dány součtem vlastností složek podle jejich objemových podílů nebo složky mohou na sebe vzájemně působit synergetickým způsobem (tzv. synergický efekt, který vede k zesílení účinků), což zajišťuje kompozitu vlastnosti, kterých nelze dosáhnout součtem vlastností jednotlivých složek. [4], [6] Znárodnění synergického efektu u kompozitů je na Obr. 2.2. Vlastnost uvedená na obrázku může představovat např. ohybovou tuhost, pevnost, atd.

Příkladem synergického efektu může být kompozit s grafitovými vlákny a maticí z hliníku. Grafitové vlákno má velmi dobré mechanické vlastnosti, ale oxiduje. Hliníkové slitiny naopak neoxidují, ale jejich pevnost klesá s teplotou. Výsledkem může být kompozit odolný proti oxidaci a do 500 °C pevný. [8]



Obr. 2.2 Znárodnění synergického efektu v kompozitu [6]

Kompozitní materiály se navrhují a vyrábějí tak, aby bylo dosaženo co největšího synergického efektu. Z toho důvodu je důležité při návrhu kompozitu jednak specifikovat vlastnosti materiálů jednotlivých složek, a také specifikovat geometrii vyztužení. Systémy s vyztužením se však mohou lišit při shodné geometrii jeden od druhého např. v koncentraci či orientaci. [4]

Koncentrace se obvykle udává v objemovém nebo hmotnostním podílu. Koncentrace je obecně považována za jeden z nejdůležitějších parametrů ovlivňující vlastnosti kompozitu. Je též snadno kontrolovatelnou výrobní proměnnou používanou pro upravování vlastností kompozitu. [4] Orientace ovlivňuje míru anizotropie systému (viz kapitola 4). [8]

Kompozity mohou být lehké, ale zároveň pevné a tuhé. Jinými slovy kompozity vykazují vysoký poměr tuhosti ku hmotnosti. Podrobnější rozebrání této vlastnosti je uvedeno v kapitole 2.5.

Další jedinečnou charakteristikou, která kompozity (zejména vláknové) odlišuje od jiných materiálů, je to, že zároveň s výrobou konstrukce nebo prvku je vytvářena i struktura materiálu. [4]

V konstruktérské praxi se běžně používají kovové materiály (především ocel). Jejich materiálové a pevnostní vlastnosti jsou homogenní a izotropní. Při výběru materiálu pro danou konstrukci či součást je potřeba se řídit místem s maximálním zatížením. Pevnostní charakteristiky vybraného materiálu musí odpovídat tomuto místu. Dochází tak k využití pevnostních vlastností materiálu pouze v místě s maximálním namáháním a zbylá část konstrukce či součásti tyto vlastnosti plně nevyužívá, je předimenzována. Takový způsob může vést ke značně neefektivnímu a neekonomickému využívání materiálu. [1]

Naopak technologie kompozitních materiálů umožňuje vytvořit strukturu, která lépe odpovídá poli napjatosti (či deformace) a která je vysoce pevná tam, kde je vysoké namáhání a jinde již takové vlastnosti mít nemusí. Tato technologie umožňuje vytvořit kompozit přímo pro daný účel. Kompozity se mohou navrhovat s ohledem na požadované vlastnosti, což přináší řadu výhod. [1]

Mezi výhody kompozitů oproti běžným konstrukčním materiálům se řadí:

- nízká hustota
- větší měrná pevnost
- odolnost vůči chemickým a povětrnostním vlivům
- lepší tepelné a elektroizolační vlastnosti
- dobrá prostupnost elektromagnetického záření

Kompozitní materiály mají však i řadu nevýhod. Nevýhodou kompozitů bývá:

- komplikovanější výrobní technologie
- vyšší cena
- menší odolnost vůči vysokým teplotám
- přítomnost zbytkových napětí

Aplikace kompozitů je z pevnostního pohledu opodstatněná pouze tehdy, pokud je pevnost kompozitního materiálu větší než pevnost samotné matrice. [1]

## 2.4 Rozdělení kompozitních materiálů

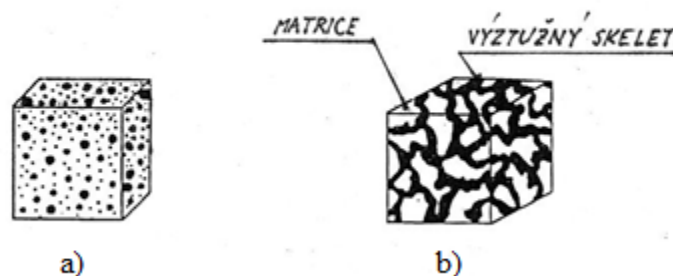
Kompozitní materiály lze rozdělit podle více hledisek. Jedním ze základních rozdělení je rozdělení podle geometrického tvaru vyztuže (nosné části).

Podle geometrického tvaru výztuže se kompozitní materiály dělí na:

- částicové
- skeletové
- vláknové

Částicové kompozitní materiály (Obr. 2.3a) jsou vyztuženy částicemi, které jsou rozptýleny v matrici. Omezují rozvoj plastické deformace a tím zvyšují mez kluzu, mez pevnosti a tvrdost. Mimo to ovlivňují i další vlastnosti jako např. tepelnou a elektrickou vodivost. Obvykle jsou izotropní, protože částice jsou rozptýleny náhodně. Typickým příkladem může být používání hliníkových částic v gumě; nebo štěrk, písku a cementu k výrobě betonu. [1], [9]

Skeletový kompozitní materiál (Obr. 2.3b) tvoří pórovitá matrice prostoupená souvislým nosným skeletem. [1]



Obr. 2.3 a) částicový kompozitní materiál, b) skeletový kompozitní materiál [1]

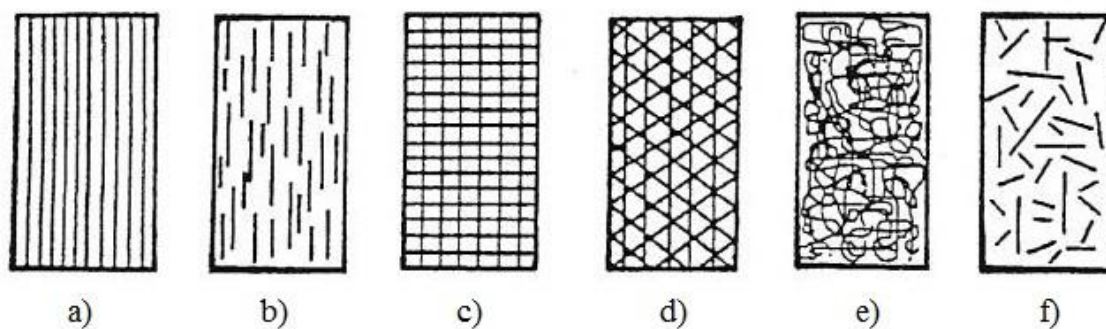
Vláknové kompozity se skládají z matrice vyztužené krátkými (diskontinuálními) nebo dlouhými (kontinuálními) vlákny. Jejich podrobná definice je uvedena v kapitole 2.5.

Mezi další dělení kompozitních materiálů patří rozdělení podle materiálu výztuže, podle materiálu matrice nebo podle použití. Práce se zabývá především vláknovými kompozity, kdy jejich podrobné rozdělení je uvedeno v následující kapitole.

## 2.5 Vláknové kompozity

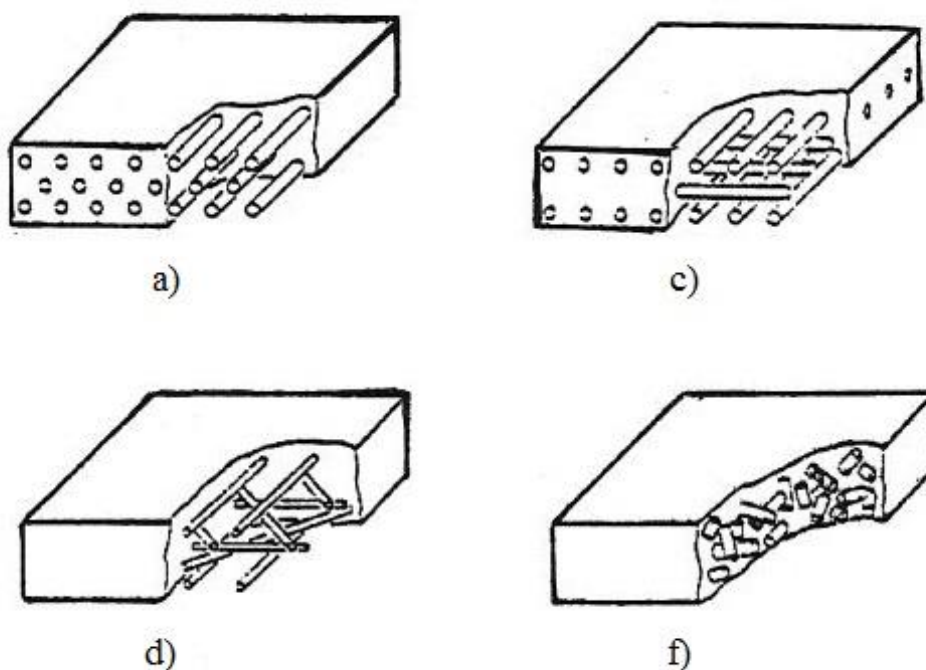
Vláknové kompozity jsou nejrozšířenějšími a nejpoužívanějšími kompozitními materiály. Úspěch vláknových kompozitů vyplývá z využití vynikající pevnosti, tuhosti a nízké hustoty vláken skleněných, uhlíkových (grafitových), kevlarových a dalších, které se na výrobu vláknových kompozitů používají. [4] Jak již název napovídá, jako výztuha slouží vlákna, které představují křehčí a pevnější složku kompozitu. Se zmenšujícím se průřezem roste pevnost vláken, která závisí i na jeho délce. Vlákno se vyznačuje tím, že má jeden rozměr výrazně větší oproti zbylým dvěma.

Charakteristické typy vláknových kompozitů jsou graficky znázorněny na následujícím obrázku. [1]



Obr. 2.4 Typy vláknových kompozitů; a) jednosměrná dlouhá vlákna, b) jednosměrná krátká vlákna, c) dvousměrné vyztužení (křížová tkanina, rohož), d) vícesměrné vyztužení, e) náhodná orientace vláken, f) náhodná orientace krátkých vláken [1]

K lepší představě prostorového uspořádání vláken slouží následující obrázek vybraných případů charakteristických typů vláknových kompozitů.



Obr. 2.5 Prostorové uspořádání vybraných vláknových kompozitů; a) jednosměrná dlouhá vlákna, c) dvousměrné vyztužení (křížová tkanina, rohož), d) vícesměrné vyztužení, f) náhodná orientace krátkých vláken [1]

## 2.5.1 Materiál vyztužujících vláken

Mezi běžně užívané materiály pro výrobu vyztužujících vláken patří:

- sklo
- uhlík (grafit)
- kevlar

### Skleněné vlákna

Skleněná vlákna jsou nejběžněji užívanými vlákny. Hlavní typy jsou E-sklo a S-sklo. E-sklo bylo prvotně navrženo pro elektrické aplikace (E jako electrical), v současné době se však používá i pro dekorace a konstrukční aplikace. S-sklo obsahuje vyšší obsah oxidu křemičitého. To mu umožňuje udržet si pevnost při vysokých teplotách a ve srovnání s E-sklem má vyšší odolnost proti únavě. Jeho užití je především v letectví. [9] Srovnání mechanických charakteristik těchto dvou typů skleněných vláken je uvedeno v následující tabulce.

Tab. 2.1 Mechanické charakteristiky E-skla a S-skla [9], [13]

Materiál	Hustota $\rho$ [ $g \cdot cm^{-3}$ ]	Modul pružnosti v tahu $E$ [ $GPa$ ]	Mez pevnosti v tahu $\sigma_P$ [ $MPa$ ]
E-sklo	2,54	72,4	3447
S-sklo	2,49	85,5	4585

Mezi další typy skleněných vláken patří C-sklo, D-sklo nebo A-sklo.

### Grafitová (uhlíková) vlákna

Grafitová vlákna jsou běžně užívanými vlákny. Mechanické charakteristiky dvou typických grafitových vláken (PITCH a PAN) jsou uvedeny v Tab. 2.2. Zkratka PAN znamená polyakrylonitril. Grafitová vlákna PITCH vznikají jako vedlejší produkt při procesu destilace ropy. [13]

Tab. 2.2 Mechanické charakteristiky grafitových vláken [10], [13]

Materiál	Hustota $\rho$ [ $g \cdot cm^{-3}$ ]	Modul pružnosti v tahu $E$ [ $GPa$ ]	Mez pevnosti v tahu $\sigma_P$ [ $MPa$ ]
<b>PITCH</b>			
Nízkomodulový	1,9	172-241	1379-3102
Středněmodulový	2,0	379-620	1896-2758
Vysokomodulový	2,2	689-965	2413
<b>PAN</b>			
Nízkomodulový	1,8	220-241	3447-4826
Středněmodulový	1,8	276-296	4136-6205
Vysokomodulový	1,9	345-448	4136-5515

Mezi výhody grafitových vláken patří vysoká měrná pevnost a měrný modul pružnosti (viz Tab. 2.4). Nevýhodou je nízká odolnost proti nárazu a vysoká elektrická vodivost. [9]

Je potřeba rozlišovat uhlíková a grafitová vlákna. Uhlíková vlákna obsahují 93 - 95 % uhlíku, zatímco grafit obsahuje více než 99 % uhlíku. Uhlíková vlákna se vyrábějí při zhruba



1300 °C a grafitová vlákna při 1900 °C. [9] Uhlíková (grafitová) vlákna bývají často označovány pod pojem karbonová vlákna.

### **Kevlarová (aramidová) vlákna**

Aramidová vlákna jsou organická sloučenina skládající se z uhlíku, vodíku, kyslíku a dusíku. Dva hlavní typy aramidových vláken jsou Kevlar 29 a Kevlar 49. Oba typy mají podobnou měrnou pevnost, avšak Kevlar 49 má vyšší měrnou tuhost. Kevlar 29 se používá hlavně pro neprůstředné vesty, lana a kabely. Kevlar 49 je využíván v leteckém průmyslu pro vysoce výkonné aplikace. [9]

Mezi další typy aramidových vláken patří Kevlar 149 a Kevlar 129. Kevlar 149 se používá v letectví a má nejvyšší modul pružnosti v tahu  $E$  ze všech Kevlarových vláken. [13] Mechanické charakteristiky těchto vláken jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 2.3 Mechanické charakteristiky aramidových vláken [9], [10], [13]

<b>Materiál</b>	<b>Hustota <math>\rho</math> [<math>g \cdot cm^{-3}</math>]</b>	<b>Modul pružnosti v tahu <math>E</math> [<math>GPa</math>]</b>	<b>Mez pevnosti v tahu <math>\sigma_p</math> [<math>MPa</math>]</b>
Kevlar 29	1,44	62,05	3620
Kevlar 49	1,48	131	3790
Kevlar 129	1,44	96	3380
Kevlar 149	1,44	186	3440

Vlákna vyztužující vláknové kompozity mají oproti kompaktnímu ze stejného materiálu mnohem větší pevnost ve směru délky. To je dáno minimálním výskytem velkých nečistot v důsledku malých průřezových rozměrů vlákna. Naopak u kompaktního materiálu se tyto velké nečistoty mohou vyskytovat. [4]

Vlastnosti některých běžných typů vláken, jakož i některých konvenčních materiálů v kompaktní formě, jsou uvedeny v Tab. 2.4, která jasně dokazuje důležitost vláken pro dosažení vyšších pevností. Dále je zde uveden měrný modul a měrná pevnost (tj. modul pružnosti v tahu  $E$  a mez pevnosti v tahu  $\sigma_p$  vztažená k hmotnosti).

Tab. 2.4 Vlastnosti vláken a konvenčních materiálů v kompaktu [4], [9], [10], [13], [14], [15], [16]

<b>Materiál</b>	<b>Hustota <math>\rho</math> [<math>g \cdot cm^{-3}</math>]</b>	<b>Modul pruž- nosti v tahu <math>E</math> [GPa]</b>	<b>Mez pev- nosti v tahu <math>\sigma_P</math> [MPa]</b>	<b>Měrný modul <math>E/\rho</math></b>	<b>Měrná pev- nost <math>\sigma_P/\rho</math></b>
<b>Vlákná</b>					
E-skol	2,54	72,4	3447	28,5	1,357
S-sklo	2,49	85,5	4585	34,3	1,841
PITCH (vyso- komodulový)	2,20	689,0 ÷ 965,0	2413	313,2 ÷ 438,6	0,965
PAN (vysoko- modulový)	1,90	345,0 ÷ 448,0	4136 ÷ 5515	181,6 ÷ 235,8	2,200 ÷ 2,900
Bór	2,63	385,0	2800	146,4	1,065
Křemen	2,19	72,4	5800	33,1	2,648
Wolfram	19,30	414,0	4200	21,5	0,218
Berylium	1,83	240,0	1300	131,1	0,710
Kevlar 49	1,48	131,0	3790	88,5	2,561
Kevlar 149	1,44	186,0	3440	129,2	2,389
Spectra 1000	0,97	115,0	3400	118,6	3,505
<b>Konvenční materiály</b>					
Konstrukční ocel 10 370	7,80	207,0	360-440	26,5	0,046 ÷ 0,056
Pružinová ocel 12 081	7,80	207,0	1785 ÷ 1960	26,5	0,230 ÷ 0,250
Pružinová ocel 15 260	7,80	207,0	1100 ÷ 1300	26,5	0,140 ÷ 0,170
Ocel 15130	7,80	207,0	1080 ÷ 1280	26,5	0,140 ÷ 0,170
Hliníková sli- tina 6061-T6	2,70	68,9	310	25,5	0,115
Hliníková sli- tina 7178-T6	2,70	68,9	606	25,5	0,224
Sklo	2,50	70,0	700 ÷ 2100	28,0	0,280 ÷ 0,840
Wolfram	19,30	350,0	1100 ÷ 4100	18,1	0,057 ÷ 0,210
Berylium	1,83	300,0	700	163,9	0,383
Titonová slitina Ti-6Al-4V	4,43	110,0	1171	24,8	0,264

Poznámka: Značení ocelí dle ČSN. Ocel 15 130 se používá na výrobu rámu horských kol.

Jak je vidět z Tab. 2.4, některé vlákna (např. E-sklo) mají menší hodnoty modulu pružnosti v tahu  $E$  oproti materiálům z oceli, avšak díky jejich nízké hustotě  $\rho$  dosahují v konečném důsledku srovnatelných a převážně lepších hodnot měrného modulu. Vlákna mají mnohem vyšší hodnoty meze pevnosti v tahu  $\sigma_P$  oproti konvenčním materiálům a při porovnání měrných pevností je daný rozdíl ještě vyšší, opět díky poměrně nízké hustotě vláken. Avšak je třeba si

uvědomit, že kompozit není tvořen pouze vlákny. Vlákna se nemohou užívat v technických aplikacích přímo, protože mají malé průřezové rozměry. Vkládají se do matricových materiálů, které mají naopak nižší hodnoty modulu pružnosti  $E$  a meze pevnosti  $\sigma_P$  než klasické materiály, a tím vznikají vláknové kompozity. Materiálům užívaným k výrobě matric je věnována následující kapitola.

## 2.5.2 Materiál matric

Mezi běžně užívané materiály pro matrice patří:

- polymery
- kovy
- keramika
- uhlík (karbon)

### Polymery

Polymery patří k nejpoužívanějším materiálům na výrobu matric. Jejich použitím vzniká kompozit s polymerní matricí vyztuženou vlákny.

V Tab. 2.5 jsou uvedeny typické mechanické charakteristiky některých běžně užívaných kompozitů s polymerní matricí.

Tab. 2.5 Typické mechanické charakteristiky kompozitů s polymerní matricí [9]

Materiál	Hustota $\rho$ [ $g \cdot cm^{-3}$ ]	Modul pružnosti v tahu $E$ [ $GPa$ ]	Mez pevnosti v tahu $\sigma_P$ [ $MPa$ ]
Grafit/epoxid	1,6	181	150
Sklo/epoxid	1,8	38,6	1062

Polymery se dělí na termosety a termoplasty.

Matrice u termosetů je charakteristická tím, že polymerní řetězce se stávají vysoce zesíťované během vytvrzování (Obr. 2.6a). Po vytvrzení jsou nerozpustné a netavitelné, protože jejich řetězce jsou spojeny silnými kovalentními vazbami. Termosety jsou vhodné pro aplikace za vysokých teplot. Typickým příkladem termosetů jsou epoxidy, polyestery, fenoly a polyamidy. [9], [11]

Matrice termoplastů jsou charakterizovány tím, že jejich polymerní řetězce nejsou zesíťované (Obr. 2.6b). Jsou formovatelné za vysokých teplot a tlaku, protože vazby jsou slabé a Van der Waalsova typu. Při používání těchto matric u kompozitů by měla být provozní teplota udržována pod teplotou vytvrzování. Mezi termoplasty patří polyetylén, polystyrén a další.[9], [11]



Obr. 2.6 Polymerní řetězce, a) termoset, b) termoplast, [12]

K výrobě matric kompozitů se tedy používají různé polymerní materiály, mezi typické patří:

- epoxidy
- polyestery (všeobecně dobré vlastnosti, lehce zpracovatelný [10])
- fenolické polymery (vysoká odolnost proti ohni [10])
- polyamidy (malý obsah dutin, maximální provozní teplota mezi 285 ÷ 315 °C [10])

Každý z užívaných polymerních materiálů má své výhody a nevýhody. Volba konkrétního materiálu záleží na požadavcích dané konstrukce či součásti. Je třeba brát do úvahy aspekty jako pevnost, cena, provozní teplota či emise kouře.

