

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV TELEKOMUNIKACÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATIONS

ZÁKLADNÍ METODY PRO POTLAČOVÁNÍ ŠUMU
V AKUSTICKÝCH SIGNÁLECH

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

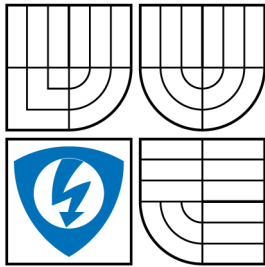
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

MARTIN ŠEVELA

BRNO 2009



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV TELEKOMUNIKACÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND
COMMUNICATION
DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATIONS

ZÁKLADNÍ METODY PRO POTLAČOVÁNÍ ŠUMU
V AKUSTICKÝCH SIGNÁLECH
FUNDAMENTAL METHODS FOR NOISE REDUCTION IN ACOUSTIC SIGNALS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

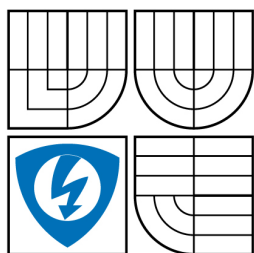
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

MARTIN ŠVELA

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

ING. ONDŘEJ RÁŠO

BRNO 2009



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav telekomunikací

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Teleinformatika

Student: Martin Ševela

ID: 70103

Ročník: 3

Akademický rok: 2008/2009

NÁZEV TÉMATU:

Základní metody pro potlačování šumu v akustických signálech

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Cíl práce spočívá v nastudování vybraných metod pro potlačování šumu v akustických signálech a metod pro restauraci signálů. A jejich následnou realizaci v grafickém rozhraní programu MATLAB.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] VÍCH, R., SMÉKAL, Z.: Číslicové filtry. Academia, Praha 2000. ISBN 80-200-0761-X.

[2] JAN, Jiří. Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů. 2. Vyd. Brno: VUTIUM, 2002, 427 s. ISBN 80-214-0816-2.

Termín zadání: 9.2.2009

Termín odevzdání: 2.6.2009

Vedoucí práce: Ing. Ondřej Rášo

prof. Ing. Kamil Vrba, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

ABSTRAKT

Práce hodnotí kumulační metody zvýrazňování signálu v šumu a metody inverzní filtrace při rekonstrukci zkresleného signálu, na základě testování ve vytvořeném programu. Jejich výhody a nevýhody při nasazení v akustických signálech, míru zlepšení odstupů signálu od šumu a zlepšení při rekonstrukci.

KLÍČOVÁ SLOVA

Akustický signál, kumulační metody, inverzní filtrace, restaurace signálu, odstup signálu od šumu.

ABSTRACT

The work assesses the accumulation method of signal enhancement in noise and methods of inverse filtering in the reconstruction of distorted signal, based on testing in the creation of a program. Their advantages and disadvantages in the deployment of acoustic signals, improving the level of signal to noise ratio and improvement in the reconstruction.

KEYWORDS

Acoustic signal, accumulation method, inverse filtering, renovation signal, signal to noise ratio.

ŠVELA, M. *Základní metody potlačování šumu v akustických signálech*. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 51 s.
Vedoucí práce byl Ing. Ondřej Rášo.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Základní metody pro potlačování šumu v akustických signálech“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

.....

(podpis autora)

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Ondřeji Rášovi za velmi užitečnou metodickou pomoc a cenné rady při zpracování práce.

OBSAH

Úvod	12
1 Signály	13
1.1 Číslíkový signál	13
1.2 Akustický signál	14
1.3 Vzorkování	15
1.3.1 Ideální vzorkování	15
1.3.2 Vzorkovací poučka	16
2 Kumulační techniky zvýrazňování signálu v šumu	17
2.1 Princip kumulačních technik	17
2.2 Kumulace s pevným oknem	19
2.3 Kumulace s plovoucím oknem	23
2.4 Exponenciální kumulace	27
2.5 Vytvořený program	30
3 Diskrétní systémy	32
3.1 Rozložení pólů a nul systému	32
3.2 Impulzní charakteristika systému	33
3.3 Frekvenční charakteristika systému	33
3.4 Stabilita	34
3.5 Model Zkreslení	35
4 Inverzní filtrace	37
4.1 Prostá dekonvoluce	37
4.2 Aproximativní návrh	40
4.3 Pseudoinverze	44
4.4 Vytvořený program	47
5 Závěr	49
Literatura	50

SEZNAM OBRÁZKŮ

1.1	Ukázka číslicového signálu	13
1.2	Průběh zvukového signálu.	15
1.3	Ukázka ideálního vzorkování.	16
2.1	Šum s nulovou střední hodnotou a jeho kumulace.	17
2.2	Princip kumulace repetičních signálů.	18
2.3	Blokové schéma jednoho kumulačního kanálu pro kumulaci s pevným oknem.	20
2.4	Ukázka kumulace s pevným oknem.	20
2.5	a) Vstupní repetice, SNR=15dB, b) výstupní repetice, metoda pevného okna pro M=10.	22
2.6	a) Výstupní repetice, metoda pevného okna pro M=100, b) výstupní repetice, metoda pevného okna pro M=500.	22
2.7	Vstupní repetice s SNR=-15dB a výstupní repetice, metoda pevného okna pro M=100	23
2.8	Blokové schéma jednoho kumulačního kanálu pro kumulaci s plovoucím oknem.	24
2.9	a) Vstupní repetice SNR=15dB, b) výstupní repetice, metoda plovoucího okna M=100.	25
2.10	Vstupní signál se skokovou změnou amplitudy.	26
2.11	a) Reakce metody plovoucího okna na skokovou změnu vstupního signálu, M=3, b) reakce metody plovoucího okna na skokovou změnu vstupního signálu, M=7.	26
2.12	Blokové schéma jednoho kumulačního kanálu pro kumulaci s exponenciálními vahami.	27
2.13	a) Vstupní repetice, SNR=15dB, b) výstupní repetice, metoda exponenciálních vah, q=0,50183.	28
2.14	a) Výstupní repetice, metoda exponenciálních vah, q= 0,94352, b) výstupní repetice, metoda exponenciálních vah, q= 0,98671.	29
2.15	Vstupní signál se skokovou změnou amplitudy.	30

2.16 a) Reakce metody s exponenciálními vahami na skokovou změnu vstupního signálu, $q=0,90698$, b) reakce metody s exponenciálními vahami na skokovou změnu vstupního signálu, $q= 0,3289$	30
2.17 Hlavní okno programu.	31
3.1 Rozložení pólů a nul v rovině „z“ - ukázka.	33
3.2 Impulzní charakteristika systému - ukázka.	34
3.3 Frekvenční charakteristika systému - ukázka.	34
3.4 Model zkreslení - lineární zkreslení signálu a následné zasažení šumem.	35
3.5 Model zkreslení - signál je zasažen šumem a následně zkreslen lineárním systémem.	36
4.1 a) Komplexní frekvenční charakteristika zkreslujícího systému, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ zkreslujícího systému.	38
4.2 a) Komplexní frekvenční charakteristika inverzního filtru, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ inverzního filtru.	38
4.3 a) Vstupní signál a jeho modulové a fázové spektrum, b) zkreslený signál a jeho modulové a fázové spektrum.	39
4.4 Zrekonstruovaný signál a jeho modulové a fázové spektrum.	39
4.5 a) Nahoře signál, který byl zasažen šumem a následně zkreslen společně s modulovým a fázovým spektrem, pod ním rekonstrukce tohoto signálu společně s modulovým a fázovým spektrem, b) nahoře signál, který byl zkreslen a potom až zasažen šumem společně s modulovým a fázovým spektrem, pod ním rekonstrukce tohoto signálu společně s modulovým a fázovým spektrem.	40
4.6 a) Komplexní frekvenční charakteristika zkreslujícího systému, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“zkreslujícího systému.	41
4.7 a) Komplexní frekvenční charakteristika inverzního filtru, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ inverzního filtru.	41
4.8 a) Vstupní signál a jeho modulové a fázové spektrum, b) zkreslený signál a jeho modulové a fázové spektrum.	42
4.9 Rozkmitaný signál a jeho modulové a fázové spektrum, po průchodu nestabilním filtrem.	42

4.10 a) Komplexní frekvenční charakteristika aproximativního filtru, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ aproximativního filtru.	43
4.11 Rekonstruovaný signál a jeho modulové a fázové spektrum.	43
4.12 a) Nahoře komplexní frekvenční charakteristika zkreslujícího systému, dole komplexní frekvenční charakteristika inverzního filtru, b) nahoře rozložení nul a pólů v rovině „z“ zkreslujícího systému a dole rozložení nul a pólů v rovině „z“ inverzního filtru	44
4.13 a) Zkreslený signál jeho modulové a fázové spektrum, b) rekonstruovaný signál a jeho modulové a fázové spektrum, zasažený úzkopásmovým šumem.	45
4.14 Rekonstruovaný signál a jeho modulové a fázové spektrum, pseudo-inverzní filtr.	46
4.15 a) Komplexní frekvenční charakteristika pseudoinverzního filtru, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ pseudoinverzního filtru.	46
4.16 a) Komplexní frekvenční charakteristika pseudoinverzního filtru s vysokým řádem, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ pseudoinverzního filtru s vysokým řádem.	47
4.17 Hlavní okno programu - inverzní filtrace.	47

ÚVOD

Práce je věnována základním metodám potlačování šumu v akustických signálech a metod pro rekonstrukci signálu, jejich popisu, rozboru a následného zpracování v grafickém uživatelském rozhraní programovacího jazyka MATLAB.

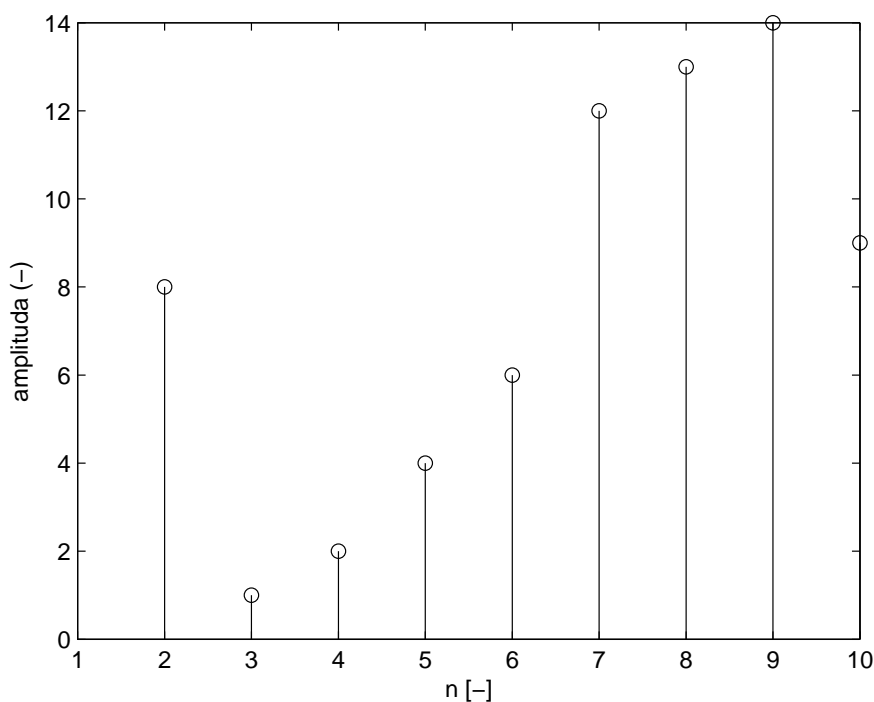
Tohle odvětví se rozvíjí už po několik desítek let. V dnešní době je stálým problémem odstranění parazitních rušení a rekonstrukce zkresleného signálu v různých odvětvích zpracovávajících akustický signál, například odstranění šumu vzniklého při snímání z mikrofonu, v telekomunikacích: šum vzniklý při přenosu po pevné nebo mobilní síti, restaurace starých hudebních nahrávek, atp.. Proto tohle téma bude perspektivní i do budoucna.

První kapitola teoreticky rozebere pojem číslicový signál a metody jeho vzniku. V druhé kapitole budou podrobně rozebrány kumulační metody zvýrazňování signálu v šumu, zobrazení dosažených výsledků při testování těchto metod ve vytvořeném programu. Reakce jednotlivých metod na různé druhy signálu. Třetí kapitola se zaměří na popis diskrétních systémů, způsob grafického zobrazení charakteristik popisující tyto systémy a popis zkreslujícího systému. Čtvrtá kapitola bude věnována rekonstrukci signálů zkreslených průchodem zkreslujícím systémem, zejména pak inverzní filtraci.

1 SIGNÁLY

1.1 Číslicový signál

Vzhledem k faktu, že projekt je zpracováván jako software osobního počítače, který pracuje zásadně s číslicovými signály, je třeba číslicový signál blíže popsat. Pokud pod pojmem signál rozumíme určitou fyzikální veličinu, která přenáší nějakou zprávu, je jasné, že v případě číslicového signálu bude tato veličina interpretována číselnými vzorky. Jinak řečeno, číslicový signál není na své vodorovné ose, často tato osa představuje čas, spojitý a je definován pouze v určitých diskretních bodech. Proto se taky často označuje jako signál diskretní v čase. Je tedy zřejmé, že číslicový signál je určitá posloupnost čísel. Ukázka takového signálu je na obrázku 1.1, v MATLABU je pro zobrazení signálů diskretních v čase vyhrazena funkce `stem`. Jak je vidět, na vodorovné ose grafu je bezrozměrná proměnná n , zde zastupuje pořadí vzorků. V praxi je však často potřeba vynášet na této ose patřičné jednotky. Jak už bylo řečeno výše, často se jedná o čas. V programu MATLAB jsou signály



Obr. 1.1: Ukázka číslicového signálu

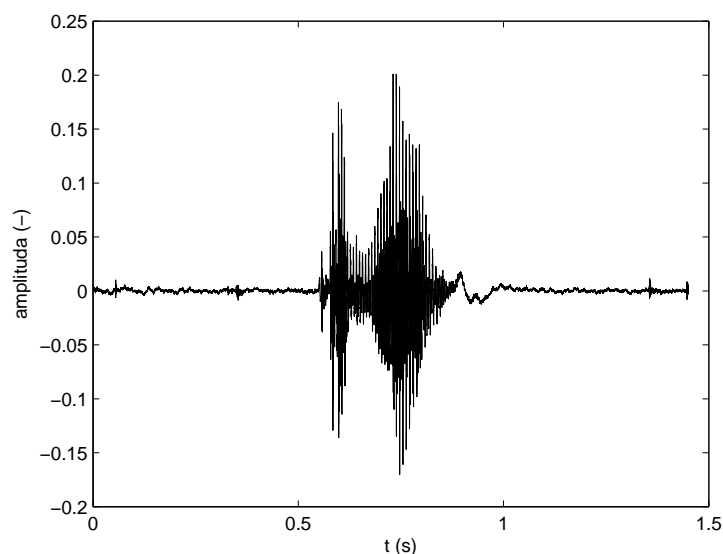
interpretovány ve formě matic. Například matice popisující signál na obrázku 1.1 má tvar $\mathbf{U} = [5 \ 8 \ 1 \ 2 \ 4 \ 6 \ 12 \ 13 \ 14 \ 9]$. Takováto matice však postrádá údaj pro veličinu na vodorovné ose. V případě, že bychom chtěli na vodorovnou osu vynést čas, byl by potřeba vzorkovací kmitočet (f_{vz}) nebo vzorkovací perioda ($t_{vz} = \frac{1}{f_{vz}}$), pomocí kterých je možné vytvořit časovou osu pro daný signál.

