



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

**EXPERIMENTÁLNÍ STANOVENÍ VLIVU KAPALINY NA
KMITAJÍCÍ TĚLESO**

EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE LIQUID INFLUENCE ON AN OSCILLATING BODY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Kristýna Grešáková

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

BRNO 2018

Zadání diplomové práce

Ústav:	Energetický ústav
Studentka:	Bc. Kristýna Grešáková
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Fluidní inženýrství
Vedoucí práce:	doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.
Akademický rok:	2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Experimentální stanovení vlivu kapaliny na kmitající těleso

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Součásti ponořené do kapaliny mění své dynamické vlastnosti. Vliv kapaliny lze většinou popsat přidavnou hmotností a přidavným tlumením. Úkolem práce bude experimentální prokázání tohoto jevu na jednoduché součásti. Z provedených experimentů budou stanoveny vhodné závislosti přidavných účinků tekutiny. Experimenty budou prováděny na vzduchu i na součástech ponořených v kapalině. V práci bude provedena i modální analýza pomocí komerčního softwaru „ANSYS“ v modulu „MODAL“.

Cíle diplomové práce:

Pomocí měření zrychlení stanovit vlastní frekvence a útlum na zavěšeném tělese a to pro případ těleso na vzduchu a těleso ponořené do kapaliny.

Bodou proměřeny minimálně tři zvolené jednoduché geometrie.

Stanovit přidavné účinky kapaliny na těleso.

Vlastní čísla budou stanovena z dokmitávání – navrhnout možnosti stanovení tlumení pro tyto typy měření a ověřit.

Seznam doporučené literatury:

JULIŠ, K., BREPTA, R.: Mechanika II. díl - Dynamika; Technický průvodce, SNTL Praha, 1987.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Tlumení kmitajícího tělesa či systému na vzduchu není snadné určit v konstrukční fázi návrhu. Ponorem tělesa do kapaliny je stanovení vlastní frekvence i tlumení ještě komplikovanější. Tato práce se zabývá experimentálním stanovením přídatných účinků kapaliny na těleso. V této práci je popsána modální analýza dvou těles na vzduchu, ale i postupně nořených do dvou nádob rozdílných velikostí, které byly naplněny vodou. Jejich odezva byla zaznamenána snímačem zrychlení. Naměřená data byla vyhodnocena navrženou hybridní metodou, kterou byl určen poměrný útlum a vlastní frekvence. Pomocí softwaru Ansys byla vypočtena přídatná hmotnost kapaliny na těleso. Část práce je věnována určení vhodného časového úseku k vyhodnocení dat pro Fourierovu transformaci.

Klíčová slova

vlastní frekvence, poměrný útlum, přídatná hmotnost, modální analýza, hybridní metoda, FFT

Abstract

Damping and natural frequency of a vibrating body or a system is not easy to estimate during the design phase of project. If the body is submerged in water, estimating becomes even more complicated. This work focuses on experimental determination of the liquid influence on an oscillating body. The presented modal analysis was executed on two bodies when being surrounded by air, but also when gradually and fully submerged in water using two reservoirs with different dimensions. The collected data was analyzed with a suggested hybrid method, which determined the damping ratio and the natural frequency. Added mass was calculated employing the Ansys software. Part of the presented work focuses on the selection of a suitable time window for the Fourier transform.

Key words

natural frequency, damping ratio, added mass, modal analysis, hybrid method, FFT

Bibliografická citace

GREŠÁKOVÁ, K. *Experimentální stanovení vlivu kapaliny na kmitající těleso*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 81 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D..

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci na téma *Experimentální stanovení vlivu kapaliny na kmitající těleso* vypracovala samostatně s použitím odborné literatury a dostupných parametrů uvedených v seznamu literatury.

Dne 24. května 2018

.....
Bc. Kristýna Grešáková

Poděkování

Děkuji svému vedoucímu doc. Ing. Vladimíru Habánovi, Ph.D., za vstřícnost a ochotu vypsát zadání této diplomové práce. Ráda bych vyjádřila vděčnost za poskytnuté rady a čas strávený na konzultacích, které měly vždy pozitivní atmosféru.

Dále bych ráda poděkovala Ing. Martinu Hudci za jeho čas, trpělivost a cenné poznatky při provedení experimentu. Děkuji také Ing. Janu Kůrečkovi za užitečné tipy ohledně optimačního procesu v softwaru Ansys.

V neposlední řadě bych ráda poděkovala svým blízkým přátelům, příteli a rodině za motivaci, důvěru a trpělivost se mnou samotnou při psaní této diplomové práce.

Obsah

1	Úvod	12
2	Vliv kapaliny na dynamické vlastnosti těles	13
3	Metody stanovení tlumení	14
3.1	Logaritmický dekrement	14
3.2	Exponenciální obálka volného útlumu vibrace	15
3.3	Nominální šířka pásma	15
3.4	Hybridní metoda	17
3.4.1	Teoretický základ	17
3.4.2	Aproximace	18
4	Návrh a popis geometrie	19
4.1	Tyč kruhového průřezu	20
4.1.1	A - Vinná nádrž	20
4.1.2	B - Zahradní nádrž	21
4.2	Obdélníkový pás	22
4.2.1	C - Vinná nádrž	22
4.2.2	D - Zahradní nádrž	23
5	Modální analýza	24
5.1	Použité nástroje	24
5.1.1	Buzení	24
5.1.2	Záznam	25
5.2	Průběh měření	26
5.3	Vyhodnocení pomocí Fourierovy transformace	28
5.3.1	Volba vhodného časového úseku a jeho pozice	29
5.3.2	Určení časového úseku pro jednotlivá měření	31
5.4	Vyhodnocení experimentálních dat	33
5.4.1	Kritérium shody	33
5.4.2	Stanovení nejistoty typu A	34
6	Tyč - Ohybový vlastní tvar	35
6.1	Geometrie A - vinná nádrž	35
6.1.1	Neponorný snímač	35
6.1.2	Ponorný snímač	36
6.2	Geometrie B - zahradní nádrž	37
6.2.1	Neponorný snímač	37
6.2.2	Ponorný snímač	38
7	Pás - Ohybový vlastní tvar	39
7.1	Geometrie C - vinná nádrž	39
7.1.1	Neponorný snímač - gumové kladivo	39
7.1.2	Neponorný snímač - modální kladívko	40
7.1.3	Ponorný snímač - gumové kladívko a ruční sekáč	41
7.1.4	Ponorný snímač - modální kladívko a ruční sekáč	42
7.2	Geometrie D - zahradní nádrž	43
7.2.1	Neponorný snímač - gumové kladivo	43

7.2.2	Neponorný snímač - modální kladívko	44
7.2.3	Ponorný snímač - gumové kladivo a ruční sekáč	45
7.2.4	Ponorný snímač - modální kladívko a ruční sekáč	46
8	Pás - Torzní vlastní tvar	47
8.1	Geometrie C - vinná nádrž	47
8.1.1	Neponorný snímač - gumové kladivo	47
8.1.2	Neponorný snímač - modální kladívko	48
8.1.3	Ponorný snímač - gumové kladívko a ruční sekáč	49
8.1.4	Ponorný snímač - modální kladívko a ruční sekáč	50
9	Stanovení přídatné hmotnosti	51
9.1	Princip stanovení	51
9.1.1	Kmitající kapalina	52
9.2	Modální analýza ANSYS	53
9.2.1	Řešič a materiál	53
9.2.2	Geometrie	54
9.2.3	Výpočetní síť	54
9.3	Tyč - Ohybový vlastní tvar	55
9.4	Pás - Ohybový vlastní tvar	57
9.5	Pás - Torzní vlastní tvar	59
9.6	Jiný přístup	61
10	Porovnání a diskuze	62
10.1	Vliv velikosti nádrže	62
10.1.1	Tyč	62
10.1.2	Pás	63
10.2	Vliv tvaru tělesa	64
10.2.1	Vlastní frekvence	64
10.2.2	Poměrný útlum	65
10.2.3	Přídavná hmotnost	65
10.3	Vliv typu vlastního tvaru kmitu	66
10.3.1	Vlastní frekvence	66
10.3.2	Poměrný útlum	66
10.3.3	Přídavná hmotnost	67
10.4	Vliv vlastního tvaru kmitu	68
10.4.1	Tyč - První ohybový tvar kmitu	68
10.4.2	Pás - První ohybový tvar kmitu	69
10.4.3	Pás - První torzní tvar kmitu	70
11	Závěr	71
12	Seznam použitých zdrojů	74
13	Seznam použitých symbolů a zkratk	77
14	Seznam obrázků a tabulek	78

1 Úvod

Kmitání reálného mechanického systému je doprovázeno tlumením, tedy disipací energie projevující se ve snížení amplitudy kmitu. Velikost vlastní frekvence ani tlumení není snadné stanovit v konstrukční fázi. Určení komplikuje především velký počet neznámých. Stanovení tlumení systému je ještě obtížnější, kmitá-li těleso v jiném médiu než na vzduchu. Tato práce se dále zabývá tělesy kmitajícími ve vodě a přídatnými účinky kapaliny na těleso.

