



## **Bakalářská práce**

# **Numerické simulace 3D náhodných obrazců koherenčního zrnění**

*Studijní program:*

B3901 Aplikované vědy v inženýrství

*Studijní obor:*

Aplikované vědy v inženýrství

*Autor práce:*

**Šárka Lísková**

*Vedoucí práce:*

doc. RNDr. Karel Žídek, Ph.D.

Ústav nových technologií a aplikované informatiky

Liberec 2023





## Zadání bakalářské práce

# Numerické simulace 3D náhodných obrazců koherenčního zrnění

<i>Jméno a příjmení:</i>	<b>Šárka Lísková</b>
<i>Osobní číslo:</i>	M20000152
<i>Studijní program:</i>	B3901 Aplikované vědy v inženýrství
<i>Studijní obor:</i>	Aplikované vědy v inženýrství
<i>Zadávací katedra:</i>	Ústav nových technologií a aplikované informatiky
<i>Akademický rok:</i>	2022/2023

### Zásady pro vypracování:

1. Seznámení se s problematikou fázové modulace světla, výpočetní fourierovské optiky a základy rekonstrukce obrazu pomocí komprimovaného snímání.
2. Simulace generace specklových obrazců (tzv. koherenčního zrnění) v ohniskové rovině a v její blízkosti pro idealizované zobrazení.
3. Simulace generace specklových obrazců dle předchozího bodu, včetně nedokonalostí zobrazování. Identifikace hlavních faktorů, které určují přesnost výpočtu 3D náhodného obrazce.
4. Dle možností proběhnout experimentální nebo teoretické pokusy o rekonstrukci 3D obrazu metodou jednopixelové kamery.

*Rozsah grafických prací:* dle potřeby dokumentace  
*Rozsah pracovní zprávy:* 30 – 40 stran  
*Forma zpracování práce:* tištěná/elektronická  
*Jazyk práce:* Čeština

### **Seznam odborné literatury:**

- [1] STERN, A. (ed.). Optical compressive imaging. CRC Press, 2016.
- [2] VOELZ, David George. *Computational fourier optics: a MATLAB tutorial*. Vol. 534. Bellingham, Washington: SPIE press, 2011.
- [3] LIU, Fanglin Linda. *Single-Shot 3D Microscopy: Optics and Algorithms Co-Design*. PhD. Thesis, UC Berkeley, 2022.
- [4] GOODMAN, Joseph W. Speckle phenomena in optics: theory and applications. Roberts and Company Publishers, 2007.

*Vedoucí práce:* doc. RNDr. Karel Žídek, Ph.D.  
Ústav nových technologií a aplikované informatiky

*Datum zadání práce:* 12. října 2022  
*Předpokládaný termín odevzdání:* 22. května 2023

prof. Ing. Zdeněk Plíva, Ph.D.  
děkan

L.S.

Ing. Josef Novák, Ph.D.  
vedoucí ústavu

V Liberci dne 19. října 2022

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má bakalářská práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

15. 5. 2023

Šárka Lísková



# Numerické simulace 3D náhodných obrazců koherenčního zrnění

## Abstrakt

Výpočetní zobrazování pomocí jednopixelové kamery je efektivní metodou využívající 2D strukturovaného světla a jednopixelového detektoru k rekonstrukci snímaného obrazu. V případě realizace této metody za účelem zobrazování 3D objektů v prostoru je nutné vytvořit 3D náhodně strukturované světlo, které má v každé obrazové rovině unikátní rozložení. Zmíněnou strukturou disponují obrazce koherenčního zrnění v blízkosti ohniskové roviny čočky. Tato práce popisuje systém pro cílené generování takovýchto obrazců koherenčního zrnění za využití prostorového fázového modulátoru (SLM) a čočky. Na základě numerických simulací analyzuje vliv nepřesností nastavení optického systému na strukturu vygenerovaných obrazců v ohniskové rovině čočky. Konkrétně vyhodnocuje vliv šířky svazku, úhlu dopadu svazku na SLM, polohy středu svazku na SLM, zakřivení povrchu SLM, úhlu dopadu svazku na čočku, polohy středu svazku na čočce a vliv úhlu dopadu světla na snímající vysokorychlostní kameru.

**Klíčová slova:** koherenční zrnění, fourierovská optika, fázová modulace světla, generování spekulových obrazců, simulace vlivu deviací systému





# Numerical simulations of 3D random speckle patterns

## Abstract

Computational imaging with a single-pixel camera is an efficient method using 2D structured light and a single-pixel detector to reconstruct an image. To transform the method to obtain 3D images, 3D randomly structured light with a unique intensity distribution in each image plane is needed. The speckle patterns close to the Fourier plane of a lens satisfy this condition. This thesis describes a system for the targeted generation of such speckle patterns using a phase-only spatial light modulator (SLM) and a positive lens. Based on numerical simulations it analyzes the effect of deviations in the optical system setup on the structure of the generated patterns in the focal plane of the lens. Specifically, the effect of beam width, beam incidence angle on the SLM, position of the beam center on the SLM, curvature of the SLM surface, beam incidence angle on the lens, position of the beam center on the lens and the effect of the angle of incidence of light on the camera.

**Keywords:** speckle patterns, Fourier Optics, phase-only spatial light modulation, speckle pattern generation, simulation of the effects of system deviations



## Poděkování

Děkuji především vedoucímu práce doc. RNDr. Karlu Žídkovi za mnoho rad a konzultací; dále Ing. Jiřímu Hlubučkovi za naměření a poskytnutí parametrů systému a i dalším pracovníkům TOPTEC za jejich podnětné dotazy a připomínky.



# Obsah

Seznam zkratek . . . . .	15
<b>1 Úvod</b>	<b>17</b>
<b>2 Koherenční zrnění a fázová modulace světla</b>	<b>19</b>
2.1 Koherenční zrnění . . . . .	19
2.1.1 Difrakční obrazce bodového zdroje . . . . .	19
2.1.2 Obrazy velkého množství náhodně rozložených bodových zdrojů	22
2.1.3 Obrazce vytvořené odrazem laserového světla od difuzního před- mětu . . . . .	23
2.1.4 Statistické vlastnosti intenzity speklových obrazců . . . . .	24
2.2 Fázová modulace světla . . . . .	26
2.2.1 Vlastnosti kapalných krystalů . . . . .	26
2.2.2 Prostorové fázové modulátory s čistě fázovou modulací . . . . .	27
2.2.3 Pixel crosstalk . . . . .	28
<b>3 Nástroje výpočetní fourierovské optiky</b>	<b>29</b>
3.1 Úvod do fourierovské optiky . . . . .	29
3.1.1 Lineární, prostorově invariantní systém . . . . .	29
3.1.2 Dvourozměrná Fourierova transformace . . . . .	30
3.2 Popis šíření optických vln ve volném prostoru . . . . .	33
3.2.1 Vlnová funkce . . . . .	33
3.2.2 Rayleigh-Sommerfeldův model . . . . .	33
3.2.3 Fresnelova aproximace . . . . .	34
3.2.4 Fraunhoferova aproximace . . . . .	35
3.3 Transmittanční funkce a vlastnosti tenké čočky . . . . .	35
3.3.1 Transmittanční funkce . . . . .	35
3.3.2 Fourierova transformace čočkou . . . . .	36
<b>4 Simulace 3D náhodných obrazců koherenčního zrnění</b>	<b>39</b>
4.1 Výpočetní nástroje . . . . .	39
4.1.1 Diskrétní Fourierova transformace . . . . .	39
4.1.2 Korelační koeficient . . . . .	40
4.2 Primární simulace . . . . .	41
4.2.1 Uspořádání a parametry experimentu, aproximace . . . . .	41
4.2.2 Implementace zdrojového svazku . . . . .	42

4.2.3	Implementace propagace volným prostorem . . . . .	43
4.2.4	Implementace změn fází na SLM . . . . .	44
4.2.5	Implementace zobrazení čočkou . . . . .	45
4.2.6	Výsledky . . . . .	46
4.3	Rozšířená simulace . . . . .	50
4.3.1	Uspořádání a parametry experimentu, předpoklady . . . . .	50
4.3.2	Implementace expanderu svazku . . . . .	51
4.3.3	Implementace jevu pixel crosstalk . . . . .	51
4.3.4	Zkřivení povrchu SLM . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Vliv sledovaných faktorů na změnu obrazce</b>	<b>53</b>
5.1	Referenční parametry . . . . .	53
5.2	Vliv změn parametrů svazku . . . . .	54
5.2.1	Vliv změny velikosti svazku . . . . .	54
5.2.2	Vliv posunu středu svazku na SLM . . . . .	55
5.2.3	Vliv úhlu dopadu svazku na SLM . . . . .	56
5.3	Vliv změn vlastností SLM . . . . .	57
5.3.1	Vliv zkřivení povrchu SLM . . . . .	57
5.4	Vliv změny polohy čočky . . . . .	57
5.4.1	Vliv posunu středu svazku na čočce . . . . .	57
5.4.2	Vliv úhlu dopadu na čočku . . . . .	58
5.5	Vliv nastavení polohy kamery . . . . .	59
5.5.1	Vliv úhlu dopadu na kameru . . . . .	59
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>61</b>

## Seznam zkratek

<b>FO</b>	fourierovská optika
<b>FT</b>	Fourierova transformace
<b>FFT</b>	rychlá Fourierova transformace (Fast Fourier Transform)
<b>LC</b>	kapalný krystal (liquid crystal)
<b>LCOS</b>	kapalné krystaly na křemíkovém substrátu (liquid crystals on silicon)
<b>PN-LC</b>	paralelní nematický kapalný krystal
<b>SLM</b>	prostorový fázový modulátor (Spatial Light Modulator)





# 1 Úvod

Výpočetní zobrazování pomocí jednopixelové kamery je efektivní metodou využívající 2D strukturovaného světla a jednopixelového detektoru [22]. Informace získané detektorem jsou rekonstruovány ve výsledný obraz za využití prostorové informace zanesené v použité struktuře světla. Při realizaci je tedy nutné použití konkrétních struktur intenzity. V případě převedení této metody do 3D prostoru a získání trojrozměrného obrazu je nutné vytvořit 3D náhodně strukturované světlo tak, aby struktury v jednotlivých obrazových rovinách byly unikátní. Tento požadovaný efekt je možné pozorovat na obrazcích koherenčního zrnění v blízkosti Fourierovy roviny čočky. Pro kontrolovanou generaci takových obrazců lze s výhodou použít například fázový prostorový modulátor (SLM) vložený mezi laserový zdroj a čočku.

Hlavním cílem této práce je provedení analýzy vlivu nepřesností nastavení komponent systému na strukturu vygenerovaných obrazců v systému, který byl za účelem kontrolované generace obrazců koherenčního zrnění sestaven v centru TOPTEC, ÚFP AV ČR. Za tímto účelem byla vytvořena 3D numerická simulace světelného pole ve zmíněném optickém systému využívající nástroje fourierovské optiky. Dále si práce klade za cíl poskytnout úvod do teorie popisující fenomén koherenčního zrnění, seznámit čtenáře s principy fázové modulace světla a základními nástroji fourierovské optiky. Nabízí náhled do idealizované primární simulace systému a ověřuje teoretické předpoklady o struktuře obrazců koherenčního zrnění na získaných výsledcích. Následně je v práci popsána simulace zahrnující deviace nastavení systému a výsledky vlivu vybraných faktorů.

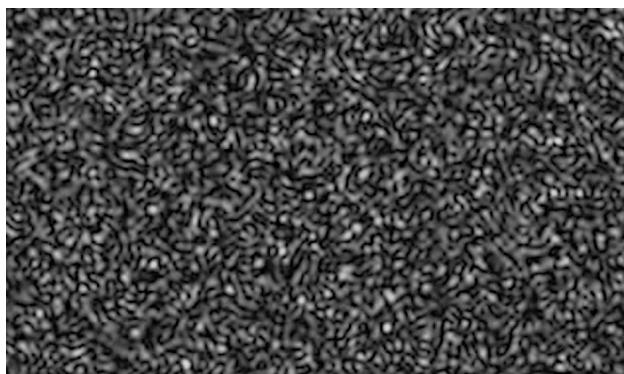
Práce hodnotí vliv změny šířky svazku, vliv změny úhlu dopadu svazku na SLM, vliv změny polohy středu svazku na SLM, vliv změn zakřivení povrchu SLM, důsledky změny úhlu dopadu svazku na čočku, vliv změny polohy středu svazku na čočce a vliv změny naklonění kamery snímající obrazce vzhledem ke směru šíření dopadajícího svazku. První dvě kapitoly této práce jsou věnovány problematice vzniku a povahy koherenčního zrnění, fázové modulaci světla a základním principům fourierovské optiky. Kapitola 4 poskytuje čtenáři informace o provedených simulacích, parametrech a použitých přístupech. V závěrečné kapitole 5 je provedena analýza vlivů vyhodnocovaných faktorů na strukturu vygenerovaných obrazců v ohniskové rovině čočky.



## 2 Koherenční zrnění a fázová modulace světla

### 2.1 Koherenční zrnění

Koherenčním zrněním rozumíme „náhodné“ prostorové rozložení intenzity světla vznikající v důsledku odrazu alespoň částečně koherentního světla od hrubého povrchu, nebo v důsledku jeho propagace prostředím s proměnným indexem lomu. Při použití vysoce koherentních zdrojů jsou obrazce koherenčního zrnění (speckle patterns) snadno rozlišitelné i pro běžného pozorovatele. Je-li předmět s hrubým povrchem nasvícen takovýmto zdrojem, pozorovateli se zdá, že je pokryt drobným zrnitým vzorem. Tento efekt je způsoben interferencí difrakčních obrazců, náležících jednotlivým bodům povrchu předmětu, na sítnici oka. Analogicky se koherenční zrnění projevuje i při použití dalších druhů optických detektorů. Podstatná část této podkapitoly je převzata z knihy *Laser Speckle and Applications in Optics*, M. Françon 1979 [4]. Podrobnější přiblížení jevu koherenčního zrnění je v této podkapitole budováno na základních vlastnostech difrakčního obrazce bodového zdroje a následném popisu vlastností soustav náhodně rozložených bodových zdrojů.



Obrázek 2.1: Obrazec koherenčního zrnění laseru, nasimulováno

#### 2.1.1 Difrakční obrazce bodového zdroje

Mějme stínítko s kruhovou aperturou o průměru  $2a$  a monochromatický bodový zdroj  $S$  s vlnovou délkou  $\lambda$ . Po průchodu optické vlny ze zdroje otvorem v neprůsvitném stínítku a její následné propagaci volným prostorem dochází ke změně rozložení její

intenzity, kterou nazýváme difrakčním obrazcem. Nejjednodušší teorie difrakce zavádí aperturní funkci  $p(x, y)$ , která realizuje nezměněný průchod vlny otvorem a přiřazení nulových hodnot v oblasti neprůsvitných částí stínítka [19]. Jestliže jsou  $u_0(x, y)$  a  $u_1(x, y)$  komplexní amplitudy vlny bezprostředně před a za stínítkem s aperturou, pak

$$u_1(x, y) = u_0(x, y)p(x, y), \quad (2.1)$$

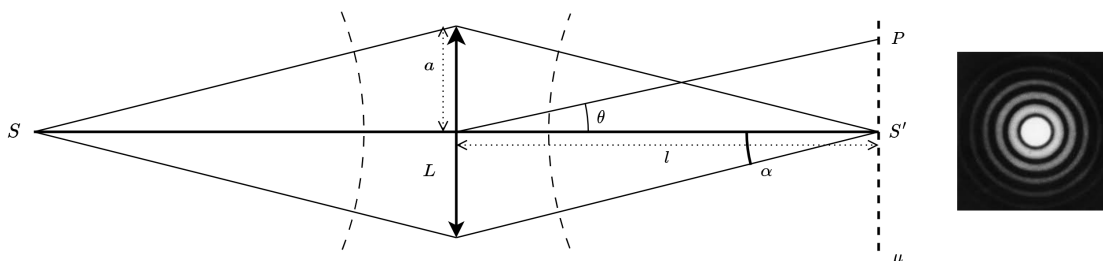
$$p(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{uvnitř apertury} \\ 0 & \text{vně apertury} \end{cases} \quad (2.2)$$

Komplexní amplitudu  $u_2(x, y)$  v rovině pozorování lze určit po propagaci volným prostorem, například za použití Fraunhoferova nebo Fresnelova šíření světla volným prostorem (sekce 3.2). Struktura difrakčního obrazce odpovídá potom rozložení intenzity

$$I(x, y) = |u_2(x, y)|^2. \quad (2.3)$$

Vztahy výše jsou uvedeny dle [19].

Nyní mezi bodový monochromatický zdroj  $S$  s vlnovou délkou  $\lambda$  umístíme ideální čočku  $L$  o poloměru  $a$ , která dopadající sférickou vlnu transformuje na sférickou vlnu se středem  $S'$ . Obraz, který v bodě  $S'$  vzniká, je difrakčním obrazcem, jehož struktura závisí na tvaru okraje čočky  $L$ . Konkrétní podobu difrakčního obrazce lze vypočítat za použití Huyghensova principu a vyjádřit pomocí Fourierovy transformace [4].