1.2 Akustický signál

Lze také říci zvukový signál. Z názvu vyplývá, že se bude jednat o specifický druh signálu. Specifický v tom, že má svá omezení obzvláště ve frekvenční oblasti. Lidské ucho je schopné vnímat signály v rozmezí přibližně od $f = 20\text{Hz}$ do $f = 20\text{kHz}$. S rostoucím věkem tato hranice postupně klesá. Pokud uvažujeme zvukový signál v běžném prostředí, jedná se o mechanické vlnění. Mechanické vlnění můžeme převést na elektrické vlnění za pomoci mikrofónů. Na výstupu z mikrofónů bývá signál většinou velmi slabý, z toho důvodu bývá signál ještě zesílen a poté přichází na vstup A/D převodníku, kde je převeden na číslicový signál. Samozřejmě při všech těchto krocích se k užitečnému signálu přimíchávají nežádoucí ruchy, vznik kvantizačního šumu, signál bývá harmonicky zkreslen.

Pro ukládání a následné zpracování akustického signálu na osobním počítači se používají různé formáty. Některé bezztrátové formáty, například WAV. Nebo některé ztrátové formáty, z nejznámějších například MP3, ten pro kompresi využívá psychoakustický model. Tím, že vypustí ze vstupního signálu informace, které člověk neslyší nebo si je vůbec neuvědomuje.

Pro využití v MATLABU jsou soubory WAV velmi vhodné. Při načítání jsou potřeba pouze 2 výstupní parametry. Jeden, kde se uloží data a druhý, kde je uložen údaj o vzorkovací frekvenci f_{vz} . Na obrázku 1.2 je průběh signálu načteného ze souboru WAV. Na obrázku je záznam slova „jedna“.



Obr. 1.2: Průběh zvukového signálu.

1.3 Vzorkování

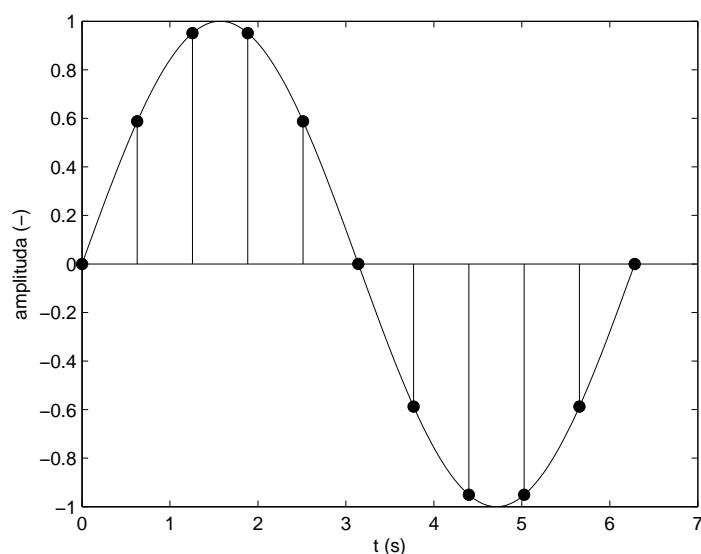
Vzorkování je proces, s jehož pomocí jsou vybrány z analogového (spojitého) signálu $s(t)$ podle stanoveného předpisu (většinou rovnoměrně) jeho určité hodnoty nebo úseky tak, aby dostatečně věrně reprezentovaly původní signál. Podle způsobu výběru jsou známy tyto typy vzorkování:

- ideální vzorkování (diskretizace),
- vzorkování prvního druhu (klíčování)
- vzorkování druhého druhu (impulsní modulace). [8]

V praxi je možné použít pouze vzorkování prvního nebo druhého druhu. Velikost impulsu je k jednotlivým vzorkům přiřazena až při kvantizaci. Ideální vzorkování není technicky proveditelné.

1.3.1 Ideální vzorkování

Ideální vzorkování chápeme jako posloupnost nekonečně krátkých impulzů (Diracův impuls), s přesně danou amplitudou. Tyto vzorky jsou od sebe vzdáleny na délku vzorkovací periody T_{vz} . Ukázka ideálního vzorkování je na obrázku 1.3



Obr. 1.3: Ukázka ideálního vzorkování.

Rovnice popisující ideálně vzorkovaný signál

$$s_{id}(t) = s(t) \cdot \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s(iT) \cdot \delta(t - iT). [8] \quad (1.1)$$

Z rovnice 1.1 vyplývá, že ideálně vzorkovaný signál je součin analogového signálu s posloupností Diracových impulzů.

1.3.2 Vzorkovací poučka

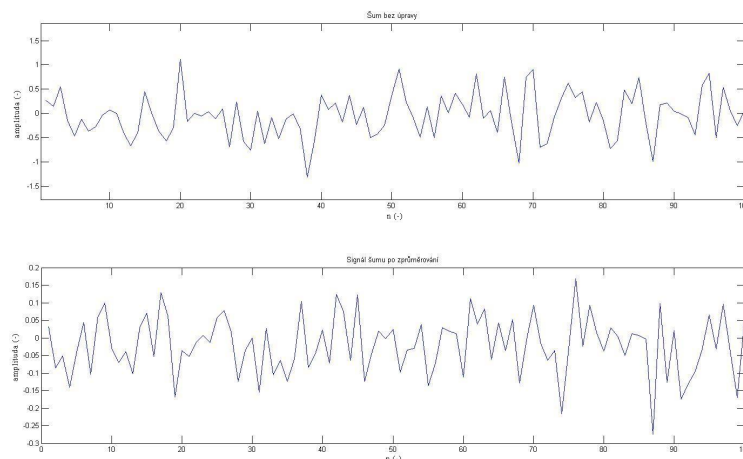
Vzhledem k tomu, že spektrum vzorkovaného signálu je tvořeno nekonečnou řadou jednotkových impulzů, může dojít k překrytí okrajových částí sousedních spekter. To způsobí ztrátu informace. Tento jev se nazývá aliasing. Abychom zabránili tomuto nežádoucímu jevu, je nutné dodržovat vzorkovací poučku, někdy také nazývanou Nyquistův teorém nebo Shannon-Kotělnikův teorém. Ta nám říká, že vzorkovací frekvence musí být minimálně dvojnásobkem nejvyšší frekvence vzorkovaného signálu. Pro akustický signál by to tedy mělo být minimálně $f_{vz} = 40\text{kHz}$.

2 KUMULAČNÍ TECHNIKY ZVÝRAZŇOVÁNÍ SIGNÁLU V ŠUMU

2.1 Princip kumulačních technik

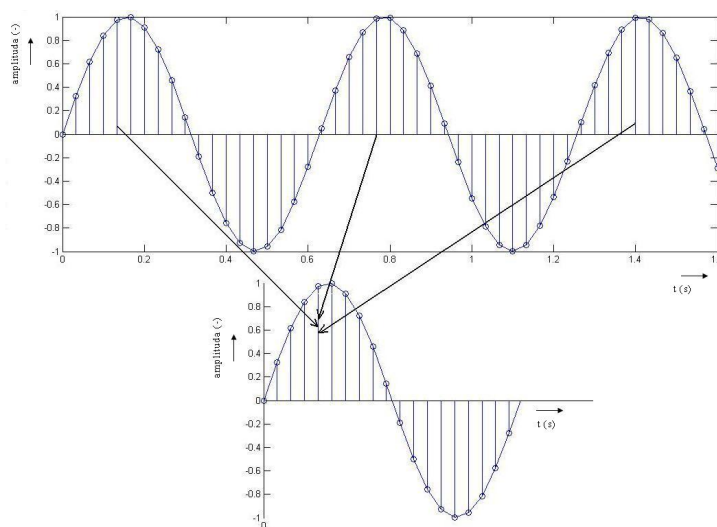
Kumulační metody jsou jednou z mála technik zvýrazňování signálu v šumu. Patří mezi jednodušší techniky pro zpracování, mají však svá specifika, která omezují jejich použití pouze na určité druhy signálů. Kumulačních technik lze použít pouze v případě, když máme k dispozici repetiční nebo periodický signál a šum má nulovou střední hodnotu.

Repetiční signál je charakteristický tím, že jednotlivé repetice mají omezené trvání a opakují se po nějaké, blíže neurčené době. Pro využití v kumulačních metodách se repetice nesmí překrývat, to znamená, že počátky repetic jsou od sebe vzdáleny minimálně na délku jedné repetice. Periodický signál má přesně danou periodu, což je vlastně délka jedné repetice. Jednotlivé periody na sebe navazují, takže je vyloučeno, že by se navzájem překrývaly. Je také nutné přesně stanovit počátek každé repetice. V případě, že nemáme o signálu žádné informace, bývá v zašumělém signálu stanovení počátku repetice problematické. V těchto případech se využívá vyšších metod detekce signálu v šumu.



Obr. 2.1: Šum s nulovou střední hodnotou a jeho kumulace.

V kumulačních metodách je využíváno faktu, že šum je náhodný signál s nulovou střední hodnotou. Zatímco u přesně repetičního signálu je v každém z těchto měření signálová složka stejná, šum má pokaždé jinou hodnotu a pokud je generován stacionárním náhodným procesem s nulovou střední hodnotou, bude mít tendenci v následně počítaném průměru z těchto měření vymizet na rozdíl od signálu, jehož hodnota se výpočtem nemění.[1] Na obrázku 2.1 je na horním grafu šum s nulovou střední hodnotou a na spodním grafu signál, který vznikl kumulací šumu z horního grafu. Jeho amplituda se téměř desetkrát zmenšila. Tento princip bude lépe srozumitelný z obrázku 2.2. Jedná se o vážený průměr, proto také označení kumulace. Tímto způsobem lze tedy zvyšovat poměr signálu k šumu u repetičních signálů. Na obrázku 2.2 vidíme necelé tři periody sinusového signálu, každá perioda zde představuje jednu repetici. Šipky naznačují kumulaci pátého vzorku repetice.



Obr. 2.2: Princip kumulace repetičních signálů.

Dále:

- Index i označuje vzorek od počátku repetice.
- Index k označuje vzorek od počátku osy.

V příkladu uvedeném na obrázku 2.2 by kumulace byla popsána matematickou rovnicí

$$y_5 = a_0 \cdot 0x_5 + a_1 \cdot 1x_5 + a_2 \cdot 2x_5, \quad (2.1)$$

kde:

- y_k odpovídá kumulovanému výstupnímu vzorku (v tomto případě se jednalo o pátý vzorek, čili $k = 5$).
- a_i jsou váhové koeficienty, příslušející jednotlivým repetícím.
- ${}_i x_l$ l -tý vzorek i -té repetice.

Obecný vzorec má následující tvar

$$y_{(kT)} = y_{((l+m_j)T)} = \sum_{i=0}^j [a_i \cdot {}_i x_{(lT)}]. \quad (2.2)$$

2.2 Kumulace s pevným oknem

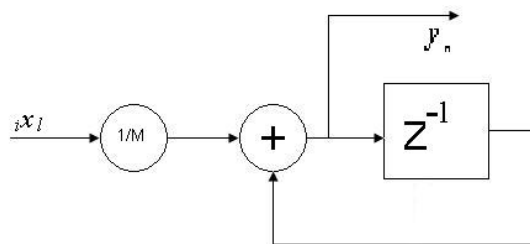
Jedná se o nejjednodušší typ z probíraných kumulačních metod. Pro její správné zpracování je potřeba předem určený počet M repetic signálu, které budou brány v úvahu. Samozřejmě, že čím více repetic bude zařazeno do kumulace, tím větší bude odstup signálu od šumu. Při této metodě jsou váhy rozloženy rovnoměrně mezi všech M repetic

$$a_i = \frac{1}{M}, \forall i. \quad (2.3)$$

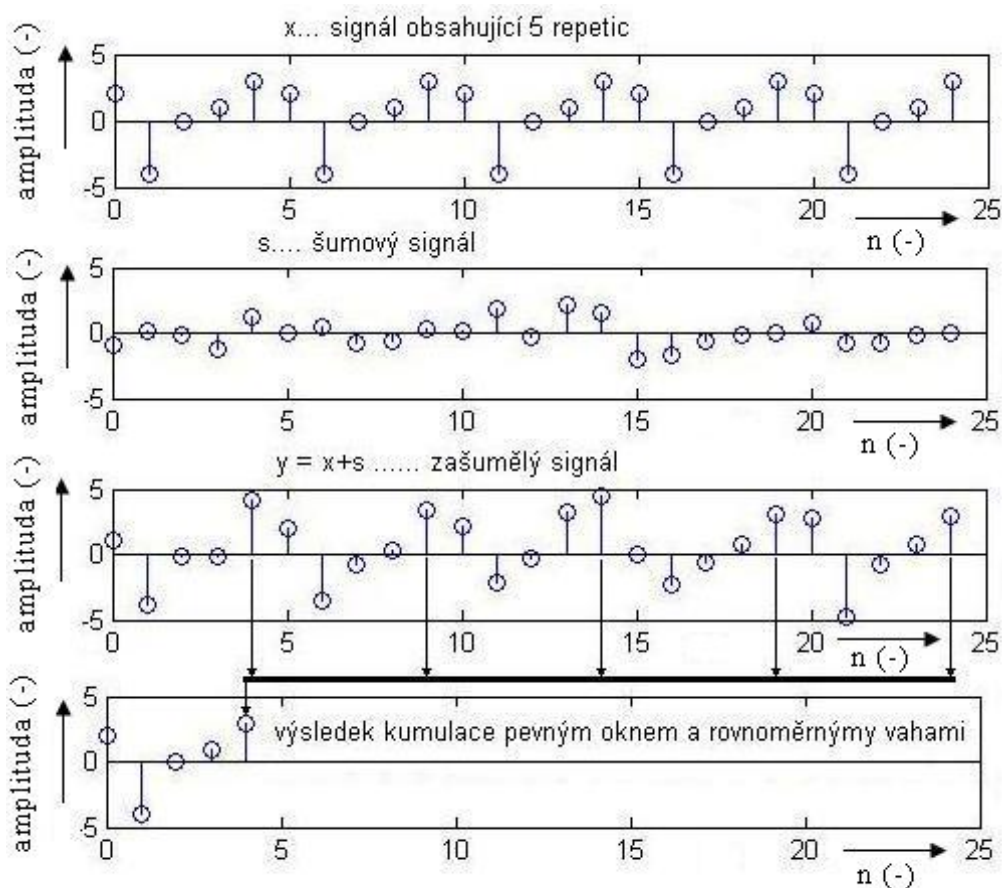
Vztah popisující jeden kumulační kanál je

$$y_k = \sum_{i=0}^M \left[\frac{1}{M} \cdot {}_i x_l \right]. \quad (2.4)$$

Pro každý vzorek v repetici potom musí existovat taková rovnice. Pokud bude mít repetice N vzorků, systém bude obsahovat N kanálů a to znamená, že i N rovnic. Blokové schéma jednoho kumulačního kanálu je na obrázku 2.3. Následující obrázek 2.4 názorně ukazuje způsob fungování kumulace s pevným oknem. Na prvním grafu je signál obsahující pět repetic signálu, na dalším grafu je šum. Ve třetím grafu je aditivní směs signálu z prvního grafu a šumu z grafu druhého. Na posledním grafu je



Obr. 2.3: Blokové schéma jednoho kumulačního kanálu pro kumulaci s pevným oknem.



