

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ ÚSTAV BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION DEPARTMENT OF BIOMEDICAL ENGINEERING

PŘEDZPRACOVÁNÍ OBRAZŮ SÍTNICE

PREPROCESSING OF RETINAL IMAGES

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Bc. VLADIMÍR DOSTÁL

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR doc. Ing. RADIM KOLÁŘ, Ph.D.

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

Ústav biomedicínského inženýrství

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor Biomedicínské a ekologické inženýrství

Student:Bc. Vladimír DostálRočník:2

ID: 83838 *Akademický rok:* 2009/2010

NÁZEV TÉMATU:

Předzpracování obrazů sítnice

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s principem snímání fotografií sítnice a s vlastnostmi těchto obrazů. V projektu se zaměřte na odstranění nerovnoměrného osvětlení snímané scény v obrazech sítnice. Pro řešení využijte modely parametrických ploch, které aproximují danou nehomogenitu. Tyto modely pak použijte pro ekvalizaci osvětlrní. Realizované metody otestujte na simulovaných a reálných datech.

Práce musí obsahovat: formulaci cíle, teoretický popis metodiky řešení problému a popis praktického řešení těchto problémů, včetně výsledků a dokumentace k realizovaným programovým modulům.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] Žára, J., Beneš, B., Felkel, P.: Moderní počítačová grafika, Computer Press, Praha, 2004 [2] Nixon, M., Aguado, A.: Feature Extraction and Image Processing, Elsevier, 2005

Termín zadání: 12.10.2009

Termín odevzdání: 21.5.2010

Vedoucí práce: doc. Ing. Radim Kolář, Ph.D.

prof. Ing. Jiří Jan, CSc. Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

LICENČNÍ SMLOUVA POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

1. Pan/paní

Jméno a příjmení:	Vladimír Dostál
Bytem:	Husova 5, Mikulov, 692 01
Narozen/a (datum a místo):	28. února 1985 ve Valticích

(dále jen "autor")

2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00 jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty: prof. Ing. Jiří Jan, CSc, předseda rady oboru Biomedicínské a ekologické inženýrství (dále jen "nabyvatel")

а

Čl. 1

Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- disertační práce
 diplomová práce
- □ bakalářská práce

Název VŠKP:	Předzpracování obrazů sítnice
Vedoucí/ školitel VŠKP:	doc. Ing. Radim Kolář, Ph.D.
Ústav:	Ústav biomedicínského inženýrství
Datum obhajoby VŠKP:	7. června 2010

VŠKP odevzdal autor nabyvateli^{*}:

v tištěné formě – počet exemplářů: 2
 v elektronické formě – počet exemplářů: 2

- 2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
- 3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
- 4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická

^{*} hodící se zaškrtněte

Článek 2

Udělení licenčního oprávnění

- 1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizovaní výpisů, opisů a rozmnoženin.
- 2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
- 3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
 - ihned po uzavření této smlouvy
 - □ 1 rok po uzavření této smlouvy
 - □ 3 roky po uzavření této smlouvy
 - □ 5 let po uzavření této smlouvy
 - □ 10 let po uzavření této smlouvy (z důvodu utajení v něm obsažených informací)
- 4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

Článek 3

Závěrečná ustanovení

- 1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
- 2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
- 3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísni a za nápadně nevýhodných podmínek.
- 4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: 19. května 2010

Nabyvatel

.....

Autor

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá principem snímání fotografií fundus kamerou, jejich vlastnostmi a následným předzpracováním. Cílem předzpracování je odstranění nerovnoměrného osvětlení snímané scény v obrazech sítnice. Tato problematika byla řešena pomocí parametrických ploch. Na základě znalosti o retinálních obrazech byla vybraná ze souboru možných ploch Coonsova plocha, kterou je nerovnoměrné osvětlení aproximováno. V práci byly dále popsány metody věnující se odstranění tohoto zkreslení. S využitím parametrické plochy a příslušné metody, bylo nerovnoměrné osvětlení odstraněno. Realizované metody byly otestovány na simulovaných a reálných datech. Dosažené výsledky byly subjektivně zhodnoceny.

KLÍČOVÁ SLOVA

Fundus kamera, Bézierovy křivky, Coonsovy kubiky, Coonsovy plochy, korekce nerovnoměrného osvětlení.

ABSTRACT

This thesis deals with the principle of capturing images of the retina of fundus camera, their features and then preprocessing. The aim of preprocessing is the correction of non-illumination in images of the retina. The model of non-illumination is obtained by using parametric surfaces. Coons surface was selected from a set of surfaces based on the knowledge of retinal images. This has been approximated by a non-uniform illumination. Then the thesis concentrates on describing the methods involving shading corrections. Compensation of non-uniform illumination is based on the use of parametric surface and selected methods for shading correction. The methods presented in the last chapter were tested on simulated and real data. The results were evaluated subjectively.

KEYWORDS

Fundus camera, Bézier curves, Coons cubic, Coons surface, shading correction.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

DOSTÁL, V. *Předzpracování obrazů sítnice*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010. 60 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Radim Kolář, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Předzpracování obrazů sítnice jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 20. května 2010

podpis autora

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Radimu Kolářovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne 20. května 2010

podpis autora

OBSAH

1 Úvod	9
2 Anatomie oka	
2.1 Stavba oka	
2.2 Vady oka	
2.2.1 Glaukom	
3 Vyšetření očního pozadí	
3.1 Fundus kamera	
4 Předzpracování obrazu	
4.1 Model RGB	
4.2 Vlastnosti retinálních snímků	
5 Odstranění nerovnoměrného osvětlení	
5.1 Úvod	
5.2 Korekce nerovnoměrného osvětlení	
5.2.1 Aposteriorní odhad	
5.2.1.1 Lineární filtrace	
5.2.1.2 Homomorfická filtrace	
5.2.1.3 Morfologická filtrace	
5.2.1.4 Použití aritmetických operací:	
5.2.2 Apriorní odhad	
6 Křivky a plochy	
6.1 Úvod	
6.2 Základní princip	
6 3 Aproximační křivky	
6 3 1 Bézierovy křivky	
6 3 2 Coonsovy kubiky	
6.4 Aproximační plochy	
6.4.1 Bézierova bikubická plocha	
6 4.2 B-spline plochy	
6 4 3 Bikubické B-spline plochy	
6 5 Algoritmus pro odhad osvětlení	
6 6 Pseudo-kód algoritmu plocha	
7 Experimentální část	
7.1 Vnímání kontrastu	
7.2 Odhad plochy	
7.3 Korekce na simulovaných obrazech	
7.3.1 Aditivní model	
7.3.2 Multiplikativní model	
7 4 Korekce na reálných obrazech	
7 4 1 Aditivní model	
7 4 2 Multiplikativní model	
7 5 Korekce RGB obrazů	
8 Závěr	
9 Seznam zkratek	
10 Použitá literatura	
Příloha 1	53

Seznam obrázků

Obr. 1: Anatomie oka.	. 11
Obr. 2: Karlštejn pohledem zdravého člověka (a) a pohledem oka s glaukomem (b)	. 12
Obr. 3: Ukázka non-mydriatické fundus kamery.	. 13
Obr. 4: Optická část fundus kamery.	. 14
Obr. 5: Detailní část optické cesty mezi objektivem a okem	. 15
Obr. 6: Schéma fundus kamery.	. 16
Obr. 7: RGB obraz oka.	. 17
Obr. 8: Geometrická reprezentace prostoru RGB.	. 18
Obr. 9: RGB obrázek (a), R složka obrázku (b), G složka obrázku (c), B složka obrázku (d)	.19
Obr. 10: Model mikroskopu a kamerového systému pro vytváření digitálních fotografií	. 20
Obr. 11: Vliv NO na šedotónový obraz a kvadratické povrchy představující NO	. 21
Obr. 12: Minimální a maximální filtry se vstupním oknem $(J = 5, K = 3)$. 23
Obr. 13: Coonsova kubika	. 28
Obr. 14: Srovnání Bézierovy kubiky s Coonsovou kubikou	. 29
Obr. 15: Coonsův kubický B-spline	. 29
Obr. 16: Trojnásobný bod.	. 29
Obr. 17: Ukázka Coonsova plátu	. 32
Obr. 18: Coonsova plocha v prostoru	. 32
Obr. 19: Řídící body při spojení 4 plátů ($m = 2, n = 2$)	. 33
Obr. 20: R-složka oka (a), maska oka (b)	. 34
Obr. 21: Ukázka (a) R složka oblasti optického disku, (b) aproximovaná plocha	. 35
Obr. 22: Ukázka (a) G složka oblasti optického disku, (b) aproximovaná plocha	. 35
Obr. 23: Ukázka (a) G složka celého oka, (b) aproximovaná plocha	. 36
Obr. 24: Ukázka (a) kruhové osvětlení, (b) simulovaný obraz s kruhovým osvětlením	. 38
Obr. 25: Ukázka (a) vzrůstající osvětlení, (b) simulovaný obraz se vzrůstajícím osvětlením	. 38
Obr. 26: Jev kontrastu - kruh.	. 39
Obr. 27: Jev kontrastu - elipsy.	. 39
Obr. 28: Ukázka (a) simulovaný obraz - kruhové osvětlení, (b) stejný obraz po korekci	. 41
Obr. 29: Ukázka (a) simulovaný obraz - vzrůstající osvětlení, (b) stejný obraz po korekci	. 41
Obr. 30: Ukázka (a) simulovaný obraz - kruhové osvětlení, (b) stejný obraz po korekci	. 42
Obr. 31: Ukázka (a) simulovaný obraz - vzrůstající osvětlení, (b)stejný obraz po korekci	. 42
Obr. 32: Ukázka (a) G složka oka před korekcí, (b) G složka oka po korekci	. 43
Obr. 33: Ukázka (a) G složka oka před korekcí, (b) G složka oka po korekci	. 44
Obr. 34: Ukázka (a) G složka oka před korekcí, (b) G složka oka po korekci	. 44
Obr. 35: Ukázka (a) G složka oka před korekcí, (b) G složka oka po korekci	. 45
Obr. 36: Průběh jasových hodnot (a) G složky před a (b) po kompenzaci	. 45
Obr. 37: Ukázka jednotlivých složek R (a), G (b), B (c)	. 46
Obr. 38: Ukázka jednotlivých složek R (a), G (b), B (c) po korekci	. 46
Obr. 39: Ukázka RGB oka (a), korekce ve všech složkách (b)	. 47
Obr. 40: Ukázka RGB obrazů, korekce jen v jedné složce (a) v R složce, (b) v G složce, (c))
v B složce	. 47
Obr. 41: Ukázka RGB obrazů, kombinace složek po korekci, (a) korekce v G a B složce, (b)
korekce v R a B složce, (c) korekce v R a G složce	. 47
Obr. 42: Ukázka RGB obrazů, korekce ve vybraných složkách, (a) RGB obraz bez korekce	,
(b) korekce ve všech složkách, (c) korekce v R a G složce	. 48

1 Úvod

Jedním z významných diagnostických vyšetření očního pozadí je vyšetření sítnice pomocí fundus kamery (FK). Tyto kamery nacházejí uplatnění při diagnostice řady onemocnění, například glaukomu, diabetes, degenerace sítnice a dalších. Jejich výhoda spočívá v možnosti archivace pořízených snímků, sledování progrese onemocnění a možnosti následného počítačového zpracování.

Téměř nikdy se ale nepodaří pořídit kvalitní obraz bez šumu, bez jakéhokoliv rušení, za optimálních světelných podmínek a dalších možných vlivů. Proto je u těchto snímků nezbytnou operací právě předzpracování obrazu. Cílem předzpracování byla v této práci snaha odstranit zkreslení v podobě nerovnoměrného osvětlení (NO) snímku.

Aby bylo možné toto zkreslení kompenzovat, bylo nutné získat odhad o NO obrazu. Za tímto účelem byla z množství parametrických ploch vybrána Coonsova plocha. Pomocí této plochy bylo NO aproximováno.

