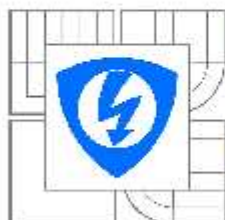


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLGIÍ**
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

**FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS**

ADAPTIVNÍ FILTRY PRO ZPRACOVÁNÍ BIOLOGICKÝCH SIGNÁLŮ

ADAPTIVE FILTERS FOR PROCESSING OF BIOLOGICAL SIGNALS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

MARTIN STROUHAL

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

prof. Ing. IVO PROVAZNÍK, Ph.D.

BRNO 2014



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Elektronika a sdělovací technika

Student: Martin Strouhal

Ročník: 3

ID: 98477

Akademický rok: 2013/2014

NÁZEV TĚMATU:

Adaptivní filtry pro zpracování biologických signálů

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Prostudujte a popište problematiku číslicové adaptivní filtrace včetně různých typů algoritmu adaptace. Navrhněte vhodné adaptivní filtry pro potlačení síťového rušení v číslicových signálech s minimalizací porušení užitečné složky. Filtry softwarově realizujte v jazyce C nebo modelově v Matlabu. Navržené filtry optimalizujte pro zpracování biologických EKG signálů. Realizované filtry otestujte na reálných signálech, proveďte jejich srovnání a vyhodnocení.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] MARTENS, S. M. M., MISCHI, M., OEI, S. G., BERGMANS, J. W. M. An Improved Adaptive Power Line Interference Canceller for Electrocardiography. IEEE Transactions on Biomedical Engineering. 2006, vol. 53, no. 11, p. 2220 - 2231.

[2] AKAY, M. Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering, Wiley and Sons, 2006.

Termín zadání: 10.2.2014

Termín odevzdání: 30.5.2014

Vedoucí práce: prof. Ing. Ivo Provazník, Ph.D.

Konzultanti bakalářské práce:

doc. Ing. Tomáš Kratochvíl, Ph.D.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Tato práce se zabývá problematikou číslicové adaptivní filtrace. V teoretické části je popsána obecná struktura adaptivního systému a možné aplikace číslicové filtrace. Dále jsou zde rozebrány nejčastější adaptační algoritmy LMS a RLS.

V praktické části jsem se soustředil na adaptivní systémy využívající FIR adaptivní filtr a LMS adaptační algoritmus. Odvodil jsem a implementoval dva adaptivní systémy: prostý adaptivní filtr a úzkopásmovou zádrž s adaptivním rezonátorem. Sledoval jsem vlastnosti systému a hledal optimální nastavení. Nakonec byly adaptační systémy testovány vstupním signálem s proměnnou frekvencí rušení.

Klíčová slova

EKG LMS, RLS, adaptivní systémy, filtry, sítěvé rušení

Abstract

This thesis is engaged in adaptive filtering. There are described common structure of adaptive systems and possible applications. Most usual adaptive algorithms LMS and RLS are analysed. This project aims to realization of simple adaptive system and narrow bandstop. I researched qualities of the filters and the optimal setting. At the end both systems were tested using noisy ECG signal with variable frequency of noise.

Keywords

EKG, LMS, RLS, adaptive systems, filter, powerline noise

STROUHAL, M. *Adaptivní filtry pro zpracování biologických signálů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2014. 30 s. Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Ivo Provazník, Ph.D..

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Adaptivní filtrace biologických signálů jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 30. května 2014

.....
podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Prof. Ing. Ivu Provazníkovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne 30. května 2014

.....
podpis autora

Obsah

Obsah.....	5
Seznam obrázků	6
Úvod.....	7
1. Převodní systém srdeční.....	8
1.2 Srdeční cyklus	8
2. Rušení reálného signálu EKG	10
3. Adaptivní systémy.....	11
3.1 Struktura a aplikace adaptivních systémů	11
3.2 Adaptační algoritmy	12
3.2.1 LMS algoritmus.....	12
3.2.2 RLS algoritmus	14
3.3 Adaptivní FIR filtry.....	15
4. Signál EKG a kriteria filtrace	17
5. Prostá adaptivní filtrace.....	18
5.1 Odvození prostého adaptivního filtru.....	18
5.2 Vlastnosti filtru.....	19
5.3 Změna vlastností filtru vlivem změny parametrů.....	23
6. Úzko-pásmová adaptivní zadrž s adaptivním rezonátorem.....	26
6.1. Odvození úzkopásmové zadrž	26
6.2 Vlastnosti úzko-pásmové zadrž	30
7. Porovnání a zhodnocení filtrů	35
Závěr.....	37
LITERATURA.....	38
SEZNAM ZKRATEK.....	39
Seznam symbolů	40

Seznam obrázků

Obrázek 1. Převodní systém srdeční	8
Obrázek 2. Perioda signálu EKG	9
Obrázek 3. EKG s driftem nulové isolinie	10
Obrázek 4. EKG s pohybovými artefakty	10
Obrázek 5. EKG s harmonickým rušením	11
Obrázek 6. Základní adaptivní systém	11
Obrázek 7. Adaptivní systém pro odstranění šumu.....	12
Obrázek 8. Vyhledávání nulového gradientu střední kvadratické odchylky.....	13
Obrázek 9. Leaky LMS adaptace koeficientů filtru	14
Obrázek 10. Digitální konvolutor.....	16
Obrázek 11. Záznam signálu EKG.....	17
Obrázek 12. Amplitudové spektrum čistého a zarušeného signálu EKG.....	17
Obrázek 13. Prostý adaptivní filtr	18
Obrázek 14. Výstupní signály prostého adaptivního filtru	19
Obrázek 15. Výstup systému $e(n)$ a zarušený vstupní signál $s(n)$	19
Obrázek 16. Chyba filtrace signálu	20
Obrázek 17. Výstupní signál $e(n)$ a jeden vzorek impulsní ch.....	20
Obrázek 18. Amplitudová frekvenční charakteristika FIR filtru	21
Obrázek 19. Výkonová spektra signálů a jejich rozdíl.....	21
Obrázek 20. Výstupní signál při vstupu zarušeném harm. signálem o f. 50,005 Hz	22
Obrázek 21. Výstupní signál při vstupu zarušeném harm. signálem o f. 50,1 Hz	22
Obrázek 22. Výstupní chyba filtru pro $N=20$	23
Obrázek 23. Výstupní chyba filtru pro $N=50$	23
Obrázek 24. Výstupní chyba filtru pro $N=150$	24
Obrázek 25. Chyba filtrace pro $\mu=0,00005$	24
Obrázek 26. Chyba filtrace pro $\mu=0,0001$	25
Obrázek 27. Chyba filtrace pro $\mu=0,0004$	25
Obrázek 28. Úzko-pásmová adaptivní zádrž s číslicovým rezonátorem	26
Obrázek 29. Rekurzivní rezonátor.....	27
Obrázek 30. Generátor derivace signálu $y(n)$	30
Obrázek 31. Výkonová spektra signálů a jejich rozdíl.....	31
Obrázek 32. Chyba filtrace $e(n) - d(n)$ obou filtrů.....	31
Obrázek 33. Průběh signálu $c(n)$ pro různé hodnoty β	32
Obrázek 34. Chyba filtrace pro $\beta=0,001$	32
Obrázek 35. Chyba filtrace pro $\beta=0,003$	33
Obrázek 36. Chyba filtrace při frekvenci rušení 50,1 Hz.....	34
Obrázek 37. Chyba filtrace při frekvenci rušení 50,2 Hz.....	34
Obrázek 38. Chyba filtrace při frekvenci rušení 50,5 Hz.....	34

Úvod

Adaptivní systémy mají širokou škálu možných aplikací při zpracování signálu. Jednou z nich je i odstranění šumu. Adaptivní filtry se uplatňují tam, kde se parametry šumu v čase mění anebo nejsou předem známy. V této práci jsem se zabýval odstraněním harmonického rušení signálu EKG. Elektrické přístroje připojené do sítě mohou indukovat napětí v těle pacienta nebo ve vodičích k elektrodám. Frekvence takového rušení nemusí být konstantní, ale může kolísat v intervalu stanoveném normou ČSN. Proto je vhodné k odstranění harmonického rušení využít adaptivní systém, který je schopen své parametry přizpůsobit změnám rušivého signálu.

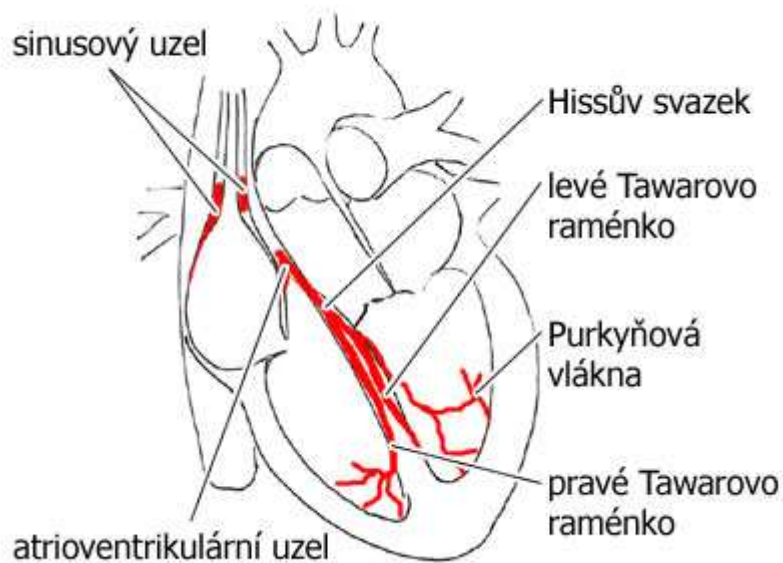
V teoretické části je popsána obecná struktura adaptivního systému a jeho možné aplikace. Dále jsou zde rozebrány adaptační algoritmy LMS (Least Mean Square) a RLS (Recursive Least Square). Při samotné realizaci filtrů je pak využit LMS algoritmus.

V praktické části jsem se soustředil na popis dvou adaptivních systémů: prostý adaptivní filtr a úzko-pásmovou zádrž s adaptivním rezonátorem. ÚAZ s adaptivním rezonátorem představuje složitější adaptivní systém, což znamená i vyšší výpočetní náročnost, ale při proměnné frekvenci rušení se použití ÚAZ s adaptivním rezonátorem ukáže jako nutnost. Oba filtry jsou testovány uměle zarušeným signálem EKG a jejich efektivita je posuzována na základě maximální chyby filtrace. Pro číslicovou filtraci EKG jsou stanovena kritéria, která musí být splněna, aby výstupní signál byl použitelný pro diagnostiku. V rámci této práce jsem se soustředil na jediné kritérium a to na poměr maximální chyby filtrace ku amplitudě signálu.

1. Převodní systém srdeční

Kontrakce svalových vláken je spojena s jevem zvaným depolarizace, relaxaci svalových vláken způsobuje repolarizace. Elektrický signál vytvářený těmito jevy je snímán z povrchu těla, z jícnu nebo nitro-srdečně.

Srdeční síně se stahují zároveň, stejně jako obě komory. Ta část svaloviny srdce, která se stahuje a čerpá krev se nazývá pracovní myokard. Jeho činnost je stimulována tzv. převodním systémem srdečním (obr.1). Podnět vzniká v sinoatriálním uzlu, který je tzv. fyziologický pacemaker srdce. Vzruch se dále šíří myokardem a preferenčními síňovými drahami do atrioventrikulárního uzlu dále Hisovým svazkem, Tawarovými raménky a Purkyňovými vlákny, která přenášejí podráždění na pracovní myokard. [2]



Obrázek 1. Převodní systém srdeční

1.2 Srdeční cyklus

Šíření akčního potenciálu v srdci (vznik EKG)

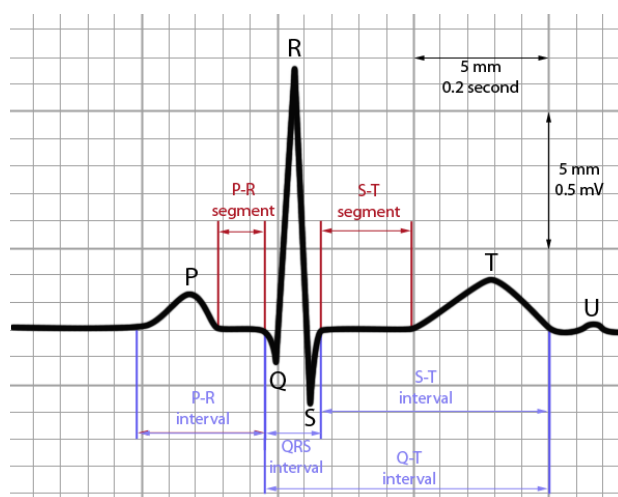
Srdce je dutý svalový orgán, jehož vlákna jsou schopna velké mechanické práce. Elektrofyziologická zvláštnost vlákna srdeční svaloviny spočívá v dlouhé době trvání jeho činnostního potenciálu. To způsobuje, že vlákno myokardu po podráždění depolarizuje jako celek. Každé vlákno prochází postupně čtyřmi fázemi :

- polarizace(povrch vlákna nabit kladně),
- depolarizace(postupná změna polarity povrchu),
- transpolarizace (povrch vlákna nabit záporně),
- repolarizace (postupný návrat k původní polaritě),

Ve fázi depolarizace se vlákno myokardu chová jako elektrický dipól a stává se generátorem místních proudů. Srdce jako celek může být považováno za dipól, jehož dipólový moment je v každém okamžiku dán sumou dipólových momentů jednotlivých vláken.

Směr tohoto vektoru bývá označován jako elektrická srdeční osa .[6] Svalovina srdečních předsíní komor představuje z funkčního hlediska dva samostatné oddíly. Vznik předráždění a jeho rozvod v srdci zajišťuje zvláštní vodivý systém. Místem primární srdeční automacie (generátorem impulzů) je sinoatriální uzel v oblasti pravé předsíně. Odtud se podráždění šíří svalovinou předsíní k uzlu atrioventrikulárnímu ležícímu na rozhraní předsíní a komor. Ten je výchozím bodem vodivého systému komor – Hisova svazku ,Tatarových ramének a Purinových vláken.