Obr. 2.4: Ukázka kumulace s pevným oknem.

už pouze jedna repetice, která vznikla kumulací s pevným oknem. Šipky mezi třetím a čtvrtým grafem korespondují s jedním kumulačním kanálem. Nejlepších výsledků u této metody bude dosaženo, pokud budou v kumulaci použity všechny dostupné repetice. To znamená, že délka okna bude rovna počtu repetíc. Výsledkem je jediná

repetice, která má nejlepší možné zlepšení odstup signálu od šumu. V programu je využito tohoto systému, délka okna je vždy rovna počtu repetit a není možné ji volit.

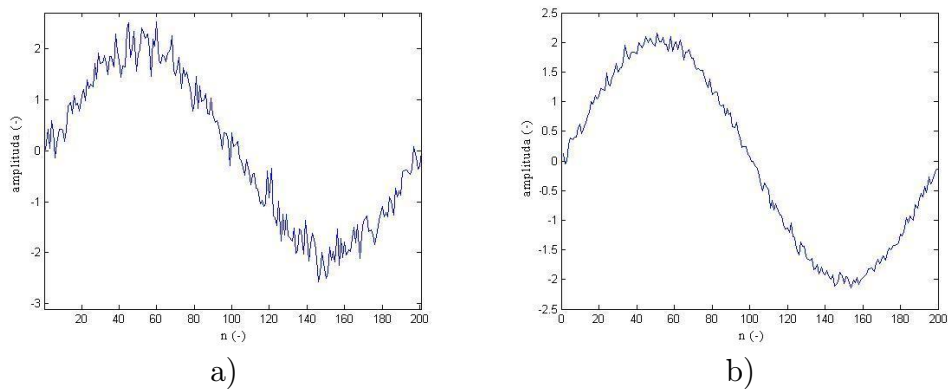
Na následujících řádcích je zobrazen zdrojový text funkce zajišťující kumulaci s pevným oknem.

```
%Kumulace s rovnomernymi vahami a pevnym oknem
function [y] = PevneOkno(x, fvz, M)
N=length(x);
% vytvoreni nulove matice o rozmerech (x,y)
y=sparse (1,fvz);
w=0;
%N opakovani podle delky okna
for i=1:N
% v kazdem cyklu se pocita jeden kumulacni kanal
for j=1:fvz
w=w+1;
y(q)=y(q)+1/M*x(w);
end
end
plot(y)
end
```

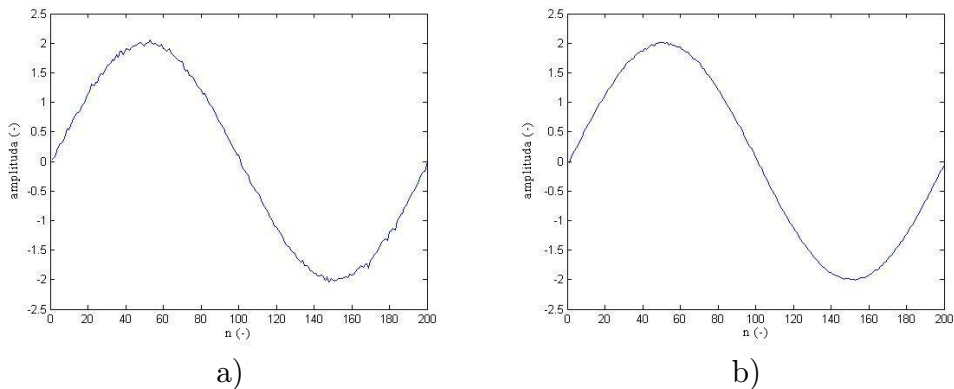
Kumulace je řešená pomocí dvou **For** cyklů. První má délku stanovenou podle délky okna M , zde je, z důvodů zmíněných výše, délka okna M rovna počtu repetit v signálu p . Druhý cyklus má délku stanovenou podle počtu vzorků v repetici, v programu je tento označen jako h .

Na následujících obrázcích jsou výsledné průběhy této metody. Na obrázku 2.5a) je zobrazena vstupní repetice zasažená šumem. Odstup signálu od šumu $SNR = 15\text{dB}$. Na obrázcích 2.5b), 2.6a) a 2.6b) jsou výsledky kumulace s pevným oknem. Kumulován byl signál z obrázku 2.5a) a už při použití 10 repetit v kumulaci (obrázek 2.5b)), je výsledek znatelný. Při kumulaci 100 repetit (obrázek 2.6a)) je až na pár drobností signál téměř čistý. Na obrázku 2.5b), kde bylo pro kumulaci použito 500 repetit, je šum, pouhým okem, z průběhu nezachytitelný.

Samozřejmě pokud by odstup signálu od šumu byl menší, bylo by k takto dobrým výsledkům potřeba repetit více. Jak je vidět na obrázku 2.7. V prvním grafu je vstupní signál zasažený šumem, ale odstup signálu od šumu je v tomto případě záporný, $SNR = -15\text{dB}$, z průběhu není ani možné odhadnout jak vypadá čistý vstupní signál. Ve druhém grafu je výsledný průběh po kumulaci s pevným oknem,



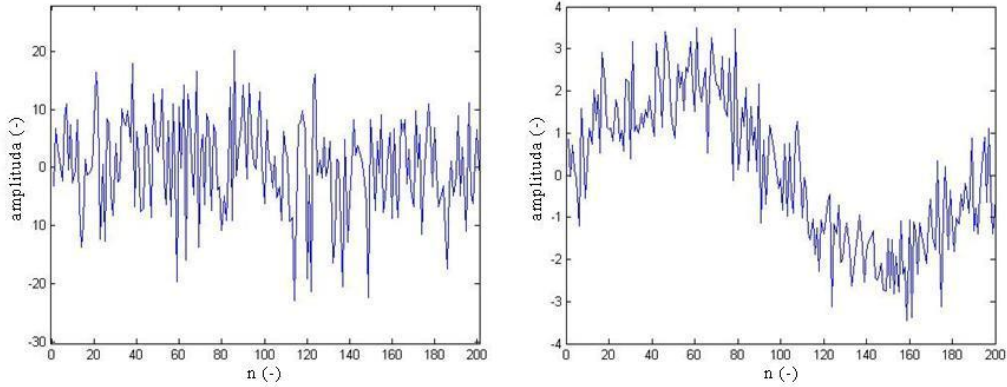
Obr. 2.5: a) Vstupní repetice, SNR=15dB, b) výstupní repetice, metoda pevného okna pro $M=10$.



Obr. 2.6: a) Výstupní repetice, metoda pevného okna pro $M=100$, b) výstupní repetice, metoda pevného okna pro $M=500$.

při použití délky okna $M = 100$. Je zřejmé, že ani po kumulaci 100 repetíc signál nedosahuje kvality výstupního signálu z předchozího příkladu na obrázku 2.5b), kde bylo kumulováno pouze 10 repetíc. Dokonce ani kvality vstupního signálu z předchozího příkladu na obrázku 2.5a). Zlepšení je však nesporné. Přidáním dalších repetíc do kumulace by se výsledek zase přiblížil požadované hodnotě.

Hlavní nevýhodou této metody je, že nedokáže plynule sledovat případné změny v signálu. Samozřejmě můžeme paměťové registry vynulovat a zpracovat nových M repetíc. S tím ale klesne poměr signálu k šumu na původní hodnotu a maximální hodnoty dosáhne zase až po zpracování M repetíc. Požadovaného zlepšení tak dosáhneme pouze jednou za M repetíc. Tuto nevýhodu částečně odstraňují následující dvě metody.



Obr. 2.7: Vstupní repetice s SNR=-15dB a výstupní repetice, metoda pevného okna pro $M=100$

2.3 Kumulace s plovoucím oknem

Kumulační metoda s plovoucím oknem je velmi podobná předchozí metodě s pevným oknem. Její váhové koeficienty jsou také po celé délce zpracovávaného signálu rovnoměrně rozděleny. Odstraňuje však její hlavní nevýhodu a tou je neschopnost plynule sledovat vývoj repetičního signálu. To znamená, že po kumulaci M repetic, což je délka okna, bude nejstarší z repetic zapomenuta. Jinými slovy bude z registru každého kumulačního kanálu odečtena hodnota daného vzorku z nejstarší repetice a proběhne nová kumulace se vzorkem z následující repetice. Matematicky lze váhové koeficienty vyjádřit takto

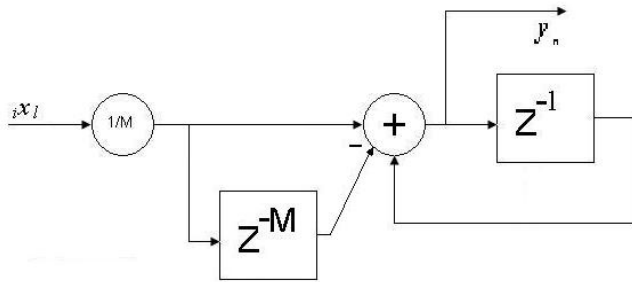
$$a_i = \begin{cases} \frac{1}{M}, & i=1,2,3,\dots,M-1 \\ 0, & i \geq M \end{cases} \quad (2.5)$$

A rovnice pro jeden kumulační kanál vypadá takto

$$y_k = \sum_{i=0}^{\max(j, M-1)} \left[\frac{1}{M} \cdot (j-i)x_l \right], \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

Kumulace bude probíhat až do posledního vzorku vstupního signálu. V kumulaci však bude započítáno vždy jen M posledních repetic.

Schéma kumulačního kanálu z předchozí metody musíme doplnit o zpožďovací řetězec s délkou M repetic, aby vyhovovalo metodě s plovoucím oknem. Zpožďovací řetězec nám poskytne vzorek, který má být v následujícím kroku zapomenut.



Obr. 2.8: Blokové schéma jednoho kumulačního kanálu pro kumulaci s plovoucím oknem.

Schéma kumulačního kanálu pro metodu s plovoucím oknem je na obrázku 2.8 Právě blok Z^{-M} zajišťuje to zpoždění signálu o M repetic, které nám na jeho výstupu zaručí vzorek, který je v danou chvíli nejstarší v kumulaci a bude zapomenut, uvolní se tím místo v okně pro nový vzorek. Pokud budeme sledovat výstup kumulace v reálném čase, tak jako v předchozí metodě nebude dosaženo maximálního zlepšení až do doby uplynutí M -té repetice. Potom nebude všech M repetic zapomenuto, jak tomu bylo u metody s pevným oknem, ale zapomeno se pouze nejstarší z repetic. Takže poměr signálu k šumu po uplynutí M repetic zůstává konstantně na maximální hodnotě. Z toho důvodu je pro sledování signálu v reálném čase tato metoda vhodnější. Programově je tato metoda řešena poněkud obtížněji. Je potřeba zajistit, aby došlo k zapomenutí l -tého vzorku z poslední repetice v okně. Na následujících řádcích je zobrazena funkce zajišťující kumulaci s plovoucím oknem.

```

%Kumulace s rovnomernymi vahami a plovoucim oknem
function [y] = PlovouciOkno(x, fvz, M)
N=length(x);
y=sparse (1,fvz);
w=0;
p=0;
%zaznamenani vzorku prvni repetice
for j=1:fvz
    y1(j)=1/M*x(j);
end
%naplneni okna poprve
for i=1:M
    for j=1:fvz
        w=w+1;
        y(j)=y(j)+1/M*x(w);
    end
end
while w<(N-1)
    for j=1:fvz
        w=w+1;

```

% zapomenuti posledniho vzorku z daneho kumulacniho kanalu

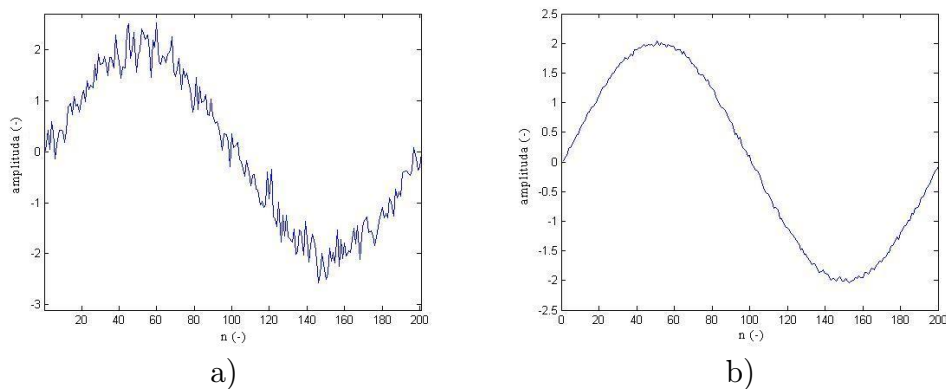
```

        y(j)=y(j)-y1(j);
% Nacteni vyorku který bude zapomenut v dalsim cyklu
        y1(j)=1/M*x(w-j*M+1);
        y(j)=y(j)+1/M*x(w);
    end
end
plot(y)
end

```

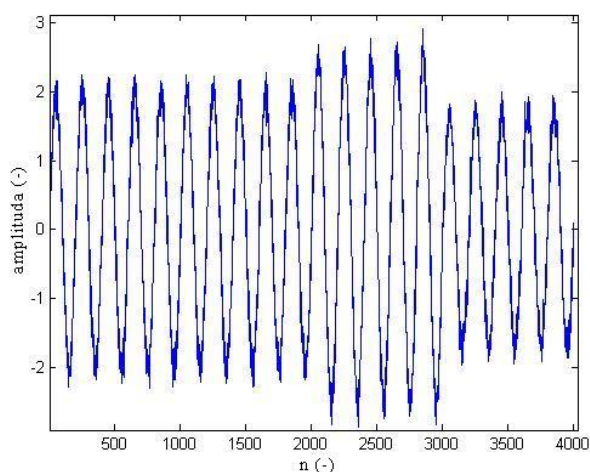
První For cyklus zaznamená do pole vzorky první repetic, které budou po naplnění okna o délce M repetit zapomenuty jako první. Další část je stejná jako u kumulace s pevným oknem, po přijetí M repetit se cyklus zastaví. Po té, co je okno zaplněno přijde na řadu cyklus, který se opakuje až do poslední repetic vstupního signálu. V něm je vždy vzorek z poslední repetic v kumulaci odečten a kumulace proběhne znovu se vzorkem z nejnovější repetic.