Dalším bodem práce bylo samotné odstranění NO. Z celé řady existujících metod zabývajících se korekcí tohoto zkreslení, byly vybrány dvě metody. S využitím odhadu NO a zvolených metod bylo toto zkreslení snímané scény odstraněno. Uvedené postupy byly otestovány na simulovaných i reálných datech.

2 Anatomie oka

2.1 Stavba oka

Vlastním zrakovým orgánem je **oční koule**. Je uložena v očnici, v tukové tkáni a její pohyb umožňují **okohybné svaly**. Jedná o šest příčně pruhovaných svalů, které jsou ovládatelné vůlí. Čtyři z těchto svalů jsou přímé a dva šikmé. Pohyby očí musí být velmi přesné, proto svaly působí vzájemně antagonisticky. Při poruše některého z nich, případně při poruše jeho inervace, dochází k šilhání (strabismus).

Oční koule se skládá ze tří vrstev. **Povrchová vrstva** je tvořená bělimou a rohovkou. **Střední vrstvu** tvoří cévnatka, řasnaté těleso a duhovka. **Vnitřní vrstvou** je světločivá sítnice.

Bělima (*sclera*) je tuhá vazivová blána bílé barvy, která dosahuje tloušťky 0,3 až 1 mm. Tvoří asi čtyři pětiny povrchu oční koule. Upínají se na ni okohybné svaly. Bělima udržuje tvar bulbu a poskytuje mu mechanickou ochranu. Její zadní částí prostupuje zrakový nerv, který vede generované vzruchy do vyšších částí mozku. Zbývající pětina povrchu oční koule přechází v přední části v průhlednou rohovku (cornea), která je ve směru svislém vyklenutější než bělima. [1]

Rohovka (*cornea*) tvoří tenký průhledný vnější kryt oka. Je velmi důležitým světlolomným prvkem. Její optická mohutnost tvoří asi 2/3 celkové optické mohutnosti oka, tedy podstatně více, než samotná oční čočka. Ve své střední části je tloušťka rohovky asi 0,5 mm. Při okrajích, kde rohovka přechází v bělimu, dosahuje tloušťky až 1 mm. Vnější část rohovky neustále omývají slzy. Slzy secernované slznými žlázami, chrání rohovku proti nečistotám, mikroorganismům a zajišťují její průhlednost. Bělima spolu s rohovkou tvoří vnější vrstvu stěny oční koule. [2] [3]

Zadní dvě třetiny oční koule vystýlá **cévnatka** (*chloridea*). Vedle množství cév obsahuje buňky s hnědým pigmentem, proto vykazuje červenohnědou barvu. Tyto pigmentové buňky spolu s pigmentovým epitelem sítnice vytvářejí černou komoru, tím je uvnitř oka zamezeno odrazům světla. Kapiláry cévnatky zajišťují výživu optické části sítnice. Směrem dopředu vybíhá v kruhovité **řasnaté těleso** (*corpus ciliaris*). Název získalo podle četných výběžků, na nichž zavěšena čočka. Z krve protékající kapilárami řasnatého tělesa se tvoří komorová voda. Řasnaté těleso kromě těchto funkcí obsahuje i hladké svalstvo, které svými stahy mění zakřivení čočky. [1]

Kruhovitá clona, **duhovka** (*iris*), se nachází před řasnatým tělesem. Uprostřed má kruhový otvor – **zřítelnici** neboli zornici (*pupilu*). Barva duhovky je určená množstvím obsažených pigmentových buněk zabraňujících vstupu světla do oka mimo zornici. Duhovka je u každého člověka jiná, lze podle ní člověka jednoznačně identifikovat. Zornice se rozšiřuje nebo zužuje a tím reguluje množství světla vstupujícího do oka. Rozšiřování a zužování mají na svědomí paprsčitě a kruhovitě uspořádané hladké svaly v duhovce. [1], [2]

Čočka (*lens crystallina*) je asi 4mm silná, dvojvypuklá. Čočku tvoří čočková vlákna. Její struktura je vaskulární (bezcévná). Index lomu čočky je větší než u rohovky (1,44-1,55). Její lámavost uvnitř oka je však menší, neboť je obklopena nitrooční tekutinou a rozdíl indexů lomů se tak snižuje oproti rozhraní rohovka/vzduch. Tah vláken řasnatého tělesa způsobuje zplošťování čočky, jejich ochabnutím se čočka vyklenuje (akomodace). Akomodace čočky umožňuje ostré vidění předmětů ve vzdálenosti menší než 5m. Prostor mezi rohovkou a čočkou je rozdělen duhovkou na dvě části: **přední a zadní komoru oční**. Tyto části jsou vyplněné komorovou vodou. Prostor mezi čočkou a sítnicí je vyplněn vodnatým, rosolovitým sklivcem. Jeho zásluhou má oko pevnou a pružnou konzistenci. Stejně jako čočka je sklivec bezcévný.



Obr. 1: Anatomie oka. [4]

Sítnice (*retina*) vystýlá vnitřní povrch cévnatky. Je to vrstva silná 0,2 až 0,4 mm. Sítnici tvoří čtyři vrstvy buněk. Vnitřní vrstva přiléhající k cévnatce (tedy vrstva nejhlouběji v oku, nejdále od čočky) je vrstva pigmentu. Pod ní se nacházejí samotné smyslové buňky sítnice, tyčinky a čípky.

Tyčinky jsou citlivé na světlo nízké intenzity. Nezaznamenávají však barvu. Tu naopak rozeznávají **čípky**. V sítnici se vyskytují tři různé druhy čípků. Každý z nich je specializovaný na jednu barvu: červenou, zelenou a modrou. Čípky rovněž indikují jas obrazu. Výběžky tyčinek a čípků převádějí jejich vzruchy na čtvrtou vrstvu, nervové buňky. Jejich výběžky (neurity) vystupují z oka ve zrakovém nervu a vedou informaci do zrakového centra v mozku. Vrstvami buněk nad fotoreceptory musí proniknout foton nesoucí obrazovou informaci, aby dopadl na fotosenzitivní disky tyčinek a čípků.

Sítnice obsahuje i místo zvané **slepá skvrna**. Jedná se o oblast, kde z oka vystupuje zrakový nerv. V této oblasti nejsou obsaženy ani tyčinky ani čípky. Oči slepou skvrnu překrývají svými zornými poli, proto ji člověk nevnímá. Naopak ve vzdálenosti asi 4 mm zevně od slepé skvrny se nalézá místo sítnice s největší koncentrací čípků, tzv. **žlutá skvrna** (*macula*). Jedná se o místo nejostřejšího vidění. Během procesu zobrazování cílového objektu na sítnici je snahou optické soustavy oka soustředit sbíhající se paprsky právě sem.

Zrakový nerv (*nervus opticus*), některé zdroje uvádějí optický nerv, zajišťuje přenos informací mezi sítnicí a zrakovým centrem v centrální nervové soustavě. Hustota spojení je taková, že každou buňku sítnice spojuje s centrem zraku v mozkové kůře nervové vlákno. Za okem se všechna nervová vlákna ze sítnice spojují a vytvářejí zrakový nerv. [1]

2.2 Vady oka

Poruch či onemocnění zrakového ústrojí je celá řada. Jako ilustrační příklad je zde uvedeno onemocnění glaukomem. U glaukomu pomalu odumírají nervové buňky sítnice a její vlákna. To v konečném důsledku vede k přerušení spojení mezi okem a mozkem. Existuje řada metod, které se zabývají detekcí ztráty nervových vláken na sítnici nebo hodnotí rozsah postižení. Než jsou však tyto metody použity, je vhodné nejprve obraz předzpracovat, aby z něj bylo odstraněno nežádoucí zkreslení vznikající při jeho pořízení. Správné předzpracování obrazu je tedy prvním důležitým krokem.

2.2.1 Glaukom

Glaukom neboli zelený zákal je onemocnění, při kterém dochází k degeneraci a odumírání zrakového nervu. Protože zrakový nerv v sobě vede veškeré informace o obrazech, které dopadají do lidského oka, jeho poškození má za následek částečnou nebo úplnou ztrátu zraku.

Hlavní příčinou zeleného zákalu a degenerace zrakového nervu je zvýšený nitrooční tlak. Pokud se v oku nahromadí příliš velké množství nitrooční tekutiny, která nemůže odtékat, začíná tato tekutina utiskovat citlivé oční struktury, především zrakový nerv. Ten může po určité době i zcela odumřít.

Zákeřnost zeleného zákalu spočívá v tom, že zpočátku o něm nemocný člověk vůbec neví. Zvýšený nitrooční tlak totiž nepůsobí žádnou bolest ani jiné obtíže. Pokud není pacient vyšetřen lékařem, může si svého onemocnění všimnout až ve chvíli, kdy již přichází o zrak. [5]



(a) (b) Obr. 2: Karlštejn pohledem zdravého člověka (a) a pohledem oka s glaukomem (b). [5]

3 Vyšetření očního pozadí

V současné době se pro vyšetření očního pozadí – fundus (tím je myšlena sítnice s významnými objekty – slepá skvrna, žlutá skvrna, cévní systém, nervová vlákna a také patologické nálezy), kromě klasického oftalmoskopu, používá v řadě případu tzv. digitální "fundus" kamera (FK). V některých literárních zdrojích i v praxi se také označuje jako retinální, resp. sítnicová kamera. Kamery nachází uplatnění při diagnostice řady onemocnění, například glaukomu, diabetes, degenerace sítnice a dalších.

Jedná se o retinální kamery, jejichž optický systém umožňuje korigovat i vysoké hodnoty refrakčních vad oka. Dále obsahují světelný zdroj bílého světla, kterým lze osvítit sítnici a CCD prvek, pomocí kterého je obraz sítnice zaznamenán. Velkou výhodou je možnost archivace snímků, porovnávání několika snímků v čase (sledování progrese onemocnění) a možnost jejich počítačového zpracování. Tento přístroj se dnes vyrábí většinou v digitální formě, v které plně nahrazuje oftalmoskop. [6]



Obr. 3: Ukázka non-mydriatické fundus kamery. [7]

3.1 Fundus kamera

FK se skládá ze dvou hlavních částí: mechanické a optické. Mechanická část slouží pro fixaci pacienta, který se posadí do křesla, aby se mohl pohodlně opřít hlavou do čelní a bradové opěrky. Jakýkoliv drobný pohyb totiž znesnadňuje zaostření snímku a jeho stabilizaci. Dále je třeba vycentrovat záměrný kříž do sledované oblasti a zaostřit snímek. Správné zaostření snímků je dosaženo pomocí jemných pohybů ramene kamery ovládané joystickem. Vhodnou kombinací pohybů je zaměřena požadovaná oblast, která je již předurčena cílenou fixací pacienta.

Optický systém FK obsahuje dva zdroje osvětlení. Zdroj osvětlení pro zobrazení sítnice a výbojku sloužící jako blesk fotoaparátu. Aby bylo možné pořídit snímek sítnice, je potřeba mít k dispozici vhodný zdroj osvětlení. Volba zdroje osvětlení dříve nebyla snadná, protože průměrná sítnice odráží zpět pouze 10 % světla. [8]

Kvůli tomuto jevu se dlouho hledal vhodný zdroj osvětlení. Tuto funkci nejlépe splňují výbojové trubice plněné inertním plynem (xenon, krypton). Životnost těchto výbojek je poměrně dlouhá. Průměrná výbojka vyprodukuje až 10 000 fotografií před jejím nahrazením. [8], [9]

Zobrazení sítnice vyžaduje soustavný zdroj světla, které lze upravit podle pacienta na úroveň tak, aby bylo možné rozlišit jemné detaily sítnice. Současně intenzita tohoto osvětlení by neměla mít vliv na výslednou fotografii. Obvykle se využívá wolframové žárovky. Tento typ kamery se označuje jako mydriatická FK. Pro rozšíření zornice se používají farmakologické prostředky.