Přechodem podráždění na svalovinu předsíní dochází k její postupné depolarizaci, která dává vzniku vlně P. Jakmile podráždění dostihne atrioventrikulárního uzlu, začíná depolarizace komor. Probíhá současně na obou komorách a postupuje z vnitřní strany na stranu vnější. V záznamu depolarizace komor se projeví komplexem QRS. Zároveň probíhá repolarizace předsíní, jejichž elektrická manifestace je tímto komplexem překryta. Poslední fází je depolarizace komor ta probíhá z vnější strany ke straně vnitřní a dává vznik vlně T. [5]



Obrázek 2. Perioda signálu EKG

Vlna P –vzruch přichází ze sinoatriálního uzlu a vlna depolarizace rozšíří svalovinu předsíně. Amplituda je malá úzká stěna předsíní obsahuje málo svaloviny.

Úsek PQ- když dospěje vlna depolarizace do atrioventrikulárního uzlu, dojde ke zbrzdění jejího dalšího postupu (pomalý přesun je podráždění z předsíně na komory je dán strukturou atrioventrikulárního uzlu, který vede vzruch nejpomaleji s celého myokardu .

Komplex QRS - po zdržení v uzlu přechází vzruch Hisovým svazkem a Tawarovými raménky na myokard mezi-komorového septa a vyvolá jeho depolarizaci ve směru od levé komory k pravé. Vlna depolarizace pokračuje po svalovině komor . Jeho směr je dán především depolarizací myokardu mohutnější levé komory .

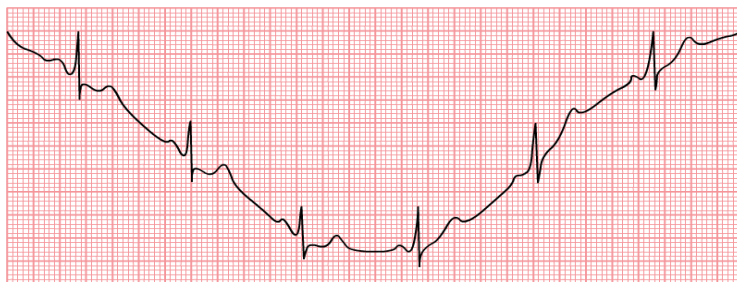
Usek ST- když se rozšíří depolarizace po celé svalovině komor je po krátkou dobu elektrická aktivita srdce nulová (srdeční vlákna komor jsou ve fázi plató, mají tedy stejný elektrický náboj a nikde netečou žádné elektrické proudy).

Vlna T –na fázi plato navazuje depolarizace komorového myokardu, která na rozdíl od depolarizace probíhá od epikardu k endokardu. Protože však je depolarizace děj elektricky opačný oproti depolarizaci má sumační vektor směr od endokardu k epikardu stejně jako při depolarizaci. Na EKG záznamu se během depolarizace komor píše vlna T. Doba mezi částmi P-QRS-T ukazují čas potřebný k šíření vzruchu přes srdeční oddíly. Intervaly RR určují srdeční frekvenci.

2. Rušení reálného signálu EKG

1. Drift nulové isolinie

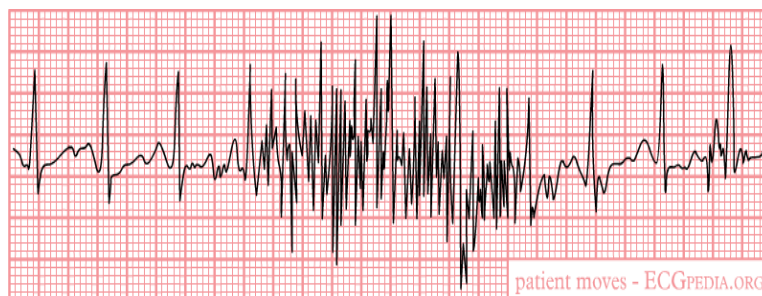
Drift nulové isolinie je způsoben elektrochemickými ději na rozhraní elektroda-kůže a pacientovým dýcháním. Zabírá frekvenční pásmo do 0,8 Hz.



Obrázek 3. EKG s driftem nulové isolinie

2. Pohybové artefakty

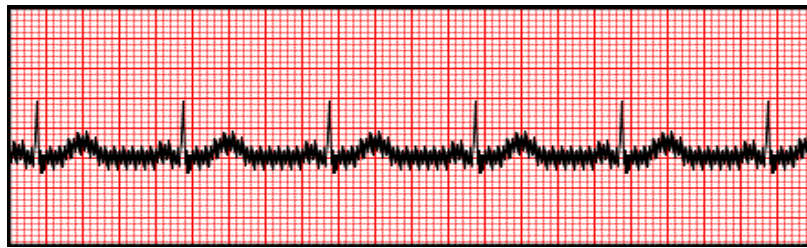
Jsou způsobeny pohybem pacienta nebo snímacích elektrod, vibracemi nebo třesem. Projevují se jako prudké výkyvy nulové isolinie a zabírají pásmo do 5 Hz, někdy i do 20 Hz.



Obrázek 4. EKG s pohybovými artefakty

3. Rušení z rozvodné sítě

Elektrické přístroje připojené do sítě mohou indukovat v těle pacienta napětí. Frekvence takového rušení je 50 Hz, ale může okolo této hodnoty kolísat. Někdy se mohou objevit i vyšší harmonické frekvence.



Obrázek 5. EKG s harmonickým rušením

4. Myopotenciály

Jsou způsobeny elektrickou aktivitou svalů. Ta se projevuje v podobě elektromyografických signálů (EMG), které zabírají frekvenční pásmo od 20 do 500 Hz.

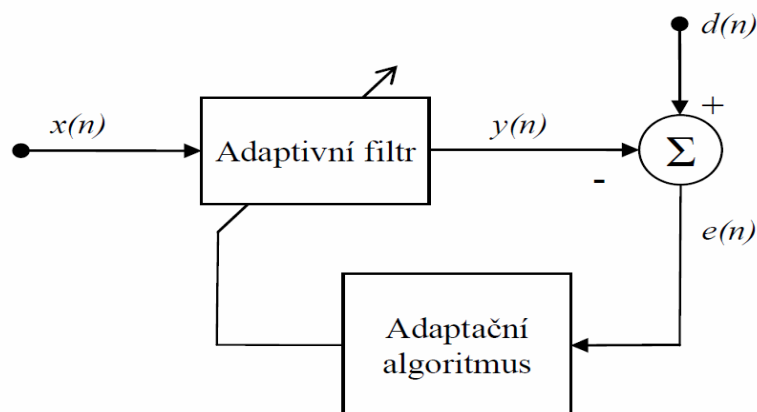
5. Impulsní rušení

V momentě vypnutí nebo sepnutí elektrických kontaktů se v signálu EKG mohou objevit úzké a vysoké špičky. Impulsní rušení se může projevit na všech frekvencích spektra signálu.

3. Adaptivní systémy

3.1 Struktura a aplikace adaptivních systémů

Každý adaptivní systém je tvořen adaptačním algoritmem, který určuje koeficienty adaptačního filtru, který upravuje výstupní signál. Základní adaptivní systém je tvořen čtyřmi signály: vstupní referenční signál – na obrázku 6 označen $x(n)$, dále vstupní signál $d(n)$, výstupní chybový signál $e(n)$ a výstupní signál adaptivního filtru $y(n)$.

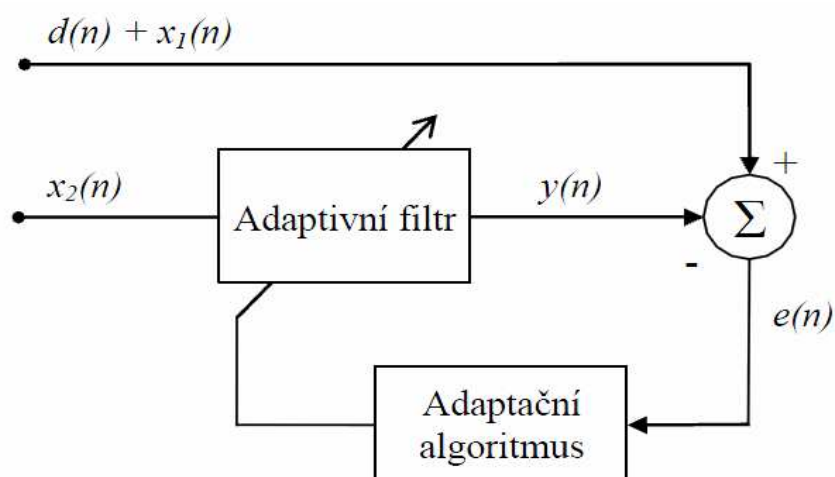


Obrázek 6. Základní adaptivní systém

Adaptivní systémy se používají v aplikacích, které zahrnují tyto tři obecné problémy zpracování signálů (nebo jejich kombinace): [2]

1. Odstranění šumu
2. Odhad průběhu signálu
3. Identifikace neznámého systému

V této práci se budu zabývat aplikací adaptivních systémů pro odstranění šumu. Konkrétně síťového rušení o frekvenci 50 Hz ze signálu EKG. Struktura adaptivního systému pro takovou aplikaci je znázorněna na obrázku 7:



Obrázek 7. Adaptivní systém pro odstranění šumu

Vstupním signálem je součet užitečného signálu $d(n)$ a rušivého signálu $x_1(n)$. Koeficienty adaptivního filtru jsou upravovány tak, aby se výstupní signál $y(n)$ rovnal nebo co nejvíce blížil signálu $x_1(n)$.

Existují dva koncepty adaptivního systému pro odstranění rušení.[3] Referenční signál $x_2(n)$ může být korelován buď se signálem rušení $x_1(n)$ nebo s užitečným signálem $d(n)$. V této práci bude realizován 1. případ.

3.2 Adaptační algoritmy

3.2.1 LMS algoritmus

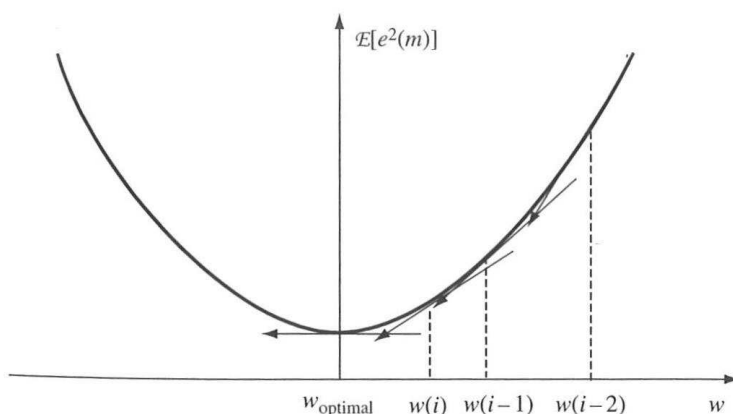
Nejpoužívanějším adaptačním algoritmem je LMS (Least Mean Square) algoritmus. Tento algoritmus je založen na gradientním vyhledávacím algoritmu nazývaném také metoda největšího spádu.

Závislost střední kvadratické odchylky výstupního chybového signálu adaptivního FIR filtru na koeficientech filtru je kvadratická křivka s jedním globálním minimem.[2] Na obrázku 8 je znázorněna střední kvadratická odchylka chybového signálu pro filtr s jedním koeficientem. Vyhledávání koeficientů s minimální střední kvadratickou odchylkou je založeno na posouvání koeficientů ve směru záporného gradientu křivky. Počáteční hodnoty koeficientů

jsou postupně adaptovány tak dlouho, až je dosaženo minima – tedy bodu s nulovým gradientem. Metodu největšího spádu lze vyjádřit následujícím vztahem: [2]

$$\bar{w}(n+1) = \bar{w}(n) + \mu \left[-\frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial \bar{w}(n)} \right] \quad (1)$$

, kde $\bar{w}(n)$ je vektor koeficientů adaptivního filtru a μ je rychlost konvergence algoritmu. Chybový signál $e(n)$ je rozdíl mezi vstupním signálem $d(n)$ a výstupním signálem adaptivního filtru $y(n)$.



Obrázek 8. Vyhledávání nulového gradientu střední kvadratické odchylky

Výpočetně jednodušší verze metody největšího spádu dosáhneme tak, že střední kvadratickou odchylku chybového signálu nahradíme chybovým signálem samotným. Výše uvedený vztah bude nyní vypadat takto:

$$\bar{w}(n+1) = \bar{w}(n) + \mu \left[-\frac{\partial e^2(n)}{\partial \bar{w}(n)} \right] \quad (2)$$

Chybový signál $e(n)$ můžeme vyjádřit jako[2]:

$$e(n) = d(n) - \bar{w}^T(n)x(n) \quad (3)$$

,kde $x(n)$ je vstupní referenční signál. Když dosadíme vztah (3) do rovnice (2) a upravíme, dostaneme rovnici [1]:

$$\bar{w}(n+1) = \bar{w}(n) + \mu [x(n)e(n)] \quad (4)$$

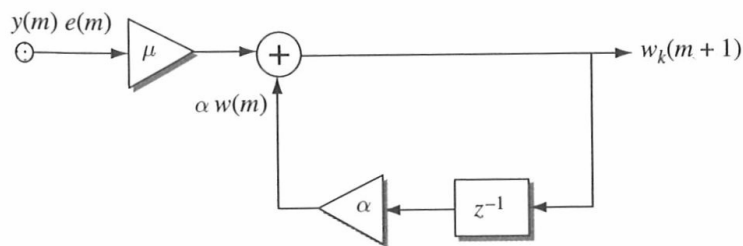
Vidíme, že výsledná rovnice pro adaptační algoritmus LMS je velmi jednoduchá. Při implementaci algoritmu se omejdeme bez umocňování, průměrování nebo derivování.