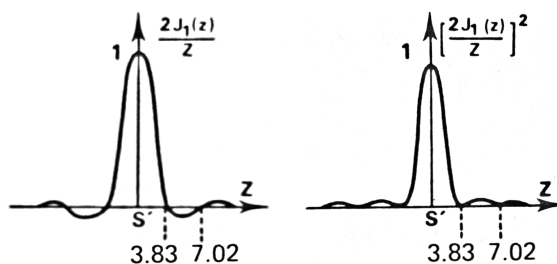


Obrázek 2.2: Obraz bodového zdroje  $S'$ ; ztvárněno podle [4], Fig. 1

Amplituda v obrazové rovině  $\mu$  je dána Fourierovou transformací kruhové plochy. Předpokládejme, že úhlový poloměr  $\alpha$  čočky není příliš velký, a to tak, aby mohla být použita paraxiální aproximace  $\cos(\alpha) \approx 1$  [17]. Zvolme bod  $P$  v rovině  $\mu$  určený úhlem  $\theta$ , potom lze amplitudu v bodě  $P$  vyjádřit vztahem

$$u(\theta) = \frac{2J_1(Z)}{Z}, \quad Z = \frac{2\pi a\theta}{\lambda}, \quad (2.4)$$

kde  $J_1(Z)$  je Besselova funkce prvního řádu [4]. Grafy v obrázku 2.3 zobrazují průběh amplitudy a intenzity jako funkci  $Z$ .



Obrázek 2.3: Amplituda a intenzita difrakčního obrazce kruhové apertury; převzato z [4], Fig. 2, Fig. 3

V rovině  $\mu$ , ve vzdálenosti  $l$  od čočky, vzniká kruhově symetrický difrakční Airyho obrazec tvořený velmi jasným centrálním diskem obklopeným prstenci, jejichž intenzita se vzdáleností od středu obrazce rychle klesá. Úhlový poloměr Airyho (centrálního) disku je roven  $\theta$  a jeho poloměr  $\rho$  narůstá nepřímě úměrně s průměrem apertury  $2a$  [19].

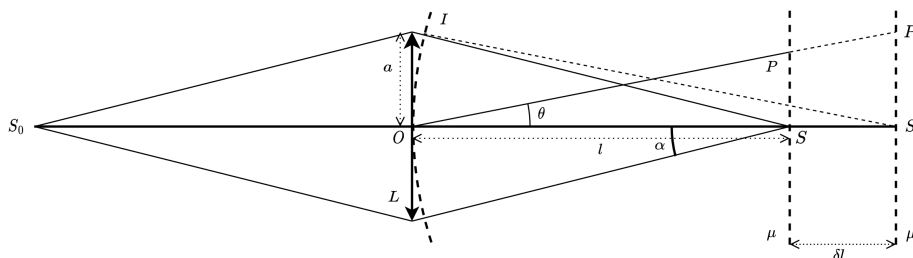
$$\theta = \frac{1,22\lambda}{a}, \quad \rho = \frac{1,22\lambda l}{2a} \quad (2.5)$$

Obrazec vzniklý v rovině  $\mu'$  posunutě od ohniskové roviny  $\mu$  o  $\delta l$  bude degradovanou obdobou obrazce z roviny  $\mu$ . Míra této degradace je závislá na maximálním rozdílu optických drah  $\Delta = IS' - OS'$ . Tedy platí následující:

$$\Delta = \frac{\delta l \cdot \alpha^2}{2}. \quad (2.6)$$

Jestliže má být obrazec v rovině  $\mu'$  s obrazcem v ohniskové rovině téměř identický, musí být splněna níže uvedená podmínka [4]:

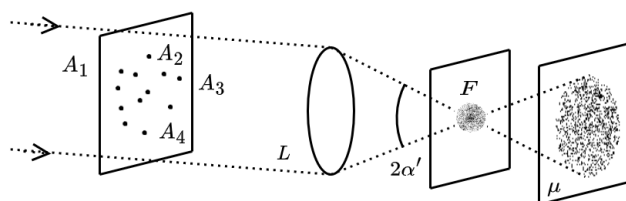
$$\delta l \ll \frac{2\lambda}{\alpha^2}. \quad (2.7)$$



Obrázek 2.4: Obraz bodového zdroje v defokusané rovině; zpracováno podle [4], Fig. 5

## 2.1.2 Obrazy velkého množství náhodně rozložených bodových zdrojů

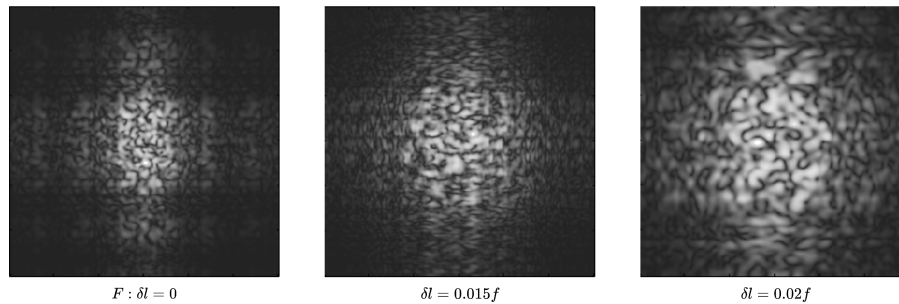
Mějme desku obsahující mnoho malých náhodně rozmístěných apertur  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , která je osvětlena bodovým zdrojem umístěným v nekonečnu. Na otvorech dochází k difrakci dopadajícího světla a apertury se chovají jako elementární koherentní zdroje. Difrakční obrazec každého ze zdrojů v rovině pozorování  $\mu$  má s ostatními shodnou strukturu, která odpovídá v případě kruhových apertur Airyho disku. Jednotlivé obrazce se v rovině  $\mu$  více či méně překrývají a vytvářejí granulární strukturu koherenčního zrnění. Jedná se o kontinuum hodnot intenzity s množstvím jasných skvrn v místech, kde je interference silně konstruktivní, tmavých míst tam, kde je interference destruktivní a oblastí s hodnotami intenzity mezi oběma extrémami [6].



Obrázek 2.5: Spektrum desky s velkým množstvím náhodně rozmístěných apertur; zpracováno podle [4], Fig. 12

V ohniskové rovině  $F$  jsou vlny emitované bodovými zdroji  $A_1, A_2, \dots, A_n$  ve fázi a intenzita obrazce zde nabývá maximálních hodnot. Speklový obrazec v ohniskové rovině je tvořen skvrnami, z nichž nejmenší mají průměr velikostně srovnatelný s průměrem difrakčního obrazce samostatného bodového koherentního zdroje čočky  $L$  v její ohniskové rovině (popsáno vztahem 2.5). Tuto velmi jemnou difrakční strukturu v rovině  $F$  lze popsat jako Fourierovu transformaci sady bodových zdrojů.

V bodech blízkých rovině  $F$  nabývají vlny z jednotlivých zdrojů odlišných fází a i velmi malá změna fáze významně ovlivňuje amplitudu a intenzitu výsledného obrazce. Míra odlišnosti vzniklých obrazců se snižuje s rostoucí vzdáleností od ohniska. Zároveň klesá celková intenzita obrazce, zvětšuje se průměr skvrn a obrazec se stává hrubším [4]. Chování obrazce v důsledku posunu od ohniska se pro roviny v oblastech blízkého a dalekého pole liší. V rovinách blízkého pole, kde vznikají Fresnelovy difrakční obrazce (sekce 3.2.3), se zachovávají vnější rozměry obrazce a mění se jejich detaily. Naopak v případě dalekého pole a Fraunhoferovy difrakce (sekce 3.2.4) je zachována vnitřní struktura a se změnou vzdálenosti dochází pouze ke škálování obrazce [5].



Obrázek 2.6: Trend ve změně struktury specklového obrazce;  
vygenerováno simulací

### 2.1.3 Obrazce vytvořené odrazem laserového světla od difuzního předmětu

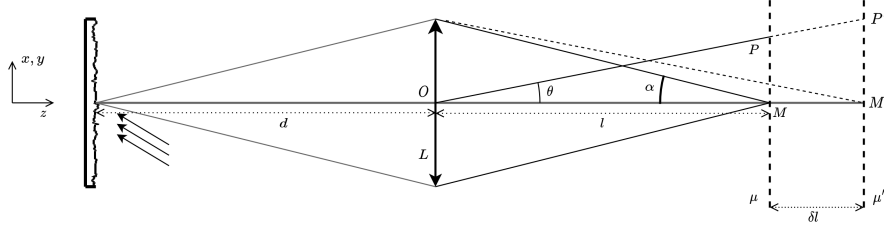
Difuzními předměty mohou být libovolné transparentní nebo reflektivní objekty s difuzním povrchem, například broušené sklo nebo neleštěný kov. K rozptylu světla na povrchu těchto předmětů přispívají zejména rozdílné tloušťky materiálu, rozdílné odrazivosti, míra absorpce a změny v indexu lomu. V následujícím textu budou primárně uvažovány reflektivní difuzní předměty.

Při nasvícení povrchu difuzního předmětu koherentním světlem laseru odráží každý bod nasvícené plochy koherentní vlny, které mohou vzájemně interferovat. Při pohledu na takový objekt lze pozorovat vzory koherenčního zrnění vzniklé interferencí mezi vlnami přicházejícími od jednotlivých bodů povrchu. Pro tento případ lze použít popis analogický k popisu použitému v předchozí sekci 2.1.2. Obraz je výsledkem superpozice difrakčních obrazců jednotlivých bodů difuzního povrchu, ke kterým jsou přidány efekty fázových změn způsobených vlastnostmi difuzoru [4].

#### Změny struktury zrnění v důsledku změn parametrů polohy

Dojde-li k libovolnému bočnímu posunu difuzního objektu v jeho hlavní rovině, relativní fáze vln od jednotlivých bodů povrchu se zachovají a specklový obrazec zůstane nezměněný, bude pouze kopírovat translaci. V případě rotace objektu se obecně relativní fáze mění a s nimi i výsledný obrazec. Ke změnám při rotaci objektu nedochází pouze v případě, že je difuzní objekt osvětlován kolmo dopadajícím laserovým svazkem.

Při posunu roviny pozorování či difuzního objektu ve směru osy  $z$ , dochází z podstaty problému ke změně obrazce v rovině pozorování. Jestliže je ale posun  $\delta l$  dostatečně malý, tak aby byla splněna podmínka daná vztahem 2.7, difrakční obrazce v rovinách  $\mu$  a  $\mu'$  vykazují vzájemnou korelaci. [4]



Obrázek 2.7: Změna struktury obrazce v důsledku posunu roviny detekce; zpracováno podle [4], Fig. 19

## 2.1.4 Statistické vlastnosti intenzity speklových obrazců

Na velmi komplexních obrazcích koherenčního zrnění není na první pohled patrná žádná souvislost s vlastnostmi difuzního objektu, na kterém bylo záření odraženo. Jelikož se struktura jeví spíše chaoticky, nejlépe se pro její popis hodí nástroje pravděpodobnosti a statistiky. Pro vytvoření základního statistického modelu J. W. Goodman [6] předpokládá, že záření dopadající do libovolného bodu roviny pozorování je dokonale monochromatické a dokonale polarizované. Přímou pozorovanou intenzitu záření v bodě  $(x, y, z)$  lze za těchto předpokladů popsat vztahem

$$I(x, y, z) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |u(x, y, z; t)|^2 dt = |A(x, y, z)|^2. \quad (2.8)$$

Pro získání statistického popisu rozložení intenzity lze využít podobnosti problému se statistickou úlohou náhodné (opilcovy) chůze (random walk) [6]. Vzory koherenčního zrnění se objevují v signálu, který je složen z množství aditivních komplexních komponent s nezávislými fázemi. Složením těchto komponent s náhodnými amplitudami a fázemi vzniká sled náhodných kroků (náhodná chůze). Výsledná fázorová amplituda pro  $N$  komponent

$$A(x, y, z) = \sum_{k=1}^N |a_k| \exp(i\phi_k), \quad (2.9)$$

s amplitudami  $|a_k|$  a fázemi  $\phi_k$  náležícími  $k$ -té rozptylující plošce difuzního objektu, závisí na relativních fázích příspěvků. Druhá mocnina amplitudy odpovídá dle (2.8) intenzitě pozorované vlny.

Jsou-li splněny následující předpoklady:

- amplituda  $|a_k|$  a fáze  $\phi_k$   $k$ -tého přispívajícího fázoru jsou na sobě statisticky nezávislé, stejně tak jsou nezávislé na amplitudách i fázích všech ostatních přispívajících fázorů,
- fáze  $\phi_k$  jednotlivých příspěvků jsou rovnoměrně rozloženy v intervalu  $(-\pi, \pi)$  (tj. povrch objektu je ve srovnání s vlnovou délkou světla hrubý),

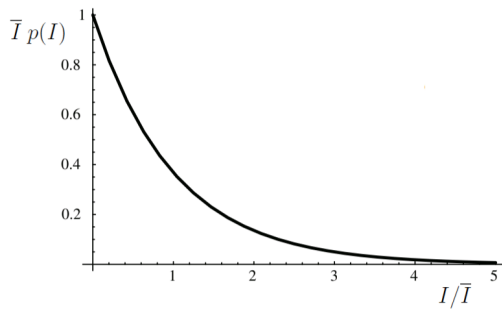


potom lze problém ztotožnit s náhodnou chůzí. Pro velký počet  $N$  elementárních příspěvků vyplývá z centrální limitní věty, že výsledná suma nezávislých náhodných příspěvků je asymptoticky normální s tím, jak  $N \rightarrow \infty$ . Reálná a imaginární část vyšetřovaného komplexního pole v bodě  $(x, y, z)$  jsou nezávislé proměnné s nulovou střední hodnotou ze shodného normálního rozdělení [6] a statistické rozdělení amplitud (velikostí) výsledných sum se řídí Rayleighovým rozdělením [8]. Hodnoty intenzity záření  $I$  jsou z exponenciálního rozdělení s hustotou pravděpodobnosti

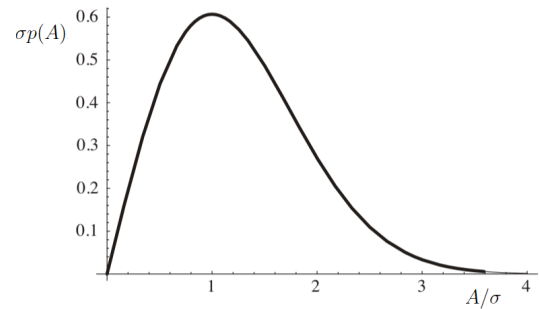
$$p(I) = \begin{cases} 1/\bar{I} \exp(-I/\bar{I}), & I \geq 0, \\ 0, & \text{jinak,} \end{cases} \quad (2.10)$$

kde  $\bar{I}$  je střední hodnota očekávané intenzity záření. V důsledku toho pro intenzitu platí, že její směrodatná odchylka je přesně rovna střední hodnotě, tedy pro kontrast  $C$  vzniklého obrazce platí

$$C = \frac{\sigma_I}{\bar{I}} = 1. \quad (2.11)$$



Obrázek 2.8: Graf hustoty pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení intenzity



Obrázek 2.9: Graf hustoty pravděpodobnosti Rayleighova rozdělení popisujícího amplitudu

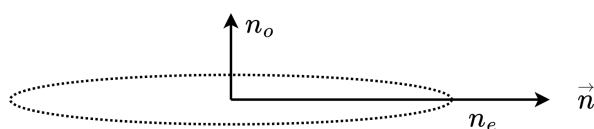
Pro konečné počty přispívajících fázorů jsou výše uvedená tvrzení pouze aproximací. Nicméně, u velkého množství aplikací jsou počty příspěvků  $N$  dostatečně velké na to, aby byly získány uspokojivé výsledky. Exponenciální rozdělení intenzity bylo tedy dobře ověřeno i experimentálně [3]. Mezi případy, pro které výše uvedený statistický popis neplatí, patří například vzory koherenčního zrnění, které jsou nedostatečně vyvinuté (součet nízkého počtu příspěvků, nebo příspěvků, které nejsou zcela náhodné), nebo jsou pouze částečně koherentní. Zároveň je možné statistické vlastnosti cíleně upravit například fázovou modulací [1]. Informace a vztahy uvedené v této podkapitole byly převzaty převážně z práce J. W. Goodmana [3, 8, 6].

## 2.2 Fázová modulace světla

Fázovou modulací světla rozumíme cílenou variaci fází světelné vlny pomocí amplitudy přivedeného modulačního signálu. Pro tyto změny se využívají zařízení nazývaná prostorové fázové modulátory (SLM - spatial light modulator). Obecně mohou sloužit pro modulaci amplitudy, fáze nebo polarizace světelných vln v prostoru a čase. Jejich výhodou oproti standardním difraktivním zařízením je možnost provádění změn v reálném čase. V současnosti se u těchto zařízení využívá dvou technologických přístupů, jedná se o systémy na mikro-elektromechanické bázi (MEMS - microelectromechanical system), nebo o technologii LCD (liquid crystal display) [12]. V této práci je pozornost soustředěna na zařízení založená na principu kapalných krystalů. Konkrétně uvažovaným modelem fázového modulátoru je Holoeye Pluto-2.1 [11].

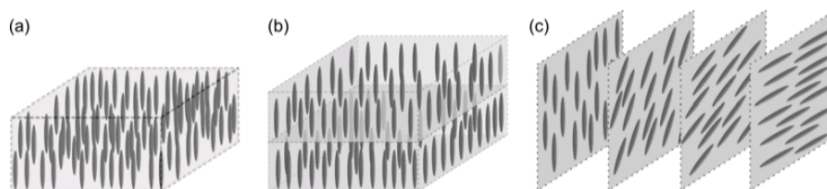
### 2.2.1 Vlastnosti kapalných krystalů

Pojem kapalný krystal (LC - liquid crystal) označuje termodynamicky stabilní mezofázi mezi fází pevnou a kapalnou, která je charakteristická svými anizotropními optickými a elektrickými vlastnostmi. Typicky se jedná o tyčinkovité dvojlomné molekuly s optickou osou  $\vec{n}$  v podélném směru molekuly [9].