Průběhy získané použitím kumulační metody s plovoucím oknem jsou na obrázcích 2.9a) a 2.9b). Pro srovnání s metodou s pevným oknem je použit znovu vstupní signál s odstupem signálu od šumu $SNR = -15\text{dB}$ (obrázek 2.9a)). Po kumulaci s plovoucím oknem o délce okna $M = 100$ repetit je výsledek zobrazen na obrázku 2.9b), je zřejmé, že zlepšení poměru signálu od šumu je stejné jako u předchozí metody s pevným oknem. Důležité je ale říci, že pokud bychom signál sledovali dále v reálném čase, zlepšení už by se neměnilo. Zato u pevného okna bychom paměťové registry museli smazat všechny, odstup signálu od šumu by klesl na původní hodnotu a na stejné zlepšení poměru signálu od šumu by bylo třeba čekat dalších M repetit. To činí kumulaci s plovoucím oknem vhodnější pokud sledujeme signál průběžně.

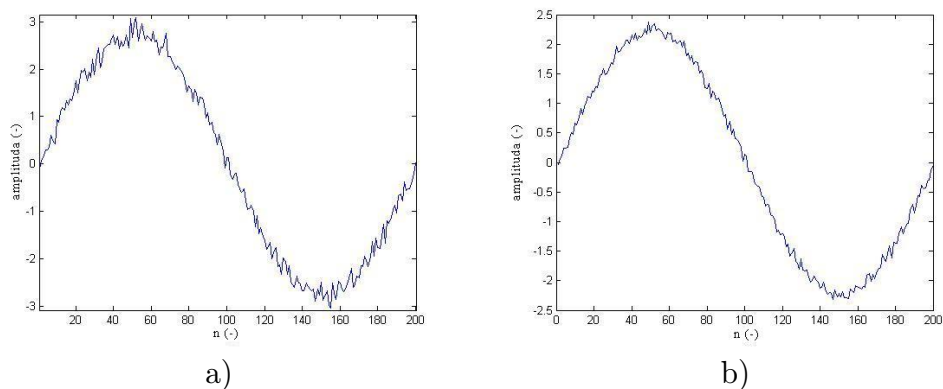


Obr. 2.9: a) Vstupní repetic $SNR=15\text{dB}$, b) výstupní repetic, metoda plovoucího okna $M=100$.

Při skokové změně signálu je potřeba M repetic, než se tato změna plně projeví na výstupu. Dokud kumulace nepřijme všech M repetic, vyskytují se v ní i hodnoty starších repetic, kde tato změna ještě neproběhla. Rychlejší odezvy na skokovou změnu vstupního signálu dosáhneme zkrácením okna, to však nutně znamená i menší zlepšení odstupu signálu od šumu. Je proto potřeba zvolit určitý kompromis mezi těmito vlastnostmi. Tento děj ukazují obrázky 2.10 a 2.11a) a b). Na obrázku 2.10



Obr. 2.10: Vstupní signál se skokovou změnou amplitudy.



Obr. 2.11: a) Reakce metody plovoucího okna na skokovou změnu vstupního signálu, $M=3$, b) reakce metody plovoucího okna na skokovou změnu vstupního signálu, $M=7$.

je vstupní signál, který přibližně v polovině svojí délky skokově zvětší své amplitudu z $U_m = 2$ na $U_m = 2,5$. Na obrázcích 2.11a) a 2.11b) je výstupní signál zachycený po přijetí jedné repetice po této skokové změně. Repetice na obrázku 2.11a) se svojí

amplitudou více blíží skutečné hodnotě než repetice na 2.11b). Porovnáme-li však zlepšení odstupů signálu od šumu, je na tom repetice na obrázku 2.11b) podstatně lépe.

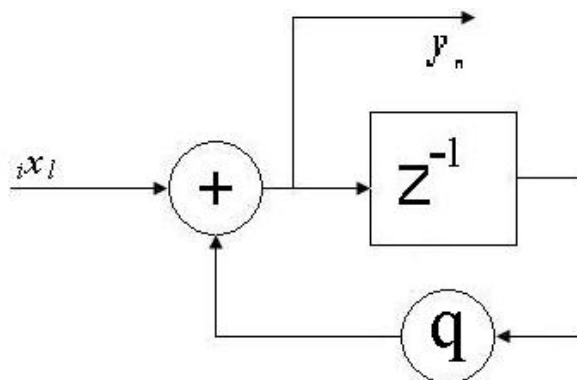
2.4 Exponenciální kumulace

Jako jediná z kumulačních metod nemá váhy rovnoměrně rozloženy, ale klesají směrem do minulosti. To znamená, že největší váha je na poslední (nejnovější) repetici a čím je repetice starší, její váha klesá. Z toho vyplývá, že výsledný signál obsahuje hodnoty všech repetic, ty nejstarší z nich však mají na výsledek jen velmi malý vliv. Matematické vyjádření váhových koeficientů

$$a_i = q^i, \quad q \in (0, 1), \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

A rovnice popisující jeden kumulační kanál

$$y_k = \sum_{i=0}^j [q^i \cdot (j-i)x_l], \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (2.8)$$



Obr. 2.12: Blokové schéma jednoho kumulačního kanálu pro kumulaci s exponenciálními vahami.

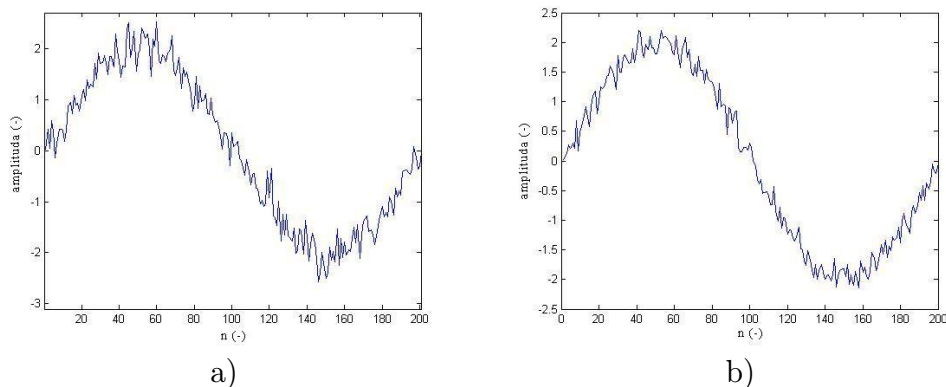
Konstanta q určuje s jakou rychlostí budou klesat váhy jednotlivých repetic. Volí se v rozmezí $(0, 1)$, čím více se tato hodnota blíží hodnotě 1, tím pomaleji jsou repetice zapomínány a naopak. Na obrázku 2.12 je znázorněno blokové schéma jednoho kumulačního kanálu pro metodu s exponenciálními vahami. Není na něm vidět už blok

$\frac{1}{M}$, který zajišťoval rovnoměrné rozložení vah po celé délce zpracovávaného signálu. V této metodě zajišťuje exponenciální klesání vah pro starší repetice blok q .

Na následujících rádcích je zdrojový text funkce pro kumulační metodu s exponenciálními vahami.

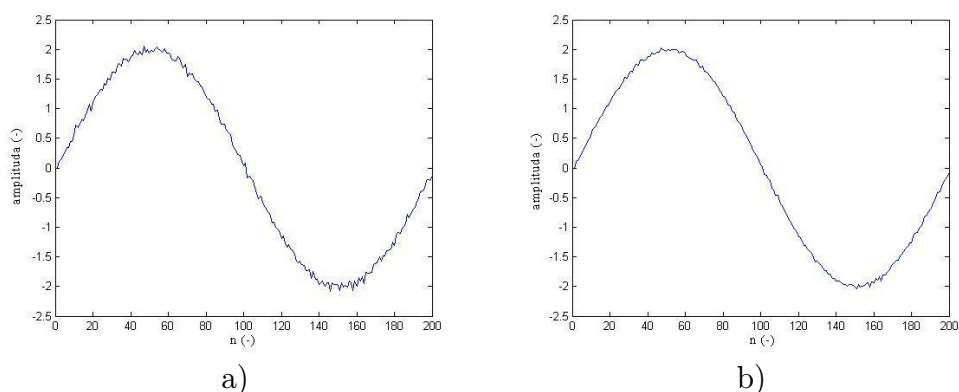
```
%Kumulace s exponencialnimi vahami
function [y] = ExponencialniVahy(x, fvz, q)
N=length(x);
y=sparse (1,fvz);
w=0;
p=0;
    while w<(N-1)
        p=p+1;
        for j=1:fvz
            w=w+1;
            y(j)=y(j)+(q^(p-1))*x(w);
        end
    end
    plot(y)
end
```

Metoda je řešena jednoduchým `While` cyklem, který se opakuje dokud nezpracuje všechny vzorky vstupního signálu. Proměnná b začíná na hodnotě počtu repetic ve vstupním signálu a s každou novou repeticí je dekrementována o jedničku, důvodem je počítání vah pro repetice. Pokud je mocněnec (q) číslo z intervalu $(0,1)$, potom platí čím je větší mocnitel (i), tím výsledek, tedy váha, klesá. A nejmenší váha připadá na nejstarší repetici, čili repetici, ke které je přistupováno jako první. Výsledky této metody zobrazují obrázky 2.13a), 2.13b), 2.14a) a 2.14b). Pro lepší



Obr. 2.13: a) Vstupní repetice, SNR=15dB, b) výstupní repetice, metoda exponenciálních vah, $q=0,50183$.

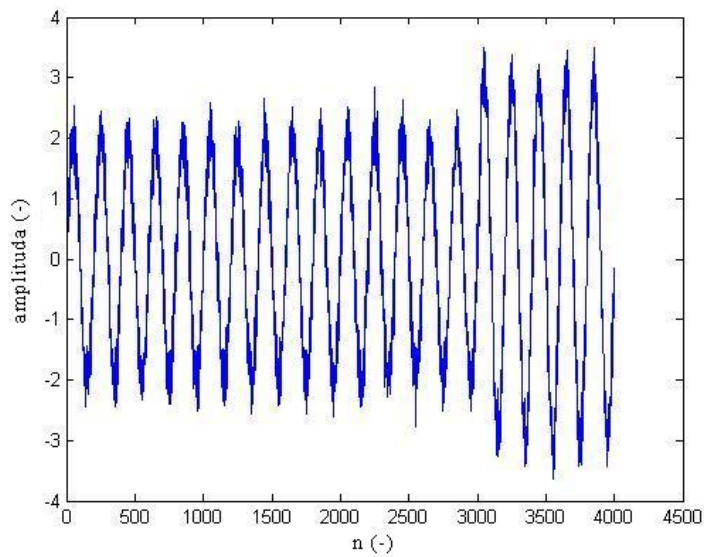
názornost je použit vstupní signál stejný jako u předchozích dvou metod, sinusový



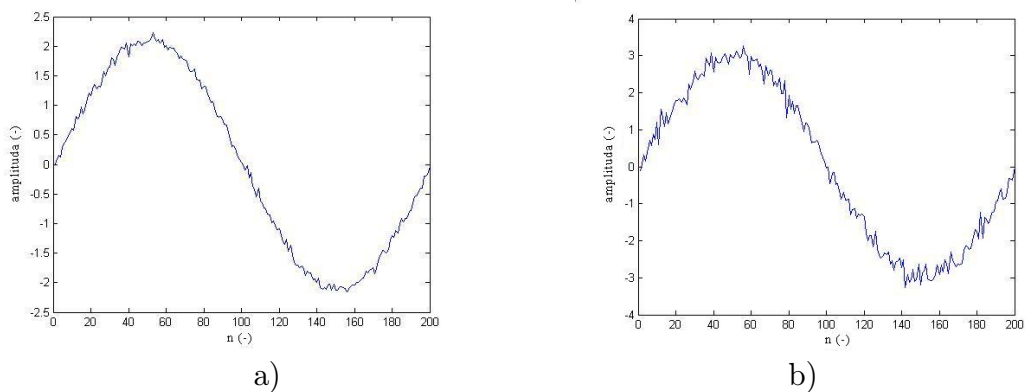
Obr. 2.14: a) Výstupní repetice, metoda exponenciálních vah, $q=0,94352$, b) výstupní repetice, metoda exponenciálních vah, $q=0,98671$.

signál s 500 repeticemi a $SNR = 15\text{dB}$ (obrázek 2.13a)). Je zřejmé, že pro $q \cong 0,5$ (obrázek 2.13b)) nedochází k výraznému zlepšení odstupu signálu od šumu, ale pro hodnoty $q \geq 0,9$ se poměr signálu od šumu rychle zvětšuje (obrázek 2.14a)) a (obrázek 2.14b)).

Podobně jako tomu bylo u předchozí metody s plovoucím oknem, je třeba zvolit kompromis mezi zlepšením kvality signálu a odezvou na skokovou změnu signálu. Čím větší bude q , tím větší budou mít staré repetice vliv na výstupní signál a naopak. Ukázka odezvy na skokovou změnu amplitudy vstupního signálu je vidět na obrázcích 2.16a) a 2.16b). Vstupní signál byl vytvořen o délce 20 repetic. Z čehož prvních 15 má amplitudu $U_m = 2$ a zbylých 5 má amplitudu $U_m = 3$ obrázek 2.15. Na obrázku 2.16a) je výstupní repetice zaznamenána po kumulaci celého vstupního signálu, váhový koeficient je $q = 0,90698$, zlepšení poměru signálu od šumu je zde výborné, ale amplituda signálu se zvětšila jen nepatrně nad hodnotu $U_m = 2$. Naproti tomu repetice na obrázku 2.16b) amplitudově téměř odpovídá posledním vzorkům vstupní repetice, zlepšení odstupu signálu od šumu už ale není tak výrazné.



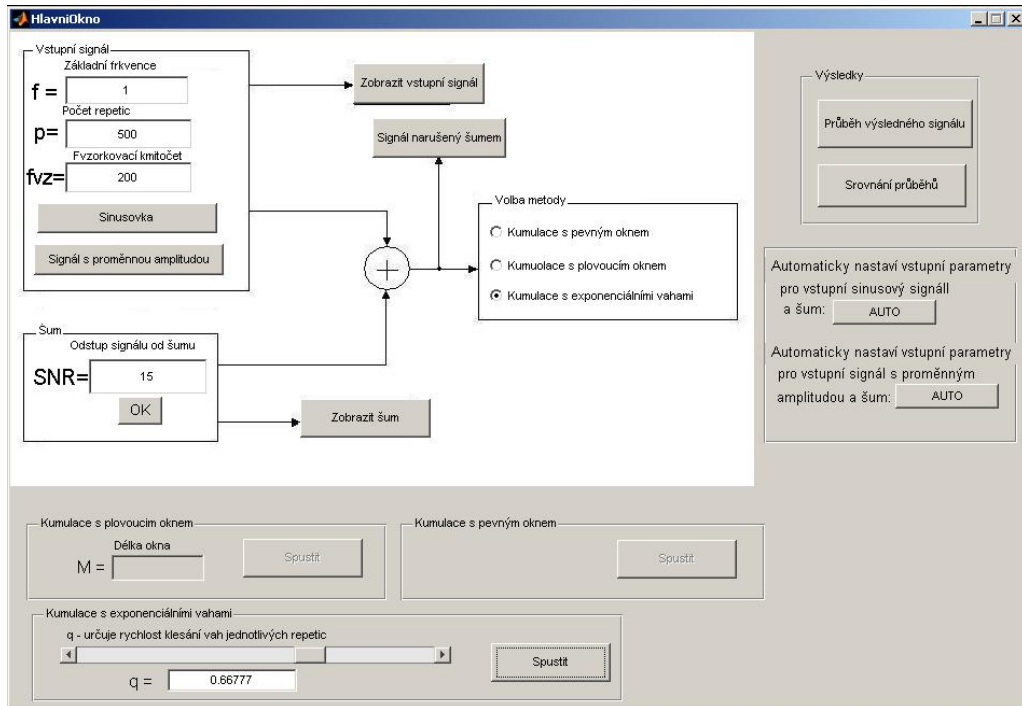
Obr. 2.15: Vstupní signál se skokovou změnou amplitudy.