Leaky LMS algoritmus

LMS FIR filtr je zpětnovazební systém, u něhož hrozí nestabilita. Zavedeme do vztahu (4) koeficient α :

$$\bar{w}(n+1) = \alpha \bar{w}(n) + \mu [\bar{x}(n)e(n)] \quad (5)$$

Je-li $\alpha < 1$ dojde ke zlepšení stability a ke zrychlení adaptace filtru na změny vstupních signálů. Zpětnovazební systém popsaný vztahem (5) je schematicky znázorněn na obrázku 9:



Obrázek 9. Leaky LMS adaptace koeficientů filtru

Normalizovaný LMS algoritmus

Normalizovaný LMS algoritmus je dán vztahem:[2]

$$\bar{w}(n+1) = \bar{w}(n) + \frac{\mu}{a + \sum_{k=0}^M x^2(n-k)} [\bar{x}(n)e(n)] \quad (6)$$

, kde suma ve jmenovateli je energie vstupního signálu a konstanta a zaručuje, že jmenovatel zlomku nebude nula, pokud by vstupní signál $x(n)$ byl nulový.

3.2.2 RLS algoritmus

Tento algoritmus využívá jako kriteriální funkci sumu váhovaných čtverců chybového signálu [2]. Výhodou RLS algoritmu je relativně rychlá konvergence k optimálním koeficientům filtru. Toho se využívá v aplikacích jako je zpracování řeči nebo kanálová ekvalizace, kde je nutné reagovat na rychlé změny signálu v čase.

Chybový signál je vyjádřen stejným vztahem jako u LMS algoritmu:

$$e(n) = d(n) - \bar{w}^T(n)\bar{x}(n) \quad (7)$$

Koeficienty filtru jsou adaptovány podle rovnice:

$$\bar{w}(n+1) = \bar{w}(n) + \bar{k}(n)e(n) \quad (8)$$

, kde $\mathbf{k}(n)$ se nazývá ziskový vektor a určuje se podle vztahu:

$$\bar{k}(n) = \frac{\lambda^{-1} \Phi_{xx}(n-1) \bar{x}(n)}{1 + \lambda^{-1} x^T(n) \Phi_{xx}(n-1) x(n)} \quad (9)$$

, kde $\Phi_{xx}(n)$ je inverzní autokorelační matice referenčního signálu $x(n)$. Matice je adaptována pomocí následující rovnice:

$$\Phi_{xx}(n) = \lambda^{-1} \Phi_{xx}(n-1) - \lambda^{-1} \bar{k}(n) x^T(n) \Phi_{xx}(n-1) \quad (10)$$

λ je váha ($0 < \lambda \leq 1$) pomocí níž lze určit rychlost konvergence algoritmu. V praxi se její hodnota volí mezi 0,98 a 1. [2]

3.3 Adaptivní FIR filtry

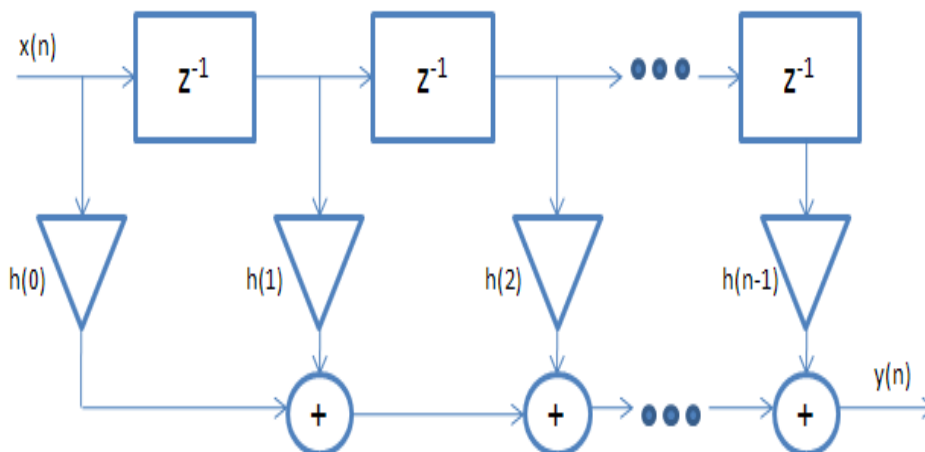
Adaptivní filtry můžeme rozdělit na lineární a nelineární. Pro lineární filtry platí princip superpozice, tedy odezva na součet vstupních signálů je rovna součtu odezev na jednotlivé vstupní signály. V naprosté většině aplikací se dává přednost lineárním systémům pro jejich nižší početní náročnost.

Lineární systémy můžeme dále dělit na FIR (finite impulse response) filtry a IIR (infinite impulse response). V tomto projektu budu realizovat FIR filtry, které se vyznačují absolutní stabilitou a lineární fází.[1]

Výstupem FIR filtru je konečná diskretní konvoluce vstupního signálu a impulsní charakteristiky [1]:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k)h(k). \quad (11)$$

$x(n)$ je vstupní signál a $h(k)$ je impulsní charakteristika o délce N . Blokové realizační schéma FIR filtru (nazývané taky digitální konvolutor) je znázorněno na obrázku 10.



Obrázek 10. Digitální konvolutor

Jak je uvedeno výše, při adaptivní filtraci jsou koeficienty filtru určovány pomocí adaptačního algoritmu. Můžeme tedy psát:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w_k x(n-k). \quad (12)$$

Ze vztahu (12) je patrné, že délka N impulsní charakteristiky ovlivňuje počet iterací adaptačního algoritmu. Stanovíme transponované vektory vah \bar{w} a vstupního referenčního signálu \bar{x} :

$$\bar{w}(n) = [w_0, w_1, w_2, \dots, w_{N-1}]^T \quad (13)$$

$$\bar{x}(n) = [x(n), x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-N+1)]^T. \quad (14)$$

Tedy můžeme psát:

$$y(n) = \bar{w}^T(n) \bar{x}(n). \quad (15)$$

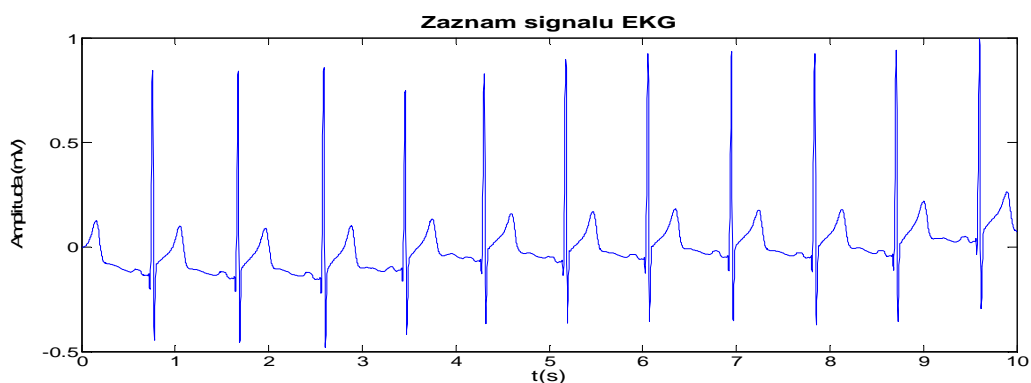
Chybový výstupní signál $e(n)$ je rozdílem vstupního signálu $d(n)$ a výstupního signálu adaptačního filtru $y(n)$. Dosadíme li za $y(n)$ výraz na pravé straně vztahu (15), dostaneme pro chybový signál rovnici:

$$e(n) = d(n) - \bar{w}^T(n) \bar{x}(n). \quad (16)$$

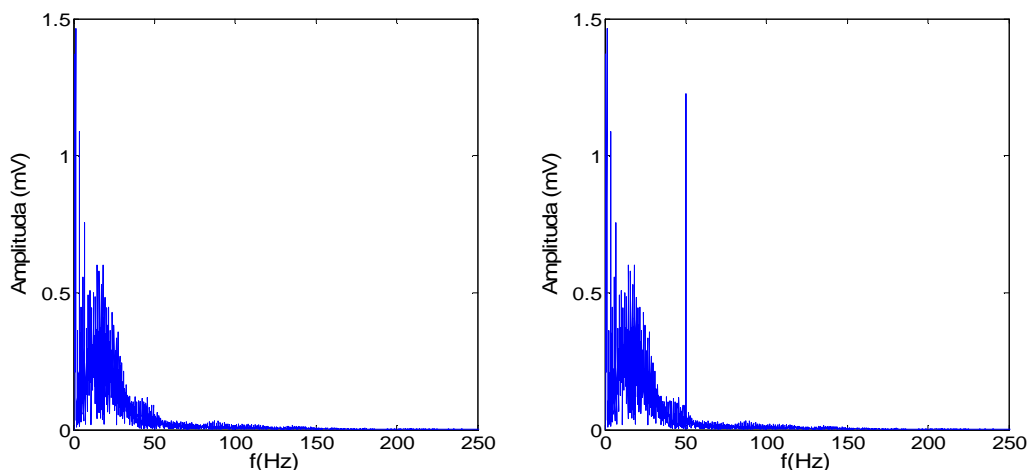
Vztah (16) je totožný se vztahem (3), který jsme použili pro určení výsledné rovnice pro LMS algoritmus. Rovnice (15) a (16) realizují prostý adaptivní filtr, který bude navržen v další kapitole.

4. Signál EKG a kriteria filtrace

Adaptivní filtry jsou realizovány v softwaru MATLAB 7.1. a pro jejich testování byl použit záznam signálu EKG o délce 10 s a vzorkovací frekvenci 500 Hz. Signál je zobrazen na obrázku 11. Signál neobsahuje harmonické rušení. To je k němu uměle přičteno v rámci softwarové realizace filtrů. Původní čistý signál je pak využit k objektivnímu posouzení účinnosti filtrace.



Obrázek 11. Záznam signálu EKG



Obrázek 12. Amplitudové spektrum čistého a zarušeného signálu EKG

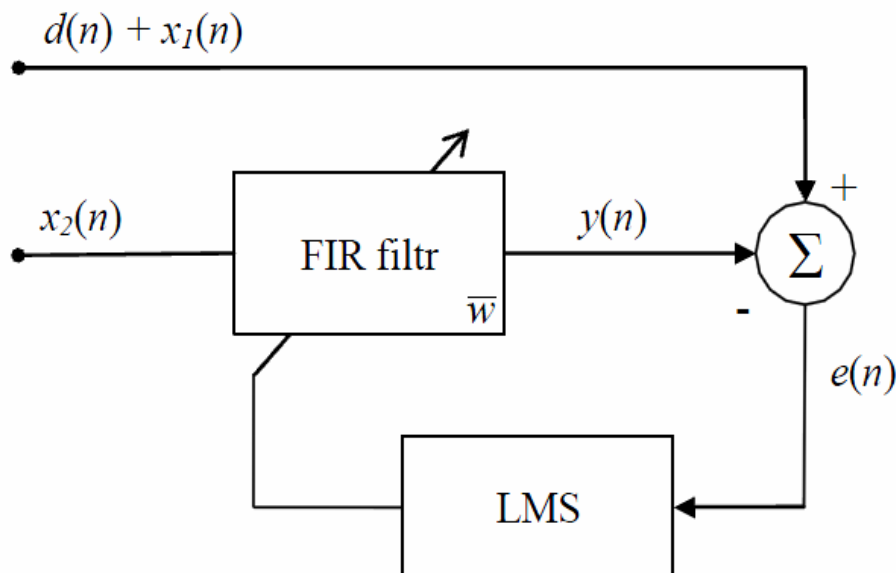
Na filtraci EKG signálu je kladen požadavek, aby maximální absolutní chyba filtrace nepřesáhla $10\mu\text{V}$ nebo 2% amplitudy, podle toho, který údaj je vyšší.[3] Od výstupního signálu $e(n)$, který představuje filtrovaný EKG signál, je odečten původní čistý signál $d(n)$. Maximální chyba filtrace je pak určena vtahem:

$$\text{error} = \max[e(n) - d(n)] - \min[e(n) - d(n)] \quad (17)$$

5. Prostá adaptivní filtrace

5.1 Odvození prostého adaptivního filtru

Pro odstranění rušení z EKG signálu použijí adaptivní systém obsahující FIR filtr a využívající LMS adaptační algoritmus. Blokové schéma takového systému je na obrázku 13.



Obrázek 13. Prostý adaptivní filtr

Jako každý adaptivní systém má i tento 2 vstupy a 2 výstupy. K vstupnímu signálu $d(n)$ byl přičten rušivý harmonický signál $x_1(n)$ o frekvenci 50Hz. Jako vstupní referenční signál $x_2(n)$ je v tomto případě použit harmonický signál o stejné frekvenci, vzorkovací frekvenci a fázi jako signál $x_1(n)$. Signál $x_2(n)$ má oproti $x_1(n)$ 10 x menší amplitudu.

Výstup $e(n)$ odpovídá filtrovanému EKG signálu a výstup $y(n)$ by se měl co nejvíce blížit rušivému signálu $x_1(n)$.