Obrázek 2.10: Tyčinkovitá dvojlomná molekula kapalného krystalu

Dvojlomné vlastnosti tenké vrstvy kapalných krystalů lze popsat pomocí dvou frekvenčně závislých indexů lomu pro paprsky s polarizací ve směru optické osy  $\vec{n}$ :  $n_e$  (pro mimořádné paprsky) a  $n_o$  (pro řádné paprsky). Orientace elipsoidu indexu lomu závisí na konkrétním vnitřním uspořádání krystalů, které se mění s teplotou. Rozlišujeme krystaly v nematické fázi, ve které jsou molekuly shodně paralelně orientovány vzhledem ke svým osám, ale jsou volně pohyblivé. Krystaly ve smectické fázi jsou uspořádány v postupných vrstvách a jejich osy jsou vzájemně rovnoběžné. V cholesterické fázi jsou molekuly uspořádány v chirálně orientovaných vrstvách, v rámci kterých je zachována rovnoběžnost os molekul.



Obrázek 2.11: Mezofáze kapalných krystalů: (a) nematická fáze, (b) smectická fáze, (c) cholesterická fáze; převzato z [9] Fig 6.2

Ve většině prostorových fázových modulátorů jsou použity nematické krystaly v krouceném (twisted - TN-LC) nebo paralelním (PN-LC) uspořádání. Krystaly v daném uspořádání jsou umístěny mezi krycí sklo s transparentním vodivým povrchem a křemíkovým substrátem s elektrodami [15]. Efekt, kterým vrstva PN kapalných krystalů působí na monochromatickou polarizovanou světelnou vlnu, lze vyjádřit pomocí Jonesovy matice  $W$  [12]

$$W_{PN-LC} = \exp(-i\phi) \begin{pmatrix} \exp(-i\beta) & 0 \\ 0 & \exp(i\beta) \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

kde pro dvojlom  $\beta$  a fázový posun  $\phi$  platí

$$\beta = (n_{eo} - n_o) \frac{\pi d}{\lambda}, \quad (2.13)$$

$$\phi = (n_{eo} + n_o) \frac{\pi d}{\lambda}, \quad (2.14)$$

$d$  označuje tloušťku LC vrstvy a  $\lambda$  je vlnová délka přicházející vlny. Z výše uvedených vztahů je patrné, že se nematické paralelní uspořádání dobře hodí pro realizaci fázové modulace [9, 12].

## 2.2.2 Prostorové fázové modulátory s čistě fázovou modulací

Prostorové fázové modulátory zprostředkovávají modulaci světla přivedením kontrolovaného napětí k jednotlivým pixelům s výše popsaným vzájemným uspořádáním LC vrstvy a elektrod. Příchozí vlna, lineárně polarizovaná ve směru rovnoběžném k ose mimořádného paprsku kapalných krystalů, je opožďována v závislosti na hodnotách koeficientu dvojlomu  $\beta$ , který je řízen napětím. Není-li na elektrody přivedeno žádné napětí, odražená vlna zůstává nezměněná. Nenulové napětí způsobí změnu orientace krystalů o  $\alpha$  ve směru k rovině kolmé na elektrody. V důsledku toho dochází ke zvýšení optické hustoty LC segmentu a souvisejícímu zprostředkování fázového posunu  $\Delta\phi$  paralelně polarizované části vstupní vlny [9]. V případě čistě fázových modulátorů nedochází k žádné vnitřní rotaci polarizace příchozí vlny, ale pouze k její fázové modulaci.

## SLM jako substitute za reflektivní difuzní objekt

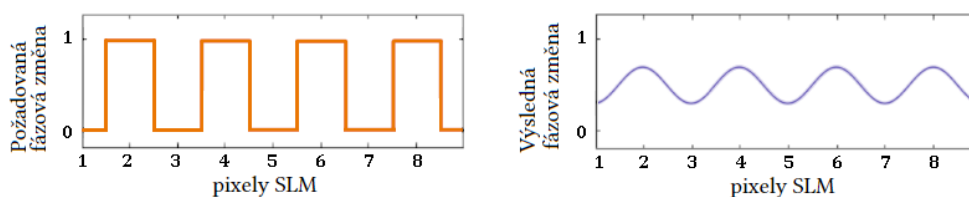
Prostorové fázové modulátory lze s výhodou využít při generování obrazců koherenčního zrnění namísto difuzních transparentních či reflektivních objektů. Fázové změny je možné v rámci SLM přesně řídit a je zajištěna opakovatelnost generace speklových obrazců. Programováním fázového modulátoru, respektive různých fázových masek, je možné vytvářet obrazce koherenčního zrnění s odlišnými úrovněmi složitosti a prostorové koherence.

### 2.2.3 Pixel crosstalk

Fázové modulátory pracují v ideálním případě jako pixelové lineární retardéry, které umožňují řízenou změnu fáze mimořádných paprsků pomocí přivedeného napětí. Tato zařízení nicméně trpí mnoha sekundárními efekty, které degradují jejich reálnou schopnost optické modulace v porovnání s ideální teoreticky předpovězenou. Mezi tyto efekty patří flickering způsobující fázové fluktuace, vnější a mnohonásobné vnitřní odrazy, aberace způsobené zakřivením roviny substrátu nebo pixel crosstalk [14, 15].

V reálném provozu se podoba obrazců získaných fázovou modulací na LC modulátorech může diametrálně lišit od výsledků, které jsou očekávány na základě teorie pro SLM s idealizovanou odezvou. Idealizace předpokládá, že zprostředkovaná fázová změna je v rámci jednotlivých pixelů na celém jejich povrchu konstantní bez ohledu na hodnoty napětí na sousedních pixelech. V realitě ale na hranici pixelů dochází ke graduální změně napětí, jež je jednou z příčin crosstalku. Druhým faktorem jsou elastické síly působící uvnitř materiálu (kapalných krystalů), které zabraňují náhlým prostorovým změnám při fázové modulaci [16].

Crosstalk efekt se nejvíce projevuje u jemných binárních fázových masek maximum-minimum, kdy jsou ostré přechody na hranách silně zaobleny a způsobují zásadní změny ve výsledném obrazci získaném Fourierovou transformací [14]. Například po přivedení binární masky napětí s velmi krátkou periodou opakování bude mít reálný průběh napětí blíže k sinusovému průběhu než k očekávanému obdélníkovému.



Obrázek 2.12: Projev pixel crosstalku na jemných binárních maskách; zpracováno podle [16] Fig. 3

Na jev vyhlazování přechodů napětí v důsledku crosstalku lze nahlížet jako na prostorovou filtraci původní ideální masky pomocí dolní propusti. Může být tedy zjednodušeně modelován jako konvoluce původní ideální masky s vhodným jádrem reprezentujícím efekty crosstalku mezi pixely modulátoru [14, 16, 15].

## 3 Nástroje výpočetní fourierovské optiky

Mnoho fyzikálních jevů a systémů vykazuje, buď exaktně, nebo s určitou aproximací, společnou vlastnost, kterou nazýváme linearitou. Necháme-li na lineární systém působit více podnětů zároveň, odpověď systému bude odpovídat součtu odpovědí na jednotlivé podněty, jako kdyby působily individuálně. Pouhá vlastnost linearitě umožňuje značné zjednodušení matematického aparátu potřebného pro popis systémů a je základem pro principy, jež jsou obsahem této kapitoly.

### 3.1 Úvod do fourierovské optiky

#### 3.1.1 Lineární, prostorově invariantní systém

Systém je v této práci chápán jako matematický vztah mezi vstupními a výstupními signály. Označme symbolem  $S\{\}$  operaci, kterou libovolný systém aplikuje na vstupní funkci.

$$g_2(x) = S\{g_1(x)\}, \quad f_2(x) = S\{f_1(x)\} \quad (3.1)$$

Systém  $S$  je lineární, jestliže splňuje podmínky aditivity a homogenity, tedy splňuje-li superpoziční vztah

$$S\{ag_1(x) + bf_1(x)\} = ag_2(x) + bf_2(x), \quad (3.2)$$

ve kterém  $a, b$  jsou skalární komplexní konstanty. Je-li možné vstupní funkci rozložit na sadu „elementárních“ funkcí, potom lze předpovědět výstup lineárního systému ze znalosti odpovědi systému na „elementární“ funkce. Tuto vlastnost vyjadřuje superpoziční integrál

$$g_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{+\infty} g_1(\xi, \eta) h(x_2, y_2; \xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (3.3)$$

$$h(x_2, y_2; \xi, \eta) = S\{\delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta)\}, \quad (3.4)$$

kde funkce  $h$  je odezvou systému na jednotkový impuls umístěný v rovině  $(x, y)$ . Pro účely Fourierovské optiky je možné využít vlastnosti prostorové invariance problému a používat zjednodušený vztah pro impulsní odezvu.

$$h(x_2, y_2; \xi, \eta) = h(x_2 - \xi, y_2 - \eta) \quad (3.5)$$

Substitucí odezvy (3.5) přechází superpoziční integrál (3.3) na integrál konvoluční.

$$g_2(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{+\infty} g_1(\xi, \eta) h(x_2 - \xi, y_2 - \eta) d\xi d\eta = g_1(x, y) \otimes h(x, y) \quad (3.6)$$

Vztahy a interpretace použité v podkapitole 3.1.1 byly převzaty z knihy Computational Fourier Optics [23].

### 3.1.2 Dvourozměrná Fourierova transformace

#### Definice a existence

Fourierova analýza je nástrojem, který umožňuje popis lineárních i nelineárních systémů. Dvourozměrnou Fourierovou transformací komplexní funkce  $g(x, y)$  rozumíme komplexní funkci dvou proměnných

$$\mathcal{F}\{g(x, y)\} = G(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy, \quad (3.7)$$

kde proměnné  $f_x, f_y$  jsou označovány jako frekvence. Podobně pro inverzní Fourierovu transformaci funkce  $G(f_x, f_y)$  platí

$$\mathcal{F}^{-1}\{G(f_x, f_y)\} = g(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} G(f_x, f_y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y. \quad (3.8)$$

Podmínky existence Fourierovy transformace mohou být formulovány různými způsoby, níže jsou uvedeny podmínky dle [7]:

1.  $g(x, y)$  musí být absolutně integrabilní v celé nekonečné rovině  $(x, y)$ .
2.  $g(x, y)$  musí mít konečný počet nespojitostí a konečný počet minim a maxim v libovolném konečném obdélníku.
3.  $g(x, y)$  nesmí mít žádné nekonečné nespojitosti.

J. Goodman také poukazuje na to, že za určitých podmínek mohou být některé z těchto podmínek oslabeny a pro použitelnou reprezentaci vybraných funkcí může být použit generalizovaný přístup k transformaci. Ze zmiňovaných zobecněných transformací funkcí jsou zajímavé zejména následující

$$\mathcal{F}\{1\} = \delta(f_x, f_y), \quad (3.9)$$

$$\mathcal{F}\{\cos(2\pi f_0 x)\} = \frac{1}{2}\delta(f_x - f_0, f_y) + \frac{1}{2}\delta(f_x + f_0, f_y), \quad (3.10)$$

kde  $\delta$  představuje Diracovu delta funkci.

## Fourierova transformace jako dekompozice

Na Fourierovu transformaci lze nahlížet jako na rozklad vstupní funkce na „elementární“ funkce ve smyslu vlastnosti lineárních systémů. Uvažujme jednorozměrnou inverzní transformaci vyjadřující funkci  $g(t)$  v kontextu jejího frekvenčního spektra.

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) \exp[i2\pi ft] df \quad (3.11)$$

Výraz lze chápat jako rozklad funkce  $g(t)$  na lineární kombinaci elementárních funkcí ve formě  $\exp(i2\pi ft)$ . Komplexní číslo  $G(f)$  je tedy evidentně koeficientem lineární kombinace. Stejně tak v případě dvourozměrné inverzní Fourierovy transformace (3.8) je spektrum  $G(f_x, f_y)$  funkce  $g(x, y)$  váhovým faktorem, kterým je nutné přenásobit jednotlivé elementární komponenty, aby mohla být funkce  $g(x, y)$  opětovně složena.

## Separovatelné funkce a teoremy Fourierovy transformace

Funkci dvou nezávislých proměnných nazýváme separovatelnou vzhledem k souřadnicovému systému v případě, že je možné ji zapsat jako součin dvou funkcí, kdy každá závisí vždy na jedné ze dvou původních nezávislých proměnných. Funkce

$$g(x, y) = g_x(x)g_y(y) \quad (3.12)$$

je tedy separovatelná vzhledem ke Kartézským souřadnicím  $(x, y)$ . Separovatelnost umožňuje práci s dvourozměrnou Fourierovou transformací převést na práci se součinem transformací jednorozměrných.

$$\mathcal{F}\{g_s(x, y)\} = \mathcal{F}\{g_x(x)\}\mathcal{F}\{g_y(y)\} \quad (3.13)$$

Vybrané teoremy o Fourierově transformaci, které mohou být v rámci analýzy s výhodou využity jsou uvedeny níže. Ve všech případech, vyjma prvního, platí předpoklad  $\mathcal{F}\{g(x, y)\} = G(f_x, f_y)$ .

Tabulka 3.1: Přehled vybraných teoremů o Fourierově transformaci

---

Teorém o linearitě	$\mathcal{F}\{\alpha g + \beta h\} = \alpha \mathcal{F}\{g\} + \beta \mathcal{F}\{h\}$	(T1)
Podobnostní teorém	$\mathcal{F}\{g(ax, by)\} = \frac{1}{ ab } \cdot G\left(\frac{f_x}{a}, \frac{f_y}{b}\right)$	(T2)
Teorém o posunu	$\mathcal{F}\{g(x - a, y - b)\} = G(f_x, f_y) \exp[-i2\pi(f_x a + f_y b)]$	(T3)

$$\text{Parsevalův teorém} \quad \iint_{-\infty}^{+\infty} |g(x, y)|^2 dx dy = \iint_{-\infty}^{+\infty} |G(f_x, f_y)|^2 df_x df_y \quad (\text{T4})$$

$$\text{Konvoluční teorém} \quad \mathcal{F} \left\{ \iint_{-\infty}^{+\infty} g(\xi, \eta) h(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta \right\} = G(f_x, f_y) H(f_x, f_y) \quad (\text{T5})$$

$$\begin{aligned} \text{Autokorelační teorém} \quad \mathcal{F} \left\{ \iint_{-\infty}^{+\infty} g(\xi, \eta) g^*(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta \right\} &= |G(f_x, f_y)|^2 \quad (\text{T6}) \\ \mathcal{F} \{ |g(x, y)|^2 \} &= \iint_{-\infty}^{+\infty} G(\xi, \eta) G^*(\xi - f_x, \eta - f_y) d\xi d\eta \end{aligned}$$

$$\text{Teorém o Fourierově integrálu} \quad \mathcal{F} \mathcal{F}^{-1} \{ g(x, y) \} = \mathcal{F}^{-1} \mathcal{F} \{ g(x, y) \} = g(x, y), \quad (\text{T7})$$

*pro každý bod  $(x, y)$ , ve kterém je  $g(x, y)$  spojitá.*

Tabulka 3.2: Vybrané funkce a jejich transformace

Funkce $g(x, y)$	Transformace $\mathcal{F} \{ g(x, y) \}$
$\delta(ax, by)$	$\frac{1}{ ab }$
$\exp(i\pi(ax + by))$	$\delta(f_x - a/2, f_y - b/2)$
$\text{circ} \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{a} \right)$	$a^2 \frac{J_1(2\pi a \sqrt{f_x^2 + f_y^2})}{a \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}$ , kde $J_1$ je Besselova funkce 1. řádu

Konvoluční teorém (T5) může být použit pro řešení konvolučního integrálu (3.6)

$$\begin{aligned} g_2(x, y) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} g_1(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta = \\ &= \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F} \{ g_2(x, y) \} \} = \mathcal{F}^{-1} \{ G(f_x, f_y) H(f_x, f_y) \}. \end{aligned} \quad (\text{3.14})$$

Funkce  $H(f_x, f_y)$  je Fourierovou transformací impulsní odezvy  $h(x, y)$  a nazýváme ji přenosovou funkcí. Přenosová funkce popisuje efekty systému v oblasti frekvencí, přenásobením vstupního spektra  $G(f_x, f_y)$  přenosovou funkcí jsou aplikovány fázové posuny a změny amplitud náležící každé jednotlivé elementární funkci. Použitím postupu (3.14) lze tedy nahradit výpočetně náročnou operaci konvoluce použitím násobení a dopředných a inverzních Fourierových transformací.

Výklad a vztahy použité v podkapitole 3.1.2 Dvourozměrná Fourierova transformace byly převzaty z knihy Introduction to Fourier Optics [7].