V některých typech FK se místo žárovky využívá infračervené světlo, které nestimuluje sítnici. Tyto typy se označují v anglické literatuře jako non-mydriatic fundus camera. FK, u kterých se pro rozšíření zornice nepoužívá farmakologických přípravků. V takovém systému se využívá přirozené roztažení zornice v tmavé místnosti. Infračervené světlo dopadá na sítnici a odraz od sítnice je zachycen kamerou, která převádí informace z infračerveného spektra do viditelného obrazu. Jakmile byla sítnice zaměřena pomocí ozáření z výbojky, je pořízen obraz z odraženého světla dříve, než se zornice stáhne. Pří této metodě dochází k malé míře selhání (rozmazání snímku při fotografování). [9]



Obr. 4: Optická část fundus kamery. [10]

Oba zdroje osvětlení sdílejí stejnou optickou cestu oddělenou polopropustným zrcadlem. Osvětlovací paprsky jsou omezeny vstupní prstencovou clonou. Paprsky jsou dále fokusovány v rovině pacientovi zornice pomocí kondenzační čočky, která je v přístroji umístěna. Viz. Obr. 4. [10]

Osvětlovací paprsky se po dopadu na sítnici odrážejí a jako zobrazovací paprsky postupují opačným směrem z oka ven, středem koblihovitého tvaru (z anglického doughnut beams) osvětlovací složky do objektivu. Znázorněno na Obr. 5.



Obr. 5: Detailní část optické cesty mezi objektivem a okem. [10]

Na Obr. 6 je znázorněno principiální schéma fundus kamery. Celý princip zobrazení FK vychází v podstatě z metody nepřímé oftalmoskopie. Fundus je tedy třeba osvítit paprsky ze zdroje bílého světla. Světlo ze zdroje, z výbojky, tedy projde polopropustným zrcadlem a prochází soustavou šikmých zrcadel a optických členů, které paprsky soustředí na zrcadlovou plochu aperturního charakteru s centrálním otvorem (z anglického. holed mirror). Tyto paprsky však musí dopadat mimo tento otvor, který slouží až pro zpětný průchod paprsků přicházejících z vyšetřovaného oka.

Na reflexní ploše se tedy paprsky odrážejí a přes čočku objektivu opouštějí přístroj v podobě tzv. doughnut beams (iluminační paprsky v podobě jakési koblihy). Blízko objektivu se nachází vyšetřované oko, kam dále paprsky pokračují.

Aby paprsky dopadly na sítnici, musí projít všemi optickými prostředími daného oka. Ty ovlivní jejich chod v závislosti na lomivosti těchto médií. Tento jev je nutné vykompenzovat. Proto jsou do průběhu pozorovací optiky zařazeny takové optické členy, které celkový refrakční stav vyšetřovaného oka včetně astigmatických hodnot korigují. U nejmodernějších FK stačí zapsat dioptrické hodnoty do anamnézního formuláře v software.

Osvětlovací paprsky se po dopadu na sítnici odrážejí a jako zobrazovací paprsky postupují opačným směrem z oka ven středem koblihovitého tvaru (doughnut beams) osvětlovací složky do objektivu. Dále pak pokračují opět na aperturní reflexní plochu (holed mirror), jejímž středovým otvorem procházejí. Přes soustavu kondenzačních a korekčních

členů vstupují do okuláru nebo jsou přivedeny na detektor a pomocí něj převedeny na elektrický signál a dále zpracovávány na výsledný obraz.

Výsledkem je vzpřímený a několikrát zvětšený obraz očního pozadí. Zvětšení se odvíjí od jednoho velice důležitého faktoru, jímž je rozsah zorného vyšetřovaného pole. Ten se pohybuje u jednotlivých modelů, či podle požadovaného nastavení, v rozmezí 15° při současném zvětšení pětkrát až 140° , kdy je obraz poloviční. Nejběžnější je však zvětšení dvaapůlkrát, kdy přístroj zobrazuje zorné pole o rozsahu $30 - 50^{\circ}$.

Pokud je třeba zvýraznit pouze některé struktury, lze předřadit do chodu světelných paprsků barevné filtry. Jedná se o červený (640 nm), zelený (540 nm) a modrý filtr (450 nm). Některé přístroje rozšiřují nabídku ještě např. o filtr žlutý (560 nm), nebo kombinaci zeleného a modrého (490 nm). Např. červený filtr zvýší kontrast retinálních arterií oproti pozadí. Běžně se však používá bílé světlo bez filtrů. Moderní zařízení tohoto typu lze snadno propojit s počítačem vybaveným odpovídajícím softwarem pro zpracování získaného obrazu. [8], [9], [10]



Obr. 6: Schéma fundus kamery. [8]

4 Předzpracování obrazu

Po úspěšném získání obrazu sítnice pomocí FK je k dispozici digitální RGB obraz pozorované scény. Cílem předzpracování je snaha potlačit šum a zkreslení vzniklé způsobem snímání nebo nevhodnými podmínkami při jeho průběhu. Cílem předzpracování může být také zvýraznění určitých rysů obrazu podstatných pro další zpracování.

Základní metody předzpracování obrazu jsou: jasové transformace, geometrické transformace a filtrace a ostření.

Na pořízených retinálních snímcích je patrné, že obraz není osvětlen rovnoměrně. Obr. 7. V obraze vzniká nehomogenní osvětlení, které se projeví přesvětlením především v oblasti slepé skvrny (optického disku) a nedostatkem jasu na okraji obrazu. K tomuto jevu dochází v důsledku různé odrazivosti sítnice a způsobem snímání obrazu pomocí FK.



Obr. 7: RGB obraz oka.

V této práci bude cílem předzpracování odstranění nerovnoměrného osvětlení obrazu (NO)^{I.}. Míra tohoto NO je odhadnuta pomocí Coonsovy plochy a s využitím příslušné filtrace kompenzována.

^{I.} z anglického shading

4.1 Model RGB

Tento popis barev je využíván v zobrazovacích zařízeních, kdy jeden viditelný bod (pixel) je tvořen pomocí tří barevných složek Red, Green a Blue (červená, zelená a modrá). Jejich sloučením vzniká jediná barva. Barvy lze vyjádřit trojicí (barevným vektorem), jejíž složky nabývají hodnot z intervalu <0,1>. Bývají uváděny i v celočíselném rozsahu 0 - 255, což odpovídá kódování každé ze složek RGB v jednom bytu. Hodnota 0 udává, že složka není zastoupena, maximální hodnota indikuje, že složka nabývá své největší intenzity.

Složením červené, zelené a modré barvy zobrazené v plné intenzitě, tedy pro hodnoty [1,1,1], je výsledkem barva bílá. V opačném případě, tedy pro hodnoty [0,0,0], barva černá. Barva je vyjádřena v barevném RGB prostoru. Základní vlastností je součtové, aditivní skládání barev. Čím více barev je složeno (sečteno), tím světlejší je výsledek.

Barevný rozsah lze v prostoru RGB zobrazit prostorově jako jednotkovou krychli umístěnou v osách označených r, g, b. Obr. 8. Počátek souřadnic odpovídá černé barvě, vrchol o souřadnicích [1,1,1] barvě bíle. Vrcholy krychle ležící na osách představují základní barvy. Zbývající vrcholy reprezentují barvy doplňkové. Odstíny šedi odpovídají bodům na diagonále krychle spojující černý a bílý vrchol.



Obr. 8: Geometrická reprezentace prostoru RGB. [11]

Má-li být RGB obraz převeden na šedotónový, nelze jeho barvy nahradit prostým průměrem z jednotlivých složek R, G, B. Lidské oko totiž vnímá intenzitu jednotlivých barevných složek různým způsobem. Nejcitlivější je na zelenožlutou. Pro výpočet jasu šedotónového obrazu se používá empirický vztah. [11], [12], [13]

$$I = 0.299R + 0.587G + 0.114B \tag{1}$$

4.2 Vlastnosti retinálních snímků

Na Obr. 9 je uveden vstupní RGB obrázek a jeho jednotlivé RGB složky. Po prohlédnutí jednotlivých složek u více obrazů, bylo uděláno subjektivní zhodnocení. Jako nejvhodnější pro korekci NO, případně pro další využití již předzpracovaného obrazu, se jeví G složka.

R složka bývá velmi často přeexponována a vlivem vysokých hodnot jasu dochází ke snížení vjemu kontrastu. Cévy a významné objekty jako slepá či žlutá skvrna se ztrácí vlivem přesvětlení. B složka má také velmi špatné kontrastní rozlišení a rozsah změn jasů (jejich dynamika) je zde také velmi malý. U většiny testovaných obrazů byla B složka téměř černá. Nejlepší kontrastní rozlišení má tedy G složka.



Obr. 9: RGB obrázek (a), R složka obrázku (b), G složka obrázku (c), B složka obrázku (d).

d)

c)

5 Odstranění nerovnoměrného osvětlení

5.1 Úvod

Při vytváření obrazů, které vznikají interakcí mezi pozorovaným objektem ve scéně, osvětlením a kamerou, dochází k situaci, kdy se v obraze významně projevuje NO. Toto zkreslení se může projevit tím, že obraz je jasnější ve svém středu a směrem ke krajům snímku se hodnoty jasu snižují. V jiném případě může být snímek tmavší na jedné straně a na straně druhé naopak světlejší.

Zkreslení může být způsobeno NO ze zdroje, citlivostí snímacího zařízení (kamery), různou odrazivostí plochy, či špínou nebo prachem na povrchu čočky snímacího systému. Většinou je toto NO nežádoucí a jeho eliminace je nutná pro následné zpracování obrazu. Především je-li třeba kvantitativně měřit snímanou scénu. [14], [15]

Ilustrační příklad takového systému je uveden na Obr. 10, kde je znázorněn proces digitalizace preparátů pozorovaných mikroskopem.



Obr. 10: Model mikroskopu a kamerového systému pro vytváření digitálních fotografií.

Kde $I_{ill}(x,y)$ představuje osvětlení objektů (biologických preparátů), a(x,y) je biologický preparát a b(x, y) je obraz vzniklý interakcí mezi osvětlením a objektem.

$$b(x, y) = I_{ill} * a(x, y)$$
 (2)

Výsledné osvětlení $I_{ill}(x,y)$, které interaguje se snímanou scénou a(x,y), má multiplikativní charakter. Pro různé zobrazovací postupy je objekt a(x,y) vyjádřen jako:

$$a(x, y) = \begin{pmatrix} r(x, y) \\ 10^{-OD(x, y)} \\ c(x, y) \end{cases}$$
(3)

kde v (x,y) souřadnicích, r(x,y) představuje odrazivost povrchu objektu, OD(x,y) reprezentuje optickou hustotu (model absorpce objektu) a c(x,y) je přímo úměrná koncentraci fluorescenčního materiálu.

Kamera dále přispívá svým ziskem a offsetem.

$$c[m,n] = zisk[m,n] * I_{ill}[m,n] * a[m,n] + offset[m,n]$$

$$\tag{4}$$

V rovnici (4) c[m,n] představuje výsledný obraz.



Obr. 11: Vliv NO na šedotónový obraz a kvadratické povrchy představující NO. [14]

5.2 Korekce nerovnoměrného osvětlení

Lze rozlišit dva případy odhadu měřeného snímku a(x,y), který není zatížený interakcí s nerovnoměrným osvětlením. Apriorní a aposteriorní odhad. U aposteriorního odhadu je k dispozici pouze jeden snímek. Apriorní odhad značí, že je k dispozici snímků několik a je proto možné využít již existující znalosti a předpoklady. U obou možností je třeba odhadnout podmínky vzniku a charakter NO a to kompenzovat.

5.2.1 Aposteriorní odhad

V tomto případě je nutné získat odhad o osvětlení z jediného obrazu c[m,n]. Tato situace vzniká, jestliže je k dispozici jen pořízený snímek obsahující příslušný objekt, ale není možnost využít snímací zařízení (kameru) k získání kalibračních snímků. Nejběžnější možnosti korekce jsou lineární, homomorfická a morfologická filtrace, případně využití vhodných aritmetických operací.