Interakce pevných těles s tekutinou je předmětem mnoha experimentálních, analytických i numerických výzkumů. Tato práce se zaměřuje především na experimentální ověření a způsob vyhodnocení změny dynamických vlastností tělesa v tekutině.

První část práce se zabývá krátkou rešeršní studií již provedených experimentů a návrhu stanovení poměrného útlumu ze záznamu zrychlení tělesa. Dále je v práci popsán návrh dvou těles, které jsou proměřeny samostatně na vzduchu, ale i postupně nořeny do dvou nádrží rozdílných velikostí, které byly naplněny kapalinou. Z naměřených dat byly použitím Fourierovy transformace stanoveny vlastní frekvence. Poměrný útlum byl stanoven s využitím navržené hybridní metody. Přídatná hmotnost byla stanovena pomocí softwaru ANSYS změnou hustoty analyzovaného tělesa. Součástí práce je mimo jiné i analýza volby vhodného časového úseku pro Fourierovu transformaci.

2 Vliv kapaliny na dynamické vlastnosti těles

Počátek výzkumu zabývajícího se problematikou dynamických vlastností těles a jejich změnou vlivem obklopujícího média odkazuje na experimentální studii elementárního¹ nepohyblivého tělesa v kontaktu s vodou [1], jež byla provedena se záměrem ověřit analytické odvození v [2]. Později bylo provedeno mnoho jiných studií zabývajících se například vlivem geometrického tvaru kmitajícího tělesa nebo polohou a hloubkou ponoru v kapalině.

Průzkum vlivu kapaliny na dynamické vlastnosti tělesa je však mnohem komplikovanější, než aby se dal odhadnout na základě experimentů na elementárních nepohyblivých tělesech. Vzhledem k tomu byla provedena spousta jiných výzkumů zabývajících se interakcí kapaliny s tělesy v pohybu [3], ale s tělesy rozdílných tvarů, jako například lopatka turbíny [4] nebo i model Kaplanovy turbíny [5]. Tato práce se však zabývá pouze určením dynamických vlastností nepohyblivých elementárních těles ovlivněných ponorem do kapaliny.

Na základě provedených experimentů zabývajících se tělesy zcela ponořenými, či částečně ponořenými do vody, byly sepsány následující poznatky:

- Vlastní frekvence tělesa při kontaktu s vodou klesá [6] tzn. poměrný útlum ve vodě je vyšší [7]
 - Největší vliv na dynamické vlastnosti tělesa má kapalina u prvního ohybového tvaru kmitu. [7] [8] [9]
 - Vliv kapaliny je téměř konstantní pro všechny torzní tvary kmitu [7] [8] [9].
- Kontakt s vodou způsobuje posun uzlových bodů daného tvaru kmitu [6], ale není nijak významný [8]
- Přídavné účinky kapaliny na těleso jsou závislé na poloze tělesa v kapalině. Vlastnosti se mění s hloubkou ponoření. S rostoucí hloubkou ponoření se snižuje vlastní frekvence [10].
 - Závislost přídavných účinků na hloubce ponoření plechu obdélníkového tvaru **ve vertikální poloze** je nejvýznamnější do hloubky jedné čtvrtiny jeho délky. Změna vlivu je znatelná do zhruba jedné poloviny délky plechu [6], kde konverguje k hodnotě, která se již s vyšší hloubkou nemění².
 - Dle [9] je změna vlivu na těleso **v horizontální poloze** nejvýznamnější při hloubce ponoření ve velikosti jedné desetiny délky plechu. Poté je změna menší a ustálí se na jedné polovině délky plechu. Je-li těleso ponořeno hlouběji, vliv je již konstantní a nezávisí na hloubce ponoření. [8]
- Na hodnotu vlastní frekvence má vliv také velikost nádrže, ve které těleso kmitá. V experimentu [7] bylo zaznamenáno, že stejné těleso kmitající ve větší nádrži kmitalo na nižší vlastní frekvenci, než v nádrži menší.
- Přídavné účinky kapaliny na těleso se mění v závislosti na typu upnutí tělesa. Experiment provedený v [8] poukázal na to, že obdélníkový plech, jež je pouze podepřen na dvou okrajích, je kapalinou ovlivněn o něco více, než plech pevně upnutý na obou svých kratších stranách.
- Poměrný útlum nemá konstantní hodnotu. S větší budicí silou je vyšší poměrný útlum. [9]

¹plech kruhového tvaru

²Experiment, ve kterém bylo těleso na jednom konci upnuto a volný konec byl nořen do kapaliny.

3 Metody stanovení tlumení

Následující podkapitoly stručně popisují některé metody pro stanovení tlumení. První tři metody je možné s jistotou použít pouze na systémy s jedním stupněm volnosti. Poslední, hybridní metoda, je stabilní způsob, který lze využít i pro systémy s více stupni volnosti. Dále v této práci je použita právě hybridní metoda, proto jí je v této kapitole věnována větší pozornost.

Všechny popisované metody jsou určeny k vyhodnocení dat, které byly získány na základě měření zrychlení určitého místa na tělese pomocí akcelerometru či jiného měřicího zařízení. Ve všech případech je těleso prvně rozkmitáno (vybuzeno) krátkým impulsem budicí síly a poté je vyhodnocován záznam jeho dokmitávání.

3.1 Logaritmický dekrement

Metoda volného útlumu kmitání tělesa je vhodná zejména k určení první vlastní frekvence a dynamických vlastností systému s jedním stupněm volnosti. Záznam vícestupňového systému je značně nepravidelný a bylo by možné se dopustit značných nepřesností. [11]

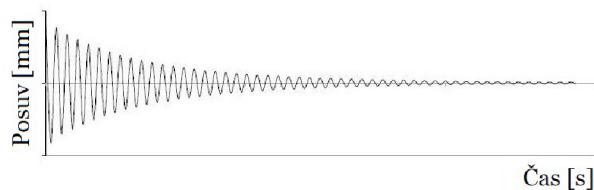
Na obrázku 1 je zobrazen záznam volného útlumu. Následná analýza dat je provedena pouze ze zvolené části v dostatečné vzdálenosti od počátku. Část záznamu bezprostředně po vybuzení může být ovlivněna zpomalením budicího tělesa. [11] [12] Na obrázku 2 je vykreslena část záznamu, která je dále analyzována, kde u reprezentuje amplitudu v daném čase a t značí časovou vzdálenost od počátku.

Poměrný útlum lze určit z následující rovnice:

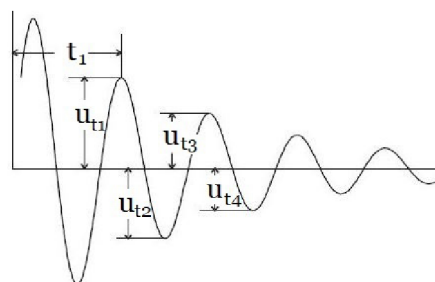
$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{u_{t1}}{u_{t3}}, \quad (1)$$

případně zvážíme-li poněkud přesnější přístup tzv. "peak to peak" [11]:

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{u_{t1} - u_{t2}}{u_{t3} - u_{t4}}. \quad (2)$$



Obrázek 1: Záznam volného útlumu [11]



Obrázek 2: Analyzovaný výběr [11]

3.2 Exponenciální obálka volného útlumu vibrace

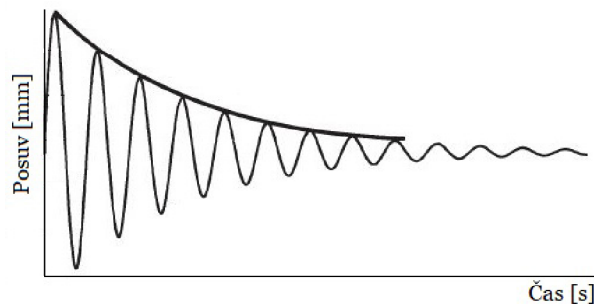
Záznam volného útlumu vibrace ideálně viskózně tlumeného systému s jedním stupněm volnosti leží uvnitř obálky definované rovnicí

$$u(t) = \pm Ae^{-\xi\omega t}, \quad (3)$$

kde $u(t)$ značí amplitudu kmitu. Pokud všechna lokální maxima daného záznamu proložíme funkcí