FIR filtr je určen vektorem koeficientů \bar{w} . Na začátku je tento vektor nulový a následně je v každém iteračním kroku přepisován novými vzorky podle vztahu:

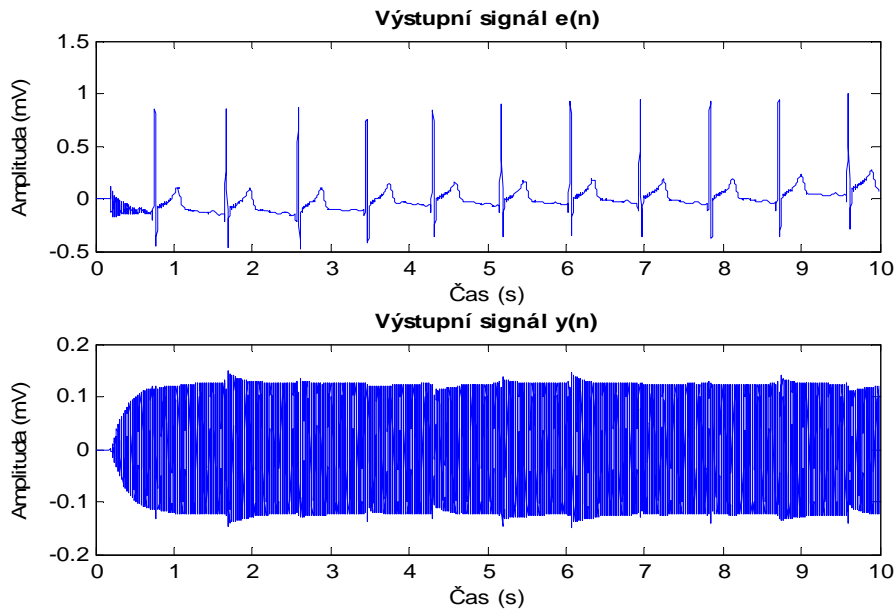
$$\bar{w}(n+1) = \bar{w}(n) + 2\mu[x(n)e(n)] . \quad (18)$$

výstupní chybový signál $e(n)$ (filtrovaný EKG signál) je roven:

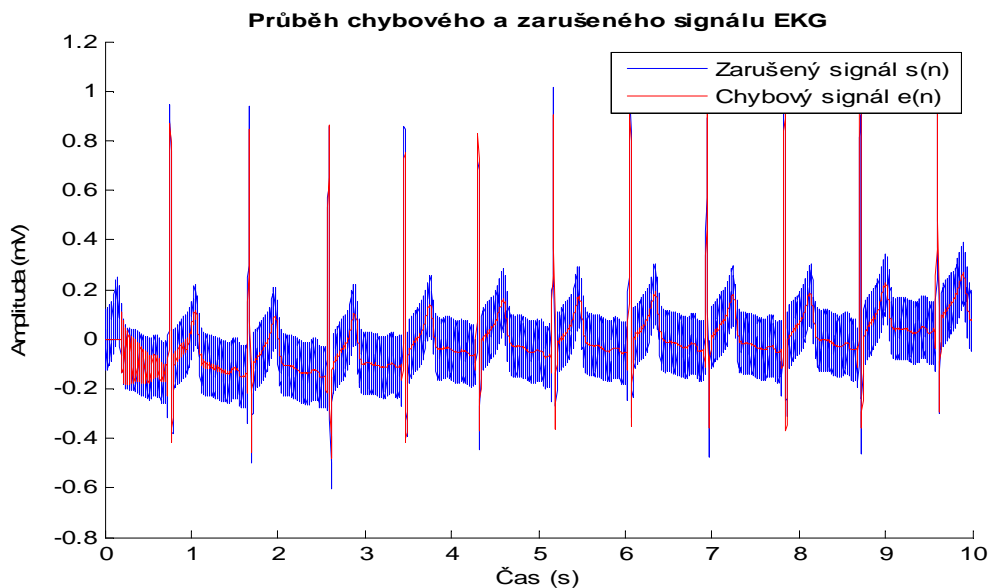
$$e(n) = d(n) + x_1(n) - \bar{w}^T(n)x_2(n) . \quad (19)$$

5.2 Vlastnosti filtru

Pro testování vlastností filtru byl zvolen záznam signálu EKG o délce 10 s a vzorkovací frekvenci 500 Hz. Pro první test jsem zvolil délku impulsní charakteristiky filtru $N=100$ a rychlost konvergence $\mu=0,0002$. Hodnoty těchto parametrů mají na vlastnosti filtru výrazný vliv, jak si ukážeme v následující kapitole. Na výstupech systému jsou dva signály, které jsou znázorněny na obrázku 14. Jsou to chybový signál $e(n)$, který odpovídá filtrovanému EKG signálu, a signál $y(n)$, který je výstupem adaptivního filtru a měl by se co nejvíce blížit rušivému signálu. Na obrázku 15 je pak výstup systému $e(n)$ a zarušený vstupní signál $s(n)$.

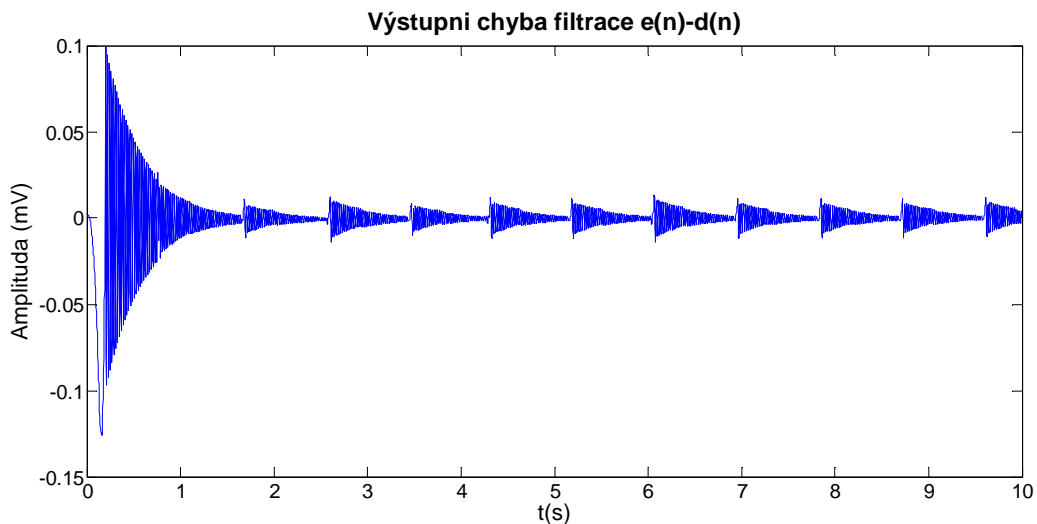


Obrázek 14. Výstupní signály prostého adaptivního filtru



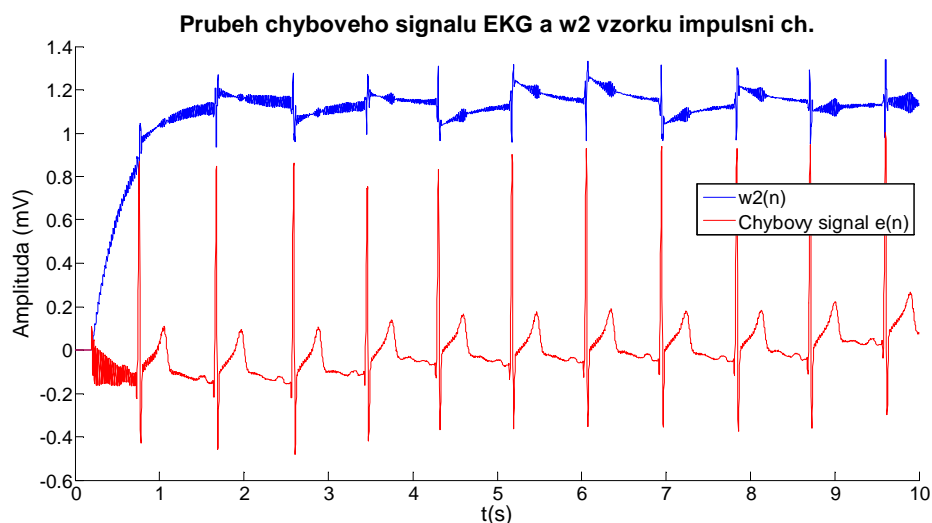
Obrázek 15. Výstup systému $e(n)$ a zarušený vstupní signál $s(n)$

Z výstupních signálů je patrné, že prvních 100 vzorků, tedy prvních N vzorků, nebylo vůbec zpracováno. Pro prvních N vzorků signálu je konvoluce rovna nule kvůli nulové hodnotě počátečního vektoru impulsní charakteristiky. Dále je na výstupech vidět, že filtr se jistou dobu přizpůsobuje, než dosáhne maximální účinnosti. Při tomto nastavení filtru byla doba ustálení 1700 ms. Na obrázku 15 jde vidět, že filtr dokáže odstranit rušení velmi účinně. Pro objektivní zhodnocení účinnosti si musíme zobrazit chybu filtrace – tj. rozdíl mezi nezarušeným původním signálem $d(n)$ a chybovým výstupem $e(n)$. Z rozdílu signálu můžeme odečíst maximální chybu filtrace. V tomto případě byla maximální chyba rovna $27\mu\text{V}$.



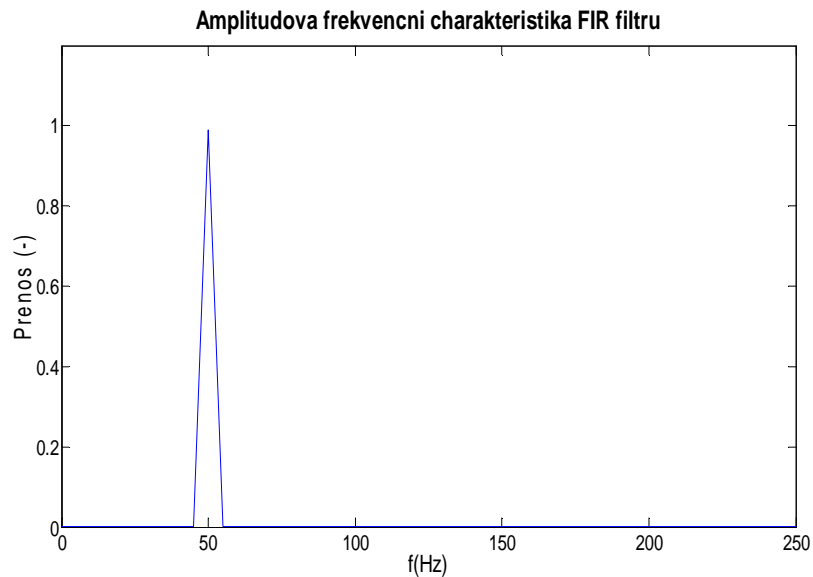
Obrázek 16. Chyba filtrace signálu

Z rozdílu signálů $d(n)$ a $e(n)$ lze vypožorovat zajímavý jev. I po ustálení filtru se chyba filtrace periodicky skokově zvyšuje a následně klesá. Skokové zvýšení chyby nastává v místě prudké změny vstupního signálu (v tomto případě R vlna). Filtr reaguje na prudké změny vstupního signálu rozkmitáním impulsní charakteristiky, což má za následek snížení účinnosti filtrace. Pro ilustraci tohoto jevu jsou na obrázku 17 zobrazeny výstupní signálu $e(n)$ a vývoj jednoho vzorku impulsní charakteristiky (modrá křivka). V místech prudké změny filtrovaného signálu (R vlna) jsou dobře patrné zákmity impulsní charakteristiky.



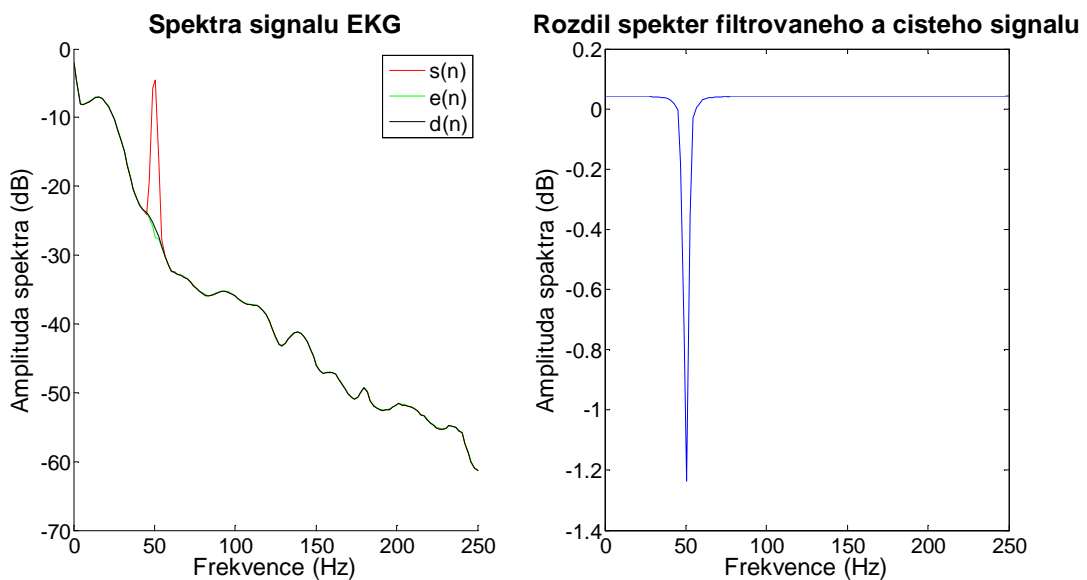
Obrázek 17. Výstupní signál $e(n)$ a jeden vzorek impulsní ch.

Pro posouzení spektrálních vlastností filtru si zobrazíme amplitudovou frekvenční charakteristiku FIR filtru (obrázek 18). Z té lze vyčíst, že se jedná o úzko-pásmovou propust se středem propustného pásma na 50 Hz, což odpovídá principu činnosti filtru, jak je popsán v kapitole 5.1: výstupní signál $y(n)$ by se měl co nejvíce přiblížit rušivému signálu $x_1(n)$.