## 3.2 Popis šíření optických vln ve volném prostoru

Klíčovou úlohou v této práci je popis vývoje elektromagnetického pole při jeho propagaci prostorem, který vychází z jevu difrakce. Difrakce popisuje chování optických vln, je-li jejich boční rozsah omezen (například aperturou). Tento jev je často modelován skalární teorií difrakce, která na základě Maxwellových rovnic pro prostředí bez volných nábojů odděluje vektorové složky  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$ . Zde je zároveň nutné předpokládat, že prostředí je lineární, izotropní, homogenní, nedisperzní a nemagnetické. Oddělené složky intenzit mohou být následně shodně popsány skalární vlnovou rovnicí

$$\nabla^2 u(\mathbf{x}, t) - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 u(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (3.15)$$

kde  $u(\mathbf{x}, t)$  popisuje libovolnou ze složek pole v závislosti na poloze  $\mathbf{x}$  a čase  $t$  a  $n$  je index lomu prostředí.

J. Goodman podotýká, že skalární difrakční teorie poskytuje obecně velmi uspokojivé výsledky, jsou-li splněny následující předpoklady: 1) apertura způsobující difrakci musí být velkého rozměru v poměru k vlnové délce světla; 2) difragující pole musí být pozorováno v dostatečné vzdálenosti od apertury [7].

### 3.2.1 Vlnová funkce

Monochromatickou vlnu šířící se v izotropním prostředí lze vyjádřit jako komplexní funkci polohy  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  a času  $t$

$$U(\mathbf{x}, t) = A(\mathbf{x}) \exp(i\phi(\mathbf{x})) \exp(i2\pi\nu t), \quad (3.16)$$

kde  $\nu$  představuje frekvenci optické vlny  $\nu = c/\lambda$ . Časově nezávislou část

$$U(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x}) \exp(i\phi(\mathbf{x})) \quad (3.17)$$

nazýváme komplexní amplituda [9]. Dále uvedené přístupy reprezentují konkrétní analytická řešení pro propagaci monochromatických vln na základě skalární difrakční teorie.

### 3.2.2 Rayleigh-Sommerfeldův model

Uvažujme propagaci monochromatické optické vlny z dvourozměrné zdrojové roviny se souřadnicovými proměnnými  $\xi, \eta$  na rovinu ve vzdálenosti  $z$  se souřadnicovými proměnnými  $x, y$ . Na základě znalosti rozložení pole  $U_1(\xi, \eta)$  ve zdrojové rovině předpovídá Rayleigh-Sommerfeldovo řešení podobu pole  $U_2(x, y)$  v rovině pozorování

$$U_2(x, y) = \frac{z}{i\lambda} \iint_A U_1(\xi, \eta) \frac{\exp(ikr)}{r^2} d\xi d\eta, \quad (3.18)$$

kde  $A$  představuje rozsah nasvícené apertury,  $\lambda$  je vlnovou délkou,  $k$  vlnovým číslem ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ). Jsou-li rovina zdroje a rovina pozorování rovnoběžné, pro  $r$  platí

$$r = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}. \quad (3.19)$$

Výraz (3.18) je vyjádřením Huyghens-Fresnelova principu, který zdroj chápe jako nekonečný soubor fiktivních bodových zdrojů, z nichž každý vytváří sférickou vlnu. Samotné pole je v každém bodě interferencí elementárních vlnoploch z tohoto nekonečného souboru zdrojů. Rayleigh-Sommerfeldovo řešení je superpozičním integrálem, platí-li ale předpoklad, že roviny jsou rovnoběžné, přechází v integrál konvoluční (3.6). Příslušná impulsní odezva nabývá potom tvaru

$$h(x, y) = \frac{z}{i\lambda} \frac{\exp(ikr)}{r^2}, \quad (3.20)$$

$$r = \sqrt{z^2 + x^2 + y^2}. \quad (3.21)$$

Rayleigh-Sommerfeldův model požaduje splnění předpokladů nutných pro použití skalární difrakce a splnění podmínky  $r \gg \lambda$ .

### 3.2.3 Fresnelova aproximace

Fresnelova aproximace zjednodušuje vztah pro vzdálenost bodů pozorované roviny od bodů roviny zdroje  $r$  na první dva členy binomického rozvoje vztahu (3.19).

$$r \approx z \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x - \xi}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{y - \eta}{z} \right)^2 \right] \quad (3.22)$$

Tímto výrazem je nahrazeno  $r$  uvnitř exponenciální funkce v integrálu (3.18) popisující fázi. Vlnoplochy fiktivních elementárních zdrojů uvažovaných Huyghens-Fresnelovým principem přecházejí tedy ze sférických na parabolické. Na  $r$  ve jmenovateli je použito  $r \approx z$  a pro pole po propagaci platí

$$U_2(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint U_1(\xi, \eta) \left\{ \frac{ik}{2z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\} d\xi d\eta. \quad (3.23)$$

V případě rovnoběžnosti rovin přechází superpoziční integrál (3.23) na integrál konvoluční. Příslušná impulsní odezva má za použití Fresnelovy aproximace tvar

$$h(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \exp \left[ \frac{ik}{2z} (x^2 + y^2) \right]. \quad (3.24)$$

Jako volné kritérium pro vhodnost použití Fresnelovy aproximace slouží hodnota Fresnelova čísla  $N_F$

$$N_F = \frac{(2a)^2}{\lambda z}, \quad (3.25)$$

kde  $2a$  je průměr apertury,  $\lambda$  vlnová délka světla a  $z$  délka dráhy propagace. Platí-li přibližně  $N_F < 1$  [13], potom se rovina pozorování nachází v oblasti, kde je možné Fresnelovu aproximaci bez větších ztrát na přesnosti použít.

### 3.2.4 Fraunhoferova aproximace

Fraunhoferova aproximace se používá pro popis vzdálených polí, tedy při propagaci do velkých vzdáleností v porovnání s rozměry zdroje. Jedná se o dodatečnou aproximaci Fresnelovy aproximace.

$$r \approx z + \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2z} \approx z + \frac{x^2 + y^2 - 2x\xi - 2y\eta}{2z} \quad (3.26)$$

Použitím aproximace pro  $r$  získá výraz pro Fraunhoferovo difrakční řešení podobu

$$U_2(x_2, y_2) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[i\frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \times \iint U_1(\xi, \eta) \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)\right] d\xi d\eta. \quad (3.27)$$

Výraz pro tuto aproximaci nenabývá formy konvolučního integrálu, nelze tedy zavést ani impulsní odezvu. Nicméně vztah (3.27) je škálovaným integrálem odpovídajícím Fourierově transformaci, výpočetní náročnost se tedy zásadně nemění. Jako volné kritérium pro vhodnost použití Fraunhoferovy aproximace je běžně používáno  $N_F \ll 1$ .

Informace a vztahy uvedené v podkapitole (3.2) Popis šíření optických vln ve volném prostoru byly převzaty z publikace Computational Fourier optics [23].

## 3.3 Transmittanční funkce a vlastnosti tenké čočky

### 3.3.1 Transmittanční funkce

Čočku nazveme tenkou čočkou, pokud paprsek vstupující do čočky v bodě  $(x, y, z_{vstup})$  z ní vystupuje v bodě s přibližně shodnými souřadnicemi  $x, y$ :  $(x, y, z_{vystup})$  [19]. S přihlédnutím k paraxiální aproximaci lze efekt, který tenká čočka aplikuje na přicházející vlny, modelovat pomocí její transmittanční funkce  $t_l(x, y)$

$$t_l(x, y) = \exp\left[-i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right], \quad (3.28)$$

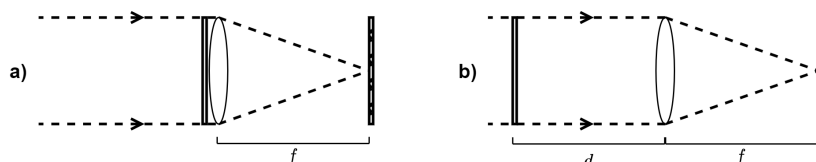
kde  $f$  vyjadřuje ohniskovou vzdálenost čočky. Pro kolmo dopadající rovinnou vlnu s jednotkovou amplitudou  $U_1(x, y)$  a příslušnou aperturní funkcí  $P(x, y)$  je vlna bezprostředně za čočkou  $U_2(x, y)$  popsána vztahem

$$U_2(x, y) = U_1(x, y)P(x, y)t_l(x, y) = P(x, y)\exp\left[-i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right], \quad (3.29)$$

kde aperturní funkce odpovídá předpisu (2.2). Získanou vlnu lze chápat jako kvadratickou aproximaci sférické vlny. Je-li ohnisková vzdálenost kladná, pak sférická vlna konverguje směrem k bodu na ose  $z$  ve vzdálenosti  $f$ . Pokud je ohnisková vzdálenost záporná, je kulová vlna vzhledem k ohnisku divergentní [7].

### 3.3.2 Fourierova transformace čočkou

Zajímavou vlastností čoček je jejich schopnost optické dvourozměrné Fourierovy transformace přicházející monochromatické vlny. Je-li systém koherentní, pak je systém lineární v komplexních amplitudách. Vstupní signál je do optického systému přiveden přes zařízení s amplitudovou transmitancí, která je úměrná funkci určené k transformaci. Funkci tohoto zařízení může plnit například prostorový fázový modulátor.



Obrázek 3.1: Geometrická uspořádání pro FT spojnou čočkou

Umístíme rovinné transmittanční zařízení popsané transmittanční funkcí  $t_A(x, y)$  bezprostředně před spojnou čočku s ohniskovou vzdáleností  $f$ , a předpokládejme, že je rovnoměrně osvětlováno kolmo dopadající monochromatickou rovinnou vlnou s amplitudou  $A$ . Na čočku dopadá vlna  $U_1$

$$U_1(x, y) = At_A(x, y), \quad (3.30)$$

a pro vlnu vystupující z čočky  $U_2$  platí (3.29). Pro určení výsledku propagace  $U_f$  do ohniskové roviny podél osy  $z$  lze použít Fresnelovu aproximaci (3.23), kde  $z = f$ .

$$U_f(u, v) = \frac{\exp\left(i\frac{k}{2f}(u^2 + v^2)\right)}{i\lambda f} \times \iint_{-\infty}^{+\infty} U_1(x, y)P(x, y)\exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda f}(xu + yv)\right] dx dy \quad (3.31)$$

Výraz výše popisuje vlnu v ohniskové rovině, která je škálovanou Fourierovou transformací části vstupního pole, která prošla čočkou, kdy  $f_x = u/\lambda f$ ,  $f_y = v/\lambda f$ . V případě, že rozsah vstupu je malý v porovnání s rozměrem čočky, lze vliv aperturní funkce  $P(x, y)$  zanedbat a rozložení komplexní amplitudy v rovině ohniska je Fraunhoferovým difrakčním obrazcem (3.27) vstupní vlny. Škálovací faktor, který utváří rozdíl mezi komplexní amplitudou v ohniskové rovině a skutečnou Fourierovou transformací vstupního signálu, způsobuje kvadratickou změnu fáze. Rozdílem mezi rozložením pole v ohniskové rovině a transformací vstupu je tedy fázové zakřivení. Bude-li požadováno pouze rozložení intenzity, fázové zakřivení výsledek neovlivní a je možné získat přesné výkonové spektrum signálu. V ostatních případech je nutné kvadratický fázový faktor zahrnout.

Jestliže budeme uvažovat obecnější geometrické uspořádání, kdy je vstup umístěn ve vzdálenosti  $d$  od čočky (schéma 3.1 (b)), změní škálovací faktor svoji formu na

$$U_f(u, v) = \frac{A \exp \left[ i \frac{k}{2f} \left( 1 - \frac{d}{f} \right) (u^2 + v^2) \right]}{i \lambda f} \times \iint_{-\infty}^{+\infty} t_A(\xi, \eta) \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda f} (\xi u + \eta v) \right] d\xi d\eta, \quad (3.32)$$

ze které je vidět, že pro speciální případ  $d = f$  fázový faktor vymizí a v ohniskové rovině získáme přesnou Fourierovu transformaci vstupní vlny. Tedy pole v rovině obrazového ohniska je Fourierovou transformací pole v rovině ohniska předmětového.

Tato sekce byla zpracována podle [7] kap. 5.2.



## 4 Simulace 3D náhodných obrazců koherenčního zrnění

V této a následující kapitole jsou přiblíženy principy použité při sestavování simulací systému generujícího obrazce koherenčního zrnění a jejich výsledky. Nejprve byla vytvořena primární simulace vystavěná na velmi zjednodušených předpokladech. Získané výsledky byly konfrontovány s teorií popisující obrazce koherenčního zrnění v oblasti ohniskové roviny. Následně je představena rozšířená simulace zahrnující možné deviacce reálného systému. V kapitole „Vliv sledovaných faktorů na změnu obrazce“ jsou následně shrnuty výsledky simulací vlivu vybraných faktorů na strukturu generovaných obrazců. „Strukturou obrazce“ nebo „obrazcem“ jsou v následujících kapitolách myšleny výhradně amplitudy obrazů, není-li uvedeno jinak. Simulace využívají principů Fourierovské optiky (kapitola 3) a diskrétní Fourierovy transformace. Pro implementaci simulací bylo zvoleno prostředí MATLAB, kódy jsou dostupné na platformě [GitHub](#).

### 4.1 Výpočetní nástroje

#### 4.1.1 Diskrétní Fourierova transformace

Diskrétní Fourierova transformace je nástrojem umožňujícím určení Fourierovy transformace funkce  $g(x)$  z konečného počtu vzorků jejích hodnot  $g_k$ . Je-li funkce  $g(x)$  nadvzorkována  $N$  vzorky v intervalech délky  $\Delta$ , je možné provést odhad Fourierovy transformace v diskrétních frekvencích  $f_n$ :

$$f_n = \frac{n}{N\Delta}, \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}. \quad (4.1)$$

Integrál reprezentující Fourierovu transformaci funkce  $g(x)$  může být aproximován sumou diskrétních hodnot. Výraz  $G_n$  je potom diskrétní Fourierovou transformací  $N$  vzorků  $g_k$ .

$$G(f_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{2\pi i f_n x} dx \approx \sum_{k=0}^{N-1} g_k \cdot e^{2\pi i f_n x} \Delta = \Delta \sum_{k=0}^{N-1} g_k \cdot e^{2\pi i k n / N} = \Delta G_n \quad (4.2)$$

Vztahy pro diskrétní Fourierovu transformaci a inverzní diskrétní Fourierovu transformaci lze zapsat následovně [18]:

$$G_n = \sum_{k=0}^{N-1} g_k \cdot e^{2\pi i k n / N}, \quad (4.3)$$

$$g_k = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} G_k \cdot e^{-2\pi i k n / N}. \quad (4.4)$$

Diskrétní Fourierova transformace disponuje velmi podobnou symetrií jako transformace spojitá. V simulaci mohou tedy být i přes použití diskretních transformací uplatňovány vlastnosti spojitě Fourierovy transformace popsané v sekci 3.1.2, včetně vztahu 3.13, který popisuje podobu diskretní transformace ve dvou rozměrech.

Samotný výpočet diskretních Fourierových transformací byl prováděn FFT (Fast Fourier Transform) algoritmem poskytovaným v prostředí MATLAB.

### Cyklické uspořádání hodnot (wrap-around effect)

Frekvence jsou v dvourozměrné diskretní Fourierově transformaci uspořádány v cyklickém pořadí pro každou samostatnou dimenzi zvlášť. V případě prostorové filtrace se tento efekt projeví periodicitou výsledného vzoru. Tento efekt lze potlačit obložením vstupní matice nulovými hodnotami. Tímto zásahem se ovšem zároveň zvyšuje výpočetní náročnost. Pro úspěšné odstranění efektu je nutné použít nulové obložení o šířce rovné maximální délce impulsní odezvy [18].

## 4.1.2 Korelační koeficient

Pro kvantifikaci míry podobnosti mezi dvěma vygenerovanými obrazci jsou v simulaci použity korelační koeficienty vyjadřující míru lineární závislosti dat. Vzhledem k práci s hodnotami amplitud, jejichž rozdělení se blíží Rayleighovu a splňují tedy požadavek na spojitost, byl jako hodnotící parametr vybrán Spearmanův korelační koeficient. Pro Spearmanův korelační koeficient mezi dvěma sadami dat o délce  $N$ :  $X = [X_1, \dots, X_N]$ ,  $Y = [Y_1, \dots, Y_N]$  s příslušnými pořadími veličin  $[R_{X1}, R_{X2}, \dots, R_{XN}]$  a  $[R_{Y1}, R_{Y2}, \dots, R_{YN}]$  platí

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N d_i^2}{N^3 - N}, \quad (4.5)$$

kde  $d_i = R_{X_i} - R_{Y_i}$  vyjadřuje rozdíl v pořadí veličin [20].

Před výpočtem každého korelačního koeficientu byl pro dvojici obrazců nalezen pomocí minimalizační funkce takový škálovací koeficient, aby byla výsledná míra korelace maximální. Dále bylo nutné zajistit oříznutí nulových sloupců a řádků tak, aby nebyla míra korelace zvyšována v důsledku širokého obložení obrazců nulovými prvky. Toto oříznutí bylo zajištěno nalezením horizontálního a vertikálního součtového maxima v gaussovsky rozostřeném obrazci koherenčního zrnění.



## 4.2 Primární simulace

Prvním cílem této práce je vytvoření simulace generace obrazců koherenčního zrnění v ohniskové rovině čočky a v její těsné blízkosti pro idealizovaný zobrazovací systém. Cílem této první simulace je úspěšná generace speklových obrazců odpovídajících teoreticky předpovězeným parametrům a očekávanému chování. Související výsledky jsou diskutovány v části 4.2.6.