Nejběžněji používanou pryskyřicí (polymerní matricí) jsou epoxidy, skládají se z jednoho atomu kyslíku a dvou atomů uhlíku. [9] Materiálové vlastnosti typických epoxidů a dalších polymerních matric za pokojové teploty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 2.6 Mechanické charakteristiky polymerních matric [9], [11]

<b>Materiál</b>	<b>Hustota <math>\rho</math> [<math>g \cdot cm^{-3}</math>]</b>	<b>Modul pružnosti v tahu <math>E</math> [GPa]</b>	<b>Mez pevnosti v tahu <math>\sigma_P</math> [MPa]</b>
Epoxid	1,28	3,798	82,74
Polyester	1,2 - 1,4	2,5 - 4	45 - 90
Polyetylén	0,96	1,2	32
PVC (Polyvinylchlorid)	1,4	2,8	58

Hojné používání epoxidů na výrobu matric lze přiřadit jejich vysoké pevnosti, snadné zpracovatelnosti a všeobecně dobrým mechanickým vlastnostem. Jsou dostupné ve více než 20 variantách, což umožňuje vybrat epoxidovou pryskyřici, která splňuje specifické vlastnosti a požadavky. Jejich maximální provozní teplota je mezi 120 ÷ 135 °C. [10]

## Kovy

Pro kompozity s kovovou matricí se používají hliník, hořčík a titan. Kompozity se vyztužují vlákny z uhlíku a karbidu křemíku. [9] Kovová matrice se používá především k zajištění lepších materiálových vlastností oproti monolitickým kovům jako je ocel nebo hliník. Porovnání těchto vlastností je uvedeno v Tab. 2.10. Typické mechanické charakteristiky kompozitů s kovovou matricí jsou v následující tabulce.

Tab. 2.7 Mechanické charakteristiky kompozitů s kovovou matricí [9]

<b>Materiál</b>	<b>Hustota <math>\rho</math> [g · cm<sup>-3</sup>]</b>	<b>Modul pružnosti v tahu <math>E</math> [GPa]</b>	<b>Mez pevnosti v tahu <math>\sigma_P</math> [MPa]</b>
SiC/hliník	2,6	117,2	1206
Grafit/hliník	2,2	124,1	448,2

## Keramika

Pro kompozity s keramickou matricí se používá oxid hlinitý nebo křemičitan hlinitovápenatý. Kompozity se vyztužují vlákny z uhlíku či karbidu křemíku. [9] Typické mechanické charakteristiky jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 2.8 Mechanické charakteristiky kompozitů s keramickou maticí [9]

Materiál	Hustota $\rho$ [ $g \cdot cm^{-3}$ ]	Modul pružnosti v tahu $E$ [GPa]	Mez pevnosti v tahu $\sigma_P$ [MPa]
SiC/LAS	2,4	89,63	496,4
SiC/CAS	2,5	121	400

Kompozity s keramickou maticí mají vysokou pevnost, tvrdost a nízkou hustotu. Keramika sama o sobě má však nízkou lomovou houževnatost. Vyztužením vlákny z uhlíku nebo karbidu křemíku se zvyšuje lomová houževnatost tohoto kompozitu. [9] Kompozity s keramickou maticí jsou žádané, pokud jsou potřeba dobré mechanické vlastnosti za vysokých teplot.

## Uhlík (Karbon)

Kompozity s karbonovou maticí se vyztužují vlákny z uhlíku a vzniká tak kompozit karbon-karbon (C-C). Typické mechanické charakteristiky jsou uvedeny v Tab. 2.9.

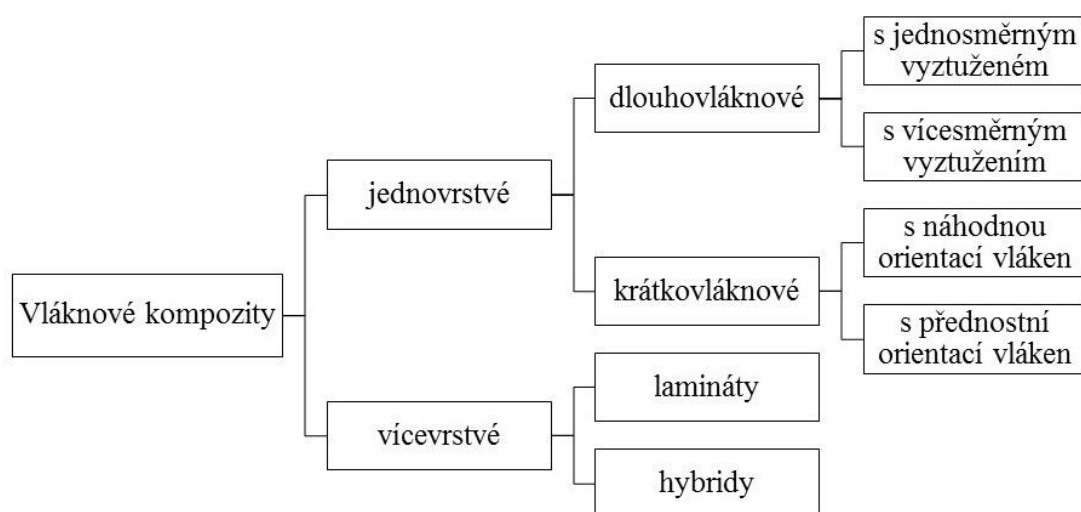
Tab. 2.9 Mechanické charakteristiky kompozitů s karbonovou maticí [9]

Materiál	Hustota $\rho$ [ $g \cdot cm^{-3}$ ]	Modul pružnosti v tahu $E$ [GPa]	Mez pevnosti v tahu $\sigma_P$ [MPa]
C-C	1,68	13,5	35,7

Materiály vláken a matrice je možné kombinovat k dosažení požadovaných vlastností, kompozit může být typu kov - kov, polymer - polymer, ale třeba i keramika - kov. Je zde však předpoklad dobré mezifázové adheze a dobrých deformačně-napěťových vlastností. [1]

### 2.5.3 Geometrické uspořádání vláknových kompozitů

Podrobná klasifikace vláknových kompozitů z hlediska geometrického uspořádání vláken je uvedena na následujícím obrázku.



Obr. 2.7 Klasifikace vláknových kompozitů s geometrického pohledu, překresleno z [1]

Vláknové kompozity jsou jednovrstvé a vícevrstvé. Vyztužovací vlákna lze podle délky rozdělit na krátká a dlouhá vzhledem k jejich průřezovým rozměrům. Kompozity s dlouhými vlákny se nazývají dlouhovláknové (vyztužené spojitými vlákny, užívají se pro extrudované plastové výrobky [11]) a kompozity s krátkými vlákny se nazývají krátkovláknové (vyztužené diskontinuálními vlákny,  $l_f/d_f < 100$ , kde  $l_f$  je délka vlákna a  $d_f$  je průměr vlákna [4]; používají se pro konstrukce lodí, tlakových nádob či křídel větrných turbín [11]).

Pokud jsou dlouhá vlákna, v jednovrstvém kompozitu, orientována v jednom směru, vzniká vláknový kompozit s jednosměrným vyztužením. Jednosměrné kompozity jsou velmi pevné ve směru vláken, ale obvykle slabé ve směru kolmém na vlákna.

Jedna tenká vrstva stejně orientovaných vláken v matrici se nazývá lamina. [7] K vytvoření laminátu použitelného v technických aplikacích, jsou jednotlivé laminy ze stejného materiálu skládány v různých směrech na sebe. Jejich orientace se mění podle konstrukčního návrhu. Vrstvy (laminy) bývají obvykle velmi tenké, obvykle o tloušťce  $t_{vrstvy} = 0,1 \text{ mm}$ , z tohoto důvodu nemohou být použity přímo. Hybridy jsou vrstvy z různých materiálů. [4]

Mezi velké přednosti orientovaných vláknových kompozitů patří jejich poměr vysoké pevnosti k hmotnosti a řízená anizotropie. Tab. 2.10 uvádí měrnou pevnost a měrný modul pružnosti běžně používaných vláknových kompozitů a konvenčních konstrukčních materiálů.

Tab. 2.10 Vlastnosti vláknových kompozitů a konvenčních konstrukčních materiálů [4], [9], [11]

<b>Materiál</b>	<b>Hustota <math>\rho</math> [<math>g \cdot cm^{-3}</math>]</b>	<b>Modul pružnosti v tahu <math>E</math> [GPa]</b>	<b>Mez pevnosti v tahu <math>\sigma_P</math> [MPa]</b>	<b>Měrný modul <math>E/\rho</math></b>	<b>Měrná pev- nost <math>\sigma_P/\rho</math></b>
<b>Kompozity</b>					
Grafit/epoxid	1,60	181,00	150,0	113,13	0,094
Uhlík/epoxid	1,54	83,00	380,0	53,90	0,247
E-sklo/epoxid	1,97	21,50	570,0	10,91	0,289
Kevlar 59/epoxid	1,40	40,00	650,0	28,57	0,464
Bór/epoxid	2,00	100,00	380,0	50,00	0,190
SiC/hliník	2,60	117,20	1206,0	45,08	0,464
Grafit/hliník	2,20	124,10	448,2	56,41	0,204
SiC/LAS	2,40	89,630	496,4	37,35	0,207
SiC/CAS	2,50	121,00	400,0	48,40	0,160
C-C	1,68	13,50	35,7	8,04	0,021
<b>Konvenční materiály</b>					
Konstrukční ocel 10 370	7,80	207,0	360,0 ÷ 440,0	26,54	0,046 ÷ 0,056
Pružinová ocel 15 260	7,80	207,0	1100,0 ÷ 1300,0	26,54	0,138 ÷ 0,167
Ocel 15130	7,80	207,0	1080,0 ÷ 1280,0	26,54	0,138 ÷ 0,164
Hliník 2024-T4	2,70	73,0	410,0	27,04	0,152
Hliník 6061-T6	2,70	68,9	310,0	25,52	0,115
Sklo	2,50	70,0	700,0 ÷ 2100,0	28,00	0,280 ÷ 0,840

Materiálové charakteristiky vláknových kompozitů jsou měřeny ve směru vláken. Jak je vidět v Tab. 2.10, kompozity s kovovou maticí vykazují větší měrnou pevnost a měrný modul oproti kompaktním materiálům. Jedná se o důsledek vyztužení materiálu kovy s nízkou hustotou, jako je hliník a titan. Zároveň si materiál zachovává svou pevnost za vysokých teplot. Kompozity C-C nevykazují tak vysokou měrnou pevnost a měrný modul jako ocel. Mají však nízkou hustotu a jsou schopné odolávat vysokým teplotám (do 3315 °C). [9] Za povšimnutí stojí i fakt, že kompozity se skleněnými vlákny nejsou lepší v měrném modulu ve srovnání s kompaktními materiály.

Vláknové kompozity již nevykazují mnohem vyšší hodnoty pevnosti, jako tomu bylo u samotných vláken. Některé oceli mají tento parametr i vyšší. Avšak při porovnání měrné pevnosti, jsou na tom vláknové kompozity stále lépe. To potvrzuje fakt, že vláknové kompozity mají vysoký poměr pevnosti k hmotnosti.

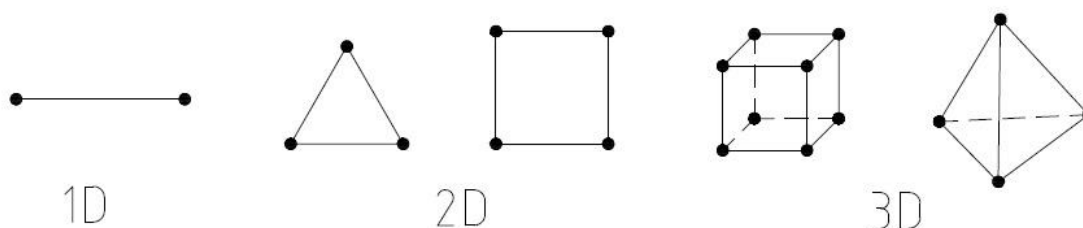
Vláknové kompozity jsou ve většině případů lepší než kovy při porovnání měrné pevnosti a modulu pružnosti. Mezi výhody vláknových kompozitů patří možnost upravovat vlastnosti, jako jsou pevnost, tuhost, odolnost proti únavě, teplotě atd., pouhou změnou orientace vláken. Mechanické vlastnosti se mění i změnou posloupnosti jednotlivých vrstev (lamin). To umožňuje vytvářet specifické kompozity vyhovující konkrétním podmínkám pro danou konstrukci či součást. [4]

### 3 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

Pro další část práce je nutné definovat pojem metoda konečných prvků (zkráceně MKP). Pomocí této metody jsou provedeny výpočty a ukázky v následujících kapitolách.

Přesná matematická definice MKP zní: „MKP je zobecněná Ritz-Galerkinova variační metoda, užívající bázových funkcí s malým kompaktním nosičem, úzce spjatým se zvoleným rozdělením řešené oblasti na konečné prvky.“ [20]

Metoda konečných prvků je variační metoda, která slouží pro řešení technických úloh popsanych diferenciálními rovnicemi. Jedná se o přibližné, numerické řešení. [23] Matematická podstata a základní myšlenka MKP je tzv. diskretizace úlohy (pojem diskrétní je opakem pojmu kontinuální), kdy se řešená oblast  $\Omega$  rozdělí na konečné podoblasti  $\Omega_e$ , stručně zvané konečné prvky. [20] [22] Konečné prvky se tedy získávají rozkladem oblasti na geometricky jednoduché podoblasti, na kterých jsou definovány bázové funkce. Bázové funkce mají u MKP charakter polynomu. [22] Rovinné oblasti se rozkládají na trojúhelníkové nebo čtyřúhelníkové prvky, prostorové oblasti na tetraedry nebo kvádry apod. (Obr. 3.1). Rozklad se označuje jako síť konečných prvků. [21]



Obr. 3.1 Konečný prvek jako geometricky jednoduchá podoblast, překresleno z [22]

Formálně u MKP se jedná o převod diferenciálních rovnic na řešení soustav lineárních algebraických rovnic (3.1). [20]

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{\Delta} = \mathbf{F} \quad (3.1)$$

Kde  $\mathbf{K}$  značí matici tuhosti,  $\mathbf{\Delta}$  vektor neznámých a  $\mathbf{F}$  vektor zobecněného zatížení. [22]

Jednoznačné řešení se dosáhne pokud  $\det \mathbf{K} \neq 0$ . Je tedy nutné zadat okrajové podmínky tak, aby řešený prvek neměl žádný pohyb jako celek v prostoru, jinými slovy musí být jednoznačně a nepohyblivě uložen v prostoru.

Spojitosť řešení MKP je dána podmínkami styku, 1D prvky se mohou stýkat pouze v uzlových bodech, 2D prvky v uzlových bodech a hranách a 3D prvky v uzlových bodech, hranách a plochách. Dělení oblasti  $D$  musí být disjunktní, tento fakt popisují rovnice ((3.2) a ((3.3). [22]

$$\cup D = \Omega \quad (3.2)$$

$$\cap D = \emptyset \quad (3.3)$$

Rovnice (3.2) platí až na „chyby“. Kdy metoda MKP zahrnuje inherentní chybu. [23] Rovnice (3.3) platí až na uzly, hrany a stěny. Tento fakt vyplývá z podmínek styku.

MKP dává možnost řešit složité geometrické prvky. [23] Je to metoda dobře algoritmizovatelná. [22] Umožňuje opustit platformu kontinua a modelovat hmotu se zřetelem na její skutečnou strukturu. Je potřeba si však uvědomit, že MKP nemůže zlepšit vlastnosti použitého



modelu skutečnosti. Tato metoda umožňuje pouze zadávat modely, které jsou mnohem blíže skutečnosti, než byly modely řešitelné metodami klasickými. [20]

### **3.1 Volba výpočtové metody**

V rámci této práce je provedeno několik deformačně – napěťových analýz při statickém zatěžení. Jako vhodná metoda výpočtu je zvolena metoda konečných prvků. Jedním z výpočetních softwarů využívající tuto metodu je software ANSYS, který byl použit i pro všechny numerické výpočty v této práci. Konkrétně bylo použito prostředí ANSYS Mechanical APDL 16.2.

## 4 MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY

Pro účelné použití jakéhokoliv materiálu je zapotřebí znát jeho mechanické vlastnosti, které jsou určeny materiálovými charakteristikami. V tomto směru kompozitní materiály nejsou výjimkou. Pro další úvahy je uvažován materiál lineárně pružný. Vztahy mají poté tvar Hookeova zákona, který lze v maticovém zápisu vyjádřit rovnicí (4.1). [1]

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.1)$$

Kde  $\boldsymbol{\sigma}$  je vektor napětí,  $\mathbf{K}$  je matice tuhosti a  $\boldsymbol{\varepsilon}$  představuje vektor přetvoření. [1]

V mechanice běžných materiálů se předpokládá, že se jedná o homogenní a izotropní kontinua. Homogenní materiál nemá vlastnosti závislé na poloze. [14] Izotropní materiál má shodné mechanické, fyzikální, tepelné a elektrické vlastnosti ve všech směrech, jeho vlastnosti tedy nejsou závislé na orientaci. Mezi běžné izotropní materiály se řadí většina kovů a čistých polymerů. [11], [14] Pro izotropní materiál má matice tuhosti  $\mathbf{K}$  tvar vyjádřený následující rovnicí. [2]

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{11} & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{12} & K_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(K_{11} - K_{12})}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(K_{11} - K_{12})}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(K_{11} - K_{12})}{2} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Z rovnice (4.2) vyplývá, že izotropní materiál má pouze 2 nezávislé konstanty.

Vláknové kompozity jsou naproti tomu nehomogenní a anizotropní materiály. Mechanické vlastnosti materiálu jsou silně závislé na příslušném směru. [1] Z toho důvodu je mechanika vláknových kompozitů složitější oproti mechanice běžných materiálů a je studována na dvou úrovních: mikromechanice a makromechanice. Mikromechanika se zabývá určením materiálových charakteristik na úrovni jedné laminy (vrstvy), která se pro výpočet uvažuje jako jednosměrná výztuž nasycená maticí. Makromechanika se zabývá výpočtem tuhosti a poddajnosti laminy, k čemuž využívá již určené materiálové charakteristiky. [14]

Při uvažování nejobecnějšího případu, tedy vláknového kompozitu jako anizotropní materiál, má matice tuhosti  $\mathbf{K}$  tvar podle rovnice (4.3). [2]

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{14} & K_{24} & K_{34} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{15} & K_{25} & K_{35} & K_{45} & K_{55} & K_{56} \\ K_{16} & K_{26} & K_{36} & K_{46} & K_{56} & K_{66} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Matice tuhosti  $\mathbf{K}$  je maticí symetrickou, která v případě anizotropního materiálu obsahuje celkem 21 nezávislých materiálových konstant. [1] Avšak užitím materiálové symetrie se počet nezávislých parametrů výrazně sníží. [12]

Většina kompozitních materiálů může být klasifikována jako orthotropní nebo příčně izotropní materiál. [13] Orthotropní vrstva je elementární vrstva (lamina) vyztužená vlákny s jednosměrným uspořádáním. [3] Laminátové kompozity jsou obvykle vyrobeny z těchto vrstev.

Obecně platí, že v makroskopickém smyslu se předpokládá, že laminátový kompozit se chová jako homogenní orthotropní materiál. [12] Matice tuhosti  $K$  pro orthotropní materiál je určena vztahem (4.4). [2]

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 & 0 \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Při uvažování symetrie obsahuje matice tuhosti  $K$  pro orthotropní materiál 9 nezávislých konstant, které jsou pro další výpočty nezbytné určit.

Pokud existuje jedna hlavní orthotropní rovina (např. rovina  $YZ$  na Obr. 4.1), v níž jsou mechanické vlastnosti materiálu ve všech směrech stejné, je možné pak uvažovat materiál za příčně izotropní. Materiálové charakteristiky v obou směrech kolmo k vláknům jsou tedy totožné (směry  $T$  a  $T'$  na Obr. 4.1). [1][9] Matice tuhosti  $K$  přejde do tvaru určeném rovnicí (4.5). [2]

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{23} & K_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(K_{22} - K_{23})}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

V takovém případě je potřeba k výpočtu 5 nezávislých konstant.

Při uvažování rovinné úlohy, kdy se za výpočtový model bere velmi tenká vrstva kompozitu (lamina), se jedná o rovinný orthotropní materiál. Předpokladem je, že element leží v hlavní souřadnicové rovině  $XY$  (Obr. 4.1) a v ní je i zatěžován. Jedná se tedy o rovinnou napjatost a matice tuhosti  $K$  má tvar podle rovnice (4.6). [1]

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 \\ K_{12} & K_{22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{66} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

U rovinného orthotropního materiálu je zapotřebí určit jen 4 nezávislé materiálové charakteristiky. Oproti příčně izotropnímu materiálu zde nezávisí na Poissonově čísle  $\mu_{TT'}$ , tento fakt je ukázán v kapitole 5.1.

Shrnutí potřebných nezávislých konstant pro různé typy materiálů je uvedeno v následující tabulce.

