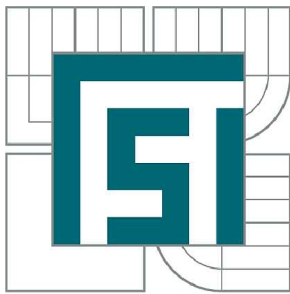


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

## VÝPOČTOVÁ ANALÝZA HYBRIDNÍHO LITINO-KOMPOZITOVÉHO SMYKADLA OBRÁBĚCÍHO CENTRA TM 2000

COMPUTATIONAL ANALYSIS OF THE STEEL-COMPOSITE CARRIER OF THE MACHINING  
CENTER TM 2000

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. MARTIN ZBOŽÍNEK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc., dr.  
h. c.

BRNO 2011

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2010/11

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Martin Zbožínek

který/která studuje v **magisterském studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

**Výpočtová analýza hybridního litino-kompozitového smykadla obráběcího centra TM 2000**

v anglickém jazyce:

**Computational analysis of the steel-composite carrier of the machining center TM 2000**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtové stanovení tuhosti, modální a frekvenční analýza a provedení pevnostní kontroly u smykadla smíšené litino-kompozitní konstrukce tvůrčí aplikací metody konečných prvků (MKP), využitím systému ANSYS resp. NASTRAN.

Cíle diplomové práce:

Stanovení tuhosti (poddajnosti) a bezpečnosti hybridního litino-kompozitového smykadla obráběcího centra. Frekvenční a modální analýza. Porovnání se současnou kovovou konstrukcí.



## Abstrakt

Cílem předložené práce bylo provedení výpočtové analýzy hybridní (litino-kompozitové) konstrukce smykadla a srovnání výsledků se současnou celokovovou verzí. Byla provedena statická a modální analýza a analýza odezvy na vynucené harmonické buzení. Výpočet byl řešen pro tři různá vyložení smykadla. Byly určeny statické tuhosti, vlastní frekvence a dynamické poddajnosti smykadla. Získané výsledky byly ověřeny pomocí experimentu na zmenšeném modelu smykadla. Při řešení úlohy bylo využito moderního softwarového vybavení, jmenovitě systémů MSC Patran, MD Nastran, Matlab a ProENGINEER.

## Abstract

The main objective of the work was to perform a computational analysis of the hybrid (steel-composite) carrier and compare the results with the original metal carrier. Static analysis, modal analysis and frequency response were solved. Computation was performed for three different relative positions of the carrier. Static stiffness, natural frequencies and dynamic compliance have been calculated. The results were verified by an experiment performed on a scaled-down model of the carrier. Modern software products, namely MSC Patran, MD Nastran, Matlab and ProENGINEER, were used for the calculation.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Mechanika, metoda konečných prvků (MKP), kompozitní materiály (kompozity), obráběcí stroj, smykadlo, modální analýza, tuhost.

## KEY WORDS

Mechanics, the Finite Element Method (FEM), composite materials (composites), machine tool, carrier, modal analysis, stiffness.

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

ZBOŽÍNEK, M. *Výpočtová analýza hybridního litino-kompozitového smykadla obráběcího centra TM 2000*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 86 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím uvedených zdrojů.

Bc. Martin Zbožínek  
*Zbožínek*  
.....

## **PODĚKOVÁNÍ**

Na tomto místě bych chtěl poděkovat rodině za podporu při psaní této práce. Dále bych rád poděkoval Ing. Martinu Plhalovi, Ph.D. za pomoc při tvorbě výpočtového modelu, Ing. Martinu Machálkovi za odborné konzultace a společnostem Tajmac-ZPS, a.s. a CompoTech, spol. s r. o. za poskytnutí potřebných podkladů.

# Obsah

<b>1 Úvod</b> .....	<b>8</b>
<b>2 Kompozitní materiály</b> .....	<b>10</b>
2.1 Základní pojmy .....	10
2.2 Rozdělení kompozitních materiálů .....	11
2.3 Výroba kompozitních materiálů .....	14
2.3.1 Technologie výroby vláken .....	14
2.3.2 Technologie výroby vláknových kompozitů .....	14
2.4 Aplikace kompozitních materiálů .....	16
<b>3 Mechanika kompozitů</b> .....	<b>18</b>
3.1 Směšovací pravidla kompozitního materiálu .....	18
3.2 Klasická laminační teorie .....	20
3.3 Konstitutivní vztahy pro anizotropní a ortotropní materiál .....	23
3.3.1 Konstitutivní vztahy pro obecný anizotropní materiál .....	23
3.3.2 Konstitutivní vztahy pro obecný ortotropní materiál .....	25
<b>4 Aplikace kompozitních materiálů ve stavbě obráběcích strojů</b> .....	<b>27</b>
4.1 Aplikace částicových kompozitů .....	27
4.2 Aplikace vláknových kompozitů .....	29
<b>5 Hybridní smykadlo</b> .....	<b>30</b>
5.1 Obráběcí centrum TM 2000 .....	30
5.2 Standardní litinové smykadlo .....	32
5.3 Historie vývoje hybridního smykadla .....	33
5.4 Smykadlo vyztužené kompozitovou trubkou .....	34
<b>6 Výpočtová analýza smykadla</b> .....	<b>36</b>
6.1 Tvorba výpočtových modelů .....	37
6.1.1 Výběr metody řešení .....	37
6.1.2 Výpočtový model litinového smykadla .....	40
6.1.3 Určení mechanických vlastností kompozitové trubky .....	46
6.1.4 Verifikace korektního použití prvků tet 10 pro danou kompozitovou trubku .....	47
6.1.5 Výpočtový model hybridního smykadla .....	53
6.2 Statická analýza smykadla .....	54
6.2.1 Určení statické tuhosti litinového smykadla .....	55
6.2.2 Určení statické tuhosti hybridního smykadla .....	58
6.3 Modální analýza smykadla .....	61
6.3.1 Modální analýza litinového smykadla .....	64
6.3.2 Modální analýza hybridního smykadla .....	67
6.4 Frekvenční analýza smykadla .....	70
6.5 Komplexní zhodnocení výsledků výpočtové analýzy .....	77
<b>7 Experimentální verifikace výsledků frekvenční analýzy</b> .....	<b>79</b>
7.1 Výsledky experimentální analýzy .....	81
7.2 Zhodnocení výsledků experimentální analýzy .....	83
<b>8 Závěr</b> .....	<b>84</b>
<b>9 Seznam použitých zdrojů</b> .....	<b>85</b>



# 1 Úvod

V moderním strojírenství dochází ve stále větší míře k nástupu nových technologií a nových materiálů. Jedním z nejsilnějších trendů současnosti je užití kompozitních materiálů (kompozitů). Tyto materiály v mnoha aplikacích postupně nahrazují dříve užívané kovové materiály.

Kovy mají totiž homogenní a izotropní materiálové vlastnosti a daná součást se tedy navrhuje tak, že se dostatečně využívá mechanických vlastností materiálu pouze v oblasti maximálního namáhání. Kompozity naopak umožňují vytvořit strukturu odpovídající poli napjatosti či deformace. Díky tomu lze v nebezpečné oblasti součást vyztužit.

V oboru obráběcích center dochází v současnosti k výzkumu aplikace kompozitových dílců do konstrukce strojů za účelem zlepšení jejich provozních vlastností. Mezi jeden z projektů tohoto výzkumu patří vývoj litinového smykadla obráběcího centra TM 2000 vyztuženého kompozitovou trubkou.

## **Analýza problémové situace**

Při vývoji obráběcího stroje narážíme na mnoho problémových situací spojených se zajištěním požadované přesnosti obrábění.

Mezi tyto problémové situace patří určování celkové tuhosti konstrukce obráběcího stroje a především určování tuhosti jejího nejpoddajnějšího členu. Znalost těchto tuhostí nám umožňuje navrhnout konstrukci tak, aby v místě obráběcího nástroje, pro předpokládané statické zatížení a vynucené harmonické buzení, docházelo k co nejmenším výchybkám a byla tak zajištěna nejvyšší možná přesnost obrábění.

Další problémovou situací je analýza modálních vlastností stroje nebo určitého dílce. Na základě získaných výsledků je poté možné pomocí vhodného řízení a regulace zajistit stabilní provoz stroje. Sekundární problémovou situací je potom posouzení vlivu případných konstrukčních změn na hmotnost a tlumením, což jsou veličiny výrazně ovlivňující modální vlastnosti.

Problémovou situaci řešenou touto prací je tedy možné formulovat následovně: *Pomocí výpočtového modelování provést analýzy tuhosti a modálních vlastností smykadla, jakožto nejpoddajnějšího členu obráběcího centra, a posoudit možné přínosy nové hybridní konstrukce.*

## **Formulace problému**

Provést deformačně-napěťovou analýzu a analýzu modálních vlastností původního (litinového) a nově navrhovaného (hybridního) smykadla obráběcího centra TM 2000.

Porovnat získané výsledky a posoudit, zda při použití nové koncepce budou splněny následující požadavky:

- a) snížení hmotnosti smykadla,
- b) zvýšení statické tuhosti smykadla,
- c) zvýšení vlastních frekvencí sestavy smykadla,
- d) snížení dynamické poddajnosti smykadla.

## 2 Kompozitní materiály

Účelem této kapitoly je uvést čtenáře do problematiky kompozitních materiálů a seznámit ho s pojmy, které jsou běžně užívány v dalších kapitolách. Při její tvorbě bylo čerpáno především z následujících zdrojů: [1], [2], [3], [5], [10] a [11].

### 2.1 Základní pojmy

**Kompozitním materiálem** (neboli kompozitem) se obecně vzato může nazývat každý vícefázový materiál, ve kterém jsou všechny složky významně zastoupeny a u něhož je vlivem kombinace více fází dosaženo lepších vlastností celku. Této definici vyhovuje celá řada přírodních materiálů jako dřevo, kosti, mušle, ulity, atd.



Obr. 2.1. Ukázky přírodních kompozitů. [2], [6]

Dnešnímu pojetí kompozitních materiálů, jako moderních konstrukčních materiálů s mimořádnými vlastnostmi, lépe vyhovuje definice charakterizující kompozity jako heterogenní složené materiály skládající se ze dvou či více chemicky a fyzikálně odlišných složek, z nichž každá má výrazně jiné mechanické vlastnosti.



Obr. 2.2. Ukázky moderních kompozitů. [3], [7]

Kompozity se skládají zpravidla ze dvou komponent - ***nosné části*** (*výztuže*) a ***matrice*** (*pojiva*). Nosná část přenáší zatížení a jedná se většinou o diskontinuální složku kompozitu ve formě vláken nebo částic. Matrice plní spojovací funkci, udržuje vlákna ve správných pozicích, chrání je před vnějšími vlivy a vytváří vnější tvar a vzhled tělesa. Matrice také pomáhá distribuovat napětí.

Pomocí vhodné kombinace složek je možné vytvořit nehomogenní anizotropní materiálovou strukturu, která odpovídá příslušným deformačním a pevnostním požadavkům. Tímto je možné oproti klasickým kovovým materiálům dosáhnout zvýšení pevnosti, tuhosti nebo lomové houževnatosti při snížení hmotnosti součástí. Nevýhodou je však zvýšení nákladů.

## 2.2 Rozdělení kompozitních materiálů <sup>[1]</sup>

### 1) podle materiálu výztuže:

- a) kovy – W, Fe, Cr, Mo, Ti, Ni a jejich slitiny
- b) nekovy
  - anorganické materiály
    - ⇒ keramické materiály ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ , SiC)
    - ⇒ skla (vysoce pevné – S, vysoce tuhé – E)
    - ⇒ jednoprvková vlákna (C, B)
    - ⇒ čedič
  - organické materiály
    - ⇒ polymery (aramidová vlákna – Kevlar, polyamidová vlákna – Nylon)

### 2) podle materiálu matrice:

- a) kovy – Al, Ag, Fe, Mg, Ti, Co, Cu, Ni a jejich slitiny
- b) nekovy
  - anorganické materiály
    - ⇒ keramické materiály ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ , SiC)
    - ⇒ skla (vysoce pevné – E, vysoce tuhé – S)
    - ⇒ jednoprvkové matrice (C)
  - organické materiály
    - ⇒ polymery (polyestery, vinylestery, fenolické pryskyřice, epoxidy, polyamidy)

### 3) podle tvaru geometrické výztuže:

a) vláknové (obr. 2.3, obr. 2.4)

➤ jednovrstvé

⇒ dlouhvláknové

⇒ s jednosměrným vyztužením ... obr. a)

⇒ s dvousměrným vyztužením (vyvážená lamina) ... obr. c)

⇒ izolovaná vlákna

⇒ rohož (tkanina)

⇒ s vícesměrným vyztužením ... obr. d)

⇒ krátkovláknové ( $l/d < 100$ )

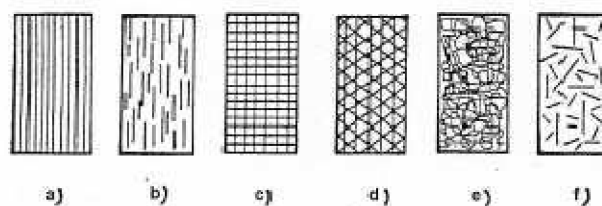
⇒ s náhodným směrovým uspořádáním ... obr. f)

⇒ s přednostním směrovým uspořádáním ... obr. b)

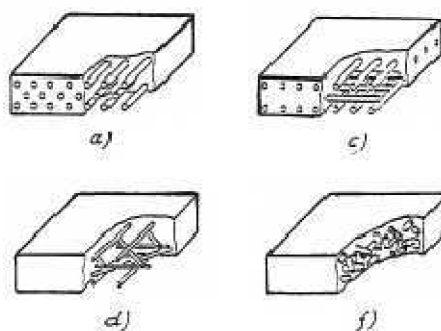
➤ vícevrstvé

⇒ lamináty (stejně laminy různě směrově orientované)

⇒ hybridy (vrstvy z různých materiálů)



Obr. 2.3. Typy vláknových kompozitů. <sup>[1]</sup>

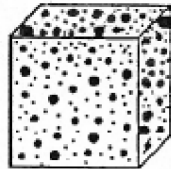


Obr. 2.4. Prostorové uspořádání vláknových kompozitů. <sup>[1]</sup>

Pozn.: Obr. 2.3e) dlouhvláknový kompozit s náhodnou orientací vláken.

## b) částicové

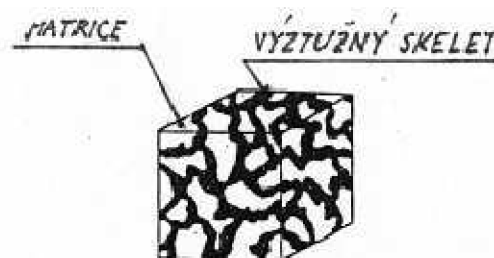
- ⇒ precipitací se vytvoří pevné a tuhé částice, které zabraňují pohybu dislokací po skluzových plochách
- ⇒ zvýšení mechanických vlastností však není tak výrazné jako v případě vláknových kompozitů



Obr. 2.5. Částicový kompozitní materiál. <sup>[1]</sup>

## c) skeletové (tzv. voštiny)

- ⇒ tvořeny pórovitou matricí prostoupenou souvislým nosným skeletem



Obr. 2.6. Skeletový kompozitní materiál. <sup>[1]</sup>

**4) podle použití:**

- a) žárovečné/žáruvzdorné
- b) korozivzdorné
- c) pro letectví
- d) pro stavebnictví
- e) atd.

## 2.3 Výroba kompozitních materiálů

### 2.3.1 Technologie výroby vláken

Jedná se většinou o pokročilé výrobní technologie, které jsou chráněny patenty. Výchozí surovina se často liší od finálního produktu, musí ale vždy obsahovat jeho chemické prvky.

### 2.3.2 Technologie výroby vláknových kompozitů

Lze kombinovat výztuže a matrice vyrobené z různých materiálů, podmínkou je ale dokonalá adheze na rozhraní. Další důležitou vlastností je tažnost matrice. Kompozitní materiály tedy mohou být typu kov-kov, polymer-polymer, keramika-keramika, keramika-kov nebo keramika-polymer.

Vlastní výrobní technologie vláknových kompozitů závisí především na materiálu matrice. V praxi se nejčastěji používají polymerní matrice, které se dělí na termosety a termoplasty. **Termosety** jsou tvořeny prostorovými polymerními sítěmi a při zahřátí zůstávají v tuhé fázi. V konstrukčních aplikacích tento typ převládá. **Termoplasty** se skládají z opakujících se dlouhých lineárních molekul. Po zahřátí měknou, po následném ochlazení však opět tuhnou. Jejich nevýhodou je vysoká viskozita, která způsobuje obtíže při impregnaci.

Technologie spojování vláken a matrice: <sup>[1]</sup>

- a) ruční ukládání
- b) vakuové zpracování (vakuový/tlakový vak, vytvrzování v autoklávu)
- c) navíjení
- d) lisování (v přípravku, z pre-pregů)
- e) nastřikování
- f) vytlačování
- g) prášková metalurgie
- h) atd.

Vzhledem k problematice, kterou se zabývá tato diplomová práce, se dále podrobněji zmíníme o technologii navíjení.

### ad c) Navíjení:

V případě této vysoce automatizované technologie dochází ke kontinuálnímu navíjení výztuže na smrštitelnou rotační formu.

Jako výztuž se nejčastěji využívají tzv. **rovingy**, což jsou svazky vláken paralelně navinuté na cívce.

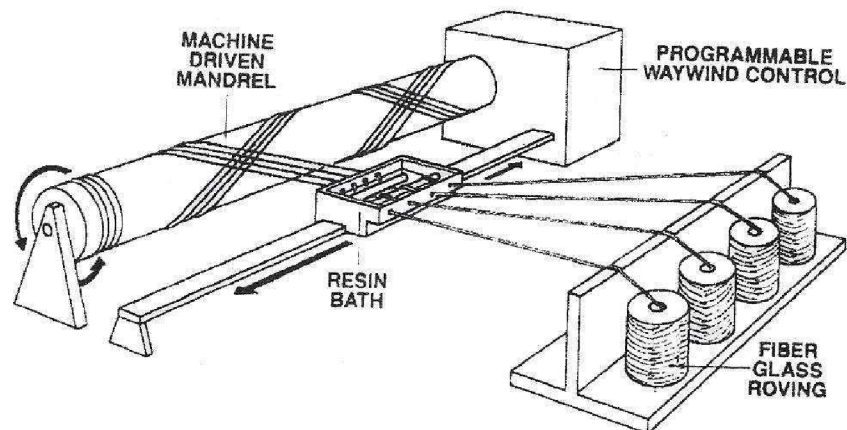
Jedná se o unidirekcionální vrstvu, která má velmi dobré mechanické vlastnosti v podélném směru. Pevnost a tuhost paralelně natažených rovingů je tedy vyšší než v případě tkanin ze stejného materiálu, kde jsou vlákna zvlněná a komplexně zatěžovaná. Výhodou rovingů je také jejich nízká cena.



Obr. 2.7. Příklad rovingu.<sup>[12]</sup>

Vlákna se navíjejí buď již navlhčená, nebo se provlhčují až po navinutí. Pomocí přesného uspořádání a orientace výztuže se dosahuje požadovaných vlastností kompozitu. Vytvrzení se provádí přímo na jádře.

Výhodou této metody je vysoká produktivita plynoucí z automatizace výrobního procesu. Nevýhodou je především vysoká cena navíjecích strojů (tzv. **mandrelů**).



Obr. 2.8. Schéma navíjecího zařízení.<sup>[11]</sup>



## 2.4 Aplikace kompozitních materiálů

Kompozitní materiály se v současnosti používají v mnoha oborech lidské činnosti jako např.:

a) letectví a kosmická technika

⇒ směrovky, výškovky, křídélka, vztlakové klapky, spojery, stabilizátory, nosníky křídel, potahové panely, náběžné hrany, celokompozitové letouny

b) kolejová vozidla

⇒ čelní karosérie, vnější kryty, interiér

c) automobily

⇒ karosérie

d) textilní stroje

⇒ bidlen, ojnice, brdový list

e) zdravotnictví

⇒ ortézy, protézy, dlahy, RTG lůžka, nosítka, transportní boxy

f) sport

⇒ hokejky, pádla, lodě, stěžně windsurfů, tenisové rakety, baseballové pálky, golfové hole, lyže, snowboardy, rámy kol, helmy a přilby

g) elektrotechnika

⇒ desky tištěných spojů, kryty přístrojů, zkratovací tyče, izolátory, tyče zavěšení trolejí, táhla a ovládací prvky

h) stavebnictví

⇒ kabelové lávky, lávky do chemického průmyslu, žebříky, rošty, krovy a stropní konstrukce, vyztužovací lamely, panely, okna

i) strojírenství

⇒ části obráběcích strojů (viz kapitola 4)



Obr. 2.9. Ukázky aplikace kompozitních materiálů I. [2]



Obr. 2.10. Ukázky aplikace kompozitních materiálů II. [3]

### 3 Mechanika kompozitů

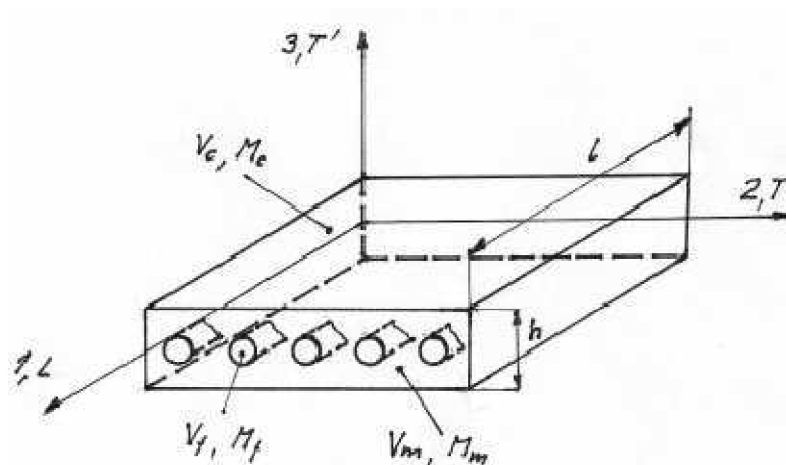
V této kapitole budou uvedeny základní vztahy mechaniky kompozitů. Dále zde bude pojednáno o klasické laminační teorii a konstitutivních vztazích anizotropních a ortotropních materiálů. Na tuto kapitolu bude později odkazováno při samotném řešení problému této diplomové práce. Při její tvorbě bylo užito především těchto zdrojů: [1], [5], [10], [11], [13] a [14].

#### 3.1 Směšovací pravidla kompozitního materiálu

Pro kompozitní materiál sestávající ze dvou komponent platí:

$$M_c = M_f + M_m \quad (3.1)$$

kde  $M$  [kg] ... hmotnost  
 index  $c$  ... kompozit  
 index  $f$  ... vlákno  
 index  $m$  ... matrice



Obr. 3.1. Výpočtový model dlouhvláknového jednosměrového kompozitu. <sup>[1]</sup>

Z rovnice (3.1) lze aplikací obecně známého vztahu  $M = V \cdot \rho$  a následnou úpravou vyjádřit **směšovací pravidlo pro hustotu kompozitního materiálu**:

$$\rho_c = \rho_f \cdot v_f + \rho_m \cdot v_m = \sum_{i=1}^n \rho_i \cdot v_i \quad (3.2)$$

kde  $v_i = \frac{V_i}{V_c}$  [-] ... objemový podíl

Pro síly působící v kompozitním materiálu platí:  $F_c = F_f + F_m$  (3.3)

Předpokládá se, že příčné řezy kompozitu zůstávají v průběhu zatěžování rovinné a kolmé ke střednicové ploše. Potom pro podélný posuv lze psát:

$$\Delta l_c = \Delta l_f = \Delta l_m \quad (3.4)$$

Užitím obecně známého vztahu  $F = \sigma \cdot S$  a následnou úpravou lze z rovnice (3.3), pro daný pracovní předpoklad o deformaci (3.4), vyjádřit **směšovací pravidlo pro napětí v kompozitním materiálu:**

$$\sigma_c = \sigma_f \cdot v_f + \sigma_m \cdot v_m = \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot v_i \quad (3.5)$$

Úpravou vztahu (3.5) poté získáme **směšovací pravidlo pro modul pružnosti v tahu pro longitudální směr:**

$$E_{t,L} = E_f \cdot v_f + E_m \cdot v_m = \sum_{i=1}^n E_i \cdot v_i \quad (3.6)$$

Dále lze ze vztahu pro příčný posuv  $\Delta t_c = \Delta t_f + \Delta t_m$  (3.7) vyjádřit **směšovací pravidlo pro Poissonovo číslo kompozitního materiálu:**

$$\mu_{LT} = \mu_f \cdot v_f + \mu_m \cdot v_m = \sum_{i=1}^n \mu_i \cdot v_i \quad (3.8)$$

Další vztahy se odvozují ze zjednodušeného rovinného modelu, přičemž se neuvažují Poissonovské efekty. Vztahy tedy platí pouze přibližně.

**směšovací pravidlo pro modul pružnosti v tahu pro transversální směr:**

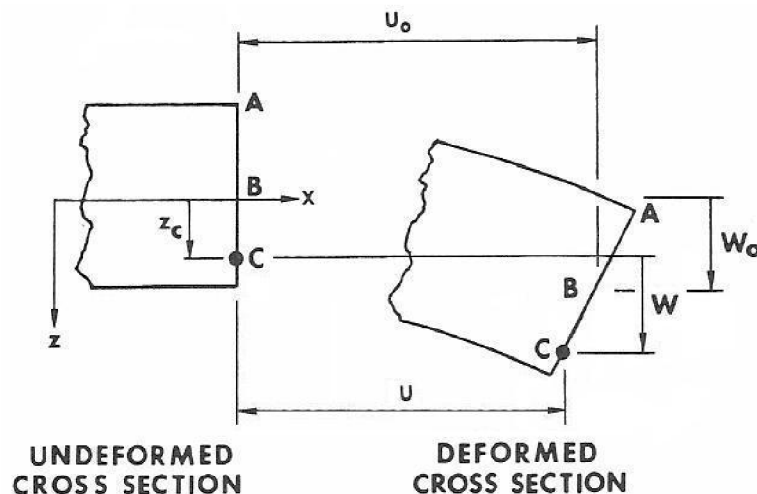
$$E_{t,T} = \frac{1}{\frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{v_i}{E_i}} \quad (3.9)$$

**směšovací pravidlo pro modul pružnosti ve smyku:**

$$G_{LT} = \frac{1}{\frac{v_f}{G_f} + \frac{v_m}{G_m}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{v_i}{G_i}} \quad (3.10)$$

### 3.2 Klasická laminační teorie

Teorie je odvozena pro tenkostěnnou laminátovou desku. Obecně je deska definována jako tenkostěnné těleso s rovinnou střednicovou plochou před zatížením. Předpokládá se, že příčné řezy kolmé ke střednicové ploše zůstávají po zatížení rovinnými a kolnými ke zdeformované střednicové ploše. Dominantní deformací desky je pak průhyb (posuv kolmý ke střednicové ploše).