### 4.2.1 Uspořádání a parametry experimentu, aproximace

#### Uspořádání experimentu

Uspořádání uvažované v simulaci vychází z reálného uspořádání experimentu. Použitým zdrojem  $S$  je He-Ne laser, v simulaci modelovaný jako zdroj Gaussovského svazku o vlnové délce  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Pro zajištění kontrolovaných změn fáze je použit prostorový fázový modulátor (SLM), svými parametry odpovídající modelu HOLOEYE PLUTO-2.1 LCOS [11]. V systému je umístěna dokonale tenká čočka  $L$  s ohniskovou vzdáleností  $f$  a ohnisky  $F, F'$ . Oblast v blízkosti obrazového ohniska, kde vznikají obrazce koherenčního zrnění, je snímána vysokorychlostní kamerou. Pro účely simulace byl počátek souřadnicového systému umístěn do středu fázového modulátoru viz obrázek 4.1.



Obrázek 4.1: Idealizované schéma uspořádání experimentu pro simulaci 1

#### Použité parametry

Níže uvedené parametry byly použity k testování simulace pro idealizované zobrazení. Ne všechny parametry byly voleny na základě komponent použitých v reálném experimentu (fázový modulátor PLUTO 2.1 [11], He-Ne laser SIOS SL 02 [21]), parametry věrně odpovídající realitě byly použity až v rozšířené simulaci.

Tabulka 4.1: Tabulka použitých parametrů

Parametry zdroje		
$\lambda$	632,8 nm	vlnová délka zdroje
$P$	0,0015 W	výkon svazku
$w_0$	2 mm	pološírka Gaussovského svazku
$\alpha$	0°	úhel dopadu svazku na SLM
$S_z$	0,2 m	vzdálenost zdroje S od středu SLM
Parametry SLM		
	1080 × 1920 px	rozlišení SLM
	8 · 10 <sup>-6</sup> m	velikost pixelu
Parametry čočky		
$L_z$	1 m	vzdálenost čočky od SLM
$2a$	0,025 m	průměr čočky
$f$	0,1 m	ohnisková vzdálenost čočky

## Aproximace a předpoklady

Simulace idealizovaného zobrazení uplatňuje následující předpoklady:

- Svazek ze zdroje dopadá svým středem na střed SLM s úhlem dopadu  $\alpha = 0^\circ$ .
- Zdroj poskytuje světlo lineárně polarizované v takovém směru, který požaduje SLM pro svou optimální činnost.
- Každý pixel fázového modulátoru je chápán jako soubor elementárních bodových zdrojů kulových vlnoploch.
- Hodnoty napětí přivedené na SLM jsou na celém pixelu konstantní, nedochází k jevu pixel crosstalk.
- Čočka  $L$  je ideální tenká čočka.
- Světlo odražené z SLM dopadá kolmo na střed čočky.
- Všechny zmíněné elementy systému jsou dokonale odrazivé/transparentní.

### 4.2.2 Implementace zdrojového svazku

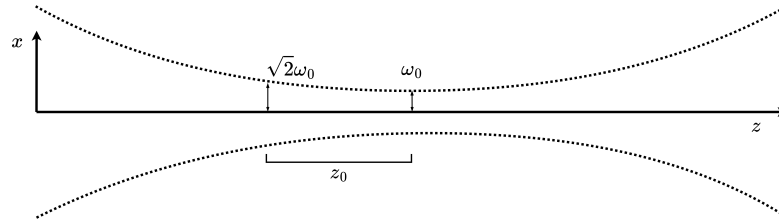
Komplexní amplituda  $U(x, y, z)$  v rovině zdroje je vymodelována na základě vztahů pro Gaussovský svazek se vstupními parametry vlnové délky  $\lambda$ , výkonu  $P$  a pološířky pasu svazku  $w_0$ . Rozložení intenzity je tedy dáno kruhově symetrickou Gaussovskou funkcí:

$$U(x, y, z) = A_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[ -\frac{\rho^2}{w^2(z)} \right] \times \exp \left[ -ikz - ik \frac{\rho^2}{2R(z)} + i \arctan \frac{z}{z_0} \right], \quad (4.6)$$

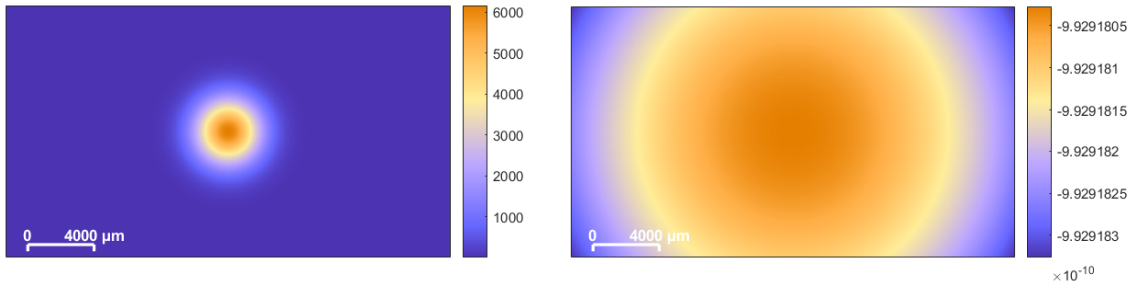
$$w(z) = w_0 \left( 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad A_0 = \sqrt{\frac{2I_0}{\pi w_0^2}},$$

$$R(z) = z \left( 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right), \quad I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2},$$

s pološírkou svazku  $w$ , poloměrem křivosti  $R$ , amplitudou ve středu svazku  $A_0$ , intenzitou ve středu svazku  $I_0$ ,  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  je radiální vzdálenost,  $k$  je vlnové číslo a  $z_0$  označujeme jako Rayleighovu vzdálenost. Vztahy pro popis Gaussovského svazku byly převzaty z [19]. Rozložení vymodelovaných amplitud a fází je zobrazeno níže na obrázku 4.3.



Obrázek 4.2: Schéma Gaussovského svazku



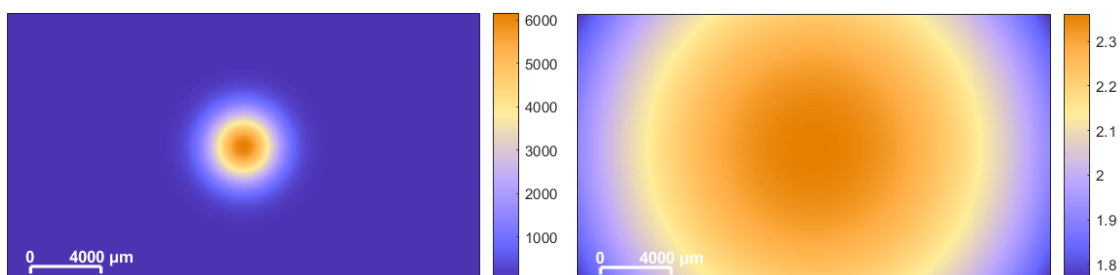
Obrázek 4.3: Amplituda (vlevo) a fáze (vpravo) v rovině zdroje

### 4.2.3 Implementace propagace volným prostorem

Propagací volným prostorem je uvažováno řešení konvolučního integrálu (3.6) se vstupní funkcí  $g_1$  a impulsní odezvou  $h$ . Pro volbu formy impulsní odezvy byl proveden odhad Fresnelova čísla (3.25) pro uvažovaný experiment:

$$N_F = \frac{(2w_0)^2}{\lambda z} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 10^{-3})^2}{6,328 \cdot 10^{-7} \cdot 0,2} \approx 126 \gg 1. \quad (4.7)$$

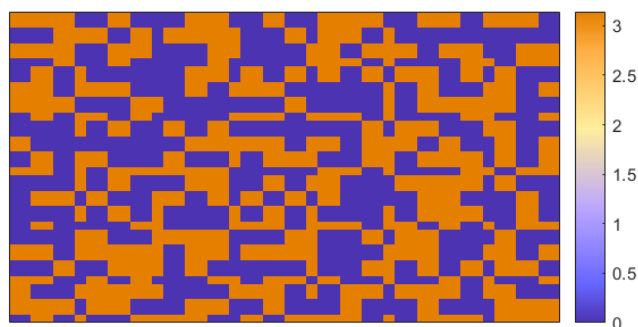
Pro propagaci bylo zvoleno použití Rayleigh-Sommerfeldova řešení (sekce 3.2.2) a příslušná impulsní odezva (3.20). Pro řešení integrálu byl použit konvoluční teorém o Fourierově transformaci (T5) a pro realizaci transformací byl použit FFT algoritmus pro dvourozměrnou diskretní Fourierovu transformaci.



Obrázek 4.4: Simulace amplitudy a fáze pole propagovaného ze zdrojové roviny do vzdálenosti 0,2 m

#### 4.2.4 Implementace změn fází na SLM

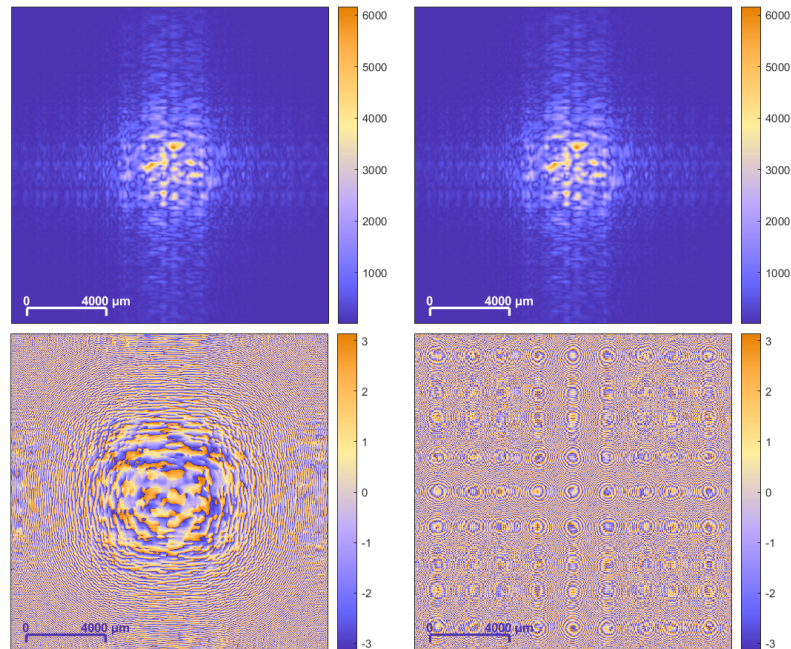
Vstupem pro změnu fáze na SLM je fázová maska reprezentující změnu fáze na jednotlivých pixelech. (Popisující efekt na paprsek s lineární polarizací v konkrétním směru.) Velikost masky odpovídá rozlišení SLM Holoeye Pluto 2.1 [11], tedy  $1080 \times 1920$  px. Jednotlivé pixely jsou v simulaci indexovány jako prvky matice od levého horního rohu. Každý pixel je v simulaci za účelem zvýšení prokreslenosti výsledného speklového obrazce reprezentován šestnácti bodovými zdroji elementárních kulových vlnoploch ve čtvercové konfiguraci  $4 \times 4$ . Zdroje v každém pixelu si ponechávají dopadající amplitudu (je zanedbán vliv absorpce) a jejich fáze je změněna o  $\pi$  rad (odraz na pevném konci) a o fázovou změnu určenou fázovou maskou. Pro vytvoření obrazců koherenčního zrnění byla vybrána maska znázorněná níže, která byla použita, není-li specifikováno jinak, při výpočtu všech dále uvedených výsledků primární simulace.



Obrázek 4.5: Fázová maska

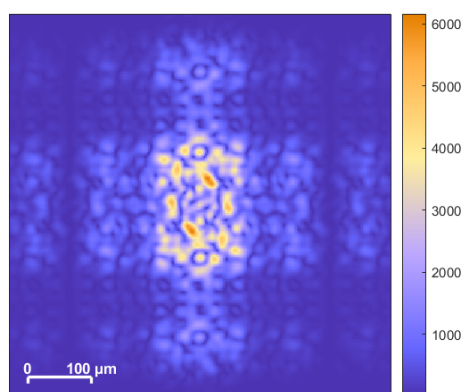
## 4.2.5 Implementace zobrazení čočkou

Tenká čočka je v simulaci modelována aperturní (2.2) a transmittanční funkcí (3.28). Komplexní amplituda vlny bezprostředně za čočkou  $U_l$  je získána dle (3.29).



Obrázek 4.6: Simulace amplitudy a fáze vlny dopadající na čočku (vlevo) a amplitudy a fáze vlny bezprostředně za čočkou (vpravo)

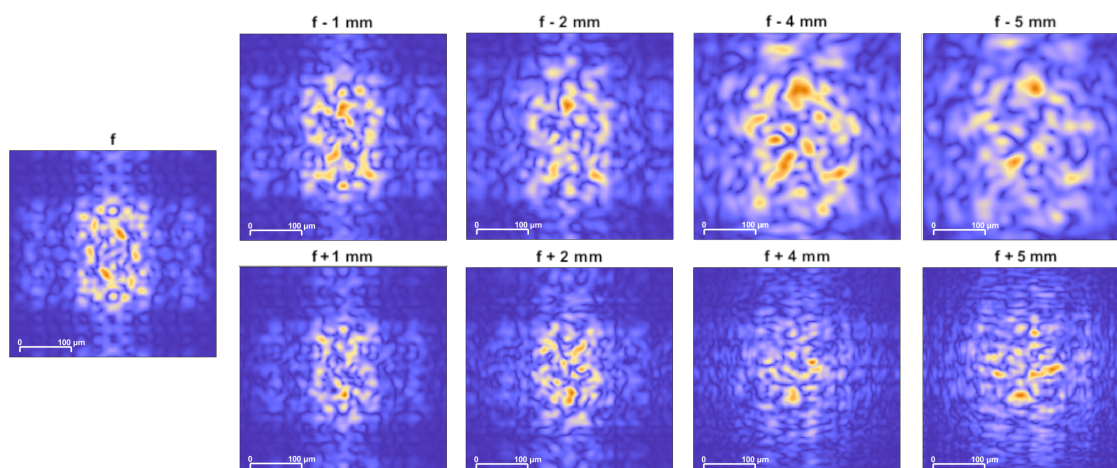
Utvoření obrazu v rovině ve vzdálenosti  $d$  za čočkou je zprostředkováno propagací vlny  $U_l$  do vzdálenosti  $d$ . Propagace se řídí popisem v sekci 4.2.3.



Obrázek 4.7: Simulace obrazce koherenčního zrnění vzniklého v ohniskové rovině čočky

## 4.2.6 Výsledky

Za použití výše popsané metody, parametrů a předpokladů byla nasimulována sada obrazců koherenčního zrnění v ohniskové rovině čočky a její blízkosti. Roviny pozorování byly pro použité parametry rozmístěny ekvidistantně ve vzdálenostech do 50 mm v obou směrech od ohniska. Správnost výsledku byla ověřována přezkoumáním vlastností obrazců koherenčního zrnění vyplývajících z teorie u vypočítaných obrazců.



Obrázek 4.8: Simulace řezů rovinami v blízkosti ohniska čočky

### Asymetrie rovin a poloha ohniska

Na obrázku 4.8 je velmi dobře patrná asymetrie obrazců v rovinách ve shodných vzdálenostech před a za ohniskem čočky. Z principu sledovaného jevu by ale měly být obrazce koherenčního zrnění z hlediska velikosti podle ohniskové roviny symetrické. V důsledku použití modelu Gaussovského svazku dochází k posunutí skutečné roviny fokusu z předpokládaného obrazového ohniska čočky ve vzdálenosti  $f$  do vzdálenosti  $z'$  [19]:

$$z' = \left| \frac{f}{z - f} \right|^2 \frac{(z - f)}{1 + (z_0/(z - f))^2} + f, \quad (4.8)$$

kde  $z$  je vzdálenost čočky od pasu Gaussovského svazku a  $z_0$  je Rayleighova vzdálenost (4.6). Z parametrů 5.1 lze určit vzdálenost fokusu svazku od roviny čočky následovně:

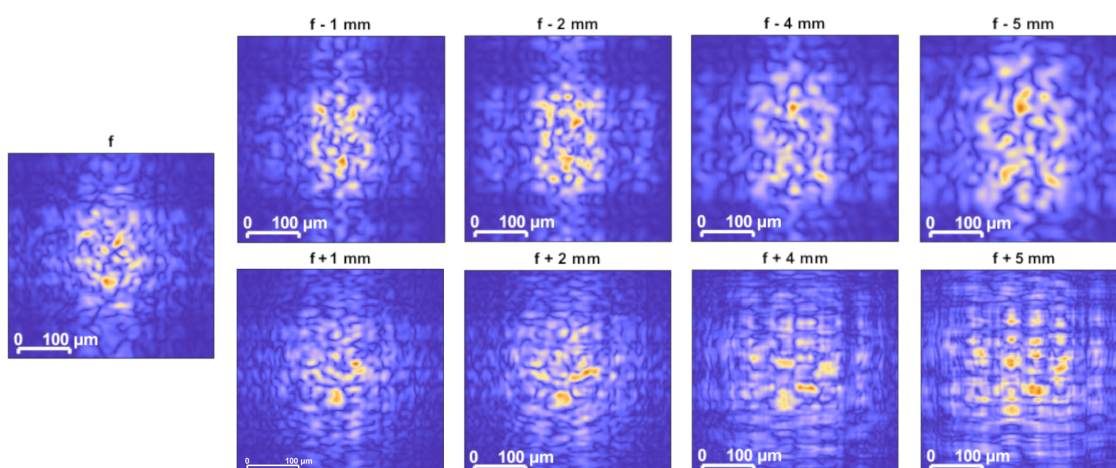
$$z' - f = \left| \frac{0,1}{1,2 - 0,1} \right|^2 \frac{(1,2 - 0,1)}{1 + (19,8584/(1,2 - 0,1))^2} + 0,1 \approx 0,93 \mu m \quad (4.9)$$

Pro zvolené parametry je tento posun zanedbatelný, jak je patrné i z grafu 4.9 na případě bez použití fázové masky. Dodatečný posun skutečného místa fokusu svazku od ohniskové roviny vytváří samotná fázová maska. Poloha této roviny  $f'$  byla pro každou masku zjišťována z nasimulovaných dat.