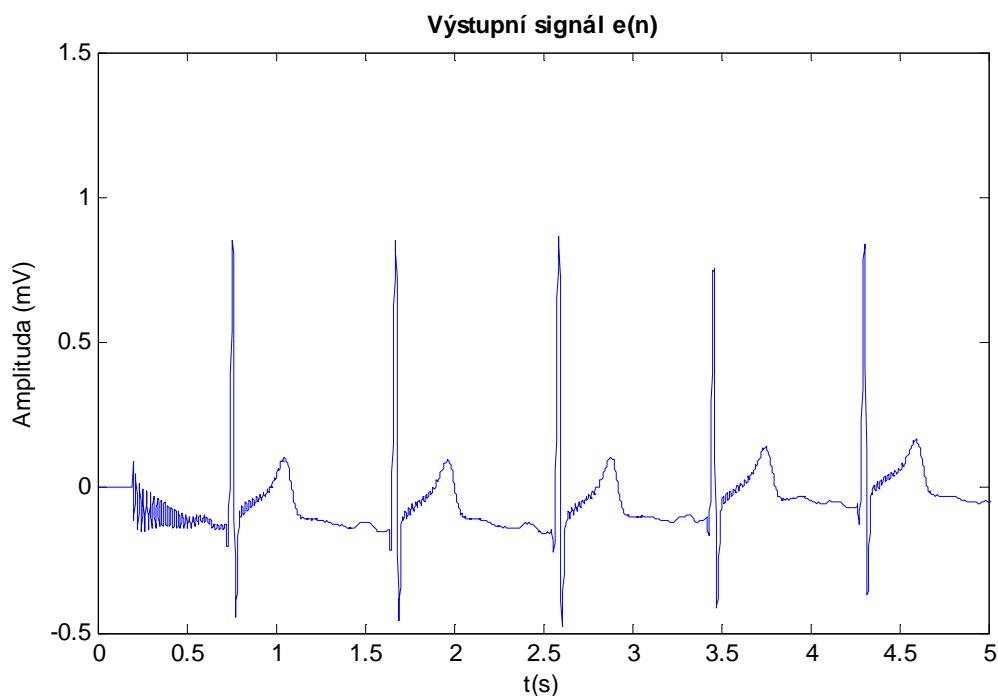
Obrázek 18. Amplitudová frekvenční charakteristika FIR filtru

Na obrázku 19 vlevo jsou výkonová spektra čistého zarušeného a filtrovaného signálu. U zarušeného signálu (červená křivka) je vidět výrazný nárůst výkonu spektrální složky na 50 Hz. Spektra čistého a filtrovaného signálu by měla být v ideálním případě totožná. Když zobrazíme jejich rozdíl (obrázek 19 vpravo), vidíme, že systém vykazuje jistý parazitní útlum užitečné složky na frekvenci 50 Hz. Pro toto konkrétní nastavení filtru byl parazitní útlum roven 1,2 dB. Vedle chyby filtrace je nežádoucí útlum další důležitým parametrem adaptivního systému, kterým je možné posuzovat jeho kvalitu.

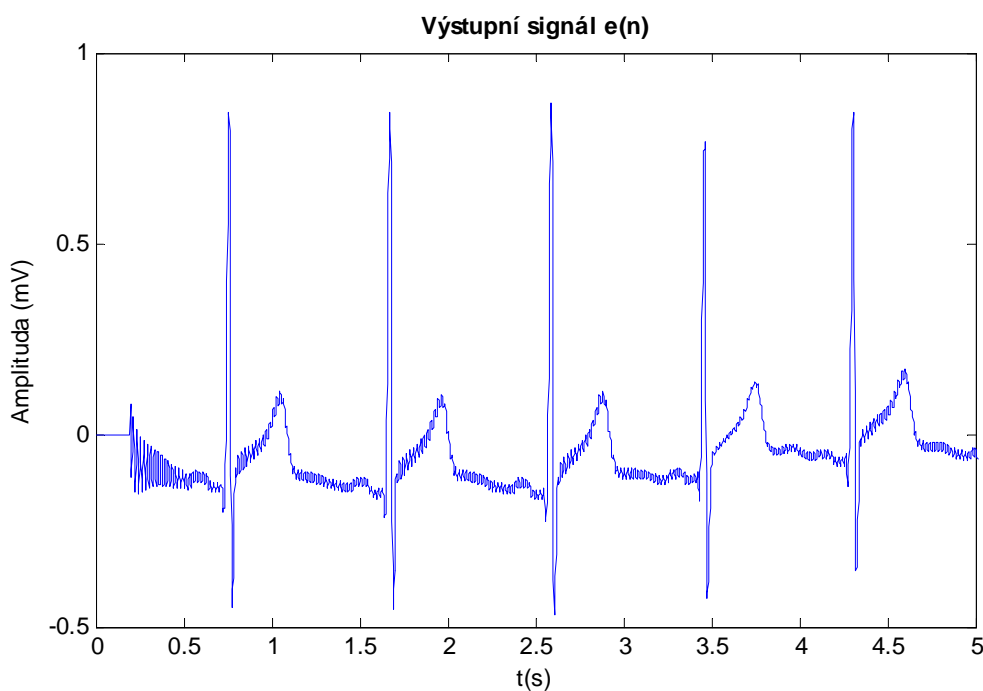


Obrázek 19. Výkonová spektra signálů a jejich rozdíl

Rušivý signál z elektrorozvodné sítě nemusí mít konstantní frekvenci, ale frekvence může kolísat okolo 50 Hz. Z tohoto důvodu je vhodné experimentálně ověřit, jak bude prostý adaptivní filtr schopen odstranit harmonické rušení s frekvencí mírně odchýlenou od 50 Hz. Kmitočet rušivého signálu byl nastaven na 50,005 Hz a 50,1 Hz. Výstupní chybové signály $e(n)$ pro takto změněnou frekvenci rušení jsou na obrázcích 20 a 21.



Obrázek 20. Výstupní signál při vstupu zarušeném harm. signálem o f. 50,005 Hz



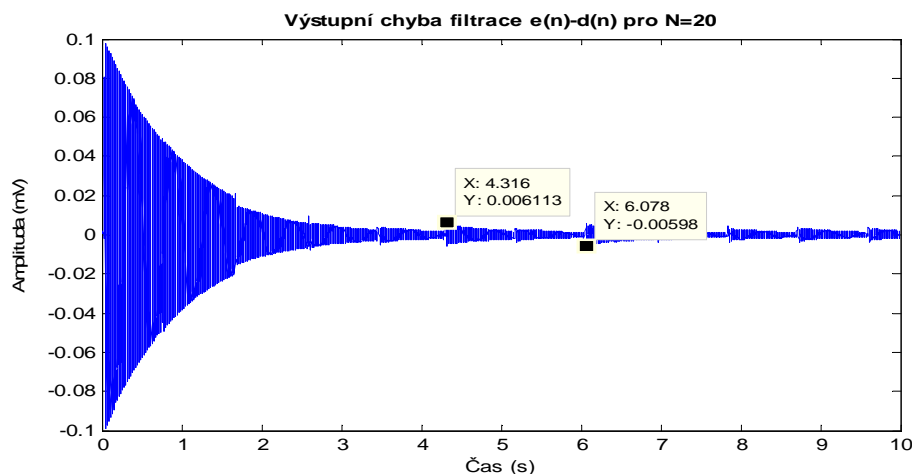
Obrázek 21. Výstupní signál při vstupu zarušeném harm. signálem o f. 50,1 Hz

Jak je vidno, adaptivní systém nedokázal odstranit rušení o frekvenci 50,1 Hz. Prostý adaptivní filtr není schopen přizpůsobit se proměnné frekvenci rušivého signálu. V případech, kdy síťové rušení nemá konstantní frekvenci, je tedy nutné použít adaptivní systém, který bude referenční signál $x_1(n)$ generovat způsobem, jež umožní změnu jeho frekvence. Takový systém bude popsán v dalších kapitolách.

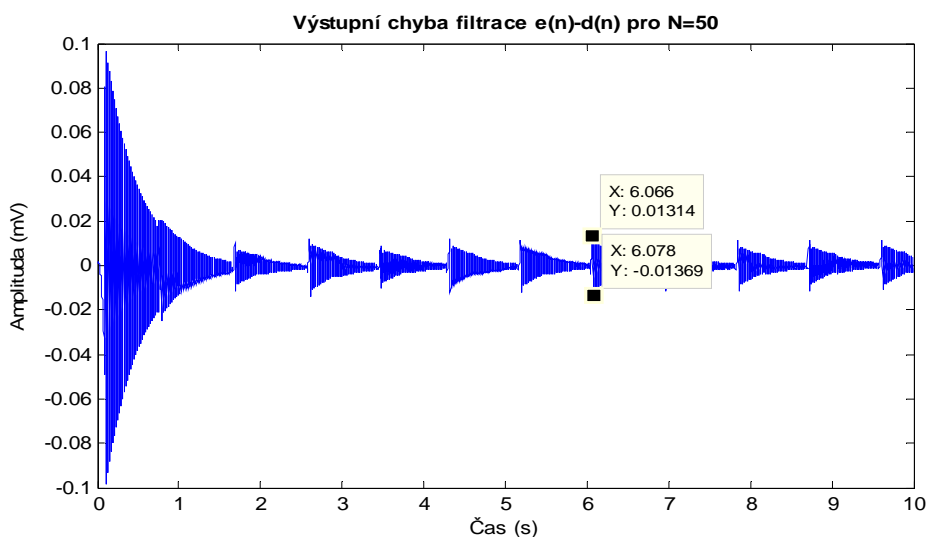
5.3 Změna vlastností filtru vlivem změny parametrů

V této kapitole budeme sledovat vliv změny délky impulsní charakteristiky N a rychlosti konvergence μ na maximální absolutní chybu po ustálení a na dobu ustálení.

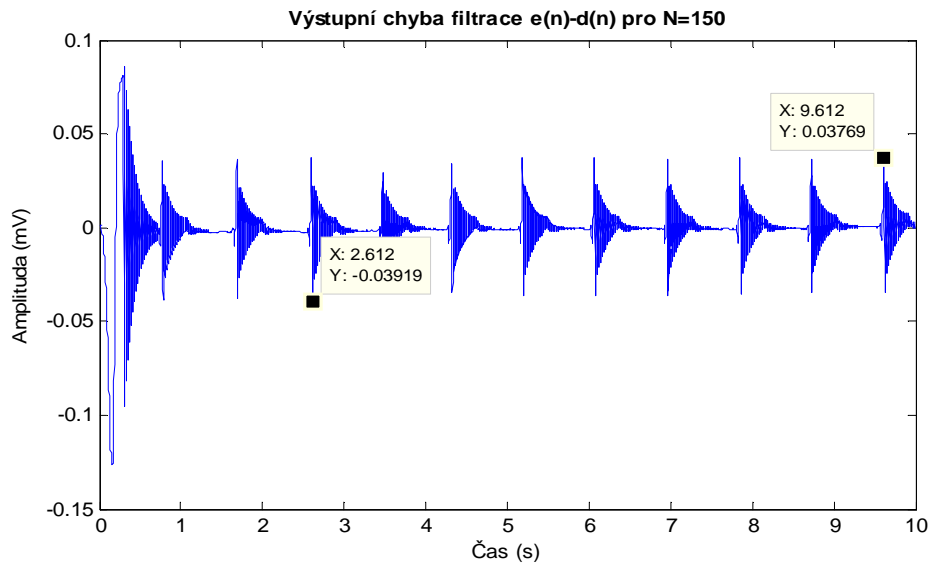
Nejprve jsem ponechal konstantní hodnotu $\mu=0,0002$. Za délku impulsní charakteristiky jsem postupně dosazoval hodnoty 20, 50, 150 a z časové závislosti výstupní chyby filtrace odečítal maximální absolutní chybu po ustálení a dobu ustálení. Výstupní chyba filtrace je zobrazena na obrázcích 22 - 24.



Obrázek 22. Výstupní chyba filtru pro $N=20$



Obrázek 23. Výstupní chyba filtru pro $N=50$

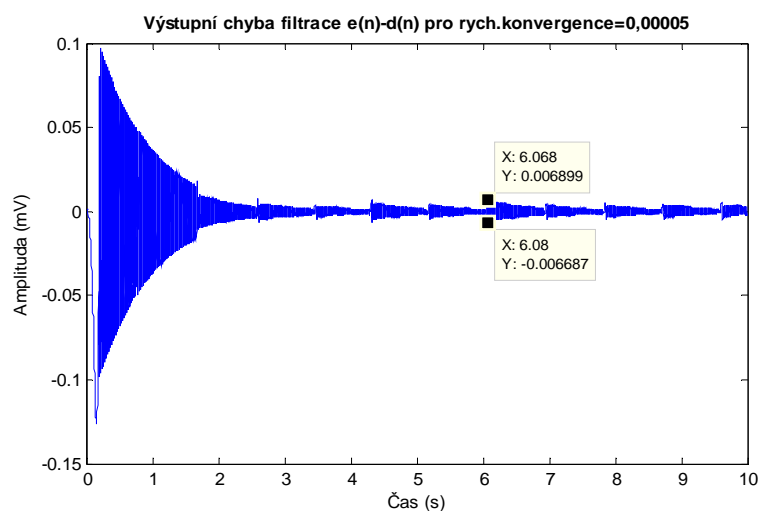


Obrázek 24. Výstupní chyba filtru pro N=150

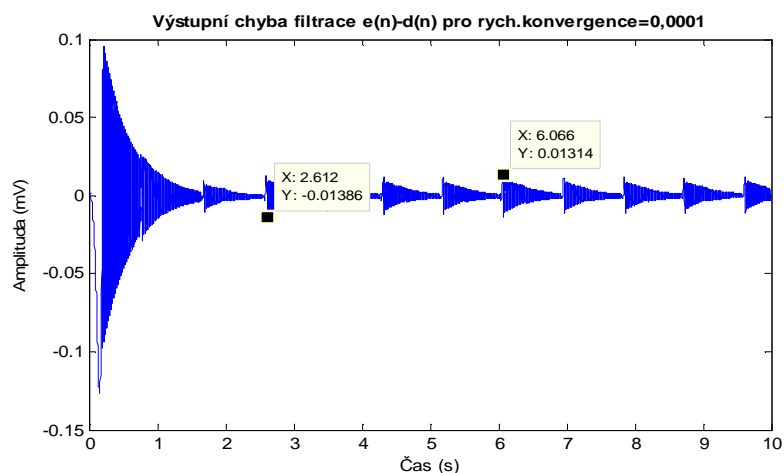
Tabulka 1: Max. absolutní chyba a doba ustálení pro různou délku N

N [-]	20	50	150
Maximální abs. chyba [μV]	120,9	268,3	768,8
Doba ustálení [ms]	4026	1763	750

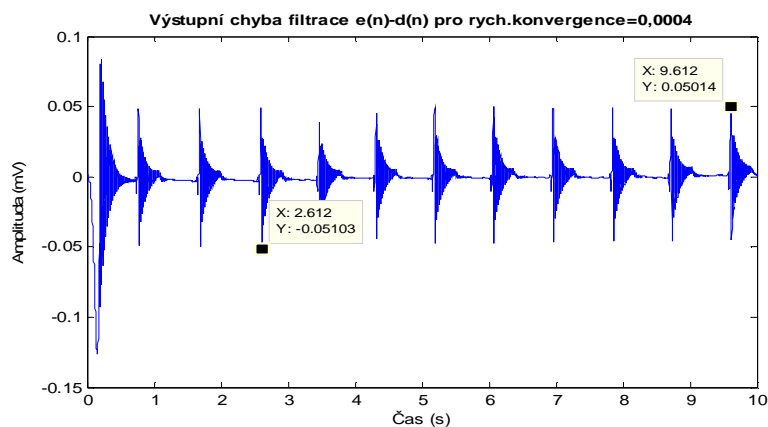
V dalším kroku jsem ponechal konstantní hodnotu $N=100$. Za délku rychlosti konvergence μ jsem postupně dosazoval 0,0004; 0,0001 a 0,00005 a z časové závislosti výstupní chyby filtrace odečítal maximální absolutní chybu po ustálení a dobu ustálení. Výstupní chyba filtrace je zobrazena na obrázcích 25 - 27.



