

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA EXPERIMENTÁLNÍ FYZIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Řešení podmínky fázové synchronizace
nelineárních procesů v BBO



Vypracoval:	Bc. Jakub Dvořák
Studijní program:	Nanotechnologie
Forma studia:	Prezenční
Vedoucí diplomové práce:	doc. Mgr. Jan Soubusta Ph.D.
Termín odevzdání práce:	květen 2023

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením doc. Jana Soubusty a že jsem použil zdrojů, které cituji a uvádím v seznamu použitých pramenů.

V Olomouci dne

.....
Jakub Dvořák

Poděkování

Chtěl bych tímto moc poděkovat svému vedoucímu doc. Janu Soubustovi za velikou pomoc při psaní této práce a za všechny cenné rady, které mi v průběhu psaní práce dal. Děkuji mu také za trpělivost, kterou se mnou měl.

Rád bych také poděkoval panu doktoru Nožkovi za pomoc s elipsometrickými měřeními.

A nakonec bych rád také poděkoval své rodině a přátelům za jejich podporu během studia.

Bibliografická identifikace

Jméno a příjmení autora	Bc. Jakub Dvořák
Název práce	Řešení podmínky fázové synchronizace nelineárních procesů v BBO
Typ práce	Diplomová
Pracoviště	Společná laboratoř optiky
Vedoucí práce	doc. Mgr. Jan Soubusta Ph.D.
Rok obhajoby práce	2023
Abstrakt	<p>Tato diplomová práce se zabývá charakterizací disperze indexů lomu anizotropních nelineárních krystalů BBO. Jedním z nejčastěji využívaných nelineárních procesů je spontánní sestupná parametrická frekvenční konverze (SPDC). V první kapitole práce je krátká článková rešerše, která popisuje některé z možných využití v kvantové optice. Jsou zde zmíněné entanglované fotony, jedno-fotonové zdroje, kvantová teleportace, kvantová kryptografie a kvantová informatika. Dále je zmíněno, proč se využívá právě BBO. Ve druhé kapitole je teoreticky popsáno nelineární optické prostředí, SPDC a chování optického záření v BBO. Třetí kapitola se věnuje spektrometrickému měření indexů lomu BBO pomocí elipsometrie. Byla provedena dvě měření, jedno na odrazivost, druhé na propustnost. Čtvrtá kapitola se zabývá spektrometrickým skenováním optického pole SPDC vznikajícího za materiálem BBO. Výsledky těchto měření se přibližují k hodnotám teoreticky vypočítaným, nejsou však zcela přesné. Toto měření je využitelné pouze jako verifikační. Závěrečný rozbor výsledků je proveden v páté kapitole.</p>
Klíčová slova	nelineární optika, disperze, SPDC, BBO
Počet stran	47
Počet příloh	-
Jazyk	Český

Bibliographical identification

Autor's first name and surname	Bc. Jakub Dvořák
Title	Solution of phase-matching condition of non-linear processes in BBO
Type of thesis	Master
Department	Joint Laboratory of Optics
Supervisor	doc. Mgr. Jan Soubusta Ph.D.
The year of presentation	2023
Abstract	<p>This thesis focuses on characterizing the dispersion of the refractive indices of anisotropic non-linear BBO crystals. One of the most commonly used non-linear processes is spontaneous parametric frequency down-conversion (SPDC). In the first chapter, a brief literature review is presented, which describes some of the possible applications in quantum optics, including entangled photons, one-photon sources, quantum teleportation, quantum cryptography, and quantum informatics. The chapter also explains why BBO crystals are used. The second chapter provides a theoretical description of the non-linear optical environment, SPDC, and the behavior of optical radiation in BBO. The third chapter is dedicated to spectrometric measurements of the refractive indices of BBO using ellipsometry, including measurements for both reflectance and transmittance. The fourth chapter deals with the spectrometric scanning of the optical field generated by SPDC behind the BBO material. The results of these measurements approach theoretically computed values, but they are not entirely precise. The measurement is only usable for verification. The final analysis of the results is presented in the fifth chapter.</p>
Keywords	non-linear optics, dispersion, SPDC, BBO
Number of pages	47
Number of appendices	-
Language	Czech

Obsah

1	Úvod	9
1.1	Využití SPDC	9
1.2	BBO krystaly	11
2	Teoretický popis nelineárních procesů	13
2.1	Nelineární vlnová rovnice	13
2.2	Sestupná parametrická frekvenční konverze	15
2.3	Teoretický popis BBO	15
3	Elipsometrické měření indexu lomu	21
3.1	Metody určování indexů lomu v literatuře	21
3.2	Elipsometrie	22
3.3	Elipsometrické měření odrazu	23
3.4	Elipsometrické měření průchodu	24
3.5	Diskuse	25
4	Skenování optického pole SPDC	27
4.1	Popis experimentu	27
4.2	Výpočet teoretických závislostí pro typ I	28
4.3	Výpočet teoretických závislostí pro typ II	29
4.4	Popis použitých krystalů	30
4.5	Zobrazení teoretických závislostí	31
4.6	Výsledky měření	31
4.7	Diskuse	36
5	Závěr	39
	Seznam použitých symbolů	42
	Literatura	43

Kapitola 1

Úvod

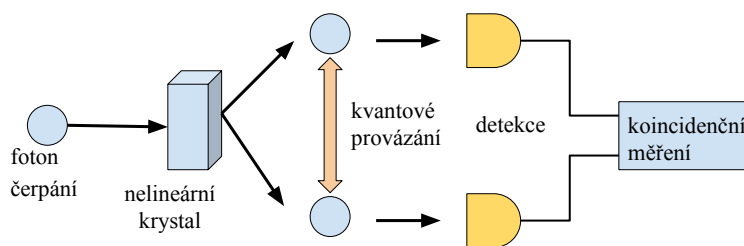
Spontánní sestupná parametrická konverze (dále také pod zkratkou SPDC) je jeden z nejčastěji používaných nelineárních procesů v oblasti kvantové informatiky. Poprvé byla předpovězena v 60. letech minulého století a experimentálně realizována v roce 1970 Burhamem a Weinbergem [1]. Od té doby se SPDC stala srdcem většiny optických experimentů pro aplikaci kvantové kryptografie, kvantové informatiky nebo třeba k testování základních principů kvantové mechaniky. Její aktuální možnosti využití popisuje Christophe Couteau v přehledovém článku [2] v časopise *Contemporary Physics*. Článek se věnuje teoretickému popisu jevu SPDC klasickým i kvantovým způsobem. Nelineární interakci popisuje na příkladu krystalu BBO, který se pro SPDC hojně využívá. Následně zde uvádí některé aplikace, mezi které patří generace jednofotonových stavů světla [3,4] a entanglovaných fotonů [5,6]. Aplikace tohoto procesu nachází využití v kvantové teleportaci [7], kvantové kryptografii [8,9], kvantové informatice [10] nebo kvantové metrologii [11,12]. Využívá se i toho, že fotony z páru, generované v procesu SPDC, jsou i velmi přesně časově korelované, jak poprvé prokázali v článku [13] Hong, Ou a Mandel.

1.1 Využití SPDC

Entanglované fotony

Při spontánní sestupné parametrické konverzi dochází ke vzniku fotonových párů, které jsou popsány jednou vlnovou funkcí. Díky této společné vlnové funkci, jsou tyto fotony společně provázané, neboli entanglované. Tyto korelace mohou být v různých stupních volnosti, například v čase, energii, fázi nebo polarizaci. Například u singletního Bellova polarizačního stavu jsou fotony provázány v polarizaci, takže budou mít přesně opačnou polarizaci, ať již budou měřeny v jakékoliv bázi. (Viz obr. 1.1) Pokud by u fotonů byla měřena například lineární polarizace a u jednoho fotonu bychom naměřili polarizaci vertikální, musí měření druhého fotonu prokázat polarizaci horizontální. Při měření kruhové polarizace by měl jeden pravotočivou a druhý levotočivou. A stejně by to dopadlo i u jiných měření polarizace [5,14].

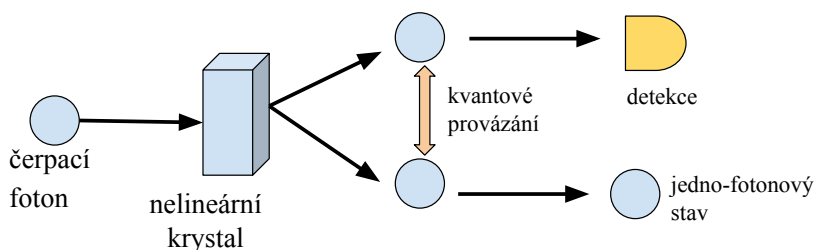
Za experimenty s kvantově provázanými (entanglovanými) fotony byla v roce 2022 udělena Nobelova cena za fyziku Alainu Aspectovi, Johnu F. Clauserovi a Antonu Zeilingerovi. Tato trojice vědců dokázala, že provázání mezi částicemi nelze popsat pomocí skrytých proměnných, které by tyto výsledky měření dopředu určovali. Namísto toho zjistili, že manipulace s jednou z provázaných kvantových částic ovlivňuje na dálku druhou. Albert Einstein tento jev, dnes známý jako „kvantové provázání“ kdysi nazval jako „strašidelnou akci na dálku“ [15].



Obrázek 1.1: Schéma uspořádání měření polarizačního entanglementu.

Jedno-fotonové zdroje

Pokud foton detekujeme, tak zanikne. Pokud však chceme mít zdroj, který vysílá jednotlivé fotony nelze mít bez této detekce informaci o tom, zda byl foton emitován či nikoliv. Možným řešením je právě SPDC. Fotony v páru vznikají vždy současně, pokud je jeden z nich detekován, máme jistotu o existenci druhého fotonu v páru. (Viz 1.2.) Tato metoda je nazývána jako zdroj fotonů s ohlášením [2, 3]. Výhodou, že jsou fotony v různých prostorových módech, je možnost umístit do směru detekovaného svazku veškerou filtraci, která se projeví ve stavu druhého ohlášeného fotonu [16].



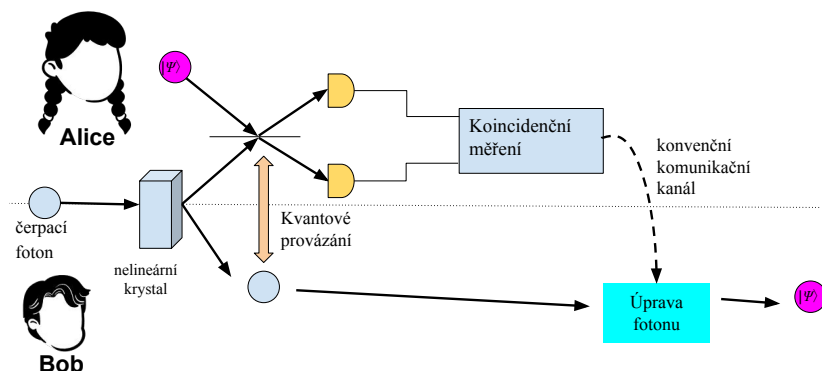
Obrázek 1.2: Schéma zdroje jednotlivých fotonů s ohlášením.

Kvantová teleportace

Kvantově provázaných fotonů se využívá i u procesu kvantové teleportace. Jedná se o přenos a rekonstrukci informace na velké vzdálenosti. Myšlenka je taková, že existují dva účastníci konverzace, tradičně pojmenovaní Alice a Bob, kteří si mezi sebou chtějí vyměnit kvantový bit (qubit), který nese kvantovou informaci. Nejprve je vytvořen kvantově provázaný fotonový pár v singletním polarizačním stavu. Jeden z fotonů je ponechán Alici a druhý poslán Bobovi. Alice provede společné měření fotonu z páru s fotonem, který chce poslat Bobovi. Při tomto měření oba fotony zaniknou. Alice sdělí Bobovi přes konvenční komunikační kanál výsledek svého měření. Podle výsledku Alicina měření provede Bob úpravu svého fotonu z entanglovaného páru a získá foton, který měla původně Alice [2, 7, 14, 17]. Na obr. 1.3 je nakreslené jednoduché schéma kvantové teleportace.

Kvantová kryptografie

V dnešní době je klasické šifrování přenášených informací založeno na víře, že nikdo nedokáže dostatečně rychle faktorizovat velká čísla. Naproti tomu je princip kvantové kryptografie založen na tom, že je zcela nemožné kopírovat qubity, což plyne z linearity kvantové mechaniky. Na tom je založen princip kvantové kryptografie pro přenos tajného klíče mezi Alici a Boba tak, aby jej nezjistil nikdo jiný. Tento klíč je poté přičítán k binárně kódované zprávě (Vernamova šifra [18]). Pokud by tuto zprávu Eva (tradičně se tak jmenuje narušitelka) odposlouchávala, jevila by se jí jako změť náhodných hodnot. Jedním z příkladů by mohlo být toto: Mezi Alici a Boba jsou distribuovány provázané



Obrázek 1.3: Schéma teleportace kvantového stavu fotonu.

fotony tak, aby měla Alice a Bob vždy jeden z páru. Oba na svých fotonech provádějí měření, během kterého náhodně mění bázi měření. Bob poté Alici sdělí, ve kterých případech měřil v jaké bázi a Alice mu odpoví, ve kterých případech měřila stejně. Výsledky z těchto měření použijí jako klíč [2, 8, 9, 14, 17].