5.2.1.1 Lineární filtrace

Tato filtrace využívá lineárního filtru typu dolní propust (DP). Je nutné odhadnout velikost zájmové oblasti, která má být filtrována v obraze c[m,n]. Velikost masky by měla být srovnatelná s velikostí objektů v obraze. Pokud by objekt v obraze nabýval rozměrů přibližně 25% z velikosti obrazu, měla by maska filtru být vždy o něco větší. Po filtraci DP byl získán odhad pozadí obrazu. Odečtením tohoto odhadu od originálního obrazu c[m,n] bude získán odhad obrazu a_0 , který odpovídá (měřenému) obrazu a, který není zatížen chybou vzniklou interakcí s osvětlením. Výsledkem je však pouze odhad a_0 . Rovnice (5) popisující filtraci:

$$a_{o}[m,n] = c[m,n] - DP\{c[m,n]\} + k$$
(5)

kde a_o je odhad obrazu, DP je filtr typu dolní propusť a k je konstanta. Často se k filtraci používá Gaussův filtr.

5.2.1.2 Homomorfická filtrace

Předpokladem pro tuto filtraci je, že v rovnici (4) *offset*[m,n] = 0, výsledný obraz c[m,n] se skládá výhradně ze součinových výrazů. Dále výraz {*zisk* [m,n] • I_{ill} [m,n]} je pomalu proměnlivý, zatímco a[m,n] pravděpodobně není, změny zde budou výraznější. Po zlogaritmování rovnice (6) byly získány dva výrazy, z nichž jeden obsahuje nízké frekvence (pomalu měnící se) a druhý obsahuje vysoké frekvence. NO je potlačováno filtrací horní propustí (HP) logaritmu c[m,n] a následným umocněním rovnice (inverze logaritmu) bude obnoven obraz. Rovnice:

$$c[m,n] = zisk[m,n] * I_{ill}[m,n] * a[m,n]$$
(6)

$$\ln\{c[m,n]\} = \ln\{zisk[m,n] * I_{ill}[m,n]\} + \ln\{a[m,n]\}$$
(7)

$$HP\{\ln\{c[m,n]\}\} \approx \ln\{a[m,n]\}$$
(8)

$$a_{o}[m,n] = \exp\{HP\{\ln\{c[m,n]\}\}\}$$
(9)

5.2.1.3 Morfologická filtrace

Odhad obrazu a_0 byl opět získán odečtením filtrovaného obrazu c[m,n], kde velikost masky filtru je srovnatelná s velikosti objektu v obraze, od pořízeného obrazu c[m,n]. Po získání odhadu obrazu a_0 je nutné obnovit požadovanou průměrnou hodnotu jasu, přičtením vhodné konstanty k. Tentokrát však byla použita morfologická filtrace. Tato matematická operace je popsána v rovnici (10).

$$a_{\rho}[m,n] = c[m,n] - Morfilt\{c[m,n]\} + k$$

$$(10)$$

Je patrné, že tento přístup je stejný jako u lineární filtrace popsané v rovnici (5), ale lineární filtry jsou nyní nahrazeny morfologickými. Dva základní morfologické filtry jsou filtr maxima a filtr minima (z angličtiny maximum and minimum filter). Jedná se o třídící filtry, které z příslušného vstupního okna vybírají požadovanou hodnotu a to buď maximální, nebo minimální.

Filtr maxima, definovaný rozměrem okna $J \times K$ pixelů, kde J a K jsou liché velikosti (např. 5×3), vybere ze vstupní masky maximální hodnotu jasu a tuto hodnotu umístí do výstupního obrazu na pozici odpovídající prostřednímu pixelu masky ve vstupním okně. Princip je naznačen na Obr. 12.

Filtr minima, definovaný podobným oknem $J \times K$ pixelů, funguje na stejném principu, jen místo maximální hodnoty vybere ze vstupní masky hodnotu minimální. Jako příklad použití maximálních a minimálních filtrů je uvedena základní morfologická operace a to binární dilatace a eroze. Filtry jsou definovány podle vzorců (11)a (12):

Pro dilataci:

$$D(A) = \max_{[j,k] \in W} \{a[m-j, n-k]\} = \max_{W} (A)$$
(11)

Pro erozi:

$$E(A) = \min_{[j,k] \in W} \{a[m-j, n-k]\} = \min_{W} (A)$$
(12)

kde maximum nebo minimum se počítá z hodnot jasu okna o velikosti $(J \times K)$.



Nyní může být morfologická filtrace popsána obecnou rovnicí jako v rovnici (10):

$$Morfilt(A) = \min(\max(max(min(A))))$$
(13)

kde všechny operace používají v průběhu filtrace téhož ($J \times K$) filtračního okna W.

5.2.1.4 Použití aritmetických operací:

Použití základních aritmetických operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení) prováděných s obrazy, je jednou z velkých výhod počítačového zpracování. Níže je popsána metoda korekce dělením.

Princip metody je totožný, jako u lineární filtrace. Hrubý odhad o NO je získán, pokud na originální obraz je použit DP filtr. Průměrná velikost masky (Na × Na) musí být zvolena tak, aby byla několikrát větší než rozměr objektu (např. sítnicových cév). Pro očekávaný maximální průměr objektu kolem 10 pixelů, by měla být velikost masky $N_a = 31$ pixelů. U snímku celého oka, by maska filtru měla mít větší rozměr než optický disk, který bývá největší.

Odhad pozadí může být také získán aproximací obrazu vhodnou funkcí. Po filtraci obrazu byl získán odhad osvětlení obrazu $b = [b_{ij}]$. Korekční koeficient $r = [r_{ij}]$ lze tedy vyjádřit jako:

$$r_{ij} = \frac{b_{\max}}{b_{ij}}, \quad b_{ij} \neq 0, \quad r_{ij} = 0 \quad kdy\check{z} \quad b_{ij} = 0$$
 (14)

kde *ij* reprezentuje souřadnice obrazu, index *i* je pro řádky, *j* pro sloupce, b_{max} je maximální hodnota z vyfiltrovaného obrazu **b**. Obraz po korekci je označen $f^{(kor)}$. Tento obraz byl získán jako:

$$f_{ij}^{(kor)} = f_{ij}^{(in)} * r_{ij} - c$$
(15)

kde $f^{(in)}$ je původní obraz, r_{ij} korekční koeficient a c je konstanta $c = b_{max}$ - 128, kterou je nutné odečíst od celého obrazu. Experimentálně bylo zjištěno, že průměr hodnot z šedotónového obrazu po vynásobení korekčním koeficientem $f^{(in)} \times r$ je blízký hodnotě b_{max} . Po odečtení konstanty c je průměrná hodnota obrazu $f^{(kor)}$ posunuta doprostřed rozsahu hodnot šedotónového obrazu, mezi hodnoty 0 a 255. Při vynásobení originálního obrazu korekčním koeficientem dojde v tmavších oblastech obrazu k zesvětlení oblasti (hodnoty korekčního koeficientu jsou větší než jedna). Naopak ve světlejších oblastech dojde ke snížení (r nabývá hodnot blízkých jedné). Dosazením rovnice (14) do (15) je odvozen vztah (16):

$$f_{ij}^{(kor)} = b \max \frac{f_{ij}^{(in)}}{b_{ij}} - c$$
(16)

Rovnice (16) ukazuje, že korekce NO odpovídá, podělení originálního (měřeného) obrazu a odhadu jeho osvětlení. Předpokládá se, že originální obraz vznikne jako součin nezarušeného (ideálního) obrazu a NO. [10], [16]

5.2.2 Apriorní odhad

Jestliže je možné pomocí snímacího systému (např. kamera) zaznamenat kalibrační obrazy, je zaznamenání dvou obrazů, $\check{C}ern\acute{y}[m,n]$ a $Bil\acute{y}[m,n]$, nejvhodnější technikou odstranění NO.

 $\check{C}ern\acute{y}[m,n]$ obraz se vytváří zavřením závěrky fotoaparátu nebo vypnutím osvětlení všech zdrojů světla. To je ekvivalentní nastavení I_{ill} (•) = 0 v rovnici (2), která vede k b[m,n] = 0. Po dosazení do rovnice (4), je získán výraz c[m,n] = offset[m,n]. Vzniká $\check{C}ern\acute{y}[m,n]$ obraz, protože "zdroj jakéhokoliv osvětlení byl vypnut". Bílý obraz vzniká jako průměr jasu Iavg(•) "prázdného" obrazu. Tímto postupem je sestaven "kalibrační filtr".

$$a_{o}[m,n] = \frac{c[m,n] - \check{C}ern\check{y}[m,n]}{Bil\check{y}[m,n] - \check{C}ern\check{y}[m,n]}$$
(17)

Výsledkem je odhad obrazu $a_o[m,n]$, jehož hodnoty jasu jsou v rozsahu 0,0 až 1,0. Obraz lze snadno přepočítat na tradiční rozsah hodnot jasu 0 - 255. []

6 Křivky a plochy

6.1 Úvod

Pro možnost uplatnění popsaných metod v kapitole 5 je nutné vhodně zvolit plochu, pomocí které bude aproximace pozadí obrazu nejefektivnější. Jak z pohledu problematiky tak programátorského hlediska. Pro potřeby technického využití je třeba zvolit křivku či plochu, kterou je možné libovolně upravovat a zároveň je její matematické vyjádření jednoduché.

V šedesátých letech minulého století byly objeveny Fergusonovy, později Bézierovy a Coonsovy křivky a plochy. Na ně navázaly racionální B-spline křivky a plochy s neuniformní parametrizací, NURBS (Non-Uniform Rational B-spline), které přinesly do této oblasti výrazný pokrok. Protože matematický aparát popisující plochy vychází z křivek, bude tato problematika vysvětlena nejprve na křivkách. [17]

6.2 Základní princip

Základem všech výše uvedených ploch a křivek jsou řídící body. Křivka či plocha jimi obecně neprochází, jedná se tedy o aproximační křivky a plochy. K těmto bodům jsou podle typu vybrány řídící – bázové funkce. Bersteinovy polynomy pro Bézierovy křivky a plochy, B-spline funkce pro splajny a NURBS. Výsledný bod na křivce či ploše je dán jako lineární kombinace řídícího bodu s funkcí k němu patřící. Princip je nastíněn na Bézierově křivce. Jsou dány čtyři řídící body P_0 , P_1 , P_2 , a P_3 a bázové Bersteinovy polynomy:

$$B_{0}(t) = (1-t)^{3},$$

$$B_{1}(t) = 3t(1-t)^{2},$$

$$B_{2}(t) = 3t^{2}(1-t),$$

$$B_{3}(t) = t^{3}$$
(18)

Parametr *t* probíhá v intervalu od nuly do jedné a pro každou hodnotu určí jeden bod na výsledné křivce. Hodnota parametru *t* je pevně zvolena - 0,25 a následně je spočítán výsledný bod jako kombinace:

$$C(0,25) = P_0 B_0(0,25) + P_1 B_1(0,25) + P_2 B_2(0,25) + P_3 B_3(0,25)$$
⁽¹⁹⁾

Po vypočítání hodnoty Bersteinových polynomů, je výsledný bod na křivce vyjádřen pomocí souřadnic *x*, *y*, *z*. Matematický zápis je tedy:

$$Q(t) = \sum_{i=0}^{3} P_i B_i(t), t \in \langle 0, 1 \rangle$$
⁽²⁰⁾

Pro plochy je výpočet obtížnější. Vstupem je síť řídících bodů. Tedy každý bod má dva indexy – řádkový a sloupcový. Při výpočtu jsou přiřazeny každému bodu dvě bázové funkce, které odpovídají indexům daného bodu, tzn. bod P_{31} bude násoben Bersteinovými polynomy $B_{3 a} B_1$. Plocha je dána dvěma parametry, proto první funkce bude vyčíslena s prvním parametrem a druhá s druhým parametrem. Matematicky může být tato kombinace zapsaná jako:

$$Q(u,v) = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} P_{ij} B_i(u) B_j(v)$$
(21)

Tento princip funguje i pro další typy křivek a ploch jen s různými tvary bázových polynomů. [18]

6.3 Aproximační křivky

6.3.1 Bézierovy křivky

Nejprve bude uvedeno obecné vyjádření Bézierovy křivky n stupně a pak jejich nejčastěji používaná varianta – Bézierovy kubiky. Bézierovy křivky n stupně jsou určeny n+1 body P_i řídícího polygonu a vztahem (22),

$$Q(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i B_i^n(t)$$
(22)

kde B_i^n jsou Bernsteinovy polynomy *n* stupně.

$$B_{i}^{n}(t) = {\binom{n}{i}} t^{i} (1-t)^{n-i}; t \in \langle 0,1 \rangle, i = 0, 1..n$$
(23)

Platí, že:

$$\binom{n}{0} = 1, \quad a \quad 0^0 = 1 \tag{24}$$

Je-li ve vztahu (22) t = 0, respektive t = 1, lze odvodit, že křivka prochází prvním, resp. posledním bodem řídícího polygonu. Vlastností Bézierovy křivky je, že při změně polohy jediného řídícího bodu P_i dojde ke změně tvaru celé křivky. Tato vlastnost je jedním z důvodů, proč se tyto křivky dělí na segmenty nižšího stupně (kubiky) které se postupně navazují.