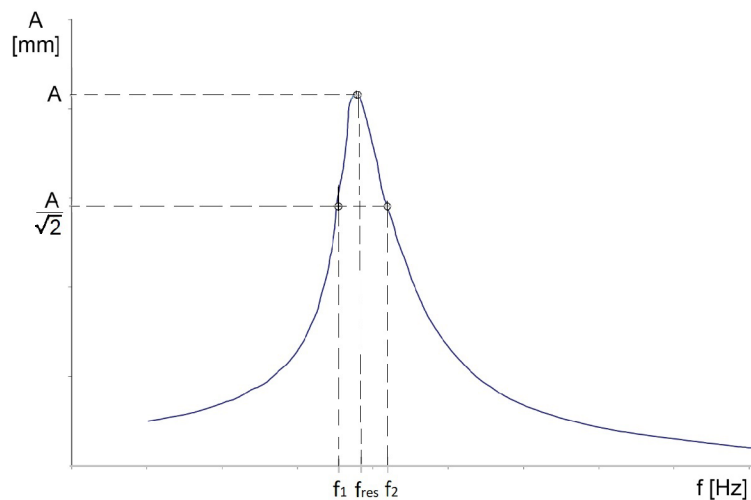
$$u(t) = \pm Ae^{-bt}, \quad (4)$$

potom je možné se znalostí frekvence ω získat hodnotu poměrného útlumu ze vztahu $b = \xi\omega$. Ukázka proložených dat je znázorněna na obrázku 3. Při použití této metody je nutné mít na paměti, že se jedná o tzv. průměrování a čím větší množství lokálních maxim je proloženo, tím dochází k větší chybě. Tato metoda je stejně jako předchozí metoda doporučována především pro systémy s jedním stupněm volnosti, takže pro většinu reálných systémů je navzdory jednoduchosti nepoužitelná. [11].



Obrázek 3: Proložení lokálních maxim záznamu exponenciální křivkou [13]

3.3 Nominální šířka pásma



Obrázek 4: Metodika stanovení tlumení z nominální šířky pásma [11]

Určení poměrného útlumu podle nominální šířky pásma je metoda, která je založená na stanovení tlumení z amplitudové charakteristiky. Po použití FFT na měřená data, lze získat amplitudovou charakteristiku. Amplitudová charakteristika slouží k určení odpovídající amplitudy kmitu vyhodnocované vlastní frekvence. Samotná amplituda kmitu je závislá na budící síle a má vliv na velikost poměrného útlumu. Na základě tohoto faktu je možné určit tlumení pomocí nominální šířky pásma. Existují dva přístupy určení poměrného útlumu. Oba dva jsou založeny na matematickém odvození ze základních principů dynamiky. [14] [15]

- Amplituda je snížena dle následujícího vztahu [13]

$$\frac{A}{\sqrt{2}} = 0.707A \quad (5)$$

Za předpokladu, že poměrný útlum dosahuje nízkých hodnot,³ je možné jej vypočítat dle rovnice 6, kde f_1 a f_2 jsou frekvence, ve kterých je dosažena dříve zmíněná snížená amplituda. f_{res} je rezonanční frekvence, tedy frekvence v místě maximální amplitudy. [11]

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{2f_{res}} \quad (6)$$

- Stejně tak je možné použít přístup, kde je amplituda snížena o polovinu

$$\frac{A}{2} \quad (7)$$

Poměrný útlum lze následně vypočítat pomocí vztahu

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{2\sqrt{3}f_{res}} \quad (8)$$

Metoda by měla být striktně aplikovatelná pouze na soustavy s jedním stupněm volnosti, což není v praxi realizovatelné a za určitých podmínek je možné metodu použít i pro systémy s více stupni volnosti. Nicméně spolehlivost určení je závislá na kvalitě vstupních dat. Metoda dosahuje vyšší přesnosti v případě, je-li použita pouze na vyhodnocení dat ze systému buzeného silou (rázem), než když je použita na vyhodnocení dat získaných měřením mostu vybuzeného povětrnostními vlivy. Dopuštěním se nepřesností měření, či například průměrováním dat z povětrnostních vlivů, dochází k podhodnocení celkové amplitudy a to má vliv právě na určení tlumení. [11] [12] [13] [16]

³Při poměrném útlumu o velikosti 0,2 (poměrně vysoké tlumení) je dopuštěno chyby do 5%

3.4 Hybridní metoda

Metoda vychází ze základní teorie dynamiky.[14] [15] Pohybovou rovnicí pro systém s jedním stupněm volnosti lze matematicky upravit tak, že se znalostí všech proměnných i konstant je možné získat stejnou amplitudovou charakteristiku, jakou lze získat z Fourierovy transformace aplikované na naměřená data. Neznalost konstant, jako je například vlastní frekvence a poměrný útlum, lze vyřešit porovnáním obou funkcí a minimalizací rozdílu pomocí optimalizační metody. Podobný způsob byl popsán v [11]. Tato práce se dále zabývá určením poměrného útlumu na základě hybridní metody, proto je princip, na kterém je tato metoda založena, podrobněji rozebrán v následujících podkapitolách.

3.4.1 Teoretický základ

Metoda vychází ze základní pohybové rovnice dynamiky pro jednohmotový systém s jedním stupněm volnosti buzený harmonickou silou $F = F_0 e^{i\omega t}$ s uvážením nulových počátečních podmínek.⁴

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t} \quad (9)$$

Zavedením následujících úprav:

- Vlastní frekvence

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (10)$$

- Kritické tlumení

$$b_{kr} = \frac{b}{b_p} = 2\sqrt{km} = 2\Omega_0 m \quad (11)$$

- Poměrný útlum

$$b_p = \frac{b}{b_{kr}} \quad (12)$$

Lze základní rovnici upravit na tvar

$$\ddot{x} + 2\Omega_0 b_p \dot{x} + \Omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} e^{i\omega t} \quad (13)$$

a po provedení Laplaceovy transformace a vyjádření výchylky x dostaneme vztah

$$x = \frac{\frac{F_0}{m} e^{i\omega t}}{(i\omega)^2 + i2\omega\Omega_0 b_p + \Omega_0^2} \quad (14)$$

Zavedením poměrného naladění

$$\eta = \frac{\omega}{\Omega_0}, \quad (15)$$

dostáváme finální tvar výchylky, ze kterého vychází celá následující podkapitola

$$x = \frac{\frac{F_0}{k} e^{i\omega t}}{1 - \eta^2 + i2b_p\eta} \quad (16)$$

⁴Uvažujeme $x(0) = 0$ a $\dot{x}(0) = 0$

3.4.2 Aproximace

Rovnice 16 popisuje výchylku, která by měla být totožná s výstupem z Fourierovy transformace naměřených dat. Vstupními informacemi, které je nutno k výpočtu znát, je frekvenční oblast v okolí vlastní frekvence, která je popisována a pro ni odpovídající amplitudová a fázová charakteristika. K výpočtu jsou nutné určit následující počáteční parametry:

- vlastní frekvence Ω_0
- poměrný útlum b_p
- konstanta K , která představuje číselník rovnice 16 a skládá se z reálné K_{Re} a imaginární části K_{Im} .

$$K = \frac{F_0}{k} e^{i\omega t} \quad (17)$$

Frekvenční oblast je získána z naměřených dat a zbývající tři parametry jsou na základě optimalizační metody měněny tak, aby rozdíl mezi funkcemi byl minimální.

Dále je popsán hrubý postup samotné aproximace, kde pro lepší orientaci ve výsledné rovnici budou dále použity následující náhrady

- Poměrné naladění

$$\eta_i = \frac{\omega_i}{\Omega_0} \quad (18)$$

- Reálná část

$$a_i = 1 - \eta_i^2 \quad (19)$$

- Imaginární část

$$b_i = 2b_p\eta_i \quad (20)$$

Výsledná modelová výchylka pro i -tou frekvenci ve frekvenčním intervalu je

$$x_{mi} = x_{mRei} + ix_{mImi}, \quad (21)$$

kde reálná a imaginární část je určena následujícími vztahy.

$$x_{mRei} = \frac{a_i}{a_i^2 + b_i^2} K_{Re} - \frac{-b_i}{a_i^2 + b_i^2} K_{Im} \quad (22)$$

$$x_{mImi} = \frac{a_i}{a_i^2 + b_i^2} K_{Im} + \frac{-b_i}{a_i^2 + b_i^2} K_{Re} \quad (23)$$

Poslední krok aproximace spočívá v nalezení minima celkového součtu čtverců rozdílů výchylek x v i -té frekvenci z frekvenčního intervalu naměřeného během experimentu s aproximovanou výchylkou x_m , čehož je docíleno změnou vstupních parametrů.