Kvantová informatika

Konvenční počítače mají své limity. Ačkoliv Gordon Moore v roce 1965 mluvil o vizi zdvojnásobování počtu tranzistorů na jeden čip každých 18 měsíců, v dnešní době již narážíme na hranici, pod kterou není možné tranzistory zmenšovat. Jsou ovšem i problémy, které s dnešním výkonem počítačů řešit nelze (například problém většího počtu interagujících částic v prostoru 3D) [14]. Právě kvantové počítače by mohly být schopny obtížnějších a rychlejších výpočtů, a tedy i prolomit konvenční počítačové šifrování [19] (např. Shorův algoritmus faktorizace [20]). Vývojem šifrovacích algoritmů, které by byly odolné i proti útoku kvantových počítačů se zabývá takzvaná post-quantová kryptografie [21]. Tyto algoritmy by měli být takové, aby byly bezpečné i v případě, že Eva jako útočník má k dispozici všechny možné kvantové technologie včetně kvantového počítače.

1.2 BBO krystaly

Zkratka materiálu BBO, z níž se vyrábí nelineární krystaly, znamená beta baryum borát ($\beta - \text{BaB}_2\text{O}_4$). Poprvé byl syntetizován v roce 1984. Připravila jej čínská výzkumná skupina pod vedením prof. Chuangtiana Chena. Skupina působí na Fujian Institute of Research on the Structure of Matter, Academia Sinica, Taiwan. Tento materiál se pěstuje růstem ze zárodku z vysokoteplotní taveniny obsahující oxidy boru, barya a sodíku při teplotě asi 900 °C. Krystalizace může probíhat ve dvou fázích, α a β . Vyšší teplotní fáze α má ale nulový kvadratický nelineární člen a je proto nepoužitelná v nelineární optice. Pro nelineární optiku je však nutné syntetizovat fázi β , která není centrosymetrická a má tedy nenulový tenzor nelineární susceptibility. Tento materiál je nehygroskopický¹ a chemicky stabilní. Jeho leštěné povrchy lze snadno čistit a lze na ně aplikovat antireflexní vrstvy.

Z pohledu optiky jde o negativní jednoosý krystal, mimořádný index lomu je menší než řádný, s velkým dvojlomem a relativně malou disperzí. Oblast jeho propustnosti leží od ultrafialové, přes viditelnou až do infračervené oblasti elektromagnetického spektra od

¹**Ne hygroskopický** - neabsorbuje vodu ani vzdušnou vlhkost. Naopak hygroskopické materiály jsou schopny absorbovat vodu a stávají se po čase neprůhlednými.

189 nm do 3500 nm. Jeho vlastnosti týkající se indexů lomu jsou diskutovány v kapitole 2.3. Pro použití BBO v nelineární a laserové optice jsou důležité i další vlastnosti jako je nízká absorpce, vysoká teplotní stabilita a vysoký práh průrazu. Tento materiál je vhodný zejména pro frekvenční konverze a například se používá pro generování harmonických frekvencí z fundamentální frekvence laseru Nd:YAG (1064 nm) [22].

Kapitola 2

Teoretický popis nelineárních procesů

Práce se věnuje popisu optického pole vzniklého spontánní parametrickou sestupnou konverzí (SPDC). Právě SPDC je jedním z nelineárních optických procesů, kterému se budeme v této kapitole věnovat. Pro pochopení tohoto procesu je nutné řešit nelineární vlnovou rovnici a budou nás zajímat vlastnosti světla generovaného v tomto procesu. Dále se popis dostane konkrétně k materiálu BBO, na kterém budou teoreticky odvozeny závislosti, které budou v dalších kapitolách porovnávány s experimentálním měřením.

2.1 Nelineární vlnová rovnice

Lineární optické prostředí je prostředím, které je definováno parametry látky jako je index lomu n , permitivita ε , (odmocninou relativní permitivity je index lomu $n = \sqrt{\varepsilon_r}$), permeabilita μ nebo vodivost σ , které jsou konstantní a nezávisí na intenzitě světla jimi procházejícím. (Pro nevodivé a nemagnetické prostředí ovšem uvažujeme, že $\sigma = 0$ a $\mu = \mu_0$, kde $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m je permeabilita vakua.)

Naproti tomu nelineární prostředí se projevuje tím, že na rozdíl od lineárního prostředí zde může index lomu n nebo jiné veličiny charakterizující látku záviset na intenzitě světla. Dále může světlo v tomto prostředí měnit svou frekvenci ω . Světlo jednoho svazku může ovlivňovat světlo jiného svazku a může docházet ke skládání optických vln a k jevům vyššího řádu [23].

Prostředí je popsáno Maxwellovými rovnicemi pro ideální dielektrikum

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.4)$$

kde \vec{E} je elektrická intenzita, \vec{H} je magnetická intenzita, \vec{D} je elektrická indukce a \vec{B} je magnetická indukce. K řešení je třeba ještě znát materiálové vztahy, které propojují veličiny intenzity a indukce

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (2.6)$$

kde ε_0 je permitivita vakua, μ_0 je permeabilita vakua a \vec{P} je vektor elektrické polarizace. Ta dává informaci o rozposunutí elektronů vůči jádru atomu, což dává za vznik dipólových momentů. Vektor elektrické polarizace \vec{P} popisuje hustotu dipólových momentů pro studované prostředí vztahem

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}, \quad (2.7)$$

kde χ_e je elektrická susceptibilita. Pro anizotropní prostředí má odezva materiálu jiný směr než budící pole, proto je nutné susceptibilitu zavést jako tenzor

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \overset{\leftrightarrow}{\chi} \cdot \vec{E}, \quad (2.8)$$

neboli ve složkách (v Einsteinově sumační konvenci)

$$P_i = \varepsilon_0 \chi_{ij} \cdot E_j. \quad (2.9)$$

Chceme-li popsat nelinearitu, zapíšeme tento vztah pomocí Taylorova rozvoje a získáme

$$P_i = \varepsilon_0 (\chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots) = P_i^L + P_i^{NL}, \quad (2.10)$$

kde první člen bude odpovídat lineárním efektům látky a další členy nelineárním efektům.

Nyní je možné odvodit vlnovou rovnici. Rotací (2.1) získáme

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}). \quad (2.11)$$

Pro rozpis rotace rotace lze použít vektorové identity

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E}, \quad (2.12)$$

kde díky (2.3) je člen $\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) = 0$. Za \vec{B} lze dosadit z (2.6) a poté za rotaci z (2.2), vyjde

$$\Delta \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}. \quad (2.13)$$

Dosadíme-li z (2.5), získáme vlnovou rovnici

$$\Delta \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}. \quad (2.14)$$

Při rozepsání podle (2.10) a dosazení kvadrátu rychlosti světla $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$, dostaneme finální tvar vlnové rovnice

$$\Delta \vec{E} - \frac{1 + \chi^{(1)}}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}^{NL}}{\partial t^2}. \quad (2.15)$$

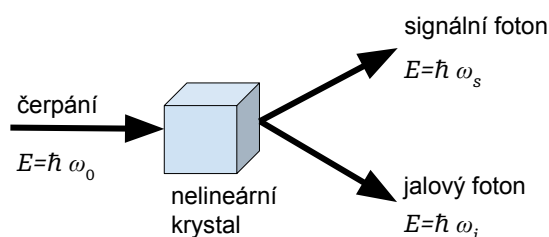
U nelineárních prostředí dochází k několika zajímavým efektům. K nejnámějším efektům druhého řádu patří generace druhé harmonické, generace součtové a rozdílové frekvence, sestupná parametrická frekvenční konverze nebo třívlňové směšování [23, 24].

2.2 Sestupná parametrická frekvenční konverze

Sestupná parametrická frekvenční konverze (SPDC) je efekt, kdy se s velice nízkou pravděpodobností foton z čerpacího svazku rozpadne při průchodu nelineárním prostředím na dva fotony s nižší energií (a tedy i s nižší frekvencí). Tyto dva fotony jsou následně označovány jako signální a jalový a platí tedy ze zákona zachování energie

$$\omega_0 = \omega_s + \omega_i, \quad (2.16)$$

kde ω_0 je frekvence fotonu čerpacího laseru, ω_s je frekvence signálního fotonu a ω_i je frekvence jalového fotonu. Tento efekt je znázorněn na obr. 2.1. Tyto dva fotony si mezi sebou mohou rozdělit energii v libovolném poměru. Může však nastat degenerovaný případ, kdy $\omega_s = \omega_i$ [23, 25].



Obrázek 2.1: Znázornění sestupné parametrické frekvenční konverze.

Aby byla splněna podmínka fázové synchronizace, musí současně se zákonem zachování energie být splněn také zákon zachování hybnosti. Hybnost je zde dána

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \quad (2.17)$$

kde \hbar je Planckova konstanta¹ a \vec{k} je vlnový vektor. Po vykrácení Planckovy konstanty \hbar má zákon zachování hybnosti tvar

$$\vec{k}_0(\omega_0) = \vec{k}_s(\omega_s) + \vec{k}_i(\omega_i), \quad (2.18)$$

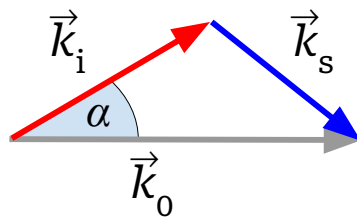
kde \vec{k}_s je vlnový vektor signálního fotonu a \vec{k}_i vlnový vektor jalového fotonu (viz obr. 2.2). Podmínka fázové synchronizace tedy udává, kterými směry se mohou šířit fotony určitých frekvencí generovaných párů [23, 25].

Podle směru polarizace interagujících fotonů jsou definovány různé typy fázové synchronizace. Typ I je proces, u kterého čerpací foton s mimořádnou (*e*-extraordinární) polarizací generuje 2 fotony s polarizací řádnou (*o*-ordinární) $\{e \rightarrow o + o\}$. Naproti tomu proces typu II generuje z fotonu s mimořádnou polarizací 2 fotony s polarizacemi navzájem kolmými $\{e \rightarrow e + o\}$ [25].

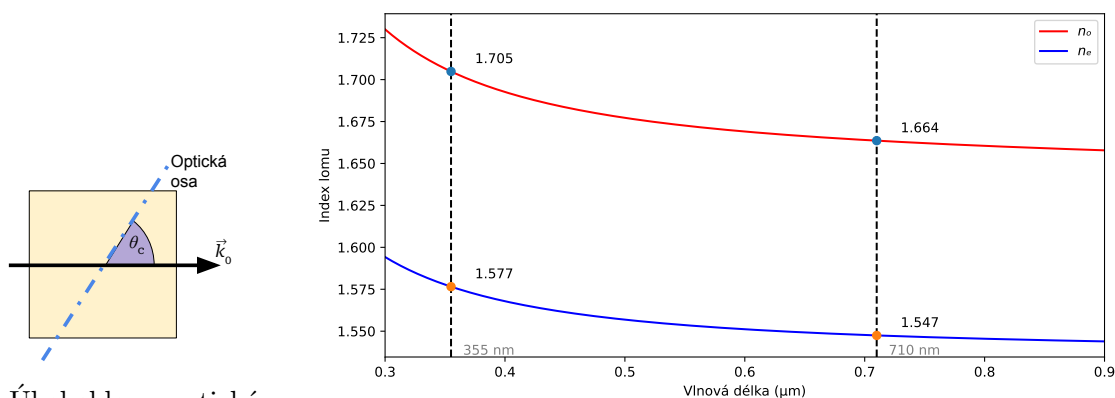
2.3 Teoretický popis BBO

BBO krystal představuje dielektrikum soli BaB_2O_4 . Jeho hlavní výhodou je to, že se dá připravit s velmi vysokou chemickou čistotou a přesnou krystalickou strukturou pomocí umělého růstu. Tento jednoosý krystal nemá střed symetrie a je průhledný v celém viditelném spektru, což je podmínkou pro použití v nelineární optice. Při průchodu

¹používáme zkrácené označení pro redukovanou Planckovu konstantu.



Obrázek 2.2: Znázornění zákona zachování hybnosti pro proces sestupné parametrické konverze.



(a) Úhel sklonu optické osy (*cut*) θ_c mezi op- (b) Řádné a mimořádné indexy lomu BBO krystalu v závislosti na tickou osou a směrem vlnové délce světla. Zvýraznění přerušovanou čarou značí vlnovou čerpacího svazku. délku čerpání 355 nm a její dvojnásobek 710 nm.

Obrázek 2.3: Závislost indexů lomu na vlnové délce při čerpání kolmo na povrch krystalu seříznutého do úhlu θ_c .

světla tímto krystalem dochází ke dvojlomu, kdy se řádný a mimořádný svazek šíří různými směry. Jedinou výjimkou je šíření světla podél optické osy. Indexy lomu těchto svazků jsou rostoucí funkcí frekvence, tedy klesající funkcí vlnové délky.

Sellmeierovy vztahy pro disperzi indexů lomu tohoto materiálu jsou podle publikace [22] a referencí zde uvedených dány

$$n_o^2(\lambda) = 2.7405 + \frac{0.0184}{\lambda^2 - 0.0179} - 0.0155\lambda^2, \quad (2.19)$$

$$n_e^2(\lambda) = 2.3730 + \frac{0.0128}{\lambda^2 - 0.0156} - 0.0044\lambda^2, \quad (2.20)$$

kde n_o je index lomu řádného, n_e je index lomu mimořádného svazku a λ je vlnová délka, která se do těchto vztahů dosazuje v mikrometrech. Takto napočítané závislosti indexů lomu na vlnové délce jsou zobrazeny na obr. 2.3b [23].