Obr. 3.2. Deformace desky. <sup>[13]</sup>

Deformace v obecném bodě  $C$  a místě  $z$  příčného řezu je dána následujícími vztahy:

$$u \cong u_o - z_c \cdot \frac{\partial w_o}{\partial x} \quad (3.11)$$

$$v \cong v_o - z_c \cdot \frac{\partial w_o}{\partial y} \quad (3.12)$$

kde  $u, v, w \dots$  deformační posuvy ve směru osy  $x, y, z$   
 $index o \dots$  střednicová plocha

Poměrná přetvoření v bodě  $C$  mají tedy tuto podobu:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial x} - z_c \cdot \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_o}{\partial y} - z_c \cdot \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \quad (3.14)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} - 2z_c \cdot \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \quad (3.15)$$

Předešlé výrazy (3.13) až (3.15) lze zapsat v obecné maticové podobě:

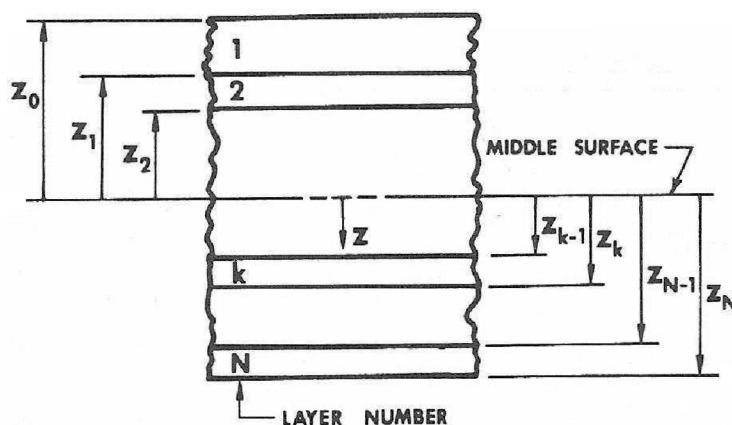
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_s + z \cdot \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

kde *index k* ... k-tá vrstva

$$k_x = -\frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \quad [m] \dots \text{křivost ve směru osy } x \text{ v místě } B \text{ střednicové plochy}$$

$$k_y = -\frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \quad [m] \dots \text{křivost ve směru osy } y \text{ v místě } B \text{ střednicové plochy}$$

$$k_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \quad [m] \dots \text{křivost v rovině } xy \text{ v místě } B \text{ střednicové plochy}$$



Obr. 3.3. Rovinná laminátová vrstevnatá konstrukce. <sup>[13]</sup>

Deformace k-té vrstvy je tedy dána následujícím vztahem:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^s\} + z \cdot \{k\} \quad (3.17)$$

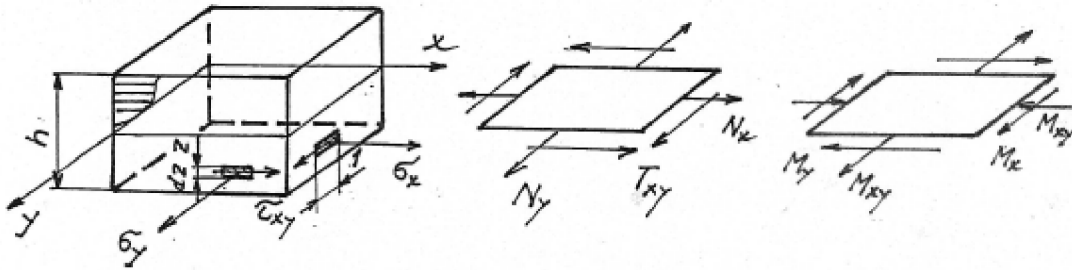
kde  $\{\varepsilon\}$  ... vektor deformace k-té vrstvy

$\{\varepsilon^s\}$  ... vektor deformace střednicové plochy

$\{k\}$  ... vektor křivosti

Pro případ desky se zavádějí liniové silové účinky sestávající z liniových sil  $N_x$ ,  $N_y$  a  $T_{xy}$  a liniových momentů  $M_x$ ,  $M_y$  a  $M_{xy}$ .

$$\begin{aligned}
 N_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot 1 \cdot dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_x dz ; & M_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x \cdot z \cdot 1 \cdot dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_x \cdot z dz \\
 N_y &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot 1 \cdot dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_y dz ; & M_y &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y \cdot z \cdot 1 \cdot dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_y \cdot z dz \\
 T_{xy} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} \cdot 1 \cdot dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \tau_{xy} dz ; & M_{xy} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} \cdot z \cdot 1 \cdot dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \tau_{xy} \cdot z dz
 \end{aligned} \tag{3.18}$$



Obr. 3.4. Uvolněný prvek desky a vnitřní silové liniové účinky.<sup>[1]</sup>

Zavádíme vektory vnitřních liniových sil  $\{N\}$  a vnitřních liniových momentů  $\{M\}$ :

$$\{N\} = [N_x \quad N_y \quad T_{xy}]^T \tag{3.19}$$

$$\{M\} = [M_x \quad M_y \quad M_{xy}]^T \tag{3.20}$$

Konstitutivní vztahy vrstevnaté rovinné desky jsou poté vyjádřeny ve tvaru:

$$\begin{bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \{\epsilon^s\} \\ \{k\} \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

kde  $[A]$  ... matice tahové tuhosti  
 $[B]$  ... matice vazebné tuhosti  
 $[D]$  ... matice ohybové tuhosti

Matice tuhosti jsou definovány následovně:

$$[A] = \sum_{k=1}^n [\bar{C}(\varphi_k)] \cdot h_k \quad (3.22)$$

$$[B] = \sum_{k=1}^n [\bar{C}(\varphi_k)] \cdot \frac{z_k^2 - z_{k-1}^2}{2} \quad (3.23)$$

$$[D] = \sum_{k=1}^n [\bar{C}(\varphi_k)] \cdot \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3} \quad (3.24)$$

kde  $[\bar{C}(\varphi_k)]$  ... matice směrových materiálových konstant

$h [m]$  ... tloušťka dané vrstvy

$z [m]$  ... z-ová souřadnice dané vrstvy

### 3.3 Konstitutivní vztahy pro anizotropní a ortotropní materiál

#### 3.3.1 Konstitutivní vztahy pro obecný anizotropní materiál

Jedná se o nejobecnější model materiálu. Hookeův zákon je možné pro tento model zapsat v tomto tenzorovém tvaru:

$$\sigma_i = C_{ij} \cdot \varepsilon_j, \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (3.25)$$

Tento vztah lze vyjádřit v maticové podobě:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Maticový tvar můžeme rovněž zapsat v symbolickém vyjádření:

$$\{\sigma\} = [C] \cdot \{\varepsilon\} \quad (3.27)$$

kde  $\{\sigma\}$  ... vektor napětí ( $\sigma$  – normálové napětí,  $\tau$  – smykové napětí)

$[C]$  ... matice tuhostních materiálových konstant

$\{\varepsilon\}$  ... vektor přetvoření ( $\varepsilon$  – poměrné přetvoření,  $\gamma$  – zkos)



Inverzní tvar Hookeova zákona získáme vynásobením rovnice (3.27) zleva inverzní maticí tuhosti  $[C]^{-1}$ :

$$\begin{aligned} [C]^{-1} \cdot \{\sigma\} &= [C]^{-1} \cdot [C] \cdot \{\varepsilon\} \rightarrow [C]^{-1} \cdot \{\sigma\} = \{\varepsilon\} \\ \{\varepsilon\} &= [S] \cdot \{\sigma\} \end{aligned} \quad (3.28)$$

kde  $[S] = [C]^{-1}$  ... matice materiálové poddajnosti

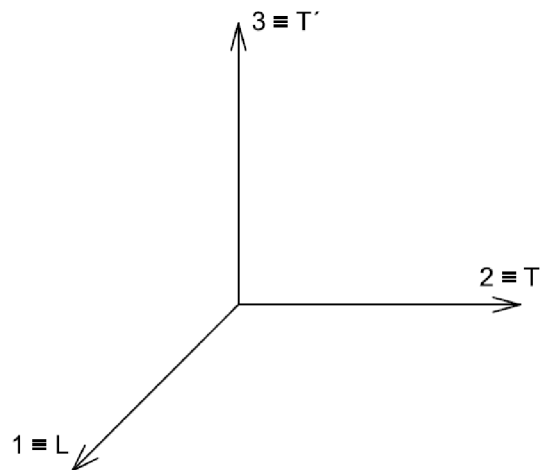
V maticové podobě má tento vztah následující tvar:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Matice tuhostních materiálových konstant  $[C]$  i matice materiálové poddajnosti  $[S]$  jsou symetrické, pro  $i \neq j$  platí  $C_{ij} = C_{ji}$ , resp.  $S_{ij} = S_{ji}$ . Obě matice tedy obsahují **21 nezávislých materiálových konstant**.

### 3.3.2 Konstitutivní vztahy pro obecný ortotropní materiál

U tohoto modelu materiálu existují tři hlavní ortotropní osy (1, 2 a 3), které jsou na sebe vzájemně kolmé. Ve směru těchto hlavních ortotropních os se materiál chová izotropně (normálové napětí způsobí pouze poměrné přetvoření, ale nezpůsobí zkos, resp. smykové napětí způsobí pouze zkos nikoliv však poměrné přetvoření).



Obr. 3.5. Hlavní ortotropní souřadnicový systém.

Z daných charakteristik hlavních ortotropních os a Hookeova zákona obecného anizotropního materiálu (3.26) potom vyplývá následující maticová podoba Hookeova zákona obecného ortotropního materiálu:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Obdobnou úpravou jako v případě obecného anizotropního materiálu obdržíme inverzní tvar Hookeova zákona obecného ortotropního materiálu:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Aplikací rovnic pro poměrná přetvoření a zkosity v hlavních ortotropních směrech poté získáme Hookeův zákon v následující podobě:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{21}}{E_2} & -\frac{\mu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\mu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{13}}{E_1} & -\frac{\mu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Pro  $i \neq j$  platí  $\frac{\mu_{ij}}{E_i} = \frac{\mu_{ji}}{E_j}$ . Obecný ortotropní materiál má tedy **9 nezávislých**

**parametrů** (moduly pružnosti v tahu -  $E_1$ ,  $E_2$  a  $E_3$ , moduly pružnosti ve smyku -  $G_{12}$ ,  $G_{23}$  a  $G_{31}$  a Poissonova čísla -  $\mu_{12}$ ,  $\mu_{23}$  a  $\mu_{31}$ ).

## 4 Aplikace kompozitních materiálů ve stavbě obráběcích strojů

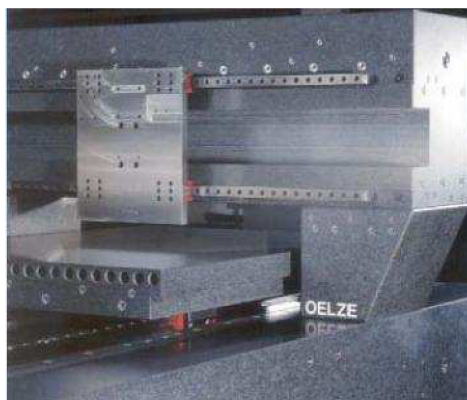
Ve stavbě obráběcích strojů v současnosti, stejně jako v jiných technických odvětvích, nastává trend nahrazování běžně užívaných kovů kompozitními materiály.

Základními požadavky kladenými na mechanické části obráběcích strojů jsou vysoká tuhost, nízká hmotnost a výrazné tlumení. Těchto parametrů lze dosáhnout buď použitím současných materiálů s vylepšeným designem (např. užití parametrické nebo topologické optimalizace), nebo nekonvenčních materiálů, případně kombinací současných a nekonvenčních materiálů. Z nekonvenčních materiálů se ve stavbě obráběcích strojů užívají především částicové a vláknové kompozity, keramika a hybridní struktury (tzn. kombinace více odlišných materiálů v rámci jednoho dílce).

Vzhledem k tématu této práce bude dále kapitola zaměřena pouze na aplikaci částicových a vláknových kompozitů.

### 4.1 Aplikace částicových kompozitů <sup>[4], [19]</sup>

Do této kategorie patří především přírodní žula a polymerní beton. **Přírodní žula** (resp. granit) se používá pro přesné stroje pro mikrofrézování a broušení. Důvodem je zejména absence vnitřního předpětí, dokonalá rozměrová stálost, dobré materiálové tlumení (na úrovni šedé litiny) a nižší hodnota délkového teplotního součinitele roztažnosti v porovnání s litinou. Nevýhodou tohoto materiálu je náročná a nákladná výroba přesných dílců, potřeba broušení všech ploch, komplikované a nákladné spojování s ostatními dílci konstrukce, velmi omezené možnosti zásahu do hotové konstrukce (složitě vrtání děr, nelze vyřezávat závit) a vysoká hmotnost dílců.



Obr. 4.1. Granitová nosná struktura portálového vertikálního centra pro mikrofrézování. <sup>[4]</sup>

**Polymerbeton** je směs přírodní („štěrk“) nebo umělé keramiky a syntetického pojiva. Užívá se jako materiál nosných dílů brousicích a frézovacích strojů. Výhodou polymerního betonu je opět dobré materiálové tlumení (na úrovni šedé litiny), možnost integrovat do dílce elektrické a fluidní rozvody a „inserty“ pro následné dokončovací obrábění. Tento materiál je ekonomicky výhodný pro větší série strojů (cca. 30 odlitků/rok). Nevýhodou je nákladná výroba (vzhledem k časté nutnosti použít kovovou formu), komplikované spojování s ostatními dílci konstrukce, velmi omezené možnosti zásahu do hotové konstrukce, velmi problematické obrábění dílců a jejich vysoká hmotnost.



Obr. 4.2. Konstrukce obráběcího stroje z polymerbetonu. <sup>[4]</sup>

## 4.2 Aplikace vláknových kompozitů [4], [9], [18]

Jedná se hlavně o **kompozity na bázi uhlíkových vláken**. Výhodou těchto kompozitů je možnost navrhnout dílce s optimálně orientovanou tuhostí, vynikající hodnoty měrného modulu pružnosti, výborné materiálové tlumení (vyšší než u šedé litiny) a nízká, nebo v kritických směrech nulová, teplotní roztažnost. Nevýhodou je opět nákladná výroba, komplikované spojování s ostatními dílci konstrukce, velmi omezené možnosti zásahu do hotové konstrukce a komplikovaná a nestandardní technologie návrhu optimalizovaných konstrukcí.

Mezi konkrétní aplikace patří např. kompozitní hřídele, těleso vřeteníku na bázi vláknových kompozitů, kompozitový náhon rotačních nástrojů, kompozitový příčník nebo smykadlo.



*Obr. 4.3. Kompozitové hřídele používané společností Tajmac-ZPS, a.s. u vícevřetenových automatů. [4]*

## 5 Hybridní smykadlo

Cílem této diplomové práce je analýza litino-kompozitového smykadla nového obráběcího centra TM 2000 (viz kapitola 5.1) a posouzení možného přínosu v porovnání se standardním litinovým smykadlem (viz kapitola 5.2). Tato hybridní konstrukce je součástí výzkumu využití kompozitových materiálů za účelem zvýšení tuhosti konstrukce stroje a tím i dosažení vyšší přesnosti obrábění.

### 5.1 Obráběcí centrum TM 2000

TURNMILL 2000 je novým strojem vyvíjeným společností Tajmac-ZPS, a.s. vycházejícím z koncepce obráběcího centra TM 1250. Stroje TURNMILL jsou koncipovány jako multifunkční obráběcí centra určené pro komplexní obrábění rozměrných, tvarově a technologicky náročných dílců, které vyžaduje kombinaci technologických operací z oblasti výkonového frézování a soustružení, případně broušení. Stroje jsou koncipovány pro obrábění dílců z různých materiálů o vysoké hmotnosti v segmentu leteckého, vojenského, kosmického a energetického průmyslu.

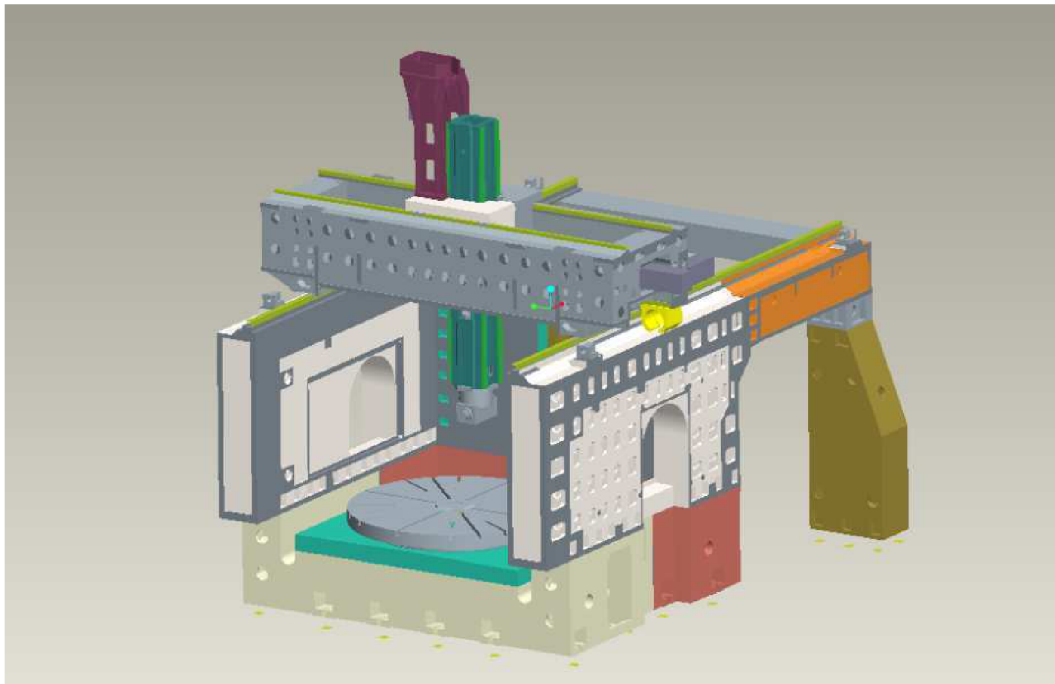
Na vlastnosti stroje jsou kladeny extrémní, často protichůdné, požadavky jako vysoký krouticí moment pro frézování, vysoké otáčky pro soustružení dílců o hmotnosti až 2,5 tuny a to vše u těžce obrobitelných materiálů (titan, speciální druhy žáruvzdorných a korozivzdorných ocelí).



Obr. 5.1. Obráběcí centrum TURNMILL 1250. <sup>[8]</sup>

Zvládnutí těchto požadavků vyžaduje vysokou statickou a dynamickou tuhost konstrukce. Díky mechatronickým modelům pro výpočet velikosti mezní šířky třísky (významný marketingový parametr) bylo zjištěno, že „nejslabším“ místem stroje je smykadlo.

Rovněž bylo zjištěno, že standardní konstrukce smykadla z tvárné litiny (viz kapitola 5.2) dosahuje při požadované dynamické tuhosti svých fyzikálních limitů. Na základě zkušeností získaných se strojem MCV 1210 byla tedy navržena nová koncepce, kdy je smykadlo vyztuženo kompozitovou trubkou. Ve stavbě obráběcích strojů jde o světově unikátní řešení.



Obr. 5.2. Model obráběcího centra TURNMILL 2000. <sup>[9]</sup>

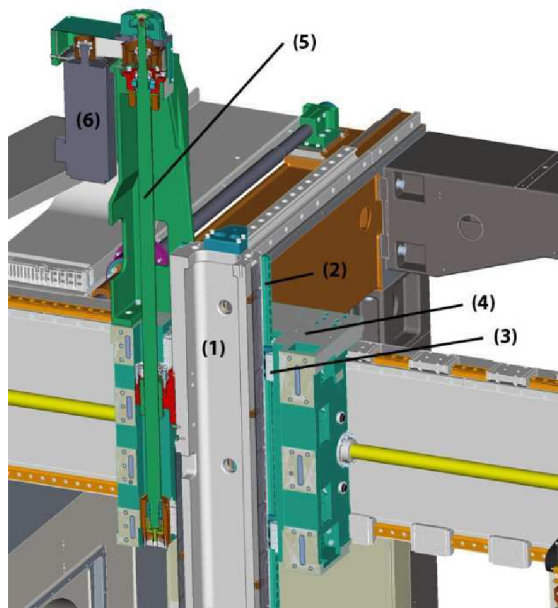


## 5.2 Standardní litinové smykadlo

Jedná se o dílec o průřezu 370 x 370 mm a délce 2530 mm vyrobený z tvárné litiny 422305.

Tab. 5.1. Materiálové charakteristiky litiny 422305. <sup>[9]</sup>

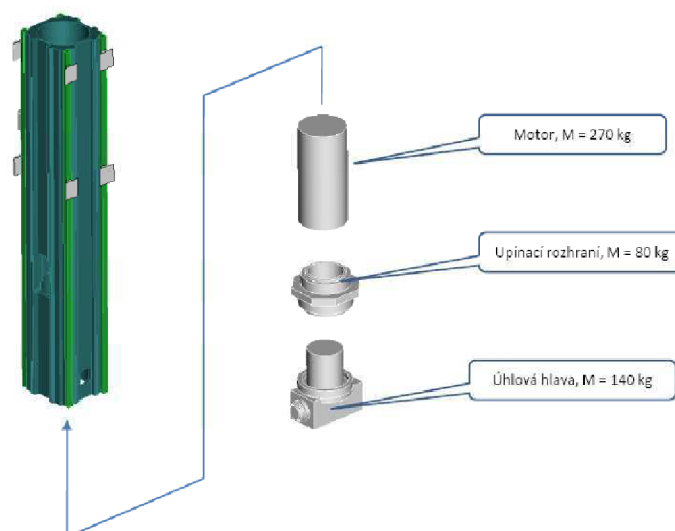
<b>modul pružnosti v tahu E [MPa]</b>	169000
<b>Poissonovo číslo <math>\mu</math> [-]</b>	0,25
<b>hustota <math>\rho</math> [kg·m<sup>-3</sup>]</b>	7060
<b>poměrný útlum <math>b_p</math> [%]</b>	0,3



Obr. 5.3. Kinematika smykadla: <sup>[9]</sup>

Smykadlo (1) je pevně spojeno se čtyřmi lineárními vedeními (2), které se pohybují v osmi vozících (3) připojených ke křížovému saním (4). Pohyb smykadla je zajištěn pomocí kuličkového šroubu (5) poháněného servomotorem Siemens (6).

Na konci smykadla je upnuta úhlová frézovací hlava poháněná elektromotorem (obr. 5.4).



Obr. 5.4. Schéma smykadla s úhlovou hlavou. <sup>[9]</sup>

### 5.3 Historie vývoje hybridního smykadla

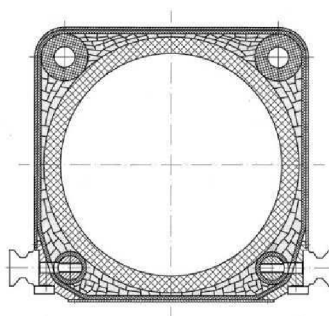
Původní koncepce hybridního smykadla, uvažovaná pro implementaci na stroji MCV 1210, vycházela z konstrukce obdenného celokompozitového dílce vyrobeného pro výzkumné centrum VCSTT při ČVUT v Praze (obr. 5.5).



Obr. 5.5. Celokompozitové smykadlo pro výzkumné centrum VCSVTT. <sup>[9]</sup>

Celokompozitové smykadlo však mělo několik významných nedostatků - nízkou smykovou tuhost, špatnou odolnost proti agresivnímu provoznímu prostředí (odletující špony, stříkající olej), problematickou montáž navazujících dílců.

Nový návrh byl proto založen na předpokladu využití tenkého ocelového korpusu vyplněného 3D kompozitovými strukturami obklopujícími jádro tvořené kompozitovou trubicí.



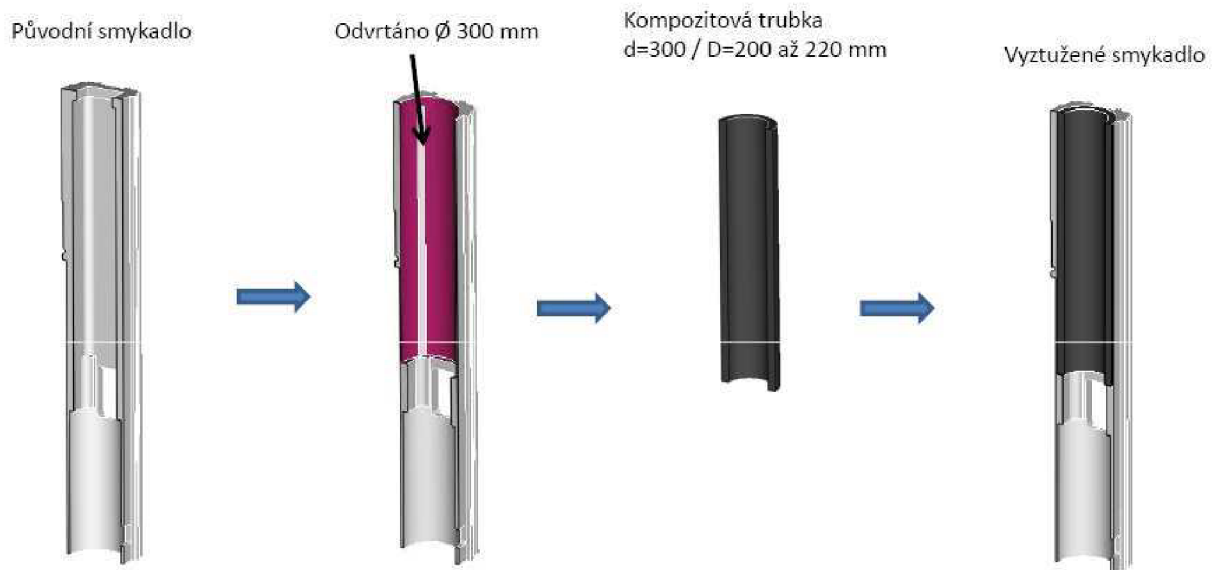
Obr. 5.6. Koncepce kompozitového smykadla pro obráběcí centrum MCV 1210. <sup>[9]</sup>

Ani tato koncepce však nepřinesla výrazné zlepšení mechanických vlastností oproti standardnímu řešení. Akceptovatelné zlepšení bylo dosaženo až při výrazném zvětšení rozměrů smykadla, resp. jeho průřezu, což však vedlo i ke zvětšení navazujících konstrukčních celků a z toho vyplývajícimu celkovému zvětšení rámu stroje, zvýšení jeho hmotnosti a zhoršení dynamických parametrů. Toto řešení proto nebylo pro danou velikost stroje přijato a byl zahájen výzkum nové koncepce smykadla popsané v následující kapitole 5.4.

