Univerzita Palackého v Olomouci

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Obor: Matematika se zaměřením na vzdělání a Historie se zaměřením na vzdělání

Život a dílo Gasparda Mongea

Bakalářská práce

Vypracovala: Nikol Rusnoková

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.

2020

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně a použila jen uvedenou literaturu a zdroje.

V Olomouci dne 19. 5. 2020 …………………………………….

Poděkování

Ráda bych poděkovala své vedoucí bakalářské práce Mgr. Jitce Hodaňové, Ph.D. za odborné vedení práce, věcné připomínky, cenné rady a vstřícnost při konzultacích a vypracování mé práce.

Obsah

Úvod

Bakalářská práce se zabývá životem a dílem Gasparda Mongea, jedné z nejvýraznějších osobností matematiky a geometrie vůbec. Gaspard Monge žil na přelomu 18. a 19. století ve Francii, v době prudkých politických a historických změn. Byl to vážený učitel, profesor a vědec, přítel Napoleona Bonaparta. Do všeho, čím se zabýval, přinášel objevná vylepšení a svým pohledem matematika i hledáním souvislostí zasáhl do mnoha oborů. O tom, jak ceněnou a význačnou osobností byl, svědčí například skutečnost, že v jeho rodném městě Beaune je od roku 1849 umístěna jeho socha, Mongeovo jméno je uvedeno na jihovýchodní straně Eiffelovy věže mezi jmény 72 význačných osobností francouzské historie, v roce 1998 byla vydána stříbrná pamětní mince v hodnotě 100 franků s jeho jménem, nebo to, že jeho jméno nese například kráter na Měsíci, asteroid, loď francouzského námořnictva, či ulice nebo náměstí ve francouzských městech.

Gaspard Monge je považován především za zakladatele deskriptivní geometrie, ale jeho přesah do různých dalších oborů je mnohem větší. Byl vynikajícím chemikem a jeho matematické a prostorové vnímání skutečnosti přineslo nová řešení také do fyziky, mechaniky, ale například také do vojenských strategií.

Cílem mé bakalářské práce bylo přiblížit fascinující mnohostrannou osobnost Gasparda Mongea a jeho dílo.

Moje práce je rozdělena do čtyř kapitol. V první části se zabývám životem Gasparda Mongea a jeho životními osudy. Již od raného mládí se díky svému talentu a práci dostal na místa, která by pro něj jinak byla jako pro chlapce z chudé rodiny nedostupná. Popisuji jeho působení ve škole v Mézières a později ve významné pařížské škole École polytechnique, jejímž byl spoluzakladatelem. V první kapitole také popisuji Mongeovo setkání s Napoleonem Bonapartem, které později výrazně ovlivnilo jeho další osudy.

Ve druhé kapitole se zaměřuji na díla, která Gaspard Monge napsal. Blíže popisuji, do jakých dalších oborů zasáhl a proč se jimi zabýval. Jako ředitel zbrojení a zásobování francouzské armády například napsal článek na téma zpracování železa a jeho využití. Ve své funkci podnikl několik cest, během kterých učinil zajímavé objevy a zpracoval mnoho vědeckých článků. Prolíná se jimi způsob myšlení matematika, díky kterému přinášel do dalších oborů nové úhly pohledu a novátorský přístup k realizaci výzkumů. Svým přístupem stále dokazoval, že matematika je základem vědeckého, zvláště přírodovědného a technického rozvoje.

Těžištěm mé práce je pak třetí kapitola, ve které se zaměřuji na Mongeův nejznámější a také zřejmě nejvýznamnější objev, kterým je Mongeovo promítání. S tímto převratným dílem přišel už během studia v Mézières. Umožnilo výrazně zrychlit a zpřesnit technické výkresy a plány. Tento objev byl pro svůj význam na dalších skoro patnáct let vojenských tajemstvím. Dále v této kapitole vysvětlím princip a základní postupy Mongeova promítání.

Ve čtvrté kapitole pak řeším složitější příklady na Mongeovo promítání, ve kterých uplatňuji postupy, které jsem vysvětlila ve třetí kapitole.

1. Život Gasparda Mongea

1.1. Dětství a studium Gasparda Mongea

Gaspard Monge se narodil 10. května 1746 v burgundském městě Beaune, které leží na východním úpatí pohoří Côte d´Or. Konec osmnáctého století byl ve Francii velmi rušným obdobím. Během Mongeova života se vystřídala monarchie, konstituční monarchie, republika i císařství. Bylo to období velkých změn, ale i velkého utrpení a nejistoty. [1,2,3]

Gaspard Monge byl synem drobného obchodníka, který se později živil pouze broušením nožů. Kromě Gasparda byli v rodině ještě dva mladší chlapci. S takto nízkým původem bylo v té době velmi obtížné dosáhnout dobrého vzdělání. Otec Gasparda poslal studovat do školy oratoristů v jeho rodném městě. [1,2,3]

Obrázek 1 - Mapa, kde se nachází město Beaune [4]

Gaspard Monge byl pilný a pracovitý žák, velmi tvořivý a aktivní. Až do svého stáří si schovával pochvalné listy, které dostával od svých učitelů. Jeho učitelé ho nazývali „puer

---

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261
[4] *Google maps* [online]. [cit.2020-04-11]. Dostupné z: https://www.google.cz/maps/place/21200+Beaune,+Francie/@47.123262,4.5072707,9.48z/data=!4m5!3m4!1s0x47f2f344cd583ffb:0xba8cf496643eff53!8m2!3d47.02603!4d4.840004

aureus“, což se dá volně přeložit jako zlatý chlapec. Jen díky svému talentu a pověsti, která se o něm od útlého mládí šířila, stále postupoval dál. Ve čtrnácti letech Gaspard sestrojil novou hasičskou stříkačku, která se setkala s velkým ohlasem. A už v šestnácti letech ho pozvali oratoristé do Lyonu, kde působil jako učitel fyziky. (1,2 ,3)

Během prázdnin se Monge vrátil z Lyonu domů a s pomocí vlastních důmyslných přístrojů vytvořil podrobný plán města Beaune, který pak dal k dispozici abbé Gaudelotovi pro jeho knihu. Tak začal Mongeův další postup v kariéře. Tento plán viděl jeden z vyšších důstojníků a rozpoznal Gaspardův talent. Proto mu zařídil studium na ženijní škole v Mézières, která patřila mezi významné školy v Ardenách. (1,2,3)

Monge zde kvůli svému původu nemohl studovat na vyšším oddělení se studenty ze šlechtických rodin, ale studoval na nižším praktickém oddělení – une succursale. Učili se zde základní konstrukce z kamene a ze dřeva. Studentům tohoto oddělení se říkalo „la gache“, což se dá volně přeložit jako zednická lžíce. Tato přezdívka vznikla, protože modely svých konstrukcí dělali z mokré sádry, což se francouzsky řekne „plâtre gaché“. (1,2,3)

Obrázek 2 - Gaspard Monge (5)

---

1 STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
2 KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
3 KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261
5 DELPECH, François Séraphin. Portrét Gaspard Monge. In: *Smithsonian Libraries* [online]. [cit. 2020-04-11]. Dostupné z:https://www.sil.si.edu/DigitalCollections/hst/scientific-identity/CF/by_name_display_results.cfm?scientist=Monge,%20Gaspard

1.2. Učitelská dráha Gasparda Mongea

Už v devatenácti letech se zde na ženijní škole v Mézières stal Gaspard Monge učitelem a působil zde na vyšším oddělení, kde učil žáky ze šlechtických rodin, až do roku 1783. (1,2,3)

Tohoto postupu se mu dostalo díky vynikajícím výsledkům, a zvláště díky jeho průlomové práci, geometrickému řešení tzv. defilé pevnosti. Mongeovo řešení bylo kratší a přesnější než to, které bylo dosud známé. Poté zjistil, že na základě geometrických zákonů, na kterých byla jeho metoda založena, ji lze také využít i při jiných pracích, například u složitějších kamenických a tesařských prací, které se využívají při stavbách umělých klenb a krovů. Výsledkem bylo zjednodušení, urychlení a zdokonalení projektování prací. Svou metodu nazval „géometrie descriptive" (měřictví zobrazující). (1,2,3)

Jak převratná a novátorská tato metoda byla, lze dovodit i z toho, že směla být vyučována jen tajně v mézièreské škole a po dobu více než 15 let z ní nesmělo být nic zveřejněno, byla považována za vojenské tajemství. (1,2,3)

V roce 1768, ve dvaadvaceti letech, se Gaspard Monge stal v Mézières profesorem matematiky a v roce 1771, ve dvaceti pěti letech, i profesorem fyziky. Díky svým publikacím byl jmenován členem staroslavné Akadémie Française (Akademie věd), která byla založena v roce 1635 kardinálem Richelieuem. Od roku 1780, kdy byl jmenován také profesorem hydrauliky, začal vyučovat i ve škole v Louvru v Paříži. Z nařízení ministerstva vždy půl roku vyučoval v Paříži a půl roku v Mézières. (1,2,3)

Během svého působení na škole v Mézières se Gaspard Monge 12. června 1777 oženil s Marií Catherine Horbon, rozenou Huart. O rok později se jim narodila první dcera Emilie (1778-1827). Poté se jim narodily ještě dvě dcery Louisa (1779-1823) a Adélaida (1780-1783). Díky sňatku s Marií se stal Monge spolumajitelem slévárny. Jeho působení zde v něm vzbudilo zájem o fyziku a chemii. Vyústilo to k založení chemické laboratoře na škole v Mézières. (1,2,3)

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261

V roce 1783 Monge opustil školu v Mézières a nastoupil na místo examinátora námořního dorostu. Zde setrval až do vypuknutí první revoluce v roce 1789. Před vypuknutím revoluce v roce 1788 stihl vydat svoje dílo „Traité élémentaire de statique“, což se dá volně přeložit jako základní pojednání o statice. (1,2,3)

Obrázek 3 - Podpis Gasparda Mongea (6)

1.3. Působení Gasparda Mongea během Velké francouzské revoluce

Jak už jsem se zmínila, Gaspard Monge žil ve Francii v rušné době. Za jeho života byla Francie monarchií, konstituční monarchií, republikou a císařstvím. Bylo nelehké se ve všech změnách orientovat a obstát. (1,2,3)

V roce 1789 po vypuknutí Velké francouzské revoluce se Gaspard Monge nadšeně postavil na stranu revoluce. Nejdříve se stal komisařem, ale po sesazení královské moci byl 10. 8. 1992 zákonodárným shromážděním poslán do výkonné rady jako ministr námořnictví. Toto místo ale 10. dubna 1793 opustil, aby se mohl věnovat zlepšování obranyschopnosti země, a konvent ho jmenoval ředitelem pro ozbrojení a zásobování francouzské armády. Monge společně s dalšími muži vědy zde dosáhli mnoha úspěchů, například s dalšími geodety a fyziky sjednotili systém měr a vah ve Francii. Přes den se Monge staral o zbrojovky a přes noc psal příručky o výrobě děl a oceli. (1,2,3)

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261
[6] Signature de Gaspard Monge. In: *Archim* [online]. [cit. 2020-04-11]. Dostupné z: http://www2.culture.gouv.fr/Wave/image/archim/0009/dafanch06_n102138n00002_2.jpg

Za Robespierrovy krutovlády byl pak ale Monge zbaven funkce a musel utéct z Paříže, jelikož mu hrozilo vězení. V této době byly zrušeny nebo zavřeny všechny školy a mnoho učitelů bylo i popraveno. (1,2,3)

Po smrti Robespierra se konvent znovu snažil pozvednout vzdělání. V roce 1794 byla založena École normale, na které se začalo vyučovat učitelství. Hned v prvním roce tam začalo studovat 1500 mladých lidí. Do Paříže byl povolán zpátky i Gaspard Monge, aby zde vyučoval. Tady také poprvé vysvětloval svoji deskriptivní geometrii. (1,2,3)

Když byla v roce 1794 založena École polytechnique v Paříži, byl Gaspard navržen na funkci prezidenta školy, ale tuto poctu nepřijal a místo sebe navrhl Josefa Louise Lagrangera. Sám zde učil stereometrii, deskriptivní geometrii a fyziku. Tuto školu bránil i proti Napoleonovi Bonapartemu, který chtěl omezit její práva, protože obviňoval studenty, že se staví proti jeho imperialismu. Monge mu řekl: „Sire, nous avons eu bien de la peine à en faire des républicains, laissez leur le temps de devenir impérialistes. D´ailleurs, permettez-moi de vous le dire, vous avez tourné un peu court.“[1] To se dá přeložit takto: „Pane, stálo nás to velkou námahu, abychom ze studentů udělali republikány, dopřejte jim čas, aby se stali příznivci císařství! A dovolíte-li mi ještě slovo, i vy sám jste učinil poněkud náhlý obrat!“ (1,2,3)

Obrázek 4 - Sídlo École polytechnique v letech 1805-1976 (7)

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261
[7] Ministere de la Recherche Paris: Sídlo École polytechnique v letech 1805-1976. In: *Wikipedia* [online]. [cit. 2020-04-11]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ministere_de_la_Recherche_Paris.jpg

1.4. Mongeova cesta do Afriky

Gaspard Monge si takové chování k Napoleonovi mohl dovolit, protože se už dávno znali. Seznámili se v Itálii v roce 1796, kam byl Monge poslán tehdejší vládou, aby spolu s dalšími vědci a umělci vybral sochy a obrazy pro Francii jako válečnou kontribuci. Tehdy vzniklo přátelství mezi Mongem a tehdejším velitelem francouzské armády v Itálii, Napoleonem. Jejich přátelství bylo ve znamení vzájemné úcty a trvalo až do Napoleonovy smrti. Monge se s Napoleonem dokonce vydal i na jeho slavnou výpravu do Egypta, odkud si Napoleon přivezl Rossetskou desku, pomocí níž byly vyluštěny hieroglyfy. Když byl zřízen l´Institud d´Egypte – vědecko-umělecká akademie, která sbírala údaje o tom, co se v Egyptě zjistilo, Monge se stal předsedou této instituce a Napoleon místopředsedou. Tato instituce vydávala i svůj vlastní sborník s názvem „La décade égyptienne“, který vycházel každých 10 dnů. V tomto časopise například Monge jako první správně vysvětlil fatu morganu. Také v Egyptě prozkoumal a vykopal zříceniny starého Pelusia. Monge společně s Bonapartem podnikli ještě výpravu do Sýrie a v roce 1799 se pak vrátili zpátky do Francie. Napoleon se zde stal nejprve prvním konzulem republiky a později 2. prosince 1804 byl korunován císařem. (1,2,3)

1.5. Mongeův život po návratu z Afriky

Po svém návratu z Egypta se Monge opět vrátil ke psaní a učení na polytechnice. V roce 1800 uveřejnil první vydání své „Géométrie descriptive“ – Deskriptivní geometrie. Další spis s názvem „Applications de l´Analyse à la Géométrie“ – Aplikace analýzy v geometrii vydal v roce 1807. (1,2,3)

Napoleon Mongea několikrát vyznamenal. Nejdříve ho v roce 1799 jmenoval senátorem a v roce 1806 dokonce i hrabětem z Pelusia. Monge tato vyznamenání nepovažoval za nic tak velkého a nestal se z něj nikdy nekritický Napoleonův obdivovatel. Přijal je však z úcty k němu. Vždy se zastával studentů, kterým pro politické názory hrozilo vyloučení, a chudé studenty ze svého ročního příjmu podporoval. (1,2,3)

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261

1.6. Konec Mongeova života a jeho smrt

Po Napoleonově prohře u Waterloo 18. června 1815 bylo svrženo císařství a Bonaparte byl uvězněn na ostrově Svatá Helena. Na trůn byl zpátky dosazen rod Bourbonů. Nastalo velké pronásledování podporovatelů revoluce a těch, kteří podporovali císařství. Mezi nimi byl Gaspard Monge. Byl zbaven veškerých hodností, nemohl dále učit na polytechnice a z rozkazu krále Ludvíka XVIII. nebyl v roce 1816 přijat do nově zřízené akademie. (1,2,3)

Tyto rány osudu se podepsaly na Mongeově zdraví i psychice. Zemřel v rodinném kruhu 18. března v roce 1818. Politická msta ho pronásledovala až do hrobu. Studentům polytechniky bylo zakázáno, aby se zúčastnili pohřbu zakladatele jejich institutu. Bývalí žáci později vyhlásili sbírku na důstojný náhrobek a v roce 1849 mu byl postaven pomník v jeho rodném městě. (1,2,3)

Obrázek 5 - Pomník Gasparda Mongea ve městě Beaune (8)

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261
[8] Beaune Monument Gaspard Monge. In: *Wikipedia* [online]. [cit. 2020-04-11]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Beaune_Monument_Gaspard_Monge.jpg