Obrázek 25. Chyba filtrace pro $\mu=0,00005$



Obrázek 26. Chyba filtrace pro $\mu=0,0001$



Obrázek 27. Chyba filtrace pro $\mu=0,0004$

Tabulka 2: Max. absolutní chyba a doba ustálení pro různou hodnotu μ

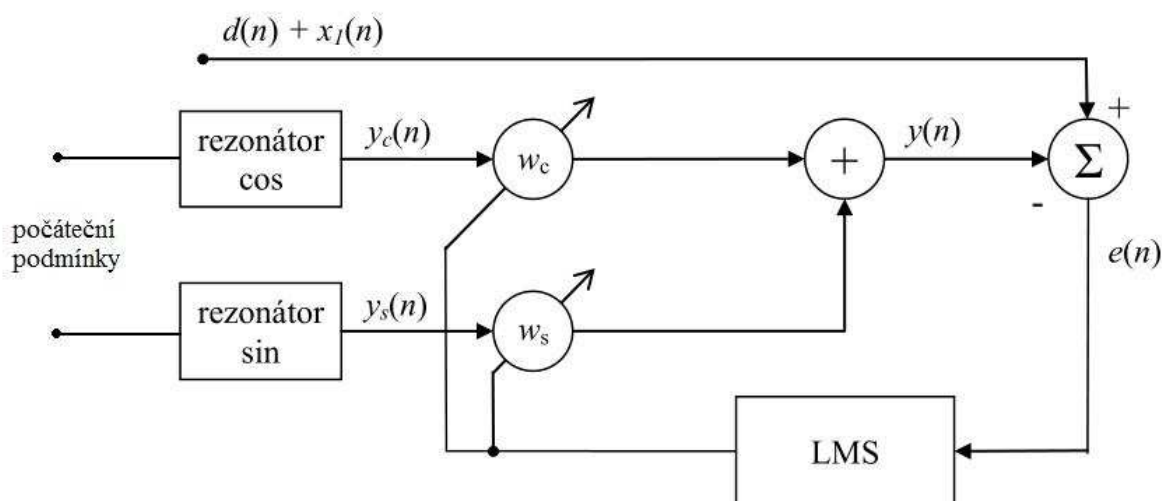
μ [-]	0,00005	0,0001	0,0004
Maximální abs. chyba [μV]	13,6	27	101,1
Doba ustálení [ms]	2582	1700	692

Z experimentu vyplývá, že požadavky na nízkou chybu filtrace a co nejrychlejší adaptaci systému jsou vzájemně protichůdné. Systém rychle se adaptující vykazuje vysokou chybu filtrace a naopak. Vlastnosti filtru můžeme ovlivnit vhodnou volbou adaptační konstanty a délky impulsní charakteristiky. Čím vyšší bude adaptační konstanta μ , tím se bude systém rychleji přizpůsobovat za cenu vyšší chyby filtrace. Podobně pro délku impulsní charakteristiky platí, že čím bude delší, tím kratší doba ustálení a vyšší chyba.

6. Úzko-pásmová adaptivní zádrž s adaptivním rezonátorem

6.1. Odvození úzkopásmové zádrže

Prostý adaptivní filtr popsaný v předchozí kapitole nedokázal odstranit rušení, pokud se frekvence rušivého signálu měnila. Adaptivní systém, který zavedeme v této kapitole, bude schopen měnit nejen impulsní charakteristiku číslicového filtru, ale i frekvenci referenčních signálů. Vydeme ze systému popsaného na obrázku 28:



Obrázek 28. Úzko-pásmová adaptivní zádrž s číslicovým rezonátorem

Výstupní signál $y(n)$ je tvořen sumou dvou harmonických signálů, které byly filtrovány pomocí dvou adaptivních číslicových filtrů, jejichž impulsní charakteristiky jsou opět adaptovány pomocí LMS algoritmu.

$$y(n) = w_c(n) \cdot y_c(n) + w_s(n) \cdot y_s(n) \quad (20)$$

$$y_c(n) = \cos(nk) \quad (21)$$

$$y_s(n) = \sin(nk) \quad (22)$$

, kde k je normovaná frekvence a n index vzorku.

Referenční harmonické signály $y_c(n)$ a $y_s(n)$ jsou generovány pomocí rekurzivních rezonátorů. Při odvození diferenční rovnice těchto rezonátorů vydeme ze vzorce pro součet dvou harmonických funkcí [3]:

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \quad (23)$$

Za úhly α a β dosadíme:

$$\alpha = nk,$$

$$\beta = (n-2)k,$$

Po dosažení a úpravě dostaneme rovnici:

$$\cos(nk) = 2 \cos(k) \cos[(n-1)k] - \cos[(n-2)k] \quad (24)$$

Tento vztah platí jak pro funkci cosinus tak pro funkci sinus. Podle rovnice (24) mohou být referenční harmonické signály $y_c(n)$ a $y_s(n)$ generovány pomocí rekurzivních vzorců:

$$y_c(n) = c y_c(n-1) - y_c(n-2) \quad (25)$$

a

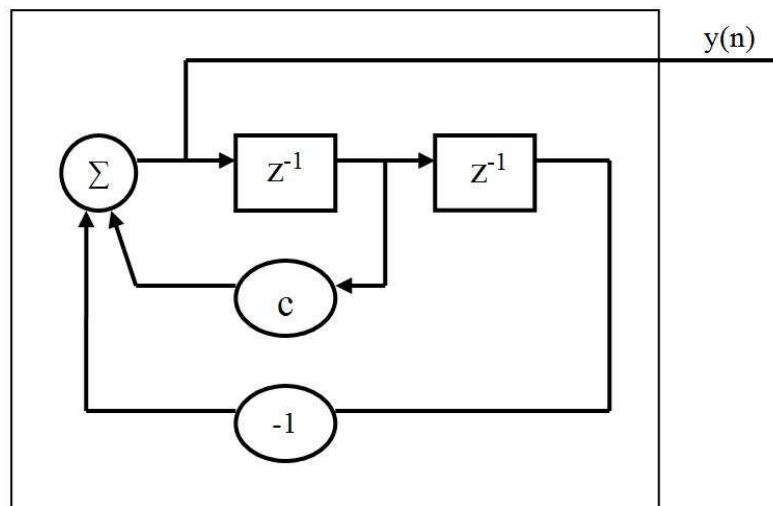
$$y_s(n) = c y_s(n-1) - y_s(n-2) \quad (26)$$

, kde konstanta $c = 2 \cos(k) = 2 \cos(2\pi f_0 / f_s)$.

f_0vlastní frekvence signálu

f_svzorkovací frekvence

Rovnice 25 a 26 jsou diferenčními rovnicemi číslicových rezonátorů, jejichž blokový diagram je zobrazen na ku 29:



Obrázek 29. Rekurzivní rezonátor

Pro rekurzivní rezonátor je třeba určit počáteční podmínky v podobě prvních dvou vzorků signálu $y(n)$. Ty pak určují amplitudu a fázi generovaného signálu a konstanta c určuje frekvenci. Vytváření harmonického signálu pomocí rekurzivních vzorců je výhodné pro jeho nízkou výpočetní náročnost. Na druhou stranu rezonátory mohou být frekvenčně nestabilní a vykazovat harmonické zkreslení. Amplitudová stabilita je zajištěna jednotkovým koeficientem u členu $y(n-2)$. [3]

Má-li se rezonátor přizpůsobovat změnám frekvence rušivého signálu, musí být konstanta c určující frekvenci generovaného signálu proměnná v čase. Takový rezonátor nazýváme dynamický rekurzivní rezonátor a je popsán diferenčními rovnicemi 21 respektive 23:

$$y_c(n) = c(n)y_c(n-1) - y_c(n-2) \quad (27)$$

$$y_s(n) = c(n)y_s(n-1) - y_s(n-2) \quad (28)$$

Konstantu c budeme adaptovat pomocí LMS algoritmu, který je popsán rovnicí:

$$c(n+1) = c(n) + \beta \left(-\frac{\partial e^2(n)}{\partial c} \right) \quad (29)$$

Derivaci druhé mocniny chybového signálu můžeme vyjádřit takto: [3]

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial c} = -2e(n) \frac{\partial y(n)}{\partial c} \quad (30)$$

Derivaci výstupního signálu $y(n)$ můžeme odvodit ze vztahu (20):

$$\frac{\partial y(n)}{\partial c} = w_c(n) \frac{\partial y_c(n)}{\partial c} + w_s(n) \frac{\partial y_s(n)}{\partial c} \quad (31)$$

Derivace signálů $y_c(n)$ a $y_s(n)$ bychom mohli odvodit ze vztahů (27) a (28). Došli bychom k závěru, že derivace $y_c(n)$ a $y_s(n)$ jsou generovány pomocí rekurzivních rezonátorů [3]. Jiný přístup generování derivace výstupního signálu $y(n)$ využívá konstantu $c = 2\cos(2\pi f_o/f_s)$. Signály $y_c(n)$ a $y_s(n)$ jsou harmonické:

$$y_c(n) = \cos(nk) \quad (32)$$

, kde $k = 2\pi f_o/f_s = \arccos(c/2)$. Po dosazení do (32):

$$y_c(n) = \cos[n \arccos(c/2)] \quad (33)$$

Derivace funkce:

$$\frac{\partial y_c(n)}{\partial c} = \frac{1}{2\sqrt{1-(c/2)^2}} \sin(nk) \quad (34)$$

Jak je uvedeno výše, $\sin(nk) = y_s(n)$. Vztah (34) můžeme tedy vyjádřit takto:

$$\frac{\partial y_c(n)}{\partial c} = \varepsilon y_s(n) \quad (35)$$

, kde

$$\varepsilon = \frac{1}{2\sqrt{1-(c/2)^2}}$$

Stejným způsobem můžeme odvodit derivaci signálu $y_s(n)$:

$$\frac{\partial y_s(n)}{\partial c} = -\frac{1}{2\sqrt{1-(c/2)^2}} \cos(nk) = -\varepsilon y_c(n) \quad (36)$$

Dosazením vztahů (35) a (36) do (31) s přihlédnutím k c jako proměnné dostáváme:

$$\frac{\partial y(n)}{\partial c} = \varepsilon(n)[w_c(n) \cdot y_s(n) + w_s(n) \cdot y_c(n)] \quad (37)$$

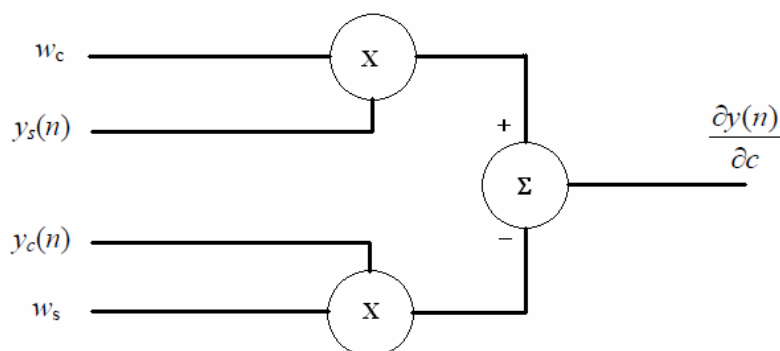
, kde

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{2\sqrt{1-(c(n)/2)^2}}$$

Takto generovaná derivace výstupního signálu $y(n)$ je výpočetně nenáročná. Jedinou problematickou částí je člen $\varepsilon(n)$. K jeho výpočtu je třeba provést odmocňování, umocňování, dělení, násobení a odčítání. Pokud by normovaná frekvence f_0 kolísala v intervalu 49-51 Hz, znamenalo by to změnu c v intervalu 1,60313 – 1,63268, což představuje změnu členu ε v intervalu 0,83625 – 1,49885. Lze experimentálně dokázat, že při takové změně můžeme členu ε přiřadit pevnou hodnotu 1 [3] a rovnice (37) se dále zjednoduší:

$$\frac{\partial y(n)}{\partial c} = w_c(n) \cdot y_s(n) + w_s(n) \cdot y_c(n) \quad (38)$$

Blokové schéma generátoru derivace signálu $y(n)$ realizujícího výpočet výrazu (38) je zobrazen na obrázku 30:



Obrázek 30. Generátor derivace signálu $y(n)$

Jako počáteční podmínky celého adaptivního systému musíme stanovit první dva vzorky signálů $y_s(n)$ a $y_c(n)$ a také hodnotu $c(n)$ pro n rovno nula. Algoritmus úzko-pásmové zádrže s číslicovými rezonátory spočívá v realizaci rekurzivních vzorců (27) a (28), jejich výstupní signály $y_c(n)$ a $y_s(n)$ jsou následně filtrovány adaptivními filtry a součet takto filtrovaných signálů tvoří výstupní signál $y(n)$, který je odečten od zarušeného vstupního signálu $d(n)$. Jako adaptačního algoritmu je stejně jako u prostého filtru využit LMS algoritmus. Kromě impulsních charakteristik je adaptována i konstanta c s využitím vztahů (29) a (38). V tabulce 3 jsou shrnuty algoritmus výsledného adaptivního systému a počáteční podmínky, které je nutno stanovit.