Dva Bézierovy oblouky budou spojeny hladce, pokud budou identické tečné vektory a bude-li zaručena jejich spojitost (tj. poslední bod předchozího oblouku je identický s prvním bodem následujícího, nebo křivka prochází posledním a prvním bodem). Z toho jednoznačně plyne, že druhý bod následující křivky je určen posledními dvěma body křivky předchozí. [12]

6.3.2 Coonsovy kubiky

S. A. Coons definoval metodu, která má široké uplatnění díky dobrým geometrickým vlastnostem zejména v navrhování ploch. Její princip je však vhodné vyložit na modelování křivek. Coonsova kubika se zadává stejně jako kubika Bézierova čtyřmi řídicími body P_0 , P_1 , P_2 , a P_3 .

Coonsova kubika, neboli uniformní neracionální B-spline, zkráceně B-spline, se spočítá ze vztahu (25),

$$Q(t) = \frac{1}{6} [P_0 C_0 + P_1 C_1(t) + P_2 C_2(t) + P_3 C_3(t)] = \frac{1}{6} \sum_{i=0}^3 P_i C_i(t)$$
(25)

kde C₀, C₁, C₂, C₃ jsou kubické polynomy ve tvaru:

$$C_{0}(t) = (1-t)^{3},$$

$$C_{1}(t) = 3t^{3} - 6t^{2} + 4,$$

$$C_{2}(t) = -3t^{3} + 3t^{2} + 3t + 1,$$

$$C_{3}(t) = t^{3}$$
(26)

kde $t \in < 0, 1 >$.

Maticově zapsáno:

$$Q(t) = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$
(27)

Obr. 13: Coonsova kubika [19]

Bázové polynomy Coonsových kubik jsou voleny tak, aby segment křivky obecně neprocházel krajními body svého řídícího polygonu. Dosazením t = 0 a t = 1, křivka začíná a končí v bodech:

$$Q(0) = \frac{P_0 + 4P_1 + P_2}{6},$$

$$Q(1) = \frac{P_1 + 4P_2 + P_3}{6}$$
(28)

Bod Q(0) (viz. Obr. 13) leží v první třetině té těžnice trojúhelníku tvořeného body P_0 , P_1 a P_2 , která začíná v bodě P_1 . Tento bod se nazývá antitěžiště. Podobně bod Q(I) leží v první třetině těžnice trojúhelníku tvořeného body P_1 , P_2 a P_3 , která začíná v bodě P_2 . Derivací vztahu (25) je získán vztah (29):

$$Q'(t) = \frac{1}{6} \sum_{i=0}^{3} P_i C'_i$$
(29)

Po dosazení pro t = 0 je $C'_0(0) = -3$, $C'_1(0) = 0$, $C'_2(0) = 3$, $C'_3(0) = 0$ jsou získány vztahy pro tečné vektory v krajních bodech (30):

$$\vec{q}'(0) = \frac{P_2 - P_0}{2},$$

$$\vec{q}'(1) = \frac{P_3 - P_1}{2}$$
(30)

Vektory druhých derivací mají podobu (31):

$$\bar{q}''(0) = P_0 - 2P_1 + P_2, \qquad \bar{q}''(1) = P_1 - 2P_2 + P_3$$
(31)

Velký význam má u Coonsových kubik násobnost bodů řídícího polygonu. Pokud $P_0 = P_1$, je vytvořen dvojnásobný bod a trojúhelník určený body P_0 , P_1 , P_2 zdegeneruje na úsečku P_0P_2 . Dále lze ze vztahu (27) odvodit, že křivka začíná v jedné šestině této úsečky. Pokud je $P_0 = P_1 = P_2$, bude výsledná křivka úsečkou počínající v P_0 a končící v jedné šestině úsečky P_0P_3 . Coonsova kubika tedy prochází trojnásobným bodem. Ukázka na Obr. 16.

Na Obr. 14. je možné porovnat Bézierovu a Coonsovu kubiku. Je vidět, že Coonsova kubika lépe aproximuje zadané body.

Obr. 14: Srovnání Bézierovy kubiky s Coonsovou kubikou.

Největší výhoda Coonsových kubik se stává zřejmou teprve v okamžiku, kdy je využita pro skládání aproximačních křivek. Je zadán řídicí polygon složený z bodů P_0 , P_1 , P_n . Bude-li se výsledná křivka skládat z Coonsových oblouků vždy tak, že pro jeden oblouk budou použity vrcholy $P_0P_1P_2P_3$, pro další $P_1P_2P_3P_4$ atd., bude získána křivka, která se nazývá B-spline, ukázka na Obr. 15 a Obr. 16

Obr. 15: Coonsův kubický B-spline. [17]

Obr. 16: Trojnásobný bod. [17]

Vlastností B-spline je, že má ve všech vnitřních bodech spojitost druhého řádu. Z hlediska konstrukce je pro tímto způsobem vytvářenou křivku výhodné i to, že změnou jednoho bodu dojde pouze k lokální změně čtyř oblouků, jejichž konstrukce se bod účastní. [12], [17], [20]

6.4 Aproximační plochy

6.4.1 Bézierova bikubická plocha

Je dvojrozměrným zobecněním Bézierovy kubiky. Její parametrické rovnice v maticové podobě:

$$Q(r,s) = (B_{0}(r) \quad B_{1}(r) \quad B_{2}(r) \quad B_{3}(r)) \begin{bmatrix} P_{00} \quad P_{01} \quad P_{02} \quad P_{03} \\ P_{10} \quad P_{11} \quad P_{12} \quad P_{13} \\ P_{20} \quad P_{21} \quad P_{22} \quad P_{23} \\ P_{30} \quad P_{31} \quad P_{32} \quad P_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{0}(s) \\ B_{1}(s) \\ B_{2}(s) \\ B_{3}(s) \end{bmatrix}$$
(32)

kde polynomy rovnice jsou odvozeny již u Bézierovy kubiky (18). Parametry $r,s \in \langle 0,1 \rangle$ a body P_{ij} jsou řídící body plochy. Ty tvoří tzv. řídící polygon, s jehož pomocí je plocha tvarována.

Jednou z výhod těchto ploch je jednoduchost sestavování velkých ploch z jednotlivých "plátů". V praxi je většinou vyžadováno, aby napojení plátů bylo hladké, tj. takové, aby výsledná plocha byla spojitá i se svými minimálně prvními parciálními derivacemi. U Bézierových ploch lze tuto podmínku splnit velmi jednoduše. Okraj, který má být spojen, musí být samozřejmě společný. Toho je dosaženo společným okrajem řídícího polygonu. Příčné hrany sousedních polygonů musí ležet na téže přímce. Tato podmínka je zřejmá především u okrajových hran, které musí tvořit společnou tečnu obou plátů. Nejjednodušeji je tato podmínka splněna tak, že jsou nové krajní body zadány středově souměrné se "starými" podle bodů společného okraje.[12], [21]

6.4.2 B-spline plochy

B-spline plochy jsou zobecněním B-spline křivek z kapitoly (6.3.2). Změnou jediného řídícího bodu se mění tvar vždy pouze části B-spline plochy. B-spline plochy se zadávají sítí řídících bodů. Navazující B-spline plát se definuje použitím m(n-1) bodů plátu předchozího a přidáním pouze *m* dalších bodů. Tímto způsobem dochází k překrytí plátů. Část jednoho plátu je součástí plátu následujícího. V případě kubik se jedná o tři sloupce nebo řádky v mapě ploch. Změnou polohy jediného řídícího bodu je ovlivněno více plátů.

Mezi vlastnosti B-spline plochy patří:

- plocha leží celá v konvexní obálce svých bodů
- při změně polohy jediného řídícího bodu změní tvar pouze ty pláty, které jsou tímto bodem určeny
- plocha obecně neprochází krajními body řídící sítě, toho lze docílit násobností řídících bodů
- jsou invariantní k lineárním transformacím (otáčení, posunu, změně měřítka, zkosení)

6.4.3 Bikubické B-spline plochy

Nejjednodušší z B-spline ploch jsou bikubické B-spline plochy. Jedná se o neracionální a neuniformní B-spline plochy. Tyto plochy se používají ve složitějších modelovacích programech, avšak jedinou jejich výhodou oproti např. často používaným Bézierovým plochám je, že jsou spojité C^2 bez nutnosti zadávat nějaké vnější omezující podmínky na polohu řídících bodů. Tyto plochy nejsou invariantní k perspektivnímu promítání. [12],[17], [20]

Bikubická B-spline plocha (Coonsův plát) je určena maticovým zápisem:

$$Q(t) = \frac{1}{36} U \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{00} P_{01} P_{02} P_{03} \\ P_{10} P_{11} P_{12} P_{13} \\ P_{20} P_{21} P_{22} P_{23} \\ P_{30} P_{31} P_{32} P_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 4 \\ -3 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} V^{T}$$
(33)

nebo zápisem:

$$Q(u, v) = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} P_{ij} C_i(u) C_j(v)$$
(34)

kde bázové funkce jsou totožné s bázovými polynomy Coonsových kubik. Mají tvar:

$$C_{0}(t) = \frac{(1-t)^{3}}{6},$$

$$C_{1}(t) = \frac{(3t^{3} - 6t^{2} + 4)}{6},$$

$$C_{2}(t) = \frac{(-3t^{3} + 3t^{2} + 3t + 1)}{6},$$

$$C_{3}(t) = \frac{t^{3}}{6}$$
(35)

Na Obr. 17 a Obr. 18 je znázorněna Coonsův plát. Pro vykreslení celé plochy je využita znalost o násobnosti řídících bodů. Plocha je tedy vytvořena již od krajních částí. Záměrně nejsou zobrazeny některé hodnoty v obraze (bílé čáry), aby bylo patrné, že "výsledná" plocha je složena z 25 jednotlivých plošek. Nejedná se zde ale o napojování více ploch, nýbrž jen o zobrazení jedné plochy.

Obr. 17: Ukázka Coonsova plátu

Obr. 18: Coonsova plocha v prostoru

Jako nejvhodnější parametrická plocha byla zvolena Coonsova plocha a to hned z několika důvodů. Vzhledem k charakteru úlohy, je vhodné, aby při modelování NO bylo možné libovolně volit počet řídících bodů. U Bézierovy plochy je toho dosaženo dvěma způsoby.

První možnost je zvýšení stupně polynomů. Vychází z rovnice (22) a (23) pro kubiky, pro plochu je princip úplně stejný. Tento způsob je však při požadavku většího počtu řídících bodů (např. 15) neefektivní. Výsledkem by byly polynomy 14. řádu. Druhou možností je napojování dílčích plátů. Zde je výhodnější využít B-spline ploch, neboť na rozdíl od Bézierových ploch není nutné zadávat žádné omezující podmínky pro polohu řídících bodů, aby bylo dosaženo spojitého navázání plátů.