#### 5.4 Smykadlo vyztužené kompozitovou trubkou

Vzhledem k neuspokojivým výsledkům předchozích koncepcí (viz kapitola 5.3) byl pro obráběcí centrum TM 2000 navržen princip vyztužení, který nepředpokládal nahrazení standardního litinového smykadla novým dílcem, ale uvažoval pouze jeho úpravu.

Vnitřní dutina litinového smykadla byla zvětšena odvrtáním a do nově vzniklého prostoru byla posléze vlepena vyztužující kompozitová trubka (obr. 5.7).



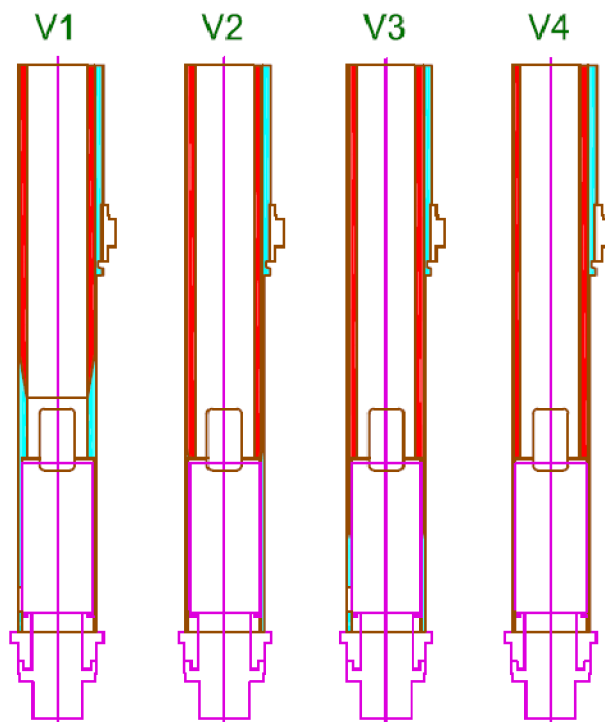
Obr. 5.7. Princip vyztužení smykadla. <sup>[9]</sup>

Vyztužující trubka byla vyrobena navíjením. Při výrobě byly použity 2 druhy uhlíkových vláken, vysokopevnostní vlákno značky Toray T700 (HSC) a vysokomodulové vlákno Nippon Graphite CN80 (HMC), a epoxidová pryskyřice. Ve struktuře je rovněž zakomponována jedna tlumicí korková vrstva.

Tab. 5.2. Mechanické vlastnosti komponent kompozitového materiálu. <sup>[18]</sup>

	E [MPa]	$\mu$ [-]	G [MPa]	$\rho$ [kg·m <sup>-3</sup> ]
<b>matrice</b>	4500	0,4	1600	1100
<b>vlákno T700</b>	235000	0,3	50000	1700
<b>vlákno CN80</b>	779000	0,35	20000	2160
<b>tlumicí vrstva</b>	38	0,2	7,6	800

Společností Compotech, spol. s r.o. byly vypracovány čtyři možné varianty vyztužení - V1 až V4 (obr. 5.8), původní litinové smykadlo bylo označeno jako varianta V0. S ohledem na technologii úpravy smykadla a výrobu kompozitového dílce byla nakonec zvolena jako primární varianta V2.



Obr. 5.8. Varianty vyztužení (modrá – litina, červená – kompozit). <sup>[18]</sup>

## 6 Výpočtová analýza smykadla

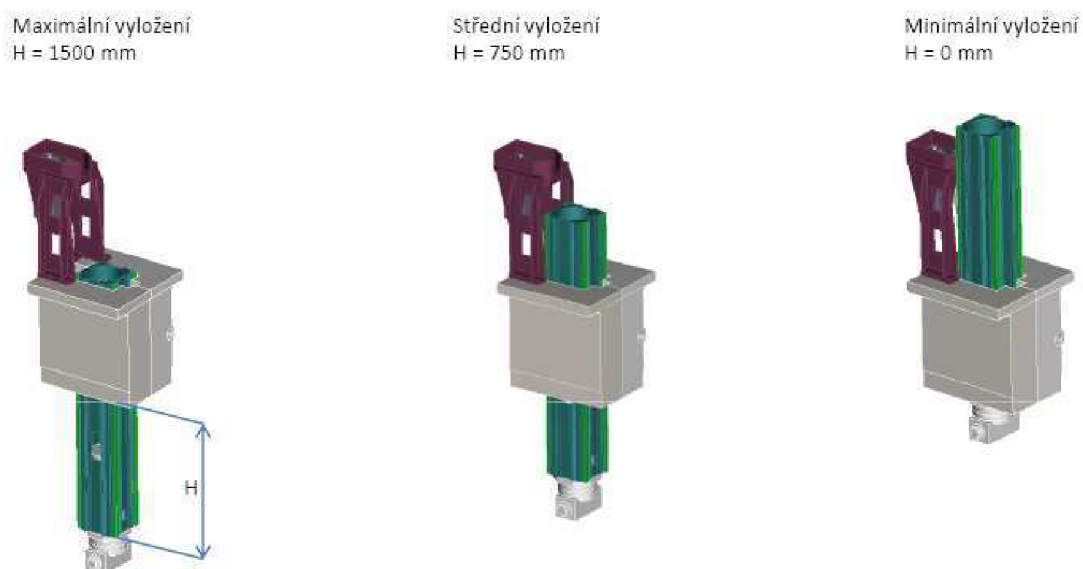
Od nového smykadla bylo ve srovnání se standardní litinovou koncepcí požadováno splnění následujících kritérií (viz kapitola 1):

- a) snížení hmotnosti smykadla,
- b) zvýšení statické tuhosti smykadla,
- c) zvýšení vlastních frekvencí sestavy smykadla,
- d) snížení dynamické poddajnosti smykadla.

Z 3D modelů smykadla byla zjištěna hmotnost 938 kg pro litinovou konstrukci a 851 kg pro hybridní konstrukci. Z toho vyplývá, že bylo dosaženo snížení hmotnosti o cca. 9,3%.

Za účelem ověření zbylých požadavků byly v programu *MD Nastran 2010* provedeny 3 výpočtové analýzy smykadla – určení statické tuhosti, modální analýza a frekvenční analýza (analýza odezvy na harmonické buzení). Všechny analýzy byly provedeny pro obě koncepce (litinovou i hybridní) a 3 dílčí vyložení smykadla.

Na následujících stránkách bude pojednáno o tvorbě výpočtových modelů, podrobně zde budou rozebrány jednotlivé analýzy a na závěr bude uvedeno komplexní zhodnocení výsledků všech analýz.



Obr. 6.1. Vyložení smykadla. <sup>[9]</sup>

## 6.1 Tvorba výpočtových modelů

### 6.1.1 Výběr metody řešení

Úloha byla řešena pomocí výpočtového modelování. Vzhledem k složité geometrii dílce a v případě hybridního smykadla i heterogennímu materiálu nebylo možné použít analytické řešení. Pro výpočet tedy byla zvolena deformační varianta metody konečných prvků (MKP), konkrétně byly použity softwarové prostředky *MSC Patran 2010* (pre- a post-processor) a *MD Nastran 2010* (řešič). Tento software byl použit kvůli potížím systému *ANSYS 12.1* při řešení modelové úlohy.

**Metoda konečných prvků** je numerická metoda používaná v mnoha oblastech inženýrských výpočtů jako např.:

- vedení tepla,
- proudění tekutin,
- teorie elektrického a magnetického pole,
- akustika.

V oblasti mechaniky těles se metoda konečných prvků používá při řešení následujících typů úloh:

- napětově deformační analýza,
- modální analýza,
- analýza odezvy na vynucené harmonické buzení,
- kontaktní úlohy,
- stabilitní problémy,
- atd.

Výhodou této metody je možnost řešit úlohy pružnosti na obecných tělesech, pro obecné zatížení a uložení. Lze rovněž snadno řešit materiálově nehomogenní problémy. Nevýhodou je omezení pouze na řešení přímých úloh.

Základem deformační varianty MKP je Lagrangeův variační princip:

$$\pi = W - P \tag{6.1}$$

kde  $\pi$  ... celková potenciální energie tělesa

$W$  ... energie napjatosti

$P$  ... potenciální energie vnějšího zatížení

Slovně lze předchozí princip vyjádřit takto:

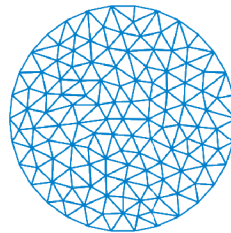
*Mezi všemi posuvy, které splňují geometrické rovnice uvnitř tělesa a geometrické okrajové podmínky na povrchu, se realizují ty, které splňují podmínku stacionarity odpovídající minimu celkové potenciální energie.* [21]

Ze všech možných deformovaných tvarů tělesa, odpovídajících definovaným okrajovým podmínkám (zatížení a vazbám), se tedy realizuje ten, jenž je energeticky nejméně náročný. [22]

Základními kroky metody konečných prvků jsou:

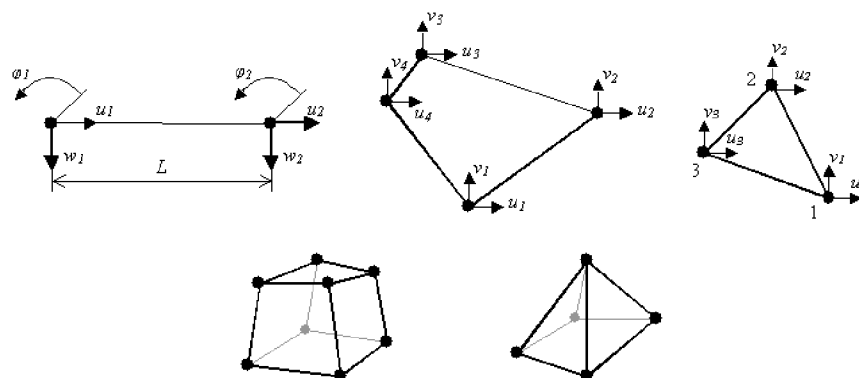
a) diskretizace tělesa pomocí konečných prvků

- geometrický model se spojitě, tzn. beze zbytku, rozdělí na prvky konečných rozměrů, v jejichž významných bodech jsou umístěny tzv. *uzly*, ve kterých se určují neznámé deformační parametry
- přesnost výsledků je potom značně závislá na hustotě sítě tvořené hranami prvků



Obr. 6.2. Diskretizace (triangulace) 2D plochy. [23]

- základními typy prvků jsou prutové prvky pro 1D úlohy, čtyřúhelník pro rovinné úlohy a šestistěn pro prostorové úlohy
- v případě rovinných a prostorových úloh je však často nutné použít zjednodušené tvary těchto základních prvků, tzn. trojúhelník a čtyřstěn



Obr. 6.3. Prvky konečných rozměrů. [16]

- mezi uzlovými body se posuvy aproximují součtem předem daných *bázových funkcí*
- rozlišujeme potom *prvky s lineárními bázovými funkcemi*, které mají přímé hrany a uzly pouze ve vrcholech a *prvky s kvadratickými bázovými funkcemi* mající hrany zakřivené a uzly kromě vrcholů i ve středu hran, resp. stěn („kvadratické prvky“ lépe vystihují lokální koncentraci napětí i při použití hrubší sítě)

## b) matematický popis diskretizace

- prvkům a uzlům jsou přiřazena čísla
- poloha každého uzlu je vyjádřena pomocí příslušných souřadnic

c) matematický popis okrajových podmínek (zatížení a vazeb) <sup>[16]</sup>

- okrajové podmínky jsou dvojího druhu: silové a geometrické
- *silové okrajové podmínky* vyjadřují rovnováhu mezi vnitřními a vnějšími silami elementárního prvku ležícího na hranici řešené oblasti  $\Gamma_p$
- *geometrické okrajové podmínky* vyjadřují zadání předem známých posuvů  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  (vyplývajících z charakteru uložení tělesa, posuvů okolních těles apod.) na části povrchu tělesa  $\Gamma_v$ , platí tedy:

$$\Gamma_v : u = \bar{u}, v = \bar{v}, w = \bar{w} \quad (6.2)$$

- častým případem jsou tzv. *homogenní geometrické podmínky*:
- $$\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0 \quad (6.3)$$

d) popis materiálu tělesa <sup>[22]</sup>

- anizotropní chování
- pružně plastické chování
- nelineárně elastické chování
- hyperelastické chování
- viskoelastické / viskoplastické chování

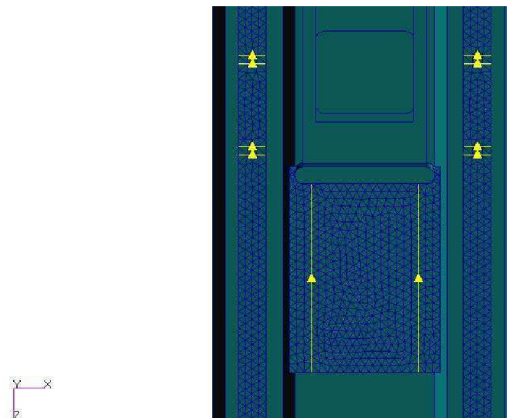
*Pozn.: V dalších kapitolách budou podrobně rozebrány jednotlivé provedené analýzy.*



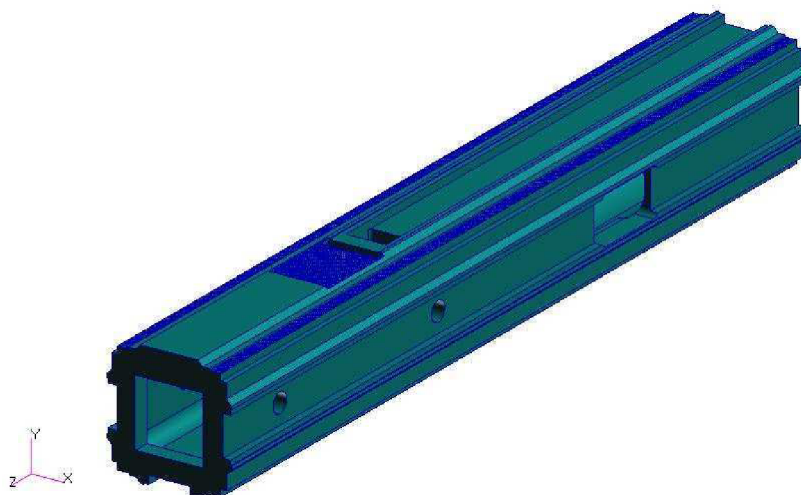
### 6.1.2 Výpočtový model litinového smykadla

Do preprocesoru *MSC Patran 2010* byl ve formátu *parasolid* importován model sestavy křížových saní. Z této sestavy byl následně pomocí příkazu „Post“ vybrán model smykadla. Na dosedacích plochách pro lineární vedení na smykadle byly vytvořeny křivky znázorňující polohy vozíků pro jednotlivá vyložení smykadla a asociovány s dosedacími plochami. Poté byla na dosedacích plochách vytvořena 2D síť pomocí prvků *tria 6* o velikosti 10 mm. Analogický postup byl použit také pro dosedací plochu domku matice kuličkového šroubu.

*Pozn.: Tria 6 jsou rovinné trojúhelníkové prvky se 3 uzly ve vrcholech, 3 uzly ve středu hran a kvadratickými bázovými funkcemi. Každý uzel má 2 deformační parametry – posuvy ve směru osy x a y.*



Obr. 6.4. Asociované křivky a 2D síť na dosedacích plochách.

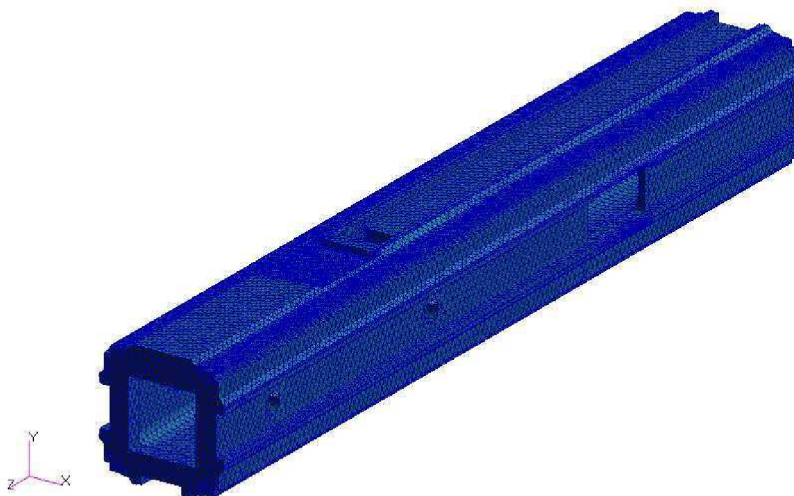


Obr. 6.5. Model smykadla s 2D sítí.

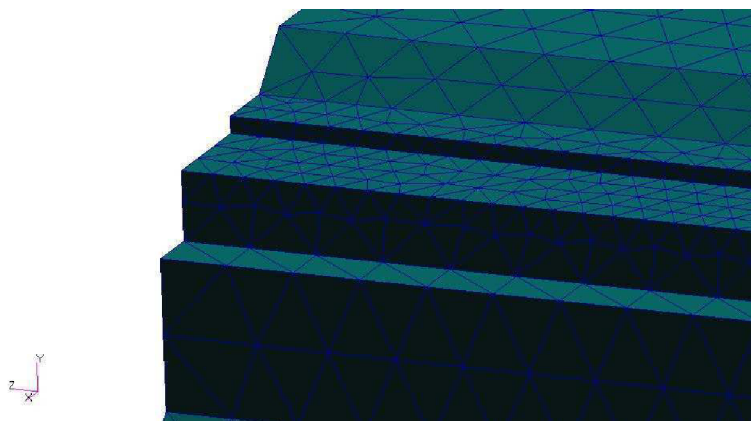
Následně byla na smykadle vytvořena 3D síť z prvků *tet 10* o velikosti 25 mm. U této sítě došlo k automatickému napojení uzlů na již existující 2D síť. Celkový počet 3D prvků byl 252 742, celkový počet uzlů 381 792.

*Pozn.: Tet 10 jsou prvky tvaru tetraedru se 4 uzly ve vrcholech, 6 uzly ve středech hran a kvadratickými bázovými funkcemi. Každý uzel má 3 deformační parametry – posuvy ve směru osy x, y a z.*

*Pozn.: Nebylo možné použít šestistěnné prvky z důvodu silně neprizmatického tvaru smykadla.*



Obr. 6.6. Model smykadla s 3D sítí.

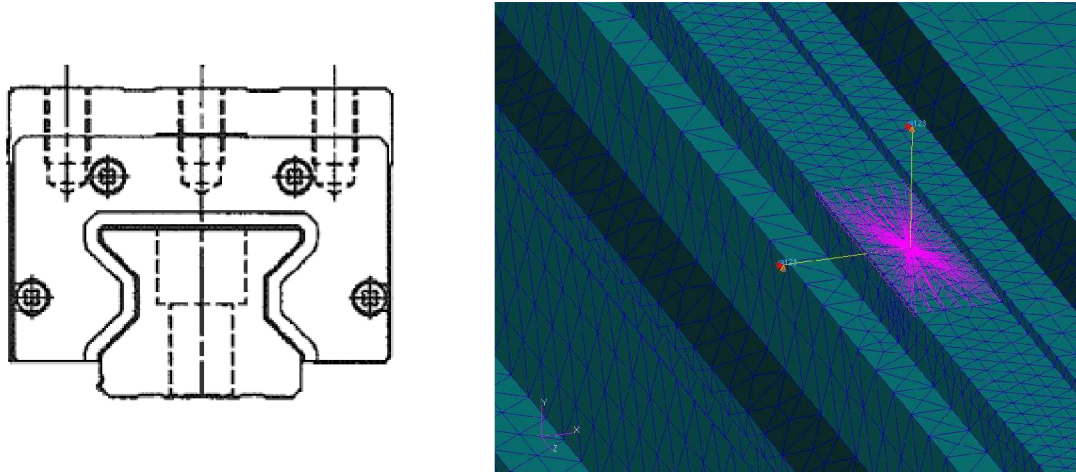


Obr. 6.7. Detail napojení 3D sítě na 2D síť.

Na dosedacích plochách vozíků byly dále vytvořeny *MPC* prvky typu *RBE 2*, které zajišťují „svázání“ vybraných uzlů - posuv všech vybraných (závislých) uzlů se dopočítává podle posuvu jednoho zvoleného (nezávislého) uzlu, při deformaci potom nedochází k relativnímu posuvu mezi závislými uzly.

Do středu těchto MPC prvků byly uchyceny prutové prvky *bar 2*, což jsou prvky s 2 uzly (v každém uzlu jsou předepsány 3 deformační parametry – posuvy ve směru osy  $x$ ,  $y$  a  $z$ ) a lineárními bázemi. Těmto prvkům bylo přiřazeno chování pružin, čímž byla simulována tuhost lineárních vedení v ose  $x$  a  $y$ .

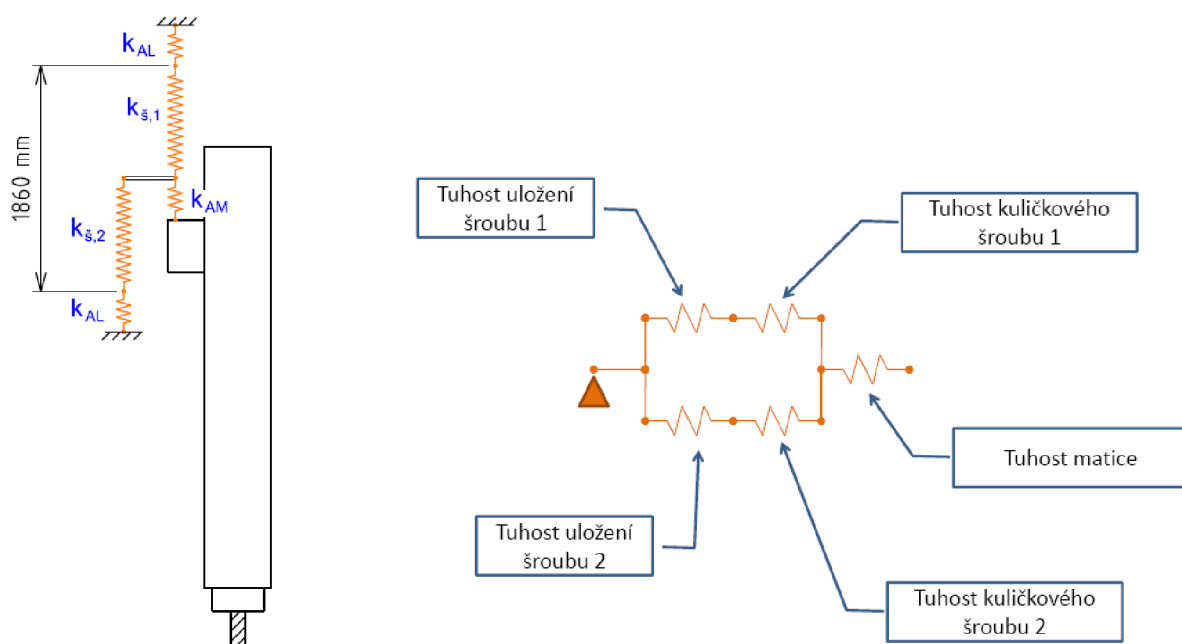
Analogicky se postupovalo v případě kuličkového šroubu. Konce pružin byly vetknuty.



Obr. 6.8. Schéma lineárního vedení<sup>[9]</sup> a jeho výpočtový model tvořený MPC prvkem a pružinami.

Tuhosti lineárního vedení  $k_x = 1,6 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ <sup>[9]</sup> a  $k_y = 1,9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ <sup>[9]</sup> byly zjištěny měřením. Tuhost sestavy kuličkového šroubu bylo nutné určit početně.

Sestava kuličkového šroubu byla nahrazena systémem spojených pružin:



Obr. 6.9. Sestava kuličkového šroubu a schéma spojení pružin.<sup>[9]</sup>

Tuhost uložení šroubu a tuhost matice byly rovněž získány měřením:

- $k_{AL} = 3,8 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  ... tuhost uložení šroubu [9]
- $k_{AM} = 1,25 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  ... tuhost kuličkové matice [9]

Tuhost kuličkového šroubu v tahu byla spočtena dle vztahu:

$$k_{\check{s}} = \frac{F}{\Delta L} = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot E}{4 \cdot L} \quad [9] \quad (6.4)$$

kde  $E = 210000 \text{ MPa}$  ... modul pružnosti v tahu

$L [m]$  ... délka vyložení šroubu

Tab. 6.1. Délky vyložení šroubu.