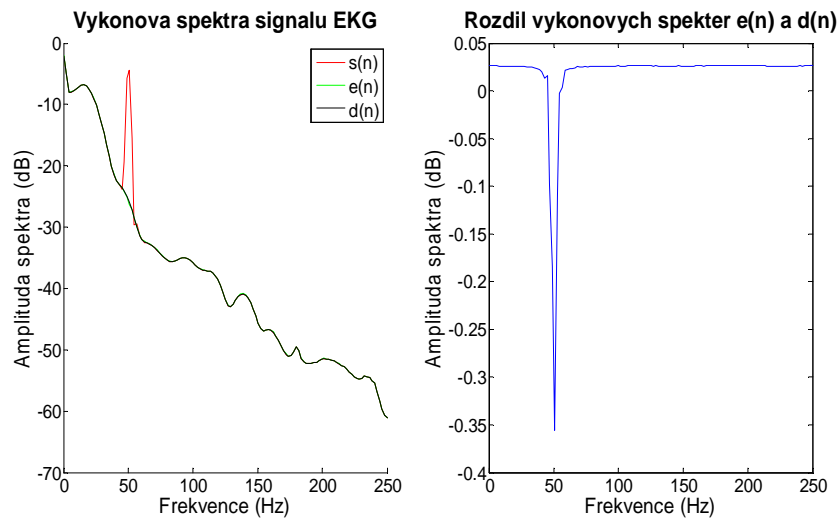
Tabulka 3: Počáteční podmínky a algoritmus úzko-pásmové a. zádrže s a. rezonátory

Počáteční podmínky	Algoritmus
$y_c(-1) = \cos(-2\pi f_o/f_s)$	$y_c(n) = c(n) y_c(n-1) - y_c(n-2)$
$y_c(-2) = \cos(-4\pi f_o/f_s)$	$y_s(n) = c(n) y_s(n-1) - y_s(n-2)$
$y_s(-1) = \sin(-2\pi f_o/f_s)$	$y(n) = w_c y_c(n) + w_s y_s(n)$
$y_s(-2) = \sin(-4\pi f_o/f_s)$	$e(n) = d(n) - y(n)$
$c(0) = 2\cos(2\pi f_o/f_s)$	$w_c(n+1) = w_c(n) + 2\mu e(n) y_c(n)$
	$w_s(n+1) = w_s(n) + 2\mu e(n) y_s(n)$
	$der(n) = w_c y_s(n) - w_s y_c(n)$
	$c(n+1) = c(n) + 2\beta e(n) der(n)$

6.2 Vlastnosti úzko-pásmové zádrže

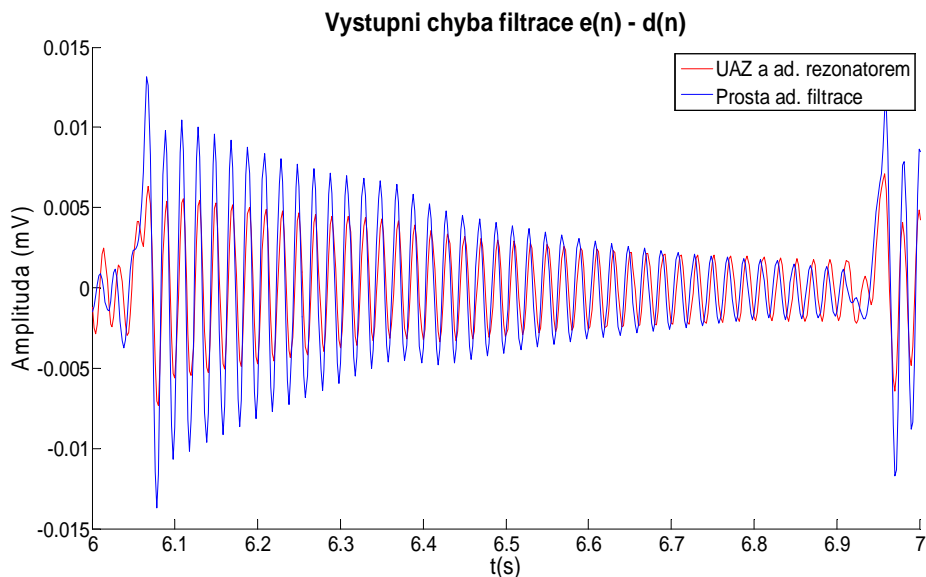
Úzko-pásmová zádrž byla testována na záznamu signálu EKG o vzorkovací frekvenci 500 Hz a délce 10 s stejně jako prostý adaptivní filtr. Adaptační konstanta β byla nastavena na hodnotu 0,0001. Délka impulsní charakteristiky byla zkrácena na jediný vzorek $N=1$. Zkrácení impulsní charakteristiky způsobí neúměrný nárůst adaptační doby filtru (viz kap. 5.3). Proto je adaptační konstanta zvolena řádově vyšší než u prostého filtru; $\mu=0,003$, což dobu ustálení zase zkrátí. Takto nastavený filtr měl dobu ustálení rovnu 1700 ms. Budeme sledovat parazitní útlum užitečné složky na 50 Hz a maximální absolutní chybu filtrace a porovnáme je s tím, co vykazoval prostý adaptivní filtr nastavený na stejnou dobu ustálení.

Na obrázku 31 vlevo jsou výkonová spektra zarušeného $s(n)$, čistého $d(n)$ a filtrovaného signálu $e(n)$, vpravo je rozdíl spekter filtrovaného a čistého signálu.



Obrázek 31. Výkonová spektra signálů a jejich rozdíl

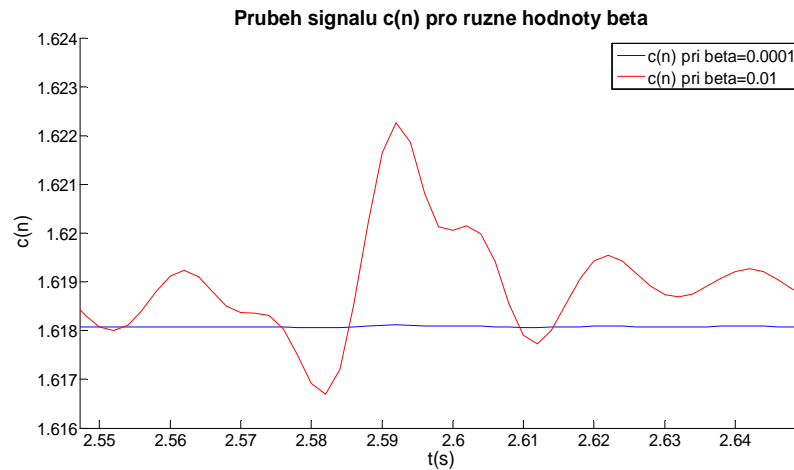
Z rozdílu výkonových spekter je patrné, že filtr vykazuje parazitní útlum na 50 Hz 0,35 dB, což představuje zlepšení oproti prostému adaptivnímu filtru, který měl parazitní útlum 1,2 dB (viz kap. 5.2). Druhým důležitým parametrem je maximální absolutní chyba filtrace. Prostý filtr měl pro dobu ustálení 1700 ms tuto chybu rovnou 27 μV . Úzko-pásmová zádrž vykazovala nižší chybu filtrace 19 μV a ukazuje se tak v obou posuzovaných parametrech jako účinnější adaptivní systém. Na obrázku 32 jsou zobrazeny krátké úseky chyby filtrace (rozdíl výstupního signálu $e(n)$ a původního nezarušeného signálu) obou systémů. Vidíme, že úzko-pásmová zádrž (červená křivka) vykazuje nižší chybu filtrace.



Obrázek 32. Chyba filtrace $e(n) - d(n)$ obou filtrů

V pokusu z předchozí kapitole byla frekvence rušení rovna počáteční frekvenci referenčního signálu, která je určena počáteční hodnotou c . V takovém případě by signál $c(n)$ měl ideálně zůstat konstantně na hodnotě nastavené v počátečních podmínkách. Jak je patrné na detailu

z průběhu signálu $c(n)$ (obrázek 33), při vysoké hodnotě β se signál $c(n)$ mírně rozkmitá v místech prudké změny signálu $e(n)$ (R vlna). Toto rozkmitání má za následek zvýšení chyby filtrace při zvyšující se β . Na dobu ustálení nemá β vliv. Nedochází totiž k adaptaci signálu $c(n)$. Ten pouze mírně osciluje kolem počáteční hodnoty.

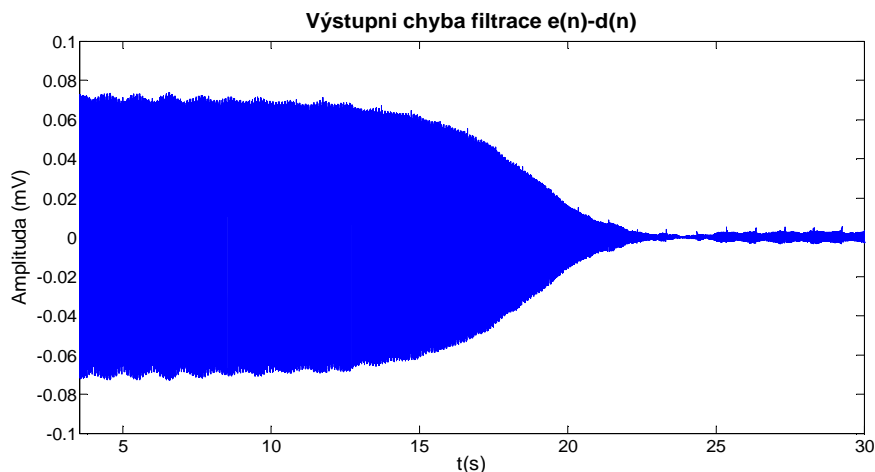


Obrázek 33. Průběh signálu $c(n)$ pro různé hodnoty β

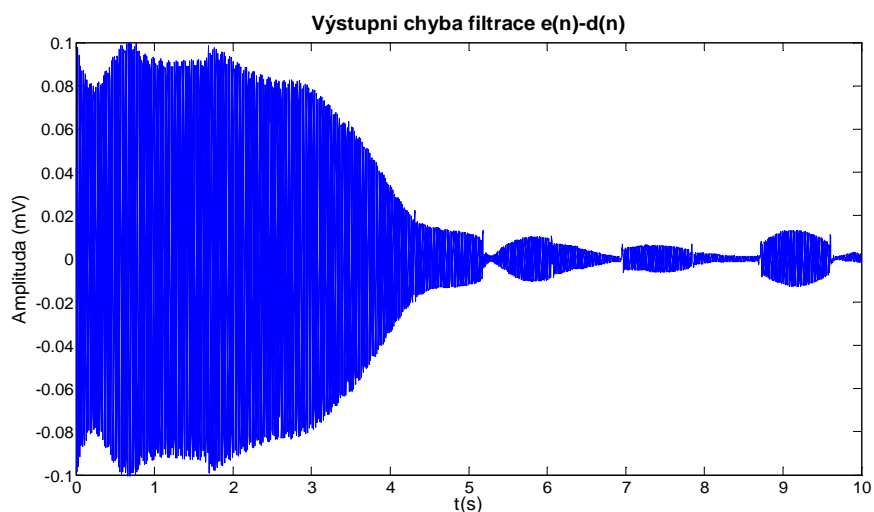
Tabulka 4: Max. absolutní chyba a doba ustálení pro různou hodnotu β při frekvenci rušení 50 Hz

β [-]	0,0001	0,001	0,004
Maximální absolutní chyba [μV]	19	26	37
Doba ustálení [ms]	1700	1700	1700

Situace se změní, pokud nastavíme frekvenci rušení odlišnou od počáteční hodnoty frekvence referenčního signálu. V dalším pokusu byla frekvence rušení nastavena na 51 Hz a počáteční hodnota frekvence referenčního signálu zůstala 50 Hz. Na obrázcích 34 a 35 jsou výstupní chyby filtrace pro různé hodnoty β .