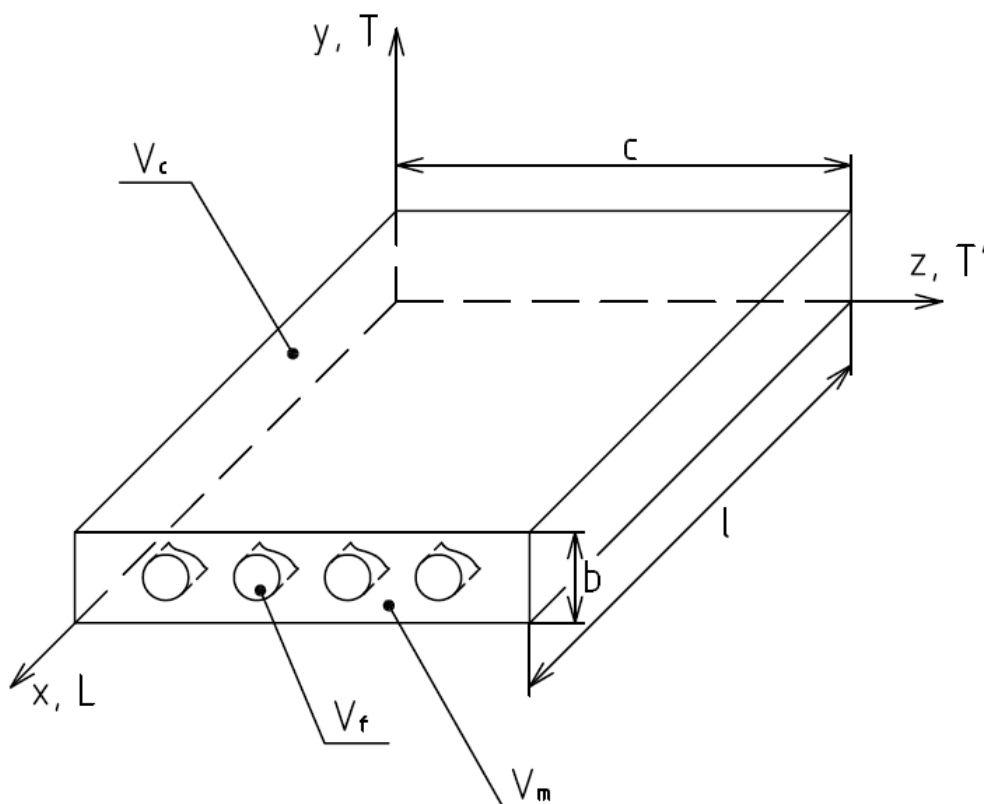
Tab. 4.1 Počet nezávislých konstant různých typů materiálu [9], [17]

Typ materiálu	Počet nezávislých konstant
Anizotropní	21
Orthotropní	9
Příčně izotropní	5
Rovinný orthotropní	4
Izotropní	2

V další části kapitoly je ukázán výpočet materiálových charakteristik dlouhvláknového jednosměrného kompozitu Kevlar 49/epoxid, který je uvažován jako příčně izotropní a je tedy zapotřebí určit 5 nezávislých konstant.

Materiálové charakteristiky kompozitů závisí na materiálových charakteristikách jednotlivých složek, podílu výztuže a matrice, geometrickém uspořádání výztuže v matrici a kvalitě mezisložkového rozhraní. [1]

Výpočet je proveden analyticky. U některých konstant je uvedena pro srovnání i ukázka numerického výpočtu pomocí MKP za použití výpočtového programu ANSYS. Výpočtový model dlouhvláknového jednosměrného kompozitu je na Obr. 4.1 a jeho složení je uvedeno v Tab. 4.2. Při výpočtu vlastností se předpokládá materiál bez přítomnosti poruch. Dále se předpokládá elastická deformace výztuže i matrice, dokonalá soudržnost obou složek, pravidelné rozmístění vláken po průřezu, atd.. Jinými slovy se vychází z ideálního výpočtového modelu. [1], [3]



Obr. 4.1 Výpočtový model dlouhvláknového jednosměrného kompozitu,  $V_f$  – celkový objem vláken ve vzorku,  $V_m$  – celkový objem matrice ve vzorku,  $V_c$  – celkový objem vzorku,  $l$  – délka vzorku,  $b$  – tloušťka vzorku,  $c$  – šířka vzorku, překresleno z [1]

Souřadnicové osy  $L, T, T'$  představují hlavní materiálové osy:

- $L$  - longitudinální (podélná)
- $T$  - transfersální (příčná)
- $T'$  - transfersální (druhá příčná)

Tab. 4.2 Materiálové složení kompozitu Kevlar 49/epoxid [9]

	<b>Modul pružnosti v tahu</b> $E[GPa]$	<b>Objemový podíl</b> $v [-]$	<b>Poissonovo číslo</b> $\mu [-]$
<b>Vláknno:</b>			
Kevlar 49	$E_f = 131 GPa$	$v_f = 0,565$	$\mu_f = 0,35$
<b>Matrice:</b>			
Epoxidová pryskyřice	$E_m = 3,8 GPa$	$v_m = 0,435$	$\mu_m = 0,45$

Index  $m$  značí matici a index  $f$  znamená vlákno.

Tento kompozit, jak již bylo řečeno dříve, je uvažován za příčně izotropní a je tedy zapotřebí určit 5 nezávislých konstant:

- $E_L$  – podélný modul pružnosti
- $E_T$  – příčný modul pružnosti, modul pružnosti v rovině izotropie
- $\mu_{LT}$  – Poissonovo číslo
- $\mu_{TT'}$  – Poissonovo číslo
- $G_{LT}$  – smykový modul pružnosti

První index u Poissonových čísel představuje směr působení příslušného napětí (směr, ve kterém je model zatěžován), druhý index potom označuje směr, ve kterém je měřena kontrakce.

## 4.1 Podélný modul pružnosti $E_L$ a Poissonovo číslo $\mu_{LT}$

Úkolem této kapitoly je analytický výpočet podélného modulu pružnosti  $E_L$  a Poissonova čísla  $\mu_{LT}$  jednosměrného dlouhovláknového kompozitu. Následně je proveden numerický výpočet pomocí MKP analýzy a srovnání výsledků. Materiálové charakteristiky kompozitu jsou uvedeny v Tab. 4.2.

### Analytický výpočet $E_L$ a $\mu_{LT}$

U použitého výpočtového modelu (Obr. 4.1) je uvažována dokonalá adheze mezi maticí a vlákny a stejné podélné přetvoření. Potom platí rovnice (4.7) a (4.8).[1]

$$\varepsilon_f = \varepsilon_m = \varepsilon_c \quad (4.7)$$

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot v_f + \sigma_m \cdot v_m = \sum_i \sigma_i \cdot v_i \quad (4.8)$$

Výpočet podélného modulu pružnosti  $E_L$  je uveden v rovnici (4.9) a Poissonova čísla  $\mu_{LT}$  v rovnici (4.10). [1]

$$E_L = E_f \cdot v_f + E_m \cdot v_m \quad (4.9)$$

$$\mu_{LT} = \mu_f \cdot v_f + \mu_m \cdot v_m \quad (4.10)$$

Tyto vztahy jsou v literatuře označovány jako směšovací pravidlo. Dosazením materiálových charakteristik z Tab. 4.2 do rovnic (4.9) a (4.10) se získají hledané hodnoty, které jsou uvedeny v rovnicích (4.11) a (4.12).

$$E_L = 131 \cdot 0,565 + 3,8 \cdot 0,435 = 75,7 \text{ GPa} \quad (4.11)$$

$$\mu_{LT} = 0,35 \cdot 0,565 + 0,45 \cdot 0,435 = 0,39 \quad (4.12)$$

### Numerický výpočet $E_L$ a $\mu_{LT}$

Výpočet je proveden pomocí podélné tahové zkoušky, kdy je kompozit zatěžován ve směru vláken.

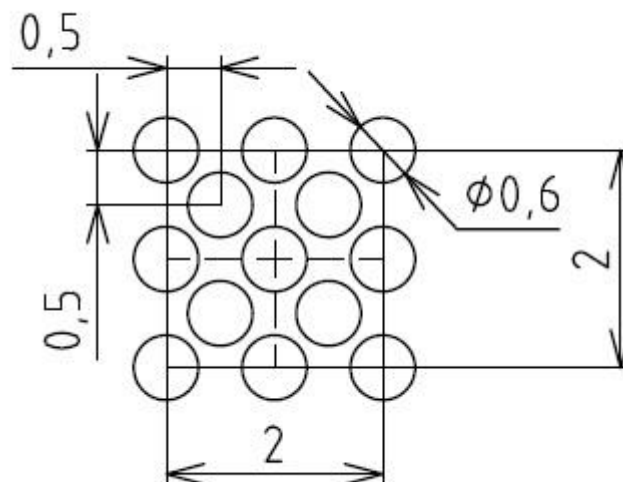
Hledané nezávislé konstanty budou vypočteny podle následujících vztahů (rovnice (4.13) a (4.14)).

$$E_L = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} = \frac{F_x}{S_{yz} \cdot \varepsilon_x} \quad (4.13)$$

$$\mu_{LT} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\Delta b}{b \cdot \varepsilon_x} \quad (4.14)$$

Neznámými jsou síla  $F_x$  a prodloužení  $\Delta b$ , které se určí z MKP analýzy.

Nejprve je zapotřebí vytvořit model kompozitu. Vlákná a matrici je nutné modelovat zvlášť. Ke tvorbě modelu je použit program Autodesk Inventor s následným importem výpočtového modelu do programu ANSYS. Model kompozitu má tvar krychle o hraně  $a = 2 \text{ mm}$ , průměr vláken je  $d = 0,6 \text{ mm}$ . Podrobný průřez kompozitu je na Obr. 4.2.

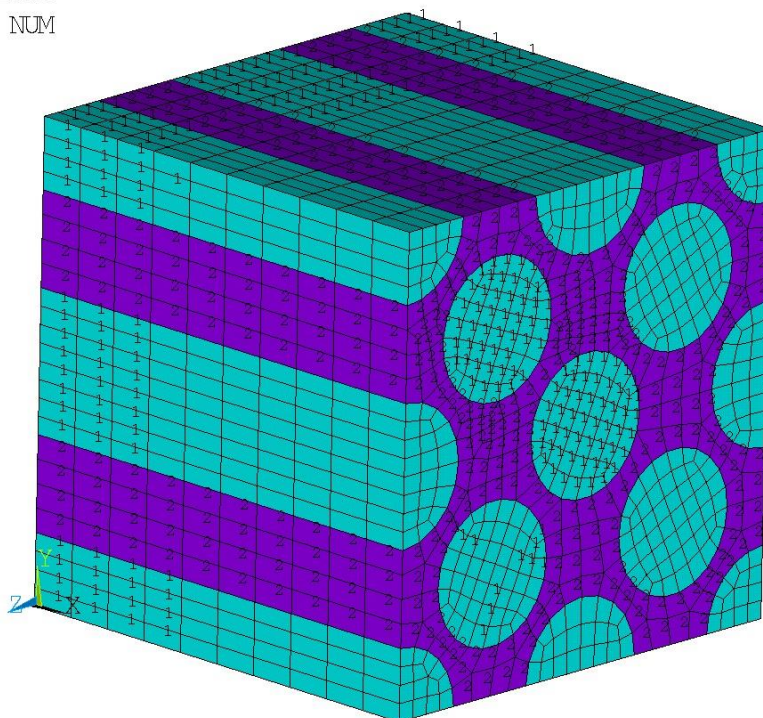


Obr. 4.2 Průřez kompozitu

Následně je potřeba ve výpočetním programu vytvořit síť konečných prvků (mesh) a přiřadit materiály vláken a matrice (vlákno materiál 1, matrice materiál 2, viz Obr. 4.3)

1  
ELEMENTS  
MAT NUM

ANSYS  
R16.2  
Academic



Obr. 4.3 Výpočtový model po přidání materiálu a vytvoření mesh sítě

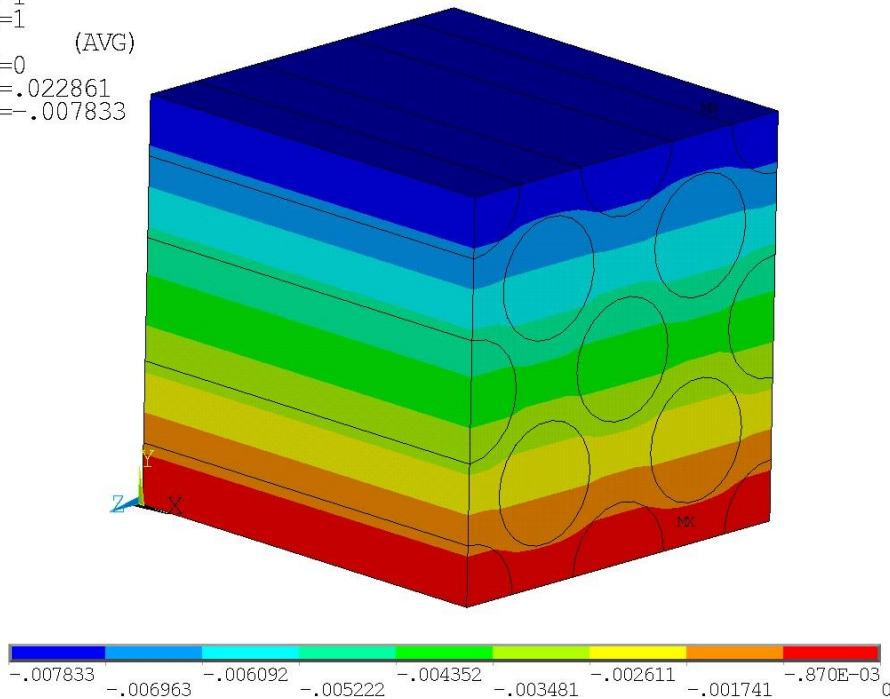
Dále je zapotřebí vnést okrajové podmínky. Úkolem je docílit posuv o  $0,2 \text{ mm}$  ( $= 1\%$ ) ve směru vláken, ale nevnášet okrajové efekty. Je nutné provést coupling (jinak nehomogenní výsledky) pro zabránění okrajových efektů. Po výpočtu je provedena konvergence sítě dle kapitoly 5.1. Obr. 4.4 ukazuje posuv výpočtového modelu v ose  $Y$ .

```

1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
UY      (AVG)
RSYS=0
DMX =.022861
SMN =-.007833

```

ANSYS  
R16.2  
Academic



Obr. 4.4 Posuv výpočtového modelu v ose Y

Po vyřešení je získána potřebná síla  $F_x$  (rovnice (4.15)) a prodloužení  $\Delta b$  (rovnice (4.16)).

$$F_x = 2989,1 \text{ N} \quad (4.15)$$

$$\Delta b = -0,007833 \quad (4.16)$$

Po dosazení rovnic (4.15) a (4.16) do vztahů (4.13) a (4.14) jsou získány hodnoty numerického výpočtu hledaných konstant.

$$E_L = \frac{2989,1}{4 \cdot 0,01} = 74,7 \text{ GPa} \quad (4.17)$$

$$\mu_{LT} = -\frac{(-0,007833)}{2 \cdot 0,01} = 0,40 \quad (4.18)$$

### Porovnání výsledků

Porovnání výsledků analytického výpočtu s numerickým výpočtem pomocí MKP je uvedeno v následující tabulce.

Tab. 4.3 Porovnání výsledků analytického a numerického výpočtu

	$E_L$ [GPa]	$\mu_{LT}$ [-]
MKP	74,7	0,40
Analyticky	75,7	0,40
Rozdíl v %	1,3	0,0



## 4.2 Příčný modul pružnosti $E_T$ a Poissonovo číslo $\mu_{TT'}$

V této kapitole je ukázán analytický výpočet příčného modulu pružnosti  $E_T$  a Poissonova čísla  $\mu_{TT'}$ . Pro výpočet je použit stejný model materiálu jako v kapitole 4.1, jehož materiálové charakteristiky jsou uvedeny v Tab. 4.2.

Pro analytický výpočet příčného modulu pružnosti  $E_T$  existuje více možností výpočtu. Prvním z nich je Reuss model neboli inverzní směšovací pravidlo. Vychází se z podmínky pro napětí danou rovnicí (4.19). Rovnice pro přetvoření je určena rovnicí (4.20). [1]

$$\sigma_c = \sigma_f = \sigma_m \quad (4.19)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_f \cdot v_f + \varepsilon_m \cdot v_m = \sum_i \varepsilon_i \cdot v_i \quad (4.20)$$

Předpokládá se lineárně pružné chování komponent a i celého kompozitu. Vztah pro výpočet příčného modulu pružnosti je uveden rovnicí (4.21) s následným dosazením (rovnice (4.22)). [1]

$$E_T = \left( \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m} \right)^{-1} \quad (4.21)$$

$$E_T = \left( \frac{0,565}{131} + \frac{0,435}{3,8} \right)^{-1} = 8,42 \text{ GPa} \quad (4.22)$$

Další možností je Reuss model + paralelní matrice (rovnice (4.23)), po dosazení je obdržena hodnota uvedená v rovnici (4.24): [18]

$$E_T = (1 - \sqrt{v_f}) \cdot E_m + \frac{\sqrt{v_f} \cdot E_m \cdot E_f}{v_f \cdot E_m + \sqrt{v_f} \cdot (1 - \sqrt{v_f}) \cdot E_f} \quad (4.23)$$

$$E_T = 15,01 \quad (4.24)$$

Poslední vztah, který zde bude uveden, je vztah Halpin-Tsai. Tento vztah je odvozen pro výpočet příčného modulu pružnosti na základě aproximace exaktnějších vztahů, které vycházejí z mikromechaniky kompozitů. Vztah je uveden v rovnici (4.25). [4]

$$E_T = E_m \cdot \frac{(1 + \xi \cdot \eta \cdot v_f)}{(1 - \eta \cdot v_f)} \quad (4.25)$$

Pro vyřešení rovnice (4.25) je nejprve potřeba určit hodnotu parametru  $\eta$  a  $\xi$ . Parametr  $\eta$  se určí podle vztahu (4.26). [1]

$$\eta = \frac{\left( \frac{E_f}{E_m} - 1 \right)}{\left( \frac{E_f}{E_m} + \xi \right)} \quad (4.26)$$

Parametr  $\xi$  je označován jako míra vyztužení kompozitu. Odvíjí se od geometrie vláken, jejich rozložení v kompozitu a podmínek zatěžování. [1] Pro vlákna v trojúhelníkovém uspořádání se používá  $\xi = 1$ , pro čtvercové uspořádání  $\xi = 2$ . V praxi se však uspořádání vláken ve většině případů neřídí. Pak se používá pro odhad  $E_T$  Halphin-Tsai model s  $\xi = 1,5$ . Přesné hodnoty lze určit pouze experimentální metodou.

Vypočtené hodnoty  $E_T$  pomocí vztahu Halphin-Tsai s mírou vyztužení  $\xi = 1,5$  jsou uvedeny v rovnicích (4.27) a (4.28).

$$\eta = \frac{\left(\frac{131}{3,8} - 1\right)}{\left(\frac{131}{3,8} + 1,5\right)} = 0,93 \quad (4.27)$$

$$E_T = 3,8 \cdot \frac{(1 + 1,5 \cdot 0,93 \cdot 0,565)}{(1 - 0,93 \cdot 0,565)} = 14,32 \text{ GPa} \quad (4.28)$$

Tab. 4.4 shrnuje výsledky jednotlivých metod analytického výpočtu příčného modulu pružnosti  $E_T$ . Pro další výpočty modulu pružnosti  $E_T$  bude uvažován vždy Halphin-Tsai model s  $\xi = 1,5$ .

Tab. 4.4 Výsledky jednotlivých modelů výpočtu  $E_T$

Model	$E_T$ [GPa]
Reuss model	8,42
Reuss model + paralelní matrice	15,01
Halphin-Tsai s $\xi = 1,5$	14,32

Pro analytický výpočet Poissonova čísla  $\mu_{TT'}$  je uveden Clyne model (rovnice (4.29)). [19]

$$\mu_{TT'} = 1 - \mu_{TL} - \frac{E_T}{3 \cdot K} \quad (4.29)$$

Nejprve je nutné vypočítat objemový modul pružnosti vláken  $K_f$  (rovnice (4.30) a (4.31)) a objemový modul pružnosti matrice  $K_m$  (rovnice (4.32) a (4.33)), ze kterého se následně určí objemový modul pružnosti celého průřezu  $K$  podle rovnic (4.36) a (4.37). Dále je zapotřebí vypočítat hodnotu Poissonova čísla  $\mu_{TL}$  danou rovnicí (4.34) a (4.35). [19]

$$K_f = \frac{E_f}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \mu_f)} \quad (4.30)$$

$$K_f = \frac{131}{3 \cdot (1 - 2 \cdot 0,35)} = 145,56 \text{ GPa} \quad (4.31)$$

$$K_m = \frac{E_m}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \mu_m)} \quad (4.32)$$

$$K_m = \frac{3,8}{3 \cdot (1 - 2 \cdot 0,45)} = 12,67 \text{ GPa} \quad (4.33)$$

$$\mu_{TL} = \frac{E_T}{E_L} \cdot \mu_{LT} \quad (4.34)$$

$$\mu_{TL} = \frac{14,32}{75,7} \cdot 0,39 = 0,074 \quad (4.35)$$

$$K = \left(\frac{v_f}{K_f} + \frac{v_m}{K_m}\right)^{-1} = 26,34 \text{ GPa} \quad (4.36)$$

$$K = \left(\frac{0,565}{145,56} + \frac{0,435}{12,67}\right)^{-1} = 26,17 \text{ GPa} \quad (4.37)$$

Zpětným dosazením do rovnice (4.29) se získá výsledný odhad hodnoty  $\mu_{TT'}$ , který je uveden v následující rovnici.

$$\mu_{TT'} = 1 - 0,074 - \frac{14,32}{3 \cdot 26,17} = 0,74 \quad (4.38)$$

Je potřeba uvést, že Poissonovo číslo  $\mu_{TT'}$  může nabývat u kompozitních materiálů hodnot větších než 0,5. Je zde rozdíl oproti izotropním materiálům, kdy je limitní hodnota příčné kontrakce  $\mu = 0,5$ . Při natahování izotropního materiálu s touto hodnotou nedochází ke změně objemu součásti. Pokud má izotropní materiál hodnotu  $\mu < 0,5$  dochází při natahování ke zvětšení objemu součásti a konečně pokud by měl takový materiál hodnotu  $\mu > 0,5$  docházelo by při natahování ke zmenšování objemu materiálu. Poslední případ však nemůže nastat.