	L1 [mm]	L2 [mm]
<b>maximální vyložení</b>	1690	170
<b>střední vyložení</b>	940	920
<b>minimální vyložení</b>	190	1670

kde  $L1$  ... vzdálenost mezi pohonem šroubu a maticí

$L2$  ... vzdálenost mezi maticí a podporou šroubu

maximální vyložení:

$$k_{\check{s},1} = \frac{\pi \cdot 56[\text{mm}]^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 [\text{MPa}]}{4 \cdot 1690[\text{mm}]} \cong 3,061 \cdot 10^8 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (6.5)$$

$$k_{\check{s},2} = \frac{\pi \cdot 56[\text{mm}]^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 [\text{MPa}]}{4 \cdot 170[\text{mm}]} \cong 3,043 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

střední vyložení:

$$k_{\check{s},1} = \frac{\pi \cdot 56[\text{mm}]^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 [\text{MPa}]}{4 \cdot 940[\text{mm}]} \cong 5,502 \cdot 10^8 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (6.6)$$

$$k_{\check{s},2} = \frac{\pi \cdot 56[\text{mm}]^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 [\text{MPa}]}{4 \cdot 920[\text{mm}]} \cong 5,622 \cdot 10^8 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

minimální vyložení:

$$k_{\check{s},1} = \frac{\pi \cdot 56[\text{mm}]^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 [\text{MPa}]}{4 \cdot 190[\text{mm}]} \cong 2,722 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (6.7)$$

$$k_{\check{s},2} = \frac{\pi \cdot 56[\text{mm}]^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 [\text{MPa}]}{4 \cdot 1670[\text{mm}]} \cong 3,097 \cdot 10^8 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

Po stanovení tuhostí kuličkového šroubu byl proveden výpočet celkové tuhosti sestavy na základě schématu z obr. 6.9:

maximální vyložení:

$$k_p = \left( \frac{1}{k_{AL}} + \frac{1}{k_{\xi,1}} \right)^{-1} + \left( \frac{1}{k_{AL}} + \frac{1}{k_{\xi,2}} \right)^{-1}$$

$$k_p = \left( \frac{1}{3,8 \cdot 10^9} + \frac{1}{3,061 \cdot 10^8} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] + \left( \frac{1}{3,8 \cdot 10^9} + \frac{1}{3,043 \cdot 10^9} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

$$k_p = 1,973 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$
(6.8)

$$k_{celk} = \left( \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_{AM}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{1,973 \cdot 10^9} + \frac{1}{1,25 \cdot 10^9} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] = 7,652 \cdot 10^8 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

střední vyložení:

$$k_p = \left( \frac{1}{k_{AL}} + \frac{1}{k_{\xi,1}} \right)^{-1} + \left( \frac{1}{k_{AL}} + \frac{1}{k_{\xi,2}} \right)^{-1}$$

$$k_p = \left( \frac{1}{3,8 \cdot 10^9} + \frac{1}{5,502 \cdot 10^8} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] + \left( \frac{1}{3,8 \cdot 10^9} + \frac{1}{5,622 \cdot 10^8} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

$$k_p = 9,704 \cdot 10^8 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$
(6.9)

$$k_{celk} = \left( \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_{AM}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{9,704 \cdot 10^8} + \frac{1}{1,25 \cdot 10^9} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] = 5,463 \cdot 10^8 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

minimální vyložení:

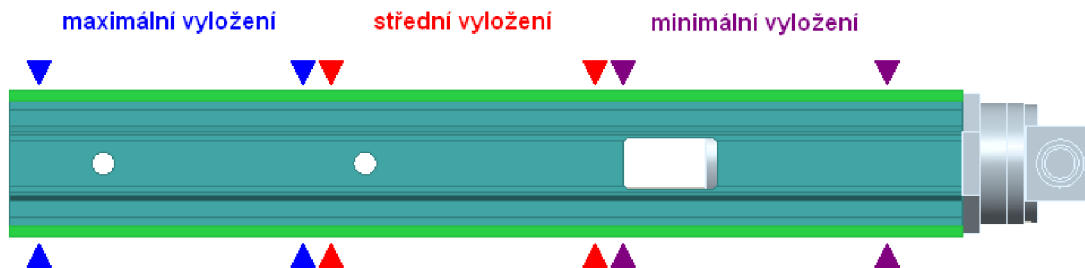
$$k_p = \left( \frac{1}{k_{AL}} + \frac{1}{k_{\xi,1}} \right)^{-1} + \left( \frac{1}{k_{AL}} + \frac{1}{k_{\xi,2}} \right)^{-1}$$

$$k_p = \left( \frac{1}{3,8 \cdot 10^9} + \frac{1}{2,722 \cdot 10^9} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] + \left( \frac{1}{3,8 \cdot 10^9} + \frac{1}{3,097 \cdot 10^8} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

$$k_p = 1,872 \cdot 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$
(6.10)

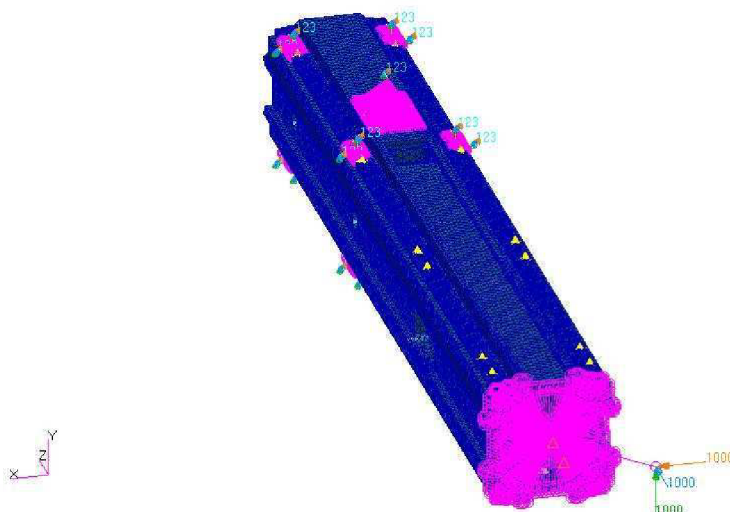
$$k_{celk} = \left( \frac{1}{k_p} + \frac{1}{k_{AM}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{1,872 \cdot 10^9} + \frac{1}{1,25 \cdot 10^9} \right)^{-1} [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}] = 7,495 \cdot 10^8 [\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$$

Příslušné pružině byly tedy ve výpočtovém modelu přiřazeny tuhosti  $k_z = 7,685 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  pro maximální vyložení,  $k_z = 5,463 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  pro střední vyložení a  $k_z = 7,495 \cdot 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  pro minimální vyložení.



Obr. 6.10. Schéma polohy vozíků lineárního vedení pro jednotlivá vyložení.

Nakonec byly v modelu pomocí prvků *point* vytvořeny 3 hmotné body v místě těžišť úhlové hlavy, upínacího rozhraní a vřetena (viz obrázek 5.4). Do těchto bodů byly umístěny souřadné systémy odpovídající lokálním souřadným systémům z CAD modelu sestavy. Hmotným bodům byly dále přiřazeny dané hmotnosti a setrvačné momenty. Následně byly tyto body „svázaný“ s uzly na čele smykadla a bodem symbolizujícím čelo frézy. Byly zadány materiálové hodnoty odpovídající vlastnostem tvárné litiny 422305 (viz tabulka 5.1) a v místě čela frézy bylo předepsáno silové zatížení.



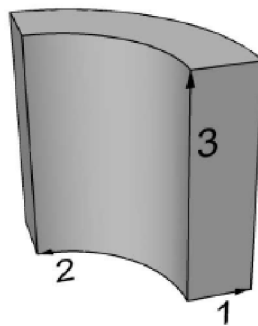
Obr. 6.11. Okrajové podmínky pro maximální vyložení při statické analýze smykadla.

### 6.1.3 Určení mechanických vlastností kompozitové trubky

Pro analýzu vyztuženého smykadla je nutné znát mechanické vlastnosti kompozitové trubky. Při jejich výpočtu se vychází ze známých mechanických vlastností jednotlivých komponent materiálu (viz tabulka 5.2).

Trubka se nejprve pomyslně rozdělí na několik vrstev, které se následně „rozvinou“ do roviny. Užitím směšovacích pravidel (viz kapitola 3.1) jsou potom určeny mechanické vlastnosti jednotlivých vrstev.

Pomocí analytického výpočtu jsou pak z těchto vlastností stanoveny tzv. homogenizované hodnoty představující mechanické vlastnosti obecného ortotropního materiálu (viz kapitola 3.3.2).



Obr. 6.12. Schéma souřadného systému ortotropního materiálu. <sup>[18]</sup>

Výpočet částečně vychází z klasické laminační teorie (viz kapitola 3.2). Jeho přesná metodika je však součástí know-how společnosti Compotech, spol. s r.o.

Tab. 6.2. Vypočtené homogenizované hodnoty. <sup>[18]</sup>

<b>E<sub>1</sub> [MPa]</b>	703
<b>E<sub>2</sub> [MPa]</b>	11000
<b>E<sub>3</sub> [MPa]</b>	248000
<b>μ<sub>12</sub> [-]</b>	0,172
<b>μ<sub>23</sub> [-]</b>	0,025
<b>μ<sub>31</sub> [-]</b>	0,332
<b>G<sub>12</sub> [MPa]</b>	400
<b>G<sub>23</sub> [MPa]</b>	7730
<b>G<sub>31</sub> [MPa]</b>	450

Dále byla výpočtem stanovena celková hustota kompozitu  $\rho = 1414 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a experimentálně změřeno tlumení ve formě poměrného útlumu  $b_p = 3 \%$ . <sup>[18]</sup>

### 6.1.4 Verifikace korektního použití prvků *tet 10* pro danou kompozitovou trubku

Jak bylo uvedeno v předchozí kapitole 6.1.3, kompozitní materiál vyztužující trubky byl zadán pomocí ortotropického modelu materiálu a cylindrického souřadného systému. Vzhledem k tomuto souřadnému systému by bylo vhodné pro vyztužující trubku použít síť tvořenou šestistěnnými prvky (jasná orientace lokálních souřadných systémů prvků). Tuto síť by však nebylo možné napojit na tetraedrickou síť zbytku smykadla. Proto bylo nutné pro daný ortotropický materiál ověřit možnost korektního použití kvadratických čtyřstěnných prvků *tet 10*.

Byl proveden výpočet pro trubku o délce 1800 mm, vnějším průměru 300 mm a vnitřním průměru 200 mm (rozměrově odpovídá vyztužující trubce). Tato trubka byla postupně diskretizována pomocí prvků *hex 8*, *tet 10* a *hex 20*. Velikost prvků byla ve všech případech 25 mm. V ose symetrie na čele trubky byl vytvořen lokální cylindrický souřadný systém, který byl následně přiřazen všem prvkům trubky pomocí vlastnosti *Material Orientation*.

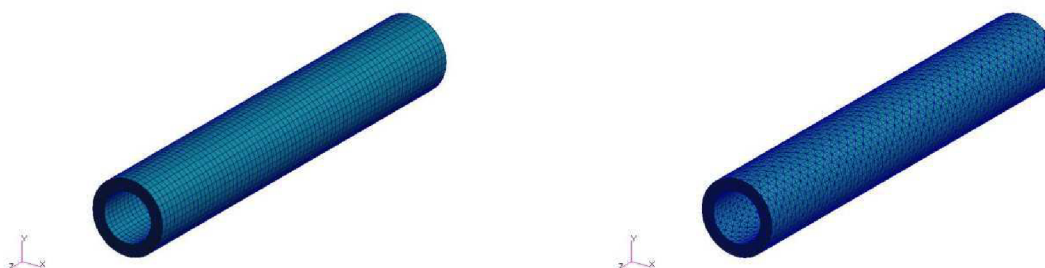
Byly porovnávány výsledky posuvů a napětí při statickém ohybovém zatěžování silou 1000 N a hodnoty prvních 5 vlastních frekvencí.

*Pozn.: Hex 8 jsou prvky tvaru šestistěnu s 8 uzly ve vrcholech a lineárními bázovými funkcemi. Každý uzel má 3 deformační parametry – posuvy ve směru osy x, y a z.*

*Pozn.: Hex 20 jsou prvky tvaru šestistěnu s 8 uzly ve vrcholech, 12 uzly ve středech hran a kvadratickými bázovými funkcemi. Každý uzel má 3 deformační parametry – posuvy ve směru osy x, y a z.*

Tab. 6.3. Počty prvků a uzlů pro jednotlivé sítě.

typ prvku	počet prvků	počet uzlů
hex 8	5472	8322
tet 10	27360	49628
hex 20	5472	30400



Obr. 6.13. Různé typy sítě použité pro trubku (hex 8 / hex 20 – vlevo, tet 10 – vpravo).

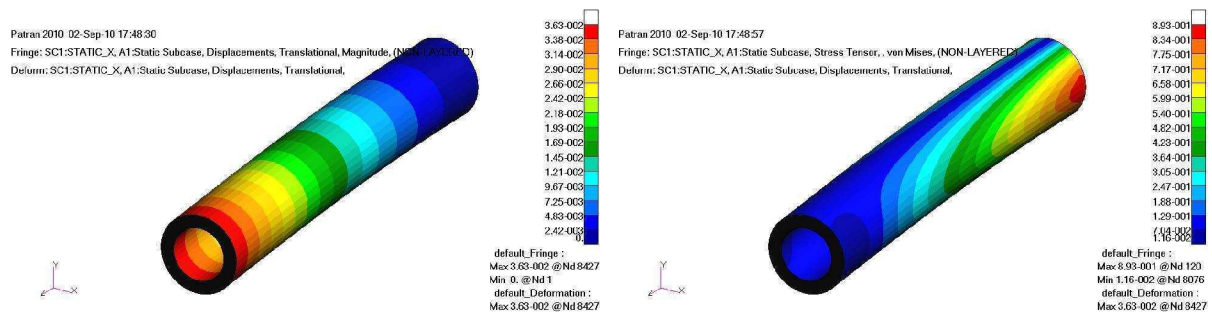


Statické zatížení:

Trubka byla na jednom konci vetknutá a na opačném konci zatěžována silou  $F_x = 1000$  N. Síla byla zadána do středu MPC prvku na čele trubky. Zjišťovaly se posuvy v místě zatížení a maximální napětí v tělese podle podmínky HMM.

Tab. 6.4. Posuvy a napětí při statickém zatěžování pro lineární „hexa-prvky“.

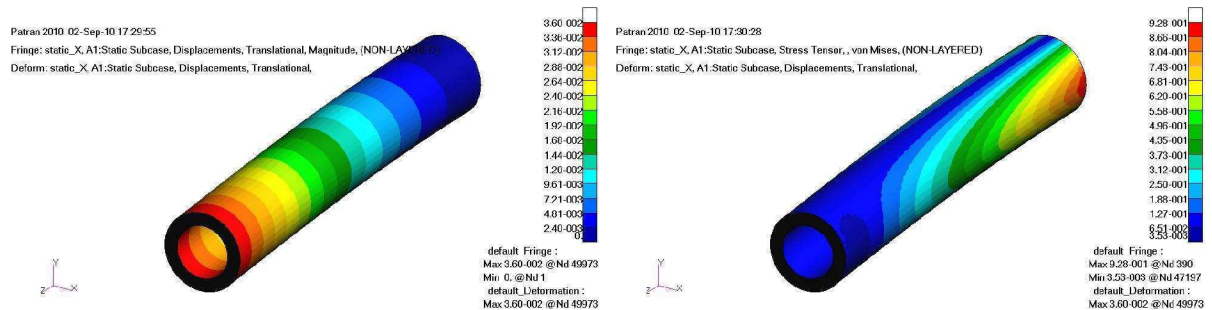
posuv v místě zatížení [mm]	max. redukované napětí [MPa]
$3,63 \cdot 10^{-2}$	0,89



Obr. 6.14. Výsledky posuvů a napětí pro síť z prvků hex 8.

Tab. 6.5. Posuvy a napětí při statickém zatěžování pro kvadratické „tetra-prvky“.

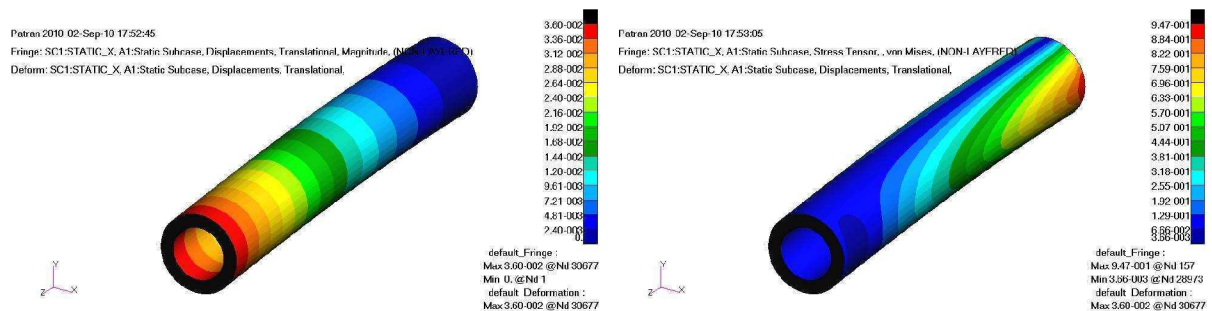
posuv v místě zatížení [mm]	max. redukované napětí [MPa]
$3,60 \cdot 10^{-2}$	0,93



Obr. 6.15. Výsledky posuvů a napětí pro síť z prvků tet 10.

Tab. 6.6. Posuvy a napětí při statickém zatěžování pro kvadratické „hexa-prvky“.

posuv v místě zatížení [mm]	max. redukované napětí [MPa]
$3,60 \cdot 10^{-2}$	0,95



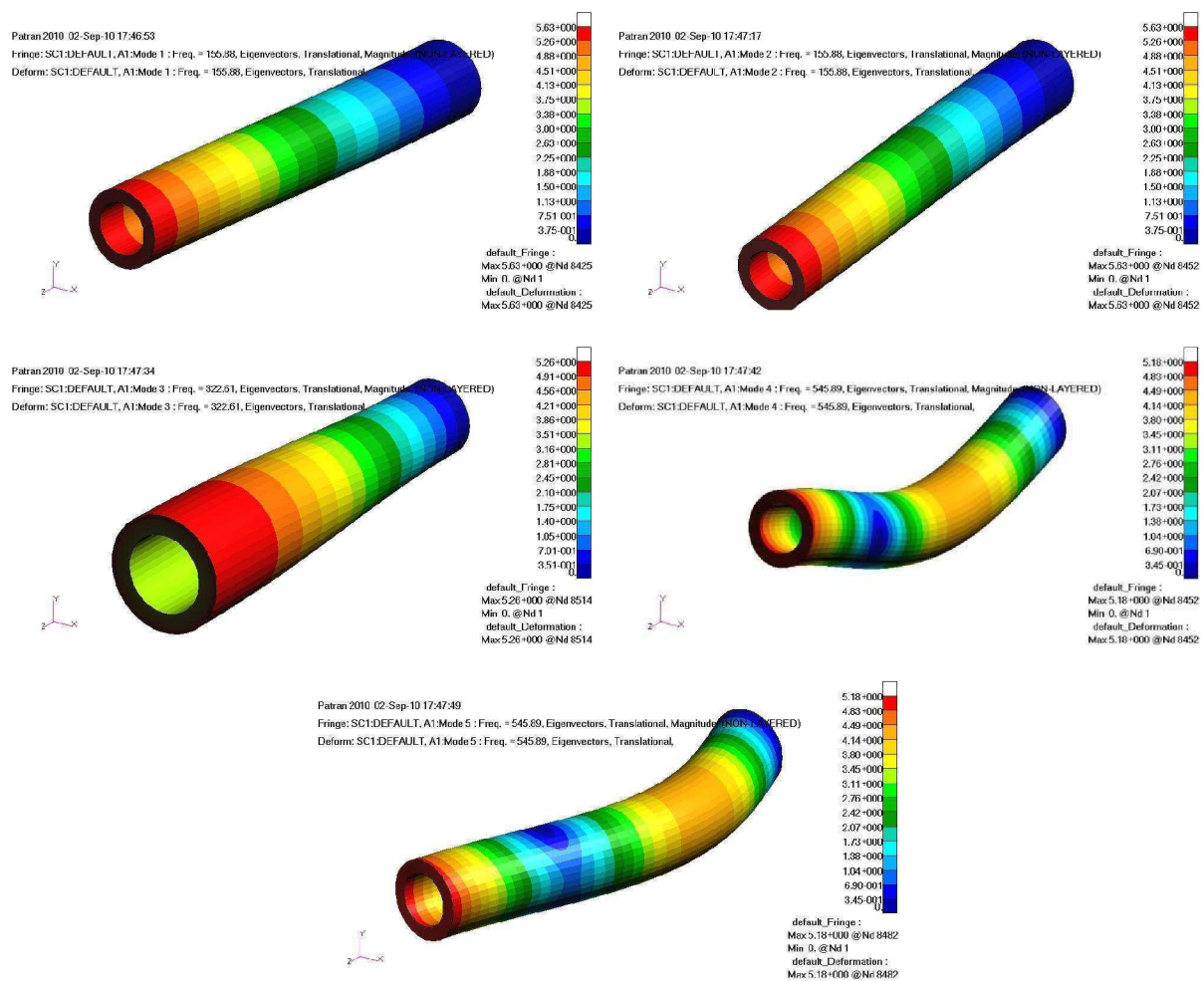
Obr. 6.16. Výsledky posuvů a napětí pro síť z prvků hex 20.

## Modální analýza

Analýza byla provedena na nezatižené jednostranně vetknuté trubce. Bylo zjištěno prvních 5 vlastních frekvencí.

Tab. 6.7. Vlastní frekvence trubky pro lineární „hexa-prvky“.

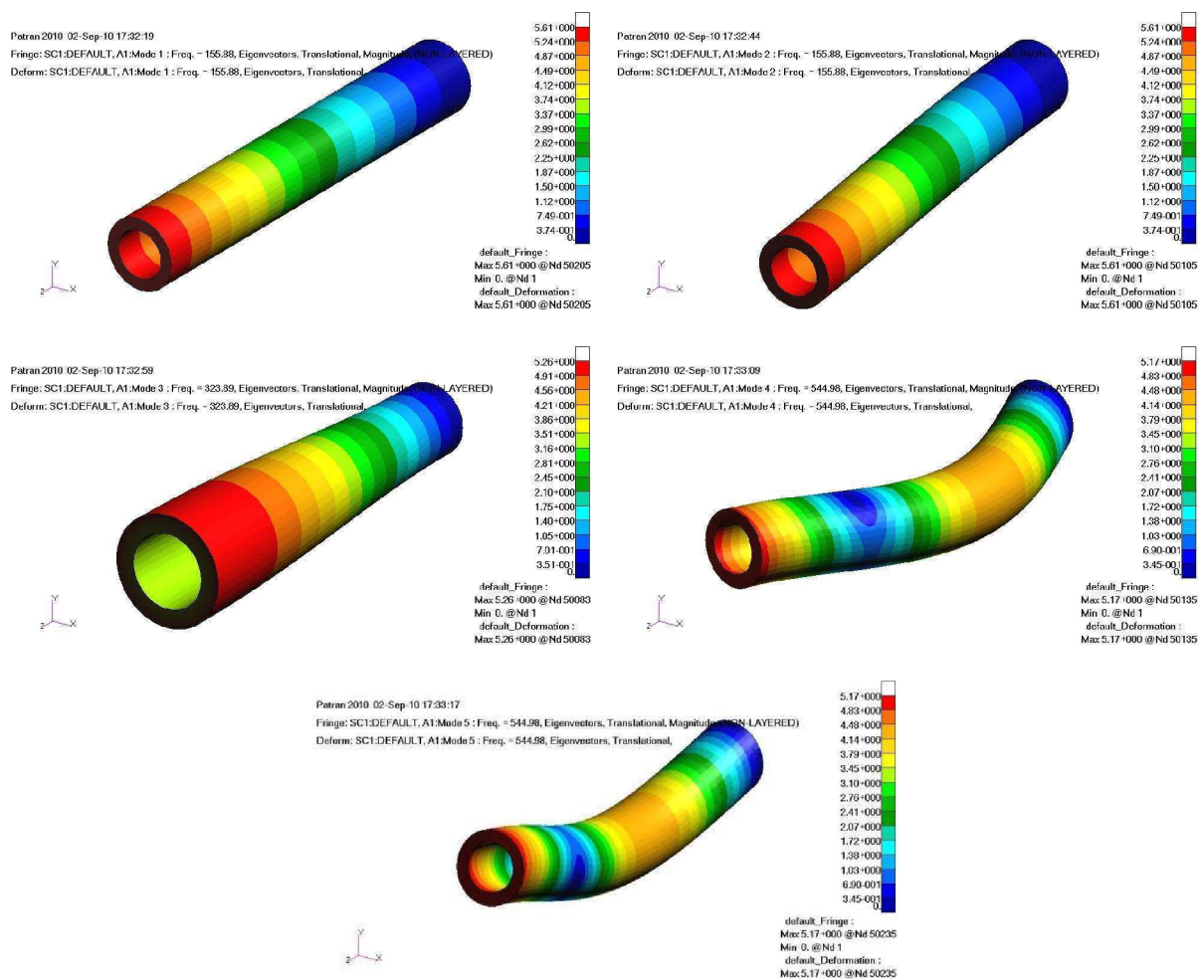
vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	155,88
č. 2	155,88
č. 3	322,61
č. 4	545,89
č. 5	545,98



Obr. 6.17. Prvních pět vlastních tvarů pro síť z prvků hex 8.

Tab. 6.8. Vlastní frekvence trubky pro kvadratické „tetra-prvky“.

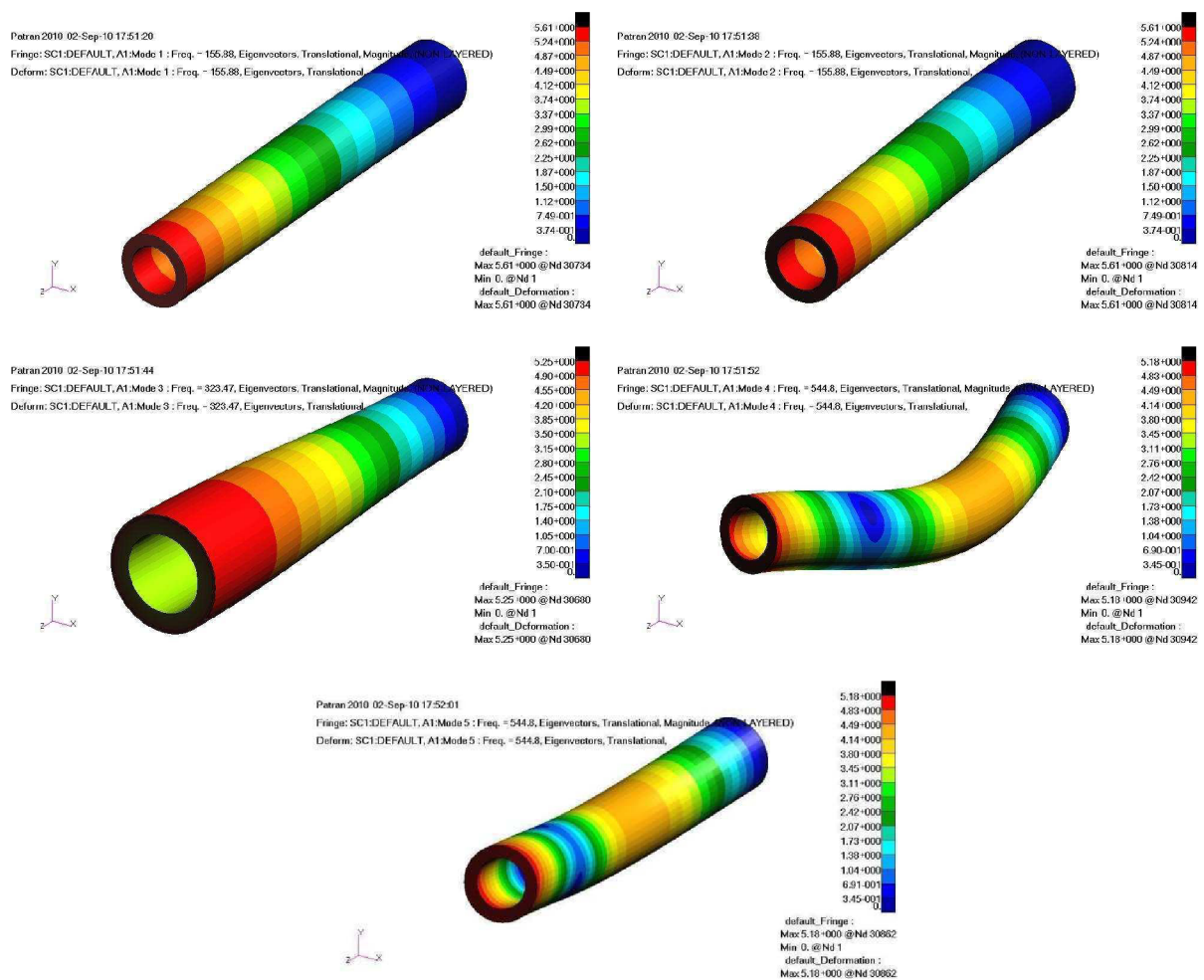
vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	155,88
č. 2	155,88
č. 3	323,89
č. 4	544,98
č. 5	544,98



Obr. 6.18. Prvních pět vlastních tvarů pro síť z prvků tet 10.