Velikost vlnového vektoru pro světlo s frekvencí ω a indexem lomu n je dána výrazem $k = \frac{n\omega}{c}$. Pro složení vlnového vektoru čerpání \vec{k}_0 z vlnového vektoru signálního \vec{k}_s a jalového \vec{k}_i fotonu musí platit trojúhelníková nerovnost (viz obr. 2.2). V degenerovaném

případě, kdy mají oba generované fotony stejnou frekvenci, $\omega_i = \omega_s = \omega$, platí

$$k(2\omega) \leq 2k(\omega) \quad \Rightarrow \quad n(2\omega) \frac{2\omega}{c} \leq 2n(\omega) \frac{\omega}{c}. \quad (2.21)$$

Čerpání má frekvenci 2ω a po zkrácení platí

$$n(2\omega) \leq 2n(\omega). \quad (2.22)$$

Jelikož používáme materiál BBO v oblasti bez absorpce, je tato spektrální oblast oblastí normální disperze. To znamená, že je index lomu rostoucí funkcí frekvence. Proto lze dosáhnout splnění podmínky (2.22) pouze při použití anizotropních krystalů. Pro typ I $\{e \rightarrow o + o\}$ podmínce fázové synchronizace odpovídá: $n_e(2\omega) < n_o(\omega)$. Pro typ II $\{e \rightarrow e + o\}$ dosáhneme podmínky fázové synchronizace díky: $n_e(2\omega) < (n_e(\omega) + n_o(\omega))/2$ [23].

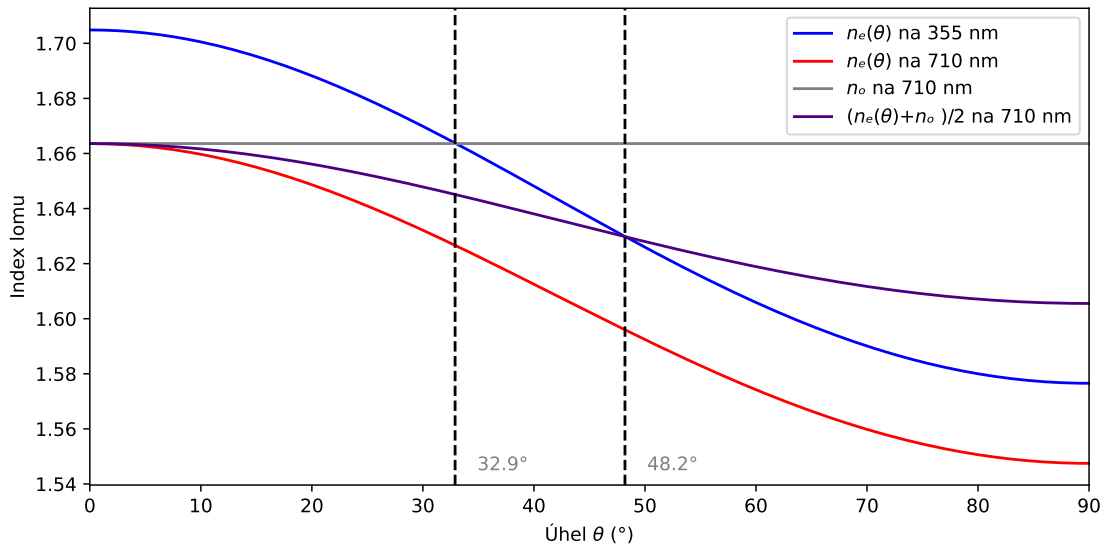
Mimořádný index lomu je závislý na sklonu vlnového vektoru \vec{k} vůči optické ose pod úhlem θ . Tuto závislost popisuje indexový elipsoid

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2}. \quad (2.23)$$

Tento výraz lze upravit tak, aby nebyl hledaný index lomu ve jmenovateli následovně

$$n_e^2(\theta) = \frac{n_o^2}{1 - \sin^2 \theta (1 - (\frac{n_o}{n_e})^2)}. \quad (2.24)$$

Tato závislost je taky graficky znázorněná na obr. 2.4 pro čerpání na vlnové délce 355 nm a generované downkonverzí 710 nm. Řádný index lomu n_o není závislý na velikosti úhlu θ . Proces generace fotonových párů je tedy možné sfázovat pro typ I pokud $\theta \geq 32.9^\circ$,



Obrázek 2.4: Závislosti indexů lomu na úhlu θ pro vyznačené vlnové délky.

a pro typ II pokud $\theta \geq 48.2^\circ$. V případě rovnosti je proces kolineární a generované fotony se šíří ve stejném směru jako čerpací svazek. Je to v místě, kde v obr. 2.4 se modrá křivka popisující index lomu čerpacího svazku protíná s křivkami popisujícími

indexy lomu generovaných fotonů. Pro větší úhly θ tvoří fotony kužel kolem čerpacího svazku [23].

Z poměru \vec{k} -vektorů lze spočítat vnitřní úhel α šíření generovaných svazků

$$n(2\omega)\frac{2\omega}{c} = 2n(\omega)\frac{\omega}{c} \cos \alpha \quad \Rightarrow \quad \cos \alpha = \frac{n(2\omega)}{n(\omega)}, \quad (2.25)$$

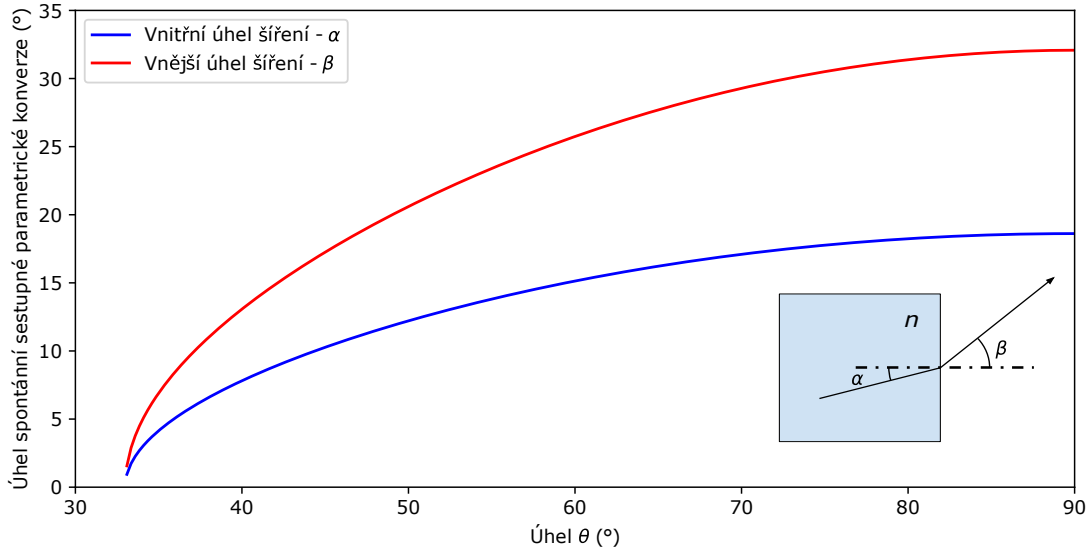
pro typ I tedy bude platit

$$\cos \alpha = \frac{n_e(\theta, \lambda_0)}{n_o(\lambda_s)}, \quad (2.26)$$

kde λ_0 je vlnová délka čerpacího svazku a λ_s je vlnová délka signálního fotonu. Vnější úhel šíření svazku β po výstupu z krystalu bude dán Snellovým zákonem lomu na rozhraní

$$\sin \beta = n_o(\lambda_s) \sin \alpha. \quad (2.27)$$

Tato závislost je zobrazena na obr. 2.5 [23].



Obrázek 2.5: Vnitřní a vnější úhel šíření svazků generovaných v procesu sestupné spontánní parametrické konverze v BBO krystalu. (Čerpání při $\lambda_0 = 355$ nm.)

U typu II dochází k tomu, že signální foton má řádnou polarizaci a jalový polarizaci mimořádnou. Budou mít jiný index lomu a tedy i jinou velikost \vec{k} -vektoru a rozdílné úhly šíření světla z krystalu. Jejich velikost získáme řešením soustavy dvou rovnic, které plynou z projekce \vec{k} -vektoru do podélného a příčného směru vůči čerpacímu svazku

$$\frac{n_o(\lambda_s)}{\lambda_s} \sin \alpha_o = \frac{n_e(\theta, \lambda_i)}{\lambda_i} \sin \alpha_e, \quad (2.28)$$

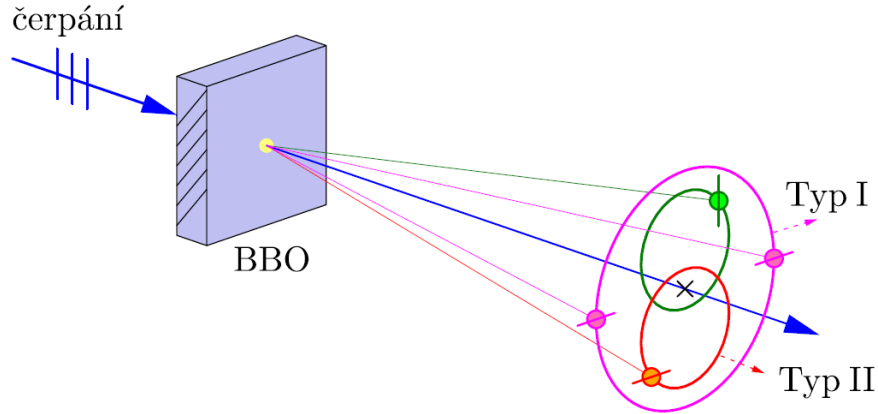
$$\frac{n_o(\lambda_s)}{\lambda_s} \cos \alpha_o + \frac{n_e(\theta, \lambda_i)}{\lambda_i} \cos \alpha_e - \frac{n_e(\theta_c, \lambda_0)}{\lambda_0} = 0, \quad (2.29)$$

kde α_o je úhel šíření řádné polarizace, α_e je úhel šíření mimořádné polarizace a λ_i je vlnová délka jalového fotonu. Tuto soustavu rovnic lze vyřešit numericky např. metodou půlení intervalů. Soustavu rovnic jsme odvodili z vektorové podmínky fázové

synchronizace (2.18) rozepsáním do složek. Podmínka (2.28) odpovídá směru kolmo na směr čerpání a (2.29) odpovídá projekci vektorů do směru kolmo k čerpacímu svazku [23].

V této podmínce fázové synchronizace je uvažováno, že signální a jalový foton mají rozdílnou vlnovou délku. Zákon zachování energie vyjádřený pro frekvence (2.16), můžeme přepsat pro vlnové délky

$$\frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_i}. \quad (2.30)$$



Obrázek 2.6: Šíření světelných svazků po výstupu z krystalu. [23]

Na obr. 2.6 je znázorněno, kterými směry se bude šířit světlo poté, co vystoupí z krystalu. Maxima intenzit jsou na stínítku vidět jako tři kružnice. Na vnější kružnici dopadají fotony vytvořené procesem typu I. Na vnitřní kružnici budou dopadat fotony vytvořené procesem typu II, s tím, že řádný foton dopadne na jednu kružnici a mimořádný na druhou kružnici. Velká část intenzity čerpacího svazku projde krystalem přímo bez ovlivnění nelineárními procesy.

Efektivita nelineárních procesů je dána tenzorem nelineární susceptibility, ze kterého si lze odvodit výrazy pro efektivní nelinearitu. Ty budou dále záviset na směru vlnového vektoru, který je dán směrem šíření svazku θ^2 a úhlem rotace optické osy krystalu ϕ , a směry lineární polarizace, které jsou rovněž popsány úhly θ a ϕ . BBO krystaly mají symetrii $3m \equiv C_{3v}$, což je podle Schoenfliesových a Hermann-Mauguinových symbolů označení pro trigonální (klencovou) soustavu. Pro tuto geometrii se efektivní koeficient nelinearity vypočítá podle těchto vztahů

$$d_{\text{eff}}^{\text{I}} = d_{31} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \sin 3\phi, \quad (2.31)$$

$$d_{\text{eff}}^{\text{II}} = d_{22} \cos^2 \theta \cos 3\phi, \quad (2.32)$$

kde θ je úhel šíření svazku, ϕ je úhel rotace a d_{ij} jsou koeficienty nelinearity. Nenulové složky tenzoru nelineární susceptibility, které byly v (2.31) a (2.32) použity mají dle firmy Eksma³ hodnoty

$$d_{22} = \pm(2.22 \pm 0.09) \text{ pm} \cdot \text{V}^{-1}, \quad (2.33)$$

$$d_{31} = \pm(0.16 \pm 0.08) \text{ pm} \cdot \text{V}^{-1}. \quad (2.34)$$

Z (2.31) je zřejmé, že pro optimalizaci krystalu k procesu typu I je vhodné, aby úhel rotace byl $\phi = 90^\circ + n \cdot 60^\circ$, kde $n \in \mathbb{N}$. Z (2.32) je naopak zřejmé, že pro proces typu II je optimální úhel rotace $\phi = 0^\circ + n \cdot 60^\circ$, kde $n \in \mathbb{N}$ [23].

²Uvažujeme kolmý dopad, takže $\theta = \theta_c$

³<https://eksmaoptics.com>

Kapitola 3

Elipsometrické měření indexu lomu

Jedním z nejdůležitějších parametrů nutných k popisu optického prostředí patří index lomu. Právě měřením indexu lomu se zabývá tato kapitola, ve které bylo využito spektroskopické elipsometrie.

3.1 Metody určování indexů lomu v literatuře

Práce se bude v další části zabývat měřením indexů lomu materiálu BBO. Bylo by vhodné alespoň krátce shrnout co o měření indexů lomu říká odborná literatura.

Shyam Singh v přehledovém článku *Refractive Index Measurement and its Applications* [26] v časopise *Physica Scripta* píše o metodách měření indexů lomu u izotropních materiálů. Mezi těmi byla metoda využívající měření minimálního úhlu deviace hranolu vyrobeného z měřeného materiálu. Další popisovanou metodou je interferometrické měření rozdílů optických drah.

Měření indexů lomu anizotropního materiálu zmiňuje Min Zhang a kol. v článku *Linear and Nonlinear Optical Properties of $K_3B_6O_{10}Br$ Single Crystal: Experiment and Calculation* [27] v časopise *The Journal of Physical Chemistry C*. V tomto měření autoři využívají krystalu seříznutého do tvaru trojbokého hranolu a 16 různých monochromatických zdrojů o vlnových délkách mezi 253.7 nm a 2325.4 nm. Pro těchto 16 zdrojů byly změřeny indexy lomu, které byly následně proloženy křivkami Sellmeierových vztahů.