V uváženém analytickém výpočtu příčné kontrakce podle Clyne modelu však vyšla hodnota  $\mu_{TT'} = 0,74$ . Tím by se mohlo zdát, že při natahování materiálu ve směru kolmém k vláknům (např. ve směru osy  $Y$  viz Obr. 4.1) by mělo docházet ke zmenšování objemu materiálu. Avšak jak již bylo uvedeno dříve, kompozity jsou anizotropní materiály. Při natahování součásti ve směru kolmém k vláknům nedochází k prakticky žádné změně rozměrů ve směru vláken (osa  $X$  v Obr. 4.1) v důsledku vysoké tuhosti vyztužujících vláken. Aby tedy objem materiálu zůstal zachován, musí být změna rozměru v druhém směru kolmém na vlákna (osa  $Z$  v Obr. 4.1) o to větší. Z toho důsledku vychází hodnota Poissonova čísla  $\mu_{TT'}$  tak vysoká.

Limitní hodnotou u kompozitních materiálů je  $\mu_{TT'} = 1$ . Na 2D úlohy však nemá  $\mu_{TT'}$  vliv, a tak se často neurčuje. Názorná ukázka je uvedena v kapitole 4.5. Na druhou stranu pro 3D úlohy je určení  $\mu_{TT'}$  nezbytné.

### 4.3 Smykový modul pružnosti $G_{LT}$

Předpokládá se lineárně pružné chování komponent i celého kompozitu. Pro smykový modul pružnosti  $G_{LT}$  platí inverzní směšovací pravidlo (vztah (4.39)). [1]

$$G_{LT} = \frac{1}{\frac{\nu_f}{G_f} + \frac{\nu_m}{G_m}} \quad (4.39)$$

Pro výpočet je nejprve potřeba vypočítat smykový modul pružnosti vláken  $G_f$  (rovnice (4.40) a (4.41)) a smykový modul pružnosti matrice  $G_m$  (rovnice (4.42) a (4.43)).

$$G_f = \frac{E_f}{2 \cdot (1 + \mu_f)} \quad (4.40)$$

$$G_f = \frac{131}{2 \cdot (1 + 0,565)} = 48,52 \text{ GPa} \quad (4.41)$$

$$G_m = \frac{E_m}{2 \cdot (1 + \mu_m)} \quad (4.42)$$

$$G_m = \frac{3,8}{2 \cdot (1 + 0,45)} = 1,31 \text{ GPa} \quad (4.43)$$

Po dosazení předchozích hodnot do rovnice (4.39) je obdržén vztah pro smykový modul pružnosti  $G_{LT}$  (rovnice (4.44)).

$$G_{LT} = \frac{1}{\frac{0,565}{48,52} + \frac{0,435}{1,31}} = 2,91 \text{ GPa} \quad (4.44)$$

## 4.4 Homogenizace

Po získání potřebných materiálových konstant již lze analyzovaný kompozit modelovat jako homogenní kontinuum. Není potřeba už modelovat zvlášť vlákna a matrici, jako tomu bylo ukázáno při numerickém výpočtu  $E_L$  a  $\mu_{LT}$ , protože vlastnosti vláken a matrice se převedli na ekvivalentní homogenní materiál. Mezi výhody homogenizace kompozitu patří mnohem rychlejší výroba geometrie modelu a výrazná úspora počtu elementů, tedy rychlejší analýzy. Homogenizované materiálové konstanty se použijí jako vstupy pro modely v MKP analýze.

Pro počítání v dalších částech práce bude kompozit uvažován jako příčně izotropní materiál. Bude tedy vždy nejprve potřeba analyticky určit 5 nezávislých materiálových charakteristik podle výpočtů v kapitolách 4.1, 4.2 a 4.3.

## 4.5 Poissonovo číslo $\mu_{TT'}$ a 2D úlohy

V kapitole je uvedena ukázka uvažování rovinné úlohy a s tím spojená potřeba určení pouze 4 nezávislých materiálových konstant, protože Poissonovo číslo  $\mu_{TT'}$  neovlivňuje chování materiálu.

### Materiál

Použitý materiál je stejný, jako v předešlých kapitolách. Tedy kompozit Kevlar 49/epoxid. Jeho materiálové vlastnosti jsou uvedeny v Tab. 4.2. V kapitole jsou již využity znalosti výpočtu materiálových charakteristik příčně izotropního materiálu. Pro přehled je uveden souhrn výsledků analytických výpočtů v následujících rovnicích.

$$E_L = 75,7 \text{ GPa} \quad (4.45)$$

$$\mu_{LT} = 0,39 \quad (4.46)$$

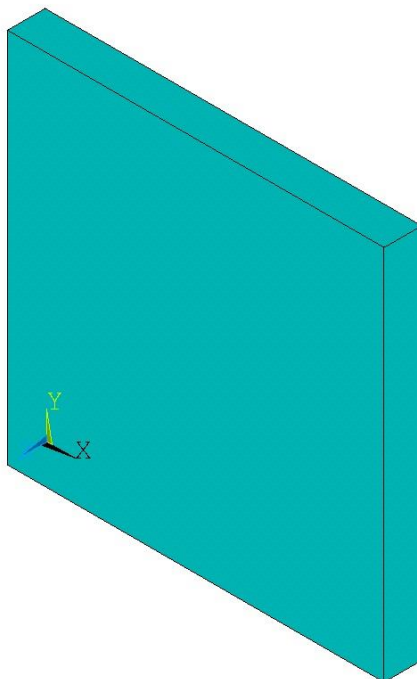
$$E_T = 14,3 \text{ GPa} \quad (4.47)$$

$$\mu_{TT'} = 0,74 \quad (4.48)$$

$$G_{LT} = 2,9 \text{ GPa} \quad (4.49)$$

### Model geometrie

Jako model materiálu slouží tenká vrstva kompozitu vymodelovaná jako kvádr o rozměrech 100x100x10 mm. Vytvořený model geometrie je ukázán na následujícím obrázku. Typ elementu je SOLID 185.



Obr. 4.5 Model geometrie materiálu

### Sít' konečných prvků

Sít' konečných prvků je tvořena mapovaně. Po provedení výpočtu a kontrole konvergence sítě dle kapitoly 5.1 je dostačující sít' tvořena celkem 192 elementy (8 elementů na hranách ve směru osy  $X$ , 8 elementů na hranách ve směru osy  $Y$  a 3 elementy po tloušťce, tedy ve směru osy  $Z$ ).

### Okrajové podmínky

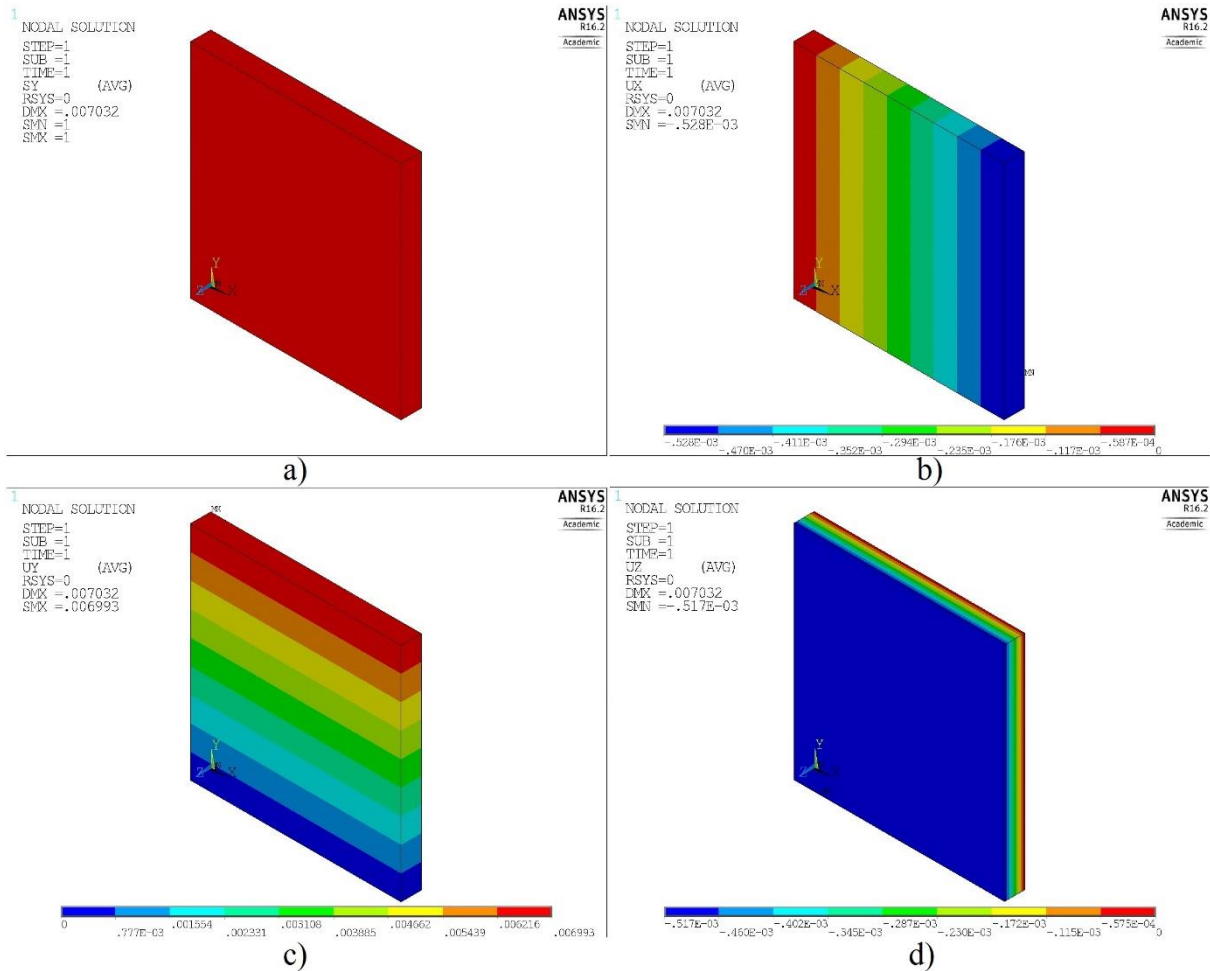
Předepsány nulové posuvy na plochách kolmých k jednotlivým osám. Předepsány postupně 3 okrajové podmínky, tak bych bylo zamezeno pohybu tělesa jako celku v prostoru.

### Zatížení

Kvádr je zatěžován silou  $F = 1000 \text{ N}$  ve směru osy  $Y$ . Element leží v hlavní souřadnicové rovině  $XY$  a v ní je i zatěžován. Jedná se o rovinnou napjatost a předpoklady jsou tedy splněny.

### Výsledky

Postupně je vykreslováno napětí  $\sigma_Y$  a posuvy  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ , a  $\Delta Z$ , s proměnnou hodnotou Poissonova čísla  $\mu_{TT'}$ . Obr. 4.6 ukazuje hledané hodnoty pro Poissonovo číslo  $\mu_{TT'} = 0,74$ . V Tab. 4.5 jsou tyto hodnoty pro různá Poissonova čísla.



Obr. 4.6 a) Napětí  $\sigma_Y$ ; posuvy b)  $\Delta X$ , c)  $\Delta Y$ , d)  $\Delta Z$ ; vše pro hodnotu  $\mu_{TT'} = 0,74$

Tab. 4.5 Napětí  $\sigma_Y$  a posuvy  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  a  $\Delta Z$  pro různé hodnoty  $\mu_{TT'}$

$\mu'_{TT}$ [-]	$\sigma_Y$ [MPa]	$\Delta X$ [mm]	$\Delta Y$ [mm]	$\Delta Z$ [mm]
0,74	0,1	-0,0000528	0,006993	-0,0005170
0,50	0,1	-0,0000528	0,006993	-0,0003500
0,30	0,1	-0,0000528	0,006993	-0,0002100
0,10	0,1	-0,0000528	0,006993	-0,0000699

Jak je možné si všimnout v Tab. 4.5, hodnoty posuvů  $\Delta Z$  se pro jednotlivá Poissonova čísla  $\mu_{TT'}$  liší. Ostatní parametry se naopak neliší vůbec a zůstávají po celou dobu konstantní. Z toho důvodu je při uvažování 2D úlohy, kdy se posuv v ose Z zpravidla zanedbává a vůbec se neřeší, určování hodnoty  $\mu_{TT'}$  nepodstatné. U rovinné úlohy je tedy zapotřebí určit jen 4 nezávislé materiálové charakteristiky. Avšak i tak je nutné do výpočetního programu nějakou hodnotu  $\mu_{TT'}$  zadat, jinak výpočet neproběhne.

## 5 ŘÍZENÍ SMĚRŮ VLÁKEN

V této kapitole je ukázán vliv změny směrů vláken v laminátu pomocí MKP a softwaru ANSYS. Úhly vrstev, které se běžně používají, jsou  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$  a  $90^\circ$ . Další úhly by se měly používat pouze tehdy, když takové řešení vede k výraznému zlepšení vlastností, především ke snížení váhy, a u speciálních konstrukcí. Množství různých úhlů vrstev by mělo být pokud možno co nejmenší. [5]

Na následujícím příkladu je ukázána velká výhoda vláknových kompozitů. Pouhá změna orientace vláken laminátu vyvolá různou mechanickou odezvu materiálu na zatížení. [5] Správnou volbou orientace jednotlivých lamin je možné dosáhnout požadované pevnosti konstrukce za výrazné úspory hmotnosti. Ukázka je provedena na jednoduché trubce zatížené čtyřbodovým ohybem.

### Materiál

Použitý materiál je jednovrstvý kompozit karbon/epoxid. Jeho materiálové vlastnosti jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 5.1 Složení počítaného kompozitu karbon/epoxid [1]

	Modul pružnosti v tahu $E$ [GPa]	Objemový podíl $\nu$ [-]	Poissonovo číslo $\mu$ [-]
<b>Vláknó:</b>			
Karbon	$E_f = 385 \text{ GPa}$	$\nu_f = 0,45$	$\mu_f = 0,40$
<b>Matrice:</b>			
Epoxidová pryskyřice	$E_m = 3,5 \text{ GPa}$	$\nu_m = 0,55$	$\mu_m = 0,45$

Trubka z kompozitu je uvažována jako příčně izotropní materiál. Nezávislé materiálové charakteristiky vypočtené podle kapitol 4.1, 4.2, 4.3 jsou uvedeny v následujících vztazích.

$$E_L = 175 \text{ GPa} \quad (5.1)$$

$$\mu_{LT} = 0,43 \quad (5.2)$$

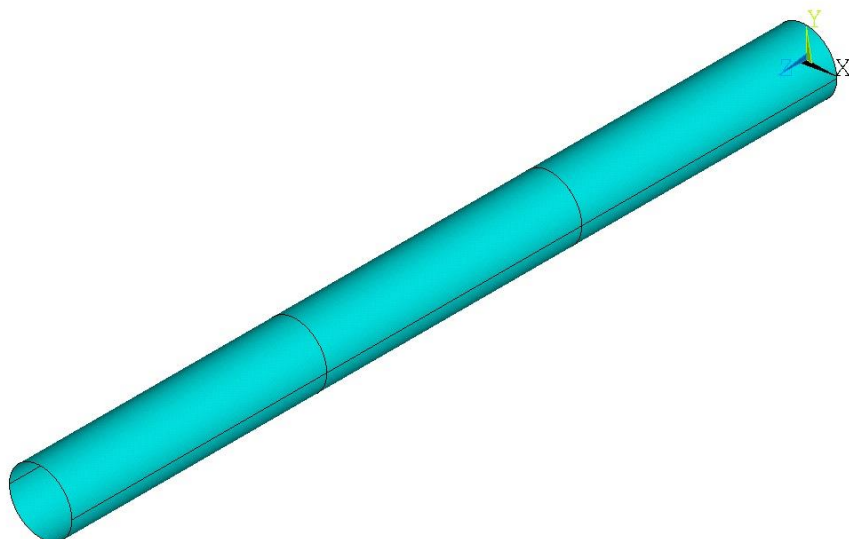
$$E_T = 10,4 \text{ GPa} \quad (5.3)$$

$$\mu_{TT'} = 0,81 \quad (5.4)$$

$$G_{LT} = 2,2 \text{ GPa} \quad (5.5)$$

### Model geometrie

Výpočet je proveden na jednoduché trubce o průměru  $d = 50 \text{ mm}$  a délce  $l = 600 \text{ mm}$ . Model geometrie je na Obr. 5.1. Na obrázku je také vidět, že model trubky je rozdělen na 3 stejné části. To je pro jednodušší aplikování následných okrajových podmínek a zatížení. Typ elementu řešené trubky je SHELL 181. Je nadefinována 1 vrstva o tloušťce  $t_{vrstvy} = 1 \text{ mm}$  s počáteční orientací vláken  $\alpha = 0^\circ$  vůči ose  $X$ .

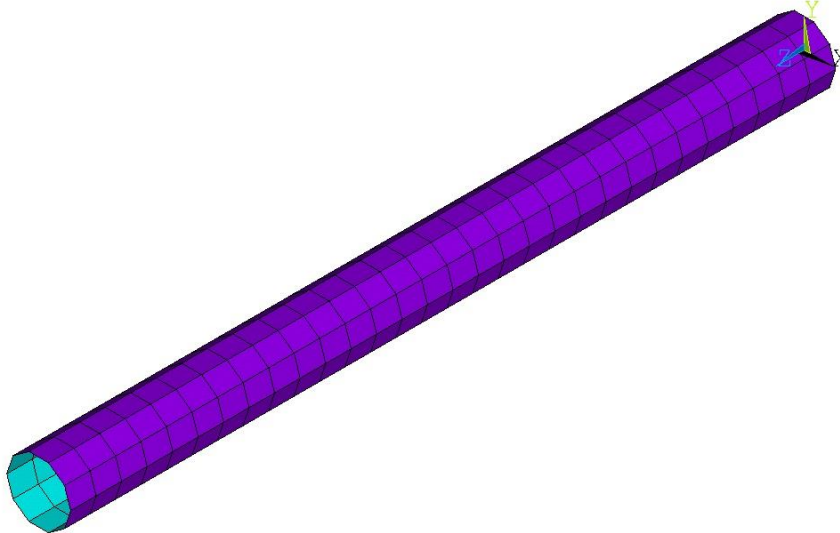


Obr. 5.1 Model geometrie trubky

### Sít' konečných prvků

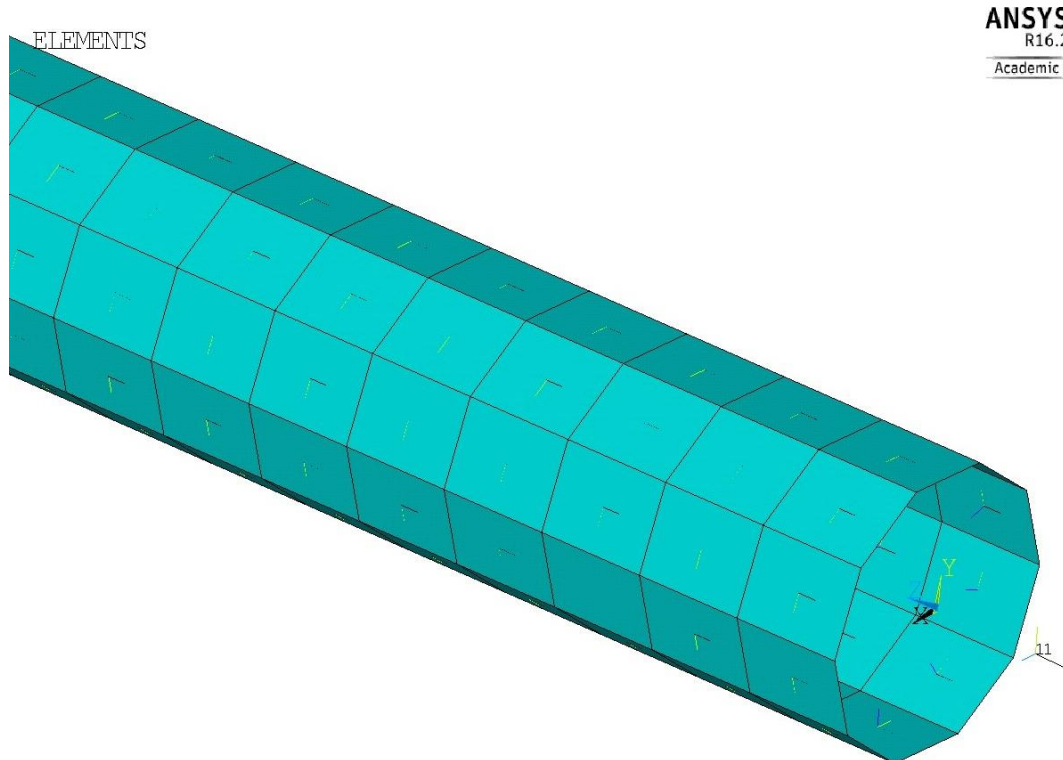
Pro prvotní tvorbu sítě mesh je použito rozdělení 5 elementů na půlkružnici a 10 elementů axiálně na třetinu délky trubky  $l$  (Obr. 5.2). Tvorba sítě konečných prvků je provedena mapovaně. Avšak po provedení kontroly konvergence sítě dle kapitoly 5.1 bylo zjištěno, že původní sít' je nedostačující. Dostačující sít' je 10 elementů na půlkružnici a 20 elementů po délce  $l$  (Obr. 5.5).