Obrázek 34. Chyba filtrace pro $\beta=0,001$



Obrázek 35. Chyba filtrace pro $\beta=0,003$

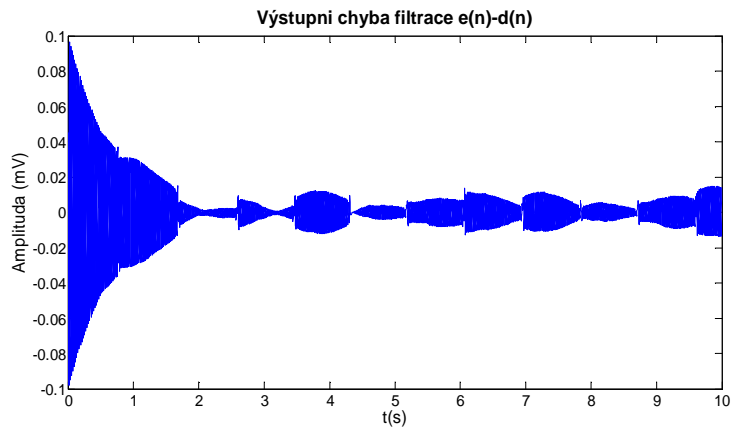
Ukazuje se, že v případě rozdílné frekvence rušení a počáteční frekvence referenčního signálu má volba adaptační konstanty β na vlastnosti filtru stejný vliv jako změna konstanty μ : s rostoucí β roste chyba filtrace a zkracuje se doba ustálení. V tabulce 5 jsou uvedeny hodnoty chyby filtrace a doby ustálení z provedeného pokusu:

Tabulka 5: Max. absolutní chyba a doba ustálení pro různou hodnotu β při frekvenci rušení 51 Hz

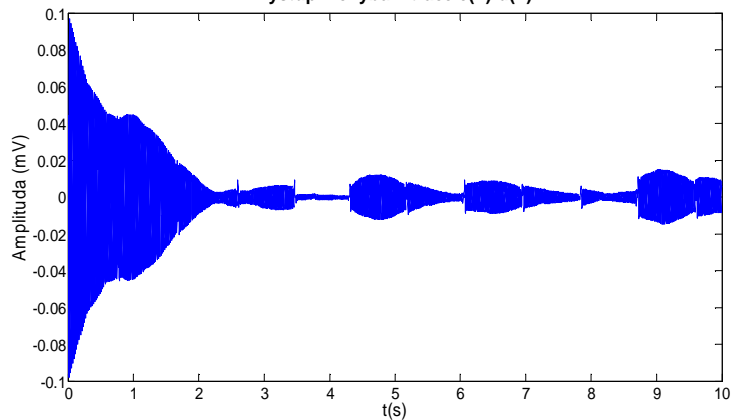
β [-]	0,001	0,003	0,008
Maximální absolutní chyba [μV]	9	26	47
Doba ustálení [ms]	25000	5188	2598

Předešlý pokus ukazuje, že adaptivní systém s adaptivním rezonátorem dokáže odstranit rušení ze signálu, i když je frekvence rušení odlišná od počáteční frekvence rezonátoru. To představuje nejdůležitější zlepšení oproti systému prosté adaptivní filtrace, u kterého při změně frekvence rušení velmi rychle narůstala chyba filtrace.

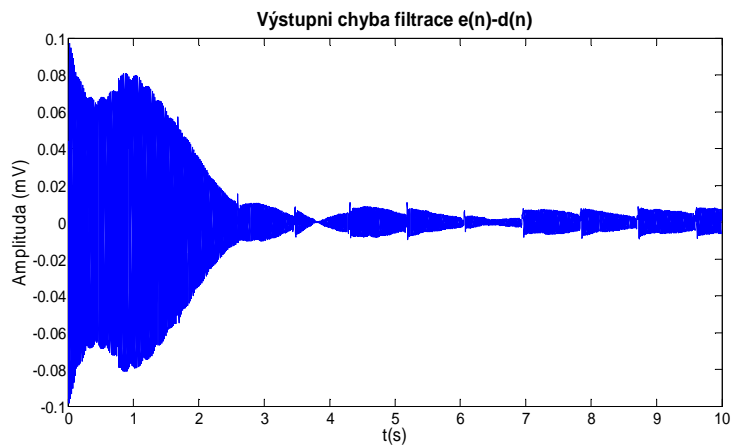
Při nízké hodnotě $\beta=0,001$ dosahuje filtr sice velké efektivity, ale doba ustálení je neúměrně velká (viz obr.26). Proto v dalším experimentu zvolíme hodnotu $\beta=0,003$. Cílem je ověřit, že při daném nastavení konstant β a μ dosáhne filtr s adaptivním rezonátorem stejné efektivity filtrace bez ohledu na hodnotu frekvence rušení. Ta bude mít vliv pouze na dobu ustálení.



Obrázek 36. Chyba filtrace při frekvenci rušení 50,1 Hz
Výstupní chyba filtrace $e(n)-d(n)$



Obrázek 37. Chyba filtrace při frekvenci rušení 50,2 Hz



Obrázek 38. Chyba filtrace při frekvenci rušení 50,5 Hz

Tabulka 6: Max. absolutní chyba pro různou hodnotu frekvence rušení

Frekvence rušení [Hz]	$f_0 = 50$	$f_0 = 50,1$ Hz	$f_0 = 50,2$ Hz
Maximální abs. chyba filtrace [μV]	27	28	30

7. Porovnání a zhodnocení filtrů

Signál, na kterých byly oba adaptivní systémy testovány, je reálný záznam EKG o délce 10 s a s vzorkovací frekvencí 500 Hz. Pro objektivní posouzení vlastností filtrů byly oba nastaveny na stejnou dobu ustálení vhodnou volbou adaptačních konstant a délky impulsní charakteristiky, jejichž hodnoty jsou uvedeny v tabulce 7. Posuzované parametry filtrace byly maximální absolutní chyba, nežádoucí potlačení užitečné složky signálu na 50 Hz a relativní chyba filtrace. V všech parametrech dosahovala úzko-pásmová zádrž s adaptivním rezonátorem lepších výsledků, jak je možno vyčíst z tabulky 7.

Tabulka 7: Srovnání efektivity filtrace obou adaptivních systémů

Doba ustálení: 1700 ms				
	Parametry filtru	Maximální absolutní chyba filtrace [μV]	Potlačení užitečné složky na 50 Hz [dB]	Relativní chyba filtrace [%]
Prostý adaptivní filtr	$\mu = 0,0001$ $N = 100$	27	1,2	2,3
Úzko-pásmová zádrž s adaptivním rezonátorem	$\mu = 0,003$ $\beta = 0,0001$ $N = 1$	19	0,35	1,6

Prostý filtr při dané době ustálení navíc nesplňoval kritérium stanovené v kapitole 4. Relativní chyba filtrace byla větší než 2%. Aby prostý filtr dosáhl požadované efektivity, museli bychom zmenšit adaptační konstantu nebo délku impulsní charakteristiky, čímž by došlo k prodloužení doby ustálení. Nicméně předností prostého adaptivního filtru i přes horší efektivity je nižší výpočetní náročnost jednoho cyklu filtrace.

Frekvence střídavého napětí v rozvodné síti může kolísat. Dle normy ČSN 33 0120 [6] je maximální přípustná výchylka rovna 1% nominální frekvence. Signál rušení tedy může nabývat frekvence od 49,5 po 50,5 Hz. Úzko-pásmová adaptivní zádrž s adaptivním rezonátorem byla zavedena jako systém schopný reagovat na změny kmitočtu rušení. Při testování schopnosti přizpůsobit se proměnné frekvenci rušení byly měly oba filtry nastavené jiné hodnoty adaptačních konstant. Ty byly zvoleny tak, aby pro frekvenci rušení 50 Hz oba systémy vyhovovaly kritériu stanovenému v kapitole 4, tedy relativní chyby filtrace maximálně 2%. Hodnoty adaptačních konstant při nichž probíhalo testování jsou uvedeny v

tabulkách 6 a 7. Frekvence rušení byla postupně zvyšována až na 50,5 Hz s cílem ověřit, zda chyba filtrace nepřekročí povolený limit.

Tabulka 8: Chyba filtrace úzko-pásmové zádrž pro různé frekvence rušení

Úzko-pásmová adaptivní zádrž s adaptivním rezonátorem		
$\mu = 0,002$; $\beta = 0,001$		
f_0 [Hz]	Maximální absolutní chyba [μ V]	Relativní chyba [%]
50	18,7	1,56
50,1	14,9	1,24
50,5	21	1,75

Tabulka 9: Chyba filtrace prostého filtru pro různé frekvence rušení

Prostý adaptivní filtr		
$\mu = 0,00005$; $N = 100$		
f_0 [Hz]	Maximální absolutní chyba [μ V]	Relativní chyba [%]
50	18,4	1,53
50,1	97,1	8,1
50,5	192,8	16,1

Prostý filtr se ukázal v tomto ohledu nevyhovující. Při $f_0 = 50$ Hz filtr dokázal odstranit brum s požadovanou efektivitou. Ale při změně f_0 o 0,1 Hz se chyba filtrace zpět násobila stanovenému kritériu již nevyhovovala. Druhý adaptivní systém měl tento nedostatek vyřešit použitím adaptivního rezonátoru ke generaci referenčního signálu. Jak je vidět v tabulce 8, filtr s adaptivním rezonátorem dokázal odstranit rušení o různé frekvenci.

Závěr

V této práci jsem navrhl adaptivní systémy využívající FIR adaptivní filtr a LMS adaptační algoritmus: prostý adaptivní filtr a úzko-pásmovou zádrž s adaptivním rezonátorem. Tyto systémy jsem realizoval v prostředí Matlab a testoval na záznamu signálu EKG, k němuž bylo uměle přičteno harmonické rušení o frekvenci 50 Hz. Cílem bylo posoudit efektivitu filtrace harmonického rušení a to i v případě, že frekvence rušení mírně kolísá okolo jmenovité frekvence 50 Hz. Dle normy ČSN 33 0120 může odchylka nabývat 1 % jmenovité frekvence.

Efektivita filtrace byla posuzována na základě maximální absolutní chyby filtrace a jejímu poměru k amplitudě signálu. Jako dostatečně efektivní byla považována filtrace, kdy tento poměr nepřesáhl 2%.

U prostého adaptivního filtru jsem nejprve zkoumal vliv změny délky impulsní charakteristiky adaptivního filtru a rychlosti konvergence adaptačního algoritmu na vlastnosti systému, konkrétně na maximální absolutní chybu filtrace a dobu ustálení. Došel jsem při tom k závěru, že požadavky na tyto dvě vlastnosti systému jsou protichůdné. Volbou délky impulsní charakteristiky adaptivního filtru a rychlosti konvergence můžeme dostat buď systém s rychlou adaptací ale velkou chybou filtrace nebo naopak.

Vhodně nastavený prostý adaptivní filtr splňoval výše zmíněné kritérium, pokud se frekvence rušení rovnala frekvenci referenčního signálu. V případě, že se tyto frekvence lišily, chyba filtrace rostla. Při frekvenci rušení 50,1 Hz filtr nedosahoval požadované efektivitu filtrace. V případech, kdy frekvence rušení není stálá, je třeba použít druhý navržený systém.

Při filtraci pomocí úzko-pásmové zádrže s adaptivním rezonátorem byla impulsní charakteristika zkrácena na jediný vzorek. Odpadla tak možnost nastavovat vlastnosti filtru volbou délky impulsní charakteristiky. Vlastnosti úzko-pásmové zádrže s adaptivním rezonátorem jsou dány adaptačními konstantami μ a β , kde β určuje rychlost adaptace frekvence rezonátoru. Princip jakým filtr ovlivňuje je stejný jako v případě μ : čím vyšší je β , tím kratší je doba ustálení za cenu vyšší chyby filtrace. Kromě adaptačních konstant je třeba definovat počáteční podmínky rezonátoru: hodnoty prvních dvou vzorků generovaného a především počáteční hodnotu $c(n)$, kterou je určena generovaná frekvence.

S úzko-pásmovou zádrže s adaptivním rezonátorem byl proveden stejný test jako s prostým filtrem. Na vstup byly přiváděny signály se stále vyšší frekvencí harmonického rušení, přičemž počáteční hodnota frekvence referenčního signálu zůstávala stejná. Ukázalo se, že tento systém dokáže na proměnnou frekvenci rušení reagovat. I při frekvenci rušení 50,5 Hz filtr dosáhl po ustálení relativní chyby filtrace nižší než 2%, čímž splňoval kritérium stanovené pro filtraci EKG signálu.

LITERATURA

- [1] JAN, J. *Číslíková filtrace, analýza a restaurace signálů*. Brno: VUTIUM, 2002. 424s
- [2] VASEGHI, S., V. *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*. John Wiley & Sons, Chichester, 2006.
- [3] PROVAZNÍK, Ivo. *Adaptive Systems in ECG Signal Processing*. Disertační práce, VUT Brno, 1996.
- [4] BIČIŠTĚ, J. *Biofyzika*, Střední průmyslová škola elektrotechnická Brno, 1996
- [5] HONZÍKOVÁ N., HONZÍK P. *Biologie člověka*. Elektronická skripta FEKT VUT v Brně, 2003.
- [6] ČSN 33 0120. *Elektrotechnické předpisy: Normalizovaná napětí*. [s.l.] : Český normalizační institut, 2001. 12 s.
- [7] HAMPTON, J. R.: *EKG stručně, jasně, přehledně*. Grada: Praha, 1996, s. 10–18.

..

SEZNAM ZKRATEK

EKG,ECG – elektrokardiogram

FIR - konečná impulsní charakteristika (finite impulse response)

LMS - Least Mean Squares

RLS - Recursive Least Squares

Seznam symbolů

$d(n)$	vstupní signál adaptačního systému
$y(n)$	výstupní signál adaptivního filtru
$ys(n)$	sinusový výstupní signál
$yc(n)$	kosinusový výstupní signál
$e(n)$	výstupní chybový signál
$x1(n)$	rušení vstupního signálu
$x2(n)$	referenční signál
$xs(n)$	referenční sinusový signál
$xc(n)$	referenční kosinusový signál
$dery(n)$	derivační signál výstupu $y(n)$
$m(n)$	chyba filtrace
$ws(n)$	koeficienty vah sinusového vstupního signálu
$wc(n)$	koeficienty vah cosinusového vstupního signálu
$c(n)$	parametr číslicového rezonátoru
μ	rychlost adaptace LMS algoritmu
β	rychlost adaptace rezonátoru
N	délka impulsní charakteristiky filtru
w	vektor vah adaptivního filtru