Měření pomocí nejmenšího úhlu deviace zmiňuje i Weiguo Zhang a kol. v článku *Phase-Matching in Nonlinear Optical Compounds: A Materials Perspective* [28] časopisu *Chemistry of Materials*. Tento článek navíc zmiňuje i metodu spojeného hranolu (*Prism coupling method*). Tato metoda umožňuje měření i menších velikostí krystalů než u klasické metody minimální deviace. K měření je používán hranol o známém indexu lomu, který je spojen s měřeným hranolem.

Měření indexů lomů pomocí elipsometrických metod jsou v odborných člancích popisovány spíše u tenkých vrstev. Jejich použití na objemových substrátech není v člancích zmiňováno. Použití elipsometrie k měření objemových substrátů je ale zmíněno v učebnici Hiroyukiho Fujiwary *Spectroscopic Ellipsometry Principles and Applications* [29]. V kapitole 6 se věnuje speciálně anizotropním materiálům. Interpretace výsledků je komplikovaná a vyžaduje zkušenost.

3.2 Elipsometrie

Spektroskopická elipsometrie byla vyvinuta na počátku 70. let 20. století a od té doby se stala jednou z technik k určování vnitřních a strukturních vlastností materiálů, hlavně na jejich povrchu a na rozhraních [30]. Je to také fyzikální metoda určená k měření indexů lomu. Jednoduché měření probíhá u izotropních materiálů, u anizotropních materiálů je měření složitější a je nutné měřit celý indexový elipsoid.

Všechny materiálové parametry jsou navzájem svázány a když určíme jednu, můžeme ostatní dopočítat. Díky Kramersovým-Kronigerovým relacím jsou k sobě svázány reálná a imaginární část komplexních proměnných. Buďto můžeme měřit absorpci nebo reflektivitu. Právě reflektivity využívá metoda zvaná elipsometrie.

U elipsometrie se využívá vlastností Fresnelových vztahů pro odraz pro měření indexů lomu. Tyto vztahy pro izotropní materiály mají dle [24] tvar

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}, \quad (3.1)$$

pro amplitudovou odrazivost r_s při s-polarizaci¹ a

$$r_p = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}, \quad (3.2)$$

pro amplitudovou odrazivost r_p při p-polarizaci². Ve vztazích jsou n_1 a n_2 indexy lomu na obou stranách rozhraní. (ro případ, kdy je vnějším prostředím vzduch $n_1 \approx 1$. θ_i je úhel dopadu a θ_t je úhel lomu.

Pro anizotropní prostředí však bude situace o něco složitější a Fresnelovy vztahy budou mít dle [29] tvar

$$r_{ss} = \frac{n_1 \cos \theta_i - \sqrt{n_o^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_1 \cos \theta_i + \sqrt{n_o^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}, \quad (3.3)$$

$$r_{pp} = \frac{n_o n_e \cos \theta_i - n_1 \sqrt{n_e^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_o n_e \cos \theta_i + n_1 \sqrt{n_e^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}, \quad (3.4)$$

kde r_{ss} je amplitudová odrazivost s-polarizované vlny při s-polarizaci a r_{pp} je amplitudová odrazivost p-polarizované vlny při p-polarizaci.

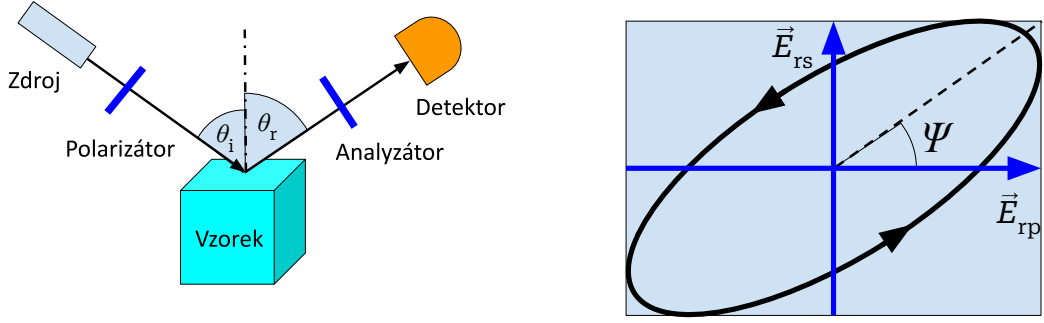
Metoda elipsometrie je znázorněna na obr. 3.1a. Použitý zdroj osvětlení je lineárně polarizován pod úhlem 45° a to tak, aby elektrické intenzity byly vyvážené ($|\vec{E}_{ip}| = |\vec{E}_{is}|$). Na měřený vzorek svítí zdroj pod nastaveným úhlem dopadu θ_i . Od vzorku je světlo odraženo pod úhlem $\theta_i = \theta_r$ a je elipticky polarizované. Během odrazu dojde ke změně polarizace světelného svazku a je rozposunuta fáze o rozdíl δ . Detekován je poměr odraženého světla (definovaného odrazivostí $r = |\vec{E}_r|/|\vec{E}_i|$) s p-polarizací a s-polarizací

$$\varrho = \tan \Psi e^{i\delta} = \frac{r_p}{r_s}, \quad (3.5)$$

kde $\tan \Psi$ popisuje poměr r_p a r_s a δ je velikost rozposunutí fáze obou složek polarizace [29].

¹**s-polarizace** - z německého slova *senkrecht*, tedy kolmý k rovině dopadu, často bývá také označována znakem \perp nebo písmeny TE - transverzálně elektrická

²**p-polarizace** - z německého slova *parallel*, tedy rovnoběžný k rovině dopadu, často bývá také označována znakem \parallel nebo písmeny TM - transverzálně magnetická



(a) Zjednodušené schéma elipsometru. (b) Polarizace světla po odrazu od vzorku.

Obrázek 3.1: Schéma uspořádání měření elipsometrie.

Z těchto parametrů (Ψ, δ) se dá tedy už podle Fresnelových vztahů určit přímo index lomu. Pokud se ale budeme bavit o anizotropních materiálech, je třeba zde říci, že se optické konstanty mění podle směru šíření světla a analýza dat podle Fresnelových vztahů možná pouze v určitých směrech, jelikož měřených parametrů bude 6 ($\Psi_{pp}, \Psi_{ps}, \Psi_{sp}, \delta_{pp}, \delta_{ps}, \delta_{sp}$) daných podle

$$\rho_{pp} = \tan \Psi_{pp} e^{i\delta_{pp}} = \frac{r_{pp}}{r_{ss}}, \quad (3.6)$$

$$\rho_{ps} = \tan \Psi_{ps} e^{i\delta_{ps}} = \frac{r_{ps}}{r_{ss}}, \quad (3.7)$$

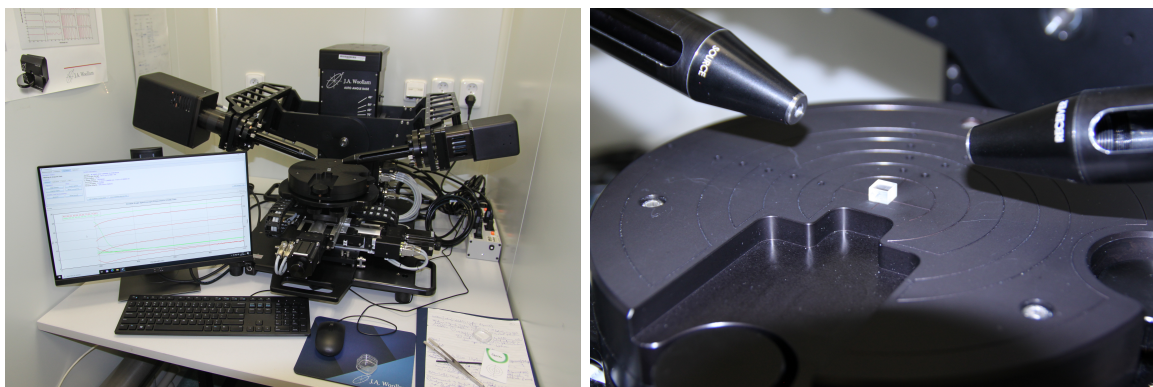
$$\rho_{sp} = \tan \Psi_{sp} e^{i\delta_{sp}} = \frac{r_{sp}}{r_{ss}}. \quad (3.8)$$

Obecná analýza v různých směrech je pak možná pomocí 4×4 maticové metody. Pokud ale budeme měřit v rovině optické osy, bude platit, že $r_{ps} = r_{sp} = 0$, díky čemuž se nám situace zjednoduší a můžeme využít Fresnelových vztahů 3.3 a 3.4 [29].

3.3 Elipsometrické měření odrazu

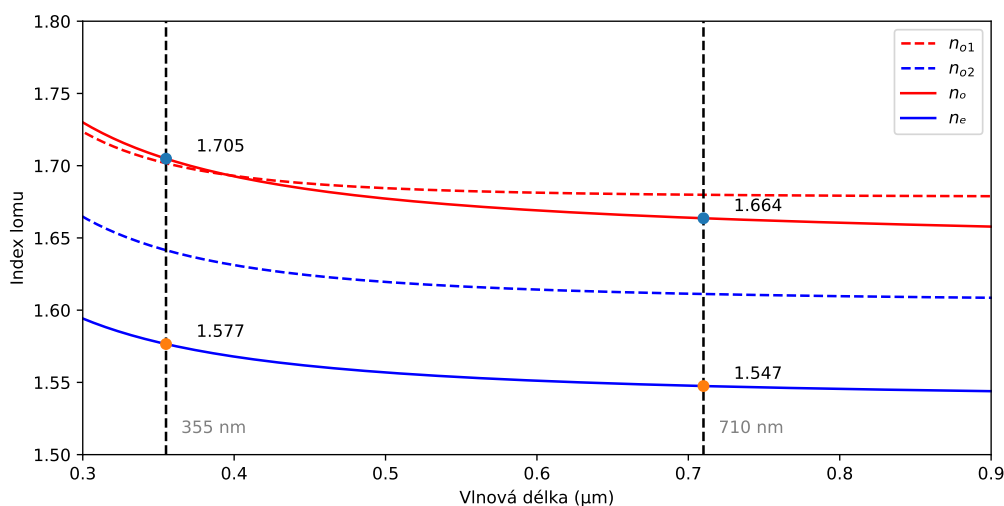
Měření elipsometrie probíhalo na elipsometru firmy J. A. Woollam. Na obr. 3.2a a 3.2b je elipsometr a umístění BBO krystalu na pracovní desku přístroje. Světlo vychází z lampy v levém rameni, dopadá na vzorek na pracovní desce a odráží se do detektoru umístěném v pravém rameni. Na ramenech jsou nasazeny mikroskopové objektivy, díky kterým dochází ke zúžení svazku a nedochází ke ztrátě signálu.

Byla provedena dvě měření. Z měřených parametrů byly pomocí softwaru elipsometru vypočítány indexy lomu. Naměřené indexy lomu byly vykresleny do obr. 3.3. V tomto obrázku jsou také plnými čarami vykresleny teoretické hodnoty vypočtené ze Sellmeierových vztahů z obr. 2.3b. Červenou přerušovanou čarou jsou vykresleny data z prvního měření ordinárního indexu lomu a modrou přerušovanou čarou data z druhého měření, které však je projekcí jak ordinárního, tak extraordinárního indexu lomu.



(a) Fotografie experimentální sestavy elipsometru. (b) Detail sestavy elipsometru s pohledem na vzorek BBO krystalu.

Obrázek 3.2: Sestavení elipsometrie k měření odrazu



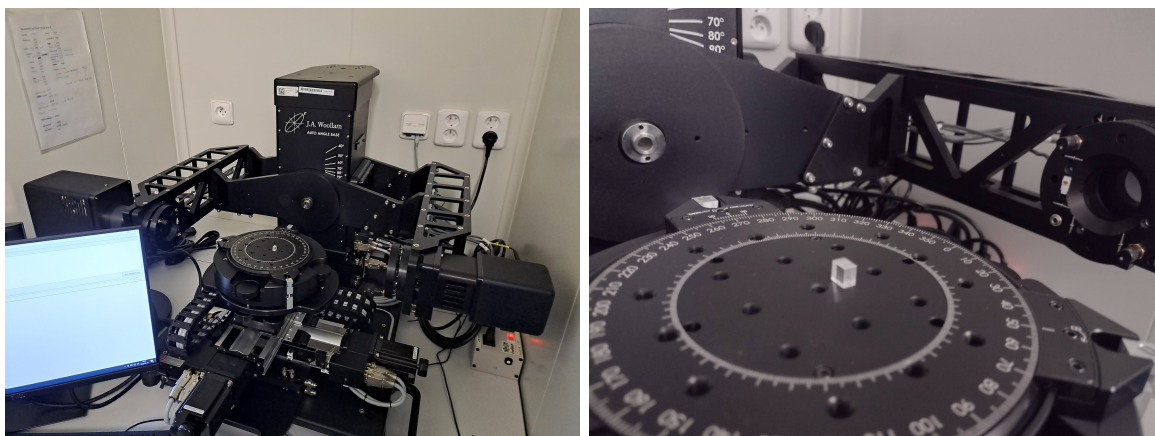
Obrázek 3.3: Elipsometrie 1 a 2 ve srovnání s teoretickými hodnotami.

3.4 Elipsometrické měření průchodu

Dalším experimentem bylo elipsometrické měření polarizačních změn způsobených průchodem světla skrze krystal. To bylo umožněno díky konstrukci elipsometru umožňující sklopit ramena. Toto měření mělo fungovat jako referenční měření změny propustnosti světla při různých polarizacích.