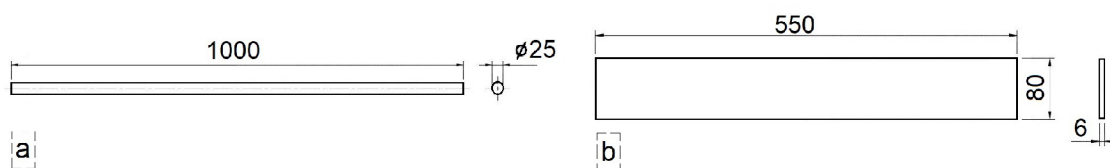
$$\min = \sum_{i=0}^n (x - x_m)(x^* - x_m^*) \quad (24)$$

4 Návrh a popis geometrie

Cílem této práce je proměřit nejméně tři zvolené jednoduché geometrie. Na základě provedené rešerše byly zvoleny celkem čtyři geometrie. Vliv přídavných účinků na těleso v kapalině je závislý nejen na geometrii tělesa, ale také na velikosti nádrže, ve které je kapalina umístěna, a hloubce ponoru. Vzhledem ke zmíněným faktorům byl samostatně proměřen postupný ponor dvou různých těles do dvou nádrží rozdílných velikostí. Následující podkapitoly obsahují popis a názorné ukázky jednotlivých měřených kombinací geometrií doprovázené fotodokumentací.

Stručný popis zvolených těles

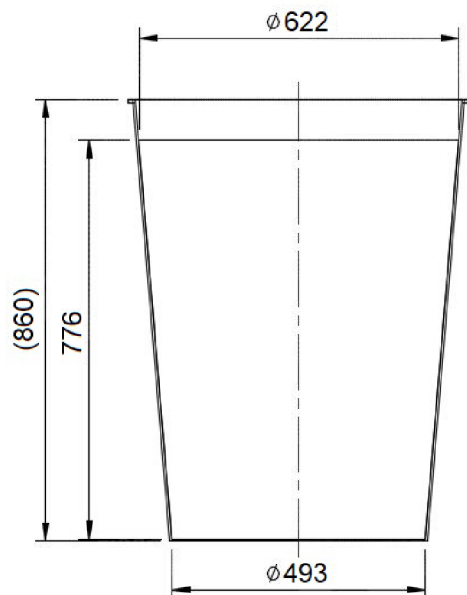
- Tyč kruhového průřezu o délce 1 m a průměru 25 mm (Obrázek 5a)
- Obdélníkový pás s délkou 550 mm, šířkou 80 mm o tloušťce 6 mm (Obrázek 5b)



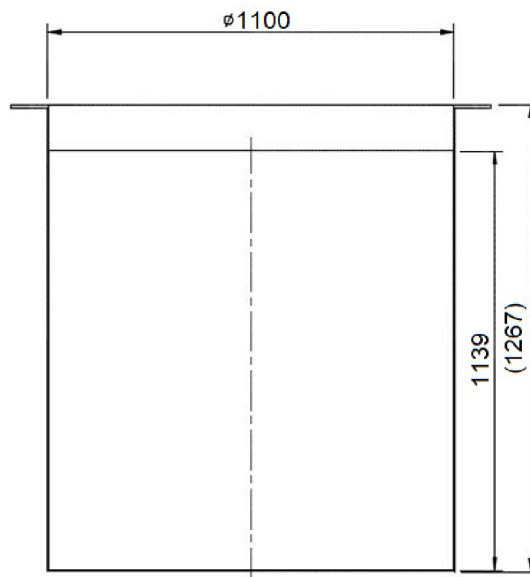
Obrázek 5: Zvolená geometrie: a - tyč kruhového průřezu, b - pás obdélníkového tvaru

Stručný popis zvolených nádrží

- Zahradní nádrž kónického tvaru o výšce 860 mm a rozměrech uvedených na obrázku 6
- Vinná nádrž válcového tvaru o výšce 1267 mm a rozměrech uvedených na obrázku 7



Obrázek 6: Zahradní nádrž

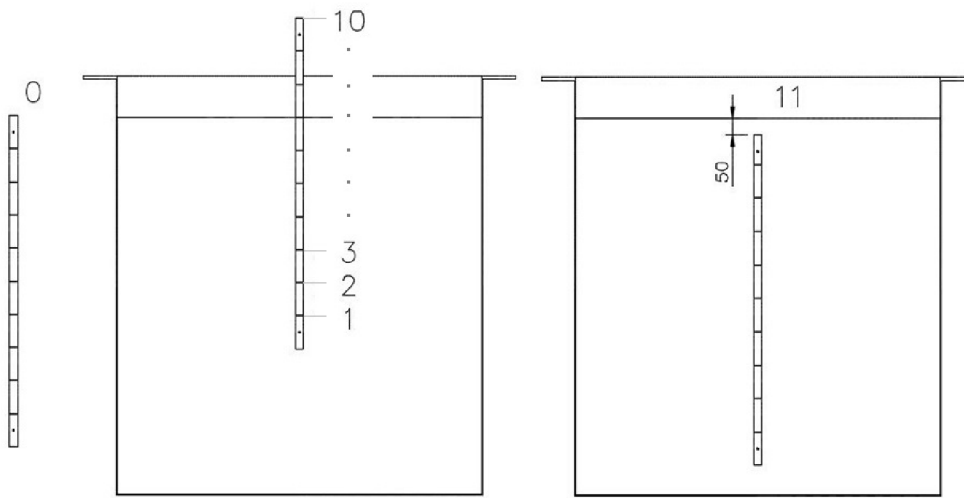


Obrázek 7: Vinná nádrž

4.1 Tyč kruhového průřezu

4.1.1 A - Vinná nádrž

Tyč kruhového průřezu s postupným ponorem do vinné nádrže je dále prezentována v této práci pod označením A. Označení měření v jednotlivých pozicích ponoru bylo odstupňováno v rozmezí hodnot 0 až 11. Pozice s označením 0 charakterizuje měření dynamických vlastností na vzduchu. Polohy 1-10 označují jednotlivé pozice ponoru tyče, která je postupně nořena hlouběji do kapaliny o 100 mm. Pozice 1 značí minimální ponor. Poloha 11 označuje plné ponoření pod hladinu kapaliny. Pozice jsou zobrazeny na obrázku 8.



Obrázek 8: Názorné označení ponoru tyče do vinné nádrže s kapalinou



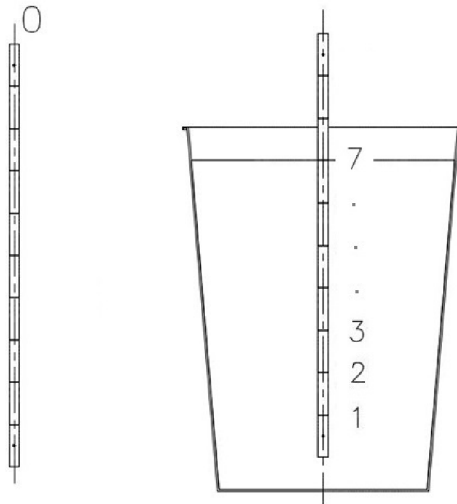
Obrázek 9: Vinná nádrž s tyčí



Obrázek 10: Detail tyče ve vinné nádrži

4.1.2 B - Zahradní nádrž

Tyč kruhového průřezu s postupným ponorem do zahradní nádrže je dále prezentována v této práci pod označením B. Označení měření v jednotlivých pozicích ponoru bylo odstupňováno v rozmezí hodnot 0 až 7. Pozice s označením 0 charakterizuje měření dynamických vlastností na vzduchu. Tato kombinace byla proměřena pouze v pozicích 1-7, které označují jednotlivé pozice ponoru tyče, která je postupně nořena hlouběji do kapaliny o 100 mm. Pozice 1 značí minimální ponor. Hlubší ponor nebyl vzhledem k délce tyče a výšce nádrže realizovatelný. Pozice jsou jasně zobrazeny na obrázku 11.