2. Publikační aktivity Gasparda Monge

2.1. Druhy děl

Jelikož byl Gaspard Monge profesorem matematiky a fyziky, mnoho jeho publikací se věnuje zvláště těmto oborům. Ale jeho tvorba zasáhla i jiné oblasti. Psal díla zabývající se chemií, politikou a vojenstvím. Díky sňatku se svou ženou Marií se stal spolumajitelem slévárny a začal se velmi zajímat o výrobu a využití železa. Stal se spoluautorem knihy, která se zabývá výrobou železa (Mémoire sur le fer considéré dans ses différents états métalliques, par Mrs Vandermonde, Berthollet et Monge, lu à l'Académie royale des sciences au mois de mai 1786). Dokonce i díky němu byla na škole v Mézières založena laboratoř chemie. (1,2,3,9)

Využití železa zpracoval ve své publikaci o výrobě děl (Description de l'art de fabriquer les canons, faite en exécution de l'arrêté du Comité de salut public du 18 pluviôse de l'an II de la République française). Děla zasahovala do další oblasti jeho zájmů, a to bylo vojenství. Během svého působení na místě ředitele zbrojení a zásobování napsal Monge mnoho publikací na toto téma. Byly to hlavně zprávy o stavu francouzské armády a jejího možného využití (Convention nationale. Considérations essentielles au service du département de la marine... , Convention nationale. Compte-rendu à la Convention nationale, par le ministre de la Marine, de l'état de situation de la marine de la République, le 23 septembre de l'an premier, imprimé et envoyé aux 83 départemens et à l'armée, par ordre de la Convention nationale) (1,2,3,9)

Dále psal i politicky zaměřené články a zprávy, a to hlavně v době, kdy ho Napoleon Bonaparte jmenoval senátorem (Sénat-conservateur. Discours prononcé par S. Ex. M. Monge, président du Sénat, le mardi 27 mai 1806, aux obsèques du sénateur Petiet. Imprimé par ordre du Sénat). (1,2,3,9)

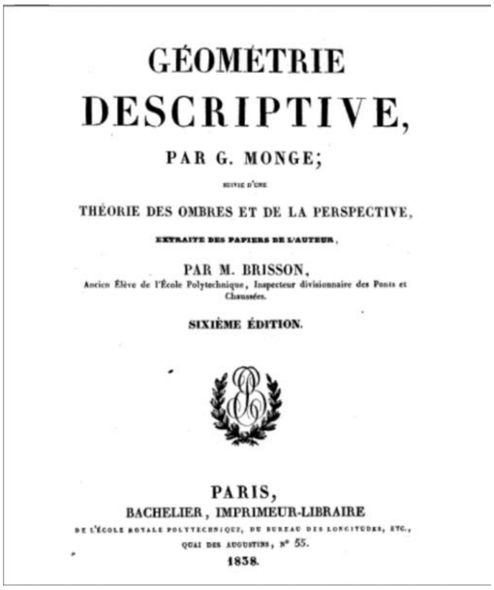
I během svých cest po Africe psal články pro Akademii věd (Observations sur la fontaine de Moïse). (1,2,3,9)

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261
[9] Francouzské národní knihovny (Bibliothèque nationale de France) [online databáze]. [cit. 2020-03-17]

Jeho nejdůležitější a nejznámější díla jsou ale z jeho hlavních oborů, tedy z matematiky a fyziky. Ve fyzice je to například kniha Traité élémentaire de statique (Učebnice základů statiky) vydaná v roce 1786. V matematice to je například Application de l'algèbre à la géométrie (Aplikace algebry v matematice), která byla vydána na začátku 19. století v roce 1805. (1,2,3,9)

Pro nás je ale Gaspard Monge znám spíše díky svému dílu Géométrie descriptive (Deskriptivní geometrie), která byla vydána na sklonku 18. století, v roce 1799. Díky tomuto dílu je i nazýván „zakladatelem deskriptivní geometrie" nebo „otcem deskriptivní geometrie." (1,2,3,9)

2.2. Géométrie descriptive


GÉOMÉTRIE
DESCRIPTIVE,
PAR G. MONGE;
SUIVIE D'UNE
THÉORIE DES OMBRES ET DE LA PERSPECTIVE,
EXTRAITE DES PAPIERS DE L'AUTEUR,
PAR M. BRISSON,
Ancien Élève de l'École Polytechnique, Inspecteur divisionnaire des Ponts et Chaussées.
SIXIÈME ÉDITION.
PARIS,
BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DE L'ÉCOLE ROYALE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES, ETC.,
QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.
1838.

Obrázek 6 – Titulní strana Géométrie descriptive vydané roku 1838 (10)

Knihu o deskriptivní geometrii vydal Gaspard Monge v sedmém roce Republiky (22. 9. 1798 – 22. 9. 1799). Tato kniha je sestavena ze zápisků z přednášek, které Monge přednášel na École normal a které doplnil o ilustrační nákresy. Tyto zápisky byly nejdříve vydávány v časopise Journal des Écoles normales a až poté byly vydány knižně. Zajímavé je, že kniha byla vydána až více než patnáct let poté, co Gaspard Monge tuto teorii vytvořil.

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261
[9] Francouzské národní knihovny (Bibliothèque nationale de France) [online databáze]. [cit. 2020-03-17]
[10] MONGE,Gaspard; Brisson, Mathurin-Jacques: *Géométrie descriptive.* Bachelier, Paris, 1838, 6. éd. [cit. 2020-03-17]. Dostupné z https://www.dmg lib.org/dmglib/streambook/index.jsp?bookid=5686009#page20

Celá teorie o deskriptivní geometrii byla totiž vládou označena za vojenské tajemství a Monge ji směl vyučovat jen na škole v Mézières, aby se nedostala do rukou nepřátel. (1,2,3,9,10)

V době, kdy Gaspard Monge žil, bylo obvyklé, že se využívalo perspektivní promítání, rovnoběžné promítání a projektivní geometrie. Monge ale přišel s promítáním na dvě průmětny. Toto řešení velmi pomohlo u technických oborů, protože už nebylo potřeba vytvářet sádrové modely, ale bylo možné vše vyřešit na papíře, což velmi urychlilo, zpřesnilo a zjednodušilo práci. (1,2,3,9,10)

---

[1] STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.
[2] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. 49 s. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
[3] KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, **41**, 256 – 261
[9] Francouzské národní knihovny (Bibliothèque nationale de France) [online databáze]. [cit. 2020-03-17]
[10] MONGE,Gaspard; Brisson, Mathurin-Jacques: *Géométrie descriptive.* Bachelier, Paris, 1838, 6. éd. [cit. 2020-03-17]. Dostupné z https://www.dmg lib.org/dmglib/streambook/index.jsp?bookid=5686009#page20

3. Mongeovo promítání

Ve třetí kapitole si vysvětlíme problematiku Mongeova promítání a ukážeme si ji na jednoduchých příkladech. Toto promítání se učí například také studenti architektury, kterým pomáhá ve vnímání perspektivy.

3.1. Průmětny

Gaspard Monge vymyslel pravoúhlé promítání na dvě průmětny. Zvolme je k sobě navzájem kolmé. První průmětnu si volíme ve vodorovné poloze. Nazveme ji půdorysnou a budeme ji značit π. Druhou průmětnu zvolíme ve svislé, obvykle průčelné poloze a budeme ji nazývat nárysnou a označovat v. Průsečnici těchto dvou průměten budeme označovat $x_{1,2}$ a nazveme ji základnicí. Průmětny π a v nám rozdělují prostor na 4 části, kterým říkáme kvadranty. (11,12)

I.kvadrant je prostor nad půdorysnou a před nárysnou. Leží v něm všechny body, jejichž y-ová i z-ová souřadnice jsou kladné. (11,12)

II. kvadrant je část prostoru nad půdorysnou a za nárysnou. Všechny body zde ležící mají y-ovou souřadnici zápornou a z-ovou souřadnici kladnou. (11,12)

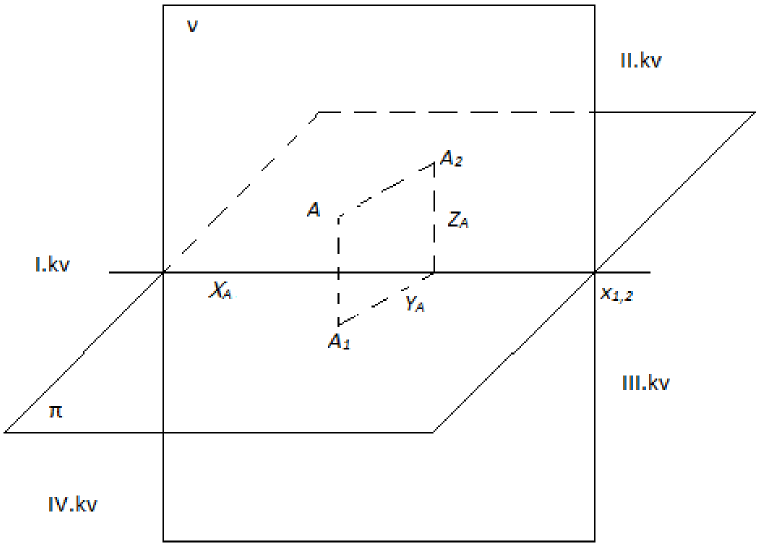
III. kvadrant je část prostoru za nárysnou a pod půdorysnou. Leží-li bod ve III. kvadrantu, má y-ovou i z-ovou souřadnici zápornou.(11,12)

IV. kvadrant je část prostoru před nárysnou a pod půdorysnou. Bod ležící ve IV. kvadrantu má y-ovou souřadnici kladnou, z-souřadnici zápornou. (11,12)

---

[11] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 28-29, ISBN 80-85920-49-2.

[12] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 5-6, ISBN 80-7078-465-2.



Obrázek 7 – Znázornění průměten a kvadrantů (13)

3.2. Promítání bodů

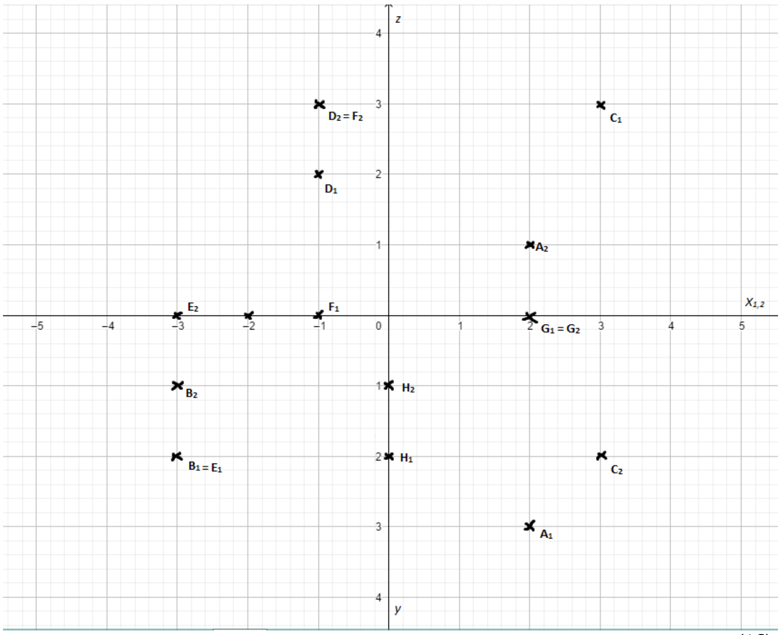
Na obrázku 7 vidíme, kde v prostoru leží bod *A*. Když si ho chceme promítnout, musíme tímto bodem vést dvě kolmice, které se také nazývají promítací paprsky (v některých publikacích jsou označeny i jako promítací přímky). Nejdříve si bod zobrazíme na půdorysnu. Bodem *A* vedeme kolmici na rovinu π. Průsečík této kolmice s půdorysnou zaznačíme jako bod A_1, který má souřadnice[X_A,Y_A]. Bod A_1 se nazývá půdorys bodu *A*. Poté vedeme druhý promítací paprsek na nárysnu, tento paprsek také prochází bodem *A*, ale je kolmý na rovinu *v*. Průsečík promítajícího paprsku a nárysny označujeme jako A_2, který má souřadnice[X_A,Z_A] a nazýváme ho nárysem bodu *A*. Při praktických příkladech se *A* zapisuje jen pomocí A_1 a A_2 a už se nezobrazuje, kde se v prostoru se nachází bod *A*. (14,15)

Při rýsování se nerýsuje půdorysna a nárysna (tedy roviny π a *v*), ale rýsují se tzv. sdružené průmětny. Znamená to, že obě průmětny máme v jedné rovině. Po sdružení průměten nám A_1A a A_2A leží v jedné přímce a úsečka A_1A_2 je kolmá k ose *x* a nazývá se ordinála. Po sdružení průměten nám půdorys bodu *A* v I. kvadrantu leží pod osou *x* a nárys bodu *A* nám leží nad osou *x*. Pokud budeme chtít narýsovat bod, který leží v II. kvadrantu,

[13] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 28, ISBN 80-85920-49-2
[14] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 29-31, ISBN 80-85920-49-2.
[15] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 6-8, ISBN 80-7078-465-2.

tak A_1 a A_2 bude ležet nad osou x. Bod ve III. kvadrantu bude vypadat tak, že A_1 bude nad osou x a A_2 bude pod osou x. A nakonec bod ve IV. kvadrantu se narýsuje tak, že A_1 a A_2 budou oba pod osou x. (Viz obrázek 7) (14,15)

Vyzkoušíme si to u následujícího příkladu, kde si procvičíme různé vyobrazení bodů. Zadání příkladu je: Sestrojte sdružené průměty bodů $A[2;3;1]$, $B[-3;2;-1]$, $C[3;-3;-2]$, $D[-1;-2;3]$, $E[-3;2;0]$, $F[-1;0;3]$, $G[2;0;0]$ a $H[0;2;-1]$. *(Řešení je obrázek 8.)* (14,15)



Obrázek 8 – Zobrazení bodů v souřadnicovém systému (16)

3.3. Zobrazení přímky

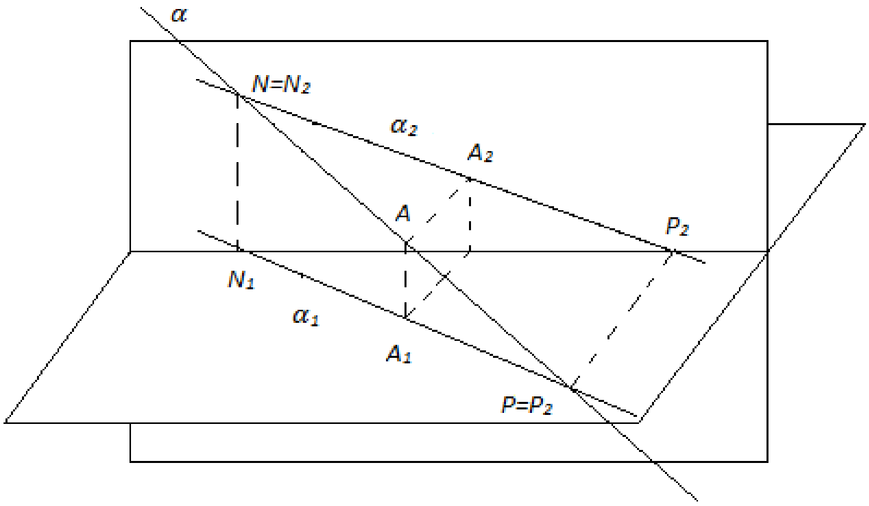
3.3.1. Průměty přímky

Průměty přímky sestrojíme pomocí průmětů všech jejích bodů. Chceme-li získat tzv. půdorys přímky a_1, vedeme každým bodem přímky a promítací paprsek, který je kolmý k π. Všechny tyto paprsky tvoří 1. průmět přímky neboli půdorysně promítací rovinu přímky a. Průsečnice této roviny s půdorysnou je půdorysem přímky a a značíme ji a_1. (17,18)

[14] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 29-31, ISBN 80-85920-49-2.
[15] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 6-8, ISBN 80-7078-465-2.
[16] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 30, ISBN 80-85920-49-2.
[17] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 8-9, ISBN 80-7078-465-2.
[18] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 33-35, ISBN 80-85920-49-2.

Stejný postup platí i pro nárys přímky a – jen nárys vzniká jako průsečnice 2. průmětem přímky (nárysně promítací roviny) s nárysnou a značí se a_2. Přímka a je určená sdruženými průměty a_1 a a_2. (17,18)

Pro sestrojení sdružených průmětů přímky nemusíme sestrojovat nekonečně mnoho promítacích paprsků, ale stačí nám sestrojit průměty 2 různých bodů a poté sestrojit přímku, která protíná tyto dva body (obrázek 9). (17,18)



Obrázek 9 – Průměty přímky (19)

3.3.2. Stopník přímky

Na obrázku 9 máme body, které jsou označeny N a P, jsou to body, ve kterých přímka a protíná průmětny. Nazýváme je stopníky přímky. Průsečík přímky a s půdorysnou se nazývá půdorysný stopník a značíme ho P. $P \in \pi$, proto jeho druhým průmět $P_2 \in x$. Průsečík přímky a s nárysnou se nazývá nárysný stopník a značíme ho N. $N \in \nu$, proto platí, že $N_1 \in N$. (17, 20)

Z toho vyplývá, že leží-li bod v π, je vlastně totožný se svým 1. průmětem, bod ležící v ν je totožný se svým 2. průmětem. Platí tedy:

[17] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 8-9, ISBN 80-7078-465-2.