Obr. 5.2 Mesh trubky 5x10 elementů – ukázala se jako nedostačující

Následně je potřeba zapnout ESYS, který vykreslí ukazatel souřadnicového systému do každého elementu. To umožní zkontrolovat, zda jsou všechna vlákna natočena ve stejném směru. Jinými slovy, zda mají všechny elementy stejně orientovaný souřadnicový systém. Pokud tomu tak není, je potřeba vytvořit nový souřadnicový systém a pak otočit ESYS podle něj. Jen tak je dosaženo konzistentních výsledků. V tomto případě je osa  $X$  v jednotlivých elementech nadefinována jako axiální směr, osa  $Y$  jako obvodový směr a osa  $Z$  jako směr radiální. Na Obr. 5.3 je možné vidět nadefinovaný nový souřadnicový systém označený číslem 11, ESYS je podle něj natočen, osa  $Z$  směřuje směrem dovnitř trubky.



Obr. 5.3 ESYS natočen podle nově definovaného souřadnicového systému

### Okrajové podmínky a zatížení

Úkolem je simulovat čtyřbodový ohyb. Na obou koncích je omezen posuv v obvodovém směru  $Y$ . Aby nedošlo k zabránění natáčení je jednomu konci navíc omezen posuv v globální ose  $Z$ . Zatížení je provedeno předepsáním posuvů  $\Delta Y = -3 \text{ mm}$  do vzdáleností  $l_1 = \frac{1}{3} \cdot l$  a  $l_2 = \frac{2}{3} \cdot l$  od počátku souřadnicového systému.

### Výsledky

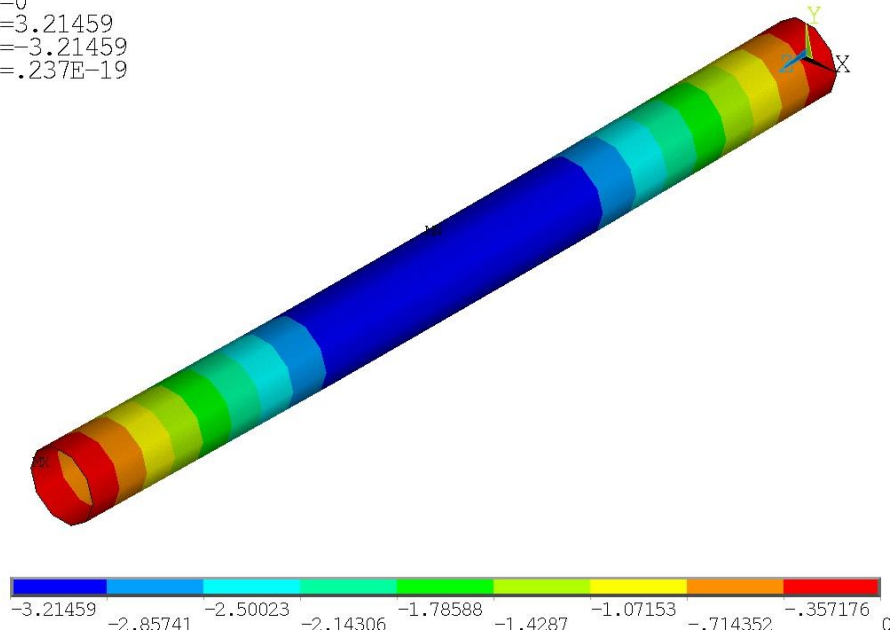
Po vyřešení je nejprve provedena kontrola deformace k potvrzení správnosti aplikovaných okrajových podmínek. Kontrola je provedena vykreslením posuvu vůči globální ose  $Y$  (Obr. 5.4).

```

1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =2
TIME=1
UY      (AVG)
RSYS=0
DMX =3.21459
SMN =-3.21459
SMX =.237E-19

```

ANSYS  
R16.2  
Academic



Obr. 5.4 Deformace ve směru globální osy Y

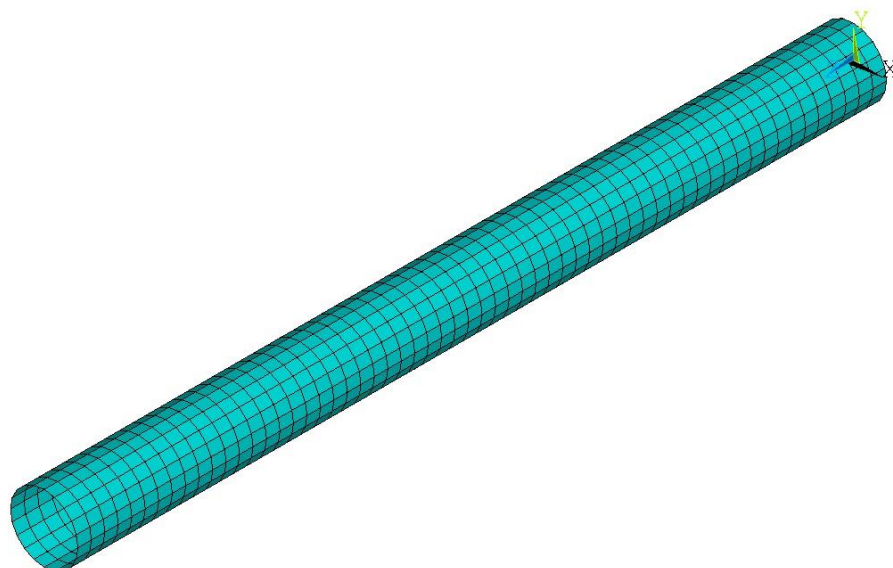
Po kontrole deformace je vykresleno napětí ve směru vláken  $\sigma_f$  a napětí kolmo na směr vláken  $\sigma_{\perp f}$ . Není však možné vykreslovat jednotlivá napětí vůči globálnímu souřadnicovému systému. Směry vláken se budou postupně měnit a je potřeba vykreslovat vždy napětí ve směru a kolmo na směr vláken, protože v těchto směrech jsou známé materiálové charakteristiky a hodnoty mezních stavů. Pro počáteční úhel vláken  $\alpha = 0^\circ$  a prvotní mesh vyšla hodnota  $\sigma_f = 159,5 \text{ MPa}$  a  $\sigma_{\perp f} = 7,5 \text{ MPa}$ .

## 5.1 Konvergence sítě

U každé úlohy počítané pomocí MKP je po prvotním výpočtu nutno zkontrolovat konvergenci sítě. Konvergence sítě se provádí za účelem eliminace numerické chyby způsobené nedostatečnou sítí. Tím je řešený problém možný řešit pouze z hlediska jeho fyzikální podstaty.

Konvergence se provádí postupným zjemňováním sítě a přibližováním se skutečným výsledkům. Za dostatečně jemnou mesh je považována síť, kdy se hledaná veličina změnila méně než o 5%, oproti předchozí síti.

Příklad konvergence je ukázán na řešené trubce z kompozitu. Model je zatěžován čtyřbodovým ohybem, postupně se zjemňuje síť a je kontrolována změna napětí  $\sigma_f$ . Na Obr. 5.5 je znázorněna dostatečně jemná síť konečných prvků. Tab. 5.2 zobrazuje jednotlivé sítě a jim odpovídající napětí  $\sigma_f$ .



Obr. 5.5 Mesh síť 10x20, jedná se o dostačující síť konečných prvků

Tab. 5.2 Jednotlivé síťe a tomu odpovídající napětí ve směru vláken  $\sigma_f$

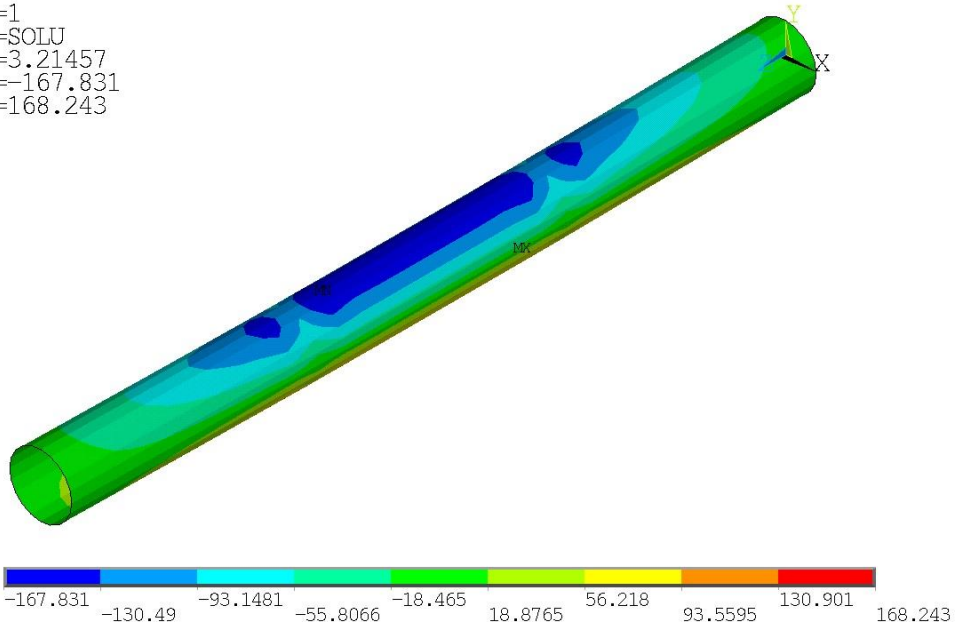
Interakce	Počet elementů na půlkružnici	Počet elementů axiálně na třetinu délky $l$	Celkový počet elementů	Napětí $\sigma_f$ [MPa]	Rozdíl v %
1	5	10	150	159,5	
2	10	20	600	168,2	5,5
3	20	40	2400	164,4	-2,3

Jak je možné vidět z předcházející tabulky, dostačující síť obsahuje 10 elementů na půlkružnici a 20 elementů axiálně na třetinu délky  $l$ . Další zjemnění síťe vede k rozdílu jen 2,3 %. Hledané napětí je uvažováno tedy  $\sigma_f = 168,2 \text{ MPa}$  pro úhel  $\alpha = 0^\circ$ . Pro tuto síť dále vychází napětí kolmo na směr vláken  $\sigma_{\perp f} = 11,3 \text{ MPa}$ .

### Výsledky pro různé směry vláken

Poté, co je dosaženo dostatečně jemné síťe, je možné vykreslit mechanickou odezvu materiálu na namáhání čtyřbodovým ohybem. Postupně je měněn úhel vláken  $\alpha$  od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ . Na Obr. 5.6 je vykresleno napětí  $\sigma_f$  pro počáteční orientaci vláken. Jednotlivé dílčí výsledky pro napětí  $\sigma_f$  vystihuje Tab. 5.3 a celý průběh odezvy je vykreslen v Graf 5.1.

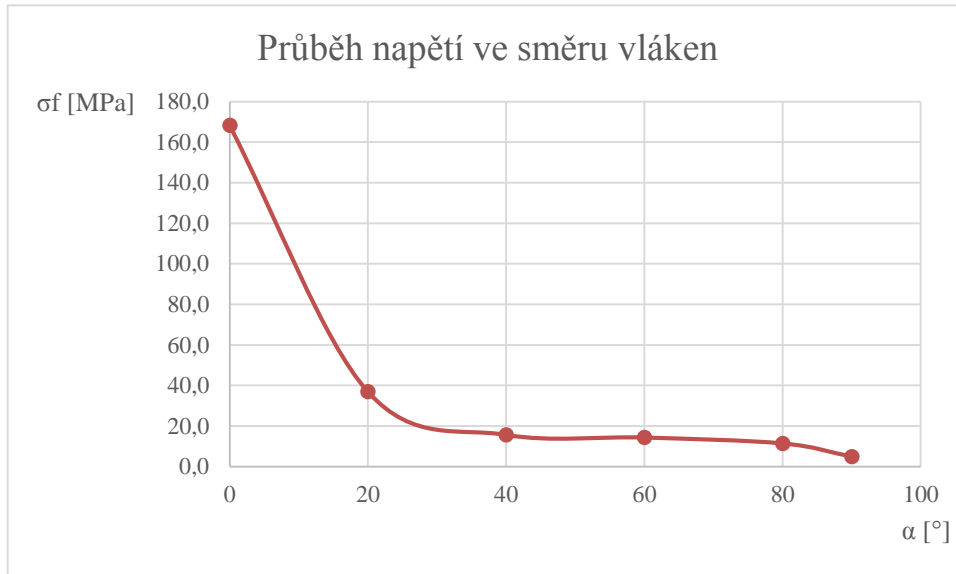
1  
 NODAL SOLUTION  
 STEP=1  
 SUB =2  
 TIME=1  
 SX (AVG)  
 TOP  
 LAYR=1  
 RSYS=SOLU  
 DMX =3.21457  
 SMN =-167.831  
 SMX =168.243



Obr. 5.6 Napětí působící ve směru vláken pro úhel  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\sigma_f = 168,2 \text{ MPa}$

Tab. 5.3 Výsledky  $\sigma_f$  pro jednotlivé směry vláken

Orientace $\alpha$ [°]	Napětí ve směru vláken $\sigma_f$ [MPa]
0	168,2
20	36,9
40	15,6
60	14,3
80	11,4
90	4,9



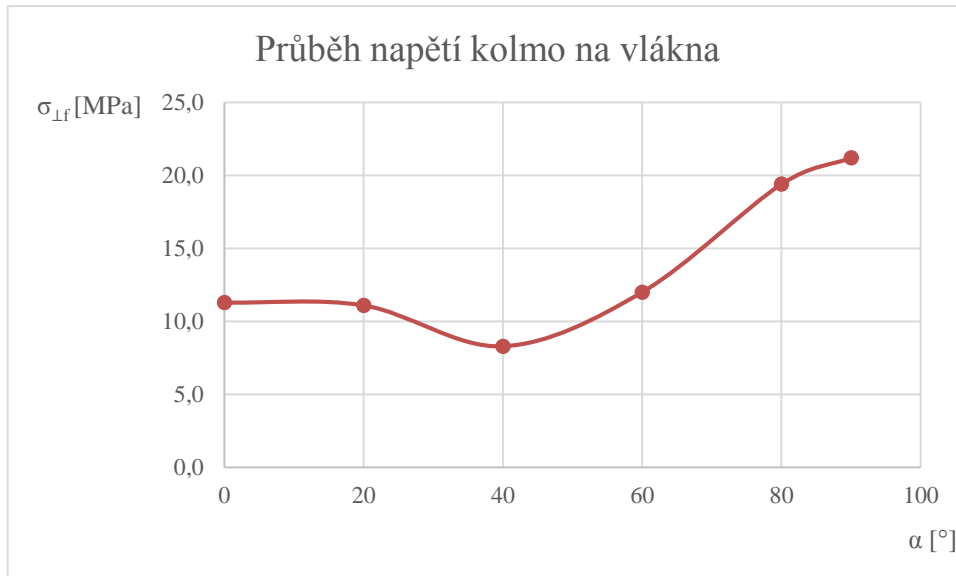
Graf 5.1 Průběh napětí ve směru vláken

Z Tab. 5.3 a Graf 5.1 je možné vidět, že nejmenších hodnot dosáhlo napětí při úhlu  $\alpha = 90^\circ$  a naopak největších hodnot dosahuje při počáteční hodnotě úhlu, tedy  $\alpha = 0^\circ$ . Největší naměřený rozdíl v působícím napětí je  $\Delta\sigma_f = 163,3 \text{ MPa}$ .

Výsledky pro napětí kolmo na směr vláken  $\sigma_{\perp f}$  jsou zaznamenány v Tab. 5.4 a celý průběh odezvy je v Graf 5.2.

Tab. 5.4 Výsledky  $\sigma_{\perp f}$  pro jednotlivé směry vláken

Orientace $\alpha$ [°]	Napětí kolmo na směr vláken $\sigma_{\perp f}$ [MPa]
0	11,3
20	11,1
40	8,3
60	12,0
80	19,4
90	21,2



Graf 5.2 Průběh napětí ve směru kolmém na vlákna

Z Tab. 5.4 a Graf 5.2 je možné vidět, že nejmenších hodnot dosáhlo napětí kolmo na vlákna při úhlu  $\alpha = 40^\circ$  a naopak největších hodnot dosahuje při úhlu  $\alpha = 90^\circ$ . Největší naměřený rozdíl v působícím napětí je  $\Delta\sigma_{\perp f} = 12,9 \text{ MPa}$ .

Tím je potvrzen fakt, že změna orientace vláken má velký vliv na výsledné působící napětí v materiálu. Je tedy nezbytné s orientací vláken pracovat při návrhu konstrukce z kompozitů.

## 6 NÁVRH LAMINÁTOVÝCH ŘÍDÍTEK

V kapitole je proveden návrh řídicích pro horská kola z laminátu, tedy vícevrstvého kompozitu viz kapitola 2.5.3. Cílem bude řídit směry vláken v jednotlivých laminách (vrstvách) pro dosažení optimálních mechanických vlastností tak, aby nedošlo k jejich porušení při provozním zatížení.

Při návrhu kompozitu musí být dodržena bezpečnost vůči mezním stavům (zkráceně MS). Na rozdíl od izotropních materiálů je nutné znát pevnosti v různých směrech i způsobech zatěžování. [1] Existuje celá řada kritérií, která se zabývá porušováním součástí z kompozitů. V této práci budou MS hodnoceny z hlediska teorie maximálních napětí. Jedná se o jednoduché a snadno použitelné kritérium. Z těchto důvodů patří v praxi mezi nejpoužívanější. [7]

Při posuzování zda dojde k překročení MS, bude využita nebezpečnost  $n$ , se kterou se zpravidla pracuje při návrhu součástí z kompozitního materiálu. Nebezpečnost  $n$  je převrácená hodnota bezpečnosti  $k$  (viz rovnice (6.1)), kdy hodnota  $n > 1$  znamená překročení MS.

$$n = \frac{1}{k} \quad (6.1)$$

### Parametry řídicích od výrobců

Z důvodu možnosti porovnání výsledného návrhu zde budou uvedeny dva příklady skutečně vyráběných řídicích od různých společností. Snahou bylo najít řídicí se stejným tvarem a podobnými rozměry. Tvar bude stejný jako tvar navrhovaných řídicích v této práci, tedy tzv. vlašťovka. Prvním materiálem bude karbon, kdy Tab. 6.1 uvádí základní parametry řídicích z karbonu od společnosti Reverse. Druhým materiálem bude slitina hliníku, jedná se o běžně používaný materiál pro výrobu řídicích na horská kola. V Tab. 6.2 jsou uvedeny parametry řídicích ze slitiny hliníku od společnosti EASTON. Přesné materiálové složení jednotlivých řídicích je firemním tajemstvím.

Tab. 6.1 Karbonová řídicí od společnosti Reverse [24]

Typ	AM-Carbon 710 38mm Rise
Materiál	Karbon
Šířka $B$ [mm]	710
Zdvih $H$ [mm]	38
Průměr představce $d_p$ [mm]	31,8
Hmotnost $m$ [g]	173

Tab. 6.2 Řídicí ze slitiny hliníku od společnosti EASTON [25]

Typ	EA50 Riser Bar Tech Specs
Materiál	Slitina hliníku EA 50
Šířka $B$ [mm]	710
Zdvih $H$ [mm]	40
Průměr představce $d_p$ [mm]	31,8
Hmotnost $m$ [g]	295

Představec je součástí jízdního kola, která spojuje rám kola s řídicí. Po provedení návrhu laminátových řídicích v této práci budou porovnány jednotlivé hmotnosti.