Obr. 2.16: a) Reakce metody s exponenciálními vahami na skokovou změnu vstupního signálu, $q=0,90698$, b) reakce metody s exponenciálními vahami na skokovou změnu vstupního signálu, $q=0,3289$.

2.5 Vytvořený program

V hlavním okně obrázek 2.17 je několik panelů, ve kterých lze volit parametry vstupního signálu, šumu a jednotlivých kumulačních metod. Jeho hlavní částí je blokové schéma modelu. Obsahuje panel pro vytvoření vstupního signálu, panel pro vytvoření šumu a nakonec panel pro volbu kumulační metody. U vstupního signálu jsou volitelné tři hodnoty. Frekvence f je základní frekvencí signálu, počet repetice p a vzorkovací kmitočet f_{vz} . Amplituda je konstantní a její hodnota je $Um = 2$. Dále je možné zvolit typ signálu. Je to buď čistá sinusovka nebo sinusovka, která dvakrát



Obr. 2.17: Hlavní okno programu.

skokově změni svojí amplitudu. Poprvé z $U_m = 2$ na $U_m = 2,5$ a podruhé z $U_m = 2,5$ na $U_m = 1,7$. Šum je vytvářen v závislosti na vstupním signálu, proto je při jeho vytváření volitelná pouze jediná hodnota, kterou je SNR : (Signal to Noise Ratio) odstup signálu od šumu. Postupně jsou zpřístupněna tři tlačítka v blokovém schéma, každé z nich otevře okno pro graf, kterému přísluší.

Také je zpřístupněno pole pro výběr kumulační metody. Jednotlivé `radiobuttony` zpřístupňují nastavení k daným metodám. Potom, co je vybraná metoda spuštěna a vykonána, zpřístupní se tlačítka pro zobrazení výsledků. Horní tlačítko zobrazí pouze samotný průběh výstupního signálu a spodní tlačítko zobrazí, pro srovnání, pohromadě průběhy vstupního, zašuměného, a kumulovaného signálu. Tlačítky `AUTO` lze vytvořit vstupní signál i šum s doporučenými hodnotami. Prvním tlačítkem `AUTO` v řadě vytvoříme sinusový vstupní signál a tlačítkem druhým vstupní signál s proměnnou amplitudou. V případě volby automatického nastavení vstupních parametrů zbývá pouze vybrat a nastavit kumulační metodu.

3 DISKRÉTNÍ SYSTÉMY

Obecně diskrétní systém, neboli systém s diskrétním časem, lze definovat jako dynamický systém, který provádí jednoznačnou transformaci vstupního diskrétního signálu (posloupnosti) $x(n)$ na výstupní diskrétní signál (posloupnost) $y(n)$

$$y(n) = T\{x(n)\}, n \in \langle -\infty, \infty \rangle. [5] \quad (3.1)$$

V programu je použito pro popis diskrétních systémů následujících způsobů:

- rozložení pólů a nul systému,
- impulzní charakteristika systému,
- frekvenční charakteristika systému.

Tyto metody budou dále rozebrány podrobněji.

3.1 Rozložení pólů a nul systému

Operátorový přenos je dán poměrem dvou polynomů

$$F(z) = \frac{B_m(z)}{A_n(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0 z^0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0 z^0}. \quad (3.2)$$

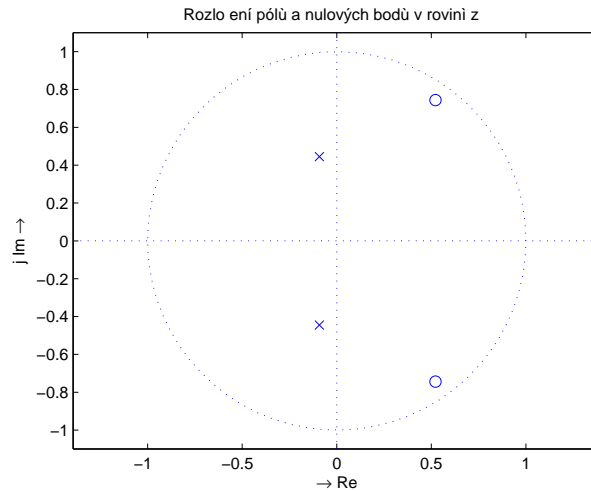
Každý polynom je jednoznačně určen svými kořeny a proto lze oba polynomy psát ve tvaru kořenových činitelů jako

$$F(z) = \frac{B_m(z)}{A_n(z)} = \frac{b_m \cdot (z - n_1)(z - n_2) \dots (z - n_m)}{a_n \cdot (z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_m)}. [2] \quad (3.3)$$

Potom n_1, n_2, \dots, n_m jsou nuly přenosu a p_1, p_2, \dots, p_m jsou póly přenosu. Póly a nuly můžeme zakreslit do jednotkové kružnice. Tato jednotková kružnice se nazývá rovina „ z “. Ukázka rozmístění nulových bodů a pólů v rovině „ z “ je na obrázku 3.1. Rovnice operátorového přenosu systému je

$$F(z) = \frac{0,46 - 0,48z^{-1} + 0,38z^{-2}}{0,76 - 0,14z^{-1} + 0,157z^{-2}}. \quad (3.4)$$

„Kolečka“ na obrázku představují nuly přenosu a „křížky“ představují póly. Oba póly i nuly jsou v tomto případě komplexně sdružená čísla.



Obr. 3.1: Rozložení pólů a nul v rovině „z“ - ukázka.

3.2 Impulzní charakteristika systému

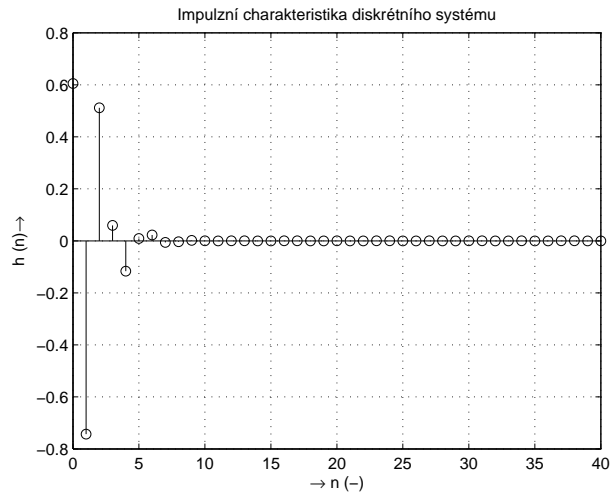
Impulzní charakteristika je odezva systému na jednotkový impuls. Na výstupu systému je posloupnost, která se označuje $g(k)$. Vztah mezi operátorovým přenosem $F(z)$ a jeho impulzní charakteristikou je

$$G(z) = \mathcal{Z}\{g(k)\} = F(z) \cdot U(z) = F(z). \tag{3.5}$$

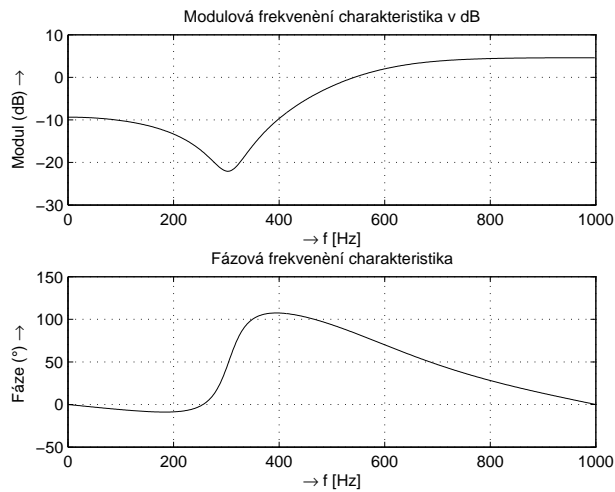
Poslední krok v rovnici je jasný, protože v případě impulzní charakteristiky je $U(z) = 1$. Obrázek 3.2 zobrazuje impulzní charakteristiku systému popsaného rovnicí operátorového přenosu 3.4.

3.3 Frekvenční charakteristika systému

Frekvenční charakteristika je grafickým vyjádřením frekvenčního přenosu. Frekvenční přenos je komplexní číslo, které má svoji amplitudu a fázi.[2] Při vykreslení frekvenční charakteristiky se tedy dělí na dvě části, amplitudovou frekvenční charakteristiku a fázovou frekvenční charakteristiku. Obě části frekvenční charakteristiky jsou na obrázku 3.3. Jedná se o stejný systém jako v předchozích dvou případech, popsaný rovnicí 3.4.



Obr. 3.2: Impulzní charakteristika systému - ukázka.



Obr. 3.3: Frekvenční charakteristika systému - ukázka.

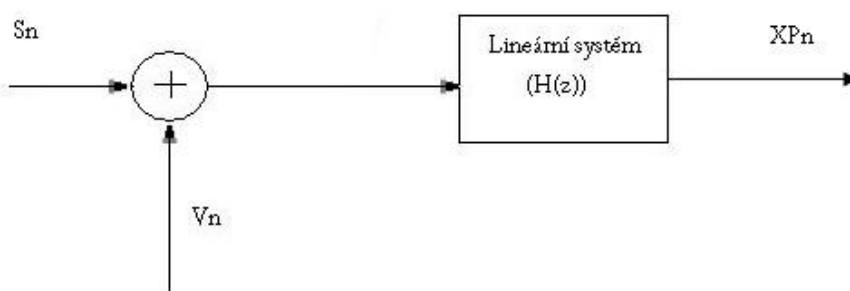
3.4 Stabilita

Stabilitu chápeme jako tendenci systému reagovat přiměřeně na trvající podnět a po jeho zániku se vracet do výchozí polohy. Ve zpracovaném programu je v některých místech třeba určit, zda navrhovaný systém vychází stabilní nebo ne. Kritériem je určení polohy pólu přenosu. Lineární diskrétní systém (jehož obrazový přenos je racionální lomená funkce) je stabilní tehdy, když všechny póly p_i jeho obrazového přenosu leží uvnitř jednotkové kružnice, $|p_i| < 1, \forall i$. [1]

3.5 Model Zkreslení

Popisuje zkreslující systém a další faktory, které působí na vstupní signál. Ve zpracovaném programu se jedná o zkreslení časově invariantním systémem a rušení aditivním šumem. S tím, že je možné zvolit zda bude signál zasažen šumem již před zkreslením lineárním systémem, tudíž bude i šum pozměněn vlastnostmi lineárního systému. Tento způsob naznačuje blokové schéma na obrázku 3.4 a pro diskrétní systém je popsán následující rovnicí

$$x_n = \sum_{i=0}^{\infty} h_i \cdot s_{n-i} + \sum_{i=0}^{\infty} h_i \cdot v_{n-i}. \quad (3.6)$$

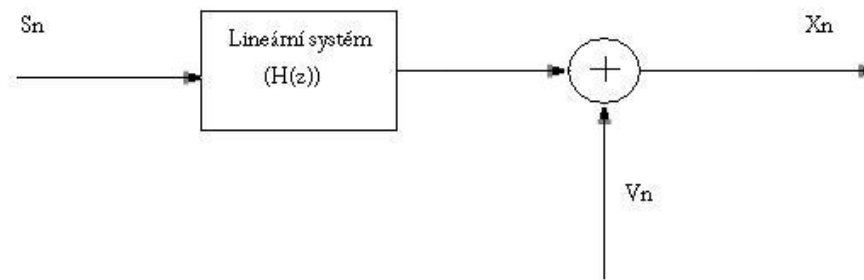


Obr. 3.4: Model zkreslení - lineární zkreslení signálu a následné zasažení šumem.

Nebo bude signál šumem zasažen až po zkreslení signálu lineárním systémem. Tomuto způsobu odpovídá blokové schéma na obrázku 3.5 a je popsán rovnicí

$$xp_n = \sum_{i=0}^{\infty} h_i \cdot s_{n-i} + v_n. \quad (3.7)$$

Pokud převažuje vliv lineárního zkreslení, bývá úloha restaurace nazývána **dekonvolucí**, jestliže naopak převažuje vliv šumu, jde o úlohu **zlepšení poměru signálu k šumu**. [1] Dekonvoluce a zlepšení poměru signálu k šumu se neslučují. Proto, pokud je signál lineárně zkreslen a zároveň zasažen aditivním šumem, je většinou potřeba zvolit určitý kompromis.



Obr. 3.5: Model zkreslení - signál je zasažen šumem a následně zkreslen lineárním systémem.

Aby bylo možné zkreslený signál obnovit je třeba znát určité charakteristiky zkreslujícího systému. V praxi se často tyto charakteristiky zjišťují pomocí měření. Například reakce na jednotkový impulz nebo harmonický signál o různých frekvencích.