K tomuto měření byly odstraněny mikroskopové objektivy z ramen elipsometru. Tato ramena byla nastavena do úhlu 90° , takže ramena elipsometru byla namířena právě proti sobě. Na pacovní desku elipsometru byl umístěn stolek umožňující otáčení a náklony. Toto sestavení je vyfoceno na obr. 3.4. Detail orientace optické osy krystalu je ukázán na obr. 3.5.

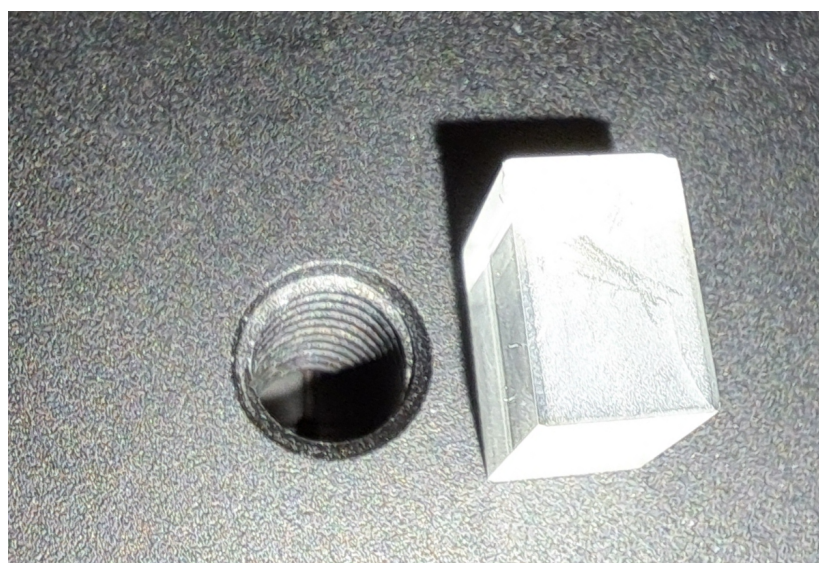
U tohoto měření se nepodařilo získat měřitelný signál. Skrze krystal do detektoru neprocházelo dostatečné množství světla. Světlo je díky dvojlomu vychylováno. Tento typ měření by byl proveditelný u vzorku typu fázové destičky. Ty jsou vyráběny z anizotropního materiálu tak, že optická osa je rovnoběžná s rovinou povrchu fázové destičky.



(a) Pohled na celý elipsometr.

(b) Pohled z blízka.

Obrázek 3.4: Sestava elipsometru určená k měření propustnosti.



Obrázek 3.5: Detail umístění BBO krystalu s vyznačeným směrem optické osy.

3.5 Diskuse

První měření závislosti řádného indexu lomu se blíží teoretickým hodnotám. V ultrafialové (UV) oblasti je naměřený index lomu nižší, poté na hranici viditelné oblasti protíná křivku teoretických hodnot. Za tímto průsečíkem měřené hodnoty klesají pomaleji než hodnoty teoretické. (Viz obr. 3.3. První měření je označeno jako n_{o1} .)

Druhé měření (v obr. 3.3 označeno jako n_{o2}) je vzájemnou projekcí řádného a mimořádného indexu lomu. Křivka tohoto měření svým tvarem kopíruje křivku hodnot z prvního měření.

Měření metodou spektrometrické elipsometrie se mnohem častěji využívá k měření tenkých vrstev, u nichž se využívá sekundárních odrazů od rozhraní vrstev.

Třetí měření, které se zabývalo elipsometrickým měřením světla procházejícího skrze krystal nebylo průkazné. K tomuto měření by bylo zapotřebí krystalu s optickou osou rovnoběžnou s povrchem krystalu.

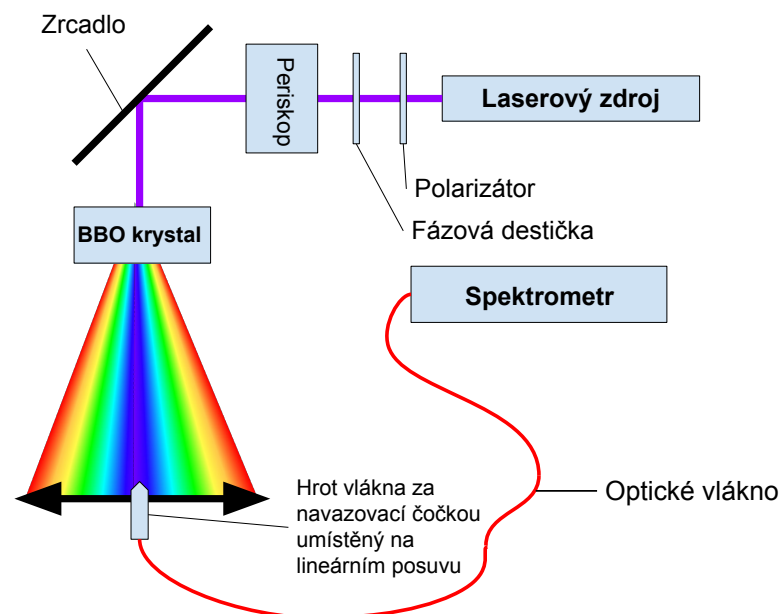
Kapitola 4

Skenování optického pole SPDC

V této kapitole je popisováno měření optického pole vzniklého nelineárním procesem spontánní parametrické sestupné frekvenční konverze (SPDC). U optického pole je zjišťováno spektrum světla v různých polohách a pozorování je následně srovnáváno s teorií.

4.1 Popis experimentu

Jako zdroj čerpání, který generuje fotonové páry v nelineárním krystalu, byl použit laser Paladin od firmy Coherent o vlnové délce $\lambda_0 = 355$ nm a výkonu $P = 300$ mW. Výstupní výkon laseru je řízen pomocí polarizátoru. Bylo dosaženo spontánní sestupné parametrické konverze (SPDC). Skenováním v horizontálním a vertikálním směru byla měřena optická spektra v závislosti na vzdálenosti od optické osy. Měření probíhalo pomocí setupu popsáno na obr. 4.1. Byly prováděny 2 typy měření.



Obrázek 4.1: Setup k měření spekter spontánní parametrické sestupné konverze.

H - sken

U prvního měření byla optická soustava sestavena tak, aby do BBO krystalu procházela vertikální polarizace. Šlo o skenování optického pole v horizontálním směru

(H - sken). Laserový svazek procházel fázovou destičkou nastavenou tak, aby na výstupu byla vertikální polarizace. Krystal byl umístěn tak, aby jeho osa byla také ve svislém směru. Za krystalem bylo na lineárním posuvu umístěno multimódové optické vlákno s navazovačem připojené do spektrometru s integračním časem 60 s. S vlákem bylo posunováno směrem od osy optické soustavy po několika krocích a v každém kroku bylo zaznamenáno optické spektrum.

V - sken

Následně, během druhého měření ve vertikálním směru (V - sken), byl celý postup zopakován s takovým nastavením fázové destičky, aby byla výstupní polarizace čerpacího laseru v horizontálním směru. BBO krystal byl otočen o 90° aby jeho rovina byla taky vodorovně. Při posouvání navazovače u obou typů měření byl optimalizován směr natočení pomocí náklonů tak, aby navazovač mířil pokaždé do stejného místa v krystalu. Optimalizovalo se na maximální výkon. Během posuvu byla měřena vzdálenost r od osy čerpacího svazku a z ní byl vypočten vnější úhel odklonu podle vztahu

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{r}{l}. \quad (4.1)$$

Vzdálenost r bylo možno měnit v rozmezí $r \in (2,40)$ cm. l je vzdálenost krystalu od navazovače v ose čerpacího svazku. V našem případě je $l = 84$ cm. Odklon od osy způsobený vnitřním šířením svazku v krystalu je vzhledem k rozměrům krystalu zanedbatelný.

Za BBO krystalem bude vznikat duhové optické pole, které je plošně znázorněno na obr. 4.2. Skenování v horizontálním směru se na tomto obrázku dá představit jako snímkování spekter ve vodorovné ose v několika vzdálenostech od osy svazku a ve vertikálním směru jako snímkování ve svislé ose směrem nahoru od osy svazku.

4.2 Výpočet teoretických závislostí pro typ I

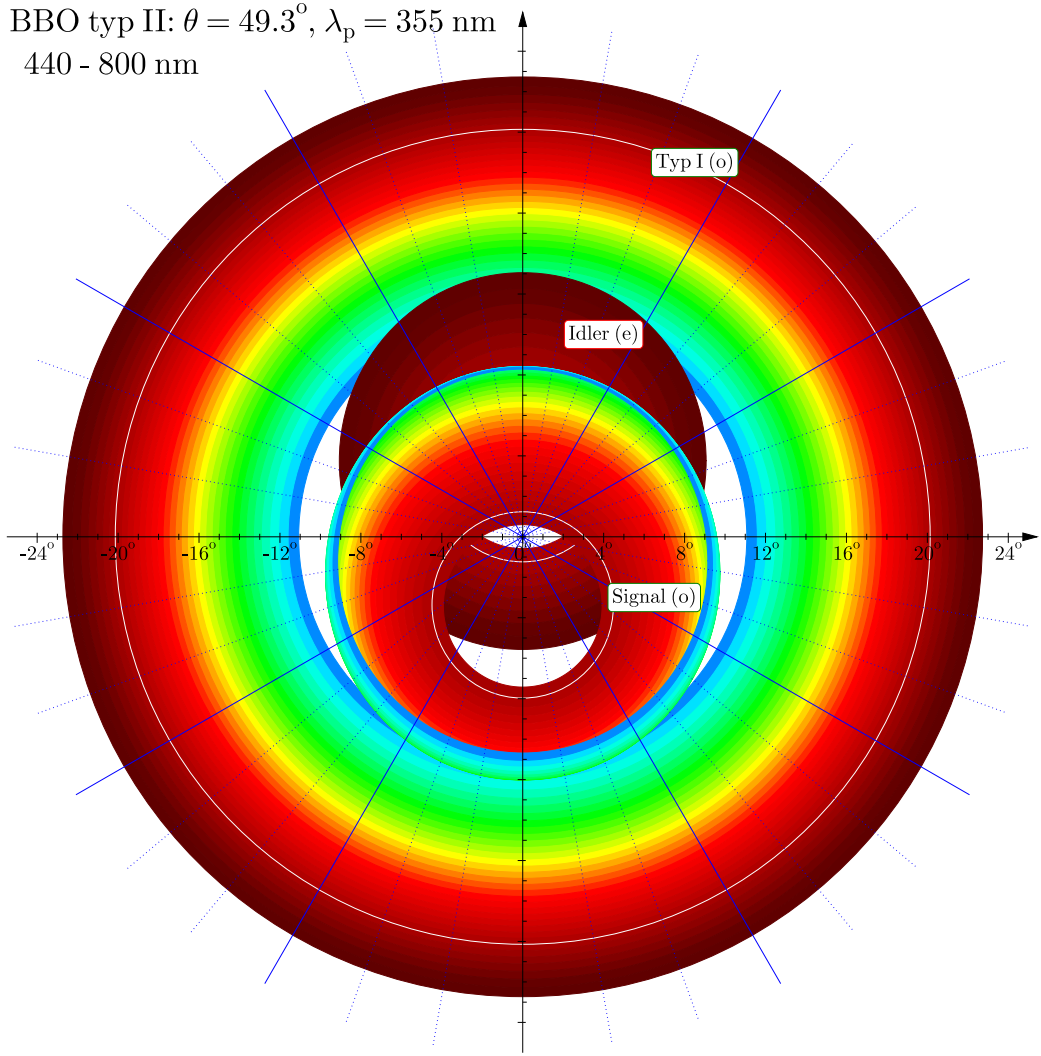
Teoretické závislosti úhlu odklonu na vlnových délkách byly vypočítány numericky dle vztahů (2.28) a (2.29) odvozených v předchozí kapitole. Z těchto vztahů byla dopočítána podmínka s nulovou pravou stranou. Splnění této podmínky fázové synchronizace bylo provedeno metodou půlení intervalů. Takto vypočtené hodnoty udávají polohu (vlnovou délku a úhel odklonu) pík ve spektrech. K tomuto výpočtu byl využíván skript napsaný v programovacím jazyce *Python*. V tomto skriptu byly zdefinovány Sellmeierovy vztahy (2.19) a (2.20) jako funkce vlnové délky λ a vztah pro mimořádný index lomu (2.24) jako funkce vlnové délky λ a úhlu θ . Byly nadefinovány konstanty λ_0 , θ_c a $n_{e\lambda_0} = n_e(\theta_c, \lambda_0)$. Dále byly definovány funkce pro výpočet parametrů. Parametr pro výpočet funkce procesu typu I je vypočítáván tak, že je zvoleno α_i a je dopočítáno α_s vztahem

$$\alpha_s = \arcsin \left[\frac{\lambda_s n_o(\lambda_i)}{\lambda_i n_o(\lambda_s)} \sin \alpha_i \right]. \quad (4.2)$$

Samotný parametr p se potom vypočítá vztahem

$$p = \frac{n_o(\lambda_s)}{\lambda_s} \cos \alpha_s + \frac{n_o(\lambda_i)}{\lambda_i} \cos \alpha_i - \frac{n_{e\lambda_0}}{\lambda_0}. \quad (4.3)$$

Vstupem funkce pro výpočet parametru byly α_i , λ_i a λ_s . Teoretické hodnoty výstupního úhlu pro typ I jsou vypočteny pro $\lambda_s \in (0.40, 0.41, \dots, 0.80)$ μm metodou půlení



Obrázek 4.2: Optické pole vznikající za BBO krystalem. [23]

intervalu, kde je hledáno místo, pro které platí, že $p = 0$. Pro každé λ_s je vypočteno λ_i podle

$$\lambda_i = \frac{\lambda_0 \lambda_s}{\lambda_s - \lambda_0}. \quad (4.4)$$

Řešení nulovosti parametru p se provádí tak, že je spočítán parametr p pro $\alpha_i^{\min} = 0$, $\alpha_i^{\max} = \frac{\pi}{2}$, které musí mít opačné znaménko. Následně je spočítána hodnota pro střed intervalu a podle znaménka této hodnoty se vezme ta polovina intervalu ve které leží nulový bod. Tento postup budeme opakovat, dokud $\alpha_i^{\min} - \alpha_i^{\max} > 10^{-5}$. Z výsledného α_i je výsledné α_s je z něj vypočítáno podle (4.2). Z vnitřních úhlů šíření svazku α_s a α_i podle (2.27) vypočítáme úhly β_s a β_i , pod kterými se budou svazky šířit po výstupu z krystalu. Výsledkem našeho výpočtu bude tabulka, kde budou pro každé λ_s vypočtené hodnoty λ_i , β_s a β_i .