Obrázek 11: Názorné označení ponoru tyče do zahradní nádrže s kapalinou



Obrázek 12: Zahradní nádrž s tyčí

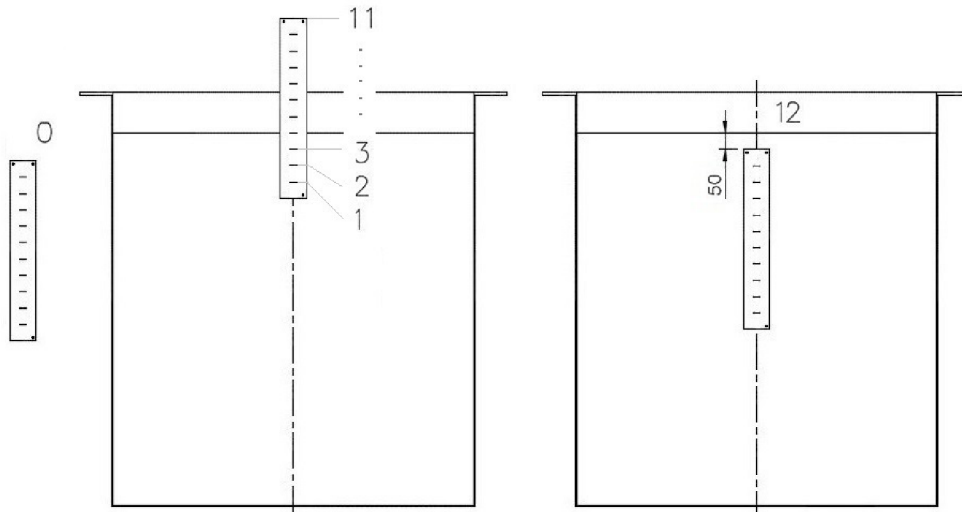


Obrázek 13: Detail tyče v zahradní nádrži

4.2 Obdélníkový pás

4.2.1 C - Vinná nádrž

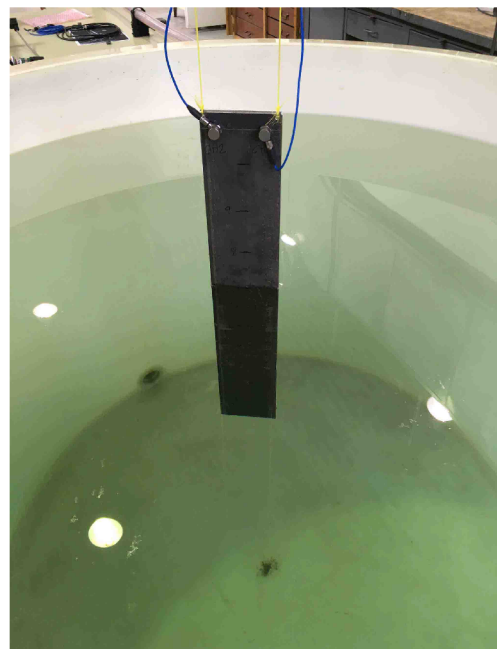
Pás obdélníkového tvaru s postupným ponořením do vinné nádrže je dále prezentován v této práci pod označením C. Měření s označením 0 bylo provedeno na vzduchu. Polohy 1 až 11 označují jednotlivé ponoření pásu s odstupem 50 mm , kde pozice 1 značí minimální ponor. Poloha 12 označuje plné ponoření pod hladinu kapaliny. Pozice jsou zaznačeny na obrázku 14.



Obrázek 14: Názorné označení ponoru pásu do vinné nádrže s kapalinou



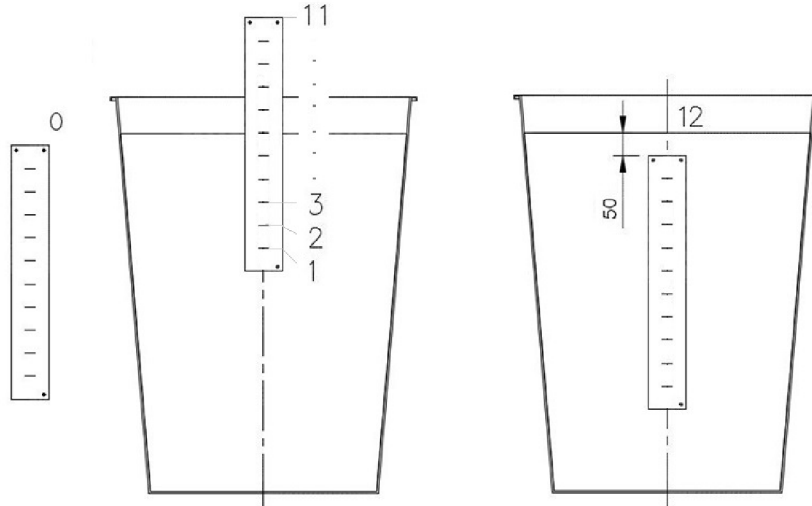
Obrázek 15: Vinná nádrž s pásem



Obrázek 16: Detail pásu ve vinné nádrži

4.2.2 D - Zahradní nádrž

Pás obdélníkového tvaru s postupným ponořením do zahradní nádrže je dále prezentován v této práci pod označením D. Měření s označením 0 bylo provedeno na vzduchu. Polohy 1 až 11 označují jednotlivé ponoření pásu s odstupněním 50 mm, kde pozice 1 značí minimální ponor. Poloha 12 označuje plné ponoření pod hladinu. Pozice jsou zobrazeny na obrázku 17.



Obrázek 17: Názorné označení ponoru pásu do zahradní nádrže s kapalinou



Obrázek 18: Zahradní nádrž s pásem



Obrázek 19: Ponořený pás v zahradní nádrži

5 Modální analýza

Modální analýza je standartní metoda, kterou je možné určit dynamické vlastnosti těles. Hlavním cílem této práce je určení vlastní frekvence a útlumu na zavěšeném tělese pro případ tělesa kmitajícího na vzduchu a tělesa ponořeného do kapaliny. V předchozí kapitole byla popsána volba celkem čtyř různých geometrických kompozic, které jsou složeny ze dvou odlišných těles a dvou nádrží různé velikosti. Tato kapitola popisuje postup provedení experimentu a následného vyhodnocování naměřených dat.

5.1 Použité nástroje

5.1.1 Buzení

Se záměrem eliminovat nevhodnost volby budicího nástroje byly zvoleny celkem tři druhy. Nevhodnost daného nástroje byla definována především hodnotou vybuzeného zrychlení, které byly schopny snímat použité snímače a přístupnosti k tělesu v určité pozici ponoru. Ve většině měření byla použita pouze kombinace gumového kladiva s modálním kladívkem. Ovšem v polohách, kde nebylo možné těleso udeřit bez současného ovlivnění kapaliny, byla použita pouze kombinace ručního sekáče⁵ a gumového kladiva (pro úplnost je tato kombinace zobrazena na obrázku 21). Aby bylo možné posoudit vliv změny nástroje, byly tyto tři nástroje použity v poslední poloze, kde bylo ještě možné použít i kladiva bez styku s kapalinou. Samotná velikost budicí síly nebyla pro vyhodnocení směrodatná. Z hlediska vybuzení a vyhodnocení pozorovaného kmitu bylo důležitější, aby délka impulsu síly byla kratší než polovina periody kmitu. Informace o vybuzení síle pomocí modálního kladívka nebyly dále zpracovávány.



Obrázek 20: Budicí nástroje



Obrázek 21: Použití ručního sekáče

⁵známý jako „majzlík“

5.1.2 Záznam

Záznam odezvy zvolených těles na budící sílu byl zaznamenán pomocí snímačů zrychlení. Vzhledem k předchozím zkušenostem s použitím snímačů byly zvoleny dva druhy. Snímače, se kterými již bylo provedeno dostatek měření a spolehlivost záznamu byla ověřena, byly umístěny v horní oblasti těles, viz obrázek 22. Pro zachování symetrického zatížení a také záznamu mimo uzel pozorovaného kmitu byl obdélníkový pás měřen pomocí dvou zmíněných snímačů zrychlení. V případě tyče byl použit pouze jeden snímač, který byl umístěn v horní oblasti. Snímač byl na obou tělesech osazen pomocí závitového spoje.

Nicméně tento druh snímače není určen pro měření v kontaktu s vodou, takže záznam z měření byl možný pouze pro pozici ponoru, kde snímač nebyl ohrožen. Z tohoto důvodu bylo provedeno měření obou těles také pomocí snímače určeného pod vodu, který doposud nebyl použit pro jiné měření. Byl umístěn v blízkosti spodního okraje tělesa, viz obrázek 23. Celkové upevnění ponorného snímače na měřených tělesech bylo realizováno pomocí vosku určeného k tomuto účelu.