4 INVERZNÍ FILTRACE

4.1 Prostá dekonvoluce

Při dekonvoluci je snaha o nápravu změn, které vznikly průchodem signálu zkreslujícím systémem. Pokud zkreslující systém má nuly i póly uvnitř jednotkové kružnice, je vhodné pro nápravu změn použít prostý inverzní filtr. Jehož přenosová funkce $M_z(z)$, je převrácenou hodnotou přenosové funkce zkreslujícího systému $H(z)$. Platí tedy

$$M_z(z) = \frac{1}{H(z)}. \quad (4.1)$$

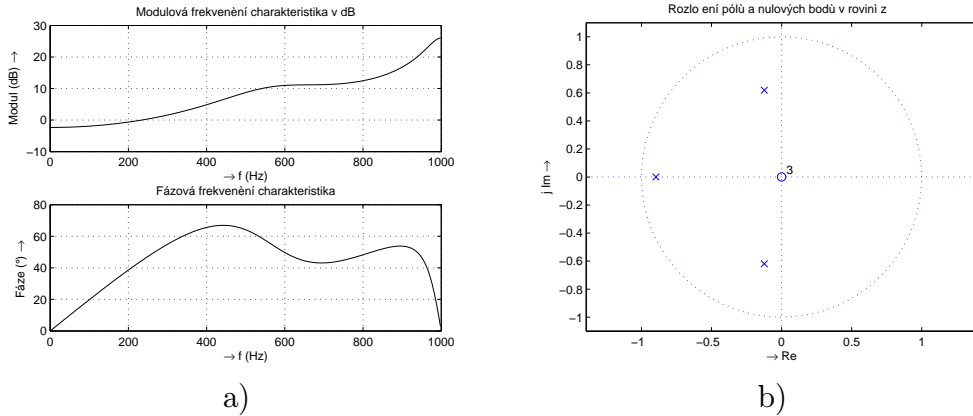
Podobně to platí i pro frekvenční charakteristiku, můžeme říci, že frekvence, které zkreslující systém omezil, inverzní filtr zesílí a naopak. Rovnice pro výpočet frekvenční charakteristiky je

$$M(\omega) = \frac{1}{G(\omega)}. \quad (4.2)$$

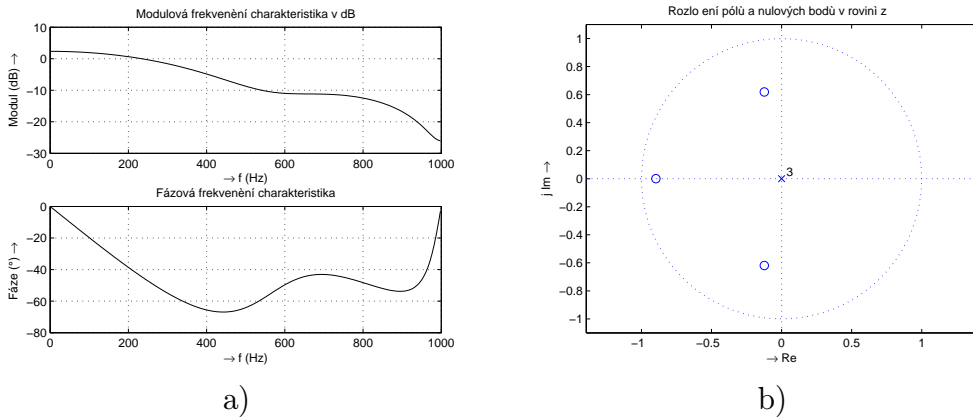
Následující příklad ukazuje návrh inverzního filtru i s ukázkami rekonstrukce zkresleného signálu. Komplexní frekvenční charakteristika i s rozložením pólů a nul v rovině „ z “ zkreslujícího systému je na obrázku 4.1. Ty stejné charakteristiky inverzního filtru jsou na obrázku 4.2. Můžeme si všimnout, že při zobrazení v rovině „ z “ se u inverzního filtru zaměnily nuly a póly oproti zkreslujícímu systému, ale rozmístění zůstává stejné. Přenosová funkce zkreslujícího systému na obrázku 4.1 je

$$H(z) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{\infty} a_i z^{-i}} = \frac{1}{0,42 + 0,48z^{-1} + 0,26z^{-2} + 0,15z^{-3}}. \quad (4.3)$$

Póly zkreslujícího systému leží uvnitř jednotkové kružnice, to znamená, že kritérium pro určení stability je splněno. Jedná se o rekurzivní systém 4. řádu. Vzhledem k tomu, že nuly zkreslujícího systému leží také uvnitř jednotkové kružnice, je jasné, že



Obr. 4.1: a) Komplexní frekvenční charakteristika zkreslujícího systému, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ zkreslujícího systému.



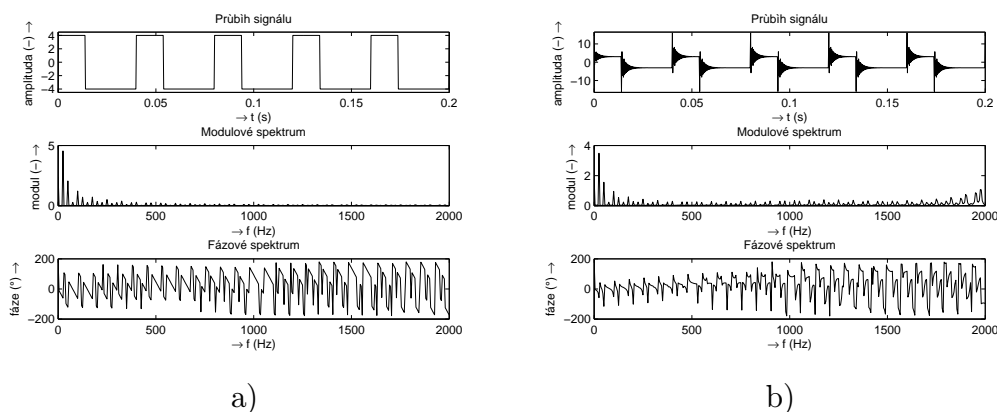
Obr. 4.2: a) Komplexní frekvenční charakteristika inverzního filtru, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ inverzního filtru.

navrhovaný inverzní filtr bude vycházet také stabilní. Přenosová funkce inverzního filtru, jehož charakteristiky jsou zobrazeny na obrázku 4.2 je tedy popsána rovnicí

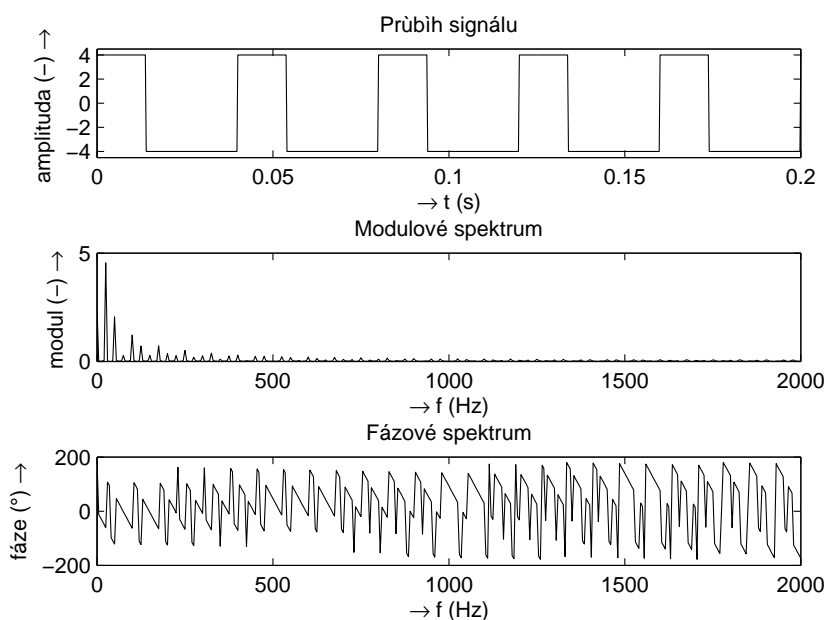
$$M_z(z) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i z^{-i} = 0,42 + 0,48z^{-1} + 0,26z^{-2} + 0,15z^{-3}. \quad (4.4)$$

Na obrázku 4.3 jsou zobrazeny dva průběhy signálů a jejich modulové a fázové spektra. První je vstupní signál, druhý je signál zkreslený systémem popsaným výše. Na obrázku 4.4 je signál restaurovaný inverzním filtrem. Je vidět, že signál byl perfektně rekonstruován, i když zkreslení bylo velmi výrazné a obtížného charakteru.

Je tedy patrné, že pokud neuvažujeme vliv šumu ve zkreslujícím systému, je možné dosáhnout toho, že vstupní signál odpovídá restaurovanému.



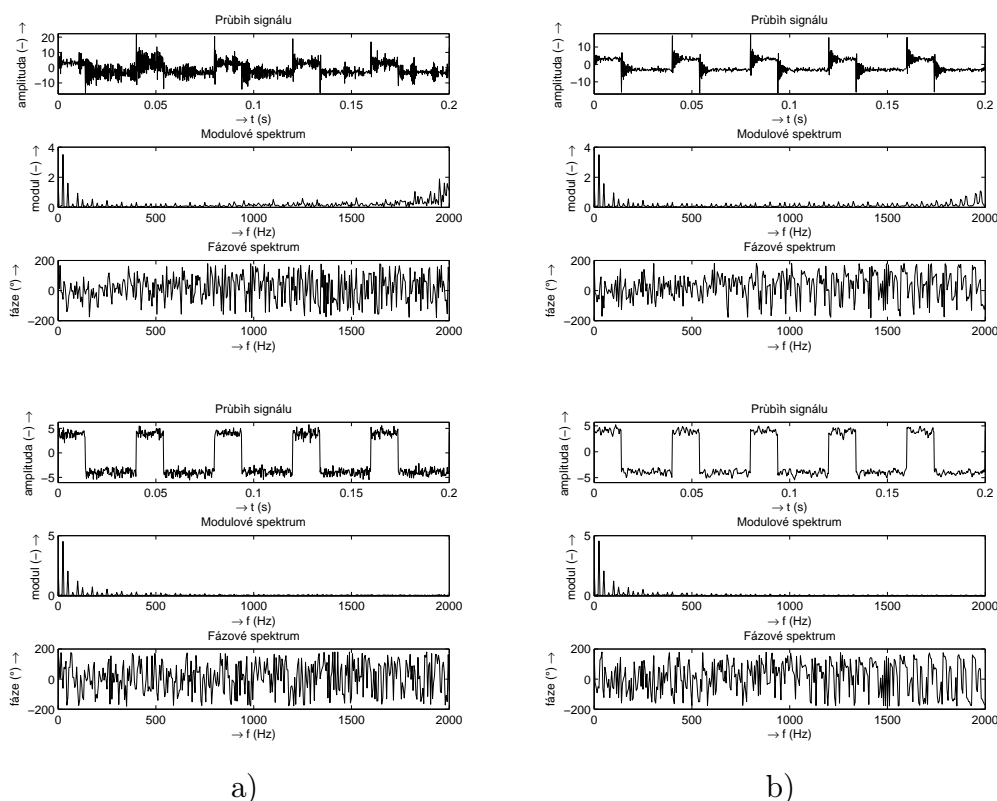
Obr. 4.3: a) Vstupní signál a jeho modulové a fázové spektrum, b) zkreslený signál a jeho modulové a fázové spektrum.



Obr. 4.4: Zrekonstruovaný signál a jeho modulové a fázové spektrum.

Pokud je však signál ve zkreslujícím systému zasažen šumem, inverzní filtr již není schopen kompenzovat i tento šum. Odstup signálu od šumu zůstává buď nezměněn, nebo se jeho hodnota ještě zmenší. Příklad se zkreslujícím systémem a šumem naznačuje obrázek 4.5. Jedná se o stejný signál, zkreslující systém i inverzní filtr jako v předchozím příkladu. Vzhledem k tomu, že se jedná o stejný vstupní signál není proto znovu zobrazen. V obou případech na obrázku 4.5 si můžeme všimnout rozdílů mezi jednotlivými signály. A to jak u zkresleného signálu tak u signálu re-

staurovaného. Jde hlavně o to, že v případě, kdy je signál zasažen šumem ještě před průchodem zkreslujícím systémem (obrázek 4.5 a)), je šum také ovlivněn tímto zkreslujícím systémem. Při dekonvoluci jsou ale zrestaurovány i složky šumu. V případě, kdy je signál šumem zasažen až po průchodu zkreslujícím signálem (obrázek 4.5b)) má na složky šumu vliv pouze inverzní filtr. Rozdíl je na obrázku 4.5 jasně viditelný. Vyšší frekvenční složky šumu jsou potlačeny inverzním filtrem. Vyplyvá to i z komplexní frekvenční charakteristiky inverzního filtru (obrázek 4.2).

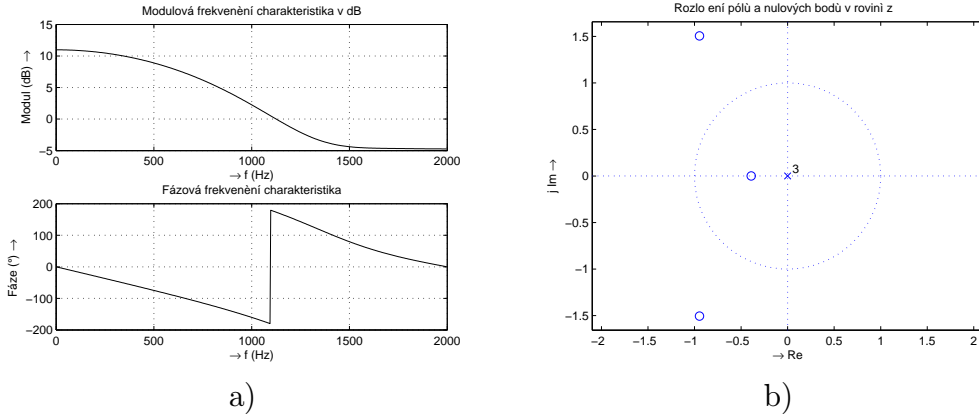


Obr. 4.5: a) Nahoře signál, který byl zasažen šumem a následně zkreslen společně s modulovým a fázovým spektrem, pod ním rekonstrukce tohoto signálu společně s modulovým a fázovým spektrem, b) nahoře signál, který byl zkreslen a potom až zasažen šumem společně s modulovým a fázovým spektrem, pod ním rekonstrukce tohoto signálu společně s modulovým a fázovým spektrem.

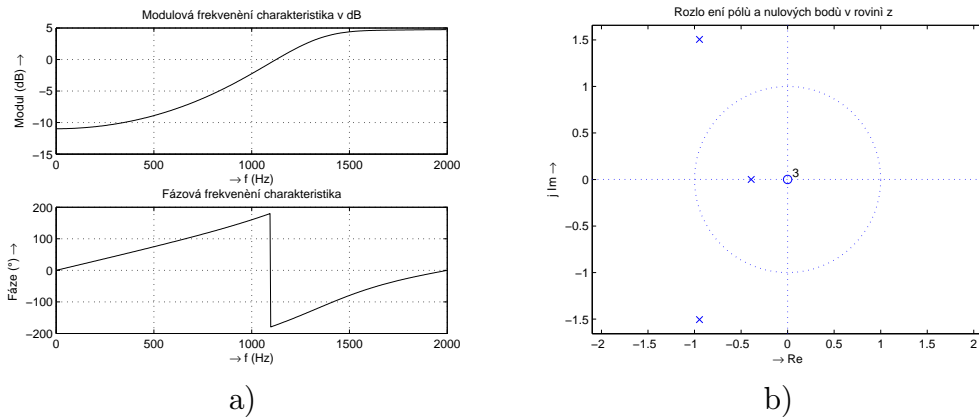
4.2 Aproximativní návrh

Speciální případ nastává, pokud nulové body přenosu zkreslujícího systému leží vně jednotkové kružnice. To znamená, že zkreslující systém bude mít neminimální fázi.[1] Navrhovaný inverzní filtr bude nestabilní, protože póly přenosu inverzního filtru

budou ležet vně jednotkové kružnice. Na obrázku 4.6 je frekvenční charakteristika a rozložení pólů a nul v rovině „z“ zkreslujícího systému s neminimální fází. Na obrázku 4.7 potom charakteristiky prostého inverzního filtru. Přenosová funkce



Obr. 4.6: a) Komplexní frekvenční charakteristika zkreslujícího systému, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ zkreslujícího systému.