4.3 Výpočet teoretických závislostí pro typ II

Během výpočtu teoretických hodnot u procesu typu II bylo postupováno analogicky. Jelikož se jedná o proces $\{e \rightarrow e + o\}$, bude index lomu jalového svazku odpovídat závislosti $n_e(\theta, \lambda_i)$, kde θ je velikost úhlu mezi optickou osou a směrem šíření svazku.

Budeme-li měřit v horizontálním směru, bude úhel *cut* θ_c měřen v jedné rovině a úhel α_i v rovině na ni kolmé. To lze zapsat jako 2 jednotkové vektory zapsané v kartézském souřadnicovém systému $\vec{a} = (\cos \alpha_i, \sin \alpha_i, 0)$ a $\vec{b} = (\cos \theta_c, 0, \sin \theta_c)$. \vec{a} odpovídá směru šíření jalového svazku a \vec{b} odpovídá optické ose. Protože pro skalární součin je známo, že $\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos \theta$, tak pro úhel θ platí

$$\theta = \arccos(\cos \theta_c \cos \alpha_i). \quad (4.5)$$

Opět je zvoleno α_i a vypočítáno α_s , tentokrát ale podle vztahu

$$\alpha_s = \arcsin \left[\frac{\lambda_s n_e(\theta, \lambda_i)}{\lambda_i n_o(\lambda_s)} \sin \alpha_i \right]. \quad (4.6)$$

Samotný parametr p bude poté vypočten vztahem

$$p = \frac{n_o(\lambda_s)}{\lambda_s} \cos \alpha_s + \frac{n_e(\theta, \lambda_i)}{\lambda_i} \cos \alpha_i - \frac{n_e \lambda_0}{\lambda_0}. \quad (4.7)$$

Dále se již postupovalo metodou půlení intervalu obdobně jako u výpočtu teoretických hodnot procesu typu I.

Teoretické hodnoty měření ve vertikálním směru byly získány stejným způsobem. Jediný rozdíl byl během určování velikostí úhlu mezi mimořádně se šířícím se svazkem a optickou osou. Tento úhel bude tentokrát měřený ve stejné rovině, takže vztah (4.5) byl nahrazen vztahem

$$\theta = |\theta_c - \alpha_i|. \quad (4.8)$$

4.4 Popis použitých krystalů

K měření se v této diplomové práci používali celkem 3 krystaly. Přehled jejich parametrů je shrnut v tab.4.1. Krystal 0 byl využíván při elipsometrickém měření a krystaly 1 a 2 při skenování optického pole SPDC.

Tabulka 4.1: Výrobní vlastnosti užívaných krystalů.

Krystal 0	
Rozměry	$8 \times 8 \times 5$ mm
Úhel <i>cut</i> θ_c	50°
Úhel rotace optické osy ϕ	90°
Nominální proces	SPDC typ I (280 \rightarrow 560 nm)
Povrchová úprava	Žádná (AR odstraněna)
Krystal 1	
Rozměry	$7 \times 7 \times 1$ mm
Úhel <i>cut</i> θ_c	49.3°
Úhel rotace optické osy ϕ	0°
Nominální proces	SPDC typ II (355 \rightarrow 710 nm)
Povrchová úprava	Antireflexní vrstva
Krystal 2	
Rozměry	$8 \times 8 \times 4$ mm
Úhel <i>cut</i> θ_c	42.9°
Úhel rotace optické osy ϕ	0°
Nominální proces	SPDC typ II (400 \rightarrow 800 nm)
Povrchová úprava	Antireflexní vrstva

4.5 Zobrazení teoretických závislostí

Všechny vypočtené hodnoty¹ byly uloženy do textových souborů ve formátu:

```
vlnova_delka_S uhel_S vlnova_delka_I uhel_I
```

```
0.4 7.12 3.15 78.27
```

```
...
```

V prvním sloupci byly hodnoty λ_s , ve druhém β_s , ve třetím λ_i a ve čtvrtém β_i .

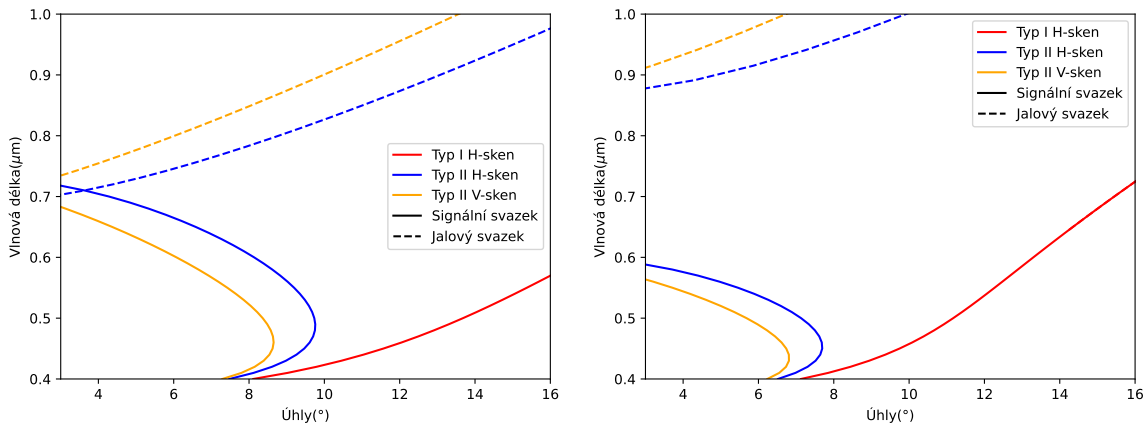
Tyto teoretické hodnoty jsou zobrazeny v grafu na obr. 4.3a pro krystal 1 s úhlem *cut* $\theta_c = 49.3^\circ$ a na obr. 4.3b pro krystal 2 s úhlem *cut* $\theta_c = 42.9^\circ$. V těchto grafech byl zvolen interval horizontální osy pouze na úhly mezi 3° a 16° a na vlnové délky na vertikální ose mezi 400 a 1000 nm. V grafech je jalový svazek od signálního odlišen přerušovanou čarou.

4.6 Výsledky měření

Jelikož optické pole je měřeno pomocí optického vlákna vedeného do spektrometru, výsledkem měření jsou spektra naměřená v jednotlivých vzdálenostech (resp. úhlech) od osy optické soustavy. Pro malé úhly se v každém spektru objevují 2 výrazné gaussovské píky pro SPDC typu II. Jeden z píků reprezentuje vlnovou délku signálního svazku a druhý vlnovou délku jalového svazku. Pro větší výstupní úhly β (cca. nad 8°) je to SPDC typu I.

Měření bylo provedeno se dvěma krystaly lišícími se úhlem *cut* (krystal 1 a 2, viz tab. 4.1). Pro krystal 1 byla naměřena spektra pro H-sken, která jsou zobrazena obr. 4.4 a pro V-sken na obr. 4.5. Taktéž pro krystal 2 byl naměřen H-sken (na obr. 4.6) a V-sken (na obr. 4.7). Spektra jsou vůči sobě rozposunutá tak, aby byla lépe zřetelná. Oba

¹Data dostupná na požádání mailem: jakub.dvorak01@upol.cz

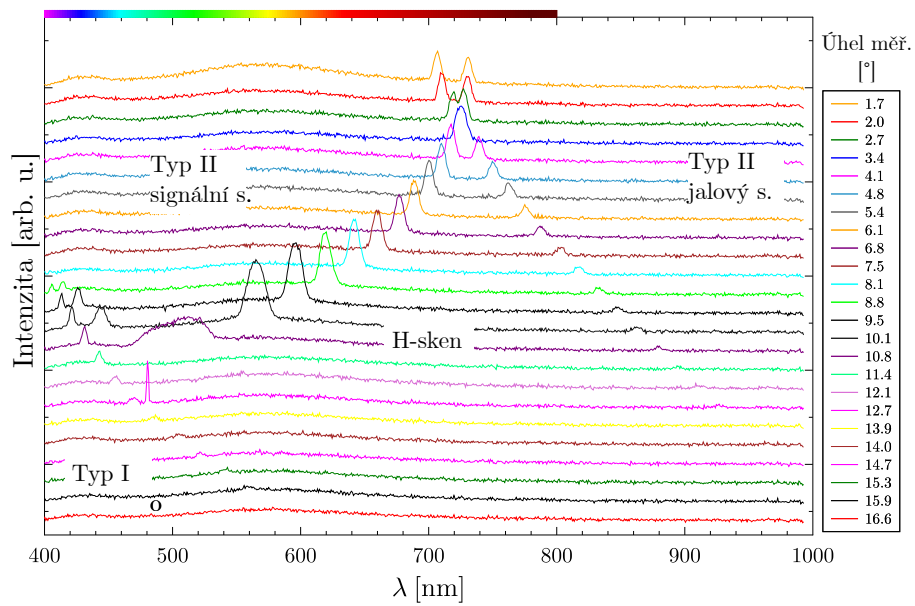


(a) Závislosti vlnové délky na úhlu odklonu optického svazku pro úhel $cut \theta_c = 49.3^\circ$. (b) Závislosti vlnové délky na úhlu odklonu optického svazku pro úhel $cut \theta_c = 42.9^\circ$.

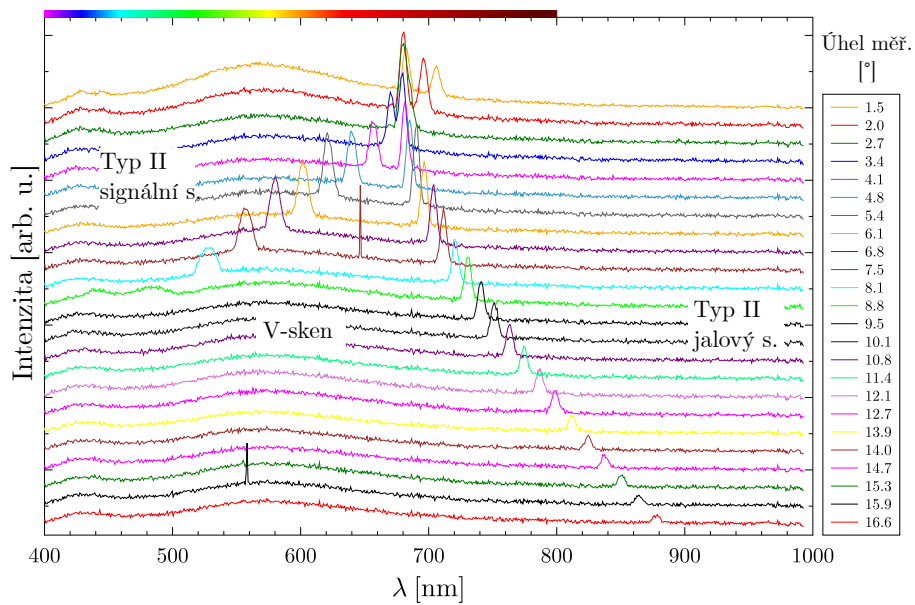
Obrázek 4.3: Teoretické závislosti vlnové délky na úhlu odklonu.

tyto krystaly jsou nominálně vyrobeny pro proces typu II. To znamená, že úhel rotace kolem optické osy je $\phi = 0^\circ$. Jelikož jsou krystaly vyrobeny primárně pro proces typu II, tak typ I svítí s menší intenzitou než typ II. Zakreslené jsou pohybuující se píky pro signální svazek (signal) typu I a signalu a jalového svazku (idler) typu II. V některých spektrech se objevuje výstřelový šum (negasusovské píky) odpovídající dopadu nějaké šumové částice na CCD detektor spektrometru. Polohy píky byly zjišťovány fitováním gaussových křivek.

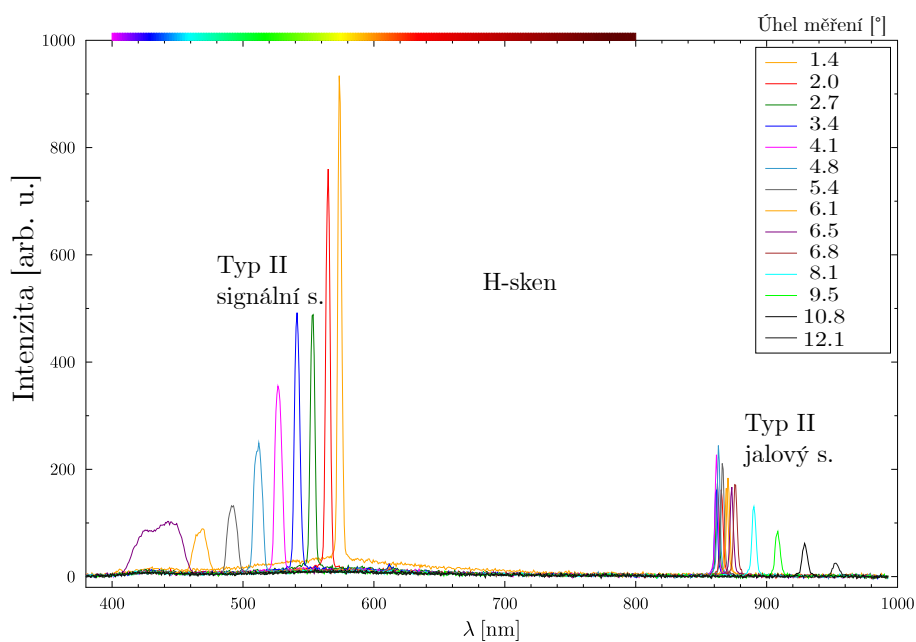
Polohy píků naměřených spekter z obr. 4.4 a 4.5 byly zakresleny do stejného grafu jako teoretické hodnoty. Obr. 4.8 byl získán pro krystal 1 s $\theta_c = 49.3^\circ$, obr. 4.9 patří krystalu 2 $\theta_c = 42.9^\circ$. Na těchto obrázcích jsou píky naměřených spekter označeny tmavě červenými křížky pro typ I, tmavě modrými pro typ II měřený H-skenem a oranžovými pro typ II měřený V-skenem. Teoretické hodnoty jsou vyznačeny plnými čarami pro signální svazek a přerušovanými pro jalový svazek. Z obrázků je patrné, že úhly, ve kterých byly naměřeny konkrétní píky vlnových délek se chovají tak, jak popisuje teorie ze Sellmeierových vztahů, ale hodnoty se mírně liší.