Měření bylo provedeno pomocí snímačů:

- Neponorný snímač - PCB Piezotronics 352C03, sériové číslo: LW139776
- Ponorný snímač - PCB Piezotronics W352B10, sériové číslo: 184620



Obrázek 22: Neponorné snímače



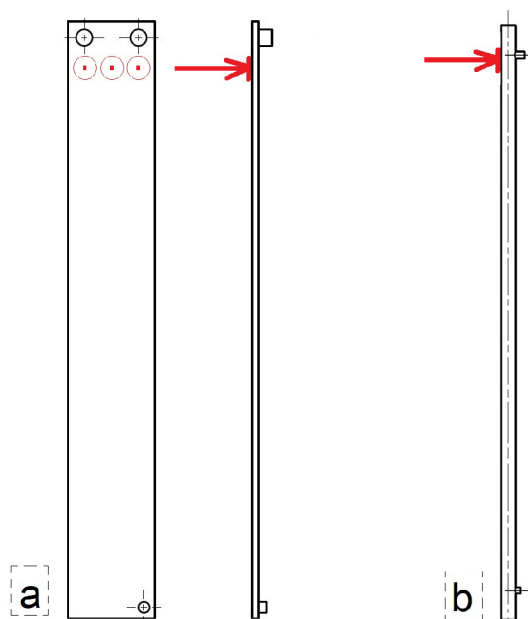
Obrázek 23: Ponorný snímač

5.2 Průběh měření

Modální analýza spočívá ve vybudení (rozkmitání) tělesa a následném pozorování jeho reakce. Samotná analýza je velmi jednoduchá a vyžaduje minimální finanční náklady na samotné provedení. Těleso může být vybudeno nekontaktním způsobem (vibrační vlnění), či kontaktním způsobem. V experimentu, který tato práce popisuje, bylo provedeno kontaktní buzení těles pomocí třech různých nástrojů. Tato podkapitola se věnuje samotnému průběhu provedení experimentu. Záznam modální analýzy byl proveden na základě měření zrychlení určitého místa na tělese. Studie se zabývá tělesy, které jsou zavěšeny pouze ve vertikálním směru. Tuhost zavěšení je považována za velmi malou. Proto je možné předpokládat, že tvar kmitu je stejný jako pro tělesa volně v prostoru.

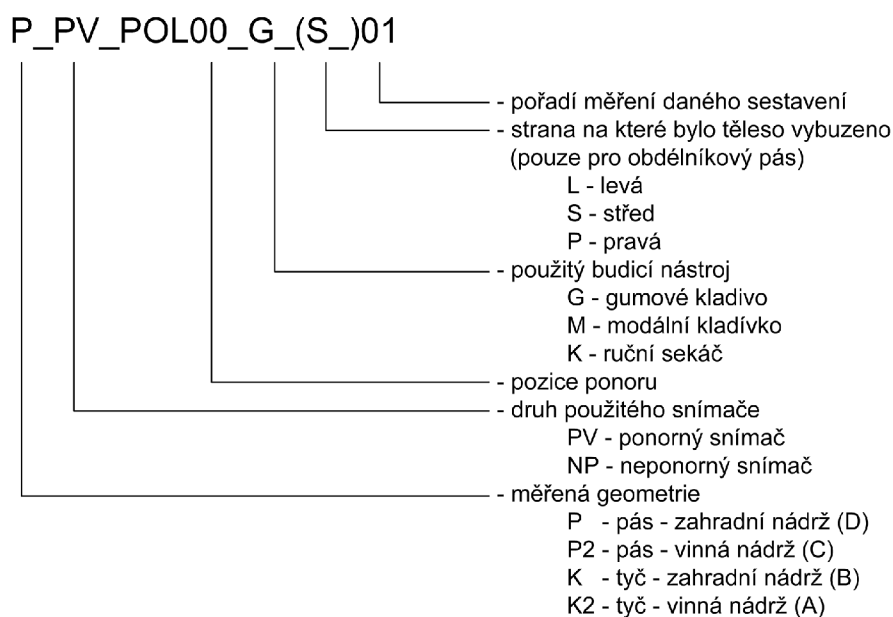
Při vybudení těles je potřeba dbát na volbu správného místa, ve kterém je těleso buzeno a pozorováno. Nesprávná volba buzeného místa by mohla vést k nevybudení požadovaného tvaru kmitu a tím by mohlo být měření znehodnoceno. Stejně tak nesprávná volba místa, kde by měl být umístěn snímač zrychlení může vést k bezcenným záznamům. V rámci volby geometrie tělesa byly zvoleny elementární tvary těles, kde samotné tvary kmitu, které by bylo vhodné vybudit, jsou známy z teorie dynamiky kontinua.

Volba místa, ve kterém je těleso vybudeno, by měla být směřována do míst s největší amplitudou kmitu (kmitna). V případě, že je žádoucí vybudit více než jeden tvar, je vhodné zvolit určitý kompromis, kdy ani jeden ze zkoumaných tvarů nemá v daném místě uzel. V této práci byl původní záměr experimentu ve vybudení prvních tří tvarů, tedy dvou ohybových a jednoho torzního. Pro splnění záměru byla zvolena místa zobrazená na obrázku 24, která jsou vykreslena červenou barvou. Buzení bylo provedeno vždy v horní části tělesa. Se záměrem vybudení torzního tvaru kmitu byl pás vybuděn ve třech místech v jedné úrovni. Záznam pohybu tělesa byl zkoumán pomocí akcelerometru a tyto snímače byly umístěny, stejně jako místo buzení, do místa, ve kterém ani jeden ze zkoumaných tvarů kmitu nemá uzel. V horních místech byly umístěny neporoné snímače. Ve spodní části těles byl umístěn ponorný snímač.



Obrázek 24: Budicí místa a umístění snímačů, a - pás, b - tyč

Vzhledem k lepší orientaci v měřených datech bylo stanoveno označení jednotlivých měření, které je názorně vysvětleno na přiloženém obrázku 25. V měřené poloze a místě bylo těleso udeřeno vždy třikrát. Z celého procesu tak, spolu s nutností opakování některých měření, vzešlo celkem 324 souborů a z toho 972 záznamů dokmitávání tělesa. Tato data byla vyhodnocována pomocí Fourierovy transformace, ze které byla získána frekvenční oblast a amplitudová charakteristika pro každý tvar kmitu samostatně. Tato charakteristika byla aproximována pomocí hybridní metody popsané dříve v této práci. Použitím hybridní metody byl získán poměrný útlum a vlastní frekvence.



Obrázek 25: Označení jednotlivých měření

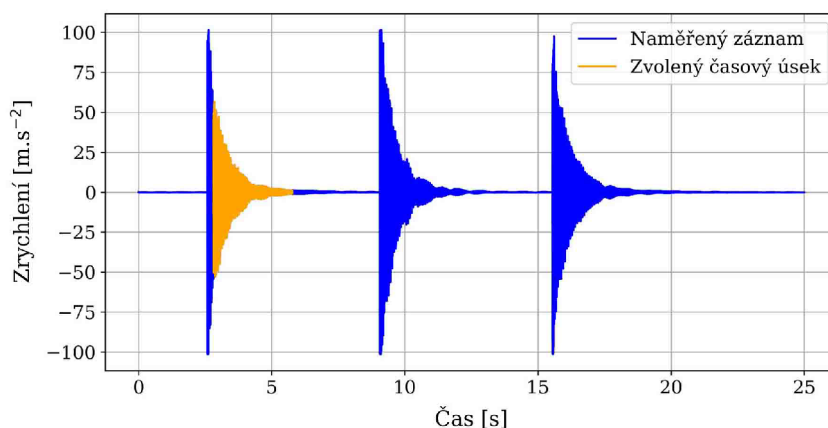
5.3 Vyhodnocení pomocí Fourierovy transformace

Vyhodnocení naměřených dat, které nesou informace o opakovaném pohybu zkoumaného objektu, je provedeno pomocí Fourierovy transformace. Tímto způsobem je možné získat informace o frekvenční oblasti, ve které se daný pohyb vyskytuje.

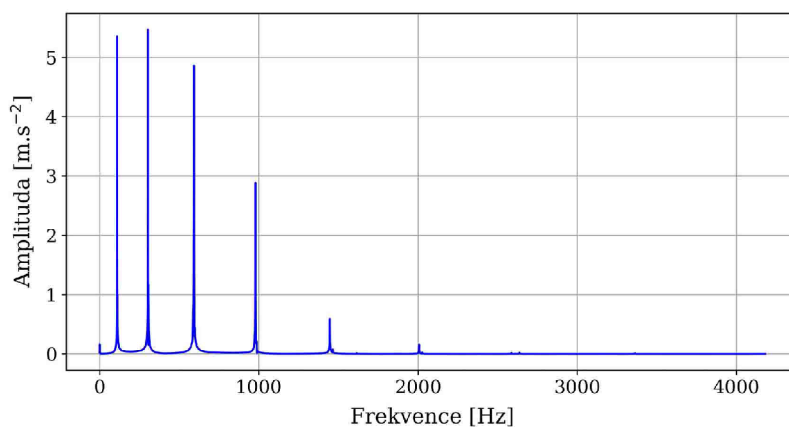
Správné určení odpovídající frekvence získané z frekvenční analýzy pomocí Fourierovy transformace je podmíněno vhodnou volbou časového úseku, na který je frekvenční analýza použita. Zejména jestliže se jedná o vyhodnocení dat volného útlumu, jelikož průběh není kontinuální a příliš dlouhý časový úsek by mohl znehodnotit výsledky. Znehodnocení by spočívalo především v zahrnutí šumu, který je ke konci záznamu významnější než na jeho počátku. Příliš krátký úsek je stejně tak problematický. Zkrácením časového úseku by mohlo dojít k zanedbání a neúplnosti informací. Pozice vyhodnocovaného časového úseku je dalším faktorem, který má vliv na celou frekvenční analýzu.