[18] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 33-35, ISBN 80-85920-49-2.

[19] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 33, ISBN 80-85920-49-2.

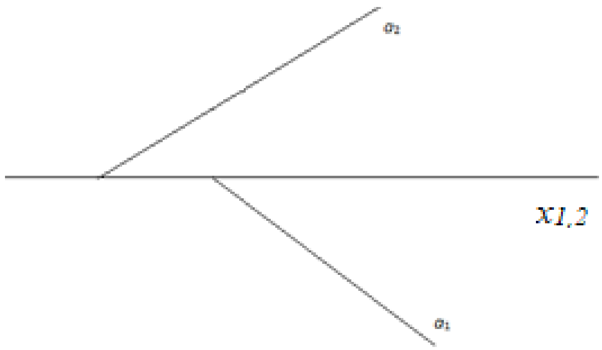
[20] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 35-38, ISBN 80-85920-49-2.

$P = P_1, P_1 \in a_1, P_2 \in a_2 \wedge P_2 \in x$

$N = N_2, N_2 \in a_2, N_1 \in a_1 \wedge N_1 \in x$

Tyto poznatky využijeme u následujícího příkladu.

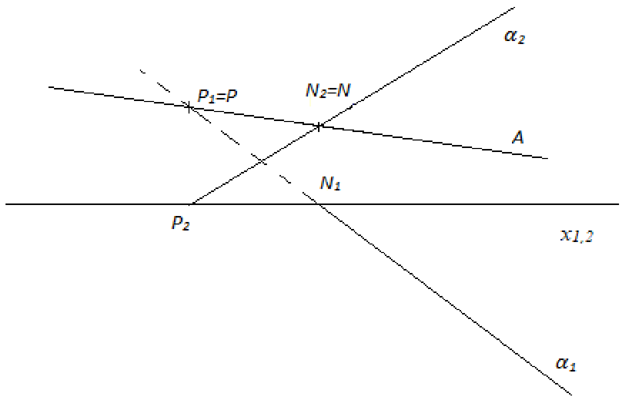
Příklad: Zobrazte stopníky přímky *a*.[17,20]



Obrázek 10 – Grafické zadání příkladu - sestrojte stopníky přímky a [21]

Řešení příkladu

Stopník *P* leží v půdorysně, tj. z_p=0, a proto jeho nárys P_2 leží na ose $x_{1,2}$, půdorys P_1 leží na ordinále a na přímce a_1. Stopník *N* leží v nárysně, tj. y_N= 0, a proto jeho půdorys N_1 leží na ose $x_{1,2}$, nárys N_2 leží na ordinále a na přímce a_2. [22]



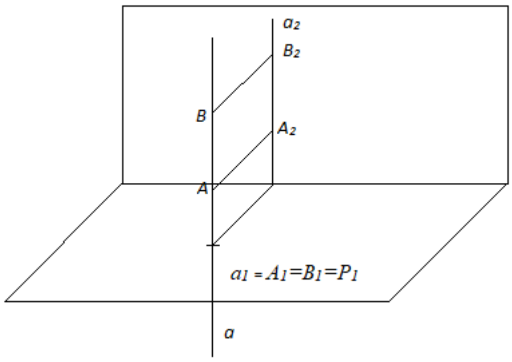
Obrázek 11 – Grafické řešení příkladu na zobrazení stopníku a

[17] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 8-9, ISBN 80-7078-465-2.
[20] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 35-38, ISBN 80-85920-49-2.
[21] MAŇÁSKOVÁ,Eva. *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie.* Praha:Prometheus, 2001,s.12, ISBN 978-80-7196-160-4.
[22] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010, s.121, ISBN 978-80-7196-400-1.

3.3.3. Zvláštní polohy přímky v prostoru

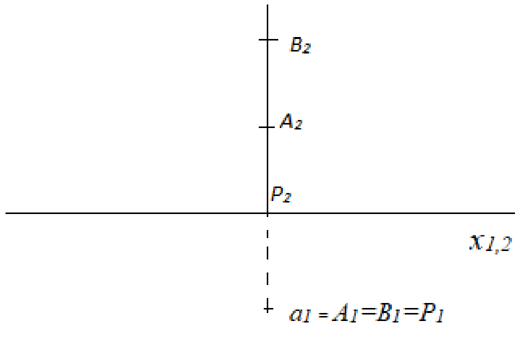
Máme dva druhy zvláštních poloh přímek v prostoru, buď jsou kolmé, nebo rovnoběžné. (17,23)

Přímka může být kolmá na půdorysnu (obrázky 12.1.,12.2.), na nárysnu (obrázky 13.1.,13.2.) anebo na základnici (obrázky 14.1.,14.2.). Když je přímka kolmá na základnici, není svými průměty a_1 a a_2 určena jednoznačně, pokud bychom neurčili dvojici různých bodů ležících na přímce *a*. (17,23)

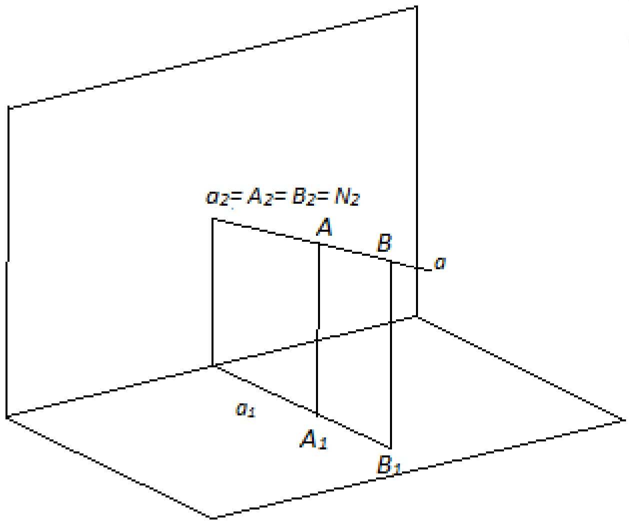


Obrázek 12.1. - Přímka kolmá na půdorysnu (24)

[17] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 8-9, ISBN 80-7078-465-2.
[23] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 38-41, ISBN 80-85920-49-2.
[24] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 38, ISBN 80-85920-49-2.

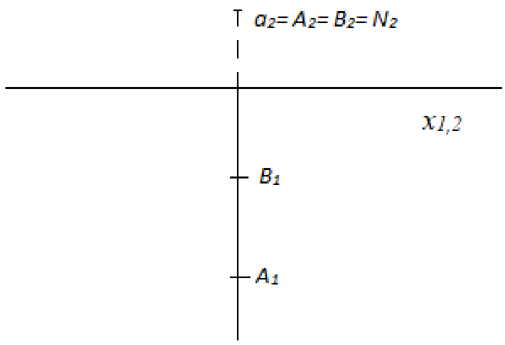


Obrázek 12.2. – Zobrazení přímky kolmé k půdorysně v Mongeově promítání [24]

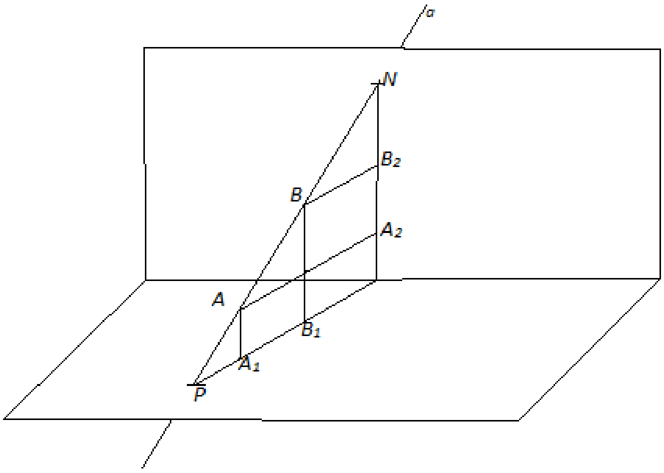


Obrázek 13.1. – Přímka kolmá na nárysnu [24]

[24] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 38, ISBN 80-85920-49-2.

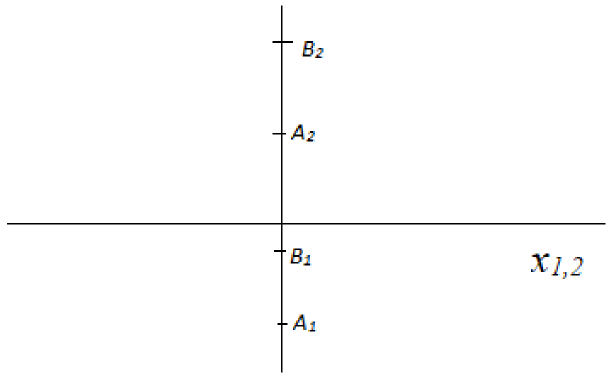


Obrázek 13.2. – Přímka kolmá na nárysnu v Mongeově promítání [24]



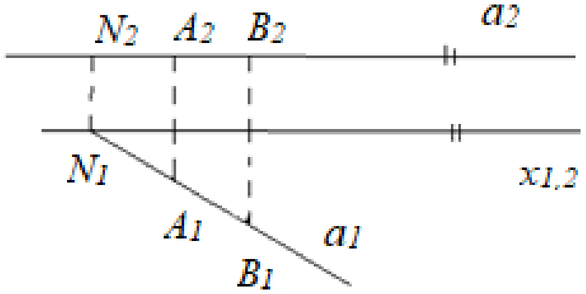
Obrázek 14.1. – Přímka kolmá na základnici [24]

[24] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 38, ISBN 80-85920-49-2.



Obrázek 14.2. – Přímka kolmá na základnici v Mongeově promítání (24)

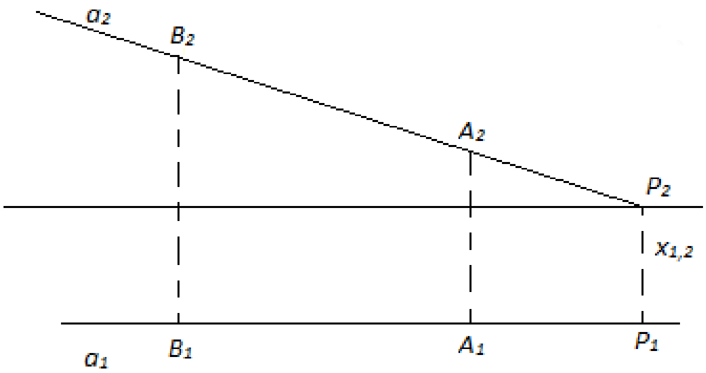
Další případy máme u přímek rovnoběžných. Přímka může být rovnoběžná s půdorysnou (obrázek 15), s nárysnou (obrázek 16) nebo se základnicí (obrázek 17). (17,23)



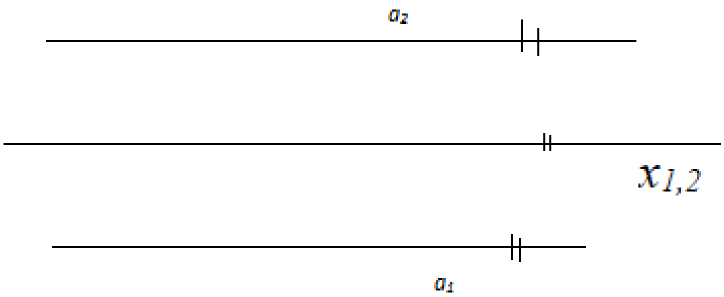
Obrázek 15 – Přímka rovnoběžná s půdorysnou (25)

---

[17] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 8-9, ISBN 80-7078-465-2.
[23] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 38-41, ISBN 80-85920-49-2.
[24] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 38, ISBN 80-85920-49-2.
[25] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 9, ISBN 80-7078-465-2.



Obrázek 16 – Přímka rovnoběžná s nárysnou (25)

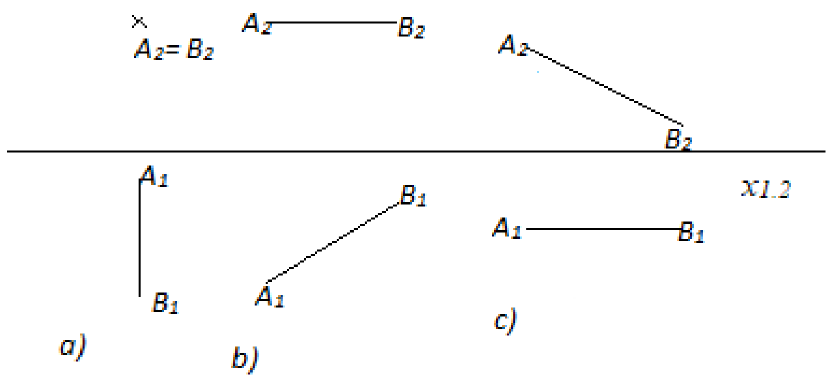


Obrázek 17 – Přímka rovnoběžná se základnicí (25)

[25] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 9, ISBN 80-7078-465-2.

3.3.4. Skutečná velikost úsečky

Při určení skutečné velikosti úsečky nás zajímá, jestli je úsečka rovnoběžná s průmětnou (je jedno, jestli s π nebo v). Pokud je úsečka $AB \parallel \pi$, pak $|AB| = |A_1B_1|$ (18a,b). Obdobně to platí i pokud $AB \parallel v$, pak $|AB| = |A_2B_2|$ (18c). (26,27)



Obrázek 18 – Skutečné velikosti přímek, které jsou rovnoběžné s průmětnou

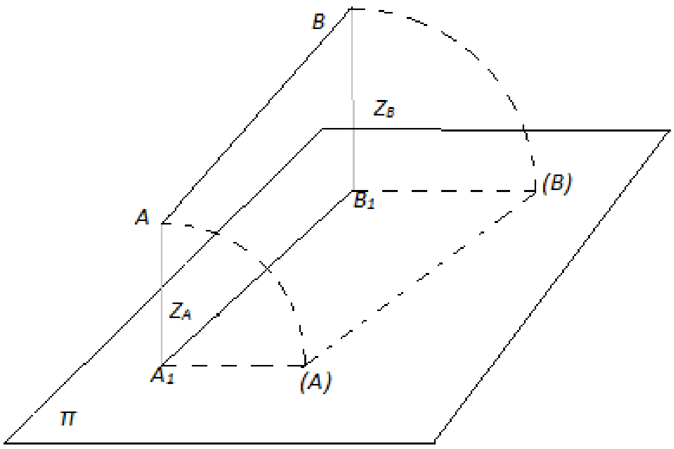
Není-li úsečka rovnoběžná ani s jednou průmětnou, převedeme úsečku do některé průmětny tak, že sklopíme promítací rovinu přímky, na které úsečka leží, buď do π nebo v. (26,27)

Při sklopení do π se všechny body přímky pohybují po kružnici, jejíž rovina je kolmá k promítací rovině přímky. Kružnice má střed v průmětu bodu a poloměr kružnice je z-ové souřadnici bodu. Sklopený bod *A* označujeme *(A)*. Bod *(A)* je průsečík kružnice, která má střed v bodě A_1 a poloměr r=$|AA_1|$= z_A a kolmice na A_1B_1, která prochází bodem A_1. Obdobně získáme i bod *(B)*. Skutečná velikost přímky *AB* je rovna velikosti úsečky *(A)(B)* (Obrázek 19). Analogicky se provádí sklápění do nárysny. (26,27)

Skutečnou velikost přímky jsme získali pomocí promítacího lichoběžníku úsečky *AB*, což je obrazec A_1B_1AB. Je to pravoúhlý lichoběžník s pravými úhly při vrcholech A_1 a B_1 a $A_1A \parallel B_1B$. (26,27)

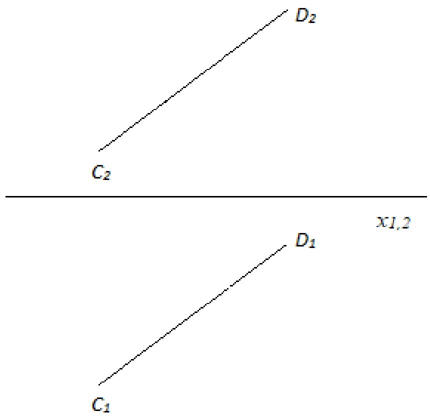
---

[26] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 19-20, ISBN 80-7078-465-2.
[27] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 41-47, ISBN 80-85920-49-2.
.