Tab. 6.9. Vlastní frekvence trubky pro kvadratické „hexa-prvky“.

vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	155,88
č. 2	155,88
č. 3	323,47
č. 4	544,80
č. 5	544,80



Obr. 6.19. Prvních pět vlastních tvarů pro síť z prvků hex 20.

Zhodnocení výsledků verifikace

Tab. 6.10. Srovnání výsledků posuvů a maximálních redukovaných napětí.

	hex 8	tet 10	hex 20
posuv [mm]	$3,63 \cdot 10^{-2}$	$3,60 \cdot 10^{-2}$	$3,60 \cdot 10^{-2}$
napětí [MPa]	0,89	0,93	0,95

Tab. 6.11. Srovnání výsledků vlastních frekvencí.

vlastní frekvence	hodnota [Hz] pro hex 8	hodnota [Hz] pro tet 10	hodnota [Hz] pro hex 20
č. 1	155,88	155,88	155,88
č. 2	155,88	155,88	155,88
č. 3	322,61	323,89	323,47
č. 4	545,89	544,98	544,80
č. 5	545,98	544,98	544,80

Výsledky posuvů při statickém zatěžování se pro jednotlivé sítě shodují s přesností na desetiny procenta. V případě napětí již ale dochází k odchylce až 5,6 %. Jelikož se však jedná o hodnoty v řádu jednotek MPa, lze říci, že v tomto případě pro nás nejsou výsledky napětí prioritní, protože bezpečnost vzhledem k MSP je řádově vyšší než 1.

U modální analýzy bylo dosaženo shody výsledků s odchylkou menší než 0,25 %. Kromě pátého tvaru se také perfektně shodují vlastní tvary trubky.

Na základě těchto výsledků lze tvrdit, že pro trubku daných rozměrů a daných ortotropních materiálových vlastností je možno korektně použít síť z kvadratických čtyřstěnů tet 10.

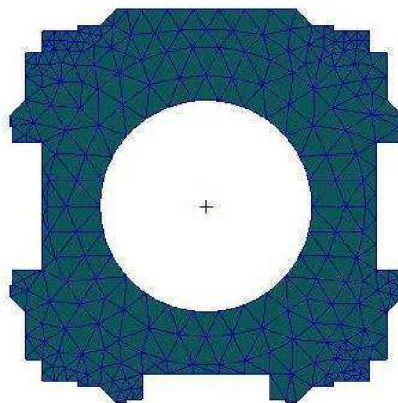
*Poznámka:*

*Pro danou trubku byla rovněž provedena citlivostní analýza vlivu počtu vrstev prvků po tloušťce na přesnost výsledků.*

*Bylo zjištěno, že při snížení globální velikosti „hexa-prvků“ z 25 mm (2 vrstvy po tloušťce trubky) na 10 mm (5 vrstev) dochází k velkému nárůstu výpočtového času, výsledky se však liší o méně než 0,2 %. V dalších výpočtech tedy byla použita velikost prvků 25 mm.*

### 6.1.5 Výpočtový model hybridního smykadla

Byl použit analogický postup jako v případě litinového smykadla. Na dosedacích plochách pro lineární vedení, dosedací ploše domku matice kuličkového šroubu a vnějším povrchu kompozitové trubky byla vytvořena 2D síť pomocí kvadratických trojúhelníkových prvku *tria 6* o velikosti 10 mm. U síť z kvadratických čtyřstěnů *tet 10* poté došlo k automatickému napojení uzlů na již existující 2D síť. Velikost „tetra-prvků“ byla stejná jako v případě modelu litinového smykadla (25 mm). Celkový počet 3D prvků byl 254 170, celkový počet uzlů 399 521.



Obr. 6.20. Detail sítě konečných prvků.

Obdobně jako u modelu litinového smykadla byly dále vytvořeny příslušné *MPC* prvky a hmotné body a smykadlo bylo v prostoru uchyceno pružinami. Prvkům smykadla byly přiřazeny materiálové vlastnosti tvárné litiny. Tělesovým prvkům kompozitové trubky byly pomocí vlastnosti *Material Orientation* předepsány lokální cylindrické souřadné systémy a následně přiřazeny příslušné materiálové vlastnosti (viz kap. 6.1.3). V místě čela frézy bylo zavedeno silové zatížení.

## 6.2 Statická analýza smykadla

Smykadlo bylo postupně zatěžováno v každé ose osamocenou nominální silou o velikosti 1000 N, což je hodnota vyskytující se v průběhu většiny obráběcích procesů. Byl zjišťován posuv ve směru zatěžování a maximální napětí v tělese podle podmínky HMM.

Z hodnoty posuvu byla posléze stanovena statická tuhost smykadla dle vztahu:

$$k_s = \frac{F}{u_s} \quad (6.11)$$

kde  $F [N]$  ... zatěžující síla  
 $u_s [m]$  ... posuv ve směru zatížení

Dále byla určena prostá bezpečnost tělesa vzhledem k meznímu stavu pružnosti (MSP) podle vztahu:

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{red,max}} \quad (6.12)$$

kde  $\sigma_k = 320 \text{ MPa}$  ... mez kluzu materiálu smykadla (tvárná litina 422305) <sup>[9]</sup>  
 $\sigma_{red,max} [MPa]$  ... maximální redukované napětí podle podmínky HMM

Z hlediska MKP se jedná o základní lineárně pružnou úlohu. V systému *MD Nastran* tento typ analýzy nalezneme pod názvem *Linear Static* a číselným označením *111*. Řeší se zde rovnice:

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\} \quad (6.13)$$

kde  $[K]$  ... matice tuhosti  
 $\{U\}$  ... hledaný vektor posuvů  
 $\{F\}$  ... vektor zatížení

Pro tento typ úlohy je nutné předepsat alespoň takové okrajové podmínky, aby těleso bylo jednoznačně vázáno v prostoru. Nesplnění této podmínky vede na singulární matici tuhosti a nemožnost řešení soustavy rovnic.

## 6.2.1 Určení statické tuhosti litinového smykadla

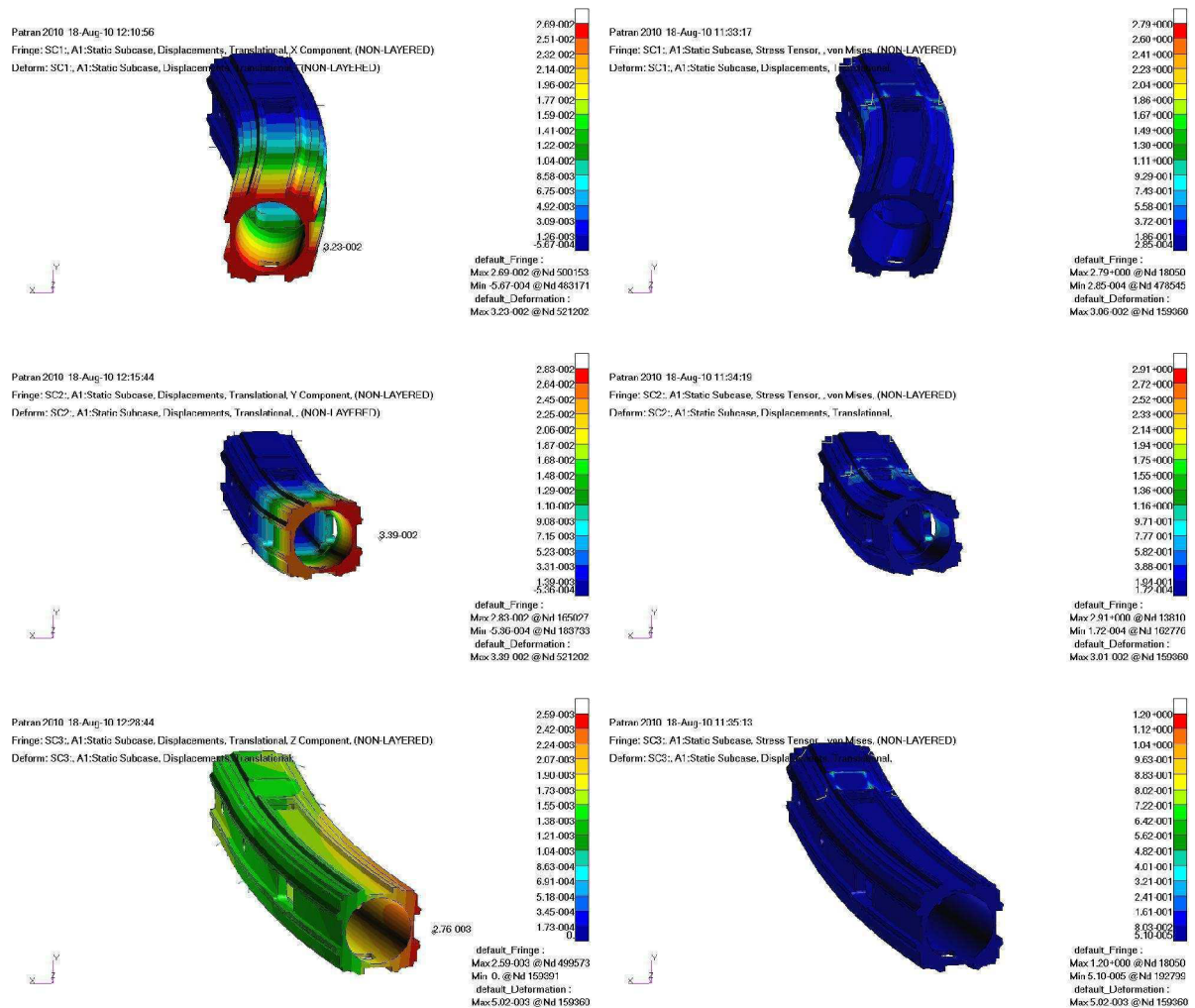
Maximální vyložení smykadla:

Tab. 6.12. Deformační posuvy a statické tuhosti smykadla.

zatížení	posuv v místě zatížení [m]	statická tuhost [N·m <sup>-1</sup> ]
síla F <sub>x</sub>	3,23·10 <sup>-5</sup>	3,10·10 <sup>7</sup>
síla F <sub>y</sub>	3,39·10 <sup>-5</sup>	2,95·10 <sup>7</sup>
síla F <sub>z</sub>	2,76·10 <sup>-6</sup>	3,62·10 <sup>8</sup>

Tab. 6.13. Maximální redukované napětí podle podmínky HMM.

zatížení	max. napětí [MPa]	bezpečnost [ - ]
síla F <sub>x</sub>	2,79	115
síla F <sub>y</sub>	2,91	110
síla F <sub>z</sub>	1,20	267



Obr. 6.21. Výsledky posuvů a napětí pro jednotlivá zatížení (postupně zatížení ve směru osy x, y, z) pro případ maximálního vyložení smykadla.



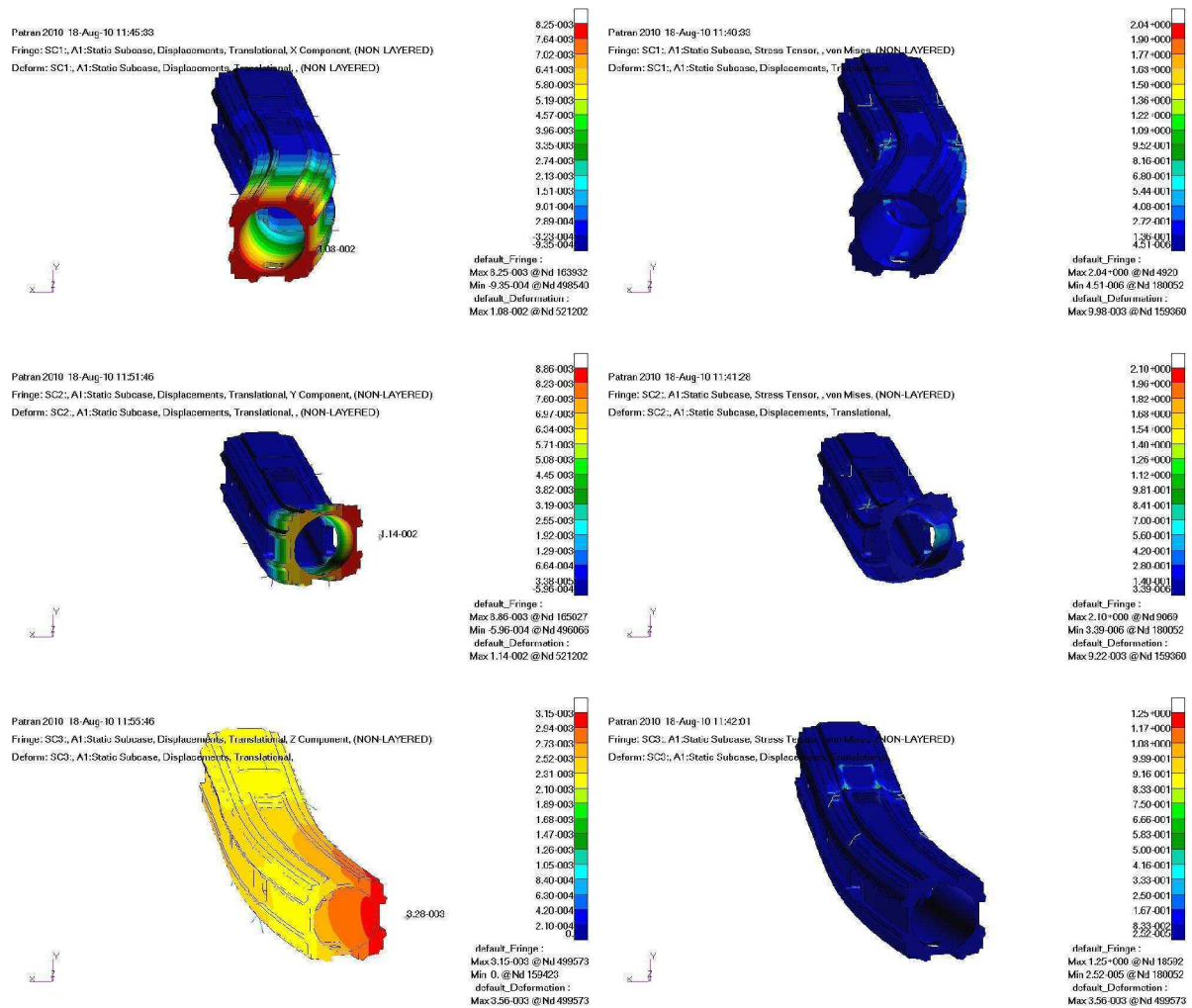
Střední vyložení smykadla:

Tab. 6.14. Deformační posuvy a statické tuhosti smykadla.

zátížení	posuv v místě zátížení [m]	statická tuhost [N·m <sup>-1</sup> ]
síla F <sub>x</sub>	1,08·10 <sup>-5</sup>	9,26·10 <sup>7</sup>
síla F <sub>y</sub>	1,14·10 <sup>-5</sup>	8,77·10 <sup>7</sup>
síla F <sub>z</sub>	3,28·10 <sup>-6</sup>	3,05·10 <sup>8</sup>

Tab. 6.15. Maximální redukované napětí podle podmínky HMM.

zátížení	max. napětí [MPa]	bezpečnost [ - ]
síla F <sub>x</sub>	2,04	157
síla F <sub>y</sub>	2,10	152
síla F <sub>z</sub>	1,25	256



Obr. 6.22. Výsledky posuvů a napětí pro jednotlivá zatížení pro případ středního vyložení smykadla.

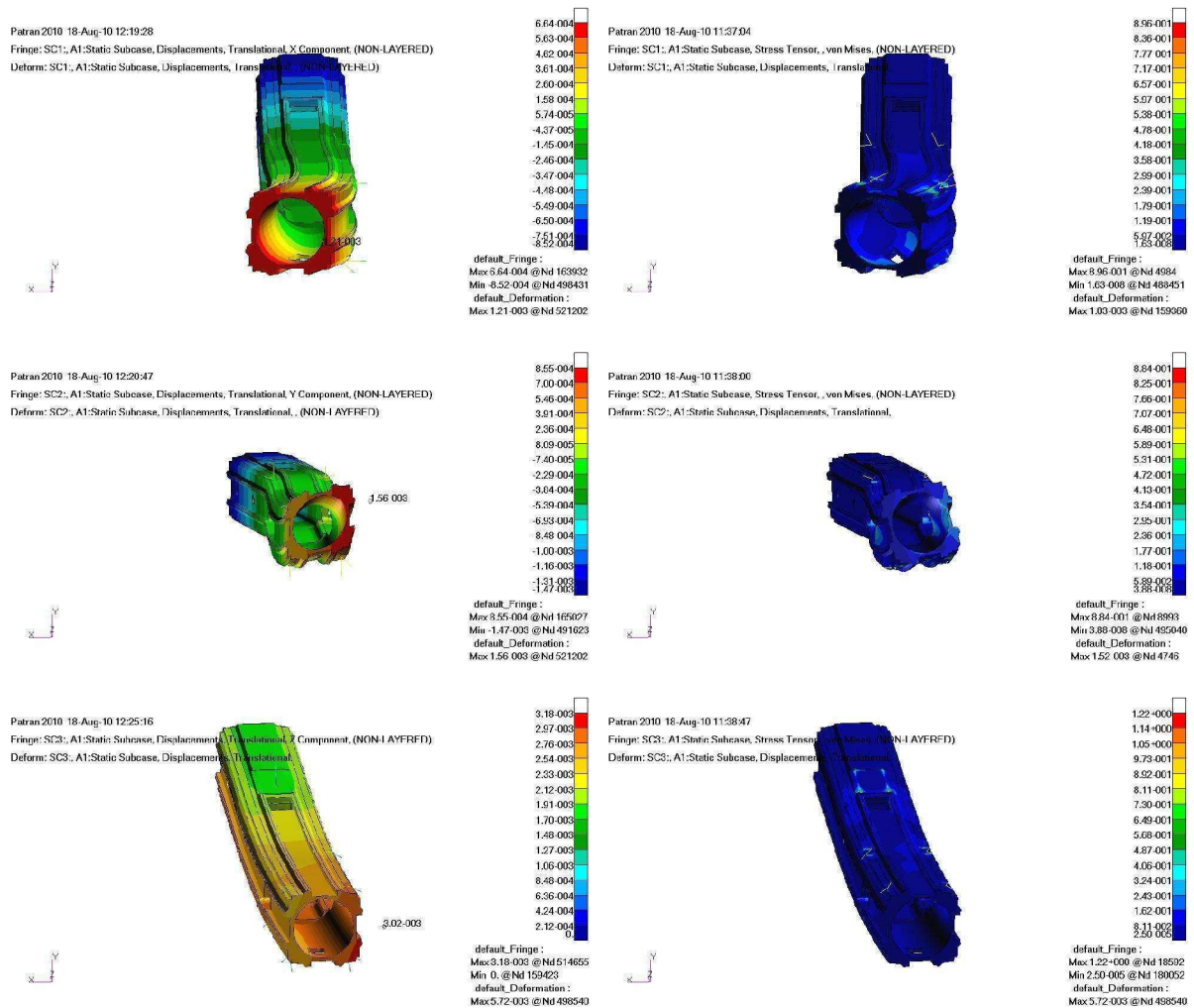
Minimální vyložení smykadla:

Tab. 6.16. Deformační posuvy a statické tuhosti smykadla.

zatížení	posuv v místě zatížení [m]	statická tuhost [N·m <sup>-1</sup> ]
síla F <sub>x</sub>	1,21·10 <sup>-6</sup>	8,26·10 <sup>8</sup>
síla F <sub>y</sub>	1,56·10 <sup>-6</sup>	6,41·10 <sup>8</sup>
síla F <sub>z</sub>	3,23·10 <sup>-6</sup>	3,10·10 <sup>8</sup>

Tab. 6.17. Maximální redukované napětí podle podmínky HMM.

zatížení	max. napětí [MPa]	bezpečnost [ - ]
síla F <sub>x</sub>	0,90	356
síla F <sub>y</sub>	0,88	364
síla F <sub>z</sub>	1,22	262



Obr. 6.23. Výsledky posuvů a napětí pro jednotlivá zatížení pro případ minimálního vyložení smykadla.

## 6.2.2 Určení statické tuhosti hybridního smykadla

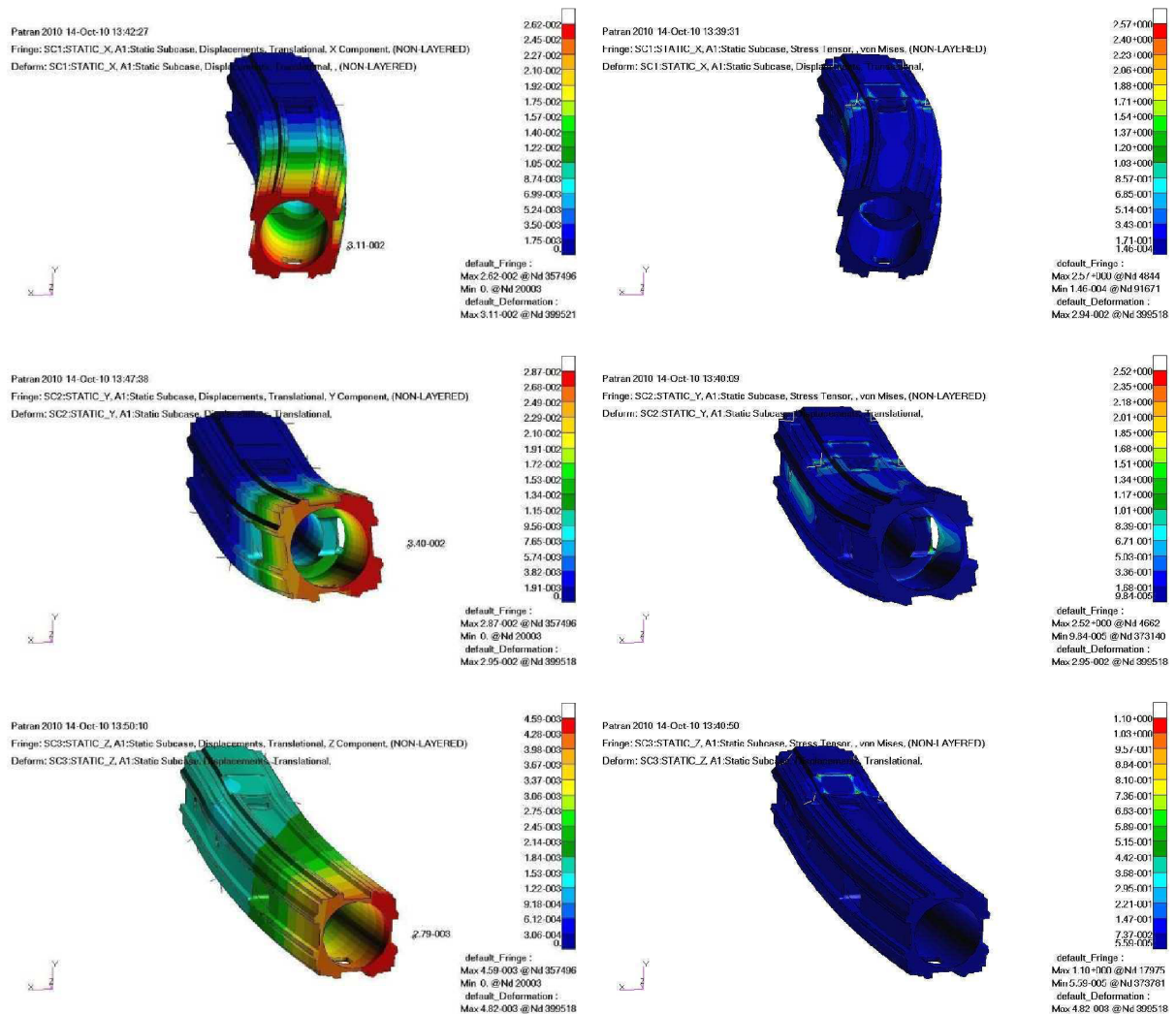
Maximální vyložení smykadla:

Tab. 6.18. Deformační posuvy a statické tuhosti smykadla.

zatížení	posuv v místě zatížení [m]	statická tuhost [N·m <sup>-1</sup> ]
síla $F_x$	$3,11 \cdot 10^{-5}$	$3,22 \cdot 10^7$
síla $F_y$	$3,40 \cdot 10^{-5}$	$2,94 \cdot 10^7$
síla $F_z$	$2,79 \cdot 10^{-6}$	$3,58 \cdot 10^8$

Tab. 6.19. Maximální redukované napětí podle podmínky HMM.

zatížení	max. napětí [MPa]	bezpečnost [ - ]
síla $F_x$	2,57	125
síla $F_y$	2,52	127
síla $F_z$	1,10	291



Obr. 6.24. Výsledky posuvů a napětí pro jednotlivá zatížení pro případ maximálního vyložení smykadla.