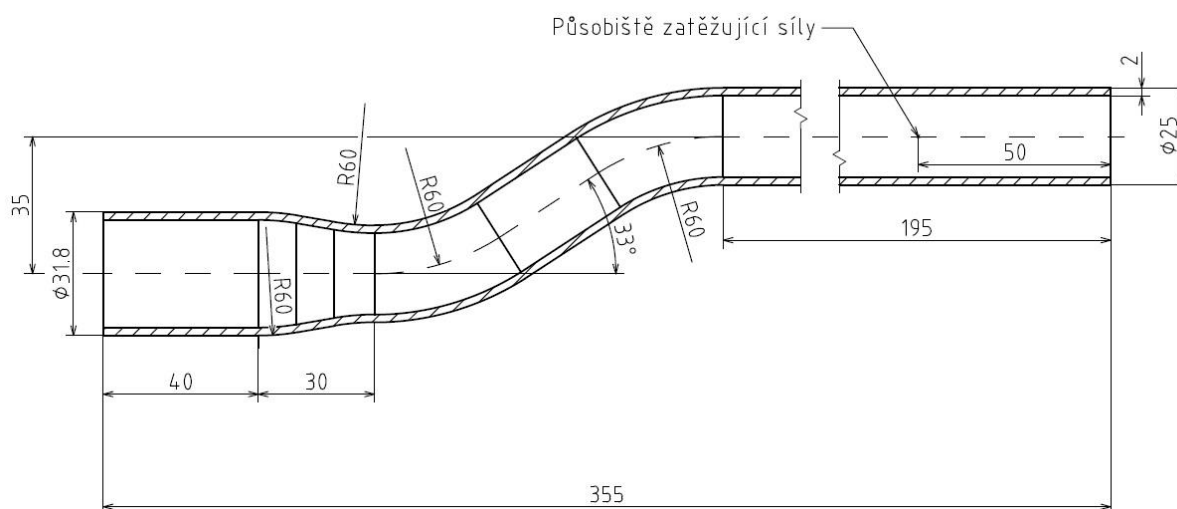
## Vstupní parametry

Požadavkem je návrh laminátových řídítek pro horská kola tak, aby při provozním zatížení na obou koncích silou  $F = 450\text{ N}$  v trojbodovém ohybu byla dodržena bezpečnost  $k = 1,3$  vůči mezním stavům (MS). Tomu odpovídá nebezpečnost  $n = 0,77$ .

Při tvorbě modelu geometrie byla snaha vyrobit řídítko rozměrově podobná výše uvedenému. Za základní parametry byla použita celková šířka řídítek  $B = 710\text{ mm}$  a průměr představce  $d_p = 31,8\text{ mm}$ . Jednotlivé rozměry modelu řídítek jsou na Obr. 6.1. Na obrázku je také znázorněno působíště provozního zatížení, které je uvažováno ve vzdálenosti  $x = 50\text{ mm}$  od okraje řídítek.

Řídítko budou vyrobeno z desetivrstvého laminátu. Tloušťka stěny řídítek je  $t = 2\text{ mm}$ . Tloušťka jedné vrstvy je  $t_{vrstvy} = 0,2\text{ mm}$ . Vrchní 2 vrstvy budou vyrobeny s orientací  $\alpha = \pm 45^\circ$  vůči obvodovému směru  $X$ . Tyto krycí vrstvy budou sloužit jako ochrana proti vnějšímu poškození a nebudou přenášet žádné zatížení. Proto s nimi nebude počítáno při pevnostním návrhu, ale až při výpočtu celkové hmotnosti řídítek. Dalším vstupním parametrem je přítomnost 2 vrstev působících vůči případnému smykovému namáhání, které by mohlo mít za následek rozmotání laminátu. Tyto vrstvy budou vyrobeny s orientací  $\alpha = \pm 45^\circ$  vůči obvodovému směru  $X$ , aby nedošlo ke krutu proti směru vláken. Budou umístěny vedle sebe a mohou se vyskytovat kdekoliv ve zbývajících 8 vrstvách.

Jednotlivých vstupních parametrů je následně využito při tvorbě výpočtového modelu geometrie (viz Obr. 6.2).



Obr. 6.1 Skutečná geometrie řídítek

## Materiál

Použitý materiál je kompozit o složení karbon/epoxid. Jedná se o stejný materiál, který byl použit již v kapitole 5. Jeho materiálové vlastnosti jsou uvedeny v Tab. 5.1. Řídítko z kompozitu jsou uvažována jako příčně izotropní materiál a jejich nezávislé materiálové charakteristiky jsou vypočteny v rovnicích (5.1), (5.2), (5.3), (5.4) a (5.5).

## Model mezních stavů

Jak již bylo uvedeno dříve, aby bylo možné vyšetřovat kompozity z hlediska jejich MS, je nejprve potřeba znát pevnostní materiálové charakteristiky ve všech směrech pro daný materiál. [1] Pro materiál použitý při návrhu jsou tyto hodnoty uvedeny v následující tabulce.

Tab. 6.3 Pevnostní materiálové charakteristiky ve všech směrech [1]

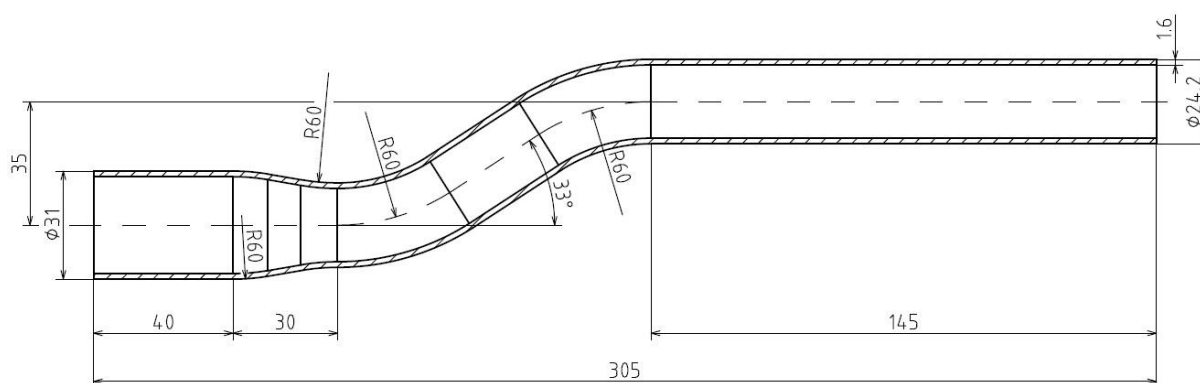
Pevnostní charakteristika	Značení	Hodnota [MPa]
Mez pevnosti v tahu ve směru vláken	$\sigma_{t,f}$	1700
Mez pevnosti v tlaku ve směru vláken	$\sigma_{d,f}$	-1300
Mez pevnosti v tahu kolmo na vlákna	$\sigma_{t,\perp f}$	42
Mez pevnosti v tlaku kolmo na vlákna	$\sigma_{d,\perp f}$	-230
Smyková mez pevnosti v rovině s vlákny	$\tau_f$	95
Smyková mez pevnosti v rovině kolmé na vlákna	$\tau_{\perp f}$	50

Pevnosti v tlaku je nutné zadávat ve výpočetním programu se znaménkem mínus. Dále je potřeba v programu zadat koeficienty pro svázání jednotlivých MS. Pokud nejsou tyto hodnoty známé, tak se zadává nula. Avšak nesmí se zadat přesná nula, ale numerická nula. Kdy numerická nula je  $0 = 1e - 14$ .

Podle kritéria maximálních napětí dojde k porušení (překročení MS) v případě, že jedna ze složek napětí dosáhne příslušné meze pevnosti daného materiálu. Výpočet bezpečnosti resp. nebezpečnosti a vyšetření vůči jakému MS nastane porušení, je proveden v dalších částech této kapitoly.

## Model geometrie

Při tvorbě výpočtového modelu geometrie bylo využito vstupních parametrů uvedených výše. V důsledku uvažování působení provozního zatížení  $F$  ve vzdálenosti  $x = 50 \text{ mm}$  od kraje řídítek, je úsek mezi působištem síly a koncem řídítek z hlediska pevnostního výpočtu nepodstatný. Z tohoto důvodu je výpočtový model o 50 mm kratší a působišťe zatěžující síly bude uvažováno na konci řídítek. Dále byla využita symetrie řídítek, takže byla modelována pouze polovina. Tyto zjednodušující parametry měly za následek rychlejší výrobu geometrie modelu a výraznou úsporu počtu elementů, tedy rychlejší analýzu. Geometrie řídítek je znázorněna na následujícím obrázku.



Obr. 6.2 Výpočtová geometrie řídítek

Tloušťka stěny výpočtového modelu je  $t_{vyp} = 1,6 \text{ mm}$ , kdy při pevnostním návrhu není počítáno se dvěma krycími vrstvami. Typ elementu řešených řídítek je SHELL 181. Je nadefinováno celkem 8 vrstev a tloušťka jedné vrstvy je brána ze vstupních parametrů, tedy  $t_{vrstvy} = 0,2 \text{ mm}$ . Počáteční orientace jednotlivých vrstev je uvedena v následující tabulce.

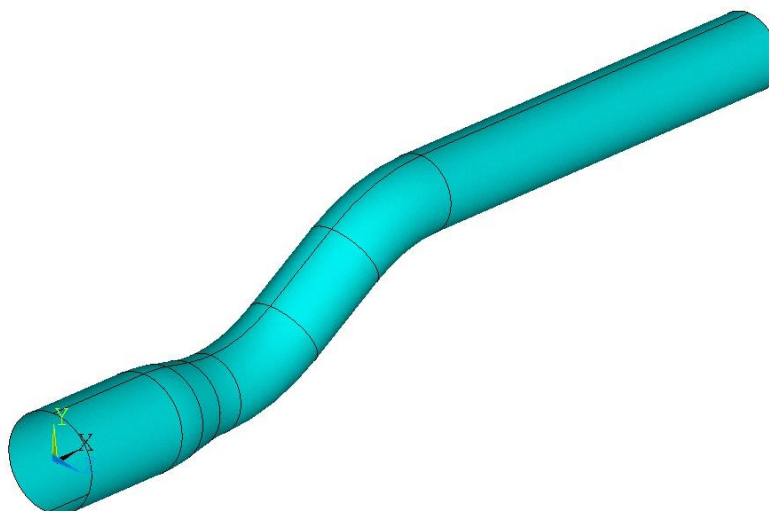
Tab. 6.4 Počáteční orientace vláken v jednotlivých vrstvách

Číslo vrstvy	Tloušťka $t_{vrstvy}$ [mm]	Orientace $\alpha$ [°]
1	0,2	135
2	0,2	45
3	0,2	90
4	0,2	0
5	0,2	135
6	0,2	45
7	0,2	90
8	0,2	0

Číslování vrstev je bráno od vnější strany řídítek vzestupně k vnitřní straně. Vrstva č. 1 tedy tvoří vnější povrch a vrstva č. 8 vnitřní povrch výpočtového modelu. Orientace jednotlivých vrstev je definována pomocí úhlu  $\alpha$ . Jedná se vždy o úhel natočení vůči ose  $X$ , která musí být v jednotlivých elementech definována stejně. V tomto případě bude osa  $X$  nadefinována jako osa obvodová. Konečný model geometrie byl vymodelován v programu Autodesk Inventor s následným importem do výpočetního programu (viz následující obrázek).

1  
AREAS  
TYPE NUM

ANSYS  
R16.2  
Academic



Obr. 6.3 Model geometrie řídítek

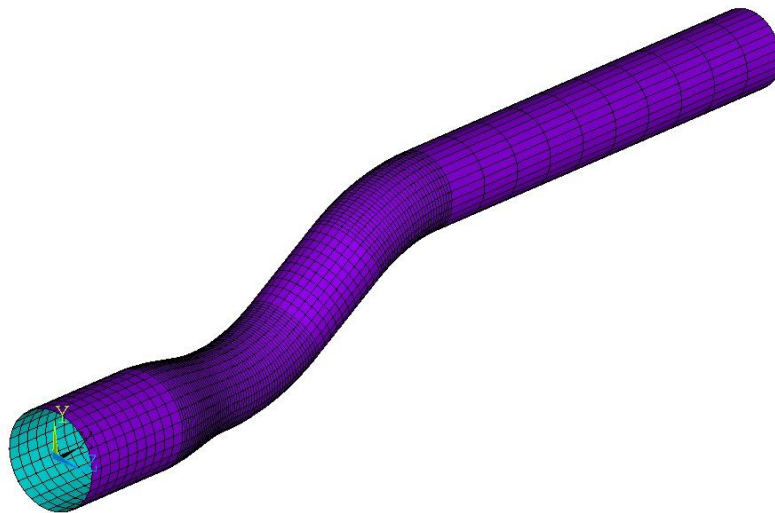
## Sít' konečných prvků

Pro tvorbu sítě konečných prvků (mesh) je použito následující rozdělení (viz Obr. 6.4):

- 10 elementů na rovných částech axiálně
- 10 elementů na rovné části mezi zaobleními
- 10 elementů na jednotlivých částech zúžení
- 30 elementů v jednotlivých rádiusech
- 15 elementů na půlkružnici

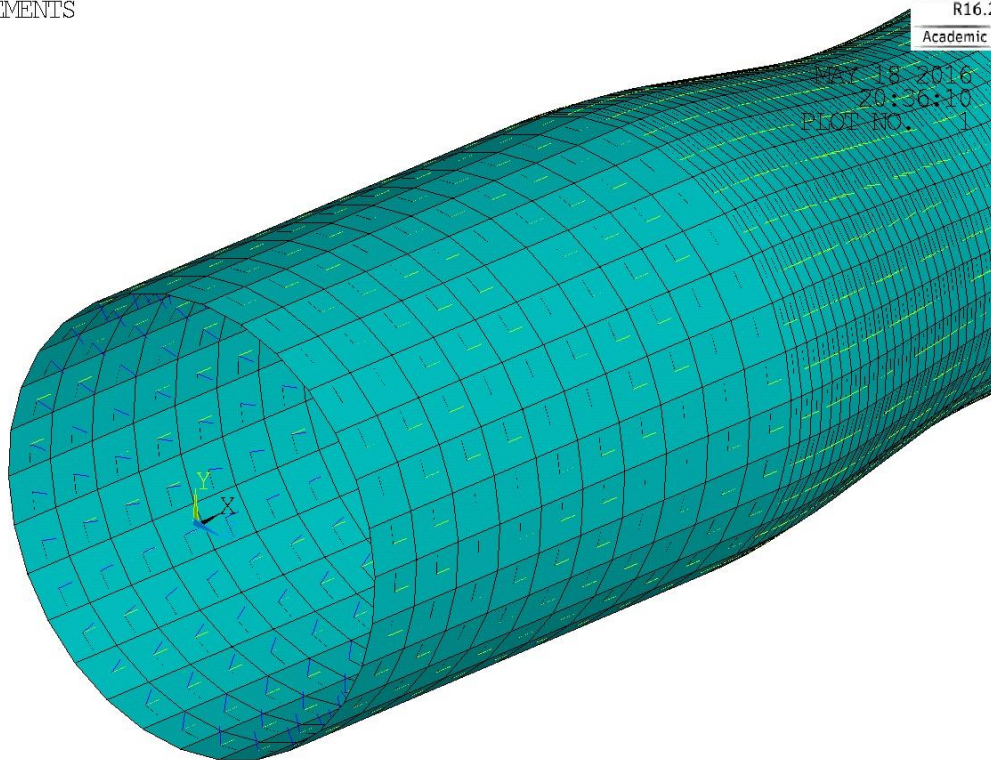
1  
ELEMENTS

ANSYS  
R16.2  
Academic



Obr. 6.4 Mesh řídítek

Jak je vidět na předešlém obrázku, výrazně jemnější sít' je provedena v místech, kde je očekáváno působení největšího napětí. Tedy v zúžení modelu a jednotlivých rádiusech tvořící zdvih. Mesh je proveden mapovaně. Následně je potřeba vykreslit ESYS a nadefinovat souřadnicové systémy jednotlivých elementů tak, aby byly v celém modelu stejně orientované. V tomto případě je ve všech elementech nadefinována osa  $X$  jako obvodový směr, osa  $Y$  jako axiální směr a osa  $Z$  jako radiální směr (viz Obr. 6.5). Osa  $Z$  u SHELL elementů definuje směr vrstev, proto musí být kolmo k povrchu. V tomto případě směřuje směrem dovnitř modelu. Tím je dáno, že vrstva č. 1 tvoří vnější povrch výpočtového modelu. Nadefinováním souřadnicových systémů ve všech elementech je dosaženo konzistentních výsledků.



Obr. 6.5 Vykreslen ESYS, osa  $X$  je všude obvodovým směrem

Po vyřešení úlohy a následné kontrole konvergence sítě dle kapitoly 5.1 se ukázala takto zvolená síť za dostačující.

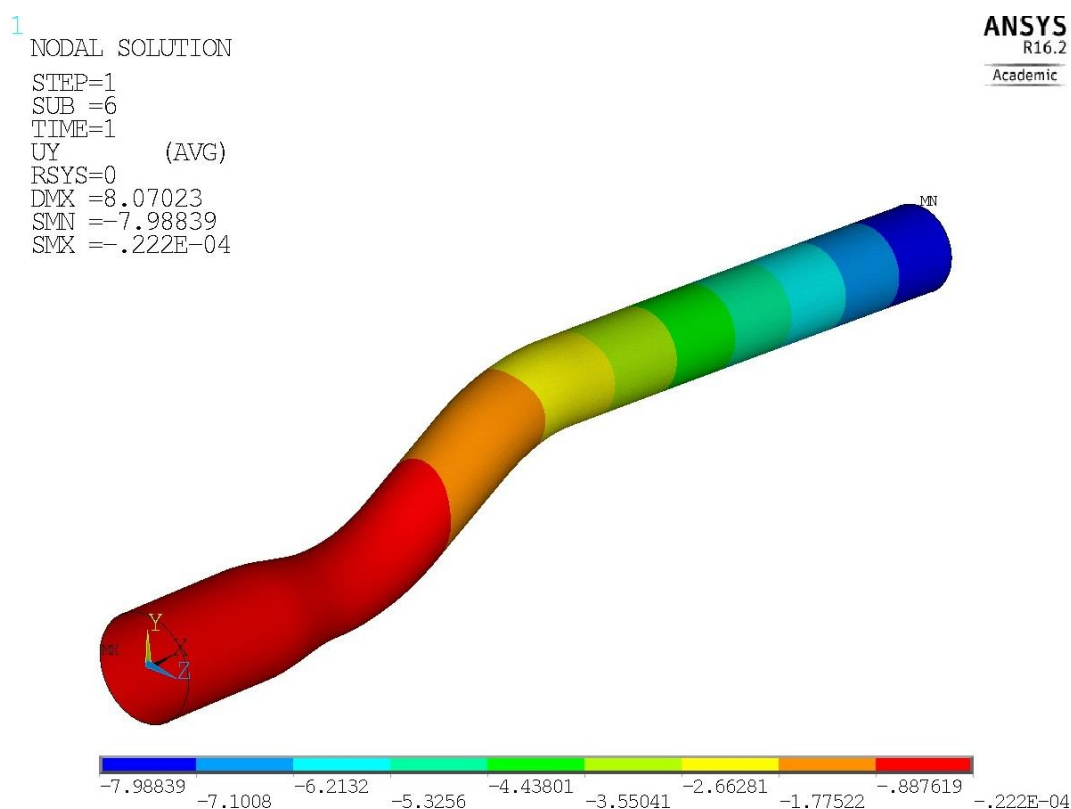
### Okrajové podmínky a zatížení

Úkolem je simulovat trojbodový ohyb. Na jeden konec modelu je nutno předepsat symetrii, protože je modelována pouze polovina řídítek. Na ose symetrie je dále omezen posuv v tečném směru  $Y$  a rotace kolem osy  $Y$  a  $Z$ . Konec modelu řídítek je zatížen silou  $F = 450\text{ N}$ . Dané provozní zatížení je potřeba přepočítat na počet uzlů na kružnici. Jedině tak, je i při změně sítě model zatěžován konstantní silou  $F$ .

## Výsledky

Nejprve je daná úloha vyřešena pro orientaci vláken uvedenou v Tab. 6.4. Pro tuto orientaci vláken je i ukázán postup zjištění v jaké vrstvě a vůči jakému MS nastane porušení v součásti. Dále je pro návrh modelu řídicíků nutné zjistit, jak jednotlivé úhly  $\alpha$  v jednotlivých vrstvách ovlivňují výslednou bezpečnost. To je docíleno postupnou změnou úhlů. Postupně jsou tak na-definovány všechny vrstvy s úhly  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  a  $\pm 45^\circ$ . Poté jsou různě měněny úhly ve vrstvách a je hledána orientace vláken, při které bude dosažena nejmenší hodnota bezpečnosti  $k$ .

Po vyřešení úlohy pro počáteční orientaci vláken je nejprve provedena kontrola deformace k potvrzení správnosti aplikovaných okrajových podmínek. Kontrola je provedena vykreslením posuvu vůči globální ose  $Y$  (Obr. 6.6).

