



**Posudek oponenta bakalářské práce Moniky Doležalové
„Aplikační trigonometrické úlohy“**

V zadání předkládané vysokoškolské kvalifikační práce je uvedeno:

„Teoretická část práce představí sinovou a kosinovou větu v souvislosti s geometrií obecného trojúhelníku a vysvětlí podstatu tzv. trigonometrického řešení trojúhelníku. Následně se zaměří na aplikace řešení trojúhelníku v úlohách s reálným kontextem. Součástí praktické části bude soubor aplikačních úloh a reflexe jejich řešení studenty střední školy.“

Podle výše uvedených cílů je práce rozdělena na teoretickou a praktickou část. V teoretické části nalezneme sinovou a kosinovou větu a jejich důkazy. Následně je představena aplikace MathCityMap, včetně základů práce s ní. V praktické části jsou popsány dvě aktivity pro studenty středních škol zaměřené na aplikaci trigonometrie v terénu. První aktivitou je procházka po trase naplánované v aplikaci MathCityMap (vlastní trasa, pět dílčích zastavení spojených s řešením trigonometrických úloh spjatých s těmito stanovišti, zadání pětice úloh, nápovědy k jejich řešení a vyhodnocení řešení). Tato aktivita vhodně využívá znalostí trigonometrie v reálném kontextu, součástí je měření některých z chybějících údajů o velikostech úhlů a vzdálenostech. Druhá aktivita se zaměřuje na trojí způsob měření výškového úhlu a následného výpočtu výšky sloupu. Popisy obou aktivit jsou doplněny jejich reflexí jak autorkou, tak studenty. Jsou zmíněny jak dobré zkušenosti, tak i problémy, na které narazili, a doporučení, jak jim předejít.

Diskuse a závěr bakalářské práce se zaměřuje na zasazení výsledků zaznamenaných při realizaci výše uvedených aktivit do kontextu literatury, která se věnuje potenciálu aplikace MathCityMap ke zlepšení motivace i výsledků studentů. Je zde kriticky zhodnocen jistý nesoulad mezi autorčinými výsledky a výsledky v této literatuře.

Srovnáním výše uvedeného zadání bakalářské práce a samotné práce předkládané k obhajobě mohu jednoznačně konstatovat, že studentka splnila zadání bakalářské práce. Za přínosnou považuji zejména praktickou část.

Přestože se jedná o kvalitní bakalářskou práci, je v ní možné narazit na několik chyb, případně nepřesností či nejasností. Z nich některé uvedu stručně v následujícím přehledu:

a) V práci je sinus a kosinus úhlu definován pomocí stran pravoúhlého trojúhelníku, tj. pro ostrý úhel. Postrádám zde zavedení sinu a kosinu pro úhel pravý a tupý, které také využíváme v trigonometrických úlohách.

b) Autorka často zaměňuje pojmy úsečka a její délka, včetně použitých symbolů. Například na straně 11: „... dvě vyjádření úsečky $|CR|$...“.

c) Při důkazu sinové věty autorka nejprve dokáže tvrzení pro dvojici délek stran (a, b) a velikostí úhlů (α, β) , platnost pro stranu c a úhel γ je dokazována odkazem na cyklickou záměnu. V případě důkazu pro ostroúhlý trojúhelník je tato úvaha zcela v pořádku. Avšak její využití pro pravoúhlý nebo tupoúhlý trojúhelník není tak triviální, jak by se z předloženého textu mohlo zdát. V těchto případech je totiž klíčová volba stran označených a, b . Pro pravoúhlý trojúhelník je jako a vybrána přepona a jako b některá odvěsna, pro tupoúhlý trojúhelník je jako a zvolena strana proti tupému vnitřnímu úhlu a jako strana b některá ze stran ležící proti ostrému vnitřnímu úhlu trojúhelníku. Uvedené důkazy tak lze analogicky použít pro dvojici délek stran a, c a velikostí úhlů α, γ , avšak nelze je použít pro dvojici délek stran b, c a velikostí úhlů β, γ . Obdobná námitka by se dala vznést též k důkazu kosinové věty.

d) V práci jsem narazil na několik nevhodných formulací, ze kterých bych zmínil aspoň tyto:

str. 26 ... „Jsou zde zadány dvě hodnoty 17 km a 29 km a dopočítat je potřeba pouze úhel, který tyto dvě vzdálenosti svírají.“ Úhel svírají například dvě polopřímky, přímky, úsečky, spojnice, ... avšak nikdy ne dvě vzdálenosti (tj. dvě čísla). Uvažovaný úhel bylo potřeba změřit, ne dopočítat.

str. 32 ... „Tato trasa je učena pro studenty středních škol se znalostí základních goniometrických funkcí pravouhlého trojúhelníku a trigonometrických funkcí ... Cílem celé této trasy je nejen upevnění znalostí ohledně trigonometrických funkcí a základních goniometrických funkcí obecného trojúhelníku ...“ Zde autorka nesprávně využívá pojmů goniometrická funkce a trigonometrická funkce. S ohledem na náplň goniometrie a trigonometrie můžeme hovořit o goniometrických funkcích úhlu (avšak ne o goniometrických funkcích trojúhelníku), lze mluvit o trigonometrických větách, o trigonometrických vlastnostech nebo o metrických vlastnostech trojúhelníku (avšak ne o trigonometrických funkcích).

e) Graf pro studenta 7 – Lenka na straně 38 není pravděpodobně správný. Vyznačené části by měli korespondovat s pětinaми celku.

f) V diskuzi a závěru práce autorka odkazuje na některé publikace M. Ludwiga. Domnívám se, že podstatné výsledky by bylo vhodné podrobněji rozvést v teoretické části práce.

Bakalářská práce je z hlediska formální úpravy na uspokojivé úrovni. Za její velkou slabinu považuji to, že jednotlivé části (kapitoly, podkapitoly) nejsou nijak výrazně vyznačeny. Takto se podle obsahu zdá, že je práce mimo úvod, diskuzi a závěr rozdělena do dvanácti kapitol (některé nepřesahující rozsah jedné strany). Práci by prospělo standardní očíslování kapitol a podkapitol doplněné o zalomení každé nové kapitoly na novou stranu. Po stránce pravopisné má práce dobrou úroveň, pouze občas jsem narazil na chyby v interpunkci a překlepy. Z hlediska stylistického jsou myšlenky formulovány srozumitelně, avšak občas kostrbatě. Práce s odbornou literaturou je na dobré úrovni. Další drobný nedostatek v úpravě bakalářské práce nacházím v absenci číslování a popisu použitých tabulek a grafů.

Na studentku mám tyto úkoly a otázku k obhajobě její bakalářské práce:

1. Stručně charakterizujte z hlediska obsahu tematické oblasti středoškolské matematiky: a) Goniometrie, b) Trigonometrie.
2. Přeformulujte obě věty ze strany 32 (viz připomínka d) výše) tak, aby vyjadřovaly vaše původní myšlenky, avšak při správném využití slov „goniometrický“ nebo „trigonometrický“.
3. Jak si myslíte, že v práci diskutované výsledky mohly být ovlivněny různorodou skladbou skupiny, která s vámi prošla trasu podle aplikace MathCityMap?

Vzhledem k výše uvedenému doporučuji tuto bakalářskou práci k obhajobě a navrhuji ji hodnotit známkou C.

V Hradci Králové dne 17. května 2023

Mgr. Tomáš Zušćák, Ph.D.