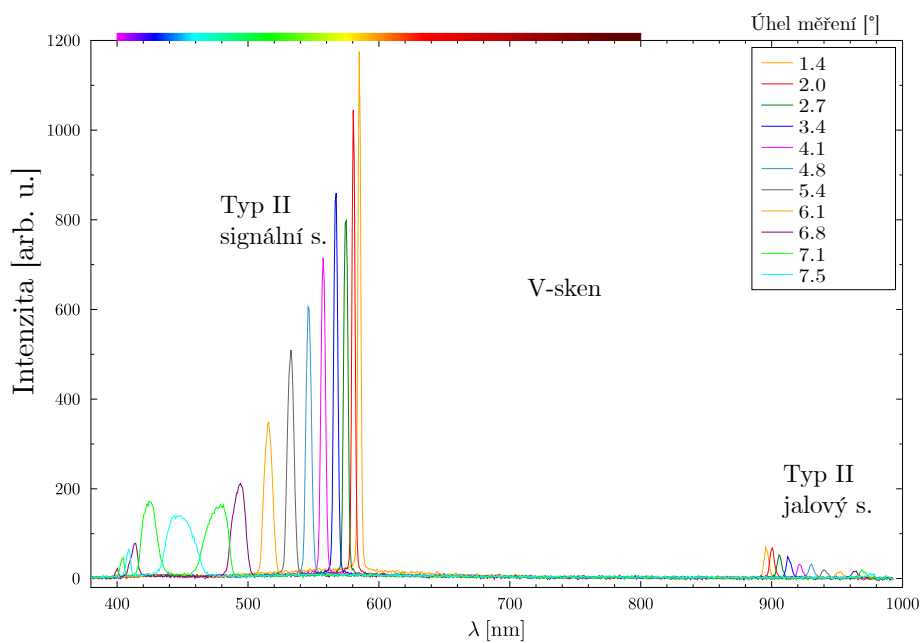
Obrázek 4.4: Sken optického pole krystalu s $\theta_c = 49.3^\circ$ v horizontálním směru.



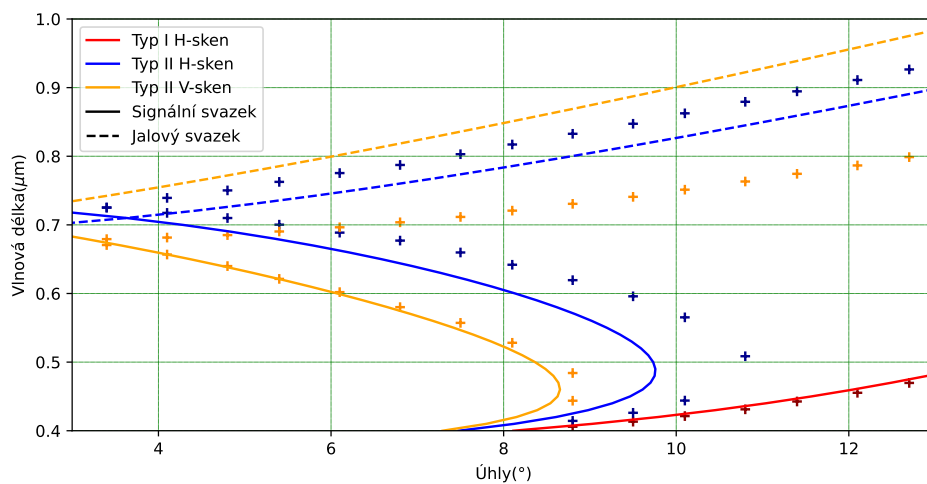
Obrázek 4.5: Sken optického pole krystalu 1 (s $\theta_c = 49.3^\circ$) v vertikálním směru.



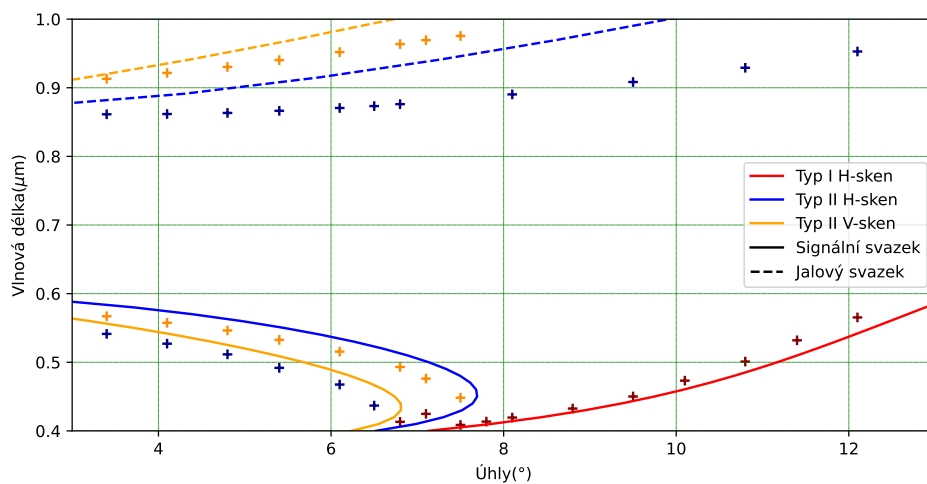
Obrázek 4.6: Sken optického pole krystalu 2 ($\theta_c = 42.9^\circ$) v horizontálním směru.



Obrázek 4.7: Sken optického pole krystalu s $\theta_c = 42.9^\circ$ v vertikálním směru.



Obrázek 4.8: Závislosti vlnové délky na úhlu odklonu optického svazku pro úhel $\theta_c = 49.3^\circ$.



Obrázek 4.9: Závislosti vlnové délky na úhlu odklonu optického svazku pro úhel $\theta_c = 42.9^\circ$.

4.7 Diskuse

Jak již bylo zmíněno, bylo pracováno s krystaly vyrobenými nominálně k procesu typu II, proto v měřených spektrech na obr. 4.4, 4.5, 4.6 a 4.7 pro typ I píky poměrně nižší intenzitou. U typu I vlnová délka i úhly odklonu vesměs odpovídaly teoretickým hodnotám a to jak pro úhel $cut \theta_c = 49.3^\circ$, tak i pro $\theta_c = 42.9^\circ$. (Viz obr. 4.8 a 4.9.) Při procesu typu II se naměřené hodnoty od hodnot teoretických mírně vzdalují. Polohy naměřených spektrálních píků v závislosti na úhlu odklonu ale kopírují křivky teoreticky vypočítaných hodnot. Což může být dáno nepřesností Sellmeierových vztahů.

Spektrometrem jsme schopni měřit vlnovou délku s přesností 0.5 nm. Při fitování píků v prostoru dochází ke zvětšení systematické chyby měření vlnové délky přibližně na 1 nm. Měření úhlu odklonu probíhá měřením vzdálenosti posuvu a následným vypočtením úhlu pomocí funkce tangens podle (4.1). Ze zákona o šíření nejistot víme, že pro nejistotu měření úhlu β platí

$$u(\beta) = \sqrt{\left(\frac{\partial \arctg \frac{r}{l}}{\partial r} u(r)\right)^2 + \left(\frac{\partial \arctg \frac{r}{l}}{\partial l} u(l)\right)^2}, \quad (4.9)$$

kde $u(r)$ je nejistota měřidla posuvu a $u(l)$ je nejistota měřidla vzdálenosti. Systematickou chybu u měření určenou z přesnosti měření vzdálenosti lze odhadnout na 0.1° , přičemž bude chyba růst se zvyšujícím se úhlem.

U měření krystalu s úhlem $cut \theta_c = 49.3^\circ$ byla průměrná odchylka od teoretických hodnot pro typ I $\bar{s}(\beta) = (0.26 \pm 0.04)^\circ$ a relativní chybou od teoretické hodnoty $\delta\beta = (2.3 \pm 0.4) \%$. Pro typ II byla u signálního svazku průměrná odchylka vyšší a to $\bar{s}(\beta) = (1.11 \pm 0.08)^\circ$, resp. $\delta\beta = (13.9 \pm 1.6) \%$ při H-skenu a $\bar{s}(\beta) = (0.18 \pm 0.03)^\circ$, resp. $\delta\beta = (4.3 \pm 1.1) \%$ při V-skenu. Velikost relativní odchylky se zvyšuje společně s úhlem odklonu.

U měření krystalu s úhlem $cut \theta_c = 42.9^\circ$ byla průměrná odchylka od teoretických hodnot pro typ I $\bar{s}(\beta) = (0.31 \pm 0.13)^\circ$ a relativní chybou od teoretické hodnoty $\delta\beta = (2.9 \pm 1.6) \%$. Pro typ II byla u signálního svazku průměrná odchylka vyšší a to $\bar{s}(\beta) = (2.3 \pm 0.2)^\circ$, resp. $\delta\beta = (40 \pm 6) \%$ při H-skenu a $\bar{s}(\beta) = (0.61 \pm 0.12)^\circ$, resp. $\delta\beta = (12.8 \pm 2.1) \%$ při V-skenu. Velikost relativní odchylky se zvyšuje společně s úhlem odklonu. Pro větší přehlednost byla sestavena tabulka (tab. 4.2) s určenými odchylkami.

Jak již bylo výše zmíněno, tento výsledek může být způsoben tím, že Sellmeierovy vztahy (2.19) a (2.20) nejsou zcela přesné. Jelikož naměřená data pro typ I sedí na teoreticky zjištěné hodnoty, lze předpokládat, že Sellmeierův vztah určující řádný index lomu a odpovídá experimentálně zjištěným hodnotám indexů lomu. U typu I působí mimořádný index lomu pouze na čerpací svazek, lze tedy předpokládat, že Sellmeierův vztah odpovídá i skutečnému indexu lomu pro vlnovou délku čerpání (tj. $\lambda_0 = 355$ nm).

Z vnějšího úhlu šíření svazku bohužel nelze nezávisle určit vnitřní úhel šíření ani index lomu, jelikož jsou navzájem svázány a platí, že $\sin \beta = n \sin \alpha$, tudíž nemůžeme z naměřených hodnot fitovat Sellmeierovy vztahy. Tato metoda je použitelná pouze jako metoda ověřovací.

Tabulka 4.2: Určené odchylky od teoreticky určených hodnot.

Měření	Střední odchylka $\bar{s}(\beta)$	Střední relativní odchylka $\delta\beta$
Krystal 1 (s úhlem <i>cut</i> $\theta_c = 49.3^\circ$)		
Typ I	$(0.26 \pm 0.04)^\circ$	$(2.3 \pm 0.4) \%$
Typ II (H-sken)	$(1.11 \pm 0.08)^\circ$	$(13.9 \pm 1.6) \%$
Typ II (V-sken)	$(0.18 \pm 0.03)^\circ$	$(4.3 \pm 1.1) \%$
Krystal 2 (s úhlem <i>cut</i> $\theta_c = 42.9^\circ$)		
Typ I	$(0.31 \pm 0.13)^\circ$	$(2.9 \pm 1.6) \%$
Typ II (H-sken)	$(2.3 \pm 0.2)^\circ$	$(40 \pm 6) \%$
Typ II (V-sken)	$(0.61 \pm 0.12)^\circ$	$(12.8 \pm 2.1) \%$

Kapitola 5

Závěr

BBO krystaly objevené v roce 1984 se stále používají jako jeden z nejběžnějších nelineárních optických krystalů. Jejich výhodou je průhlednost v celé viditelné oblasti bez absorpce. Díky tomu mají využití v nelineární a laserové optice, kde se využívá procesu generace druhé harmonické nebo součtové frekvence. Dále se využívají i v kvantové optice jako krystaly u nichž dochází ke spontánní sestupné parametrické frekvenční konverzi, která je inverzním procesem ke generaci druhé harmonické. Ta se využívá například jako zdroj fotonových párů ve fotonice a v kvantových experimentech s provázanými fotony (např. kvantová teleportace, kvantová kryptografie nebo kvantové informatika). Oba fotony jsou generovány současně sdílejí spolu jednu vlnovou funkci.

V současné době je BBO materiál jedním z nejčastěji používaných nelineárních optických krystalů, a proto je dobré znát jeho charakteristiky pro další měření. V této diplomové práci byly provedeny pokusy o ověření disperze tohoto materiálu pomocí metod lineárních a nelineárních.