V provedeném a popisovaném experimentu bylo využito buzení rázem. Samotný budicí účinek je ovlivněn materiálem budicího nástroje, ale také impulsem, který vyvoluje hybnou činnost. Po zvážení těchto okolností je zřejmé, že záznam pohybu tělesa bezprostředně po vybudení je ovlivněn budicím nástrojem. Z tohoto důvodu je nutné zvolit dostatečné odsazení od počátku zaznamenaného pohybu. [17]

V následujících podkapitolách je popsána a zdůvodněna volba a úprava vhodného časového úseku pro vyhodnocování dat v této diplomové práci.



Obrázek 26: Volba časového úseku ze záznamu

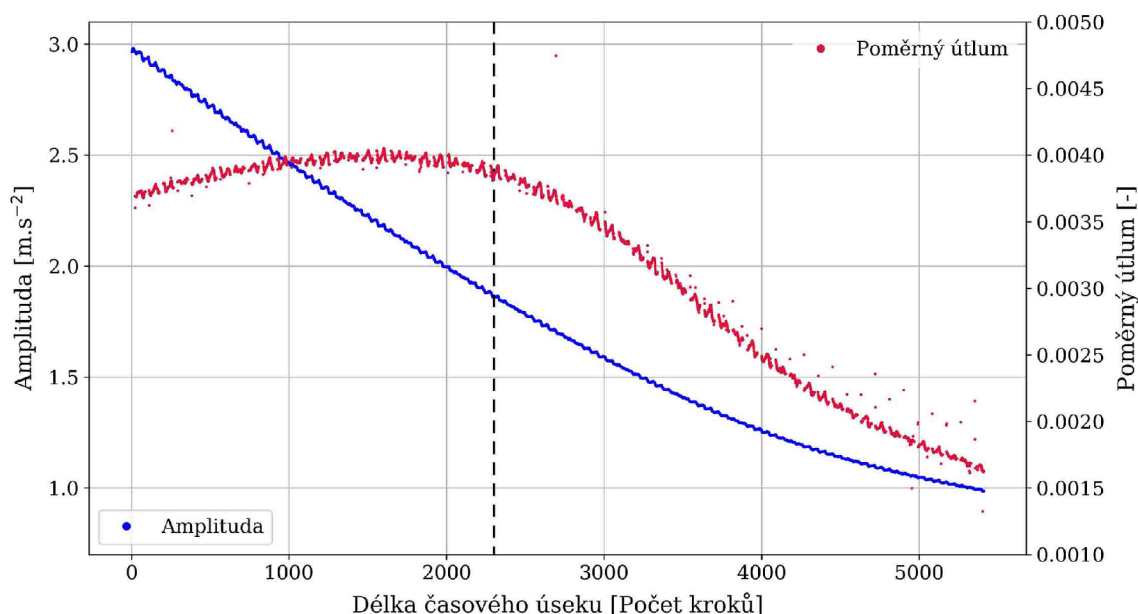


Obrázek 27: Ukázka frekvenční oblasti po Fourierově transformaci

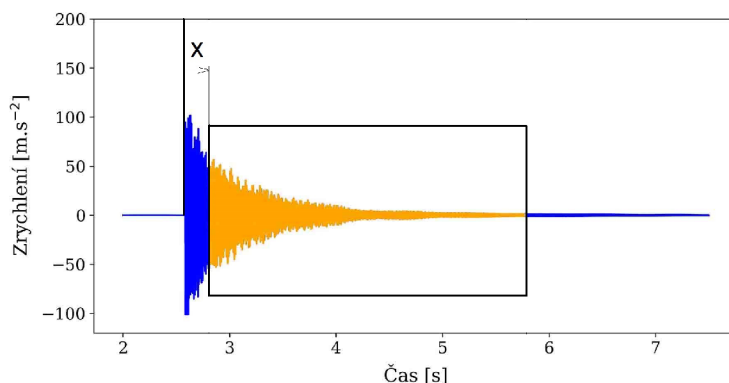
5.3.1 Volba vhodného časového úseku a jeho pozice

Samotná volba vhodného časového úseku, který byl vyhodnocován, byla provedena pro mnoho časových variací. Dále jsou v této podkapitole prezentovány pouze výsledné zvolené hranice a jejich okolí.

První řešený problém se vztahuje na samotnou pozici vyhodnocovaného úseku. Vzhledem k použité metodě buzení je nutné vyhodnocovaný úsek odsadit od počátku zaznamenaného pohybu. Vliv posuvu celého časového úseku je vyobrazen v grafu na obrázku 28. Z tohoto vyobrazení je zjevné, že určení vhodné pozice není snadné ani samozřejmé. Jelikož je na začátku amplituda vyhodnocována z dat, která jsou bezprostředně po vybuzení (kmity s největší výchylkou), tak je také její hodnota v první části grafu nejvyšší. Příliš velkým odsazením od počátku by bylo možné dopustit se nepřesností projevujících se zejména ve značné odchylce od středních hodnot. Vzhledem k průběhu poměrného útlumu bylo zvoleno vyhodnocení v blízkosti okolí maximální hodnoty poměrného útlumu. Pro všechna měření provedená v této práci bylo zvoleno odsazení 2 300 kroků za první zaznamenanou výchylkou tělesa, tato hodnota odpovídá 0.23 sekundám.

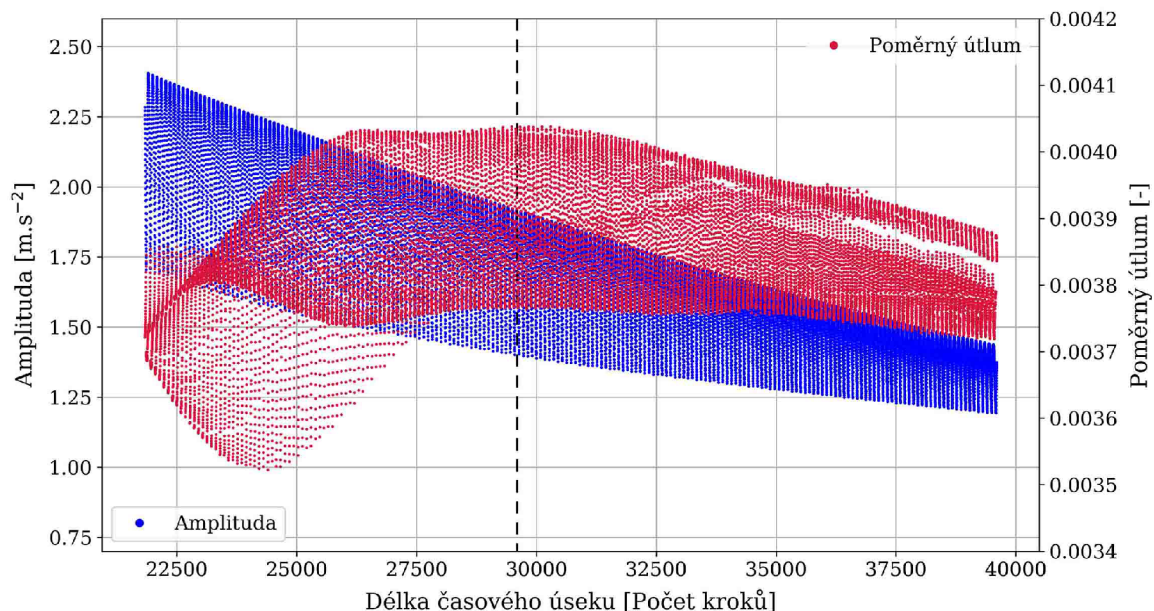


Obrázek 28: Vliv posuvu celého časového úseku o 29 600 kroků od počátku záznamu výchylky