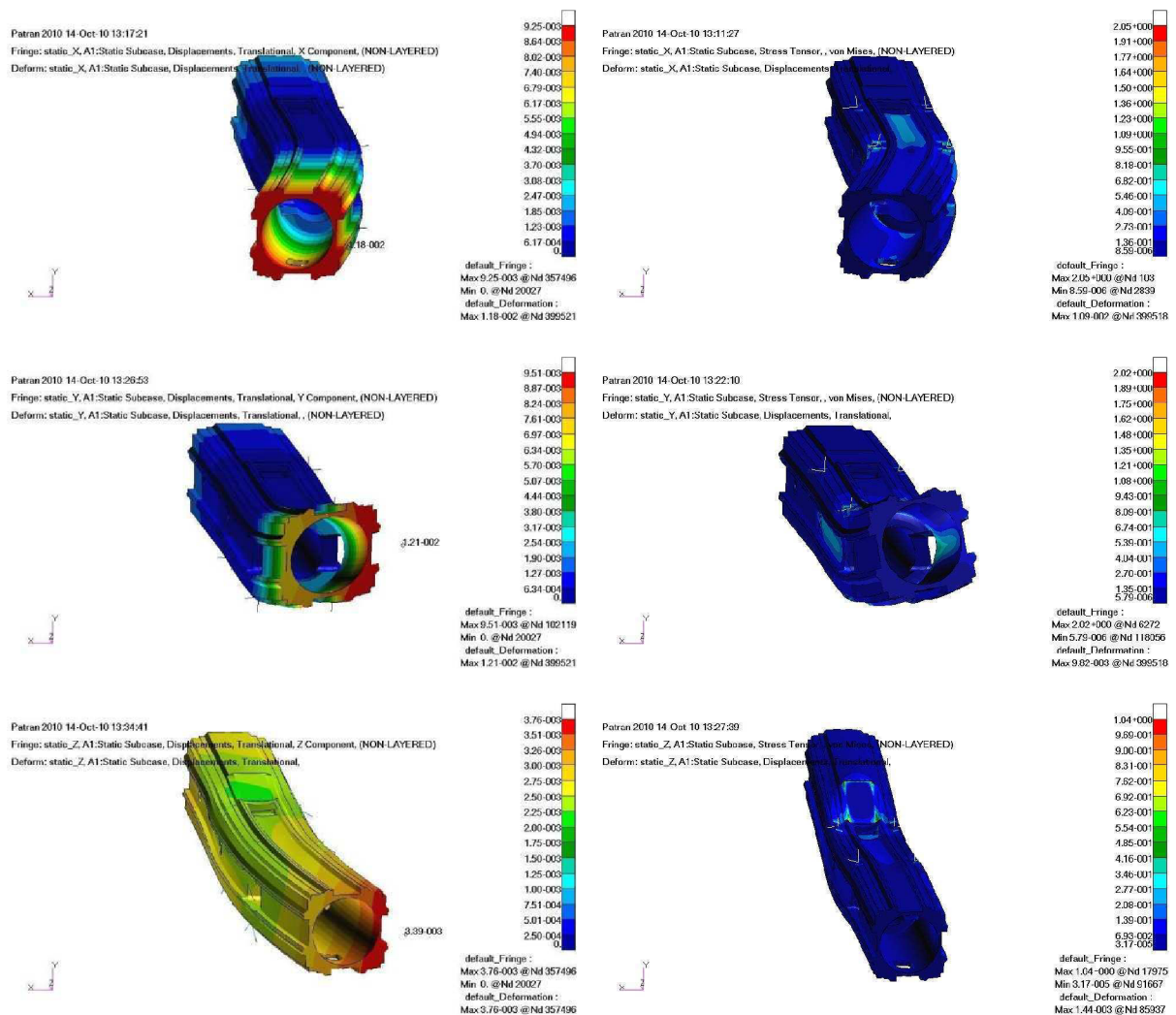
Střední vyložení smykadla:

Tab. 6.20. Deformační posuvy a statické tuhosti smykadla.

zatížení	posuv v místě zatížení [m]	statická tuhost [N·m <sup>-1</sup> ]
síla F <sub>x</sub>	1,18·10 <sup>-5</sup>	8,47·10 <sup>7</sup>
síla F <sub>y</sub>	1,21·10 <sup>-5</sup>	8,26·10 <sup>7</sup>
síla F <sub>z</sub>	3,39·10 <sup>-6</sup>	2,95·10 <sup>8</sup>

Tab. 6.21. Maximální redukované napětí podle podmínky HMM.

zatížení	max. napětí [MPa]	bezpečnost [ - ]
síla F <sub>x</sub>	2,05	156
síla F <sub>y</sub>	2,02	158
síla F <sub>z</sub>	1,04	308



Obr. 6.25. Výsledky posuvů a napětí pro jednotlivá zatížení pro případ středního vyložení smykadla.

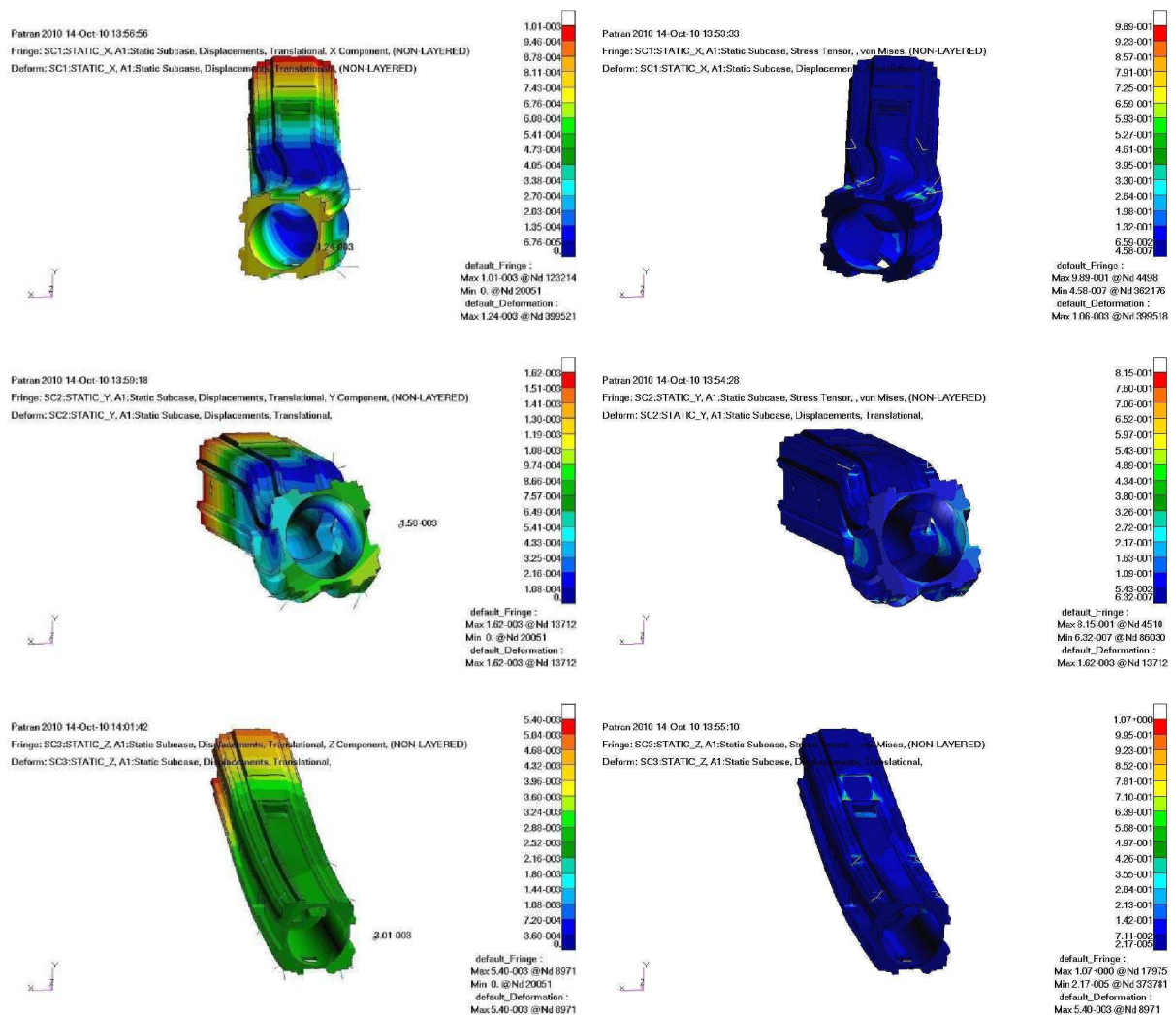
Minimální vyložení smykadla:

Tab. 6.22. Deformační posuvy a statické tuhosti smykadla.

zatížení	posuv v místě zatížení [m]	statická tuhost [N·m <sup>-1</sup> ]
síla F <sub>x</sub>	1,24·10 <sup>-6</sup>	8,06·10 <sup>8</sup>
síla F <sub>y</sub>	1,58·10 <sup>-6</sup>	6,33·10 <sup>8</sup>
síla F <sub>z</sub>	3,01·10 <sup>-6</sup>	3,32·10 <sup>8</sup>

Tab. 6.23. Maximální redukované napětí podle podmínky HMM.

zatížení	max. napětí [MPa]	bezpečnost [ - ]
síla F <sub>x</sub>	0,99	323
síla F <sub>y</sub>	0,82	390
síla F <sub>z</sub>	1,07	299



Obr. 6.26. Výsledky posuvů a napětí pro jednotlivá zatížení pro případ minimálního vyložení smykadla.

Pozn.: Souhrn a zhodnocení výsledků statické analýzy v kapitole 6.5 na str. 77.

### 6.3 Modální analýza smykadla

V případě obráběcích strojů je modální analýza zaměřena na frekvenční oblast  $0 \div 300$  Hz. Rezonance do 50 Hz negativně ovlivňují především regulaci. Další rezonance až do hodnot  $200 \div 300$  Hz pak zhoršují kvalitu obrobeného povrchu. Vyšší rezonanční frekvence (do cca. 500 Hz) jsou již nevýznamné a způsobují hlavně vzrůst hluku.

Znalost vlastních frekvencí stroje slouží k sestavení tzv. stabilitního diagramu a zabezpečení stabilnějšího provozu obráběcího centra.

Výpočetní systém *MD Nastran* obsahuje dva druhy analýz pro určení vlastních hodnot:

- a) *Real Eigenvalue Analysis*,
- b) *Complex Eigenvalue Analysis*.

Vlastní hodnoty jsou pro úlohy dynamiky rovny vlastním (úhlovým) frekvencím kmitání dynamické soustavy, přičemž každé vlastní frekvenci přísluší vlastní tvar kmitání.

*ad a) Real Eigenvalue Analysis* vychází v dynamických úlohách z pohybové rovnice volného netlumeného kmitání:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0 \quad (6.14)$$

kde  $[M]$  ... matice hmotnosti  
 $\{U\}$  ... vektor amplitud kmitání

Po dosazení předpokládaného řešení  $U = \bar{U}e^{i\Omega t}$  do rovnice (6.14) dostaneme vztah:

$$([K] - \Omega^2[M]) \cdot \{\bar{U}\} = 0 \quad (6.15)$$

kde  $\Omega$  ... vlastní úhlová frekvence kmitání  
 $\{\bar{U}\}$  ... vektor amplitud harmonických kmitů

$$\text{Hledá se netriviální řešení předešlé rovnice: } \det([K] - \Omega^2[M]) = 0 \quad (6.16)$$

Získáme hodnoty vlastních úhlových frekvencí  $\Omega_i$  a jim příslušné vlastní tvary kmitání  $\bar{U}_i$ . Výsledky jsou poté obvykle udávány v podobě frekvencí vyjádřených v [Hz], které se určí pomocí vztahu:

$$f = \frac{\Omega}{2\pi} \quad (6.17)$$

Této teorii odpovídá v procesoru *MD Nastran* analýza nazvaná *Normal Modes*, kterou nalezneme pod číselným označením 103. Tato analýza neuvažuje zatížení ani tlumení dynamické soustavy a jejími výsledky jsou reálná čísla.

Metody určení vlastních čísel jsou rozděleny obecně do dvou skupin – *Transformation Methods* (pohybová rovnice se nejprve převede na tvar, ze kterého se dají jednodušeji vyjádřit vlastní frekvence) a *Tracking Methods* (vlastní frekvence se vyjádří pomocí iteračního procesu). Volba metody pak záleží na vlastnostech matic.

Do první kategorie metod patří *Givens Method* a *Householder Method* (obě v několika svých variacích), do druhé kategorie potom *(Enhanced) Inverse Power Method*. Nejpoužívanější metodou je ale *Lanczos Method*, která je udávána jako kombinace nejlepších vlastností obou kategorií.

*ad b) Complex Eigenvalue Analysis* slouží v dynamických úlohách k určení vlastních tvarů tlumeného kmitání. Je doporučeno užívat tento typ analýzy v případech výrazného tlumení, nesymetrických matic nebo matic obsahujících komplexní čísla. Typickými úlohami řešenými touto metodou jsou akustika, aeroelastický „flutter“ nebo rotující tělesa. Řeší se zde následující rovnice:

$$\left[ K + pB + p^2M \right] \cdot \{U\} = 0 \quad ; \quad p = \alpha + i \cdot \Omega \quad [15] \quad (6.18)$$

kde  $B$  ... matice tlumení

$\alpha$  ... součinitel doznívání

Tento typ analýzy můžeme nalézt v *MD Nastran* pod názvem *Complex Eigenvalue* a číselným označením 110, resp. 107. Analýza uvažuje vliv tlumení a výsledky jsou udávány ve formě komplexních čísel, přičemž amplituda těchto čísel značí vlastní úhlovou frekvenci.

Lze zvolit typ řešení *110 - Modal* (určí se netlumené módy a pomocí nich se následně transformují matice z fyzikálních proměnných do modálních proměnných) nebo *107 - Direct* (počet rovnic odpovídá počtu fyzikálních proměnných).

Řešič rovněž nabízí tři metody určení imaginárních složek vlastních čísel – *Complex Hessenberg Method* (užití double QR algoritmu), *Complex Lanczos Method* (QL algoritmus) a *Complex Inverse Power Method*. Reálné složky se vždy určují pomocí některé z metod „*Normal Modes*“ analýzy.

Na základě výsledků testu provedeného na zjednodušeném modelu geometrie, byla pro výpočet smykadla nakonec zvolena analýza *Normal Modes* s využitím Lanczosovy metody.

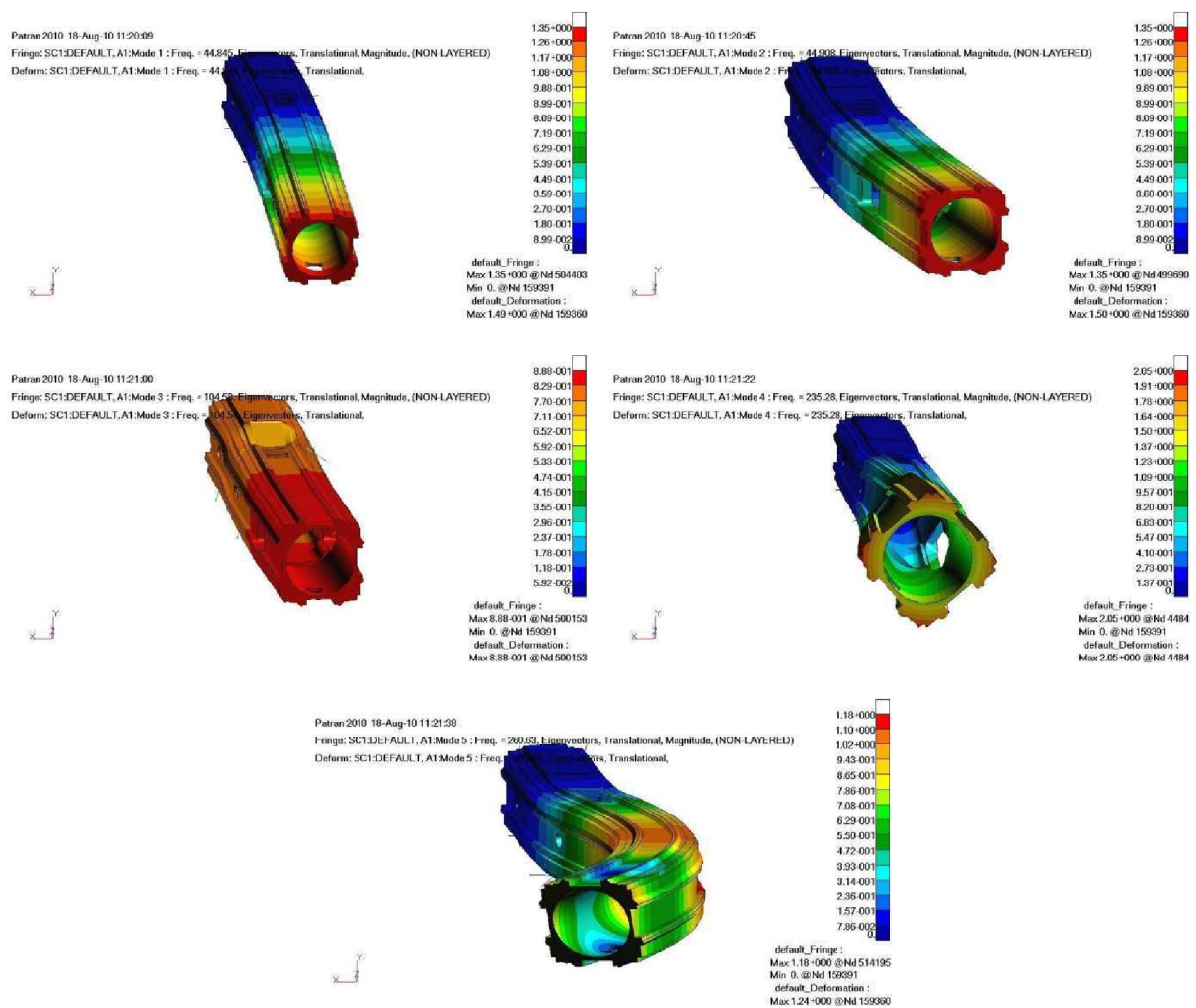


### 6.3.1 Modální analýza litinového smykadla

Maximální vyložení smykadla:

Tab. 6.24. Vlastní frekvence smykadla pro maximální vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	44,85
č. 2	44,91
č. 3	104,58
č. 4	235,28
č. 5	260,63

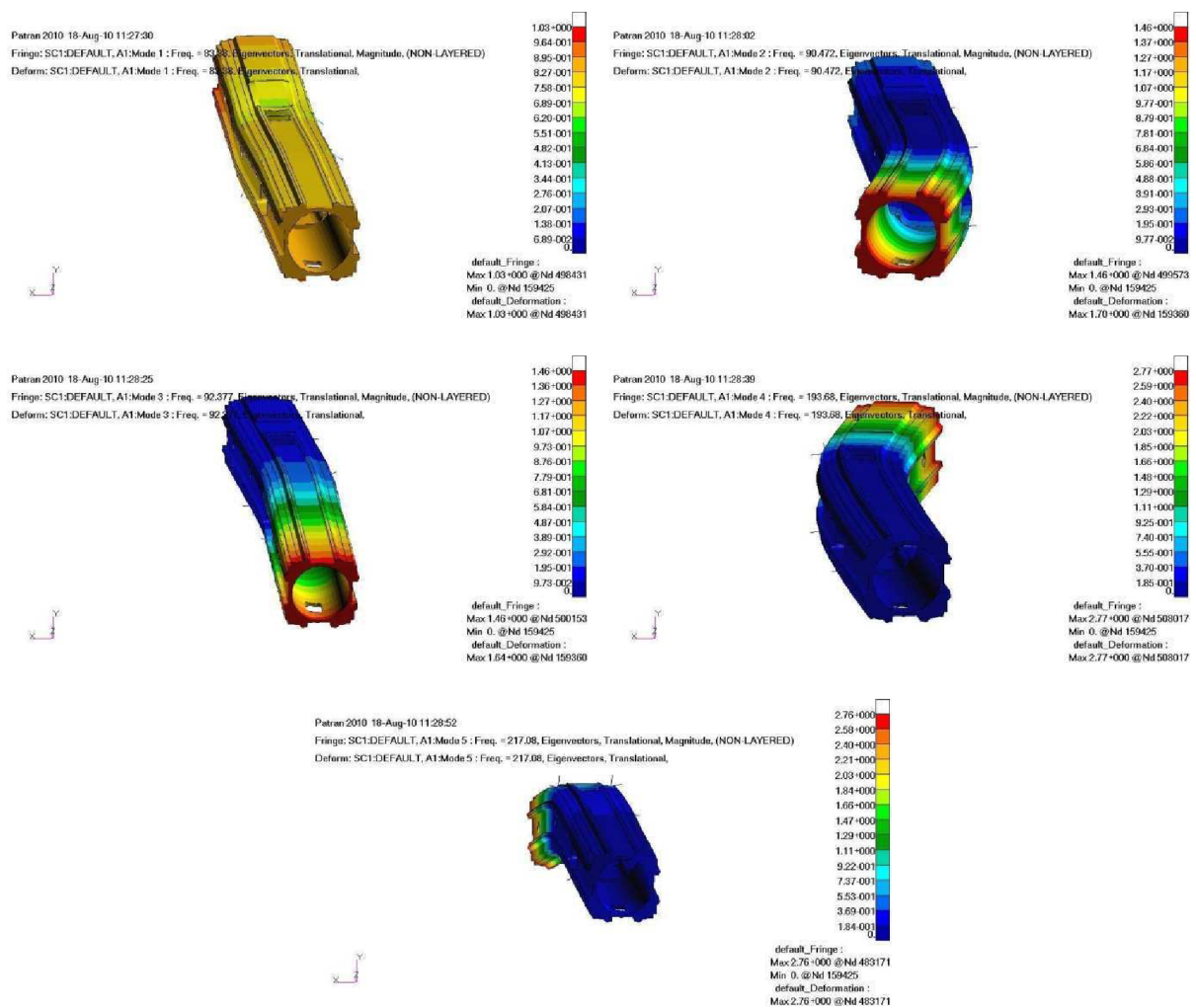


Obr. 6.27. Prvních pět vlastních tvarů smykadla pro maximální vyložení.

Střední vyložení smykadla:

Tab. 6.25. Vlastní frekvence smykadla pro střední vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	83,38
č. 2	90,47
č. 3	92,38
č. 4	193,68
č. 5	217,08

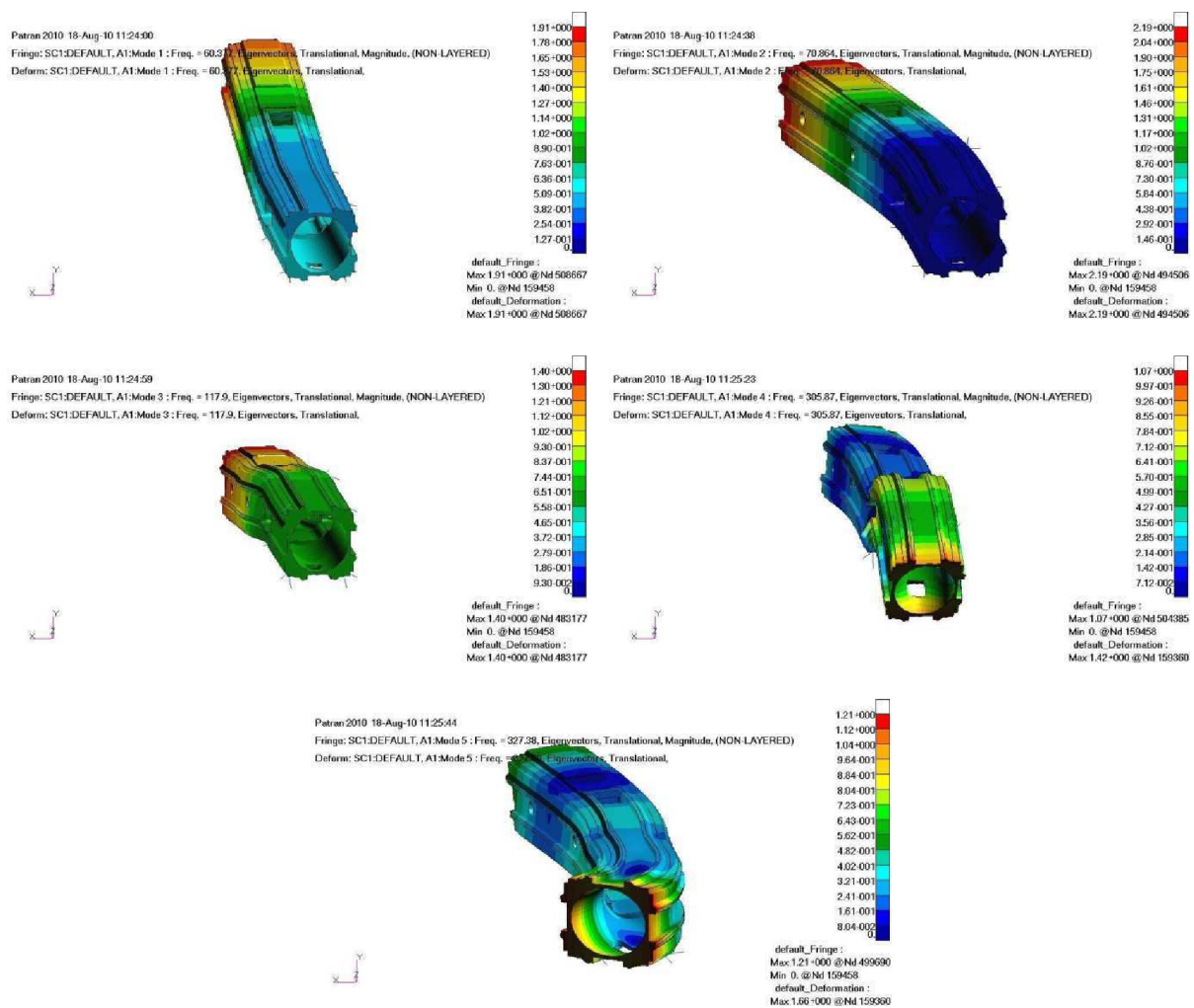


Obr. 6.28. Prvních pět vlastních tvarů smykadla pro střední vyložení.

Minimální vyložení smykadla:

Tab. 6.26. Vlastní frekvence smykadla pro minimální vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	60,37
č. 2	70,86
č. 3	117,9
č. 4	327,38
č. 5	352,06



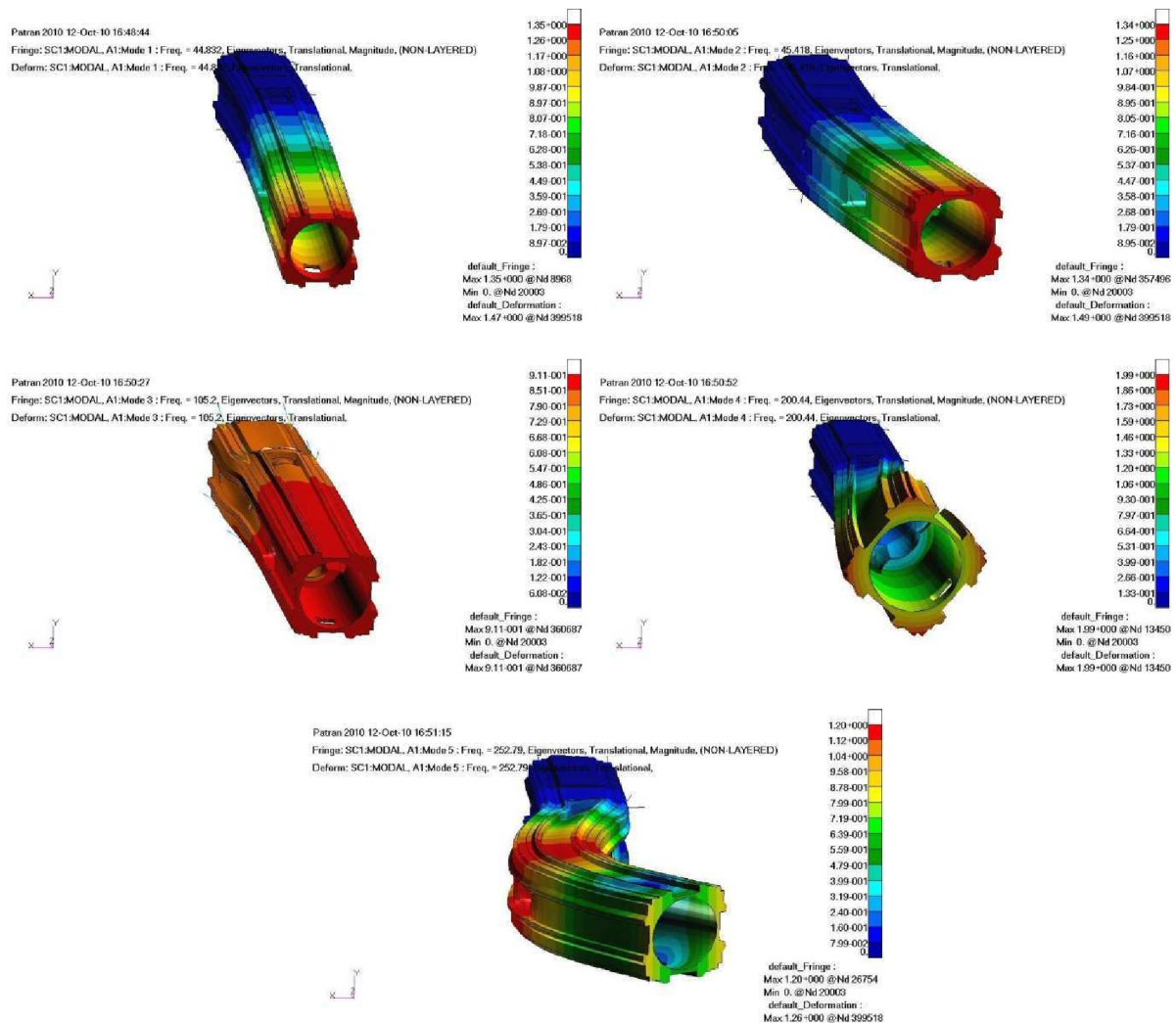
Obr. 6.29. Prvních pět vlastních tvarů smykadla pro minimální vyložení.