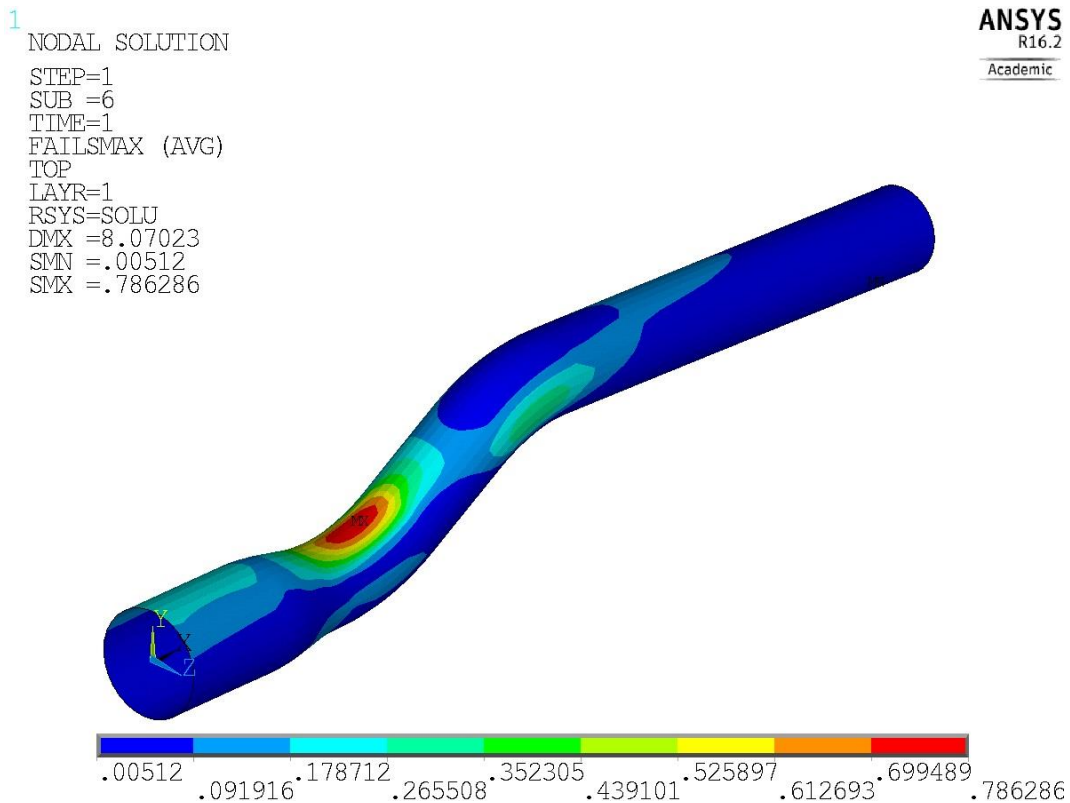


Obr. 6.6 Deformace modelu řídicíků ve směru osy  $Y$

Po potvrzení správnosti aplikovaných okrajových podmínek je kontrolována nebezpečnost laminátu. Je potřeba kontrolovat všechny nadefinované vrstvy zvlášť, aby bylo zjištěno, která vrstva se nejpravděpodobněji poruší při provozním zatížení. V Tab. 6.5 jsou uvedeny hodnoty nebezpečností jednotlivých vrstev a na Obr. 6.7 je vykreslena nebezpečnost vrstvy č. 1, tedy vrchní vrstvy. Jedná se o vrstvu s největší hodnotou nebezpečnosti.

Tab. 6.5 Hodnoty nebezpečností pro počáteční orientaci vrstev

Číslo vrstvy	Tloušťka $t_{vrstvy}$ [mm]	Orientace $\alpha$ [°]	Nebezpečnost $n$ [-]
1	0,2	135	0,79
2	0,2	45	0,57
3	0,2	90	0,34
4	0,2	0	0,48
5	0,2	135	0,31
6	0,2	45	0,37
7	0,2	90	0,43
8	0,2	0	0,44



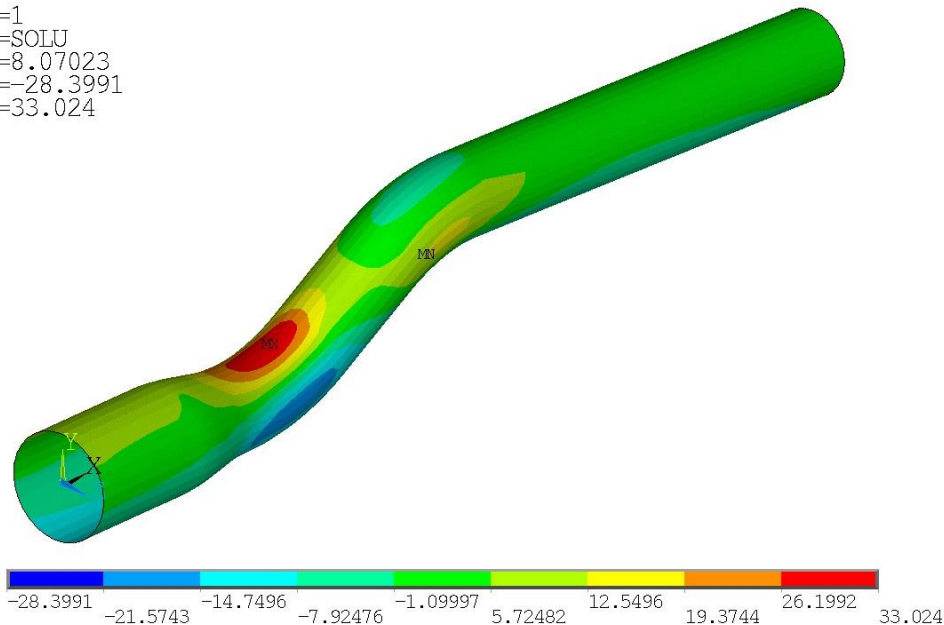
Obr. 6.7 Nebezpečnost vrstvy č. 1 pro počáteční orientaci vrstev,  $n = 0,79$

K zjištění vůči jakému MS nastane porušení, je potřeba pro tuto vrstvu vykreslit napětí působící v jednotlivých směrech a následně je porovnat s mezními hodnotami nadefinovanými výše.

Po vykreslení působících napětí je zjištěno že, porušení by nastalo pravděpodobně vůči mezi pevnosti v tahu kolmo na vlákna. Na Obr. 6.8 je znázorněno působící napětí kolmo na vlákna  $\sigma_{\perp f} = 33,02 \text{ MPa}$  a při porovnání s mezí pevností v tahu kolmo na vlákna  $\sigma_{t,\perp f} = 42 \text{ MPa}$  je dosažena vykreslená nebezpečnost  $n$  ve vrchní vrstvě (viz. rovnice (6.2)).

1  
 NODAL SOLUTION  
 STEP=1  
 SUB =6  
 TIME=1  
 SY (AVG)  
 TOP  
 LAYR=1  
 RSYS=SOLU  
 DMX =8.07023  
 SMN =-28.3991  
 SMX =33.024

ANSYS  
 R16.2  
 Academic



Obr. 6.8 Napětí působící kolmo na vlákna ve vrstvě č. 1

$$n = \frac{\sigma_{\perp f}}{\sigma_{t,\perp f}} = \frac{33,02}{42} = 0,79 \quad (6.2)$$

Tento postup je následně opakován pro jakoukoliv změnu orientace vrstev, protože jediné tak je zjištěno, která vrstva je nejnebezpečnější a vůči jakému MS nastane porušení. Dalším postupem je vykreslování různých směrů vláken v různých vrstvách pro zjištění, jaký mají vliv na celkovou pevnost modelu řídiček.

V Tab. 6.6 jsou uvedeny nebezpečnosti pro orientaci  $\alpha = 0^\circ$  od obvodového směru  $X$  ve všech vrstvách. Ve vrstvě s nejvyšší nebezpečností (vrstva č. 1) došlo k příčnému tahovému porušení.

Tab. 6.6 Hodnoty nebezpečností pro orientaci  $0^\circ$  od osy  $X$

Číslo vrstvy	Tloušťka $t_{vrstvy}$ [mm]	Orientace $\alpha$ [°]	Nebezpečnost $n$ [-]
1	0,2	0	4,02
2	0,2	0	3,82
3	0,2	0	3,72
4	0,2	0	3,57
5	0,2	0	3,42
6	0,2	0	3,27
7	0,2	0	3,13
8	0,2	0	3,02

V Tab. 6.7 jsou uvedeny nebezpečnosti pro orientaci všech vrstev pod úhlem  $\alpha = 90^\circ$ . Ve vrstvě s nejvyšší nebezpečností (vrstva č. 8) došlo k příčnému tahovému porušení. Z Tab.



6.7 je také možné si všimnout, že kromě první a poslední vrstvy vychází nebezpečnosti s nízkými hodnotami. Ve vrstvách č. 3 a 4 dokonce nedojde k překročení MS.

Tab. 6.7 Hodnoty nebezpečností pro orientaci 90° od osy X

Číslo vrstvy	Tloušťka $t_{vrstvy}$ [mm]	Orientace $\alpha$ [°]	Nebezpečnost $n$ [-]
1	0,2	90	1,49
2	0,2	90	1,05
3	0,2	90	0,62
4	0,2	90	0,63
5	0,2	90	1,29
6	0,2	90	1,96
7	0,2	90	2,62
8	0,2	90	3,28

V Tab. 6.8 jsou uvedeny nebezpečnosti pro orientaci všech vrstev pod úhlem  $\alpha = 45^\circ$ . Ve vrstvě s nejvyšší nebezpečností (vrstva č. 1) jde o příčné tahové porušení.

Tab. 6.8 Hodnoty nebezpečností pro orientaci 45° od osy X

Číslo vrstvy	Tloušťka $t_{vrstvy}$ [mm]	Orientace $\alpha$ [°]	Nebezpečnost $n$ [-]
1	0,2	45	3,29
2	0,2	45	2,83
3	0,2	45	2,38
4	0,2	45	1,93
5	0,2	45	1,77
6	0,2	45	1,79
7	0,2	45	1,83
8	0,2	45	2,01

V Tab. 6.9 jsou uvedeny nebezpečnosti pro orientaci vrstev  $\alpha = \pm 45^\circ$ . Ve vrstvě s nejvyšší nebezpečností (vrstva č. 1) by nastalo porušení vůči mezi pevnosti v tahu kolmo na vlákna.

Tab. 6.9 Hodnoty nebezpečností pro orientaci  $\pm 45^\circ$  od osy X

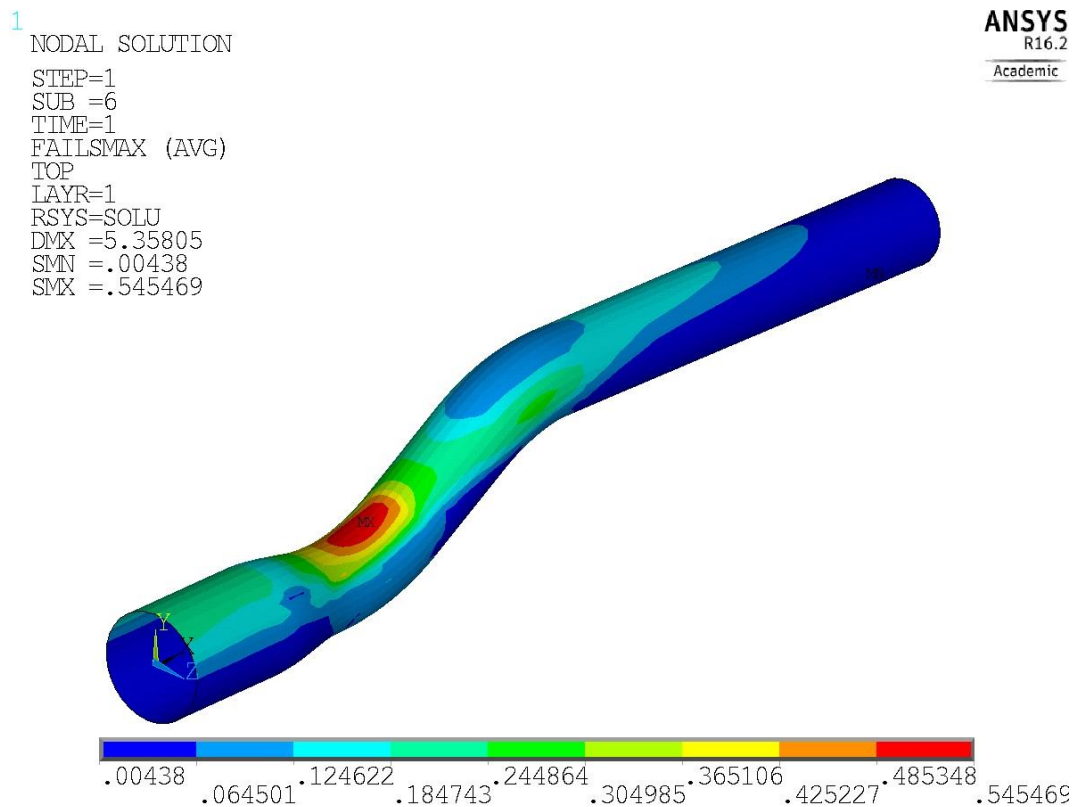
Číslo vrstvy	Tloušťka $t_{vrstvy}$ [mm]	Orientace $\alpha$ [°]	Nebezpečnost $n$ [-]
1	0,2	45	0,91
2	0,2	135	0,79
3	0,2	45	0,8
4	0,2	135	0,8
5	0,2	45	0,8
6	0,2	135	0,8
7	0,2	45	0,8
8	0,2	135	0,81

Následně byly různě měněny úhly  $\alpha$  v jednotlivých vrstvách (laminách) a byl opakován výše uvedený postup, až bylo dosaženo nejnižší hodnoty nebezpečnosti resp. bezpečnosti. Tab. 6.10 udává orientaci vláken splňující bezpečnost  $k$  danou ve vstupních parametrech a Obr. 6.9

vykresluje nebezpečnost z hlediska teorie maximálních napětí pro vrchní vrstvu, která se ukázala, jako ve většině výše uvedených příkladů, za nejvíce namáhanou.

Tab. 6.10 Hodnoty nebezpečností pro orientaci splňující vstupní parametry

Číslo vrstvy	Tloušťka $t_{vrstvy}$ [mm]	Orientace $\alpha$ [°]	Nebezpečnost $n$ [-]
1	0,2	0	0,55
2	0,2	90	0,38
3	0,2	90	0,26
4	0,2	90	0,24
5	0,2	90	0,24
6	0,2	45	0,27
7	0,2	135	0,32
8	0,2	0	0,29



Obr. 6.9 Nebezpečnost vrstvy č. 1 pro vyhovující orientaci vrstev,  $n = 0,55$

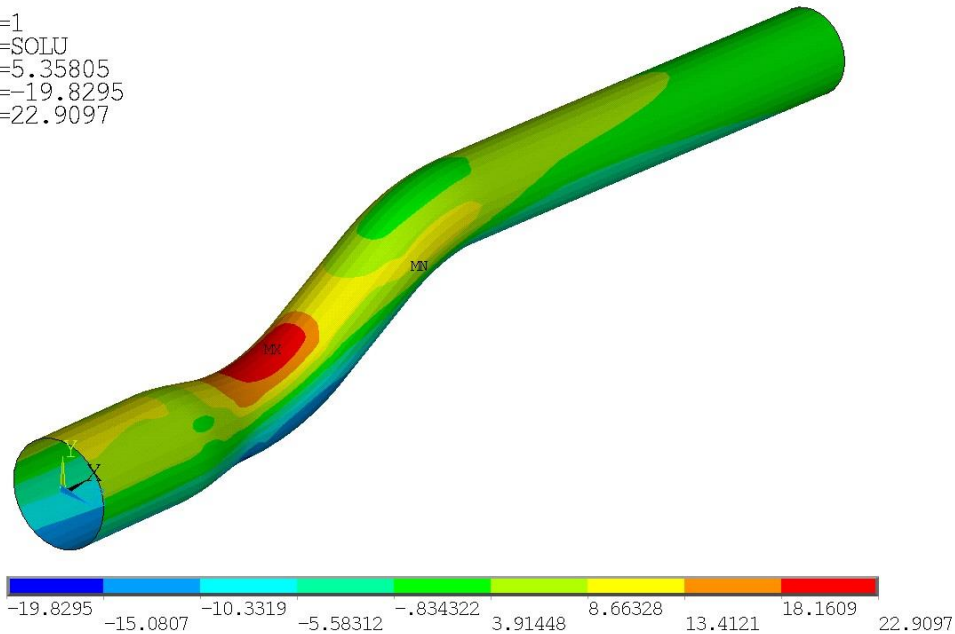
Při vyšetřování vůči jakému MS nastane porušení, se ukázalo, stejně jako v předchozích případech, že hledaným MS je mez pevnosti v tahu kolmo na vlákna. Obr. 6.10 vykresluje napětí působící kolmo na směr vláken ve vrchní vrstvě.

```

1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =6
TIME=1
SY      (AVG)
TOP
LAYR=1
RSYS=SOLU
DMX =5.35805
SMN =-19.8295
SMX =22.9097

```

ANSYS  
R16.2  
Academic



Obr. 6.10 Napětí působící kolmo na vlákna pro vyhovující orientaci vláken,

$$\sigma_{\perp f} = 22,91 \text{ MPa}$$

Požadovaná bezpečnost je vypočtena v následujících rovnicích.

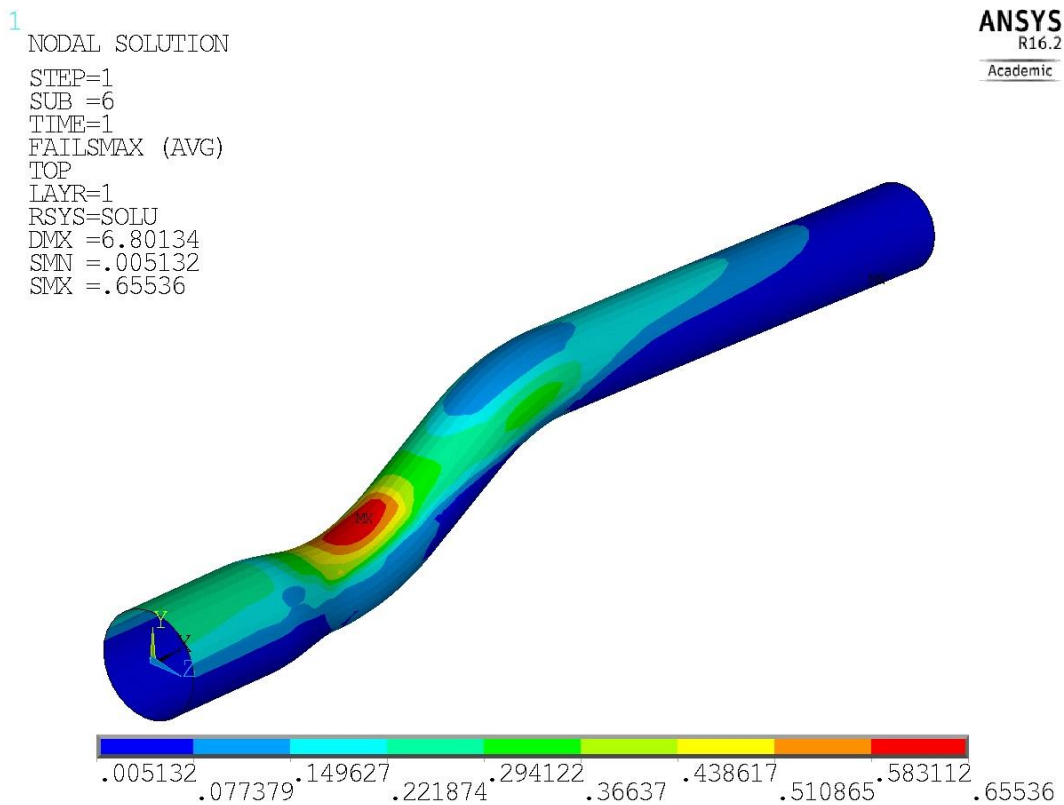
$$n = \frac{\sigma_{\perp f}}{\sigma_{t,\perp f}} = \frac{22,91}{42} = 0,55 \quad (6.3)$$

$$k = \frac{1}{n} = \frac{1}{0,55} = 1,82 \quad (6.4)$$

Podářilo se dosáhnout podstatně větší bezpečnosti  $k$  než je požadována ve vstupních parametrech. Pro snížení hmotnosti výsledného návrhu řidítek bylo dalším postupem snížení počtu vrstev. Nejprve byla odebrána 1 vrstva. Výpočtový model tak tvořilo 7 vrstev a snahou bylo dodržet bezpečnost  $k = 1,3$  i pro tuto konfiguraci. V Tab. 6.11 je uvedena konečná orientace vláken a Obr. 6.11 vykresluje vrstvu s nejvyšší hodnotou nebezpečnosti.