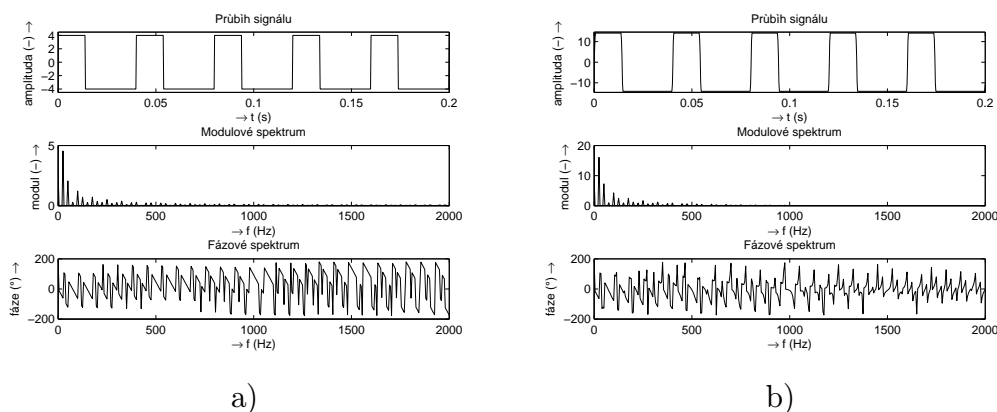


Obr. 4.7: a) Komplexní frekvenční charakteristika inverzního filtru, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ inverzního filtru.

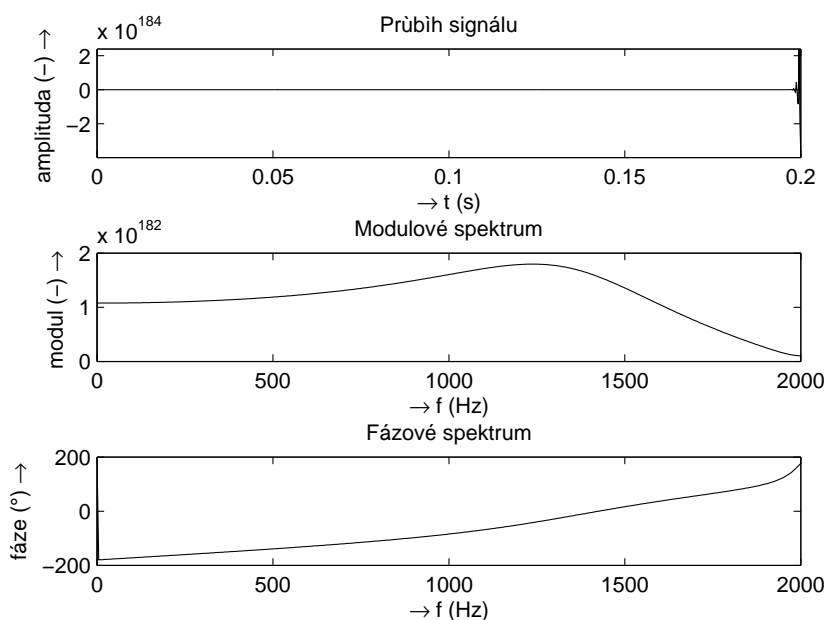
tohoto zkreslujícího systému je popsána rovnicí

$$H(z) = \frac{0,42 + 0,96z^{-1} + 1,64z^{-2} + 0,52z^{-3}}{1}. \quad (4.5)$$

Na obrázku 4.8 je vlevo zobrazen vstupní signál a vpravo signál po průchodu zkreslujícím systémem. Na obrázku 4.9 je zobrazen signál po průchodu prostým inverzním filtrem. Je vidět, že nestabilita inverzního filtru způsobila rozkmitání signálu. Amplituda v čase $t = 0,2\text{s}$ dosahuje hodnoty až $U_m = 2 \cdot 10^{184}$.



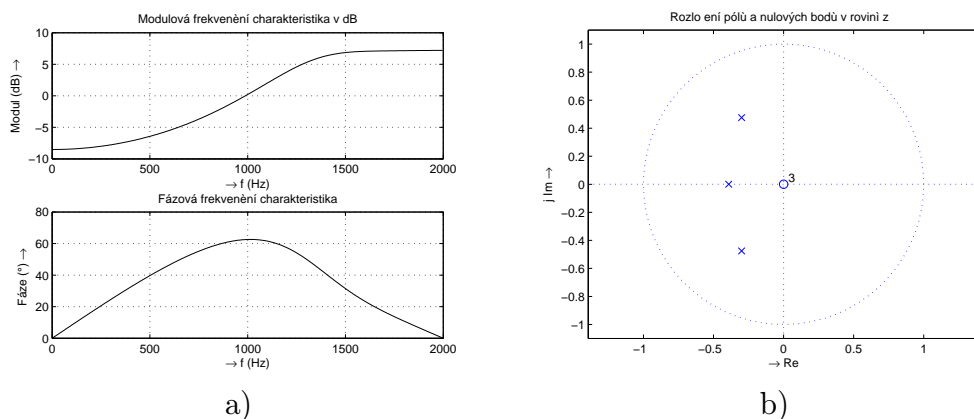
Obr. 4.8: a) Vstupní signál a jeho modulové a fázové spektrum, b) zkreslený signál a jeho modulové a fázové spektrum.



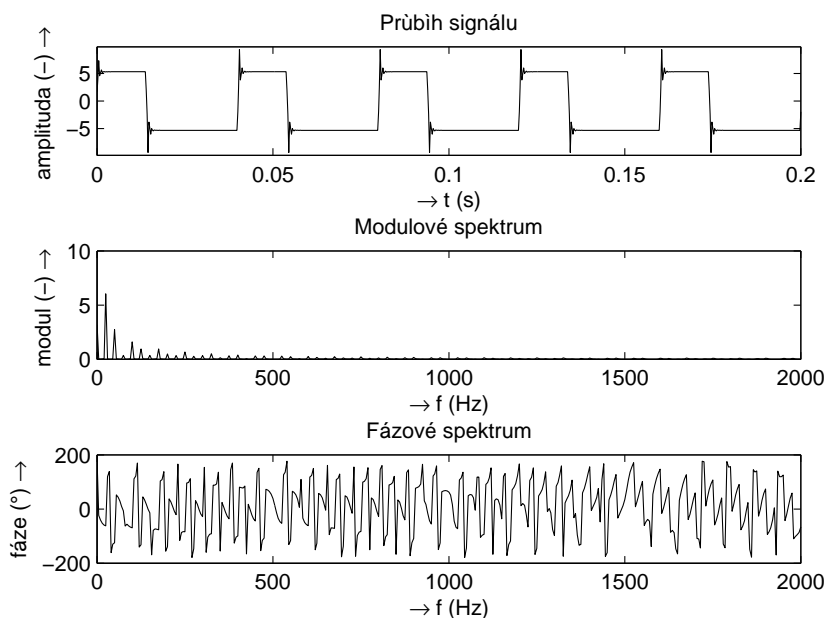
Obr. 4.9: Rozkmitaný signál a jeho modulové a fázové spektrum, po průchodu nestabilním filtrem.

Přesný inverzní filtr, který splňuje podmínku stability, k tomuto zkreslujícímu systému, nelze navrhnout. Můžeme však póly p_i inverzního filtru, které leží vně jednotkové kružnice aproximovat na pozici $\frac{1}{p_i}$, to znamená dovnitř jednotkové kružnice. Tak zůstane amplitudová frekvenční charakteristika zachována a výsledný frekvenční přenos v kaskádě zkreslení - restaurace bude, jak požadováno, rovnoměrný; dojde však ke změně fázové charakteristiky a s tím k souvisejícímu fázovému zkreslení restaurovaného signálu vůči originálu.[1] Komplexní frekvenční charakteristiku a

zobrazení nul a pólů aproximativního inverzního filtru naznačuje obrázek 4.10. A na obrázku 4.11 je průběh rekonstruovaného signálu, tímto aproximativním filtrem. Z modulového spektra rekonstruovaného signálu na obrázku 4.11 je patrné, že v této oblasti byl signál správně rekonstruován, ale ve fázovém spektru rekonstruovaného signálu jsou oproti vstupnímu signálu odchylky. To však při rekonstrukci akustického signálu nevádí, protože lidský sluch není schopen rozeznat fázové rozdíly signálu.



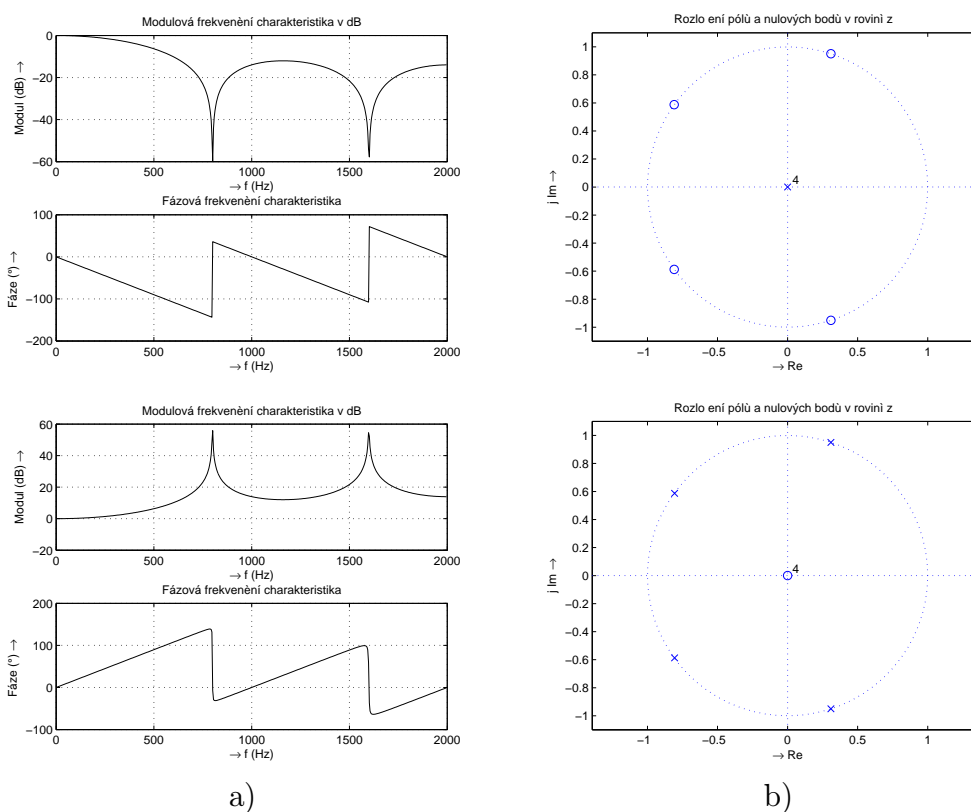
Obr. 4.10: a) Komplexní frekvenční charakteristika aproximativního filtru, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ aproximativního filtru.



Obr. 4.11: Rekonstruovaný signál a jeho modulové a fázové spektrum.

4.3 Pseudoinverze

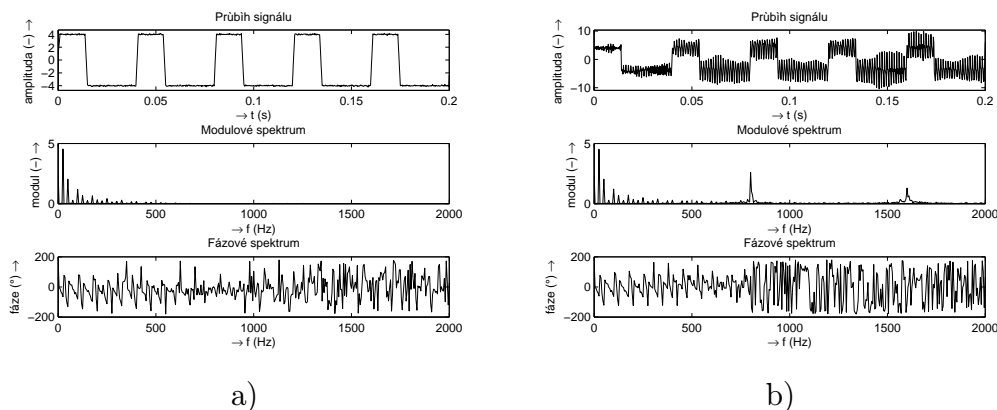
Další případ, kdy nelze vytvořit přesný inverzní filtr, je tehdy pokud nulové body zkreslujícího filtru leží přesně na jednotkové kružnici. Některé frekvenční složky signálu jsou v tomto případě úplně potlačeny a nelze je obnovit. V těchto případech nastává problém i tehdy, je-li signál zasažen šumem. Inverzní filtr se snaží kompenzovat frekvenční složky, které byly zkreslujícím systémem zcela potlačeny. To má za následek vznik úzkopásmového šumu, právě na těchto frekvencích, který signál velmi znehodnotí, nebo jej zcela překryje. Ukázka takového nevhodného inverzního filtru je na obrázku 4.12, nahoře je komplexní frekvenční charakteristika zkreslujícího systému a rozložení nul a pólů v rovině „z“ a dole stejné charakteristiky inverzního filtru.



Obr. 4.12: a) Nahoře komplexní frekvenční charakteristika zkreslujícího systému, dole komplexní frekvenční charakteristika inverzního filtru, b) nahoře rozložení nul a pólů v rovině „z“ zkreslujícího systému a dole rozložení nul a pólů v rovině „z“ inverzního filtru .

Na obrázku 4.13a) je ukázka signálu zkresleného tímto zkreslujícím systémem, jedná se o průměrování posledních 5 vzorků signálu, a zasaženého šumem. Odstup

signálu od šumu je $\text{SNR} = 30\text{dB}$, šum je tedy pouze nepatrný a zkraslení signálu spočívá v menší strmosti hran. Na obrázku 4.13b) je ukázka rekonstrukce prostým inverzním filtrem. Je zřetelné, že úzkopásmový šum signál velice znehodnotil.



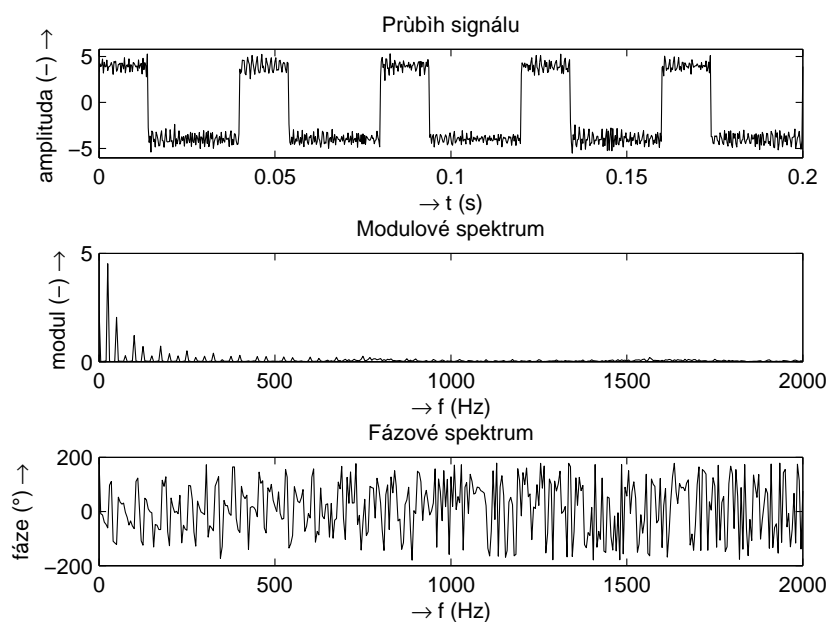
Obr. 4.13: a) Zkreslený signál jeho modulové a fázové spektrum, b) rekonstruovaný signál a jeho modulové a fázové spektrum, zasažený úzkopásmovým šumem.