Obrázek 19 – Sklápění přímky do roviny π [28]

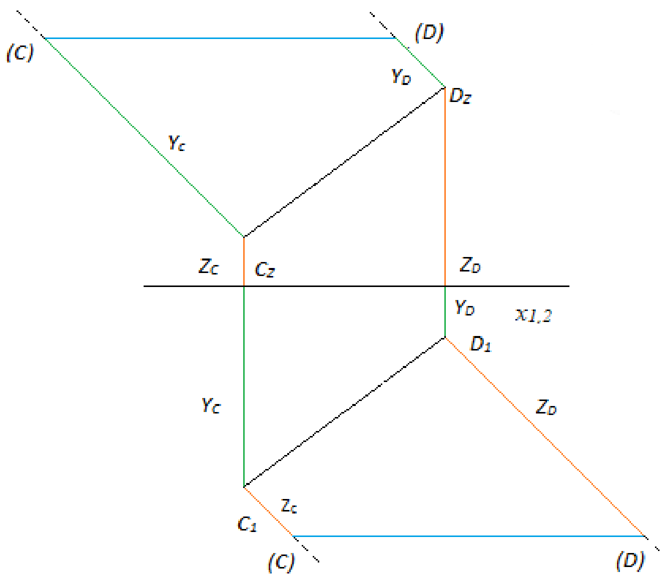
Příklad: Určete skutečnou délku úsečky CD otočením do roviny rovnoběžné s průmětnou. (29)



Obrázek 20.1. – Zadání příkladu na skutečnou velikost úsečky

Řešení: Skutečnou velikost přímky *CD* získáme sklopením promítací roviny přímky *CD* do průmětny (nebo do nárysny) a přímka *(C)(D)* je délka úsečky *CD* (obrázek 20.2.).[30]

[28] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 19, ISBN 80-7078-465-2.
[29] MAŇÁSKOVÁ, Eva. *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie*. Praha: Prometheus, 2001, s. 13 ISBN 978-80-7196-160-4
[30] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.124-125 ISBN 978-80-7196-400-1.



Obrázek 20.2. – Řešení příkladu na skutečnou velikost přímky, který je zadán obrázkem 20.1.

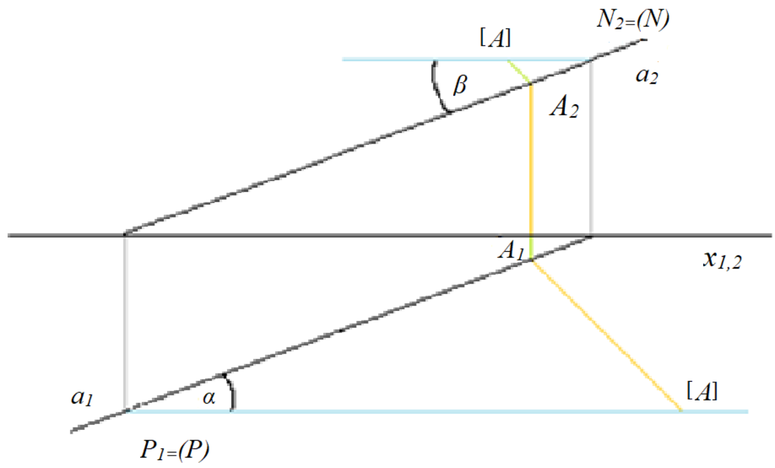
3.3.5. Odchylka přímky od průmětny

Obecně známá poučka o odchylce nám říká, že odchylka přímky od roviny je rovna odchylce této přímky od jejího pravoúhlého průmětu do roviny. U Mongeova promítání rozlišujeme dvě odchylky přímky od průmětny. Jedna se jmenuje půdorysná odchylka, je to odchylka přímky od půdorysny, a druhou nazýváme nárysná odchylka přímky, a to je odchylka od nárysny. [31,32]

Při určování skutečné velikosti odchylky přímky od průmětny budeme postupovat podobně, jako když jsme zjišťovali skutečnou velikost úsečky. Je třeba si uvědomit, že přímka a a její půdorys a_1 leží ve stejné půdorysně promítací rovině. Když tuto promítací rovinu sklopíme do půdorysny pomocí minimálně dvou jejích libovolných bodů – pokud to jde, jeden z těch bodů bude půdorysný stopník, neboť P_1= (P). Máme tedy přímku a_1 a po sklopení máme sklopenou přímku (a) a tyto dvě přímky se nám protnou v půdorysném stopníku a odchylka přímky a od půdorysny je rovna velikosti úhlů α= $\measuredangle a_1(a)$.Obdobně

[31] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 19-20, ISBN 80-7078-465-2.
[32] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 48-51, ISBN 80-85920-49-2.

získáváme i odchylku od nárysny, jen místo půdorysného stopníku použijeme nárysný stopník. Na obrázku 21 vidíme jak půdorysnou odchylku, tak i nárysnou odchylku. (31,32)



Obrázek 21 - Odchylka přímky od průmětny (33)

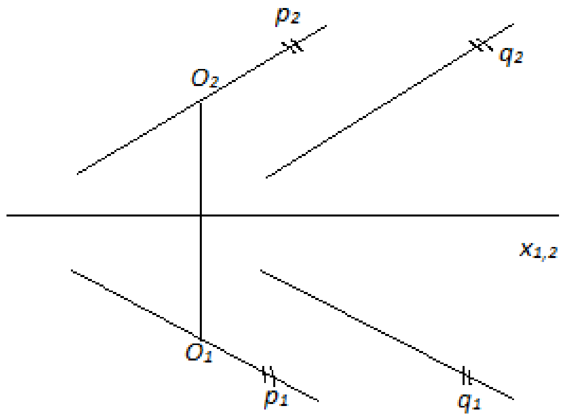
3.4. Vzájemná poloha dvou přímek

3.4.1. Rovnoběžky

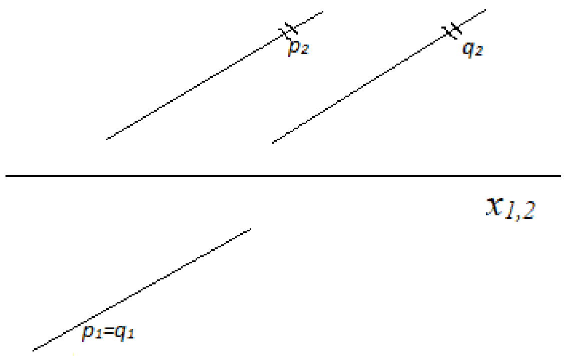
Rovnoběžnost se v Mongeově promítání zachovává. Platí tedy, že když jsou přímky *p*, *q* spolu rovnoběžné (v obecné poloze), tak i jejich půdorysny a nárysny jsou spolu rovnoběžné – $p_1 // q_1$, $p_2 // q_2$ *(obrázek 22.1.)*. Na obrázku 22.2. přímky *p* a *q* jsou rovnoběžné v nárysně a leží ve společné půdorysně promítací rovině. Na obrázku 22.3. máme opačný případ, tedy že jsou rovnoběžné v půdorysně a jsou v jediné nárysně promítací rovině. (34,35)

---

[31] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 19-20, ISBN 80-7078-465-2.
[32] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 48-51, ISBN 80-85920-49-2.
[33] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 20, ISBN 80-7078-465-2.
[34] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 9-10, ISBN 80-7078-465-2.
[35] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 51-67, ISBN 80-85920-49-2.

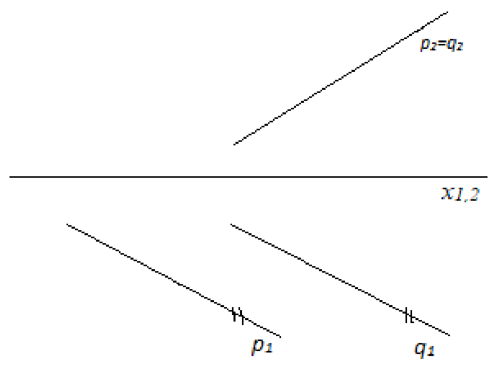


Obrázek 22.1. – Půdorysny a nárysny přímek p a *q jsou spolu rovnoběžné*(36)



Obrázek 22.2. – Nárysny přímek p a q *jsou spolu rovnoběžné a v půdorysny jsou stejné* (36)

36 DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s.10, ISBN 80-7078-465-2.



Obrázek 22.3. – Přímky p a *q jsou v nárysně stejné a v půdorysně rovnoběžné* (36)

3.4.2. Různoběžky

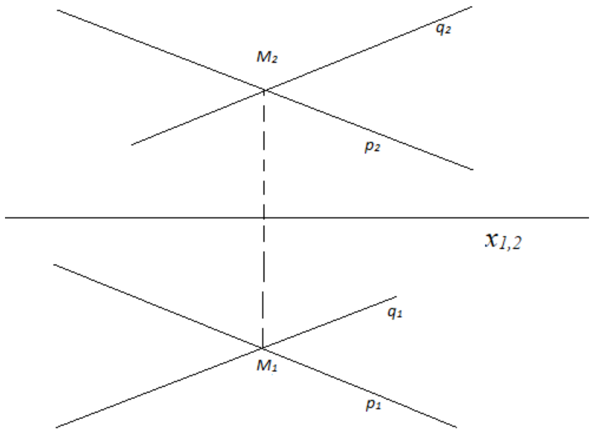
Nechť bod *M* je průsečíkem rovnoběžných přímek *p, q*. Musí tedy platit, že $M_1 \in p_1 \cap q_1$, $M_2 \in p_2 \cap q_2$. Obecně tedy platí, že sdružené průměty přímek spolu různoběžných jsou opět různoběžky, přičemž sdružené průměty jejich průsečíku leží na ordinále *(obrázky 23.1.,23.2.,23.3.)* (34,35)

---

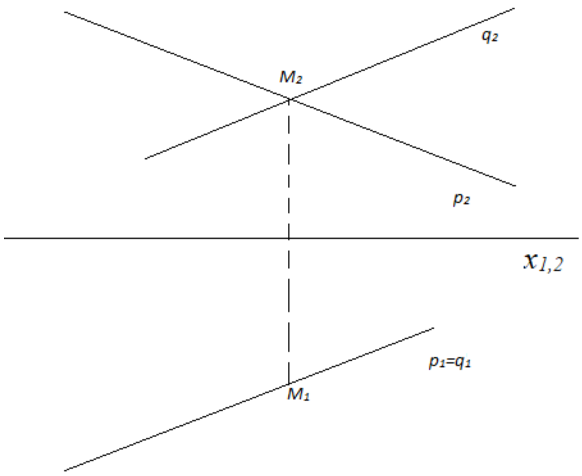
[34] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 9-10, ISBN 80-7078-465-2.

[35] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 51-67, ISBN 80-85920-49-2.

[36] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s.10, ISBN 80-7078-465-2.

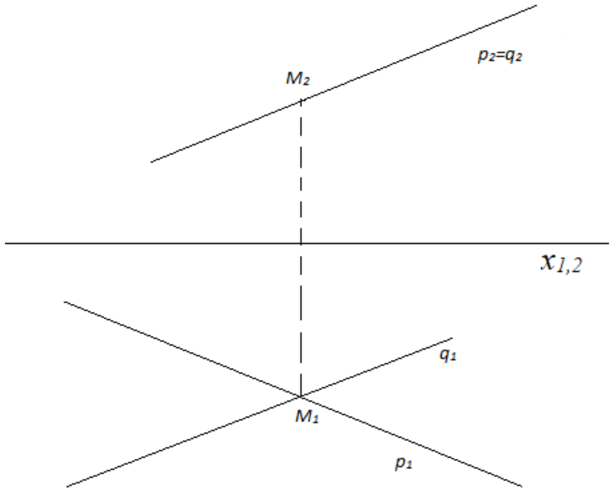


Obrázek 23.1. – Přímky p a *q jsou různoběžné v nárysně i půdorysně* (36)



Obrázek 23.2. – Přímky p a q jsou v *nárysně různoběžné a v půdorysně se rovnoběžné přímky promítnou, jakože jsou stejné* (36)

[36] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s.10, ISBN 80-7078-465-2.

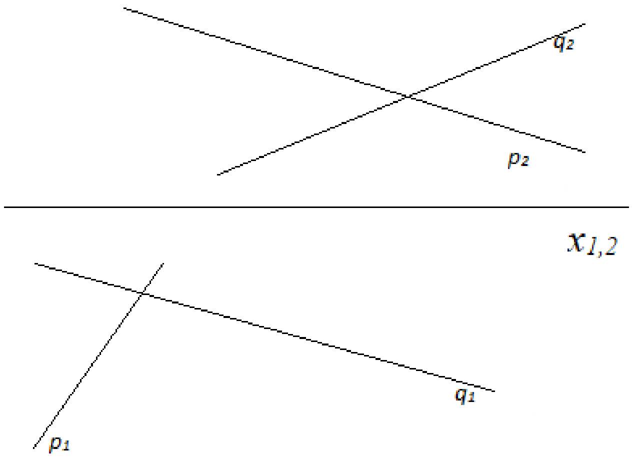


Obrázek 23.3. –– Přímky p a *q jsou v půdorysně různoběžné a v nárysně se rovnoběžné přímky promítnou, jakože jsou stejné* (36)

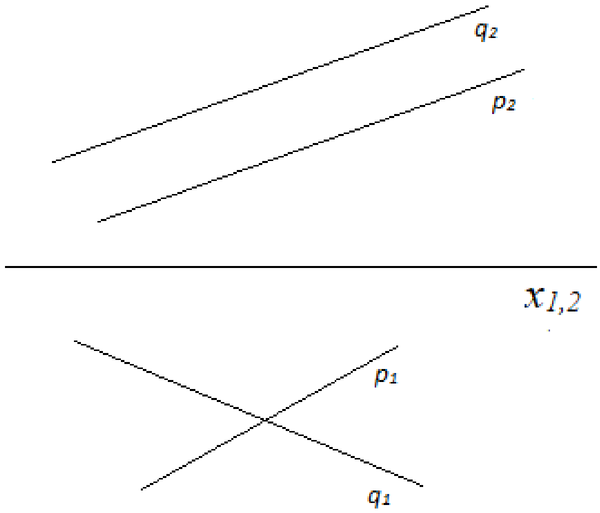
3.4.3. Mimoběžky

Mimoběžky neleží v jedné rovině a nemají žádný společný bod. Sdružené průměty přímek jsou spolu buď rovnoběžné anebo různoběžné, ale průměty jejich průsečíků neleží na ordinále. *(Obrázky 24.1.,24.2.,24.3.)* (34,35)

[34] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 9-10, ISBN 80-7078-465-2.
[35] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 51-67, ISBN 80-85920-49-2.
[36] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s.10, ISBN 80-7078-465-2.

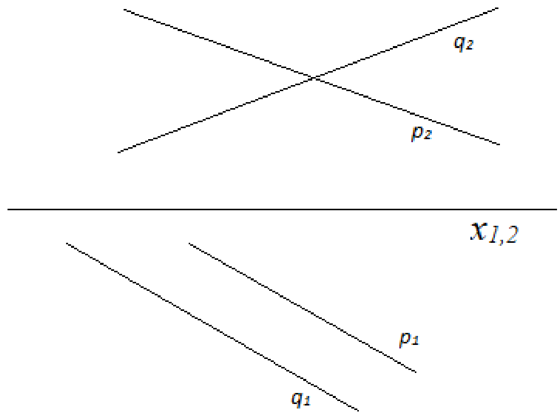


Obrázek 24.1. – Sdružené průměty mimoběžných přímek jsou různoběžné (36)



Obrázek 24.2. – Sdružené průměty mimoběžných přímek jsou v nárysně rovnoběžné a v půdorysně různoběžné (36)

[36] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s.10, ISBN 80-7078-465-2.