Obrázek 4.9: Odhad polohy ohniska ze sum intenzit ve vypočítaných obrazcích vybraných rovin

Níže jsou zobrazeny roviny v symetrických vzdálenostech od odhadnutého fokusu svazku  $f'$ . Je patrné, že touto korekcí bylo dosaženo očekávané symetrie.



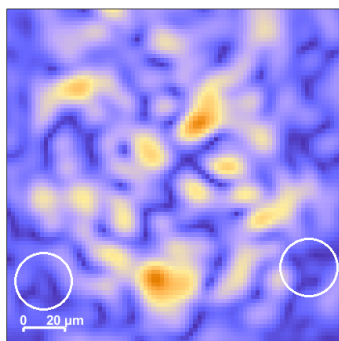
Obrázek 4.10: Simulace řezů rovinami v blízkosti ohniska čočky s korekcí

### Odhad velikosti zrn obrazce v ohniskové rovině

Nejmenší ze skvrn utvářejících speklový obrazec v ohniskové rovině mají průměr velikostně srovnatelný s průměrem difrakčního obrazce samostatného bodového koherentního zdroje čočky  $L$  v její ohniskové rovině [4]. Pro odhad jejich poloměru tedy platí (2.5), pro odhad průměru:

$$r = \frac{1,22\lambda f}{a} = \frac{1,22 \cdot 6,328 \cdot 10^{-8}}{1,25 \cdot 10^{-2}} \approx 6 \mu m, \quad (4.10)$$

kde  $f$  reprezentuje ohniskovou vzdálenost a  $a$  je poloměr apertury čočky. Hodnoty parametrů byly dosazeny dle tabulky 5.1.

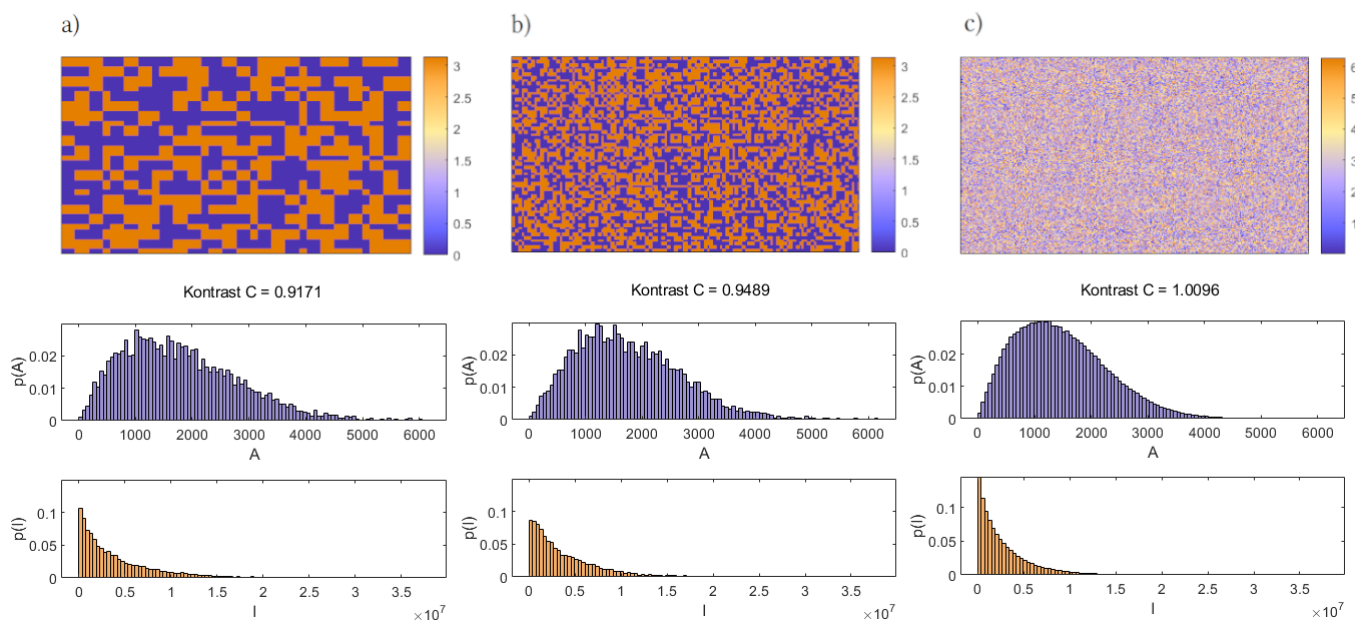


Obrázek 4.11: Detail nasimulovaného obrazce v ohniskové rovině s korekcí  $f'$

Naměřené průměry nejmenších skvrn v detailu vypočítaného obrazce se svojí velikostí blíží k předpokládané hodnotě  $6 \mu m$  (viz obrázek 4.11).

### Statistické rozložení skvrn

Pro generování obrazců koherenčního zrnění byly použity poměrně specifické binární masky. Statistické vlastnosti popsané v sekci 2.1.4 jsou ale odvozeny pro difuzní povrch, tedy změny rovnoměrně rozložené v celém intervalu  $[0, 2\pi)$ . Pro kontrolu statistických vlastností vypočítaných obrazců byla speciálně použita náhodná maska s hodnotami rozloženými v celém rozsahu zmíněného intervalu (viz obrázek 4.12 c)). Dále byla rozdělení hodnot amplitud a intenzit speklových obrazců prověřena pro dvě binární masky.



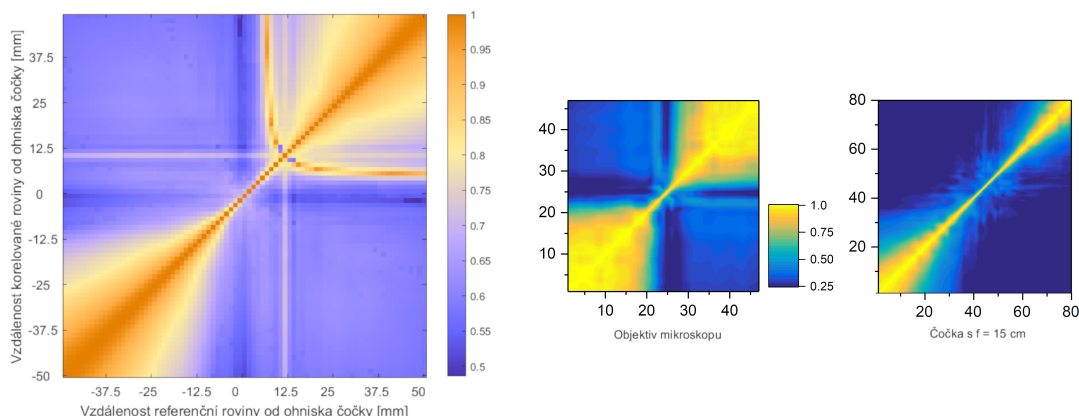
Obrázek 4.12: Použité fázové masky, hustota pravděpodobnosti amplitudy obrazce a hustota pravděpodobnosti intenzity obrazce pro a) binární masku, b) jemnou binární masku, c) náhodnou masku s hodnotami z celého intervalu  $[0, 2\pi)$



Pro jednotlivé obrazce byl určen kontrast dle vztahu (2.11). Hodnota kontrastu pro náhodnou masku:  $C_c) = 1,0096$  naznačuje blízkost rozdělení vypočítaných intenzit předpokládanému exponenciálnímu rozdělení, kde  $C = 1$ . Naopak kontrasty  $C_a) = 0,9171$ ,  $C_b) = 0,9489$  naznačují, že obrazce vytvořené binárními maskami se od Rayleighova a exponenciálního rozdělení více odchyľují [2].

### Míra vzájemné korelace rovin

V závislosti na vzdálenosti pozorovaných rovin od ohniska svazku se mění povaha obrazců v nich vytvořených. V blízkém poli (sekce 3.2.3) dochází se změnou vzdálenosti k poměrně rychlým změnám vnitřní struktury obrazce. Vzdálenost, o kterou lze roviny vzájemně posunout tak, aby byla podoba obrazce zachována, je krátká. Naopak dále od ohniska, ve Fraunhoferově oblasti (sekce 3.2.4), jsou změny vnitřní struktury malé a dochází pouze ke škálování obrazců. Míra korelace mezi obrazci v této oblasti je tedy vysoká i pro větší vzájemná posunutí porovnávaných rovin.



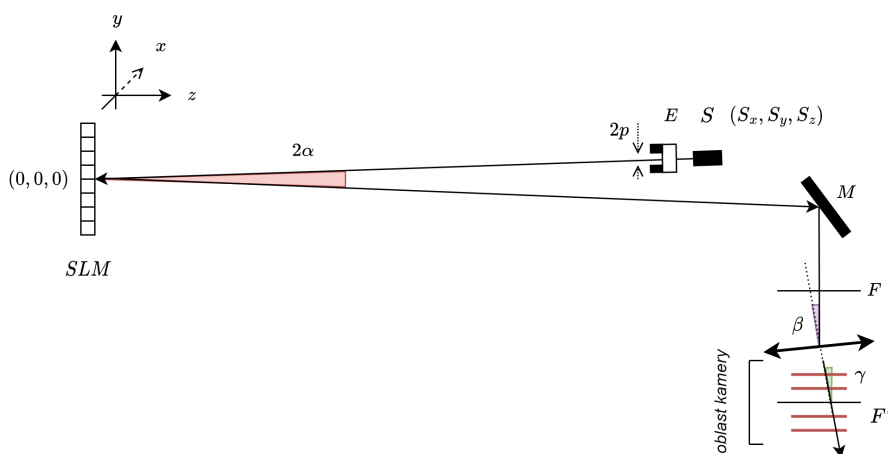
Obrázek 4.13: Vzájemná korelace obrazců v pozorovaných rovinách - výsledek simulace (vlevo), experimentální výsledky převzaté z [24] (vpravo).

Pro obrazce získané na základě simulace byla vypočítána matice vzájemných korelací rovin umístěných ekvidistantně od ohniska čočky. Vizuálně je patrná asymetrie způsobená posunem fokusu Gaussovského svazku z obrazového ohniska čočky. Roviny v těsné blízkosti ohniska vykazují nízkou míru vzájemné korelace, vypovídající o rychlých změnách vnitřní struktury obrazců. S rostoucí vzdáleností od ohniska si obrazce udržují svoji formu na delších intervalech a nad změnami vnitřní struktury převládá škálování. Tento trend se shoduje s chováním experimentálně naměřených obrazců, které uvádí Karel Žídek v [24] (viz obrázek 4.13 vpravo).

## 4.3 Rozšířená simulace

### 4.3.1 Uspořádání a parametry experimentu, předpoklady

Uspořádání experimentu vychází z případu popsaného v sekci 4.2.1, do kterého je vložen expandér svazku  $E$  se clonkou. Dále jsou do uspořádání vneseny parametry nepřesností nastavení (úhly dopadu, polohy dopadu středu svazku na prvky systému) a jevy deidealizující činnost fázového modulátoru (pixel crosstalk, zkřivení povrchu SLM).



Obrázek 4.14: Schéma uspořádání experimentu pro rozšířenou simulaci

Svazek ze zdroje  $S$  prochází expanderem svazku  $E$ , za kterým je v bezprostřední blízkosti umístěna clonící apertura  $A$  o poloměru  $p$  ořezávající svazek. Střed svazku dopadá na konkrétní pixel fázového modulátoru pod úhlem  $\alpha$ . Poloha tohoto pixelu je zadána jako vstupní parametr. Na SLM dochází k modulaci fáze zadanou fázovou maskou, která ovšem podléhá zkreslení v důsledku pixel crosstalku. Odražená vlna je propagována k čočce, na kterou dopadá pod úhlem  $\beta$  a bod dopadu středu svazku na čočku je určen svou pozicí vzhledem ke středu čočky. Obrazce v oblasti ohniskové roviny čočky a blízkého okolí jsou snímány vysokorychlostní kamerou, na kterou vlna dopadá pod úhlem  $\gamma$ .

Rozšířená simulace uplatňuje následující předpoklady:

- Zdroj poskytuje světlo lineárně polarizované v takovém směru, který požaduje SLM pro svou optimální činnost.
- Čočka  $L$  je ideální tenká čočka.
- Všechny výše zmíněné elementy systému jsou dokonale odrazivé/transparentní.

Implementace propagace světla a působení jednotlivých optických komponent je i v rozšířené simulaci shodná s popisem v podkapitolách 4.2.2 - 4.2.5. Parametry konkrétně použité pro rozšířenou simulaci jsou uvedeny v oddíle 5.1.

### 4.3.2 Implementace expanderu svazku

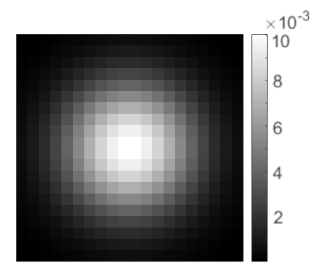
Jednoduchý expander svazku může být například soustavou konfokálně uspořádaných spojných čoček, která zprostředkovává změnu poloměru svazku na výstupu v poměru ohniskových vzdáleností čoček. Vstupní šířka svazku je dána vzdáleností od zdroje a výstupní šířka použitá v simulaci byla zvolena na základě výsledku měření v reálném experimentu. Bezprostředně za expanderem se nachází clona určená k manipulaci šířky svazku vlivem změn poloměru její apertury  $p$ . Clona byla vymodelována pomocí aperturní funkce (2.2).

### 4.3.3 Implementace jevu pixel crosstalk

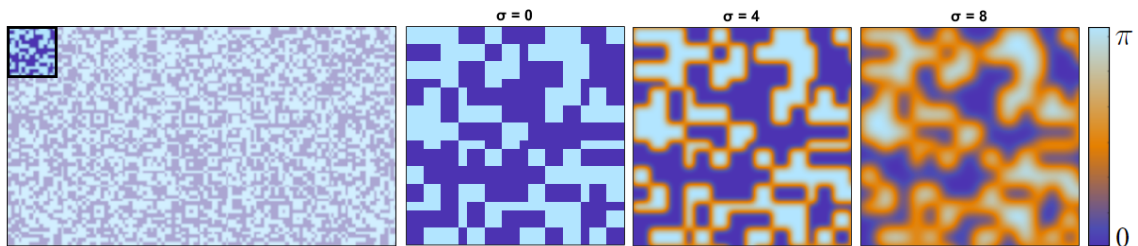
V důsledku crosstalk efektu (sekce 2.2.3) mezi pixely SLM dochází na binárních fázových maskách používaných v této simulaci k vyhlazování přechodů mezi původně nastavenými hodnotami. Tato nedokonalost je fixní vlastností zařízení, pixel crosstalk nebyl tudíž zahrnut mezi pozorované faktory v kap. 5. Zjednodušeně může být crosstalk modelován pomocí konvoluce ideální původně aplikované fázové masky s jádrem reprezentujícím vliv pixel crosstalku. Pro základní přiblížení byl z dolních propustí zvolen normalizovaný Gaussovský filtr s parametrem  $\sigma$  (4.11).

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (4.11)$$

Velikost konvolučního jádra byla pro každý parametr  $\sigma$  odhadnuta jako  $5\sigma$ .



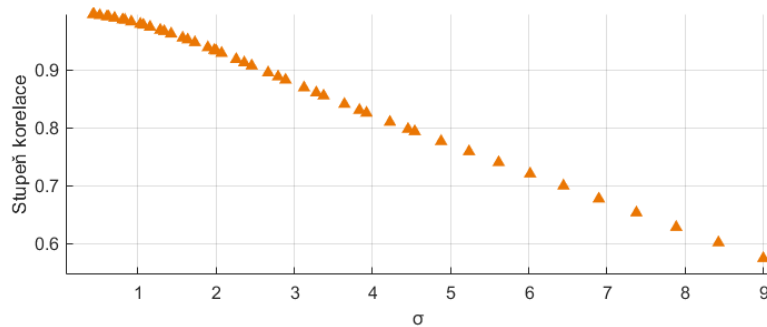
Obrázek 4.15: Příklad normalizovaného Gaussovského filtru,  $20 \times 20$  px,  $\sigma = 4$ .