První použitou metodou byla spektrometrická reflexní elipsometrie, která pro charakterizaci indexů lomu využívá měření poměrů složek polarizace paprsku světla odraženého od měřeného vzorku. Tato metoda se ale většinou využívá jen pro charakterizaci tenkých vrstev. V tomto případě byl ale měřen objemový materiál BBO. Jelikož podstata měření spočívá v měření odražených polarizačních složek světla, pojil se s tím problémem nízké odrazivosti, a proto nebyla přesnost dostatečná pro zpřesnění Sellmeierových vztahů, které jsou pro BBO materiál standardně využívány. Lépe na tom nebylo ani elipsometrické měření transmisivity, které nepřineslo žádná použitelná data, jelikož směr optické osy krystalu nebyl rovnoběžný s povrchem.

Dalším užitou metodou bylo měření spekter optického pole vznikajícího spontánní sestupnou parametrickou konverzí za BBO krystalem. U tohoto měření se skenovalo kolimátorem připojeným optickým vláknem ke do spektrometru. Skenování probíhalo ve vertikálním a horizontálním směru směrem od osy svazku. Fitováním píků pomocí Gaussových křivek byly určeny vlnové délky generovaného svazku v daném směru. Z těchto měření pak byly sestaveny závislosti vlnové délky na úhlu odklonu od osy svazku. Tyto závislosti byly porovnávány se stejnými závislostmi teoreticky vypočtenými ze Sellmeierových vztahů. Určení vlnové délky bylo zatíženo chybou $\sigma(\lambda) = 0.5 \text{ nm}$ a měření úhlu odklonu s chybou $\sigma(\beta) = 0.1^\circ$.

Pro měření byly vybrány 2 BBO krystaly nominálně určené k downkonverzi typu II, ale lze na nich generovat i downkonverzi typu I. Tyto krystaly se lišily úhlem sklonu optické osy (úhlem *cut*). I přes započtení těchto chyb, neodpovídaly naměřené závislosti teoretickým výpočtům. Nejvíce se teoretickým hodnotám přiblížila měření svazku vznikajícího procesem typu I s relativní odchylkou u krystalu 1 $\delta\beta = (2.3 \pm 0.4) \%$ resp.

$\delta\beta = (2.9 \pm 1.6) \%$ u krystalu 2 krystalu. U procesů typu II byly odchylky vyšší. Signální svazky měli odchylky nižší, naopak vyšší odchylky byly zaznamenány u jalových svazků.

Při procesu typu I na jsou svazky ovlivněny pouze řádným indexem lomu a mimořádným indexem lomu při vlnové délce čerpání. Lze tedy říci, že bylo ověřeno, že uvedené Sellmeierovy vztahy pro řádný index lomu n_o a mimořádný index lomu při vlnové délce čerpání $n_e(\lambda = 0.355 \mu\text{m})$ odpovídají naměřeným hodnotám. Proces typu II je ovlivněn jak řádným, tak mimořádným indexem lomu. Toto pozorování může nabídnout k zamyšlení, zda je Sellmeierův vztah pro mimořádný index lomu přesný. Jelikož provedené měření se zabývalo vnějším úhlem šíření svazku, nelze z něj zpětně určit index lomu, aniž by byl znám vnitřní úhel šíření. Z tohoto důvodu nelze pomocí tohoto měření fitovat Sellmeierovy vztahy. Tato metoda je tedy použitelná pouze jako metoda ověřovací.

U experimentu s měřením spekter optického pole byla na krystalech nanášena antireflexní vrstva. Na tuto vrstvu se v teoretických úvahách nebral ohled a je možné, že mohla sehrát roli ve velikosti chyby experimentálních hodnot od hodnot teoretických. Vezmeme-li však v úvahu, že tyto vrstvy mívají tloušťku $1/4$ vlnové délky, bude jejich vliv na směr šíření paprsků mít opravdu zanedbatelný vliv.

Seznam použitých symbolů

α	Vnitřní úhel šíření svazku
α_e	Úhel šíření mimořádné polarizace
α_o	Úhel šíření řádné polarizace
β	Vnější úhel šíření svazku
χ_e	Elektrická susceptibilita
\hbar	Redukovaná Planckova konstanta
λ	Vlnová délka
λ_0	Vlnová délka čerpání
λ_i	Vlnová délka jalového fotonu
λ_s	Vlnová délka signálního fotonu
μ	Permeabilita
μ_0	Permeabilita vakua
ω	Úhlová frekvence
ω_0	Frekvence čerpání
ω_i	Frekvence jalového fotonu
ω_s	Frekvence signálního fotonu
ϕ	Úhel rotace kolem optické osy
σ	Vodivost
θ_c	Úhel sklonu optické osy (<i>cut</i>) krystalu
θ	Úhel vůči optické ose
θ_i	Úhel dopadu
θ_r	Úhel odrazu
θ_t	Úhel lomu
ε	Permitivita

ε_0	Permitivita vakua
ε_r	Permitivita prostředí
\vec{B}	Magnetická indukce
\vec{D}	Elektrická indukce
\vec{E}	Elektrická intenzita
\vec{H}	Magnetická intenzita
\vec{k}	Vlnový vektor
\vec{k}_i	Vlnový vektor jalového fotonu
\vec{k}_s	Vlnový vektor signálního fotonu
\vec{k}_0	Vlnový vektor čerpání
\vec{P}	Vektor elektrické polarizace
\vec{p}	Hybnost
c	Rychlost světla
l	Vzdálenost lineárního posuvu od krystalu
n	Index lomu
n_e	Index lomu mimořádného svazku
n_o	Index lomu řádného svazku
P	Výkon
r	Vzdálenost posuvu od osy svazku
r_p	Amplitudová odrazivost při p-polarizaci
r_s	Amplitudová odrazivost při s-polarizaci

V celé diplomové práci byla používána tečka jako oddělovač desetinných míst (např. 1.234 jako *jedna celá dvě stě třicet čtyři tisícín*).

Literatura

- [1] BURNHAM, David C. a WEINBERG, Donald L., Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs, *Physical Review Letters*, 25 (2): 84–87, červenec 1970.
- [2] COUTEAU, Christophe, Spontaneous parametric down-conversion, *Contemporary Physics*, 59 (3): 291–304, červenec 2018.
- [3] SIGNORINI, S. a PAVESI, L., On-chip heralded single photon sources, *AVS Quantum Science*, 2 (4): 041701, prosinec 2020.
- [4] SANGOUARD, Nicolas a ZBINDEN, Hugo, What are single photons good for?, *Journal of Modern Optics*, 59 (17): 1458–1464, říjen 2012.
- [5] SHIH, Yanhua, Entangled photons, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 9 (6): 1455–1467, listopad 2003.
- [6] MAGNITSKIY, S., FROLOVTSEV, D., FIRSOV, V., GOSTEV, P., PROTSENKO, I. a SAYGIN, M., A SPDC-based source of entangled photons and its characterization, *Journal of Russian Laser Research*, 36 (6): 618–629, listopad 2015.
- [7] BOUWMEESTER, Dik, PAN, Jian-Wei, MATTLE, Klaus, EIBL, Manfred, WEINFURTER, Harald a ZEILINGER, Anton, Experimental quantum teleportation, *Nature*, 390 (6660): 575–579, prosinec 1997.
- [8] BENNETT, Charles H., BESSETTE, François, BRASSARD, Gilles, SALVAIL, Louis a SMOLIN, John, Experimental quantum cryptography, *Journal of Cryptology*, 5 (1): 3–28, leden 1992.
- [9] JENNEWEIN, Thomas, SIMON, Christoph, WEIHS, Gregor, WEINFURTER, Harald a ZEILINGER, Anton, Quantum cryptography with entangled photons, *Physical Review Letters*, 84 (20): 4729–4732, květen 2000.
- [10] SLUSSARENKO, Sergei a PRYDE, Geoff J., Photonic quantum information processing: A concise review, *Applied Physics Reviews*, 6 (4): 041303, prosinec 2019.
- [11] GIOVANNETTI, Vittorio, LLOYD, Seth a MACCONE, Lorenzo, Advances in quantum metrology, *Nature Photonics*, 5 (4): 222–229, březen 2011.
- [12] POLINO, Emanuele, VALERI, Mauro, SPAGNOLO, Nicolò a SCIARRINO, Fabio, Photonic quantum metrology, *AVS Quantum Science*, 2 (2): 024703, červen 2020.
- [13] HONG, C. K., OU, Z. Y. a MANDEL, L., Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference, *Physical Review Letters*, 59 (18): 2044–2046, listopad 1987.

- [14] OPATRŇY, Tomáš a RICHTEREK, Lukáš, *Vybrané partie současné fyziky*, Univerzita Palackého v Olomouci, 2005.
- [15] CASTELVECCHI, Davide a GIBNEY, Elizabeth, ‘Spooky’ quantum-entanglement experiments win physics Nobel, *Nature*, 610 (7931): 241–242, říjen 2022.
- [16] SOUBUSTA, Jan, PEŘINA, Jan, HENDRYCH, Martin, HADERKA, Ondřej, TROJEK, Pavel a DUŠEK, Miloslav, Experimental verification of energy correlations in entangled photon pairs, *Physics Letters A*, 319 (3-4): 251–262, prosinec 2003.
- [17] MEYSTRE, P. a SARGENT, M., *Elements of Quantum Optics*, Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [18] VERNAM, GS, Cipher printing telegraph systems, *Journal of the American Institute of Electrical Engineers*, 45: 109–115, 1926.
- [19] CASTELVECCHI, Davide, The race to save the internet from quantum hackers, *Nature*, 602 (7896): 198–201, únor 2022.
- [20] SHOR, P.W., Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring, In: *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, IEEE Comput. Soc. Press.
- [21] BERNSTEIN, Daniel J. a LANGE, Tanja, Post-quantum cryptography, *Nature*, 549 (7671): 188–194, září 2017.
- [22] NIKOGOSYAN, D. N., Beta barium borate (BBO), *Applied Physics A Solids and Surfaces*, 52 (6): 359–368, červen 1991.
- [23] SOUBUSTA, Jan a ČERNOCH, Antonín, *Optické vlastnosti pevných látek*, Univerzita Palackého v Olomouci, 2021.
- [24] MALÝ, Petr, *Optika*, Nakladatelství Karolinum, 2008, ISBN 9788024613420.
- [25] HALENKOVÁ, Eva, ČERNOCH, Antonín a SOUBUSTA, Jan, *Spontánní sestupná frekvenční parametrická konverze a zdroj fotonových párů podle návrhu P. G. Kwiatu*, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, ISBN 978-80-244-3111-6.
- [26] SINGH, Shyam, Refractive index measurement and its applications, *Physica Scripta*, 65 (2): 167–180, leden 2002.
- [27] ZHANG, Min, SU, Xin, PAN, Shilie, WANG, Zheng, ZHANG, Hui, YANG, Zhihua, ZHANG, Bingbing, DONG, Lingyun, WANG, Ying, ZHANG, Fangfang a YANG, Yun, Linear and nonlinear optical properties of $K_3B_6O_{10}Br$ single crystal: Experiment and calculation, *The Journal of Physical Chemistry C*, 118 (22): 11849–11856, květen 2014.
- [28] ZHANG, Weiguo, YU, Hongwei, WU, Hongping a HALASYAMANI, P. Shiv, Phase-matching in nonlinear optical compounds: A materials perspective, *Chemistry of Materials*, 29 (7): 2655–2668, březen 2017.
- [29] FUJIWARA, Hiroyuki, *Spectroscopic Ellipsometry Principles and Applications*, National Institute of Advanced Industrial Science and Technology, Ibaraki, Japan, 2007.

- [30] ASPNES, D.E., Spectroscopic ellipsometry — past, present, and future, *Thin Solid Films*, 571: 334–344, 2014, 6th International Conference on Spectroscopic Ellipsometry (ICSE-VI).

Seznam obrázků

1.1	Schéma uspořádání měření polarizačního entanglmentu.	10
1.2	Schéma zdroje jednotlivých fotonů s ohlášením.	10
1.3	Schéma teleportace kvantového stavu fotonu.	11
2.1	Znázornění sestupné parametrické frekvenční konverze.	15
2.2	Znázornění zákona zachování hybnosti pro proces sestupné parametrické konverze.	16
2.3	Závislost indexů lomu na vlnové délce při čerpání kolmo na povrch krystalu seříznutého do úhlu θ_c	16
2.4	Závislosti indexů lomu na úhlu θ pro vyznačené vlnové délky.	17
2.5	Vnitřní a vnější úhel šíření svazků generovaných v procesu sestupné spontánní parametrické konverze v BBO krystalu. (Čerpání při $\lambda_0 = 355$ nm.)	18
2.6	Šíření světelných svazků po výstupu z krystalu. [23]	19
3.1	Schéma uspořádání měření elipsometrie.	23
3.2	Sestavení elipsometrie k měření odrazu	24
3.3	Elipsometrie 1 a 2 ve srovnání s teoretickými hodnotami.	24
3.4	Sestava elipsometru určená k měření propustnosti.	25
3.5	Detail umístění BBO krystalu s vyznačeným směrem optické osy.	25
4.1	Setup k měření spekter spontánní parametrické sestupné konverze.	27
4.2	Optické pole vznikající za BBO krystalem. [23]	29
4.3	Teoretické závislosti vlnové délky na úhlu odklonu.	32
4.4	Sken optického pole krystalu s $\theta_c = 49.3^\circ$ v horizontálním směru.	33
4.5	Sken optického pole krystalu 1 (s $\theta_c = 49.3^\circ$) v vertikálním směru.	33
4.6	Sken optického pole krystalu 2 (s $\theta_c = 42.9^\circ$) v horizontálním směru.	34
4.7	Sken optického pole krystalu s $\theta_c = 42.9^\circ$ v vertikálním směru.	34
4.8	Závislosti vlnové délky na úhlu odklonu optického svazku pro úhel <i>cut</i> $\theta_c = 49.3^\circ$	35
4.9	Závislosti vlnové délky na úhlu odklonu optického svazku pro úhel <i>cut</i> $\theta_c = 42.9^\circ$	35