Výhodné vlastnosti mají také neuniformní racionální B-spline plochy (NURBS). U těchto ploch by však bylo nutné zadávat ještě další parametry, což je vzhledem k vlastnostem retinálních snímků zbytečné.

6.5 Algoritmus pro odhad osvětlení

Algoritmus má několik vstupních parametrů, které je nutné zadat. Nejprve je vybrán *obraz*, jehož NO má být aproximováno. Přesnost aproximace osvětlení je ovlivněna zvoleným počtem řídících bodů. Je-li tedy obraz "velký" je potřeba zvolit dostatečný počet řídích bodů.

Původní retinální snímky měly rozměry $3\ 888 \times 2\ 592$ pixelů, avšak z důvodu výpočetní a časové náročnosti byly podvzorkovány na rozměry $1\ 500 \times 1\ 000$ pixelů.

Je zřejmé, že z jednoho plátu, který má dle rovnice (33) šestnáct řídících bodů, není možné dosáhnout optimální aproximace osvětlení. Tento odhad by byl velmi nepřesný, protože záleží také na dynamice obrazu. Zvýšení počtu řídících bodů je realizováno pomocí napojování plátů, kdy lze zadat libovolný počet plátů (m,n) ve směru x a y. Omezením je pouze výpočetní výkon PC. Na Obr. 19 jsou znázorněny řídící body pro m = 2 a n = 2. Výsledná plocha je složená ze čtyř plátů, a to dvou plátů ve směru x a dvou plátů ve směru y. Obecně lze určit počet řídících bodů P_{ij} jako $4m \times 4n$, v tomto případě je to 64 bodů.

P_{00}	P_{00}	P_{00}	P_{01}	P_{02}	P ₀₃ .	P_{04}	P_{05}	P_{06}	P_{07}	P_{07}	P_{07}
P_{00}	P ₀₀	$P_{00} \\$	$P_{01} \\$	P_{02}	P ₀₃ .	P_{04}	P_{05}	P_{06}	P_{07}	P ₀₇	P_{07}
P_{00}	$P_{00} \\$	P_{00}	$P_{01} \\$	P_{02}	P ₀₃ .	P_{04}	P_{05}	P_{06}	P ₀₇	P ₀₇	P_{07}
$P_{10} \\$	$P_{10} \\$	$P_{10} \\$	$P_{11} \\$	$P_{12} \\$	P ₁₃ .	$P_{14} \\$	P_{15}	P_{16}	P_{17}	P ₁₇	P_{17}
P_{20}	$P_{20} \\$	P_{20}	$P_{21} \\$	P_{22}	P_{23}	P_{24}	P_{25}	P_{26}	P_{27}	P ₂₇	P_{27}
P_{30}	$P_{30} \\$	P_{30}	$P_{31} \\$	P_{32}	P ₃₃	P_{34}	P_{35}	P_{36}	P_{37}	P ₃₇	P_{37}
P_{40}	$P_{40} \\$	P_{40}	$P_{41} \\$	P_{42}	P_{43}	P ₄₄	P_{45}	P_{46}	P_{47}	P ₄₇	P_{47}
P_{50}	P_{50}	P ₅₀	P_{51}	P_{52}	P_{53}	P ₅₄	P ₅₅	P_{56}	P ₅₇	P ₅₇	P ₅₇
P_{60}	P_{60}	P ₆₀	P ₆₁	P ₆₂	P ₆₃	P ₆₄	P ₆₅	P ₆₆	P ₆₇	P ₆₇	P ₆₇
P_{70}	P_{70}	P ₇₀	P_{71}	P_{72}	P ₇₃	P_{74}	P ₇₅	P_{76}	P ₇₇	P ₇₇	P ₇₇
P ₇₀	P ₇₀	P ₇₀	P ₇₁	P ₇₂	P ₇₃	P ₇₄	P ₇₅	P ₇₆	P ₇₇	P ₇₇	P ₇₇
P ₇₀	P ₇₀	P ₇₀	P ₇₁	P ₇₂	P ₇₃	P ₇₄	P ₇₅	P ₇₆	P ₇₇	P ₇₇	P ₇₇

Algoritmus tedy pracuje tak, že ze zadaného počtu plátů *m, n* vytvoří odpovídající síť řídících bodů.

Posledním parametrem, který je nutné zadat, je volba metody, kterou se získají jednotlivé hodnoty řídích bodů P_{ij} . Na výběr jsou tři možnosti. První možností je spočtení řídícího bodu pomocí průměru z okna o rozměrech W(i,j), které postupně prochází obrazovou matici. Druhou možností je výpočet hodnoty pomocí mediánu z okna W(i,j). Poslední varianta je výpočet hodnot pomocí mediánu z W(i,j). Z tohoto okna bude odstraněno p procent nejmenších a největších hodnot. Tato metoda bude označena jako p[%] z mediánu. Výsledná

hodnota bude tedy medián ze zbývajících hodnot. Tato metoda by měla zpřesnit odhad hodnot řídících bodů.

Velikost okna W(i,j) závisí na velikosti obrazu a počtu řídících bodů (zadaných plátů m, n). Po zadání těchto parametrů je vybrána ze vstupního RGB obrazu R a G složka.

Na snímku celého oka je třeba kompenzovat přechodové oblasti, kde oko "není" a na obraze je jen černé pozadí. Pokud by byla počítána hodnota řídícího bodu (např. pomocí průměru) i z těchto oblastí, zvyšovala by se chyba odhadu NO.

R složka slouží pro výpočet masky oka. S využitím znalostí o obrazech a pomocí prahování se nastaví práh tak, aby tam, kde oko opravdu je, nabývala maska hodnotu 1, jinde hodnotu 0. R složka byla vybrána proto, na rozdíl od G či B složky, že rozdíly jasu mezi černým pozadím a okem jsou v této složce největší. A to i v případě, že je snímek nedostatečně osvětlen. Na Obr. 20 je ukázka R složky oka a masky oka.

Obr. 20: R-složka oka (a), maska oka (b)

G složka se vynásobí maskou. Pokud se ve výsledném obraze vzniklém po součinu G složky a masky oka objeví v aktuálně počítaném okně W(i,j) hodnota nula, je z tohoto okna odstraněna. Hodnota řídícího bodu je počítána jen z hodnot, které jsou větší než nula.

Byly vypočítány hodnoty řídících bodů. Důležité je zajistit správné poziční umístění v souřadném systému obrazové matice. Podle matematického aparátu popsaného v kapitole 6.4.3 byla vypočítána výsledná plocha. Je nutné přepočítat i poziční souřadnice bodů P_{ij} pomocí stejné rovnice. Výsledná plocha by byla zobrazena ve špatných souřadnicích a odhad NO by nekorespondoval se skutečným osvětlením obrazu. Výsledkem jsou tři matice, ve kterých jsou uložené souřadnice *x* a *y* a matice hodnot *z*.

Aby bylo možné s odhadem NO dále pracovat, je třeba z vypočítaných matic získat jen jednu 2D matici, kde hodnoty z budou ležet ve správných souřadnicích x, y. Jako příklad je uveden jeden Coonsův plát zobrazený na Obr. 17 a Obr. 18, který je sestaven pomocí násobných bodů. Tento jeden plát je složen z 25 dílčích ploch, které nejsou ale stejně velké. Každá plocha je počítána podle algoritmu ze stejného počtu bodů a to 100×100 . Např. krajní plochy aproximující část obrazu o rozměru 10×10 pixelů, jsou vypočítány z 10 000 hodnot. Pro aproximaci této oblasti je potřeba jen 100 hodnot.

Kvůli nelineárnímu kroku mezi hodnotami není možné vybrat jen odpovídající hodnoty. Proto byla použita v programovém prostředí Matlab funkce interpolace. Vstupem této funkce jsou tři matice (souřadnice x, y a hodnoty z). Výstupem funkce je jedna matice hodnot o správných souřadnicích. Nevýhoda této operace spočívá v její výpočetní náročnosti. Se zvyšujícím se počtem řídících bodů, výrazně rostou i požadavky na výkon PC.

Na Obr. 21 (b) je ukázka plochy namodelované z výřezu oka v okolí optického disku z R složky. K vytvoření této plochy bylo použito 5×5 plátů, tzn. 400 řídích bodů. Při srovnání s originální obrazem Obr. 21 (a) lze konstatovat, že vzniklá plocha zachytila výrazné oblasti v podobě optického disku, který nabývá vyšších jasových hodnot, tak i oblast žluté skvrny (tmavší skvrna v pravé části plochy).

Obr. 21: Ukázka (a) R složka oblasti optického disku, (b) aproximovaná plocha

Obr. 22: Ukázka (a) G složka oblasti optického disku, (b) aproximovaná plocha

Obr. 23: Ukázka (a) G složka celého oka, (b) aproximovaná plocha

R složka bývá velmi často přeexponována a cenné informace, jako např. cévy nebo optický disk, v obraze často zanikají. To je zachyceno v dolní části plochy, kde hodnoty dosahují 255 tedy bílé. Při porovnání plochy z rozdílných složek obrazu (Obr. 21 a Obr. 22) je patrné, že osvětlení obrazu modelované z G složky nenabývá takových extrému jako ve složce R. Na Obr. 23 je ukázka osvětlení obrazu celého oka z G složky. Je zřejmé, že oko nabývá nejvyšších jasových hodnot v oblasti optického disku.

6.6 Pseudo-kód algoritmu plocha

Ukázka pseudo-kódu algoritmu plocha, vytvořeného v programovém prostředí Matlab. Vstupem funkce je vybraný obraz a parametry určující z kolika plátů bude obraz aproximován. Výstupem je plocha aproximující rozložení osvětlení obrazu, která je modelována z G složky.

```
Vstupní parametry – obraz; počet plátů (m, n); volba metody (průměr, medián, p[%] z mediánu)
   funkce maska – obraz = G složka × maska oka
       for i = rozděl obraz na jednotlivá okna o rozměru W(i,j)
               for i = rozděl obraz na jednotlivá okna o rozměru W(i,j)
               Hodnota (i, i) = spočítej hodnotu řídících bodů dle metody a počtu plátů m, n
               end
        end
        Souřadnice Z = rozšiř matici Hodnota o násobné body
        Souřadnice X = urči pozici řídících bodů na ose x
        Souřadnice Y = urči pozici řídících bodů na ose y
        for A = parametr A pro napojování plátů v ose x
               for B = parametr B pro napojování plátů v ose y
               Coonsova plocha = výpočet hodnot souřadnic X, Y, Z pomocí parametrů A, B
               end
        end
   Interpolace = vypočítaných hodnot X, Y, Z
```

Výstup = plocha aproximující osvětlení obrazu

7 Experimentální část

V této kapitole je popsána korekce NO pomocí vybraných metod uvedených v kapitole č. 5, dále také jejich subjektivní zhodnocení účinnosti. Nejprve jsou otestovány vybrané metody na jednodušších testovacích obrazech, které byly pro tento účel vytvořeny.

Na Obr. 24 a Obr. 25 je ukázka těchto modelů. Obr. 24 (*a*) zobrazuje NO kruhového charakteru. Model toho osvětlení byl přičten k reálnému obrazu Obr. 24 (*b*). Stejně jako u reálných snímků je centrální část obrazu přesvětlená a okrajové oblasti jsou naopak nedostatečně osvětlené. Na modelových obrázcích je však zkreslení mnohem výraznější než na reálných snímcích. Na Obr. 25 (*a*, *b*) je ukázka NO, které má vzrůstající charakter z jedné strany obrazu na druhou.

Obr. 24: Ukázka (a) kruhové osvětlení, (b) simulovaný obraz s kruhovým osvětlením

Obr. 25: Ukázka (a) vzrůstající osvětlení, (b) simulovaný obraz se vzrůstajícím osvětlením

Všechny obrazy po korekci byly subjektivně hodnoceny. Posoudit, zda v obrazech došlo k vykompenzování NO, je docela snadné. Tato změna je většinou evidentní na první pohled. Složitější je hodnocení kontrastu obrazu. Nejprve je proto vysvětleno vnímání kontrastu okem.