Obrázek 24.3. – Sdružené průměty mimoběžných přímek jsou v nárysně různoběžné a v půdorysně rovnoběžné (36)

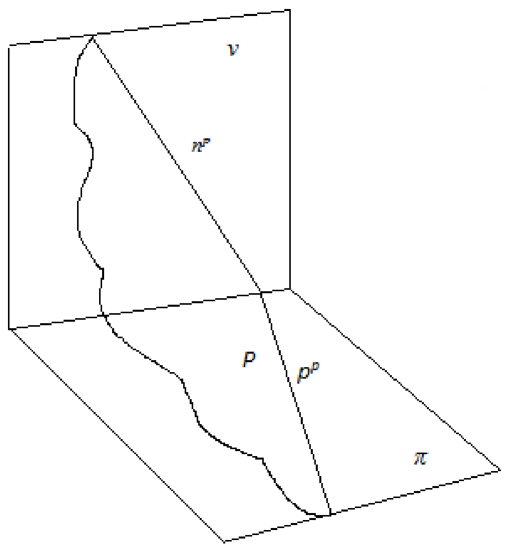
3.5. Zobrazení roviny

Rovinu můžeme určit více způsoby, které známe ze stereometrie. Například: třemi různými body, které neleží v jedné přímce; dvěma různoběžnými přímkami; přímkou a bodem, který na ní neleží; dvěma různými rovnoběžnými přímkami. V Mongeově promítání se nejčastěji zobrazuje rovina pomocí jejích stop. (37,38)

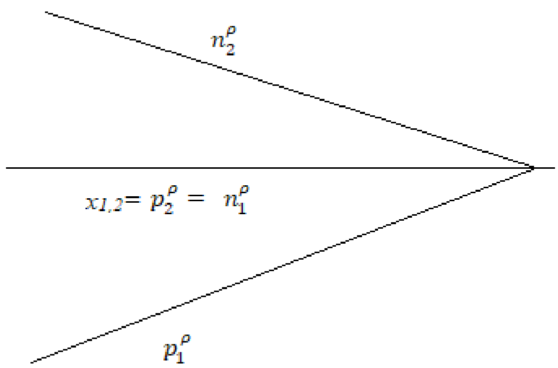
3.5.1. Stopa roviny

Rovina má dvě stopy. Půdorysnou stopu, která se značí p^{α} a vzniká jako průsečnice roviny α s půdorysnou, a nárysnou stopu n^{α}, která je průsečnicí roviny α s nárysnou. Obě tyto stopy protínají základnici $x_{1,2}$ v jednom bodě. V tomto bodě se setkávají tři roviny. Rovina π, ν a α. Tento bod se značí $x_{1,2}=p_2^{\alpha} = n_1^{\alpha}$. *(Obrázky 25.1.,25.2.)* (37,38)

[36] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s.10, ISBN 80-7078-465-2.
[37] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 11-13, ISBN 80-7078-465-2.
[38] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 67-77, ISBN 80-85920-49-2.



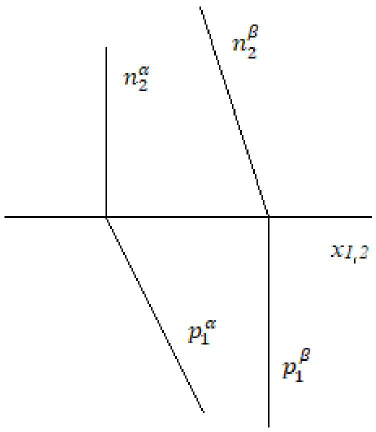
Obrázek 25.1. – Rovina (39)



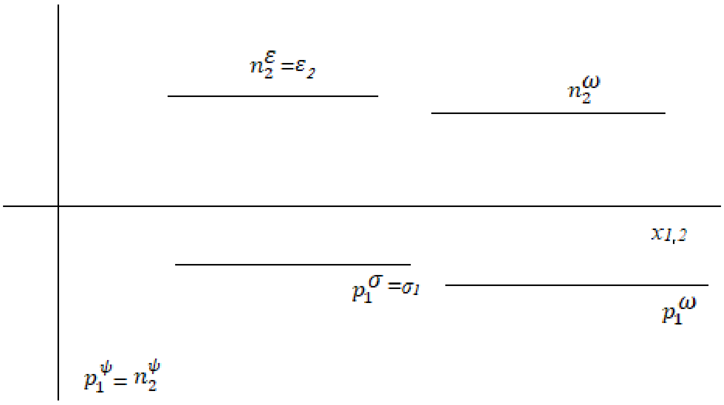
Obrázek 25.2. – Rovina v Mongeově promítání (39)

Průmětem roviny, která je promítací, je vždy alespoň v jednom průmětu přímka. Na obrázcích 26.1,26.2 si ukážeme speciální případy. $\alpha \perp \pi, \beta \perp \nu, \psi \perp \pi, \sigma \parallel \nu, \varepsilon \parallel \pi, \omega \parallel x_{1,2}$ (37,38)

[37] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 11-13, ISBN 80-7078-465-2.
[38] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 67-77, ISBN 80-85920-49-2.
[39] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 11, ISBN 80-7078-465-2.



Obrázek 26.1. – Rovina $\alpha \perp \pi$, $\beta \perp \nu$ (37)



Obrázek 26.2. – $\psi \perp \pi$, $\sigma \parallel \nu$, $\varepsilon \parallel \pi$, $\omega \parallel x_{1,2}$ (37)

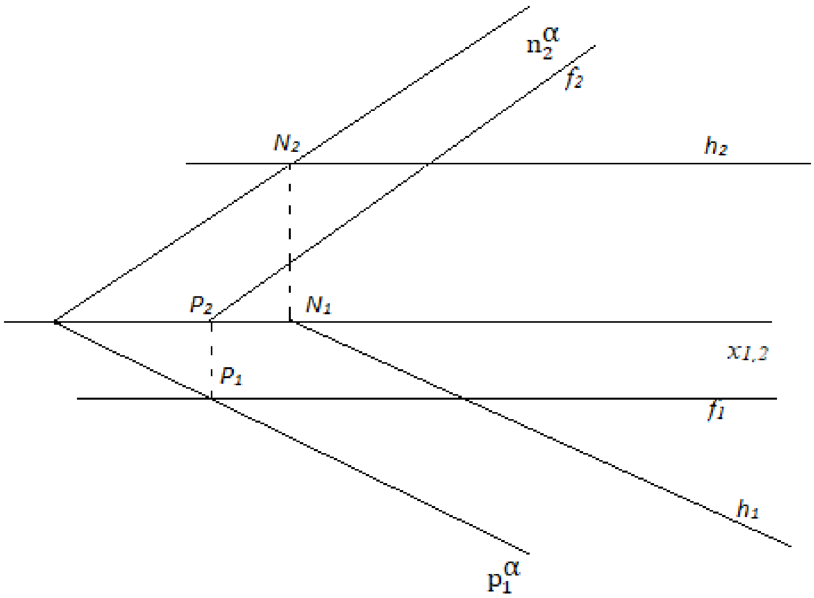
---

[37] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 11-13, ISBN 80-7078-465-2.

3.5.2. Hlavní přímky

Roviny, které jsou rovnoběžné s průmětnou, se nazývají hlavní roviny. Hlavní roviny, které jsou rovnoběžné s půdorysnou, se nazývají horizontální hlavní roviny, a ty, které jsou rovnoběžné s nárysnou, se nazývají frontální hlavní roviny. (40,41)

Přímka, která leží v rovině α a je rovnoběžná s průmětnou, se nazývá hlavní přímka roviny α. Přímek, které jsou rovnoběžné s průmětnou π a leží v rovině α, je nekonečně mnoho a jsou navzájem rovnoběžné. Jelikož v Mongeově promítání existují dvě průmětny, máme i dva druhy hlavních přímek. Hlavní přímky, které jsou rovnoběžné s průmětnou π, říkáme horizontální hlavní přímka a značíme ji *h*, jsou to hlavní přímky 1. osnovy. Hlavní přímky, které jsou rovnoběžné s 2. průmětnou (tedy nárysnou) nazýváme frontální hlavní přímka a značíme *f*. (38,39)



Obrázek 27 – Zobrazení hlavních přímek (40)

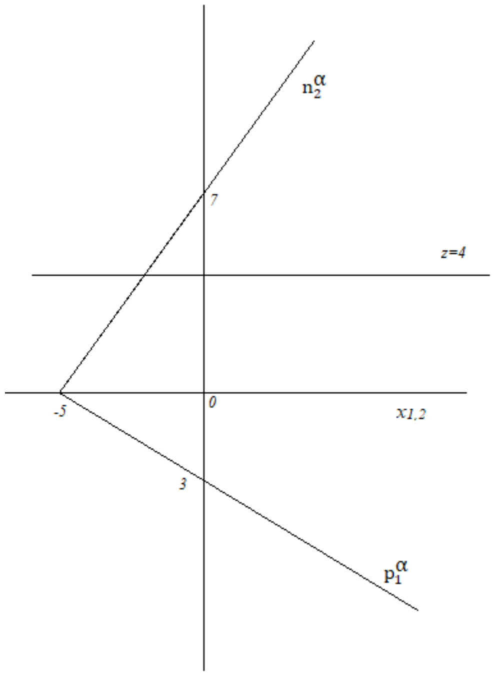
---

[40] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 13, ISBN 80-7078-465-2.

[41] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 77-81, ISBN 80-85920-49-2.

Jeden průmět hlavní přímky je rovnoběžný se základnicí $x_{1,2}$ a druhý průmět je rovnoběžný se stopou roviny. Hlavní přímka má proto jen jeden stopník. Stopy roviny můžeme považovat za hlavní přímky, které leží přímo v průmětně. Hlavní přímky využíváme při zobrazování druhého průmětu bodu ležícího v rovině. (40,41)

Příklad: Zobrazme hlavní přímku první osnovy roviny $\alpha\ [-5;3;7]$, na které leží body se souřadnicí z=4. (42)

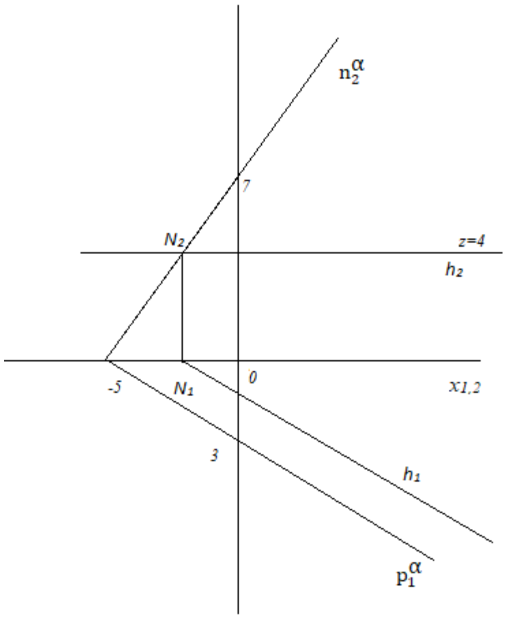


Obrázek 28.1. – Zadání – Zobrazení hlavní přímky první osnovy

Řešení: Hlavní přímka první osnovy je rovnoběžná s průmětnou π, a proto všechny body, které na ní leží, mají stejnou velikost souřadnice *z*. Nárys hlavní přímky první osnovy h_2 je rovnoběžný se základnicí $x_{1,2}$ a protíná nárysnou stopu v náryse nárysného stopníku N_2. Odvodíme na kolmici a na základnici půdorys nárysného stopníku N_1, kterým sestrojíme

[40] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 13, ISBN 80-7078-465-2.
[41] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 77-81, ISBN 80-85920-49-2.
[42] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 78-79, ISBN 80-85920-49-2.

půdorys hlavní přímky první osnovy h_1, který je rovnoběžný s půdorysnou stopou roviny α.[40]



Obrázek 28.2. – Grafické řešení – Zobrazení hlavní přímky první osnovy

3.5.3. Spádové přímky

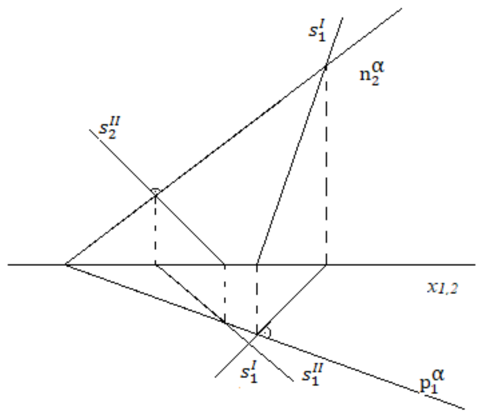
Spádové přímky jsou kolmé na hlavní přímky a tím pádem i na stopu roviny. Rozlišujeme spádové přímky 1. a 2. osnovy. Spádové přímky 1. osnovy jsou přímky kolmé na půdorysnou stopu a značí se s^I. Přímky kolmé na nárysnu jsou spádové přímky 2. osnovy a značí se s^{II}. Spádové přímky používáme v mnoha konstrukcích při řešení konstrukčních úloh. [43,44]

---

[40] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 13, ISBN 80-7078-465-2.

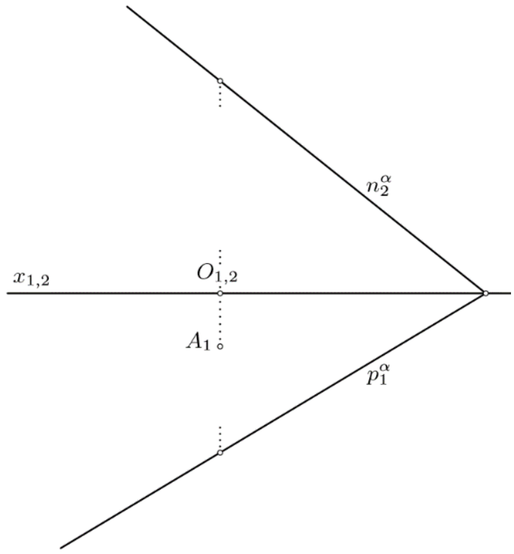
[43] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 14, ISBN 80-7078-465-2

[44] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 81-86, ISBN 80-85920-49-2.



Obrázek 29 – Spádové přímky (43)

Příklad: Zobrazte spádové přímky roviny α(-5;3;4) v jejím bode A[0;1;?].(45)

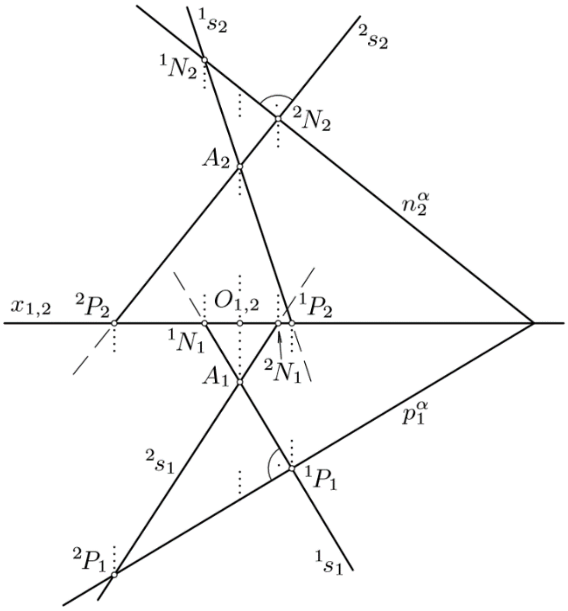


Obrázek 30.1. – Grafické zadání příkladu na zobrazení spádové přímky roviny (45)

[43] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 14, ISBN 80-7078-465-2

[45] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.144 ISBN 978-80-7196-400-1.

Řešení: Bodem A_1 prochází přímka ${}^1s_1 \perp p_1^{\alpha}$. Určíme obrazy ${}^1P_1$ a ${}^1N_1$ stopníků spádové přímky ${}^1s$. Odvodíme nárysy ${}^1P_2$ a ${}^1N_2$ stopníků a tím i nárys ${}^1s_2$ přímky ${}^1s$ a nárys A_2 bodu A. Bodem A_2 prochází nárys ${}^2s_2$ přímky ${}^2s$; ${}^2s_2 \perp n_2^{\alpha}$. K určení půdorysu ${}^2s_1$ přímky ${}^2s$ stačí *určit jeden z jejích stopníků, např.* ${}^2P$; ${}^2s_1 = \leftrightarrow {}^2P_1A_1$.(45)

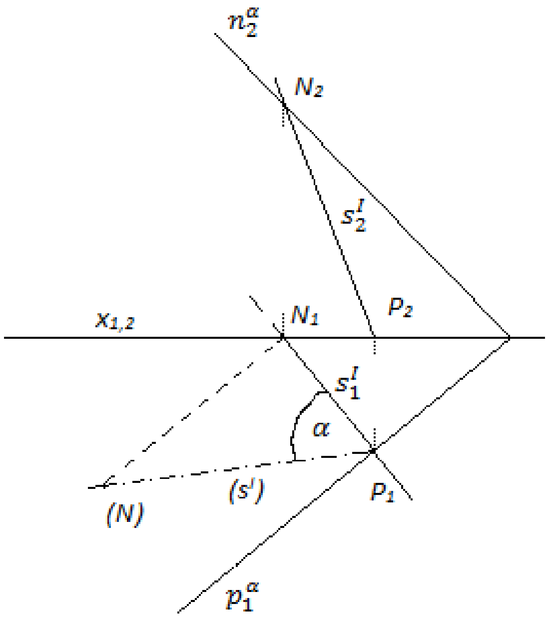


Obrázek 30.2. – Grafické řešení příkladu na zobrazení spádové přímky roviny (45)