### 6.3.2 Modální analýza hybridního smykadla

Maximální vyložení smykadla:

Tab. 6.27. Vlastní frekvence smykadla pro maximální vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	44,83
č. 2	45,42
č. 3	105,20
č. 4	200,44
č. 5	252,79

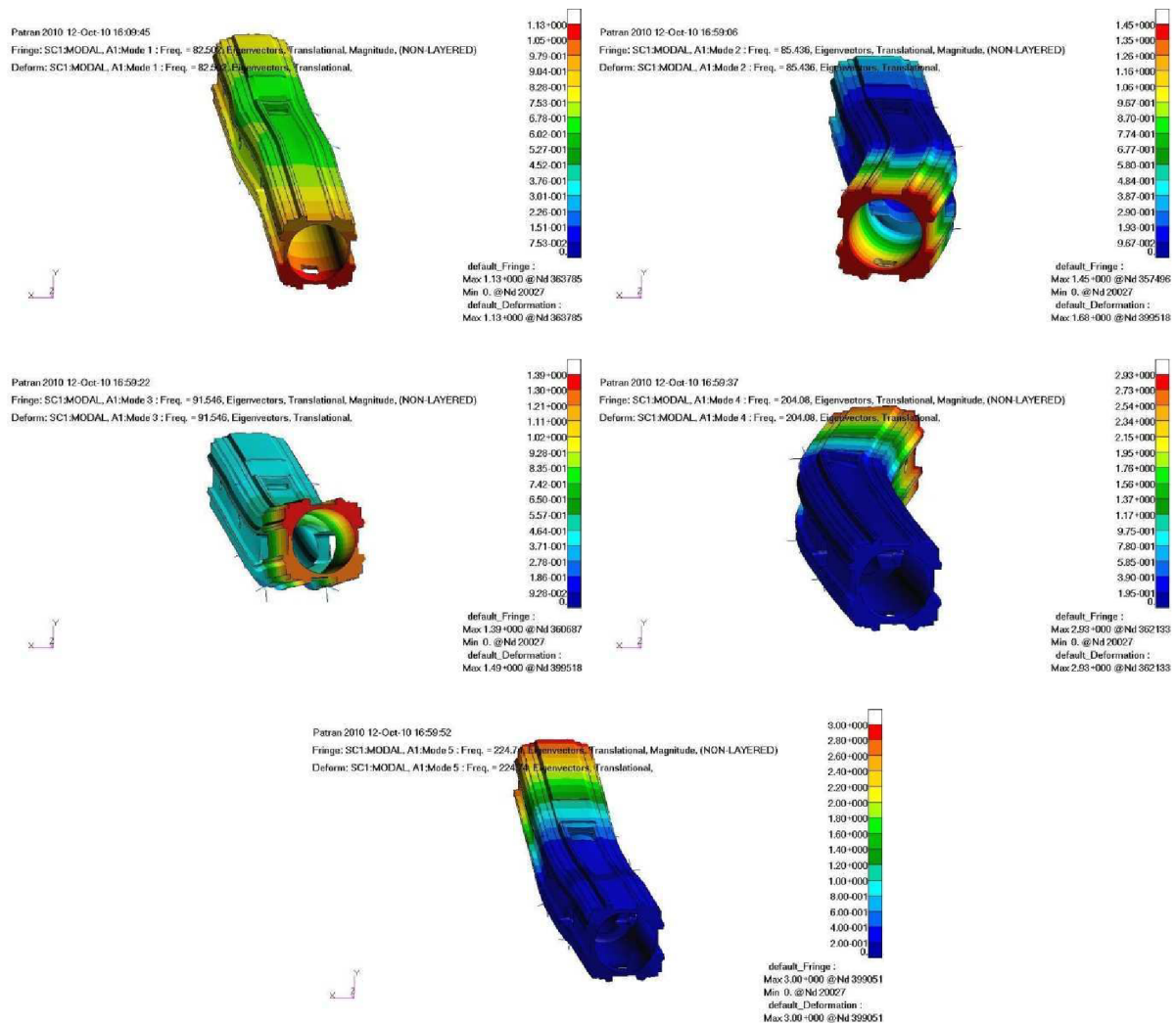


Obr. 6.30. Prvních pět vlastních tvarů smykadla pro maximální vyložení.

Střední vyložení smykadla:

Tab. 6.28. Vlastní frekvence smykadla pro střední vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	82,50
č. 2	85,44
č. 3	91,55
č. 4	204,08
č. 5	224,74

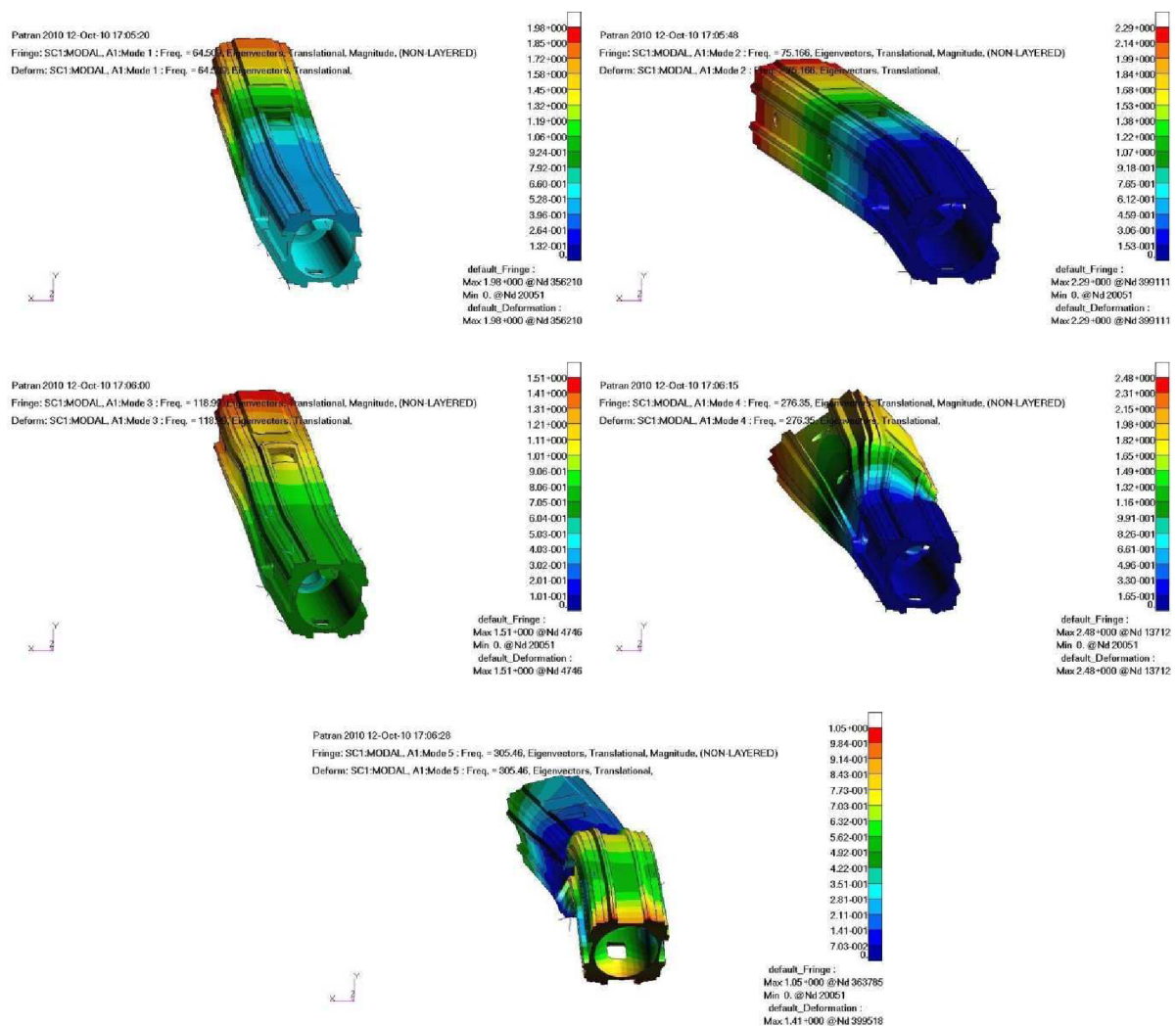


Obr. 6.31. Prvních pět vlastních tvarů smykadla pro střední vyložení.

Minimální vyložení smykadla:

Tab. 6.29. Vlastní frekvence smykadla pro minimální vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz]
č. 1	64,51
č. 2	75,17
č. 3	118,99
č. 4	276,35
č. 5	305,46



Obr. 6.32. Prvních pět vlastních tvarů smykadla pro minimální vyložení.

Pozn.: Souhrn a zhodnocení výsledků modální analýzy v kapitole 6.5 na str. 77.

## 6.4 Frekvenční analýza smykadla

Byla provedena analýza odezvy na vynucené harmonické buzení pro zatěžující sílu sinusového průběhu působící ve směru osy  $x$ . Byl zvolen frekvenční rozsah  $0 \div 200$  Hz s krokem 1 Hz, amplituda síly byla 1000 N.

Pro vyhodnocení stability řezu a výpočet mezní šířky třísky je nutné určit frekvenční dynamickou poddajnost, která je vyjádřena vztahem:

$$G_y(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{F(j\omega)} \quad [21] \quad (6.19)$$

kde  $\omega$  ... úhlová frekvence buzení  
 $F$  ... budicí síla  
 $y$  ... výchylka ve směru buzení

Dynamická poddajnost je komplexní funkcí:

$$G_y(j\omega) = \operatorname{Re} G_y(j\omega) + j \operatorname{Im} G_y(j\omega) \quad [21] \quad (6.20)$$

kde  $\operatorname{Re}$  ... reálná část  
 $\operatorname{Im}$  ... imaginární část  
 $j$  ... imaginární jednotka

Lze tedy vyjádřit vztah mezi její reálnou složkou a amplitudou:

$$\operatorname{Re}[G_y(j\omega)] = |G_y(j\omega)| \cdot \cos \varphi \quad [21] \quad (6.21)$$

kde  $|G_y(j\omega)| = \sqrt{[\operatorname{Re} G_y(j\omega)]^2 + [\operatorname{Im} G_y(j\omega)]^2}$  ... amplituda (absolutní hodnota)  
 $\varphi$  ... fázový posuv

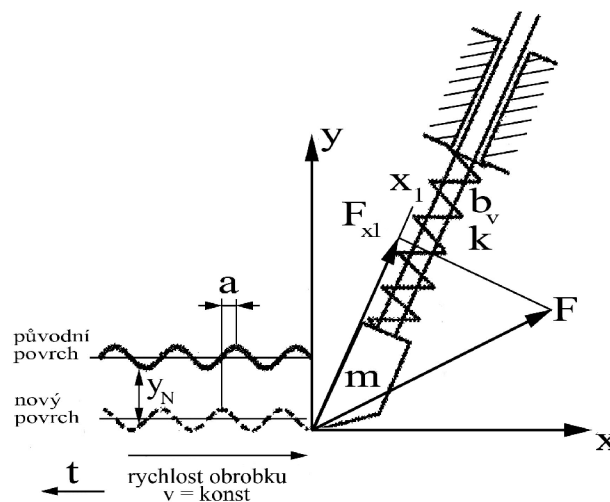
V případě obrábění je nejdůležitější průběh reálné složky dynamické poddajnosti a především hodnota jejího největšího „záporného peaku“. Pokud reálná složka nabývá pouze kladných hodnot, řez je stabilní. Je tedy snahou minimalizovat velikost záporných hodnot.

Fyzikálně záporná část reálné složky dynamické poddajnosti vyjadřuje sílu působící proti řeznému nástroji (obr. 6.33 -  $F_{x1}$ ). Mezní šířka třísky se poté určí z následujícího vztahu:

$$b_{mez} = \frac{-1}{2 \cdot C_o \cdot G_{neg}} \quad [21] \quad (6.22)$$

kde  $C_o$  [MPa] ... měrný řezný odpor

$G_{neg}$  [mm·N<sup>-1</sup>] ... největší záporná hodnota reálné složky dyn. poddajnosti



Obr. 6.33. Jednohmotová náhrada frézovacího procesu. [20]

Dalším vyhodnocovaným parametrem je maximální amplituda dynamické poddajnosti. Tato hodnota vyjadřuje výchylky nástroje při obrábění a je směrodatná především při mikrofrézování, kdy materiál klade nástroji pouze minimální odpor. S ohledem na dominantní zaměření obráběcího centra TM 2000 (výkonové frézování) budeme tento parametr uvažovat pouze jako pomocný.

Frekvenční analýza vystupuje v *MD Nastran* pod názvem *Frequency Response* a číselným označením *111 – Modal* (nejprve se určí vlastní tvary a pomocí nich se posléze provede redukce úlohy), resp. *108 – Direct* (uvažují se diskrétní budící frekvence, řešení probíhá pomocí komplexní algebry). Ve výpočtu je uvažováno tlumení i zatížení a výsledky jsou udávány ve formě komplexních čísel.



*Modal Frequency Response (MFR)* vychází z následující rovnice zapsané ve fyzikálních souřadnicích  $\{x\}$ :

$$-\omega^2 [M] \cdot \{x\} + [K] \cdot \{x\} = \{F(\omega)\} \quad [15] \quad (6.23)$$

Po transformaci rovnice (6.23) do modálních souřadnic  $\{\xi(\omega)\}$  a jejím vydělení  $e^{i\omega t}$  obdržíme:

$$-\omega^2 [M][\phi] \cdot \{\xi(\omega)\} + [K] \cdot [\phi] \cdot \{\xi(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad [15] \quad (6.24)$$

kde  $[\phi]$  ... vlastní tvary  
 $\{F(\omega)\}$  ... vektor zatížení  
 $\omega$  ... budicí frekvence

Rovnici (6.24) lze poté převést do tohoto tvaru:

$$-\omega^2 [\phi]^T [M] \cdot [\phi] \cdot \{\xi(\omega)\} + [\phi]^T [K] \cdot [\phi] \cdot \{\xi(\omega)\} = [\phi]^T \{F(\omega)\} \quad [15] \quad (6.25)$$

kde  $[\phi]^T \cdot [M] \cdot [\phi]$  ... zobecněná modální matice hmotnosti  
 $[\phi]^T \cdot [K] \cdot [\phi]$  ... zobecněná modální matice tuhosti  
 $[\phi]^T \cdot \{F(\omega)\}$  ... modální vektor zatížení

V posledním kroku se díky ortogonálním vlastnostem matice vlastních tvarů převede vztah (6.25) do následující podoby, ve které se hledají modální odezvy  $\xi_i(\omega)$ :

$$-\omega^2 m_i \cdot \xi_i(\omega) + k_i \cdot \xi_i(\omega) = f_i(\omega) \quad [15] \quad (6.26)$$

kde  $m_i$  ... i-tá modální hmotnost  
 $k_i$  ... i-tá modální tuhost  
 $f_i$  ... i-tá modální síla

Pro tlumenou soustavu používá *MFR* přístup *Direct Frequency Response* (viz níže) a v modálních souřadnicích řeší tuto rovnice:

$$\left[ -\omega^2 [\phi]^T [M][\phi] + i\omega [\phi]^T [B][\phi] + [\phi]^T [K] \cdot [\phi] \right] \cdot \{\xi(\omega)\} = [\phi]^T \{F(\omega)\} \quad [15] \quad (6.27)$$

*MFR* je rychlá, ale potřebuje poměrně dlouhý čas na určení vlastních tvarů. Proto se tato metoda doporučuje převážně pro větší úlohy.

V případě *Direct Frequency Response (DFR)* se řeší následující rovnice:

$$[M] \cdot \{\ddot{x}(t)\} + [B] \cdot \{\dot{x}(t)\} + [K] \cdot \{x(t)\} = \{F(\omega)\} e^{i\omega t} \quad [15] \quad (6.28)$$

Po dosazení předpokládaného řešení  $\{x(t)\} = \{u(\omega)\} e^{i\omega t} \quad [15]$  a matematické úpravě získáme výsledný vztah:

$$[-\omega^2 M + i\omega B + K] \cdot \{u(\omega)\} = \{P(\omega)\} \quad [15] \quad (6.29)$$

kde  $\{u(\omega)\}$  ... hledaný komplexní vektor výchylek

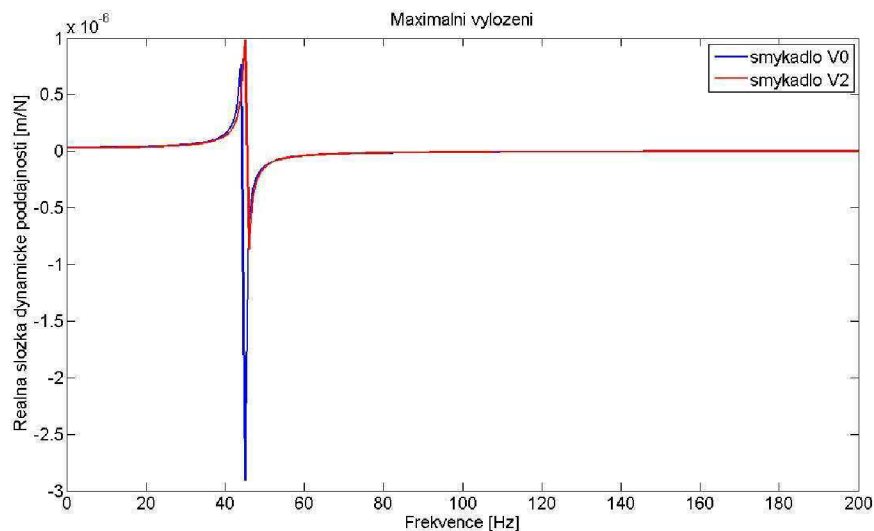
V porovnání s *MFR* je dosahováno přesnějších výsledků avšak na úkor vzrůstajícího výpočtového času. Metoda se tedy většinou využívá pro malé úlohy.

S ohledem na velikost úlohy, byla pro analýzu smykadla zvolena *Modal Frequency Response*.

Maximální vyložení smykadla:

Tab. 6.30. Srovnání hodnot největšího „záporného peaku“ reálné složky dynamické poddajnosti pro maximální vyložení.

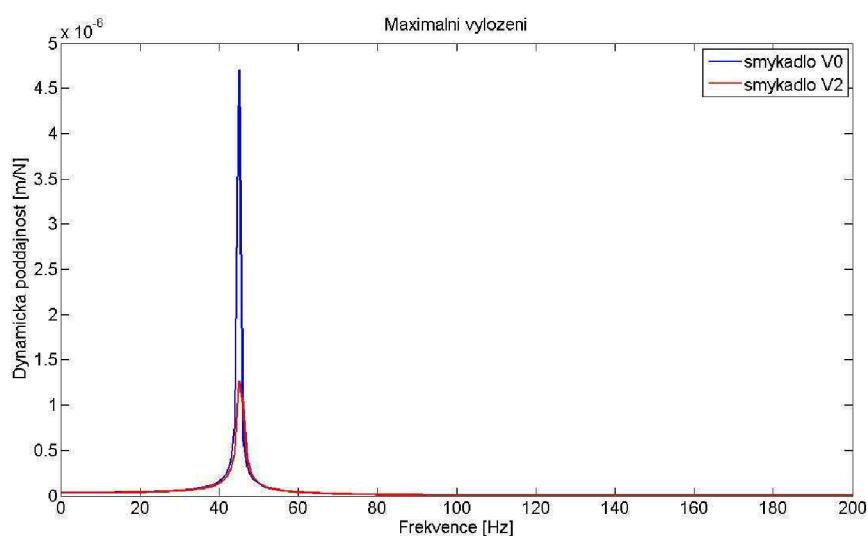
	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
litinové smykadlo V0	45	$-2,906 \cdot 10^{-6}$	-----
hybridní smykadlo V2	46	$-8,692 \cdot 10^{-7}$	<b>+ 70,1 %</b>



Obr. 6.34. Průběhy reálné složky dynamické poddajnosti pro maximální vyložení.

Tab. 6.31. Srovnání největších amplitud dynamické poddajnosti pro max. vyložení.

	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
litinové smykadlo V0	45	$4,70 \cdot 10^{-6}$	-----
hybridní smykadlo V2	45	$1,27 \cdot 10^{-6}$	<b>+ 73,0 %</b>



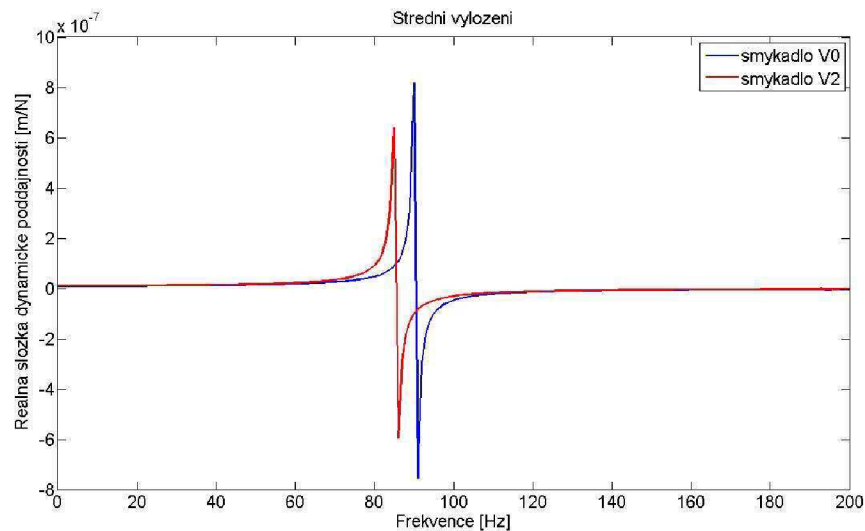
Obr. 6.35. Průběhy dynamické poddajnosti pro maximální vyložení.

Pozn.: Kladná tendence značí splnění požadavku, tzn. pokles dyn. poddajnosti.

Střední vyložení smykadla:

Tab. 6.32. Srovnání hodnot největšího „záporného peaku“ reálné složky dynamické poddajnosti pro střední vyložení.

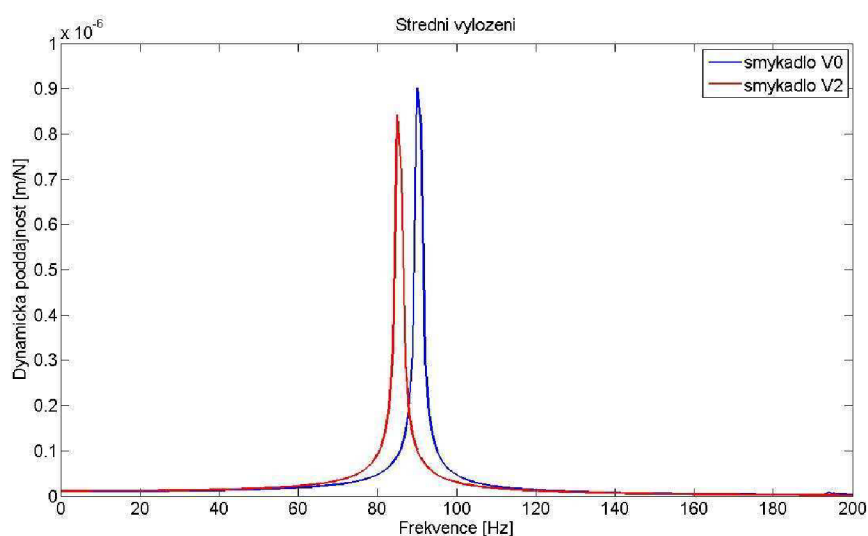
	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
<b>litinové smykadlo V0</b>	91	$-7,545 \cdot 10^{-7}$	-----
<b>hybridní smykadlo V2</b>	86	$-5,951 \cdot 10^{-7}$	<b>+ 21,1 %</b>



Obr. 6.36. Průběhy reálné složky dynamické poddajnosti pro střední vyložení.

Tab. 6.33. Srovnání největších amplitud dynamické poddajnosti pro střední vyložení.

	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
<b>litinové smykadlo V0</b>	90	$9,022 \cdot 10^{-7}$	-----
<b>hybridní smykadlo V2</b>	85	$8,492 \cdot 10^{-7}$	<b>+ 5,9 %</b>

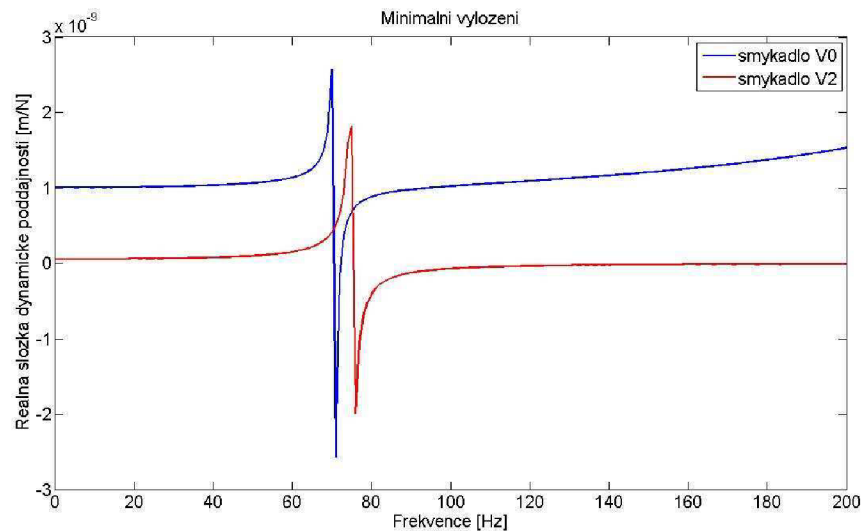


Obr. 6.37. Průběhy dynamické poddajnosti pro střední vyložení.