Obrázek 4.16: Vliv filtrace s parametrem  $\sigma$  na původní fázovou masku

### Míra změny obrazce v závislosti na zvolené míře crosstalku

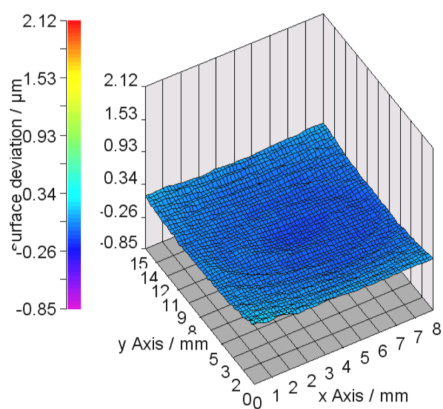
Na původní fázovou masku přivedenou na SLM byl aplikován crosstalk efekt pomocí konvoluce s Gaussovskými jádry s parametry  $\sigma$  v rozsahu 0 - 9. Následně byla vyhodnocena míra korelace obrazců vzniklých v ohniskové rovině čočky za použití degradovaných masek s obrazcem, který vzniká v ohniskové rovině, je-li použita původní binární maska. Výsledný pokles korelačních koeficientů je vizualizován níže (obrázek 4.17).



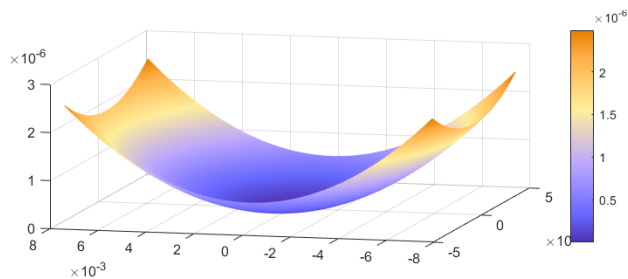
Obrázek 4.17: Korelace vzorů v ohniskové rovině se vzorem bez crosstalku v závislosti na parametru  $\sigma$ .

### 4.3.4 Zkřivení povrchu SLM

Jedním z faktorů ovlivňujících výslednou fázovou změnu zprostředkovanou fázovým modulátorem je zkřivení jeho povrchu. Původním záměrem bylo zakřivení modelovat pomocí Zernikeho polynomů na základě cíleně získaných dat popisujících zakřivení konkrétního SLM, které je umístěno v experimentu. Tato data nebyla v době vzniku této práce k dispozici, z toho důvodu byly při modelování povrchu použity informace poskytnuté v dokumentaci výrobce zařízení. Zmíněná dokumentace popisuje zakřivení povrchu SLM jako obecně sférickou funkci se zakřivením ne větším než 3-4 vlnové délky pro  $\lambda = 633 \text{ nm}$  [10]. Dále bylo k dispozici grafické znázornění (obrázek 4.18).



Obrázek 4.18: Vizualizace zakřivení - převzato od výrobce [10]



Obrázek 4.19: Vizualizace vymodelovaného sférického povrchu s maximálním zakřivením  $4\lambda$

Na základě těchto informací byl zvolen přístup s větší mírou zjednodušení a povrch byl modelován jako sférická funkce s minimem ve středu SLM (obrázek 4.19).

## 5 Vliv sledovaných faktorů na změnu obrazce

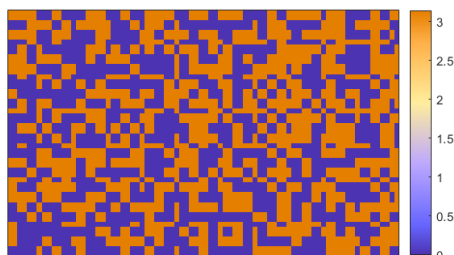
Tato kapitola předkládá výsledky simulací, které byly provedeny za účelem zhodnocení míry vlivu změn vybraných parametrů uspořádání systému popsaného v sekci 4.3 na výsledné vygenerované obrazce. Mezi zkoumané vlivy byly zařazeny změna šířky svazku kontrolovaná aperturou clony  $p$ , změna úhlu dopadu svazku na SLM, změna polohy středu svazku na SLM, vliv změn zakřivení povrchu SLM, změna úhlu dopadu svazku na čočku, změna polohy středu svazku na čočce a změna naklopení snímající kamery vzhledem ke směru šíření dopadajícího svazku.

### 5.1 Referenční parametry

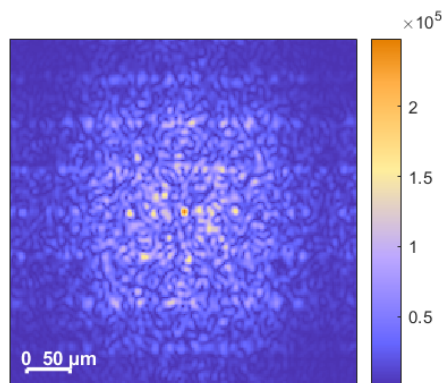
Tabulka 5.1: Tabulka parametrů použitých v rozšířené simulaci - proměnné parametry vyznačeny fialově.

Parametry zdroje			Parametry čočky		
$\lambda$	632,8 nm	vlnová délka zdroje	$\ L\ $	1 m	vzdálenost čočky od SLM
$P$	0,0015 W	výkon svazku	$2a$	0,025 m	průměr čočky
$w_0$	2 mm	pološířka Gaussovského svazku	$f$	0,1 m	ohnisková vzdálenost čočky
$\ SE\ $	50 mm	vzdálenost zdroje S od expanderu E	$\beta$	0°	úhel dopadu svazku na čočku
<b>Parametry propagace na SLM</b>				[0, 0] mm	výchylka bodu dopadu středu svazku na čočku od středu čočky
$\ E\ $	0,2 m	vzdálenost expanderu E od středu SLM	<b>Parametry kamery</b>		
$r_E$	8 mm	poloměr svazku vystupujícího z expanderu	$\gamma$	0°	úhel dopadu svazku na kameru
$p$	2,65 mm	poloměr apertury clony za expanderem			
$\alpha$	0°	úhel dopadu svazku na SLM			
	[540, 960] px	souřadnice bodu dopadu středu svazku na SLM			
<b>Parametry SLM</b>					
	1080 × 1920 px	rozišení SLM			
	$8 \cdot 10^{-6}$ m	velikost pixelu			
$\sigma$	2	parametr Gaussovského filtru, znázornění jevu pixel crosstalk			
	-	zakřivení čipu			

Vliv změn pozorovaných parametrů na změnu obrazců koherenčního zrnění byl uvažován ve smyslu změny míry korelace s obrazcem vygenerovaným systémem v ideálním referenčním stavu bez deviací. Parametry referenčního uspořádání jsou uvedeny výše v tabulce 5.1. Při testování byla použita fázová maska zobrazená na obrázku 5.1.



Obrázek 5.1: Fázová maska použitá pro vygenerování referenčního obrazce ( $1080 \times 1920$  px)



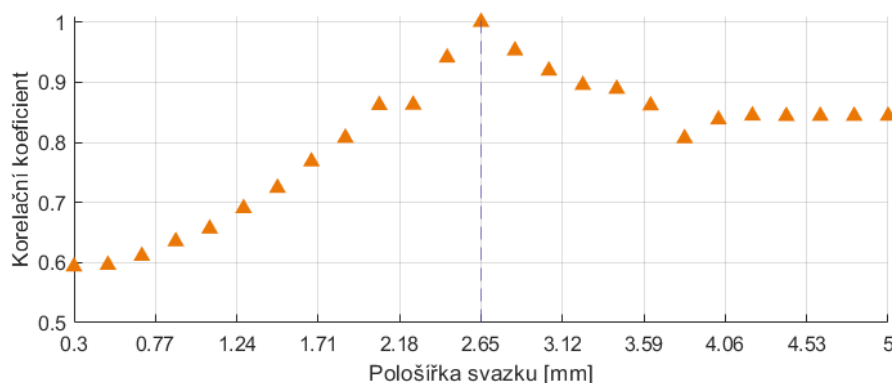
Obrázek 5.2: Obrazec vygenerovaný v ohniskové rovině čočky za použití referenčních parametrů (tab. 5.1)

## 5.2 Vliv změn parametrů svazku

### 5.2.1 Vliv změny velikosti svazku

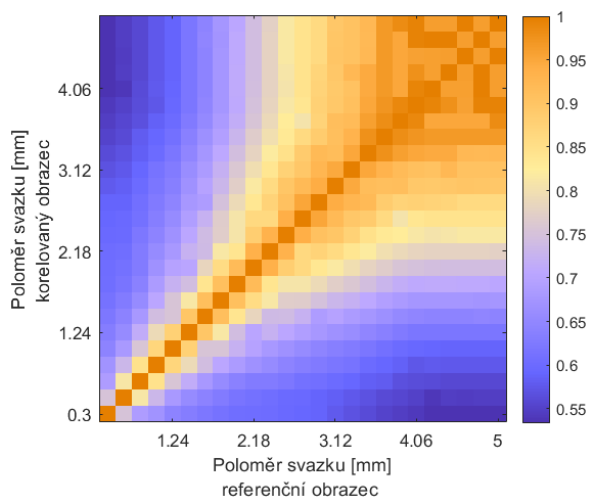
Velikost svazku je v experimentu kontrolována clonou s poloměrem apertury  $p$ , jež je umístěna bezprostředně za expanderem svazku (schéma 4.14). Byl prozkoumán vliv změny šířky svazku v rozmezí poloměrů 0,3 – 5 mm na strukturu vygenerovaného obrazce koherenčního zrnění v ohniskové rovině čočky. Při změnách šířky svazku bylo nutné dohlížet na dostatečnou velikost výpočetní oblasti, aby nedošlo k oříznutí svazku a byl zachován jeho kruhový průřez.

Na obrázku 5.3 je znázorněna míra korelace s referenčním obrazcem ( $p = 2,65$  mm) v závislosti na poloměru apertury clonky. Obrázek 5.4 zobrazuje kompletní matici vzájemných korelací s referencemi s proměnnými šířkami svazku. Graf na obrázku 5.3 je tedy sloupcovým výřezem z této matice korelací.



Obrázek 5.3: Míra korelace referenčního obrazce s obrazci generovanými v uspořádání s proměnnými šířkami svazku

Z výsledků je patrné, že bude-li šířka svazku v referenčním systému malá, bude nutné v reálném systému tento parametr nastavit s větší přesností. V případě konkrétního pro-

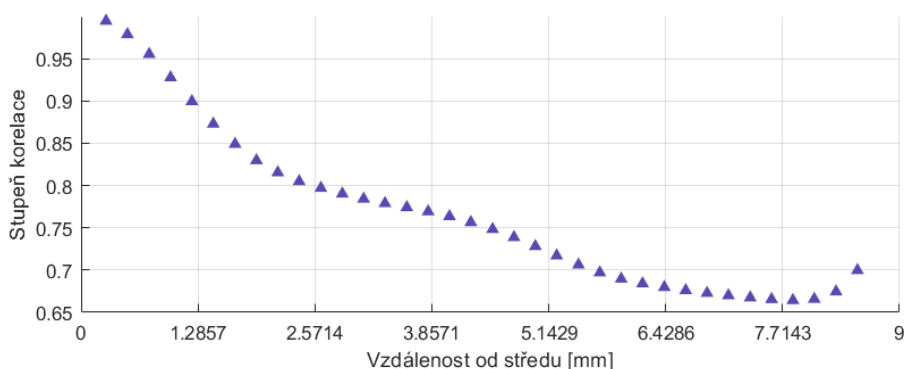


Obrázek 5.4: Stupně vzájemné korelace obrázků generovaných v uspořádání s proměnnými šířkami svazku

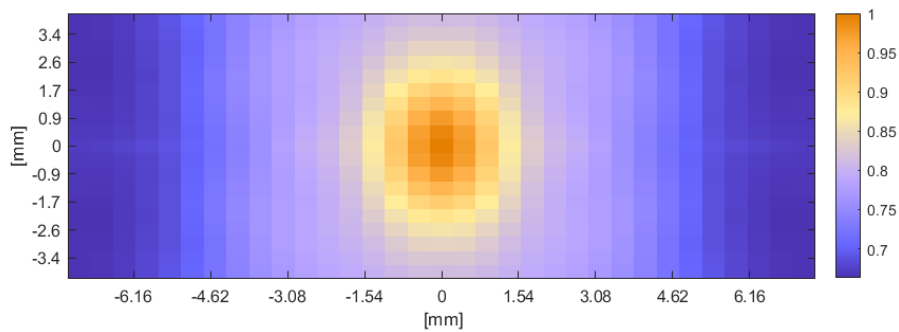
věřovaného referenčního systému ( $p = 2,65$  mm) by měly být nepřesnosti v nastavení průměru svazku do 0,2 mm zanedbatelné - míra korelace neklesne pod hodnotu 0,95.

### 5.2.2 Vliv posunu středu svazku na SLM

Souřadnice pixelu fázového modulátoru, na který dopadá střed laserového svazku, jsou parametry dodanými z vnějšku na základě konkrétního reálného uspořádání experimentu. Na obrázku 5.5 je znázorněna míra korelace vygenerovaných obrázků s obrazcem referenčním v závislosti na zvyšující se diagonální vzdálenosti od středu prostorového fázového modulátoru. Kompletní matice korelací s referenčními obrázcí, u kterých byl střed svazku posunut na konkrétní vybrané pixely, je zobrazena v obrázku 5.6.



Obrázek 5.5: Změna stupně korelace obrázků s referencí v závislosti na posunu bodu dopadu středu svazku na SLM v diagonálním směru

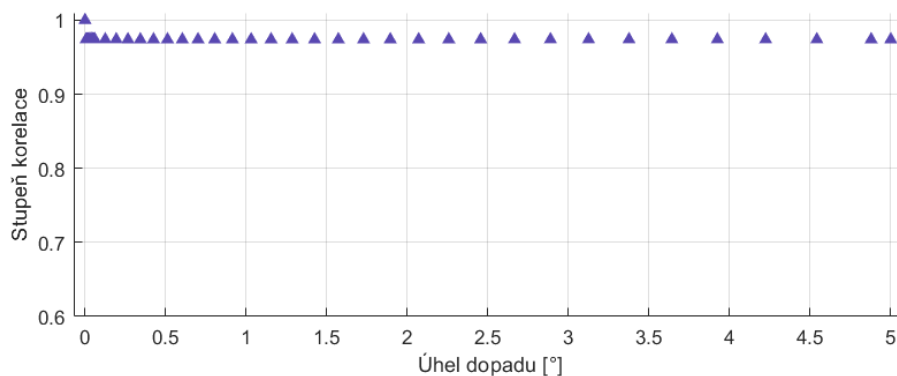


Obrázek 5.6: Stupně korelace obrazců s referencí pro vybraná posunutí bodu dopadu středu svazku na znázorněné pixely SLM

Pro nenarušené výsledky by měla být poloha středu svazku v diagonálním směru vychýlena o maximálně 0,6 mm, což odpovídá posunu o maximálně 53 pixelů na SLM (na fázové masce) ve vertikálním, nebo horizontálním směru. Nejmenší elementy použité fázové masky (obrázek 5.1) mají rozměry asi 23 px, nejčastěji potom 46 px a více. Posun středu svazku na SLM by tedy neměl být větší než je velikost běžného binárního elementu fázové masky v blízkosti středu SLM.

### 5.2.3 Vliv úhlu dopadu svazku na SLM

Změna v úhlu dopadu svazku na čočku v systému nevykazuje zásadní vliv na strukturu vygenerovaného obrazce v ohniskové rovině. Z vypočítaného grafu (obrázek 5.7) závislosti korelace vygenerovaného obrazce s referenčním na velikosti úhlu dopadu je patrný pouze pokles stupně korelace na úrovni numerických výpočetních chyb. Byl tak ověřen očekávaný fakt, že úhel odrazu nemá na fázovou modulaci vliv.



Obrázek 5.7: Změna stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na změně úhlu dopadu svazku na SLM



## 5.3 Vliv změn vlastností SLM

### 5.3.1 Vliv zakřivení povrchu SLM

Změny ve vygenerovaných obrazcích v důsledku zakřivení povrchu byly vyšetřeny od nulového k maximálnímu odchýlení uvedeného výrobcem použitého SLM (4.2.4), tedy do rozsahu 4 vlnových délek [10]. Zakřivení povrchu SLM bylo modelováno dle popisu v oddíle 4.3.4.



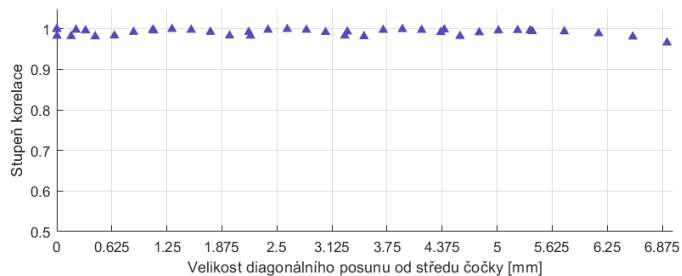
Obrázek 5.8: Míra korelace referenčního obrazce s obrazci generovanými v uspořádání s proměnným zakřivením povrchu

Závislost míry korelace výsledného obrazce s referenčním na míře zakřivení čipu, která byla získána na základě simulace, je znázorněna v obrázku 5.8. Z výsledků simulace je patrné, že je-li zakřivení povrchu sférické s maximem  $4\lambda$  tak, jak uvádí výrobce, pak není vliv takového zakřivení pro generaci obrazců koherenčního zrnění v tomto uspořádání významný.