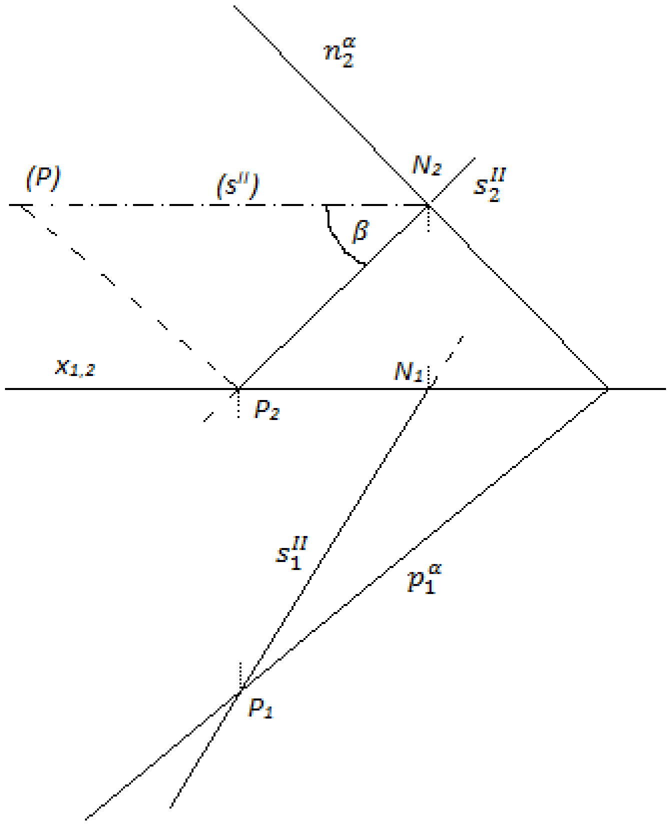
3.6. Odchylka roviny od průmětny

Sklopením první promítací roviny spádové přímky první osnovy do půdorysny určíme *odchylku roviny od půdorysny* (obr. 31.1.). Analogicky sklopením druhé promítací roviny spádové přímky druhé osnovy do nárysny určíme *odchylku roviny od nárysny*. (obr. 31.2.) (46)

[45] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.144 ISBN 978-80-7196-400-1.
[46] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 21, ISBN 80-7078-465-2



Obrázek 31.1. – Odchylka roviny od půdorysny (47)



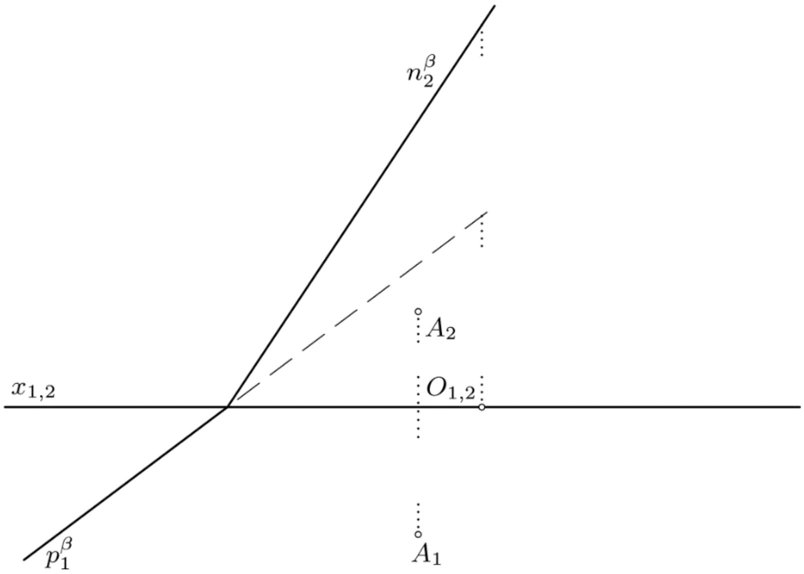
Obrázek 31.2. – Odchylka roviny od nárysny (47)

[47] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.147 ISBN 978-80-7196-400-1.

3.7. Vzájemná poloha rovin

Dvě roviny mohou být vzájemně rovnoběžné anebo různoběžné. Pokud jsou roviny rovnoběžné, nemají žádný společný bod a platí, že: $\alpha \| \beta \Rightarrow p_1^\alpha \parallel p_1^\beta \wedge n_2^\alpha \parallel n_2^\beta$. Když jsou dvě roviny rovnoběžné, jejich hlavní přímky jsou také rovnoběžné. Toto si ukážeme u následujícího příkladu.[48,49]

Příklad: Zobrazte stopy roviny α, která prochází bodem A [1;2;1,5] a je rovnoběžná s rovinou $\beta[4; -3; 6]$



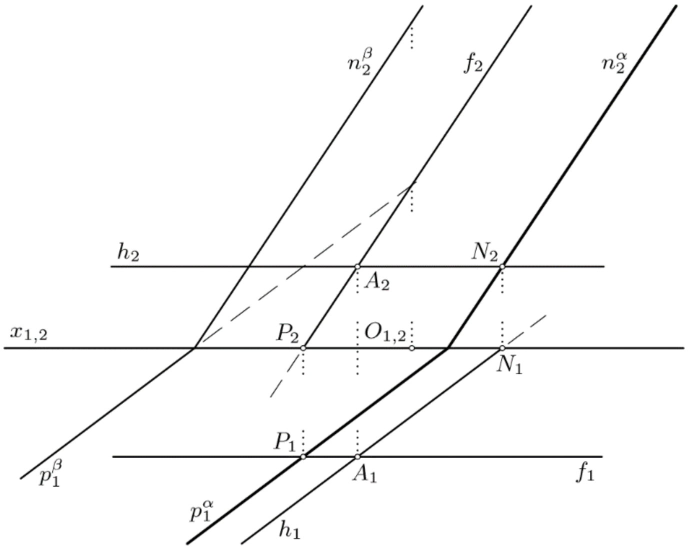
Obrázek 32.1. – Zadání příkladu na zobrazení rovnoběžné roviny [50]

[48] DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 14-18, ISBN 80-7078-465-2

[49] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 86-91, ISBN 80-85920-49-2.

[50] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.158-159. ISBN 978-80-7196-400-1.

Řešení: Úlohu vyřešíme užitím horizontální hlavní přímky. Bodem A vedeme hlavní přímku $h \parallel p^{\beta}$ roviny α; $A_1 \in h_1 \parallel p_1^{\beta}$, $A_2 \in h_2 \parallel x_{1,2}$. Sestrojíme obrazy N_1, N_2 narýsného stopníku N přímky h. Nárys nárysné stopy roviny α prochází bodem N_2, jejím průsečíkem s osou x prochází půdorys půdorysné stopy; $N_2 \in n_2^{\alpha} \parallel n_2^{\beta}$, $p_1^{\alpha} \parallel p_1^{\beta}$. V grafickém řešení příkladu je uvedeno i řešení užitím frontální hlavní přímky f. (50)

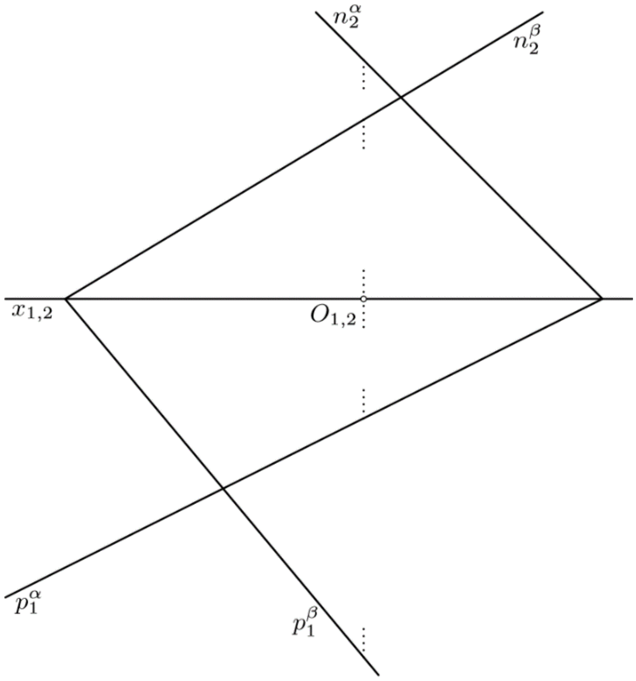


Obrázek 32.2. – Grafické řešení příkladu na zobrazení rovnoběžné roviny (50)

Jsou-li 2 roviny různoběžné, protínají se v přímce, která se nazývá průsečnicí a značíme ji r. Průsečnici můžeme sestrojit dvěma způsoby: pomocí stopníků nebo hlavních přímek. (48,49)

[48]DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, s. 14-18, ISBN 80-7078-465-2
[49]KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 86-91, ISBN 80-85920-49-2.
[50] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.158-159. ISBN 978-80-7196-400-1.

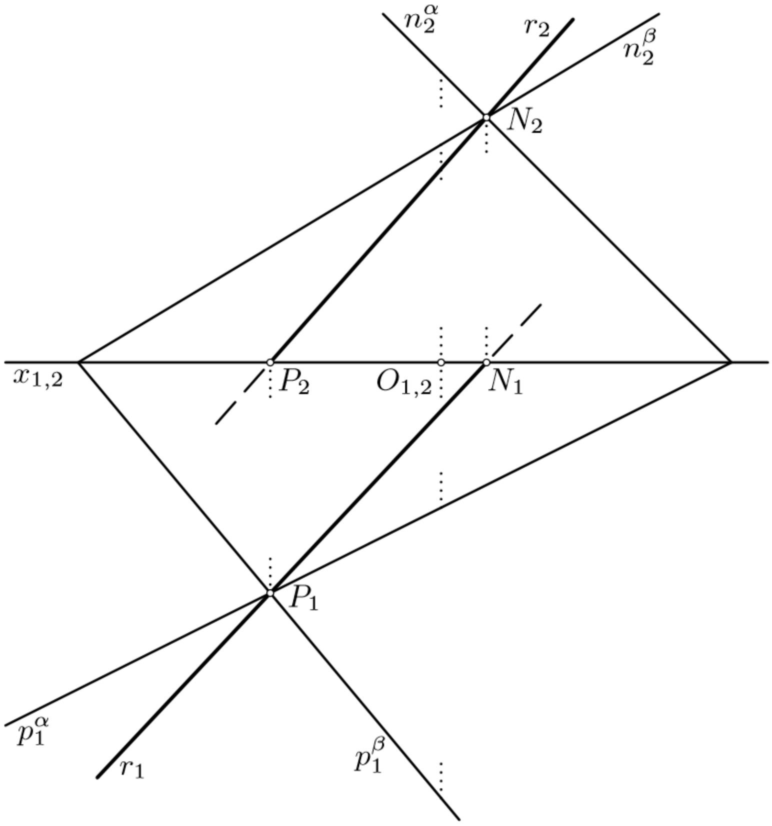
Příklad na sestrojení průsečnici rovin pomocí stopníků – zadání příkladu: Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(-4;2;4)$ a $\beta(5;6;3)$ (51)



Obrázek 33.1. – Grafické zadání příkladu na zobrazení průsečnici rovin α a β – pomocí stopníků (51)

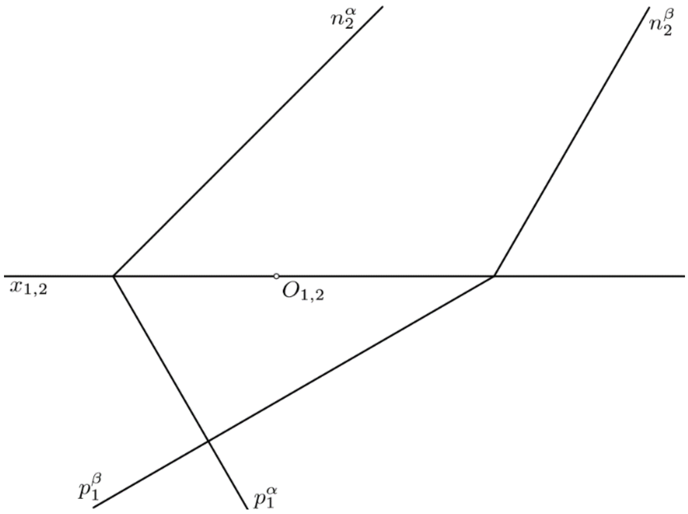
Řešení: Sdružené obrazy průsečnice *r* jsou přímky r_1, r_2. Přitom $r_1 = \leftrightarrow P_1N_1$, kde $P_1 \in p_1^\alpha \cap p_1^\beta$, P_2 je na ordinále a na ose $x_{1,2}$, $N_2 \in n_2^\alpha \cap n_2^\beta$, N_1 je na ordinále a na ose $x_{1,2}$. *(51)*

51 POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.161. ISBN 978-80-7196-400-1.



Obrázek 33.2. – Grafické řešení příkladu na průsečnici rovin α a *β – pomocí stopníků* (51)

Příklad na průsečnici rovin pomocí hlavních přímek – zadání příkladu: Zobrazte průsečnici r rovin $\alpha(3; 120°; 135°)$ a β(-4,30°; 120°) (52)

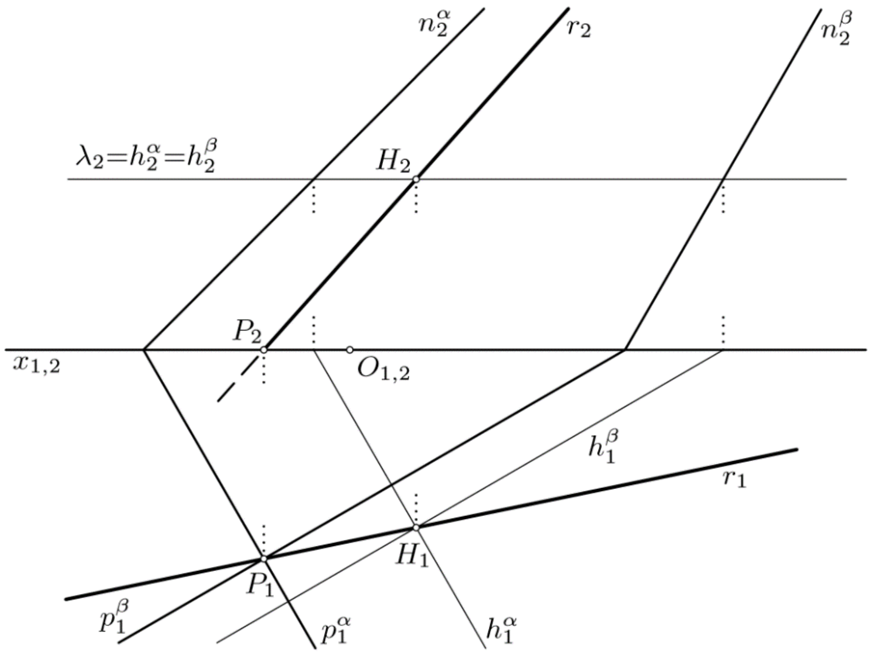


Obrázek 34.1. – Grafické zadání příkladu na průsečnici rovin α a *β – pomocí hlavních přímek* (52)

---

[51] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.161. ISBN 978-80-7196-400-1.
[52] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.161-162. ISBN 978-80-7196-400-1.