V takovýchto případech je vhodné omezit extrémní hodnoty frekvenční charakteristiky inverzního filtru. Jedná se o určitý kompromis mezi rekonstrukcí signálu a zesílení úzkopásmového šumu, takto navržený filtr se nazývá *pseudoinverzní filtr*. Metoda spočívá v nahrazení velkých absolutních hodnot ve frekvenční modulové charakteristice inverzního filtru vhodně zvolenou reálnou konstantou E . Výhodou této metody je, že je omezena pouze amplituda daných složek, jejich frekvence zůstává zachována.[1] Matematicky je tento způsob popsán rovnicí

$$M(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{G(\omega)}, & |1/G(\omega)| < E \\ E \cdot \exp(j \arg \frac{1}{G(\omega)}), & |1/G(\omega)| \geq E \end{cases} \quad (4.6)$$

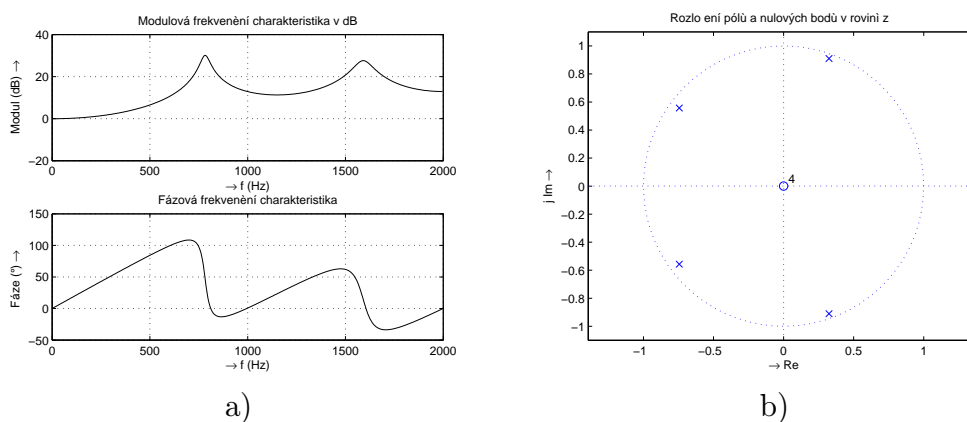
Ukázka rekonstrukce zkresleného signálu z obrázku 4.13a), pseudoinverzním filtrem, který má konstantu $E = 25$ je na obrázku 4.14. Podíl šumu je značně lepší než při použití prostého inverzního filtru a strmost hran se také výrazně zlepšila. Takové filtry se osvědčily zejména při restauraci obrazů, kde velmi záleží na zachování fázové informace.[1]

Komplexní frekvenční charakteristika pseudoinverzního filtru a rozložení nul a pólů v rovině „ z “ je na obrázku 4.15. Můžeme si všimnout, že maximum v modulové frekvenční charakteristice neodpovídá zvolené konstantě E . Je to z důvodu nízkého



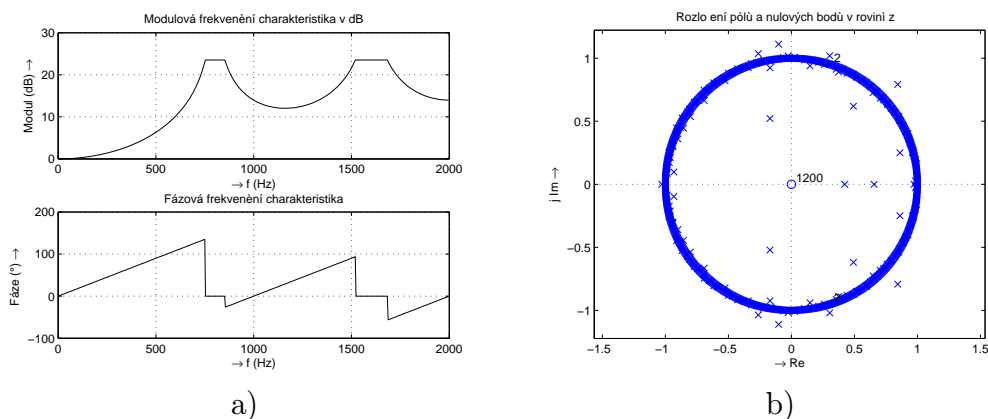
Obr. 4.14: Rekonstruovaný signál a jeho modulové a fázové spektrum, pseudoinverzní filtr.

řádu filtru, který je v tomto daném příkladě $m = 4$. Funkce `invfreqz`, která je implementována v MATLABU, vrací hodnoty čitatele a jmenovatele přenosové funkce ze zadané frekvenční charakteristiky. Ve vytvořeném programu, je tedy upravena frekvenční charakteristika inverzního filtru podle zvolené konstanty E , ale z důvodů nízkého řádu filtru není možné tak pružně reagovat na změny frekvenční charakteristiky a maximální hodnota modulové frekvenční charakteristiky je o něco vyšší než je zvolená konstanta E . Samozřejmě se nabízí možnost zvýšit řád filtru. Komplexní



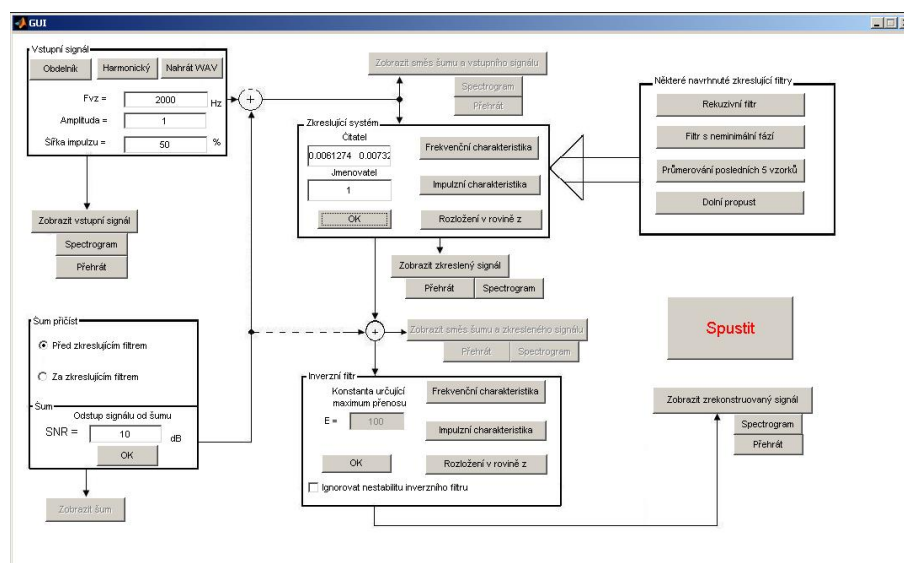
Obr. 4.15: a) Komplexní frekvenční charakteristika pseudoinverzního filtru, b) rozložení nul a pólů v rovině „ z “ pseudoinverzního filtru.

frekvenční charakteristika a rozložení pólů a nul v rovině „z“ pseudoinverzního filtru s řádem 300-krát větším než v předchozím případě je na obrázku 4.16. Ve frekvenční charakteristice se podařilo dosáhnout požadovaných hodnot ale vyšší řád filtru zavinil nestabilitu tohoto filtru. Je to zřejmé z jeho charakteristiky rozložení nul a pólů v rovině „z“, kde některé póly jsou umístěny vně jednotkové kružnice. Rekonstrukcí takovýmto filtrem nelze dosáhnout požadovaného výsledku.



Obr. 4.16: a) Komplexní frekvenční charakteristika pseudoinverzního filtru s vysokým řádem, b) rozložení nul a pólů v rovině „z“ pseudoinverzního filtru s vysokým řádem.

4.4 Vytvořený program



Obr. 4.17: Hlavní okno programu - inverzní filtrace.

Hlavní okno programu je zobrazeno na obrázku 4.17. Je na něm několik bloků, které dohromady tvoří obvod pro testování restaurace zkreslených signálů pomocí inverzní filtrace. Blok vlevo nahoře slouží k vybrání vstupního signálu. Je možné volit několik parametrů a to třeba vzorkovací kmitočet $F_v z$, amplitudu a šířku impulsu, šířka impulsu je brána v úvahu pouze při zvolení obdélníkového signálu. Ani jedna z proměnných však není brána v úvahu pokud bude zvolen jako vstupní signál zvukový soubor WAV. Blok vlevo dole slouží k vytvoření šumu. Můžeme si zvolit intenzitu šumu a místo kde bude signál šumem zasažen. Šipky naznačují, že můžeme šum přičíst přímo ke vstupnímu signálu nebo k signálu, který již prošel zkreslujícím filtrem.

V dalším bloku s názvem *Zkreslující systém* se nastavují parametry zkreslujícího systému zadáním koeficientů čitatele a jmenovatele přenosové funkce. Aktuální nastavení je možné si prohlédnout pomocí tří charakteristik. Diskrétní impulsní charakteristika, komplexní frekvenční charakteristika a rozložení nul a pólů v rovině „z“. Stejně charakteristiky si je možné prohlédnout i bloku *Inverzní filtr*. Blok vpravo nahoře obsahuje 5 tlačítek. Pod každým je jiné nastavení zkreslujícího filtru. Po stisknutí OK proběhne zkreslení signálu a následně program sám vybere nejvhodnější metodu na restauraci. Například pokud je zkreslující systém filtr s neminimální fází, to znamená, že póly inverzního filtru by ležely vně jednotkové kružnice a filtr by byl nestabilní, program sám vybere aproximativní návrh. U inverzního filtru lze tedy nastavit pouze hodnotu konstanty E, jako maximální přenos amplitudové frekvenční charakteristiky, při návrhu pseudoinverzního filtru. Samozřejmostí je zobrazení signálu, amplitudového a fázového spektra signálu mezi jednotlivými kroky. V případě, že se jedná o zvukový soubor WAV jsou aktivní i tlačítka pro zobrazení spektrogramu a pro přehrání signálu.

5 ZÁVĚR

Cílem bakalářské práce bylo nastudování základních metod pro potlačování šumu a restauraci zkresleného signálu. V druhé kapitole jsou nastudovány kumulační metody, pro snížení odstupu signálu od šumu. Kumulační metody se však projevily jako nevhodné pro zpracování obecného signálu, jen těžko se v něm dá najít více repetice, které by se do kumulace daly použít. Pokud je však očekáván signál, který se bude po nějaké době víckrát opakovat je použití kumulačních metod vhodné. Zpracování není nijak zvláště složité a pokud jsou dodržena daná pravidla, výsledky těchto metod jsou dostačující. Co se týče výběru jednotlivých kumulačních metod, záleží na požadovaném výsledku. Pokud je jako výsledek požadována pouze jediná repetice, je více než vhodné použít metodu s pevným oknem. Zpracování této metody je velmi jednoduché a výpočetní náročnost je nejnižší z probraných metod. Pokud je ale potřeba signál sledovat průběžně v reálném čase je vhodnější použít metodu s plovoucím oknem nebo metodu s exponenciálními vahami. Výsledky těchto metod jsou velmi podobné proto není možné určit která je lepší nebo horší. Hodně záleží na charakteru vstupního signálu.

Čtvrtá kapitola je věnována restauraci zkresleného signálu pomocí inverzní filtrace. Tyto metody jsou založené na návrhu rekonstrukčního filtru na základě známých vlastností zkreslujícího systému. Není tudíž závislá na druhu signálu jak tomu bylo u kumulačních metod a bez problémů lze použít i pro akustické signály. Každá ze tří metod pro návrh rekonstrukčního filtru je zaměřena na jinou charakteristiku zkreslujícího systému. Metody se tak navzájem doplňují. Pokud charakteristika zkreslujícího systému dovoluje použít prostý inverzní filtr, jedná se o velmi vhodnou metodu návrhu. Filtr navrhnutý touto metodou zachová jak amplitudovou tak i fázovou část signálu. Naproti tomu aproximativní návrh filtru zachová pouze amplitudovou část signálu ale dojde k fázovému zkreslení, to u akustických signálů není na obtíž. A návrh pomocí pseudoinverze naopak omezuje amplitudovou část signálu v extrémních hodnotách, ale fázová informace zůstává zachována.

LITERATURA

- [1] JAN, Jiří: Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů. 2. upr. vyd. Brno, Antonínská 1 : Vutium, 2002. 427 s. ISBN 80-214-1558-4.
- [2] JURA, P., POLANSKÝ, M.: Signály a systémy, Část3: Diskrétní signály a diskrétní systémy. Skripta. VUT FEKT, Brno.
- [3] PTÁČEK, Ladislav: Digitalizace zvuku. Muzikus. 2008, roč. 18, číslo: 11, s. 44-58.
- [4] SOVKA, P., POLLÁK, P.: Vybrané metody číslicového zpracování signálů. Skripta. ČVUT Fakulta elektrotechnická, Praha 2003.
- [5] ŠEBESTA, V., SMÉKAL, Z.: Signály a soustavy. Skripta. VUT FEKT, Brno.
- [6] ŠEBESTA, Vladimír: Systémy, procesy a signály 1. Skripta. VUT FEKT, Brno 1997
- [7] Ústav pro jazyk český AV ČR: Pravidla českého pravopisu. Rozšířené vydání. Praha: Fortuna, 2002.
- [8] VÍCH, R., SMÉKAL, Z.: Číslicové filtry. Academia, Praha 2000. ISBN 80-200-0761-X.
- [9] ZAPLATÍLEK, K., DOŇAR, B.: Matlab : tvorba uživatelských aplikací. 1. vyd. Praha : BEN, 2008. 216 s. ISBN 978-80-7300-133-9.
- [10] ZAPLATÍLEK, K., DOŇAR, B.: MatLab : začínáme se signály. 1. vyd. Praha : BEN, 2006. 272 s. ISBN 80-7300-200-0.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

- A/D převod z analogového signálu na digitální – Analog to Digital
- E určuje maximální přenos modulové frekvenční charakteristiky systému
- f frekvence signálu
- f_{vz} vzorkovací kmitočet
- $G(\omega)$ frekvenční charakteristika zkreslujícího systému
- h počet vzorků v jedné repetici
- $H(z)$ přenosová funkce zkreslujícího systému
- M délka okna, je určena počtem repetic
- MP3 komprimovaný zvukový formát souboru – MPEG-1 Layer 3
- $M(\omega)$ frekvenční charakteristika inverzního filtru
- $M_z(z)$ přenosová funkce inverzního filtru
- p počet repetic ve vstupním signálu
- q určuje rychlost klesání vah starších repetic u kumulační metody s exponenciálními vahami
- SNR odstup signálu od šumu – Signal to Noise Ratio
- t_{vz} vzorkovací perioda
- U_m amplituda signálu
- WAV nekomprimovaný zvukový formát souboru – Waveform Audio Format