7.1 Vnímání kontrastu

Smyslové buňky podrážděné světelným podnětem vyvolají v sousedních buňkách protichůdné podráždění, a tím vznikají ostré kontury obrazu. Snížení kontrastu lze tedy vysvětlit rozdílným stupněm podráždění smyslových buněk.

Na Obr. 26 je ukázána situace, kdy se šedý kruh na bílém podkladě jeví tmavší, než na podkladě tmavém. Ve skutečnosti mají oba kruhy stejný odstín.

Obr. 26: Jev kontrastu - kruh. [22]

Na Obr. 27 je podobná situace jako na předchozím obrázku. Elipsy na tmavém podkladě se zdají být světlejší než elipsy na světlém podkladě. Barva elips je však všude stejná. [22], [23]

Obr. 27: Jev kontrastu - elipsy. [22]

Při subjektivním hodnocení kontrastu bude tedy hodnocena hlavně skutečnost, jestli cévy v okrajových oblastech jsou viditelnější po korekci než před ní.

7.2 Odhad plochy

Při odhadu osvětlení obrazu pomocí Coonsovy plochy může být vybrána metoda, pomocí které budou počítány hodnoty řídících bodů. Níže je ukázáno, jak volba metody ovlivňuje aproximaci obrazu plochou. Nejde o kvantitativní hodnocení vzniklé chyby, ale pouze o porovnání jednotlivých metod mezi sebou. V tabulce 1 je uvedena střední kvadratická odchylka (SKO) pro testované modely. Tato odchylka byla počítána podle vztahu:

$$SKO = \left(\frac{1}{M*N}\right) \sum_{M=1}^{M} \sum_{N=1}^{N} (orig - odhad)^2$$
(36)

kde M, N jsou rozměry obrazu a odhad vyjadřuje aproximované osvětlení obrazu.

Tabulka 1: Přehled SKO pro jednotlivé metody při m = 3, n = 3 pro různé obrazy

m=3, n = 3	Obr. 24 (a)	Obr. 25 (a)	Obr. 24 (b)	Obr. 25 (b)
průměr	156,44	32,94	316,01	142,62
medián	150,09	31,38	315,03	141,86
p[%] z mediánu, p = 8	150,09	31,38	315,03	141,86

Při srovnání SKO jednotlivých metod pro konkrétní obraz, je patrné, že tento rozdíl, je minimální. Metoda *průměr* se od metody *medián* liší jen velmi málo a *medián* od metody p[%] z mediánu vůbec. Je to způsobeno tím, že dynamika (jasová) obrazu je velmi malá. Obraz tedy nenabývá extrému, což ukazuje malý rozdíl mezi průměrem a mediánem. Proto, i když je z každého okna W(i,j) obrazu odebráno 8% nejmenších a největších hodnot, jak je tomu u metody p[%] z mediánu, je SKO stejná jako u metody medián.

Při srovnání SKO mezi testovacími obrazy pro různý počet plátů (řídících bodů), je patrné, že se zvyšujícím se počtem plátů, se odchylka výrazně snižuje, osvětlení obrazu je lépe plochou aproximováno. Pro modelování NO obrazů použitých v této práci byla vybrána metoda *medián*, protože SKO je u této metody nejmenší.

Tabulka 2: Přehled střední kvadratické odchylky pro jednotlivé metody při m = 5, n = 5

m = 5, n = 5	Obr. 24 (a)	Obr. 25 (a)
průměr	52,93	12,33
medián	51,01	12,07
p[%] z mediánu, $p = 8$	51,01	12,07

7.3 Korekce na simulovaných obrazech

Nerovnoměrné osvětlení může mít v obraze multiplikativní nebo aditivní charakter. Z metod popsaných v kapitole 5, pro korekci NO byly zvoleny metody lineární filtrace a korekce dělením, které byly otestovány na simulovaných i reálných obrazech. S využitím odhadu o osvětlení obrazu, který byl aproximován Coonsovou plochou, a pomocí zvolené metody bylo odstraněno NO. Po korekci obrazu a přičtení příslušných konstant byl obraz vrácen zpět do původního rozsahu 0 - 255. Následovalo použití operace roztažení histogramu. Tímto postupem byl získán obraz, u kterého byl rozsah jasových úrovní maximální.

7.3.1 Aditivní model

Při předpokladu, že NO má aditivní charakter, vzniká obraz součtem ideálního (nezarušeného) obrazu a NO. Toto zkreslení lze odstranit pomocí lineární filtrace. Z rovnice (5) plyne, že od originálního obrazu je odečten odhad pozadí získaný pomocí filtrace DP.

Místo této filtrace byla využita plocha aproximující toto osvětlení. V jejím algoritmu bylo využito okno o velikosti většinou větší, než jsou sledované objekty (cévy) v obraze. Volbou metody medián byly získány hodnoty řídících bodů, které byly aproximovány Coonsovou plochou. Tato operace byla považována za principielně srovnatelnou. Získaný odhad osvětlení byl následně odečten dle rovnice (5).

Obr. 28: Ukázka (a) simulovaný obraz - kruhové osvětlení, (b) stejný obraz po korekci

Obr. 29: Ukázka (a) simulovaný obraz - vzrůstající osvětlení, (b) stejný obraz po korekci

Při srovnání modelových obrazů Obr. 28 a Obr. 29 před a po korekci, je zřejmé, že tato metoda funguje pro oba typy modelového zarušení. U kruhového přesvětlení je oblast výrazně tmavší a cévy kolem toho místa jsou i zřetelnější. Pro model vzrůstajícího zarušení je tato změna ještě výraznější.

7.3.2 Multiplikativní model

V tomto případě je použita korekce dělením. Výsledný obraz vniká součinem nezarušeného (měřeného) obrazu a jeho NO. Princip metody je totožný jako u lineární filtrace. Podle rovnice (16) je originální obraz podělen odhadem jeho osvětlení, které je možné získat pomocí filtrace DP.

Místo DP filtrace je využita aproximace osvětlení plochou a originální obraz je podělen. Z uvedených výsledných obrazů (Obr. 30 a Obr. 31) je patrné, že i zde bylo NO vhodně vykompenzováno. Oproti předchozí metodě jsou však cévy uprostřed obrazu méně výrazné. Obraz v těchto místech nedosahuje takové kontrastu. V okrajových místech obrazu jsou cévy, na rozdíl od předchozí metody, výraznější.

Obr. 30: Ukázka (a) simulovaný obraz - kruhové osvětlení, (b) stejný obraz po korekci

(d) Obr. 31: Ukázka (a) simulovaný obraz - vzrůstající osvětlení, (b)stejný obraz po korekci

Obě metody na modelových obrazech fungovaly. Lineární metoda lépe vykompenzovala přesvětlenou oblast. Tato skutečnost je dána charakterem simulovaných obrazů. Zkreslení v těchto obrazech má spíše aditivní charakter.

7.4 Korekce na reálných obrazech

Vybrané metody byly použity na reálné obrazy. Obě metody byly testovány na 30 snímcích. Získané snímky byly subjektivně hodnoceny. Pro aproximaci osvětlení byla použita plocha o počtu plátů m = 3, n = 3. Obrazy byly posuzovány především z hlediska kompenzace NO a zlepšení kontrastního rozlišení.

7.4.1 Aditivní model

Pro korekci reálného obrazu byla použita nejprve lineární filtrace. Na Obr. 32 a Obr. 33 je možné vidět dvě rozdílné situace. V prvním případě (Obr. 32), kdy v reálném obraze mají okrajové části oka dostatečný kontrast mezi cévami a pozadím, byla korekce NO přijatelná. Vzhledem k charakteru NO reálného snímku se korekce projevuje méně ve středu obrazu, kde došlo k mírnému ztmavení obrazu Více je ale patrná v okrajových částech, které byly výrazně zesvětleny.

NO bylo vykompenzováno, avšak při subjektivním hodnocení kontrastního rozlišení je zřejmé, že kontrast se především v okrajových částech nezlepšil, i když rozdíl intenzit jasu mezi cévami a pozadím je vyšší. Vyšší rozsah jasových hodnot není způsoben odstraněním NO pomocí lineární filtrace, ale až následným zpracováním obrazu pomocí roztažení histogramu.

(a) Obr. 32: Ukázka (a) G složka oka před korekcí, (b) G složka oka po korekci

V druhém případě (Obr. 33), nastává situace, kdy rozsah hodnot mezi cévami a pozadím je velmi malý. Jedná se o jiné oko než v předešlém obraze. Po korekci tohoto zkreslení lze považovat osvětlení obrazu za téměř rovnoměrné. Lineární filtrací bylo dosaženo vykompenzování NO, ale ve většině případů pouze za cenu zhoršení kontrastního rozlišení obrazů v okrajových částech obrazu.

Obr. 33: Ukázka (a) G složka oka před korekcí, (b) G složka oka po korekci

7.4.2 Multiplikativní model

Na reálných obrazech, stejně jako u předchozí metody, byla použita korekce podělením. Z uvedených obrazů je již na první pohled zřejmé, že tato metoda nejenže vykompenzuje NO, ale dosáhne výrazně lepších výsledků v okrajových částech obrazu a nepotlačí špatně viditelné cévy v těchto místech.

NO má skutečně multiplikativní charakter. Na Obr. 34 je ukázán případ, kdy po kompenzaci nedošlo k výraznějšímu zlepšení kontrastu. Jde však jen o subjektivní vnímání kontrastu. Ve většině případů, zvláště pak u obrazů, které jsou pořízeny za nedostatečného osvětlení, dochází k podstatnému zlepšení kontrastu. Cévy, které před kompenzací nebyly téměř viditelné, jsou nyní zřetelnější, viz Obr. 35.

Obr. 34: Ukázka (a) G složka oka před korekcí, (b) G složka oka po korekci

Obr. 35: Ukázka (a) G složka oka před korekcí, (b) G složka oka po korekci

Pomocí této metody bylo otestováno více než 30 snímků, které byly subjektivně zhodnoceny. Metoda velmi dobře vykompenzovala NO obrazu. Jen v několika málo případech, kdy byl originální obraz "znehodnocen" nedostatečným osvětlením při snímání, se kontrast obrazu nezlepšil. Nejedná se tedy o chybu metody, ale spíše o nestandardně pořízený obraz z FK. V reálných obrazech má NO tedy multiplikativní charakter. Výsledky dosažené pomocí této korekce jsou tedy vyhovující. Ukázka všech snímků je přiložena v příloze.

Na Obr. 36 je ukázán průběh intenzity jasu z jednoho stejného řádku obrazové matice před a po korekci. Tento řádek byl zvolen tak, aby procházel napříč celým okem a to vertikálně středem optického disku. Průběh byl pořízen z obrazu Obr. 35.

Obr. 36: Průběh jasových hodnot (a) G složky před a (b) po kompenzaci

Z průběhu křivky na Obr. 36 (a) je evidentní, že osvětlení v původním obraze je nerovnoměrné. Středová část obrazu je přesvětlená, zatímco okrajové části jsou nedostatečně osvětleny. Oblast kolem nejvyššího bodu na křivce na pozici 400 - 460 odpovídá oblasti optického disku na snímku. Na křivce průběhu jasu po korekci NO je vidět, že se extrémní

oblasti značně vykompenzovaly. Osvětlení upraveného obrazu má nyní rovnoměrnější rozložení, viz Obr. 36 (b). Nejnižší místa průběhu křivky odpovídají cévám na snímku. Ve srovnání s křivkou originálního snímku se rozdíl jasů mezi cévami a pozadím zvýšil.

7.5 Korekce RGB obrazů

V předchozích případech bylo NO odstraněno ve vybrané RGB složce (G složce). V této kapitole je popsána korekce ve všech složkách obrazu (Obr. 37 a Obr. 38) a to pomocí metody podělení, která dosáhla lepších výsledků než metoda lineární.

Hlavním cílem je však jednotlivé RGB složky po korekci sloučit opět do jednoho RGB obrazu. Otestovány byly všechny kombinace složek. Některé byly ponechány bez korekce NO, u zbývajících byla korekce provedena, viz Obr. 39, Obr. 40 a Obr. 41. Jednotlivé možnosti byly porovnány s originálním RGB snímkem.