Tab. 6.11 Hodnoty nebezpečností pro konečnou orientaci vrstev

Číslo vrstvy	Tloušťka $t_{vrstvy}$ [mm]	Orientace $\alpha$ [°]	Nebezpečnost $n$ [-]
1	0,2	0	0,66
2	0,2	90	0,41
3	0,2	90	0,27
4	0,2	90	0,27
5	0,2	45	0,32
6	0,2	135	0,37
7	0,2	0	0,36



Obr. 6.11 Nebezpečnost vrstvy č. 1 pro konečnou orientaci vrstev,  $n = 0,66$

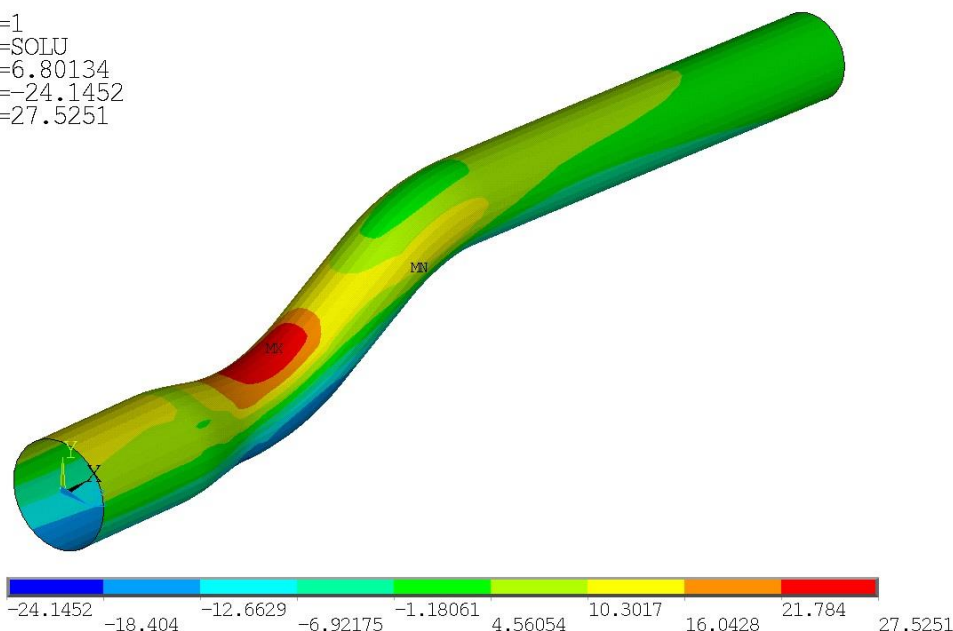
Pro zjištění vůči jakému MS nastane porušení, je opakován výše uvedený postup. Na Obr. 6.12 je vykresleno napětí působící kolmo na vlákna ve vrchní vrstvě pro konečnou orientaci vláken a v rovnicích (6.5) a (6.6) je proveden výpočet bezpečnosti  $k$ .

```

1 NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =6
TIME=1
SY      (AVG)
TOP
LAYR=1
RSYS=SOLU
DMX =6.80134
SMN =-24.1452
SMX =27.5251

```

ANSYS  
R16.2  
Academic



Obr. 6.12 Napětí působící kolmo na vlákna pro konečnou orientaci vláken,

$$\sigma_{\perp f} = 27,53 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{\sigma_{\perp f}}{\sigma_{t,\perp f}} = \frac{27,53}{42} = 0,66 \quad (6.5)$$

$$k = \frac{1}{n} = \frac{1}{0,66} = 1,52 \quad (6.6)$$

Při dalším snížení počtu vrstev již nebyla dodržena požadovaná bezpečnost  $k$ . Orientaci a počet vrstev uvedenou v Tab. 6.11 je tedy možné označit za konečnou.

## Diskuze

Návrh laminátových řídicích splnil všechny vstupní parametry a požadavky. Především se podařilo navrhnout laminátová řídicí s bezpečností  $k \geq 1,3$  vůči MS. Této bezpečnosti je dosaženo s konfigurací vláken danou Tab. 6.11.

Je třeba analyzovat všechny vrstvy z hlediska různých MS. Pro zjištění jaký MS nastane a v jaké vrstvě, je potřeba porovnávat napětí působící v různých směrech s odpovídajícími pevnostními materiálovými charakteristikami.

Při postupných změnách úhlů vláken  $\alpha$  vůči obvodovému směru  $X$  a vykreslování odpovídajících nebezpečností se pro řešený model řídicích ukázalo, které orientace vrstev více či méně ovlivňují výslednou nebezpečnost. Model citlivě reaguje na změnu počtu vrstev s úhly  $\alpha = 90^\circ$ . Je žádoucí, aby počet těchto vrstev v řídicích byl pokud možno co nejvyšší. Pro dosažení požadované bezpečnosti, je potřeba mít vrchní a spodní vrstvu s úhly  $\alpha = 0^\circ$ . Zejména pak vrchní vrstva s orientací  $0^\circ$  výrazně ovlivňuje výslednou nebezpečnost. Dále byla snaha umístit 2 vrstvy působící proti případnému smykovému namáhání vedle sebe s orientací

$\alpha = \pm 45^\circ$  na nejvhodnější místo z hlediska výsledné pevnosti. Následující tabulka uvádí nebezpečnosti pro jednotlivá umístění napříč stěnou řídítek.

Tab. 6.12 Hodnoty nebezpečností pro jednotlivá umístění smykových vrstev

Umístění smykových vrstev	Nejvyšší nebezpečnost $n$ [-]
1. a 2. vrstva	0,844
2. a 3. vrstva	0,678
3. a 4. vrstva	0,676
4. a 5. vrstva	0,669
5. a 6. vrstva	0,655
6. a 7. vrstva	0,811

Ukázalo se, že ať už byly vrstvy umístěny kdekoliv v rámci jednotlivých vrstev laminátu, výsledná nebezpečnost  $n$  nebyla prakticky vůbec ovlivňována. Výjimku tvoří případy, kdy je jedna z vrstev umístěna v první nebo poslední vrstvě. Tam jak bylo uvedeno dříve, je potřeba mít orientaci vláken  $\alpha = 0^\circ$ . Zbylé hodnoty se lišily v rámci setin, avšak nejlepší umístění bylo do vrstvy č. 5 a 6. Kompozit složený pouze z vrstev s orientací  $\alpha = 45^\circ$  je nevhodný pro dané namáhání.

Konečný návrh laminátových řídítek pro horská kola je navržen z devítivrstvého laminátu. Tloušťka stěny řídítek je  $t = 1,8 \text{ mm}$ . Po vymodelování navržených řídítek v programu Autodesk Inventor už i s krycími vrstvami byl zjištěn celkový objem modelu  $V = 99,62 \text{ cm}^3$ . Hustota použitého materiálu je  $\rho = 1,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . [1] Výpočet celkové hmotnosti navrženého modelu řídítek je uveden v následující rovnici.

$$m = \rho \cdot V = 1,6 \cdot 99,62 = 159,39 \text{ g} \quad (6.7)$$

Parametry návrhu pro srovnání s výše uvedenými běžně vyráběnými řídítky jsou v následující tabulce.

Tab. 6.13 Parametry navržených řídítek

Typ	-
Materiál	karbon/epoxid
Šířka $B$ [mm]	710
Zdvih $H$ [mm]	35
Průměr představce $d_p$ [mm]	31,8
Hmotnost $m$ [g]	159,39

Při vhodném návrhu laminátových řídítek se podařilo ušetřit 7,87 % vůči karbonovým řídítkům od společnosti Reverse a 45,97 % oproti řídítkům ze slitiny hliníku od společnosti EASTON. Výrazná úspora oproti řídítkům ze slitiny hliníku je především dána nižší hodnotou hustoty  $\rho$ . Jelikož hmotnost navržených řídítek se velmi blíží hmotnosti skutečných řídítek, lze to považovat za alespoň nepřímý důkaz realističnosti celého výpočtu.

## 7 OMEZENÍ VÝPOČTOVÉHO MODELU

Každý výpočtový model je nutné hodnotit vzhledem k přijatým zjednodušením vůči skutečnosti. Můj model nerespektuje MS delaminace vrstev, což je MS oddělování vrstev v laminátových kompozitech. Mezi hlavní příčiny delaminace vrstev patří existence vad v laminátu vzniklých při výrobě. [1] [7]

Mezní stavy byly hodnoceny jen z hlediska teorie maximálních napětí, která patří do skupiny neinteraktivních kritérií. Existují však i pokročilejší kritéria, jako např. TSAI-HILL nebo TSAI-WU, která patří již do skupiny interaktivních kritérií. To znamená, že mají vazbu mezi složkami normálových napětí a mezi normálovými a smykovými složkami napětí. [7]

Výpočet byl proveden pouze na základě statického zatížení silou  $F = 450 \text{ N}$  na obou koncích řídítek. Lze však předpokládat, že tato část horských kol bude zatěžována cyklicky. Výpočet by tedy mohl být proveden na únavu materiálu, kde by vstupním parametrem byla životnost. Tedy počet cyklů do porušení  $N_f$ .

Údaje o mechanických vlastnostech vláken a matrice, stejně jako i údaje o pevnostech materiálu byli vzaty z literatury. Nemusí tak odpovídat konkrétnímu použitému kompozitu. K tomu by bylo nutné mít k dispozici vzorky skutečného kompozitu a provést příslušné zkoušky.

Vlastnosti vláken byly při výpočtu idealizovány jako příčně izotropní. Ačkoliv karbonové vlákno je také anizotropní. Tím by se celý výpočet značně zkomplikoval.

## 8 ZÁVĚR

Cílem bakalářské práce byl návrh laminátových řídítek pro horská kola. Před samotným řešením bylo nejprve nutné získat potřebné znalosti o kompozitních materiálech. Především pak o vláknových kompozitech, protože právě z nich je vytvořen návrh modelu řídítek. Nedílnou součástí první části práce je analytický výpočet materiálových charakteristik vláknových kompozitů při uvažování příčně izotropního materiálu. Výpočet nezávislých materiálových charakteristik je následně použit jako jeden ze vstupních parametrů pro deformačně – napěťovou analýzu modelu řídítek.

V další části práce je ukázán způsob řízení směrů vláken v jednotlivých laminách. Ukázalo se, že pouhá změna orientace vláken způsobuje veliké výkyvy ve výsledném napětí, které v materiálu působí. Proto je při návrhu součásti z laminátu nezbytné vhodně řídit směry jednotlivých vláken. Poznatků z řízení směrů vláken je následně využito i při návrhu laminátových řídítek pro dosažení optimálních mechanických vlastností.

Při návrhu laminátových řídítek pro horská kola byly nejprve specifikovány vstupní parametry, které byly zohledněny při tvorbě modelu geometrie. Aby bylo možné analyzovat danou součást z hlediska jejích mezních stavů (MS), bylo nutné nadefinovat pevnostní charakteristiky ve všech směrech pro daný materiál. Materiál modelu byl uvažován jako příčně izotropní a pro výpočet jeho materiálových charakteristik byl použit analytický výpočet uvedený v této práci. Model geometrie byl vytvořen v programu Autodesk Inventor, při tvorbě modelu byla využita symetrie. Modelována tak byla pouze polovina řídítek, což mělo za následek značné ušetření množství prvků a rychlejší analýzu. Model geometrie byl následně importován do programu ANSYS mechanical APDL 16.2. Zde na modelu byla vytvořena síť konečných prvků a aplikovány okrajové podmínky a provozní zatížení. Jako nebezpečné místo se podle předpokladů ukázalo první zaoblení na začátku zdvihu  $H$ . Nebezpečnosti byly vykreslovány podle teorie maximálních napětí. Následovalo řízení směrů vláken v jednotlivých laminách pro dosažení požadované bezpečnosti  $k \geq 1,3$ . Tohoto vstupního předpokladu bylo nakonec dosaženo a hlavní cíl práce lze považovat za splněný.

Oproti zde uvedeným rozměrově podobným karbonovým řídítkům na horská kola se podařilo ušetřit 7,87 % celkové hmotnosti a při porovnání s řídítky ze slitiny hliníku bylo ušetřeno 45,97 % celkové hmotnosti.

Analýza laminátů z hlediska MS se projevila jako netriviální. Bylo potřeba analyzovat všechny vrstvy z hlediska různých MS. Samotné vykreslení nebezpečnosti podle teorie maximálních napětí neodhalilo, který MS nastane. Bylo potřeba porovnávat napětí působící v různých směrech s odpovídajícími pevnostními materiálovými charakteristikami.

Pro ověření správnosti zde prezentovaných výsledků by bylo nutné mít k dispozici vzorky skutečného kompozitu, provést příslušné zkoušky a následně hodnoty výsledků porovnat. Jako alespoň částečné ověření správnosti výsledků slouží v této práci hmotnosti řídítek. Při splnění vstupních parametrů byla hmotnost navrhovaných řídítek velmi blízka hmotnosti skutečných řídítek.



## 9 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] Vrbka J. 2008. Mechanika kompozitů VUT v Brně.
- [2] Ever J. Barbero. 2014. Finite Element Analysis of Composite Materials. Taylor and Francis
- [3] KOŘÍNEK, Zdeněk. Laminaty. Kompozity [online]. [cit. 2016-04-15]. Dostupné z: <http://mujweb.cz/zkorinek/laminaty.pdf>
- [4] Agarwal, B. D., Broutman, L. J.: Vláknové kompozity. SNTL Praha, 1987
- [5] Baumruk M. Mechanika kompozitních materiálů, analytické metody výpočtu stabilitních úloh kompozitních desek a sendvičových panelů a jejich porovnání s MKP. ČVUT v Praze.
- [6] DAĐOUREK K., 2007: Kompozitní materiály - druhy a jejich užití. Technická univerzita, Liberec, 114 s.
- [7] Krystek J. 2012. Pevnostní kritéria pro kompozitní materiály. Plzeň
- [8] *Kompozitní materiály* [online]. České Budějovice: Katedra aplikované fyziky a techniky [cit. 2016-03-13]. Dostupné z: <https://www.pf.jcu.cz/structure/departments/kaft/wp-content/uploads/Kompozitn%C3%AD-materi%C3%A1ly.pdf>
- [9] KAW, Autar K. Mechanics of composite materials. Second edition. New York: CRC Press, 2006. ISBN 0-8493-1343-0.
- [10] CAMPBELL. Structural composite materials. Ohio: ASM International® Materials Park, 2010. ISBN 978-1-61503-037-8.
- [11] VINSON a SIERAKOWSKI. The behavior of structures composed of composite materials. Second edition. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. ISBN 1-4020-0904-6.
- [12] ADAMS, Donald F., Leif A. CARLSSON a R. Byron PIPES. Experimental Characterization of Advanced Composite Materials. Third edition. London: CRC Press, 2003. ISBN 1-58716-100-1.
- [13] TUTTLE, Mark E. Structural analysis of polymeric composite materials. New York: Marcel Dekker, Inc., 2004. ISBN 0-8247-4717-8.
- [14] MALLICK. Fiber-reinforced composites: Materials, Manufacturing, and Design. THIRD EDITION. New York: CRC Press, 2008. ISBN 0-8493-4205-8.
- [15] PTÁČEK, Luděk. *Nauka o materiálu. I. 2. opr. a rozš. vyd.* Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003, xii, 516 s.: il. ISBN 80-7204-283-1.
- [16] ROYLANCE, David. 2000. Introduction to composite materials. Department of Materials Science & Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge. Dostupné také z: <http://www.saylor.org/site/wp-content/uploads/2012/09/ME1022.2.3.pdf>
- [17] LAŠ, Vladislav. 2011. Základní pojmy mechaniky kompozitních materiálů a typy anizotropie. Orlík.
- [18] *Composites* [online]. Netherlands: University of Twente, Eng. & Tech, 2008 [cit. 2016-04-15]. Dostupné z: <https://www.utwente.nl/ctw/pt/organisation/staff/permanent-staff/laurentwarnet/images/Composites%202-2008%20Micromechanics.pdf>

- [19] CLYNE, T. W. A compressibility-based derivation of simple expressions for the transverse Poisson's ratio and shear modulus of an aligned long fibre composite. 1990, s. 336-339.
- [20] KOLÁŘ, Vladimír, Ivan NĚMEC a Viktor KANICKÝ. *FEM: principy a praxe metody konečných prvků*. Vyd. 1. Praha: Computer Press, 1997. ISBN 80-722-6021-9.
- [21] KANÓCZ, Alexander a Miroslav ŠPANIEL. *Metoda konečných prvků v mechanice poddajných těles*. Dot. 1. vyd. Praha: České vysoké učení technické, 1998. ISBN 80-010-1283-2.
- [22] ONDRÁČEK, Emanuel, Přemysl JANÍČEK a Jan VRBKA. *Mechanika těles. Pružnost a pevnost II*. Brno: VUT Brno, 1988, 262 s.
- [23] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech* [online]. Brno: Vysoké učení technické v Brně, fakulta strojního inženýrství, ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky [cit. 2016-04-22]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf>
- [24] *Reverse components* [online]. Freudenstadt: Reverse components, 2016 [cit. 2016-04-28]. Dostupné z: <http://www.reverse-components.com/en/products/am-carbon-710-38mm-rise><http://www.reverse-components.com/en/products/am-carbon-710-38mm-rise>
- [25] *Easton Cycling* [online]. Vancouver: Easton Cycling, 2016 [cit. 2016-04-28]. Dostupné z: <https://www.eastoncycling.com/products/details/ea50-riser-bar><https://www.eastoncycling.com/products/details/ea50-riser-bar>

## 10 SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Rozměr	Veličina
$\alpha$	[°]	úhel natočení vláken ve vrstvě
$b$	[mm]	tloušťka vzorku
$B$	[mm]	šířka řídítek
$c$	[mm]	šířka vzorku
$d$	[mm]	průměr řešené trubky
$D$	[–]	dělení oblasti
$\Delta$	[–]	vektor neznámých
$d_f$	[mm]	průměr vyztužujících vláken
$d_p$	[mm]	průměr představce
$E$	[GPa]	modul pružnosti v tahu
$\varepsilon$	[–]	vektor přetvoření
$\varepsilon_c$	[–]	celkové podélné přetvoření
$\varepsilon_f$	[–]	podélné přetvoření vláken
$E_f$	[GPa]	modul pružnosti v tahu vláken
$E_L$	[GPa]	podélný modul pružnosti
$\varepsilon_m$	[–]	podélné přetvoření matrice
$E_m$	[GPa]	modul pružnosti v tahu matrice
$E_T$	[GPa]	příčný modul pružnosti
$\varepsilon_x$	[–]	poměrná deformace ve směru osy $X$
$F$	[N]	síla
$\mathbf{F}$	[–]	vektor zobecněného zatížení
$F_x$	[N]	síla působící na vzorek ve směru osy $X$
$G_f$	[GPa]	smykový modul pružnosti vláken
$G_{LT}$	[GPa]	smykový modul pružnosti
$G_m$	[GPa]	smykový modul pružnosti matrice
$H$	[mm]	zdvih řídítek
$k$	[–]	bezpečnost
$K$	[GPa]	objemový modul pružnosti celého průřezu
$\mathbf{K}$	[–]	matice tuhosti
$K_f$	[GPa]	modul pružnosti vláken
$K_m$	[GPa]	objemový modul pružnosti matrice

Symbol	Rozměr	Veličina
$l$	$[mm]$	délka řešené trubky
$L$	$[-]$	podélná materiálová osa
$l_f$	$[mm]$	délka vyztužujících vláken
$m$	$[kg]$	hmotnost
$\mu_f$	$[-]$	Poissonovo číslo vláken
$\mu_{LT}$	$[-]$	Poissonovo číslo
$\mu_m$	$[-]$	Poissonovo číslo matrice
$\mu_{TT'}$	$[-]$	Poissonovo číslo
$n$	$[-]$	nebezpečnost
$N_f$	$[-]$	počet cyklů do porušení
$\Omega$	$[-]$	řešená oblast u MKP
$\Omega_e$	$[-]$	řešená podoblast u MKP
$\rho$	$[g \cdot cm^{-3}]$	hustota
$\sigma$	$[-]$	vektor napětí
$\sigma_c$	$[MPa]$	celkové napětí působící ve vzorku
$\sigma_{d,f}$	$[MPa]$	mez pevnosti v tlaku ve směru vláken
$\sigma_{d,\perp f}$	$[MPa]$	mez pevnosti v tlaku kolmo na vlákna
$\sigma_f$	$[MPa]$	napětí ve směru vláken
$\sigma_m$	$[MPa]$	napětí v matrici
$\sigma_p$	$[MPa]$	mez pevnosti v tahu ve směru vláken
$\sigma_{t,f}$	$[MPa]$	mez pevnosti v tahu ve směru vláken
$\sigma_{t,\perp f}$	$[MPa]$	mez pevnosti v tahu kolmo na vlákna
$\sigma_x$	$[MPa]$	napětí ve směru osy $X$
$S_{yz}$	$[mm^2]$	plocha vzorku v rovině $YZ$
$\sigma_Y$	$[MPa]$	napětí ve směru osy $Y$
$\sigma_{\perp f}$	$[MPa]$	napětí kolmo na směr vláken
$t$	$[mm]$	tloušťka stěny řídicíků
$T$	$[-]$	příčná materiálová osa
$T'$	$[-]$	druhá příčná materiálová osa
$\tau_f$	$[MPa]$	smyková mez pevnosti v rovině s vlákny
$t_{vrstvy}$	$[mm]$	tloušťka jedné vrstvy (laminy)
$t_{vyp}$	$[mm]$	tloušťka stěny výpočtového modelu

<b>Symbol</b>	<b>Rozměr</b>	<b>Veličina</b>
$\tau_{\perp f}$	[MPa]	smyková mez pevnosti v rovině kolmé na vlákna
$\tau_{\perp f}$	[MPa]	smyková mez pevnosti v rovině kolmé na vlákna
$v$	[–]	objemový podíl
$V$	[mm <sup>3</sup> ]	objem
$V_c$	[m <sup>3</sup> ]	celkový objem vzorku
$v_f$	[–]	objemový podíl vláken
$V_f$	[m <sup>3</sup> ]	celkový objem vláken ve vzorku
$v_m$	[–]	objemový podíl matrice
$V_m$	[m <sup>3</sup> ]	celkový objem matrice ve vzorku
$x$	[mm]	vzdálenost působíště provozního zatížení
$X$	[–]	osa $X$ v kartézském souřadnicovém systému
$\xi$	[–]	míra vyztužení kompozitu
$Y$	[–]	osa $Y$ v kartézském souřadnicovém systému
$Z$	[–]	osa $Z$ v kartézském souřadnicovém systému

<b>Zkratka</b>	<b>Význam</b>
1D	jednodimenzionální prostor
2D	dvoudimenzionální prostor
3D	třídimenzionální prostor
MKP	metoda konečných prvků
MS	mezní stav
PAN	polyakrylonitril
PVC	polyvinylchlorid
SiC	karbid křemíku