Řešení: Jedním bodem průsečnice r je průsečík P půdorysných stop p^α a p^β. Průsečík nárysných stop n^α a n^β však leží mimo nákresnu. Proto roviny α a β protneme např. hlavní rovinou λ rovnoběžnou s půdorysnou; $\lambda_2 \parallel x_{1,2}$. Rovina λ protne rovinu α v hlavní přímce h^α a rovinu β v hlavní přímce h^β; $\lambda_2 = h_2^\alpha = h_2^\beta$, $h_1^\alpha \parallel p_1^\alpha$, $h_1^\beta \parallel p_1^\beta$. Hlavní přímky h^α a h^β leží v téže horizontální rovině a vzhledem k různoběžnosti rovin α a β jsou také různoběžné. Jejich průsečíkem je bod H; $H_1 \in h_1^\alpha \cap h_1^\beta$. Bod H_2 leží na ordinále a na λ_2. Průsečnice r je určena body P a H. 520)



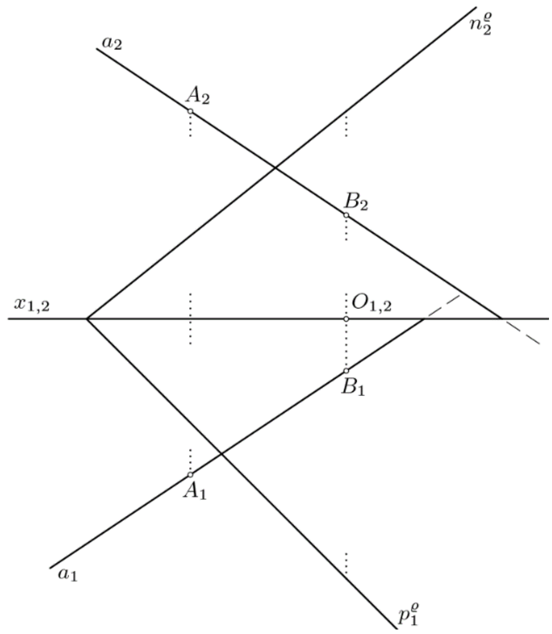
Obrázek 34.2. – Grafické řešení příkladu na průsečnici rovin α a *β – pomocí hlavních přímek* (52)

52 POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.161-162. ISBN 978-80-7196-400-1.

3.8. Princip krycí přímky

Když chceme sestrojit průsečík přímky s rovinou, můžeme využít princip krycí přímky a tím tuto úlohu převést na úlohu o sestrojení průsečíku dvou přímek. Tento princip jej ukázán na řešení následujících příkladů. (53)

Příklad: Zobrazte průsečík R přímky $a = \leftrightarrow AB,\ A[3;3;4], B[0;1;2]$ s rovinou ϱ(5;5;4) (54)



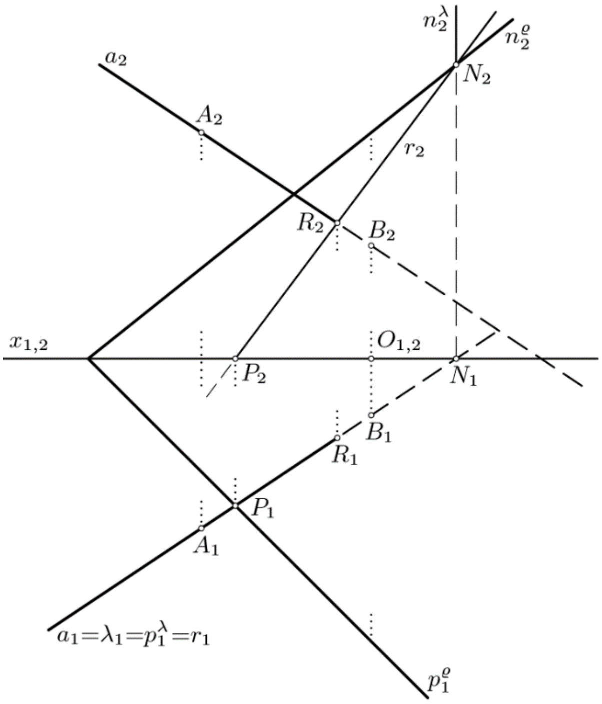
Obrázek 35.1. – Grafické zadání příkladu na první krycí přímku (54)

Řešení: Přímkou a proložíme její první promítací rovinu λ; $p_1^{\lambda} = \lambda_1 = a_1$, $n_2^{\lambda} \perp x_{1,2}$. První obraz průsečnice r rovin λ a ϱ splyne („kryje se“) s prvním obrazem a_1 přímky a; $r_1 = a_1$. Z prvního obrazu $r_1 = \leftrightarrow P_1N_1$ průsečnice odvodíme její druhý obraz; $r_2 = \leftrightarrow P_2N_2$. Druhý obraz R_2 průsečíku R je společným bodem přímek r_2 a a_2, první obraz R_1 leží na ordinále a na přímce $r_1 = a_1$. Průsečnici r nazýváme první krycí přímkou a říkáme, že jsme úlohu řešili užitím první krycí přímky. Předpokládáme-li, že je rovina neprůhledná, určíme viditelnost. (54)

---

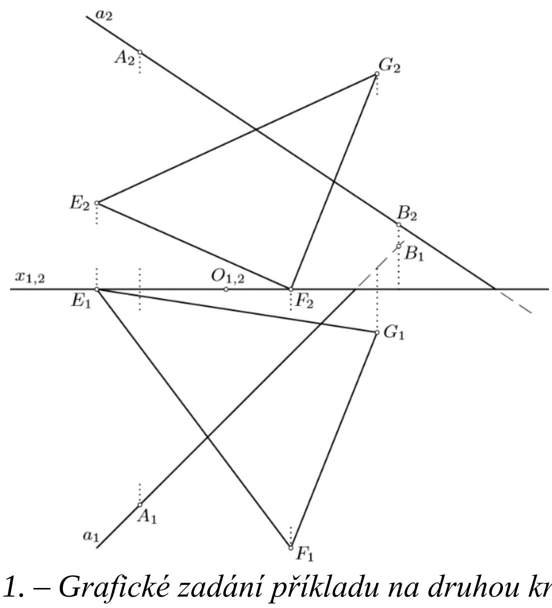
[53] KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 93-96, ISBN 80-85920-49-2.

[54] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.168-169. ISBN 978-80-7196-400-1.



Obrázek 35.2. – Grafické řešení příkladu na první krycí přímku (54)

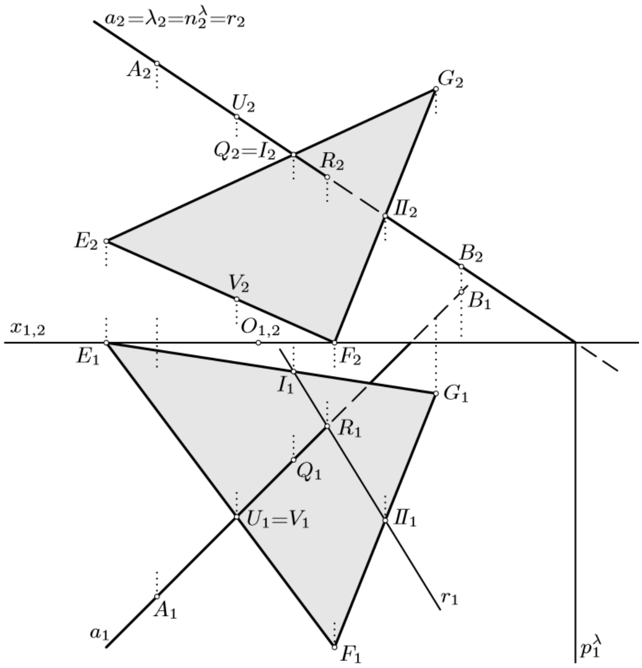
Příklad: Zobrazte průsečík R přímky $a = \leftrightarrow AB$, $A[2; 5; 5{,}5]$, $B[-4; -1; 1{,}5]$ s trojúhelníkem EFG, $E[3; 0; 2]$, $F[-1{,}5; 6; 0]$, $G[-3{,}5; 1; 5]$. (55)



Obrázek 36.1. – Grafické zadání příkladu na druhou krycí přímku (55)

[54] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.168-169. ISBN 978-80-7196-400-1.
[55] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.169-170. ISBN 978-80-7196-400-1.

Řešení: Úlohu tentokrát vyřešíme užitím druhé krycí přímky. Jako pomocnou rovinu λ zvolíme druhou promítací rovinu přímky *a;* $n_2^{\lambda} = \lambda_2 = a_2$, $p_1^{\lambda} \perp x_{1,2}$. Nyní je $r_2 = a_2$, tj. průsečnicí *r* je druhá krycí přímka. Půdorys r_1 průsečnice *r* odvodíme pomocí jejich průsečíků *I, II* se stranami *EG* a *FG* trojúhelníku *EFG;* $r_1 = \leftrightarrow I_1II_1$. Půdorys R_1 průsečíku *R* je průsečíkem přímek r_1 a a_1, nárys R_2 leží na ordinále *a* na $r_2 = a_2$. Za předpokladu, že je trojúhelník *EFG* neprůhledný, určíme viditelnost pomocí krycích bodů $U_1 = V_1$ $(U \in a, V \in EF)$ a $I_2 = Q_2$ $(Q \in a, I \in EG)$. [55]



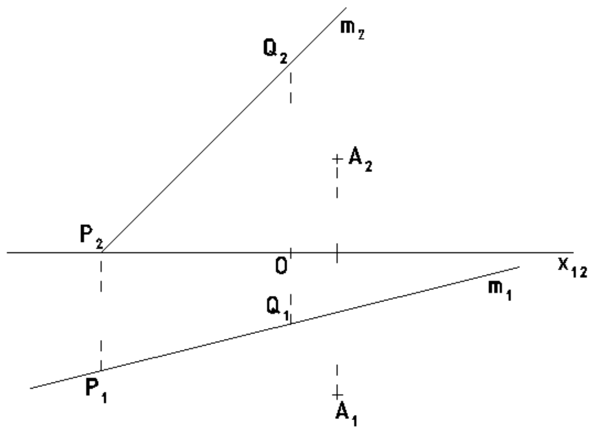
Obrázek 36.2. – Grafické zadání příkladu na druhou krycí přímku [55]

[55] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s.169-170. ISBN 978-80-7196-400-1.

4. Mongeovo promítání – řešené příklady

V této kapitole uvedeme řešení několika příkladů s využitím principů Mongeova promítání. Zaměříme se na základní příklady.

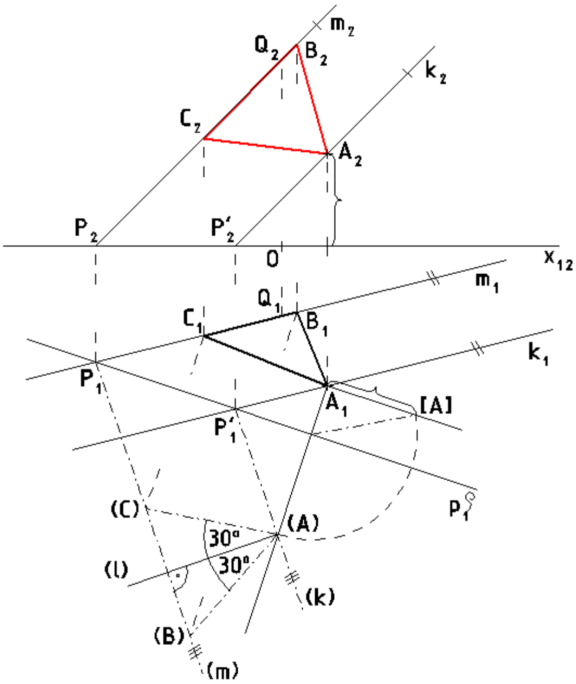
Příklad 1: Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC, je-li dán bod A[10,30,20] a přímka m (P[-40,25,0], Q[0,15,40]), na které leží strana BC. (56)



Obrázek 37.1. – Grafické znázornění zadání na sestrojení rovnostranného trojúhelníku (56)

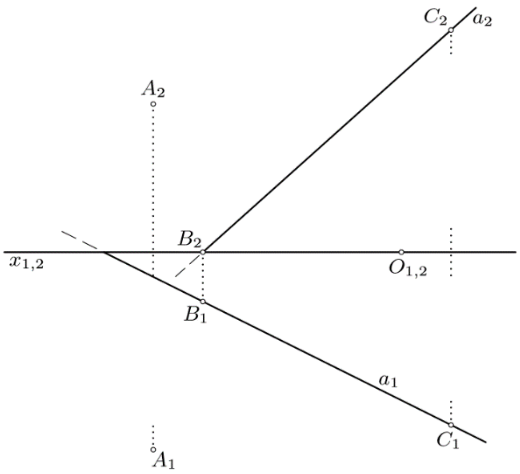
Řešení příkladu 1: Sestrojíme stopy roviny ρ, ve které leží bod *A* a také přímka *m* = ↔*PQ*. Otočíme rovinu ρ s bodem *A* a s přímkou *m* = ↔*PQ* do průmětny. V otočení můžeme sestrojit rovnostranný trojúhelník *ABC*, pro který platí, že strana *BC* leží na přímce *PQ*. Využijeme vlastností rovnostranného trojúhelníku. Použitím pravoúhlé afinity mezi otočeným útvarem a jeho průmětem sestrojíme průmět rovnostranného trojúhelníku a pomocí hlavních přímek odvodíme zbývající průmět. (56)

[56] *Deskriptivní geometrie: verze 4.0* [online]. V Brně: Vysoké učení technické, Fakulta stavební, 2012 [cit. 2020-04-11]. ISBN 978-80-7204-787-1.



Obrázek 37.2. – Grafické řešení příkladu na sestrojení rovnostranného trojúhelníku [56]

Příklad 2: Určete vzdálenost bodu *A* [5;4;3] od přímky *a*= ↔ *BC, B*[4;1;0], *C*[-1;3,5;4,5]) [57]



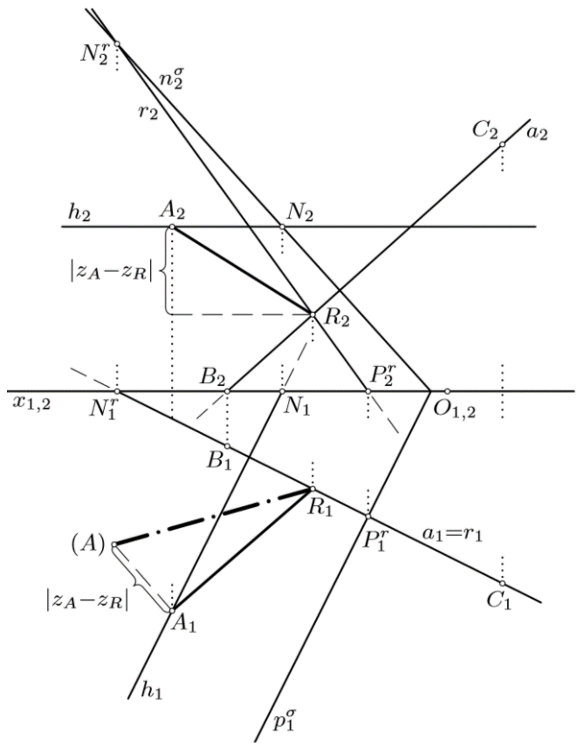
Obrázek 38.1. – Grafické zadání příkladu na vzdálenost bodu A od přímky a [57]

---

[56] *Deskriptivní geometrie: verze 4.0* [online]. V Brně: Vysoké učení technické, Fakulta stavební, 2012 [cit. 2020-04-11]. ISBN 978-80-7204-787-1.

[57] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s. 177. ISBN 978-80-7196-400-1.

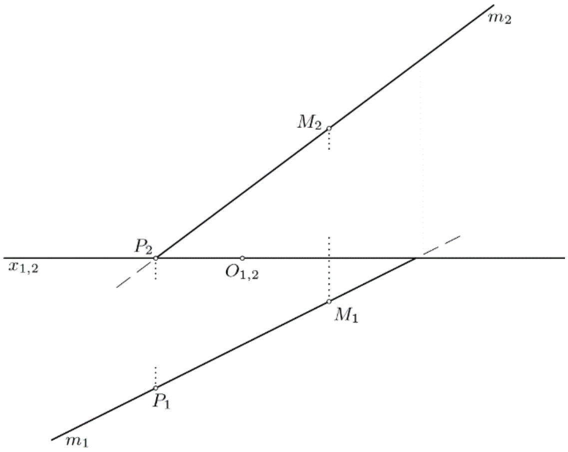
Řešení příkladu 2: Bodem A proložíme rovinu σ kolmou k přímce α. Rovinu σ určíme hlavní přímkou h; $A_1 \in h_1 \perp a_1$, $A_2 \in h_2 \parallel x_{1,2}$. Je-li bod N nárysný stopník přímky h, je $N_2 \in n_2^\sigma \perp a_2$; $p_1^\sigma \perp a_1$. Průsečík R přímky α s rovinou σ určíme např. pomocí první krycí přímky r; $r_1 = a_1$, $r_2 = \leftrightarrow P_2^r N_2^r$, $R_2 \in r_2 \cap a_2$, R_1 leží na ordinále. Hledanou vzdáleností je délka úsečky AR, kterou zjistíme např. sklopením prvního rozdílového trojúhelníku; $|AR| = |(A)R_1|$.(57)



Obrázek 38.2. - Grafické řešení příkladu na vzdálenost bodu A od přímky a (57)

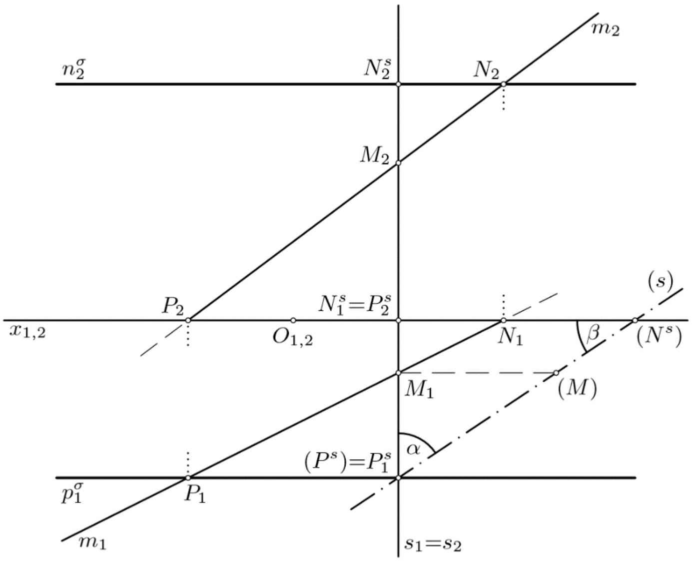
[57] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s. 177. ISBN 978-80-7196-400-1.