Obr. 38: Ukázka jednotlivých složek R (a), G (b), B (c) po korekci

Na Obr. 37 a Obr. 38 jsou ukázány složky z RGB obrazu před a po korekci. Je patrné, že nejlepší viditelnost cév je ve složce G. V R složce se tato informace ztrácí vlivem přesvětlení, B složka má zase velmi malou jasovou dynamiku. Ta se však po korekci částečně zlepšila. Nejlepších výsledků bylo dosaženo, pokud byla korekce udělána ve zvolené G složce.

Na následující sérii snímků (Obr. 40) je možné porovnat, jaký vliv má korekce v jedné RGB složce na obraz. Kombinace kompenzovaných RGB složek je ukázána na Obr. 41. Na Obr. 39 (b) byla korekce provedena ve všech složkách.

Zde může být matoucí, změna barvy. Tento posun od původní červené z originálního obrazu je způsoben tím, že při kompenzaci jednotlivých složek dojde ke změně (posunu) hodnot v těchto složkách. Výsledkem po sloučení do RGB obrazu je, že v daném místě se tato změna projeví změnou barvy. Tato změna barevnosti obrazu není pro účely této práce podstatná. Důležitá je zřetelnost cév na jednotlivých snímcích. Z toho pohledu se jako nejvhodnější jeví snímky, kde korekce proběhla ve složce G.

(a) (b) Obr. 39: Ukázka RGB oka (a), korekce ve všech složkách (b)

Obr. 40: Ukázka RGB obrazů, korekce jen v jedné složce (a) v R složce, (b) v G složce, (c) v B složce

Obr. 41: Ukázka RGB obrazů, kombinace složek po korekci, (a) korekce v G a B složce, (b) korekce v R a B složce, (c) korekce v R a G složce

Na Obr. 42 je ukázka vybraných snímků z jiného oka, ve kterém se cévy po korekci jednotlivých složek zdají být nejzřetelnější. Toto zhodnocení je však subjektivní a vzhledem k obtížnému posouzení kontrastu se může u různých obrazů lišit.

Obr. 42: Ukázka RGB obrazů, korekce ve vybraných složkách, (a) RGB obraz bez korekce, (b) korekce ve všech složkách, (c) korekce v R a G složce

U všech obrazů oka (kromě zobrazení jen jeho určitých částí Obr. 21 a Obr. 22) bylo NO aproximováno plochou o rozlišení m = 3, n = 3 plátu. Všechny snímky oka, včetně vytvořených matic NO v programovém prostředí Matlab, jsou součástí elektronické verze. V příloze je možné si prohlédnout 30 snímků otestovaných metodou podělení.

8 Závěr

Tato práce se zabývá problematikou obrazů pořízených fundus kamerou. Jedná se o předzpracování těchto obrazů. Konkrétně o odstranění zkreslení, které se projevuje jako nerovnoměrné osvětlení obrazu.

K získaní odhadu o NO byla nejprve vytvořena Coonsova plocha. Vzhledem k charakteru retinálních snímků je vhodné, aby plocha splňovala tyto požadavky: zadání libovolného počtu bodů, ze kterých bude vytvořena (snadné napojování jednotlivých ploch), minimum omezujících podmínek pro spojité napojení ploch a minimum parametrů určujících tuto plochu. Coonsova plocha byla zvolena, protože všechny splňuje výše uvedené požadavky.

Algoritmus modelující odhad o NO pomocí Coonsovy plochy má několik vstupích parametrů, které ovlivňují výslednou odchylku od skutečných hodnot. Prvním a také rozhodujícím parametrem přesnosti aproximace je volba počtu napojených plátů. Jedná se o parametr určující hustotu rozložení řídích bodů, ze kterých je plocha modelována. Čím větší počet plátů bude zadán, tím bude odchylka menší, avšak za cenu zvyšujících se nároků na PC. Druhý parametr je volba metody, pomocí které se řídící body počítají. Tento parametr výslednou odchylku příliš neovlivňoval. Je to způsobeno vlastnostmi retinálních snímků, jejich malou jasovou dynamikou. Hlavní nevýhoda algoritmu spočívá v použití interpolace, která výrazně zvyšuje požadavky na výpočetní výkon PC.

V další části práce je realizována korekce NO. Z popsaných metod byly vybrány lineární filtrace a metoda podělení. Obě metody byly otestovány na simulovaných i na 30 reálných snímcích. Obrazy po korekci byly následně subjektivně hodnoceny.

Na simulovaných obrazech bylo odstranění NO provedeno úspěšně u obou metod. Lepších výsledků dosáhla lineární metoda, která lépe vykompenzovala NO. Cévy, především v okrajových oblastech obrazu, byly o něco zřetelnější než u druhé metody. Tato skutečnost je dána charakterem simulovaných obrazů. NO v těchto obrazech má aditivní charakter.

U reálných snímků byla korekce NO pomocí lineární filtrace úspěšná jen z části. Tato metoda dokázala vhodně kompenzovat NO a zvýšit kontrast cév jen v případě, kdy cévy v okrajových částech byly patrné ještě před korekcí. V opačném případě došlo sice ke kompenzaci NO, ale bez zlepšení kontrastního rozlišení obrazu.

Korekce NO pomocí metody podělení fungovala na všech testovaných obrazech. V reálných obrazech má NO tedy multiplikativní charakter. Obrazy po korekci dosáhly značného zlepšení. Cévy v okrajových částech oka byly zřetelnější a to i v případech, kdy byl původní snímek velmi špatně osvětlen. Tato metoda byla zhodnocena jako optimální pro odstranění NO.

V poslední části práce je provedena korekce v jednotlivých složkách RGB obrazu pomocí metody podělení. Jako nejlepší se jevila varianta korekce ve všech složkách současně nebo kombinace korekce ve složce R a G. Aby bylo možné snímky kvantitativně hodnotit, bylo by nutné zachovat původní barvu obrazu, neboť po kompenzaci jednotlivých složek dochází k posunu barev v obraze.

9 Seznam zkratek

DP	dolní propusť

- FK fundus kamera NO
- nerovnoměrné osvětlení (shading) střední kvadratická odchylka SKO

10 Použitá literatura

- [1] JELÍNEK, Jan; ZICHÁČEK, Vladimír. *Biologie pro gymnázia*. Vyd. 9. Olomouc: Nakladatelství Olomouc, 2007. 575 s. ISBN 978-80-7182-213-4.
- [2] ROZSÍVAL, P. Oční lékařství. Vyd. 1. Praha: Galén, 2006. 373 s. ISBN 80-7262-404-0.
- [3] SILBERNAGL, Stefan; DESPOPOULOS, Agamemnon. *Atlas fyziologie člověka*. Vyd. 6. Praha: Grada, 2004. 448 s. ISBN 80-247-0630-X.
- [4] Obrázek: Wikipedie : otevřená encyklopedie [online]. Poslední revize 1. 5. 2009
 [cit. 2009-05-17]. Oko. Dostupné z WWW: http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Oko&oldid=1419313>.
- [5] *Zelený zákal* [online]. 2010 [cit. 2010-02-17]. Co je zelený zákal neboli glaukom. Dostupné z WWW: http://www.zeleny-zakal.cz/co-je-zeleny-zakal>.
- [6] KOLAŘ, Radim: Lékařská diagnostická technika, Brno 2007, ISBN: ABM 07-91.
- [7] Obrázek: *Retinalphysician.com* [online]. 2007 [cit. 2010-04-25]. Retinal Physician. Dostupné z WWW: http://www.retinalphysician.com/article.aspx?article=100656>.
- [8] YANOFF, Myron; DUKER, Jay S. Ophtalmology. 3rd ed. Kidlington: Mosby, 2009. 1552 s. ISBN 978-0-323-04332-8.
- [9] TYLER, Marshall E.; SAINE, Patrick J.; BENNETT, Timothy J. *Practical Retinal Photography and Digital Imaginig Techiques*. Philadelphia, US: Twin chimney Publishing, 2003. 222 s. ISBN 0-7506-7371-0.
- [10] CHRASTEK, Radim. Automated Retinal Image Analysis for Glaucoma screening and vessel evaluation. Erlangen, 2005. 209 s. Rigorózní práce. University Erlangen-Nuremberg, Faculty of Engineering Sciences.
- [11] ŠARMAN, Arnošt; NĚMEC, Martin. Www.elearn.vsb.cz [online]. 2004 [cit.2010-03-1].
 Základy počítačové grafiky.
 Schttp://www.elearn.vsb.cz/archivcd/FEI/ZPG/>. ISBN 978-80-248-1497-1.
- [12] ŽÁRA, Jiří, BENEŠ, B., SOCHOR, J.: Moderní počítačová grafika. 2. přep. a roz. vyd. Brno: Computer Press, 2004. 609 s. ISBN 80-251-0454-0
- [13] HOLOTA, Radek, FIŘT, Jaroslav. <u>http://home.zcu.cz/~holota5/publ/DigZprO.pdf</u>
- [14] YOUNG, Ian T.: Shading Correction: Compensation for Illumination and Sensor Inhomogeneities. Publikováno 19. 6. 2000, Delf University of Technology URL: http://www.ph.tn.tudelft.nl/People/albert/papers/YoungShading.pdf>

- [15] YOUNG, I. T.; GERBRANDS, J. J.; VAN VLIET, L. J. Www.qi.tnw.tudelft.nl [online]. 2009 [cit. 2010-04-27]. Image Processing Fundamentals. Dostupné z WWW: http://www.qi.tnw.tudelft.nl/Courses/FIP/noframes/fip.html.
- [16] RUSS, John C. The Image Processing Handbook. 4er. ed. Raleigh, US: CRC Press, 2002. 732 s. ISBN 0-8493-1142-X.
- [17] ALEXANDR, Lubomír. Výuka počítačové grafiky cestou WWW. Brno, 1999. 73 s. Diplomová práce. Vysoké Učení Technické v Brně, fakulta elektrotechniky a informatiky.
- [18] PROCHÁZKOVÁ, Jana; VITÁSEK, Vojtěch. Mathonline.fme.vutbr.cz [online]. 2007 [cit. 2010-02-11]. Základy počítačové grafiky. Dostupné z WWW: <http://mathonline.fme.vutbr.cz/pg/flash/TeorieGrafika/celaGrafika.pdf>.
- [19] Obrázek: KVASNIČKA., Ondřej. *Herakles.zcu.cz* [online]. [cit. 2010-01-05]. Cvičení, Křivky v počítačové grafice. Dostupné z WWW: <http://herakles.zcu.cz/education/zpg/cviceni.php?no=8>.
- [20] JEŽEK, František. *Numerické a geometrické modelování*. Plzeň, 2005. 92 s. Pomocný učební text. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd.
- [21] PROCHÁZKOVÁ, Jana; VITÁSEK, Vojtěch; MARTIŠEK, Dalibor. Mathonline.fme.vutbr.cz [online]. 2007 [cit. 2010-02-28]. Počítačová grafika a geometrie. Dostupné z WWW: http://mathonline.fme.vutbr.cz/pg/flash/hlavniStranka.html>
- [22] PLUHÁČEK, František. *Kaleidoskop.upol.cz* [online]. 2006 [cit. 2010-03-13]. Zrakové klamy. Dostupné z WWW: http://kaleidoskop.upol.cz [online]. 2006 [cit. 2010-03-13]. Zrakové klamy. Dostupné z WWW: http://kaleidoskop.upol.cz [online]. 2006 [cit. 2010-03-13]. Zrakové klamy. Dostupné z WWW: http://kaleidoskop.upol.cz [online]. 2006 [cit. 2010-03-13]. Zrakové klamy. Dostupné z WWW: http://kaleidoskop.upol.cz/old/kal2006/pluhacek.pdf.
- [23] *Michaelbach.de* [online]. 2005 [cit. 2010-01-30]. 87 Optical Illusions & Visual Phenomena. Dostupné z WWW: http://www.michaelbach.de/ot/index.html.

Příloha 1