Minimální vyložení smykadla:

Tab. 6.34. Srovnání hodnot největšího „záporného peaku“ reálné složky dynamické poddajnosti pro minimální vyložení.

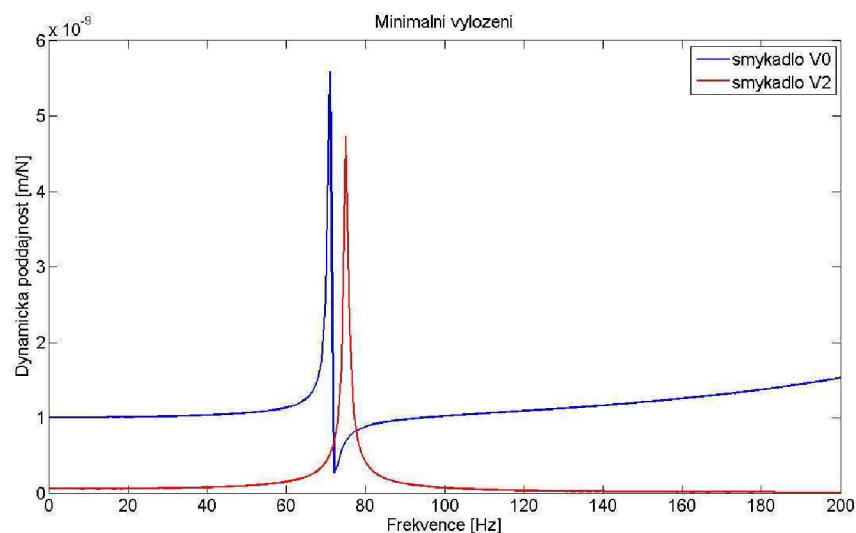
	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
<b>litinové smykadlo V0</b>	71	$-2,572 \cdot 10^{-8}$	-----
<b>hybridní smykadlo V2</b>	76	$-1,992 \cdot 10^{-8}$	<b>+ 22,6 %</b>



Obr. 6.38. Průběhy reálné složky dynamické poddajnosti pro minimální vyložení.

Tab. 6.35. Srovnání největších amplitud dynamické poddajnosti pro min. vyložení.

	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
<b>litinové smykadlo V0</b>	71	$5,588 \cdot 10^{-8}$	-----
<b>hybridní smykadlo V2</b>	75	$4,733 \cdot 10^{-8}$	<b>+ 15,3 %</b>



Obr. 6.39. Průběhy dynamické poddajnosti pro minimální vyložení.

## 6.5 Komplexní zhodnocení výsledků výpočtové analýzy

Ze získaných výsledků statické analýzy (viz tab. 6.36 až 6.38) jasně vyplývá, že smykadlo je pro obě varianty nejvíce poddajné při maximálním vyložení a při zatížení ve směru osy  $y$ . Pro střední vyložení má smykadlo nejnižší tuhost rovněž ve směru osy  $y$ , pro minimální vyložení pak ve směru osy  $z$ .

Lze dále konstatovat, že aplikací kompozitové trubky nedochází ke zvýšení statické tuhosti smykadla.

Tab. 6.36. Srovnání statických tuhostí pro maximální vyložení.

zatížení	tuhost [N·m <sup>-1</sup> ] – V0	tuhost [N·m <sup>-1</sup> ] – V2	tendence
síla $F_x$	$3,10 \cdot 10^7$	$3,22 \cdot 10^7$	+ 3,9 %
síla $F_y$	$2,95 \cdot 10^7$	$2,94 \cdot 10^7$	- 0,3 %
síla $F_z$	$3,62 \cdot 10^8$	$3,58 \cdot 10^8$	- 1,1 %

Tab. 6.37. Srovnání statických tuhostí pro střední vyložení.

zatížení	tuhost [N·m <sup>-1</sup> ] – V0	tuhost [N·m <sup>-1</sup> ] – V2	tendence
síla $F_x$	$9,26 \cdot 10^7$	$8,47 \cdot 10^7$	- 8,5 %
síla $F_y$	$8,77 \cdot 10^7$	$8,26 \cdot 10^7$	- 5,8 %
síla $F_z$	$3,05 \cdot 10^8$	$2,95 \cdot 10^8$	- 3,3 %

Tab. 6.38. Srovnání statických tuhostí pro minimální vyložení.

zatížení	tuhost [N·m <sup>-1</sup> ] – V0	tuhost [N·m <sup>-1</sup> ] – V2	tendence
síla $F_x$	$8,26 \cdot 10^8$	$8,06 \cdot 10^8$	- 2,4 %
síla $F_y$	$6,41 \cdot 10^8$	$6,33 \cdot 10^8$	- 1,2 %
síla $F_z$	$3,10 \cdot 10^8$	$3,32 \cdot 10^8$	+ 7,1 %

Ani v případě vlastních frekvencí nedochází po aplikaci trubky ke zlepšení požadovaných vlastností, tzn. zvýšení vlastních frekvencí (viz tab. 6.39 až 6.41).

Tab. 6.39. Srovnání vlastních frekvencí pro maximální vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz] pro V0	hodnota [Hz] pro V2	tendence
č. 1	44,85	44,83	- 0,04 %
č. 2	44,91	45,42	+ 1,14 %
č. 3	104,58	105,20	+ 0,59 %
č. 4	235,28	200,44	- 14,81 %
č. 5	260,63	252,79	- 3,01 %

Tab. 6.40. Srovnání vlastních frekvencí pro střední vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz] pro V0	hodnota [Hz] pro V2	tendence
č. 1	83,38	82,50	- 1,06 %
č. 2	90,47	85,44	- 5,56 %
č. 3	92,38	91,55	- 0,90 %
č. 4	193,68	204,08	+ 5,37 %
č. 5	217,08	224,74	+ 3,53 %

Tab. 6.41. Srovnání vlastních frekvencí pro minimální vyložení.

vlastní frekvence	hodnota [Hz] pro V0	hodnota [Hz] pro V2	tendence
č. 1	60,37	64,51	+ 6,86 %
č. 2	70,86	75,17	+ 6,08 %
č. 3	117,90	118,99	+ 0,92 %
č. 4	327,38	276,35	- 15,59 %
č. 5	352,06	305,46	- 13,24 %

Je však dosaženo výrazného snížení dynamické poddajnosti (viz kapitola 6.4), což je v případě obráběcích strojů směrodatný parametr, jelikož slouží k určení mezní šířky třísky a vyhodnocení stability řezu.

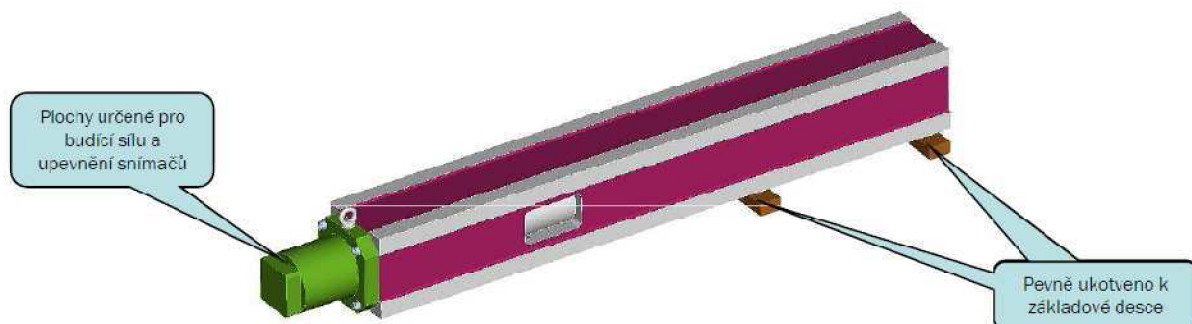
Nejlepších výsledků bylo dosaženo pro maximální vyložení, kde se největší záporná hodnota reálné složky dynamické poddajnosti i největší amplituda dynamické poddajnosti snížily o více než 70 %. Rovněž v případě minimálního vyložení bylo dosaženo poklesu největší záporné hodnoty o více než 20 %, resp. poklesu největší amplitudy o cca. 15 %. Pro střední vyložení se sice největší amplituda snížila „pouze“ o 5,9 %, největší záporná hodnota reálné složky ale poklesla o 21,1 %.

Na základě těchto výsledků považuji novou koncepci smykadla za potenciálně přínosnou a doporučuji pokračovat ve vývojových pracích.

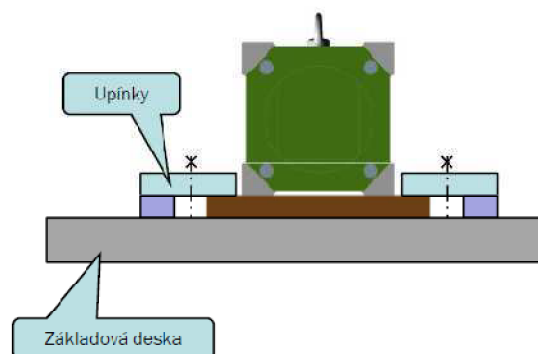
## 7 Experimentální verifikace výsledků frekvenční analýzy

V další fázi projektu bylo provedeno experimentální ověření vlastností vyztuženého smykadla na geometricky zjednodušeném modelu v měřítku 1:2.

Měření bylo realizováno na Fakultě strojní ČVUT v Praze pod vedením Ing. Pavla Steibauera, Ph.D. Schéma experimentu je uvedeno na následujících obrázcích 7.1 a 7.2.



Obr. 7.1. Schéma experimentu I. <sup>[9]</sup>



Obr. 7.2. Schéma experimentu II. <sup>[9]</sup>

Byly vyrobeny čtyři modely smykadla. Jako etalon bylo použito celolitinové smykadlo označené jako varianta EV0. Ostatní smykadla, varianty EV1 až EV3, pak byly vždy vyztuženy kompozitovou trubkou.

V případě varianty EV1 byla použita trubka bez tlumicích vrstev dimenzovaná na maximální možnou ohybovou tuhost. Smykadlo EV2 bylo vyztuženo trubkou s tlumicími vrstvami a ohybovou tuhostí rovnou tuhosti litinového smykadla. V poslední variantě EV3 byla použita kompozitová trubka s maximálním možným obsahem tlumicích vrstev z hlediska technologie výroby.



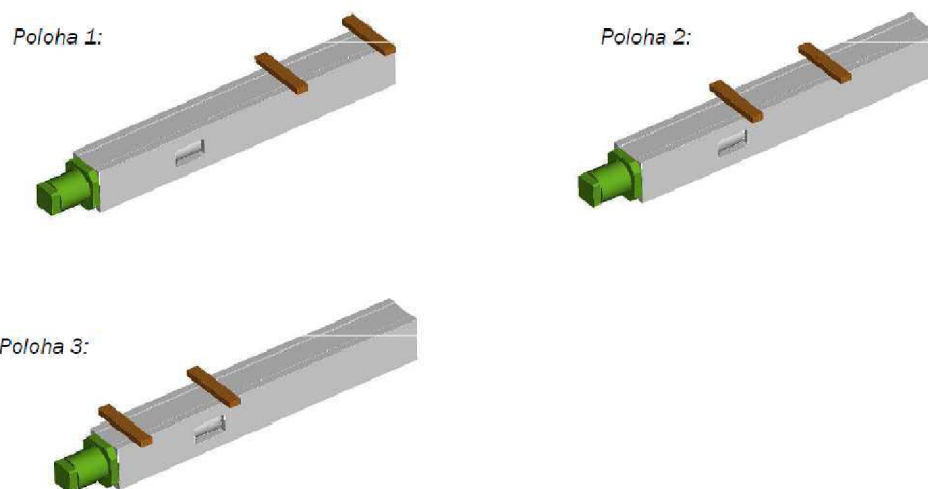
Bylo provedeno měření reálné složky dynamické poddajnosti v rozsahu  $0 \div 2000$  Hz s frekvenčním krokem 0,625 Hz a zpřesňující měření v rozsahu  $0 \div 250$  Hz s krokem 0,078125 Hz.

Smykadlo bylo na příslušných ploškách koncového závaží buzeno modálním kladívkem *Endevco 2302*. Výchylky byly měřeny vibrometrem *Polytec OFV-5000-040*, přičemž celý experiment byl řízen laserovým skenovacím vibrometrem *Polytec PSV-400*.



Obr. 7.3. Praktická realizace měření.

Měření proběhlo pro tři různé polohy vyložení a pro oba ohybové směry. S ohledem na možnost srovnání naměřených dat s výsledky výpočtové analýzy se zaměříme pouze na případ buzení ve vodorovném směru. Rovněž zde nebudeme uvádět výsledky naměřené pro smykadlo EV3, jelikož vyztužující trubka použitá u této koncepce se svými vlastnosti nejvíce liší od vlastností trubky analyzované v předešlé kapitole.



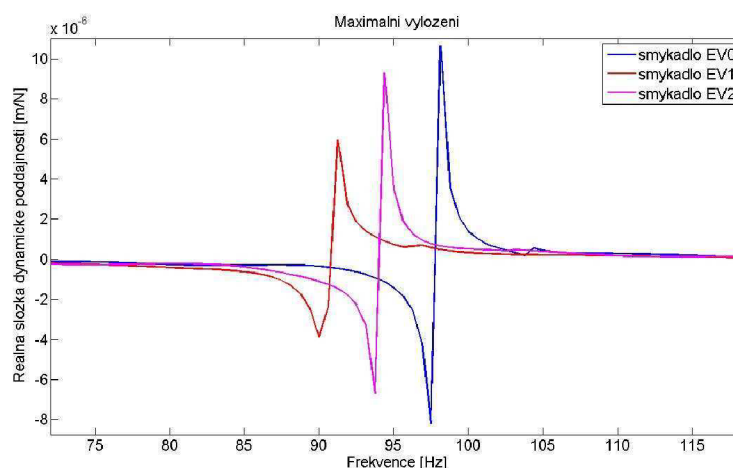
Obr. 7.4. Polohy smykadla pro měření. <sup>[9]</sup>

## 7.1 Výsledky experimentální analýzy

Maximální vyložení smykadla:

Tab. 7.1. Srovnání hodnot největšího „záporného peaku“ reálné složky dynamické poddajnosti pro maximální vyložení.

	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
<b>smykadlo EV0</b>	97,50	$-8,207 \cdot 10^{-6}$	-----
<b>smykadlo EV1</b>	90,00	$-3,882 \cdot 10^{-6}$	<b>+ 52,7 %</b>
<b>smykadlo EV2</b>	93,75	$-6,707 \cdot 10^{-6}$	<b>+ 18,3 %</b>

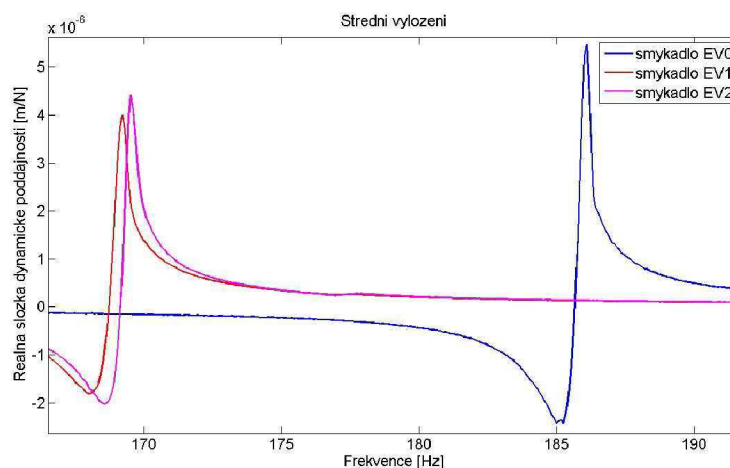


Obr. 7.5. Průběhy reálné složky dynamické poddajnosti pro maximální vyložení.

Střední vyložení smykadla:

Tab. 7.2. Srovnání hodnot největšího „záporného peaku“ reálné složky dynamické poddajnosti pro střední vyložení.

	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
<b>smykadlo EV0</b>	185,2	$-2,425 \cdot 10^{-6}$	-----
<b>smykadlo EV1</b>	168,0	$-1,807 \cdot 10^{-6}$	<b>+ 25,5 %</b>
<b>smykadlo EV2</b>	168,2	$-2,025 \cdot 10^{-7}$	<b>+ 16,5 %</b>

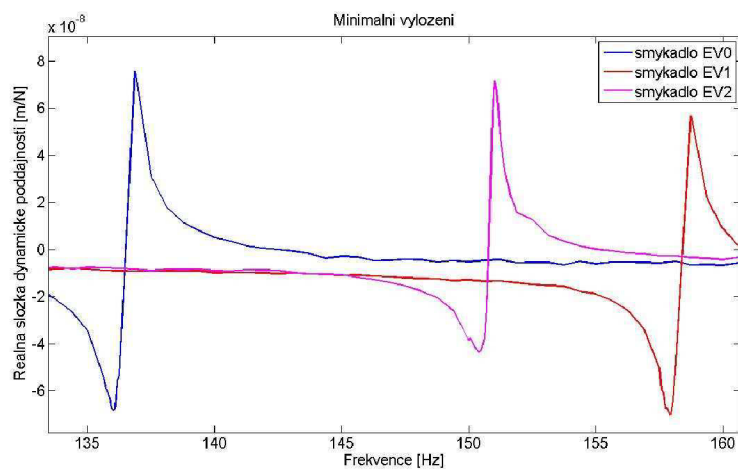


Obr. 7.6. Průběhy reálné složky dynamické poddajnosti pro střední vyložení.

Minimální vyložení smykadla:

Tab. 7.3. Srovnání hodnot největšího „záporného peaku“ reálné složky dynamické poddajnosti pro minimální vyložení.

	frekvence [Hz]	hodnota [m/N]	tendence
<b>smykadlo EV0</b>	136,0	$-6,8 \cdot 10^{-8}$	-----
<b>smykadlo EV1</b>	158,0	$-7,0 \cdot 10^{-8}$	- 2,9 %
<b>smykadlo EV2</b>	150,4	$-4,4 \cdot 10^{-8}$	+ 35,1 %



Obr. 7.7. Průběhy reálné složky dynamické poddajnosti pro minimální vyložení.

## 7.2 Zhodnocení výsledků experimentální analýzy

Z experimentálně získaných výsledků (viz tab. 7.1 až 7.3) jasně vyplývá, že při aplikaci vyztužující trubky došlo pro všechna vyložení k výraznému snížení největší záporné hodnoty reálné složky dynamické poddajnosti.

Obecně lze říci, že se jako nejvýhodnější varianta hybridního smykadla jeví kompromisní řešení mezi smykadly EV1 a EV2, tedy litinové smykadlo vyztužené kompozitovou trubkou o vysoké tuhosti (EV1) s několika tlumivými vrstvami ve struktuře (EV2). Při maximálním a středním vyložení smykadla se totiž pozitivně projevuje nárůst tuhosti, při minimálním vyložení pak převládá vliv zvýšeného tlumení celku. Tomuto řešení odpovídá smykadlo V2 analyzované v kapitole 6.

### Srovnání výsledků experimentu a výpočtové analýzy

Experiment se od výpočtové analýzy lišil v geometrii smykadla i v okrajových podmínkách, proto nelze jeho výsledky přesně porovnat s výsledky výpočtové analýzy. Je však možné srovnat trendy a tendence výsledků.

Nejlepších výsledků při experimentu bylo opět dosaženo pro maximální vyložení, nejmenšího zlepšení pro vyložení střední. Ve všech případech došlo k poklesu největší záporné hodnoty reálné složky dynamické poddajnosti až v řádu desítek procent. Tyto výsledky dobře korespondují s výsledky výpočtové analýzy.

Jak již bylo řečeno, smykadlo V2 svými vlastnostmi leží mezi variantami EV1 a EV2, přičemž se více blíží první variantě. Vyztužující trubka má tedy vyšší tuhost než litinové smykadlo a tlumení je zvýšeno implementací jedné korkové vrstvy do struktury. Výsledky výpočtové analýzy smykadla V2 se tedy budou pro maximální a střední vyložení více blížit experimentálním výsledkům smykadla EV1 (vliv materiálových vlastností – tuhost) a pro minimální vyložení výsledkům smykadla EV2 (vliv tlumení).

Tab. 7.4. Srovnání tendencí poklesu největší hodnoty záporné reálné složky dynamické poddajnosti.

	<b>maximální vyložení</b>	<b>střední vyložení</b>	<b>minimální vyložení</b>
<b>výpočet - V2</b>	+ 70,1 %	+ 21,1 %	+ 22,6 %
<b>experiment - EV1</b>	+ 52,7 %	+ 25,5 %	- 2,9 %
<b>experiment - EV2</b>	+18,3 %	+ 16,5 %	+ 35,1 %

## 8 Závěr

Předložená práce prezentuje výsledky výpočtové analýzy litinového a hybridního smykadla obráběcího centra TM 2000 získané pomocí MKP a jejich vzájemné srovnání.

Z obdržených výsledků vyplývá, že aplikací vyztužující kompozitové trubky není dosaženo zvýšení statické tuhosti nebo vlastních frekvencí smykadla, ale dochází k výraznému poklesu dynamické poddajnosti, což umožňuje zvýšit hodnotu mezní šířky třísky. Rovněž bylo docíleno snížení hmotnosti smykadla o 9,3 %.

Získané výsledky byly ověřeny pomocí experimentu na zmenšeném modelu smykadla. Měření prokázalo shodné závěry a potvrdilo tak výsledky výpočtové analýzy.

Na základě výpočtové analýzy a následného experimentálního ověření lze tedy prohlásit, že hybridní konstrukce smykadla se jeví jako potenciálně přínosná a je třeba dále pokračovat v jejím vývoji.

## 9 Seznam použitých zdrojů

- [1] VRBKA, Jan. *Mechanika kompozitů* [online]. 2008. Brno : [2008] [cit. 2010-01-16]. Dostupný z WWW: <<https://www.vutbr.cz/elearning/mod/resource/view.php?id=54211>>.
- [2] Elektronická prezentace. *Úvod do materiálových věd a inženýrství : Kompozitní materiály*. VUT v Brně.
- [3] Elektronické prezentace. *Letní škola kompozitních materiálů, Rožnov 2009*.
- [4] Elektronická prezentace. *Odborný seminář : Kompozity ve stavbě strojů*. Společnost pro obráběcí stroje a ČVUT v Praze.
- [5] TSAI, Stephen W., HAHN, H. Thomas. *Introduction to Composite Materials*. Lancaster, Pennsylvania (USA) : Technomic Publishing Company, Inc., 1980. 453 p. ISBN 0-87762-288-4.
- [6] *Illustration Source* [online]. [cit. 2011-05-11]. Illustration of the bone and surrounding tissue - cross section showing the trabeculae cortical bone fat and skin. Dostupné z WWW: <[http://www.illustrationsource.com/stock/image/281713/illustration-of-the-bone-and-surrounding-tissue-cross-section-showing-the-trabeculae-cortical-bone-fat-and-skin/?&results\\_per\\_page=1&detail=TRUE&page=8](http://www.illustrationsource.com/stock/image/281713/illustration-of-the-bone-and-surrounding-tissue-cross-section-showing-the-trabeculae-cortical-bone-fat-and-skin/?&results_per_page=1&detail=TRUE&page=8)>.
- [7] ZONA, Kathleen. *NASA* [online]. 15.3.2010 [cit. 2010-03-30]. Glenn Research Center. Dostupné z WWW: <<http://www.grc.nasa.gov/WWW/RT/2006/RX/RX11C-hurwitz1.html>>.
- [8] *TAJMAC-ZPS : Multifunkční obráběcí centra* [online]. 29.3.2010 [cit. 2010-03-30]. Dostupný z WWW: <<http://www.tajmac-zps.cz/cTurnmill-cz.html>>.
- [9] Firemní dokumentace společnosti Tajmac-ZPS, a.s.
- [10] UHER, O. *Mathematical Modeling of Behavior of Filament Wound Composite Structures*. Prague: Czech Technical University in Prague, Faculty of Mechanical Engineering, 2002. 60 p. Supervisor: Doc. Ing. Jiří Michalec, CSc.
- [11] JANČÁŘ, Josef. *Úvod do materiálového inženýrství polymerních kompozitů*. 1. vyd. Brno : Vysoké učení technické v Brně – Fakulta chemická, 2003. 194 s. ISBN 80-214-2443-5.
- [12] *Wikipedia : Roving* [online]. [cit. 2011-01-26]. Dostupný z WWW: <<http://cs.wikipedia.org/wiki/Roving>>.

- 
- [13] JONES, Robert M. *Mechanics of Composite Materials*. 1st ed. New York City, New York (USA) : Hemisphere Publishing Corporation, 1975. 355 p. ISBN 0-89116-490-1.
- [14] CHAWLA, Krishan K. *Composite Materials : Science and Engineering*. 2nd ed. New York City, New York (USA) : Springer, 1998. 483 p. ISBN 0-378-98409-7.
- [15] Uživatelský manuál *MD Nastran 2010 : Dynamic Analysis User's Guide*.
- [16] PETRUŠKA Jindřich. *Počítačové metody mechaniky II* [online]. [cit. 2011-02-21]. Dostupný z WWW: <<http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/PocitacoveMetodyII/PocitacovaMechanikaII.pdf>>.
- [17] MALENOVSKÝ Eduard. *Počítačové metody mechaniky v dynamice* [online]. [cit. 2011-02-21]. Dostupný z WWW: <[http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/pmm\\_dyn/opora.html#kap\\_1](http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/pmm_dyn/opora.html#kap_1)>.
- [18] Firemní dokumentace společnosti Compotech, spol. s r.o.
- [19] Beton a žula při výrobě loží a rámců obráběcích strojů. *MM Spektrum* [online]. 2003, 5, [online]. [cit. 2009-12-26]. Dostupný z WWW: <<http://www.mmspektrum.com/clanek/beton-a-prirodni-zula-pri-vyrobe-lozi-a-ramu-obrabecich-stroju>>.
- [20] SOUČEK, Pavel; BUBÁK, Antonín. *Vybrané statě z kmitání v pohonech výrobních strojů*. 1. vyd. Praha : České vysoké učení technické v Praze – Fakulta strojní, 2008. 152 s. ISBN 978-80-01-04048-5.
- [21] VRBKA, Jan. *Základy metody konečných prvků* [online]. [cit. 2011-05-13]. Dostupný z WWW: <<https://www.vutbr.cz/elearning/mod/resource/view.php?id=129881>>.
- [22] BURŠA, Jiří. *Metoda konečných prvků* [online]. [cit. 2011-05-13]. Dostupný z WWW: <<http://www.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>>.
- [23] *Wikipedia : Finite Element Method* [online]. [cit. 2011-05-13]. Dostupný z WWW: <[http://en.wikipedia.org/wiki/Finite\\_element\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method)>.