Příklad 3: Zobrazte stopy roviny σ, která prochází přímkou $m = \leftrightarrow PM$, $P[2,3,0]$, $M[-2,1,3]$, a je rovnoběžná s osou x. Určete odchylky roviny od obou průměten. [58]



Obrázek 39.1. – Grafické zadání příkladu na stopy roviny a určení odchylky roviny [58]

Řešení příkladu 3: Stopy roviny $\sigma \parallel x$ jsou rovnoběžné s osou x. Půdorysná stopa roviny σ prochází půdorysným stopníkem přímky m a nárysná stopa roviny σ prochází nárysným stopníkem přímky m; $P_1 \in p_1^\sigma \parallel x_{1,2}$, $N_2 \in n_2^\sigma \parallel x_{1,2}$. Vzhledem k tomu, že stopy rovin rovnoběžných s osou x, resp. obsahující osu x, jsou navzájem rovnoběžné, mají tyto roviny jednu osnovu hlavních přímek ($h \parallel x$) a jednu osnovu spádových přímek ($s \perp x$). K určení odchylek roviny σ od průmětem využijeme spádovou přímku s procházející bodem M; $M_1 \in s_1 \perp x_{1,2}$, $M_2 \in s_2 \perp x_{1,2}$. Je zřejmé, že $s_1 = s_2$. Odchylka α od půdorysny i odchylka β od nárysny určíme sklopením promítací roviny přímky s např. od půdorysny. [58]

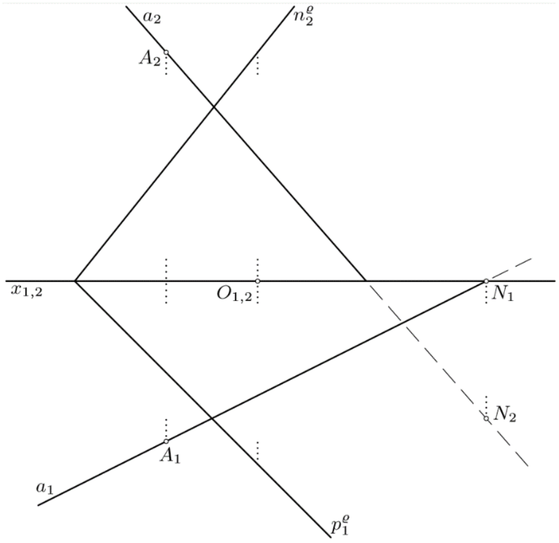


Obrázek 39.2. - Grafické řešení příkladu na stopy roviny a určení odchylky roviny [58]

---

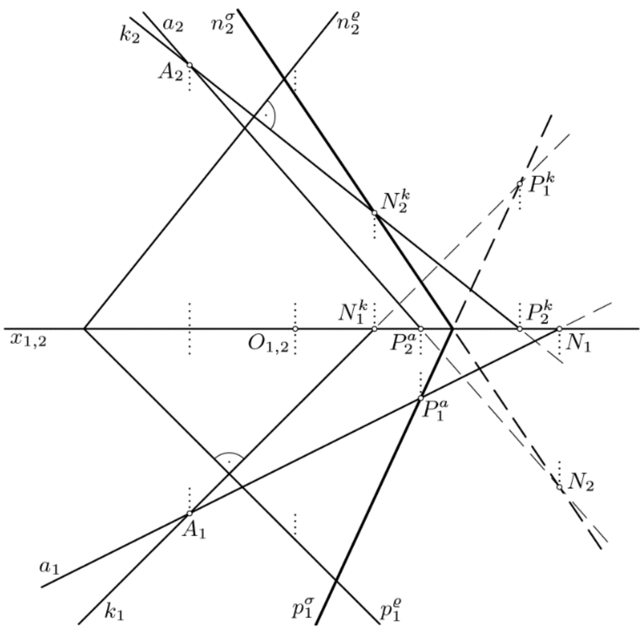
[58] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s. 152. ISBN 978-80-7196-400-1.

Příklad 4: Zobrazte stopy roviny σ, která prochází přímkou $a = \leftrightarrow AN$, $A[2;3{,}5;5]$, $N[-5;0;-3]$ a je kolmá k rovině $\varrho(4;4;5)$ [(59)]



Obrázek 40.1. – Grafické zadání příkladu na zobrazení stopy roviny [(59)]

Řešení příkladu 4: Rovina σ je určena přímkou a a libovolnou kolmicí $k \perp \varrho$ různoběžnou s přímkou a, jdoucí např. bodem A; $A_1 \in k_1 \perp p_1^\varrho$, $A_2 \in k_2 \perp n_2^\varrho$. Půdorysnou stopu p^σ roviny σ získáme spojením půdorysných stopníků P^a, P^k přímek a a k, pro nárysnou stopu n^σ již máme nárysný stopník N přímky a; $p_1^\sigma = \leftrightarrow P_1^a P_1^k$, $N_2 \in n_2^\sigma$. [(59)]

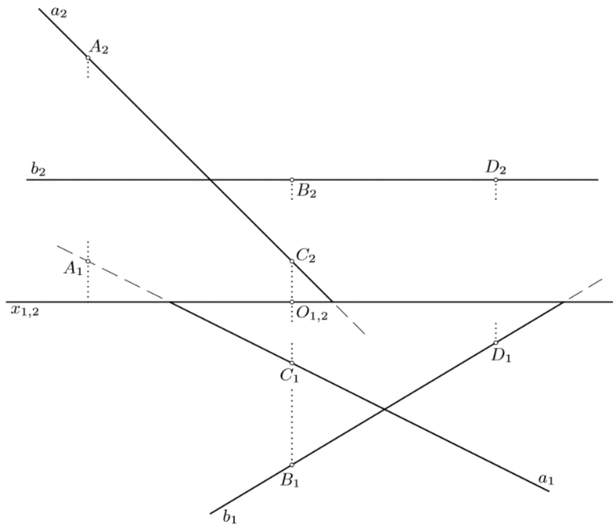


Obrázek 40.2. – Grafické řešení příkladu na zobrazení stopy roviny [(59)]

---

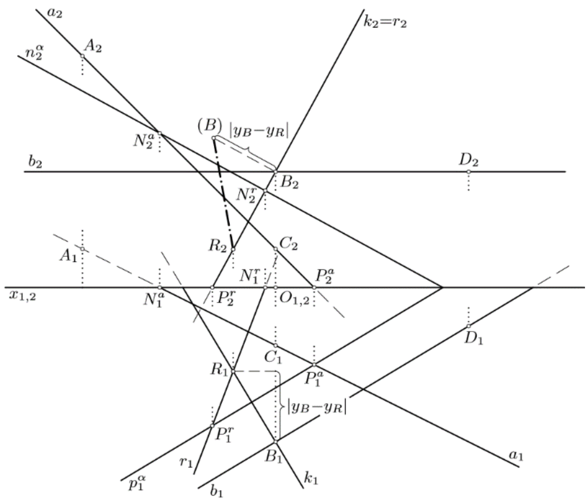
[59] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s. 175. ISBN 978-80-7196-400-1.

Příklad 5: Určete vzdálenost mimoběžných přímek $a = \leftrightarrow AC$, $A[5; -1; 6]$, $C[0; 1{,}5; 1]$, a $b = \leftrightarrow BD$, $B[0; 4; 3]$, $D[-5; 1; 3]$ *(60)*



Obrázek 41.1. – Grafické zadání příkladu na vzdálenost mimoběžných přímek (60)

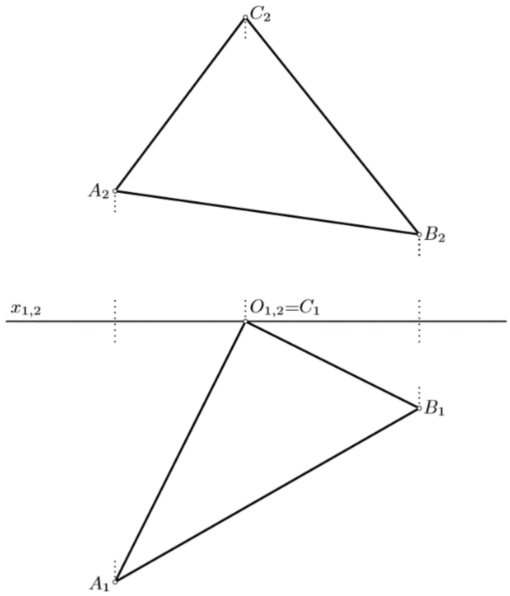
Řešení příkladu 5: Při zvoleném zadání je vhodné proložit přímkou a rovinu α rovnoběžnou s přímkou b. Protože je $b_2 \parallel x_{1,2}$, je b směr hlavních přímek první osnovy roviny α, a tedy $p_1^\alpha \parallel b_1$. Přímka a leží v rovině α, proto $P_1^a \in p_1^\alpha$, $N_2^a \in n_2^\alpha$. Určení vzdálenosti mimoběžek a, b je tak převedeno na určení vzdálenosti libovolného bodu přímky b, např. bodu B, od roviny α. Bodem B tedy vedeme k rovině α kolmici k; $B_1 \in k_1 \perp p_1^\alpha$, $B_2 \in k_2 \perp n_2^\alpha$. Určíme průsečík R kolmice k s rovinou α např. pomocí druhé krycí přímky r; $r_2 = k_2$, $r_1 = \leftrightarrow P_1^r N_1^r$, $R_1 \in r_1 \cap k_1$, R_2 leží na ordinále. Hledanou vzdáleností je délka úsečky BR, kterou získáme např. sklopením druhého rozdílového trojúhelníku; $|BR| = |(B)R_2|$. *(60)*



Obrázek 41.2. – Grafické řešení příkladu na vzdálenost mimoběžných přímek

60 POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s. 179. ISBN 978-80-7196-400-1.

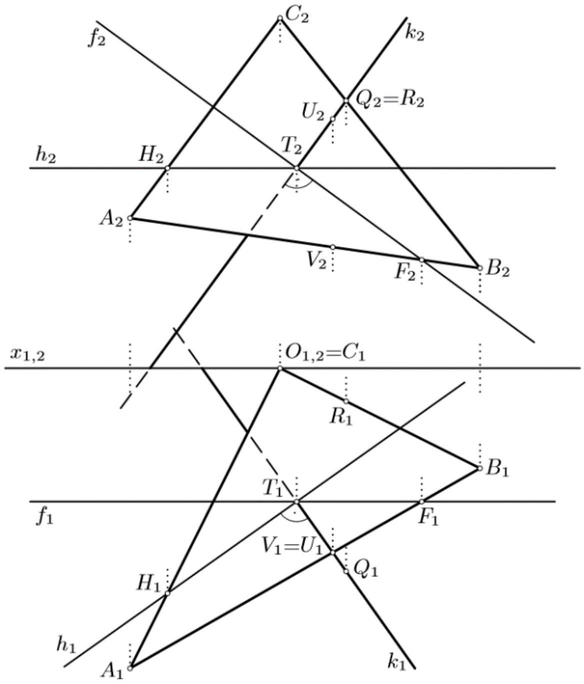
Příklad 6: Zobrazte kolmici *k* vedenou k rovině trojúhelníku *ABC*, *A*[3;6;3], *B*[-4;2;2], *C*[0;0;7], jeho těžištěm *T*. [(61)]



Obrázek 42.1. – Grafické zadání příkladu na zobrazení kolmice procházející těžištěm trojúhelníku [(61)]

Řešení příkladu: Těžiště *T* má půdorys v těžišti T_1 půdorysu $A_1B_1C_1$ a nárys v těžišti T_2 nárysu $A_2B_2C_2$ trojúhelníku *ABC*. Při řešení úlohy vystačíme s hlavními přímkami *h* a *f*; $T_2 \in h_2 \parallel x_{1,2}$, $T_1 \in f_1 \parallel x_{1,2}$. Přímky h_1 a f_2 odvodíme pomocí průsečíků *H* a *F* přímek *h* a *f* se stranami trojúhelníku. Půdorysem kolmice *k* je přímka $k_1 \perp h_1$ procházející bodem T_1, jejím nárysem je přímka $k_2 \perp f_2$ procházející bodem T_2. Viditelnost kolmice *k* vzhledem k trojúhelníku *ABC* za předpokladu, že je trojúhelník neprůhledný, určíme využitím krycích bodů $U_1=V_1$ a $Q_2=R_2$. [(61)]

[61] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s. 173-174. ISBN 978-80-7196-400-1.



Obrázek 42.2. – Grafické zadání příkladu na zobrazení kolmice procházející těžištěm trojúhelníku [(61)]

[61] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. s. 173-174. ISBN 978-80-7196-400-1.

Závěr

Tématem mé bakalářské práce byl život a dílo jedné z nejvýznamnějších osobností matematiky, Gasparda Mongea. Gaspard Monge navíc žil v období velkých politických a společenských změn a pro svůj vliv, působení ve francouzské armádě a přátelství s Napoleonem je to osobnost i nesmírně zajímavá z hlediska historického. Protože mým druhým studijním zaměřením je historie, studium Mongeova života a historických souvislostí bylo pro mě velice obohacující.

Nejznámějším dílem Gasparda Mongea je jistě Géometrie descriptive (Deskriptivní geometrie), ale zmiňuji rovněž jeho ostatní díla. Doba, ve které žil, a společenské i politické kontakty ho zavedly k dalším oborům, kam všude mohl svým osobitým a tvůrčím způsobem přispět. Ať už to byla chemie, fyzika nebo zbrojní průmysl a vojenská logistika, ale dokonce také svět umění, když v Itálii v roce 1796 spolu s dalšími vědci a umělci vybral sochy a obrazy pro Francii jako válečnou kontribuci, nebo archeologie, když v Egyptě prozkoumal a vykopal zříceniny starého Pelusia.

Mongeovým největším přínosem do světa matematiky byla jistě jeho metoda promítání, která je i těžištěm mé bakalářské práce. Znamenala převratnou změnu v zaznamenávání prostoru s přesahem do mnoha technických odvětví. Monge byl vynikajícím a oblíbeným učitelem a jeho způsob, jak důkladně a obrazně vysvětloval postupy a konstrukce, velmi usnadňoval studentům lépe proniknout do problematiky deskriptivní a analytické geometrie. Dodnes se Mongeovo promítání učí studenti architektury, strojírenství, stavebnictví a mnoha dalších technických oborů. Je základem pro výuku prostorové geometrie. Na příkladech jsem se pokusila Mongeovo promítání prostudovat, snažila jsem se rozvíjet svoji schopnost prostorové představivosti a osobností významného matematika jsem se inspirovala pro svoji práci učitele matematiky.

Život a dílo Gasparda Mongea

Anotace

Bakalářská práce je zaměřena na osobnost Gasparda Mongea, významného francouzského matematika. V druhé části práce jsou shrnuta jeho nejznámější díla. V další části práce vysvětluje nejvýznamnější Mongeovo dílo, kterým je Mongeovo promítání. V poslední části jsou pak řešeny složitější příklady.

Klíčová slova: Gaspard Monge, Mongeovo promítání, deskriptivní geometrie, promítání na dvě průmětny, geometrie.

Gaspard Monge life and work

Abstract

My bachelor thesis focuses on the personality of Gaspard Monge, an eminent French mathematician. In its second part his most popular works are summarised. The next part of my thesis explains Monge´s most prominent work, Monge´s method of projections. In the last part more complicated problems are being solved.

Keywords: Gaspard Monge, descriptive geometry, Monge´s method of projections, geometry, Orthogonal projections onto two orthogonal planes.

Seznam literatury

1) *Deskriptivní geometrie: verze 4.0* [online]. V Brně: Vysoké učení technické, Fakulta stavební, 2012 [cit. 2020-04-11]. ISBN 978-80-7204-787-1.
2) DOLEŽAL, Milan. *Základy deskriptivní a konstruktivní geometrie*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 1997, ISBN 80-7078-465-2.
3) KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954. Studie a prameny. Sekce matem.-fys.: Sv. 6.
4) KORCH, Ján, Katarína MÉSZÁROSOVÁ a Bohdana MUSÁLKOVÁ. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Vyd. 2. upr. Praha: Sobotáles, 1998, s. 28-29, ISBN 80-85920-49-2.
5) KVĚTOŇOVÁ, Božena: Gaspard Monge a deskriptivní geometrie. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie.* Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 1996, 41, 256 – 261
6) MAŇÁSKOVÁ, Eva. *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie*. Praha: Prometheus, 2001,ISBN 978-80-7196-160-4.
7) MONGE,Gaspard; Brisson, Mathurin-Jacques: *Géométrie descriptive.* Bachelier, Paris, 1838, 6. éd. [cit. 2020-03-17].
Dostupné z:
https://www.dmg lib.org/dmglib/streambook/index.jsp?bookid=5686009#page20
8) POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. ISBN 978-80-7196-400-1.
9) TILŠER, František. *La géométrie descriptive de Gaspard Monge aprés son développement de cent ans ou la sortie du labyrinthe. Résume dun traité publié a loccasion du centenaire du dévelopment de la doctrine de Monge, organisé, au non danciens éleves de l'école polytechnique tchéco-slave*. Prag: Fr. Řivnáč, 1899. 12s.
10) STRNAD, Alois. *Mathematikové ve francouzské revoluci.* Hradec Králové: Peřina, 1890. 48 s.

Seznam obrázků