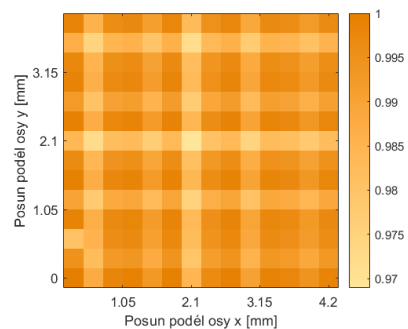
## 5.4 Vliv změny polohy čočky

### 5.4.1 Vliv posunu středu svazku na čočce

Vliv polohy středu svazku při dopadu na čočku byl pro ideální tenkou čočku o průměru  $2a = 25$  mm prověřován v diagonálním směru do vzdálenosti necelých 7 mm od středu čočky. Při posunu polohy svazku na čočce dochází zároveň k posunu obrazu v ohniskové rovině. Při výpočtu bylo tedy nutné korigovat velikost a polohu výpočetní oblasti. Vliv na strukturu vygenerovaného obrazce se v prozkoumané oblasti ukázal jako zanedbatelný. Na obrázku 5.9 je uveden graf korelací obrazců v závislosti na diagonálním posunu středu svazku po čočce od jejího středu směrem k okraji. Obrázek 5.10 zobrazuje matici korelací vygenerovaných obrazců s referencemi, u kterých byly středy svazku na čočce posunuty do konkrétních vybraných poloh.



Obrázek 5.9: Změna stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na posunu bodu dopadu středu svazku na čočku v diagonálním směru

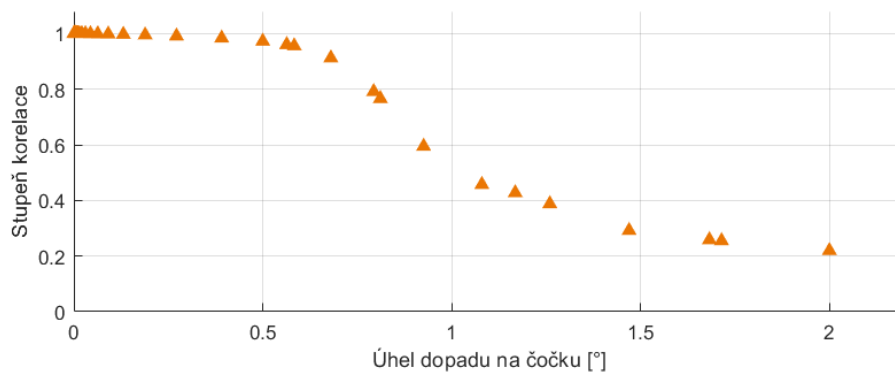


Obrázek 5.10: Stupně korelace obrazců s referencí pro vybraná posunutí bodu dopadu středu svazku na čočku

V obou případech jsou výsledkem téměř konstantní hodnoty zatížené pouze výpočetní chybou. Posun středu svazku na čočce ve zkoumané oblasti tedy nemá dle výsledků simulace na vygenerované obrazce zásadní vliv. Zároveň je ale nutné zdůraznit, že se stále jedná o idealizovaný výpočet uvažující ideální tenkou čočku.

#### 5.4.2 Vliv úhlu dopadu na čočku

Vliv úhlu dopadu na čočku byl vyhodnocen pro úhly do velikosti  $2^\circ$ . Výsledky získané simulací jsou znázorněny v obrázku 5.11. V oblasti hodnot kolem úhlu dopadu  $\beta \approx 0,75^\circ$  dochází k poklesu stupně korelace pod hodnotu 0,8. Se zvětšujícím se úhlem dopadu míra korelace s referenčním obrazcem dále klesá. Pro zachování struktury obrazců tak, aby míra korelace nepoklesla pod hodnotu 0,95 je nutné zajistit správné úhlové nastavení čočky s maximální odchylkou  $0,25^\circ$ .



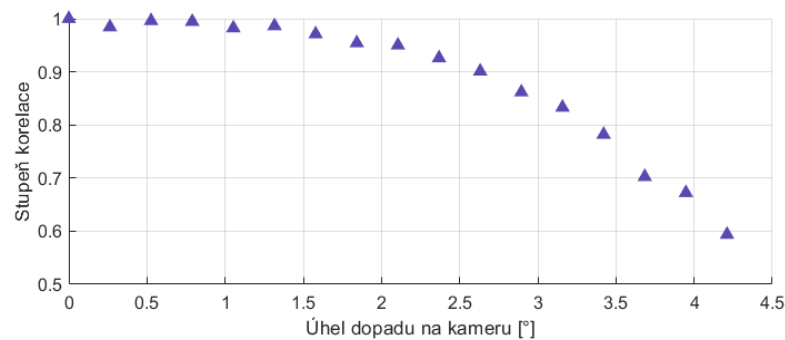
Obrázek 5.11: Změna stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na změně úhlu dopadu svazku na čočku

## 5.5 Vliv nastavení polohy kamery

### 5.5.1 Vliv úhlu dopadu na kameru

Změna úhlu dopadu na kameru byla testována na výchylkách do  $5^\circ$ . Bylo předpokládáno, že s rostoucím úhlem dojde ke snižování míry korelace obrazců, na základě skutečnosti, že při naklonění kamery dochází ke snímání speklového obrazce z různých rovin v okolí ohniska čočky různými částmi kamery. Jelikož se rozložení intenzity obrazců v těchto rovinách rychle mění, měly by se lišit i nasnímané obrazce.

Míra korelace obrazců získaných simulací s referenčním obrazcem je znázorněna v ob-



Obrázek 5.12: Stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na úhlu dopadu na kameru

rázku 5.12. Pro úhly větší než  $\gamma = 2,5^\circ$  se míra korelace snižuje pod hranici 0,9 a následně dále klesá. Kamera by měla být v ideálním případě nastavena tak, aby úhel dopadu nebyl větší než  $1^\circ$ .



## 6 Závěr

Předložená práce poskytuje teoretický úvod do problematiky koherenčního zrnění (kap. 2.1), fázové modulace světla (kap. 2.2) a principů fourierovské optiky (kap. 3). Popisuje zjednodušenou a rozšířenou numerickou simulaci světelného pole používající parametry konkrétního systému sestaveného v centru TOPTEC, ÚFP AV ČR. V kapitole č. 5 jsou předloženy výsledky analýzy vlivu vybraných faktorů na strukturu vygenerovaných obrazců koherenčního zrnění.

Nejprve byla vytvořena idealizovaná simulace (kap. 4.2), na jejíž výsledcích byly úspěšně otestovány teoretické předpoklady o velikostech zrn obrazců, statistickém rozložení intenzit v obrazcích a míře jejich vzájemné korelace v různých vzdálenostech od ohniskové roviny čočky. Dále byla vyšetřena změna polohy fokusu svazku s modulovanými fázemi proti předpokládané ohniskové rovině čočky. Druhá rozšířená simulace (kap. 4.3) se snaží co nejlépe popsat reálný systém pro generování 3D obrazců koherenčního zrnění. Zavádí výchyly polohy, pixel crosstalk mezi pixely SLM a vliv zakřivení povrchu fázového modulátoru. Používá parametry naměřené nebo odborně odhadnuté v reálném uspořádání experimentu.

Hlavním cílem této práce bylo provedení analýzy vlivu nepřesností nastavení komponent systému na strukturu obrazců koherenčního zrnění vygenerovaných v daném optickém systému. Mezi zkoumané vlivy byly zařazeny: změna šířky svazku kontrolovaná aperturou clony, změna úhlu dopadu svazku na SLM, změna polohy středu svazku na SLM, vliv změn zakřivení povrchu SLM, změna úhlu dopadu svazku na čočku, změna polohy středu svazku na čočce a změna naklonění snímající kamery vzhledem ke směru šíření dopadajícího svazku. Míra vlivu zmíněných faktorů byla vyhodnocována jako míra korelace vygenerovaného obrazce s obrazcem vygenerovaným systémem s referenčními parametry (tab. 5.1). Intervalů změn, pro které byla struktura obrazců vyhodnocována, byly voleny na základě reálných možností přesnosti nastavení systému.

Na základě této analýzy ve zkoumaných intervalech se vliv úhlu dopadu svazku na SLM, vliv zakřivení povrchu SLM ani vliv posunu středu na čočce zásadně neprojeví na výsledné struktuře vygenerovaných obrazců. Pro zachování očekávaného obrazce za předpokladu použití referenčních parametrů je nutné v systému zajistit: nastavení šířky svazku na referenční hodnotu s přesností 0,2 mm, nastavení pozice dopadu středu svazku na SLM s maximální odchylkou 0,6 mm v diagonálním směru, nastavení úhlu dopadu na čočku s deviací ne více než 0,25° a nastavení kolmého úhlu dopadu na kameru s maximální odchylkou 1°. Jako nejvíce limitující faktor se na základě provedených simulací jeví přesnost nastavení úhlu dopadu svazku na čočku.

Díky postupné analýze simulací a experimentálních výsledků byla identifikována celá řada parametrů, které mohou ovlivňovat výsledné měření a jejichž vliv je nutné

zkoumat. Velký objem simulací ve finále neumožnil realizovat rozšiřující bod č. 4 zadání o komprimovaném snímání a rekonstrukci obrazu.

Výsledky získané v rámci této práce poskytují náhled na citlivost systému z hlediska přesnosti jeho nastavení v kontextu proměnlivosti struktury výsledných obrazců. Tyto výsledky se stanou vstupem pro cílenou generaci 3D speklových vzorů v reálném experimentu, kdy kýženým cílem je dosažení shody mezi experimentálními 3D daty a simulací.

## Seznam obrázků

2.1	Obrazec koherenčního zrnění laseru . . . . .	19
2.2	Obraz bodového zdroje $S'$ . . . . .	20
2.3	Amplituda a intenzita difrakčního obrazce kruhové apertury . . . . .	21
2.4	Obraz bodového zdroje v defokusované rovině . . . . .	21
2.5	Spektrum desky s velkým množstvím náhodně rozmístěných apertur . . . . .	22
2.6	Trend ve změně struktury speklového obrazce . . . . .	23
2.7	Změna struktury obrazce v důsledku posunu roviny detekce . . . . .	24
2.8	Graf hustoty pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení intenzity . . . . .	25
2.9	Graf hustoty pravděpodobnosti Rayleighova rozdělení popisujícího amplitudu . . . . .	25
2.10	Tyčinkovitá dvojlomná molekula kapalného krystalu . . . . .	26
2.11	Mezofáze kapalných krystalů: (a) nematická fáze, (b) smectická fáze, (c) cholestrická fáze . . . . .	26
2.12	Projev pixel crosstalku na jemných binárních maskách . . . . .	28
3.1	Geometrická uspořádání pro optickou FT spojnou čočkou . . . . .	36
4.1	Idealizované schéma uspořádání experimentu pro primární simulaci . . . . .	41
4.2	Schéma Gaussovského svazku . . . . .	43
4.3	Amplituda (vlevo) a fáze (vpravo) v rovině zdroje . . . . .	43
4.4	Simulace amplitudy a fáze pole propagovaného ze zdrojové roviny do vzdálenosti 0,2 m . . . . .	44
4.5	Fázová maska . . . . .	44
4.6	Simulace amplitudy a fáze vlny dopadající na čočku (vlevo) a amplitudy a fáze vlny bezprostředně za čočkou (vpravo) . . . . .	45
4.7	Simulace obrazce koherenčního zrnění vzniklého v ohniskové rovině čočky . . . . .	45
4.8	Simulace řezů rovinami v blízkosti ohniska čočky . . . . .	46
4.9	Odhad polohy ohniska ze sum intenzit ve vypočítaných obrazcích vybraných rovin . . . . .	47
4.10	Simulace řezů rovinami v blízkosti ohniska čočky s korekcí . . . . .	47
4.11	Detail nasimulovaného obrazce v ohniskové rovině s korekcí $f'$ . . . . .	48
4.12	Použité fázové masky, hustota pravděpodobnosti amplitudy obrazce a hustota pravděpodobnosti intenzity obrazce pro a) binární masku, b) jemnou binární masku, c) náhodnou masku s hodnotami z celého intervalu $[0, 2\pi)$ . . . . .	48

4.13	Vzájemná korelace obrazců v pozorovaných rovinách - výsledek simulace (vlevo), experimentální výsledky převzaté z [24] (vpravo).	49
4.14	Schéma uspořádání experimentu pro rozšířenou simulaci	50
4.15	Příklad normalizovaného Gaussovského filtru, $20 \times 20$ px, $\sigma = 4$ .	51
4.16	Vliv filtrace s parametrem $\sigma$ na původní fázovou masku	51
4.17	Korelace vzorů v ohniskové rovině se vzorem bez crosstalku v závislosti na parametru $\sigma$ .	52
4.18	Vizualizace zakřivení povrchu SLM poskytnutá výrobcem	52
4.19	Vizualizace vymodelovaného sférického povrchu s maximálním zakřivením $4\lambda$	52
5.1	Fázová maska použitá pro vygenerování referenčního obrazce ( $1080 \times 1920$ px)	54
5.2	Obrazec vygenerovaný v ohniskové rovině čočky za použití referenčních parametrů	54
5.3	Míra korelace referenčního obrazce s obrazci generovanými v uspořádání s proměnnými šířkami svazku	54
5.4	Stupně vzájemné korelace obrazců generovaných v uspořádání s proměnnými šířkami svazku	55
5.5	Změna stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na posunu bodu dopadu středu svazku na SLM v diagonálním směru	55
5.6	Stupně korelace obrazců s referencí pro vybraná posunutí bodu dopadu středu svazku na znázorněné pixely SLM	56
5.7	Změna stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na změně úhlu dopadu svazku na SLM	56
5.8	Míra korelace referenčního obrazce s obrazci generovanými v uspořádání s proměnným zakřivením povrchu	57
5.9	Změna stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na posunu bodu dopadu středu svazku na čočku v diagonálním směru	58
5.10	Stupně korelace obrazců s referencí pro vybraná posunutí bodu dopadu středu svazku na čočku	58
5.11	Změna stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na změně úhlu dopadu svazku na čočku	58
5.12	Stupně korelace obrazců s referencí v závislosti na úhlu dopadu na kameru	59



## Literatura

- [1] Bender, N., Yilmaz, H., Bromberg, Y. and Cao, H. [2018], ‘Customizing speckle intensity statistics’, *Optica* **5**(5), 595–600.
- [2] Bromberg, Y. and Cao, H. [2014], ‘Generating non-rayleigh speckles with tailored intensity statistics’, *Physical Review Letters* **112**.
- [3] Dainty, J. C. [1975], *Laser Speckle and Related Phenomena*, Springer Berlin, Heidelberg.
- [4] Françon, M. [1979], *Laser Speckle and Applications in Optics*, Academic Press, Inc., New York.
- [5] Goldfischer, L. I. [1965], ‘Autocorrelation function and power spectral density of laser-produced speckle patterns’, *J. Opt. Soc. Am.* **55**(3), 247–253.
- [6] Goodman, J. W. [1976], ‘Some fundamental properties of speckle\*’, *J. Opt. Soc. Am.* **66**(11), 1145–1150.
- [7] Goodman, J. W. [2005], *Introduction to Fourier optics*, Roberts and Co., Englewood, Colo.
- [8] Goodman, J. W. [2007], *Speckle phenomena in optics: theory and applications*, Roberts and Co.
- [9] Harm, W. [2015], *Diffractive optics for advanced imaging and image projection applications*, PhD thesis, Leopold-Franzens-University Innsbruck.
- [10] HOLOEYE Photonics AG [2007], ‘Specification sheet: Pluto - 0.7” lcos phase only kit’.
- [11] HOLOEYE Photonics AG [2022], ‘Pluto-2.1 lcos spatial light modulator’.  
**URL:** <https://holoeye.com/slm-pluto-phase-only/>
- [12] Lazarev, G., Hermerschmidt, A., Krüger, S. and Osten, S. [2012], ‘Lcos spatial light modulators: Trends and applications’, *Optical Imaging and Metrology: Advanced Technologies* pp. 1–29.
- [13] Liu, F. L. [2022], *Single-Shot 3D Microscopy: Optics and Algorithms Co-Design*, PhD thesis, University of California, Berkeley.

- [14] Moreno, I., Sánchez-López, M. D. M., Davis, J. A. and OCottrell, D. M. [2021], ‘Simple method to evaluate the pixel crosstalk caused by fringing field effect in liquid-crystal spatial light modulators’, *Journal of the European Optical Society-Rapid Publications* pp. 17–27.
- [15] Moser, S., Ritsch-Martel, M. and Thalhammer, G. [2019], ‘Model-based compensation of pixel crosstalk in liquid crystal spatial light modulators’, *Opt. Express* **27**(18), 25046–25063.
- [16] Persson, M., Engström, D. and Goksör, M. [2012], ‘Reducing the effect of pixel crosstalk in phase only spatial light modulators’, *Opt. Express* **20**(20), 22334–22343.
- [17] Poon, T.-C. and Kim, T. [2006], *Engineering Optics with MATLAB*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 5 Toh Tuck Link, Singapore.
- [18] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. [1992], *Numerical Recipes in C*, second edn, Cambridge University Press, Cambridge, USA.
- [19] Saleh, B. E. A. and Teich, M. C. [1994], *Základy fotoniky, svazek 1*, Matfyzpress, Praha 2.
- [20] Siegel, S. and Castellan, N. J. [1988], *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*, second edn, McGraw-Hill, New York.
- [21] SIOS Meßtechnik GmbH [n.d.], ‘Stabilized hene laser sl 02 series’.
- [22] Stern, A. [2016], *Optical compressive imaging*, first edn, CRC Press.
- [23] Voelz, D. G. [2011], *Computational Fourier optics: a MATLAB tutorial*, SPIE Press, Bellingham, Wash.
- [24] Židek, K. [2018], ‘Focal plane speckle patterns for compressive microscopic imaging in laser spectroscopy’, *Proceedings CoSeRa* .