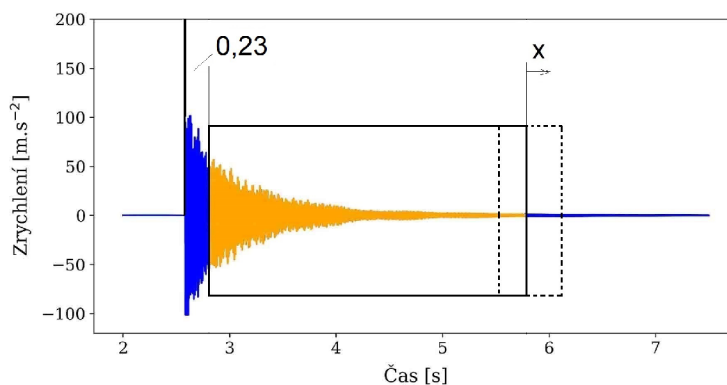


Obrázek 29: Posun celého časového úseku od počátku - osa x v obrázku 28

Po volbě vhodného odsazení od počátku záznamu výchylky bylo nutno prozkoumat vliv samotné délky úseku. Graf na obrázku 30 popisuje průběh amplitudy, která byla získána po provedení Fourierovy transformace a po vyhodnocení poměrného útlumu pomocí navržené hybridní metody. Zobrazený průběh byl získán stanovením první hranice na základě závěrů získaných z předchozího odstavce, druhá hranice časového úseku byla variabilní. Graf zobrazuje průběhy poměrného útlumu a amplitudy za použití velikosti časového úseku v rozmezí 22 000 až 31 600 časových kroků. Jednotlivé hodnoty byly stanoveny zvětšením časového úseku vždy o jeden krok. Zatímco průběh střední hodnoty amplitudy je klesající, stejně jako tomu bylo v předchozím rozebíraném problému, průběh poměrného útlumu je značně nestabilní. V oblasti 22 000 až 27 800 je zjevná značná nestabilita, která je dána dříve zmíněným vlivem krátkého časového úseku. Oblast průběhu mezi délkou časového úseku od 31 000 a dál se projevuje klesající tendencí poměrného útlumu, což může být zapříčiněno právě příliš dlouhým časovým úsekem a zahrnutím šumu do frekvenční analýzy. Volba vhodného úseku se pohybuje v rozmezí hodnot 27 800 až 31 000. V této práci byla pro všechna vyhodnocení zvolena střední délka úseku 29 600. Vzhledem k rozptylu hodnot byl pro jednotlivé vyhodnocení stanoven odpovídající úsek. Volba tohoto úseku je dále rozebrána v následující podkapitole.



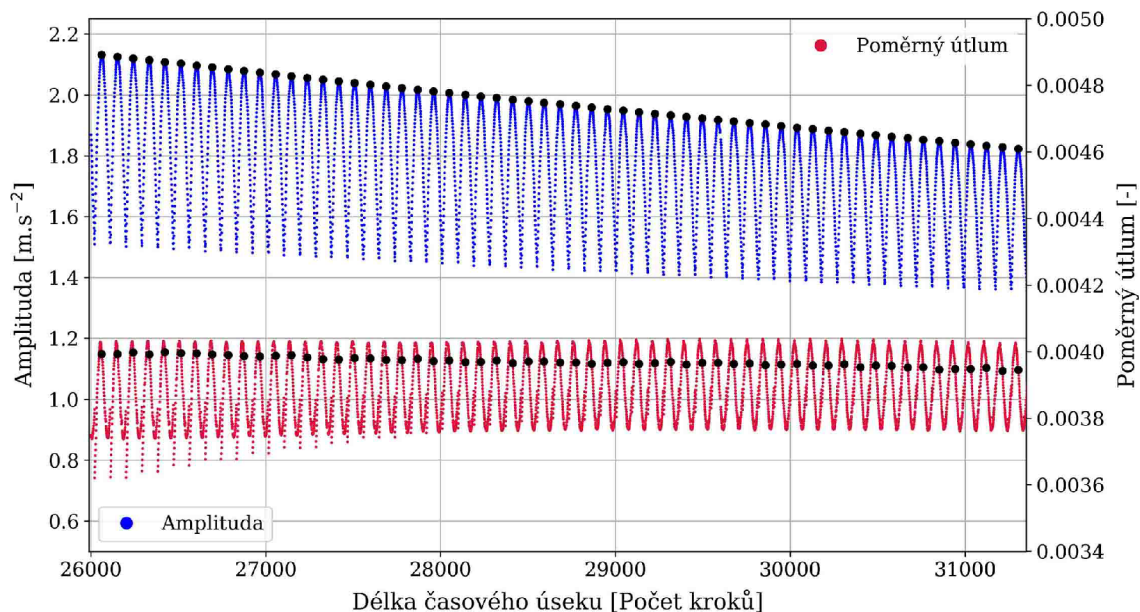
Obrázek 30: Vliv posuvu zadní hranice časového úseku s počátečním odsazením 2 300 kroků



Obrázek 31: Posun zadní hranice časového úseku - osa x v obrázku 30

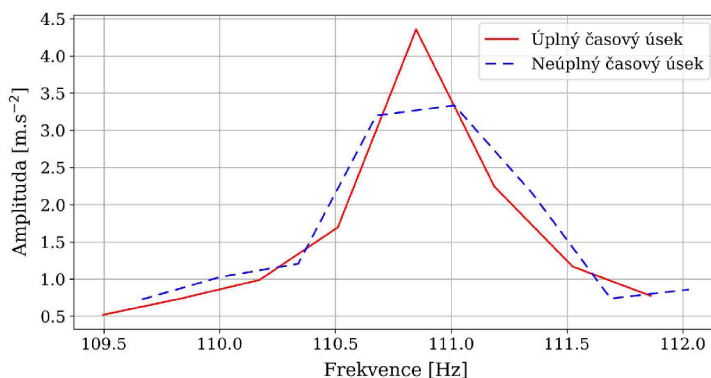
5.3.2 Určení časového úseku pro jednotlivá měření

Jednotlivé měření je specifické a proto není možné použít univerzální časový úsek, ale je nutné se na každé měření zaměřit individuálně. Zaměřením na detail grafu z obrázku 30 v rozmezí hodnot 26 000 až 31 000 byl získán graf 32. V tomto grafu jsou černými body značeny hodnoty, ve kterých je zvolena délka časového úseku s lokálním maximem amplitudy a pro ně odpovídající hodnota poměrného útlumu.



Obrázek 32: Výběr lokální maximální amplitudy v závislosti na délce časového úseku

Volba maximální amplitudy má svá odůvodnění. Na obrázku 33 je zobrazena frekvenční oblast v okolí první vlastní frekvence pro měření s označením K2_PV_POL08_G_01. Data byla při použití FFT vyhodnocována obdélníkovým váhovým oknem. Z obrázku je patrné, že pokles v amplitudě není dán opravdovým poklesem amplitudy, ale velmi pravděpodobně nevhodnou volbou vyhodnocovaného časového úseku.

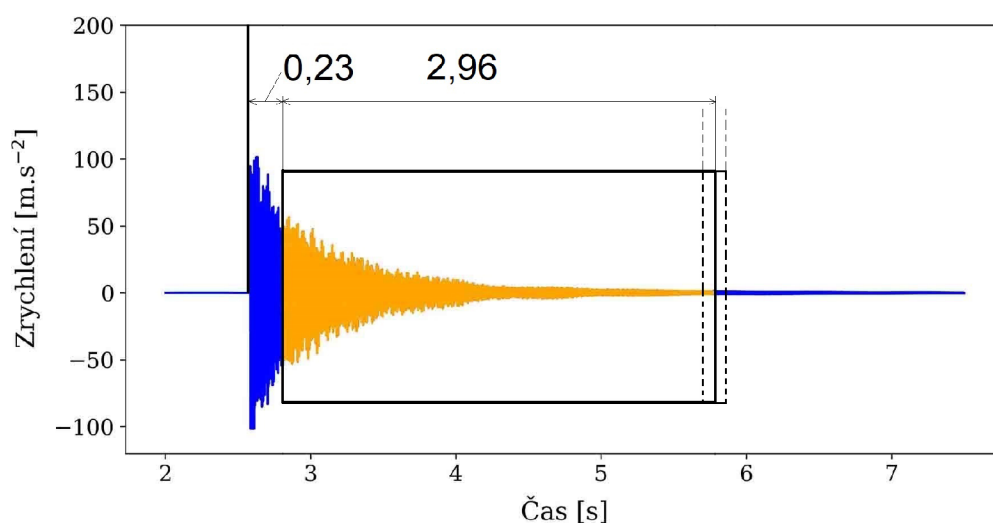


Obrázek 33: Výběr lokální maximální amplitudy

Na základě grafu zobrazeného na obrázku 33 by při zachování principu lokální maximální amplitudy a volbou jiné délky okna, která by byla v blízkém okolí navržené hodnoty (ze stabilní oblasti v grafu na obrázku 30), byla vyhodnocena hodnota poměrného útlumu přibližně stejná s odchylkou 1 %. Zanedbáním principu maximální amplitudy by mohlo být vyhodnocení provedeno s téměř 7 % odchylkou.

Z výše uvedených důvodů byla volba časového úseku pro Fourierovu transformaci vyhodnocovaných dat v této práci zvolena následovně:

- První hranice časového úseku byla zvolena 2 300 hodnot za první zaznamenanou výchylkou pohybu
- Druhá hranice byla zvolena v místě lokálního maxima amplitudy odpovídajícího vyhodnocovaného záznamu v okolí 29 600 kroků za první hranicí

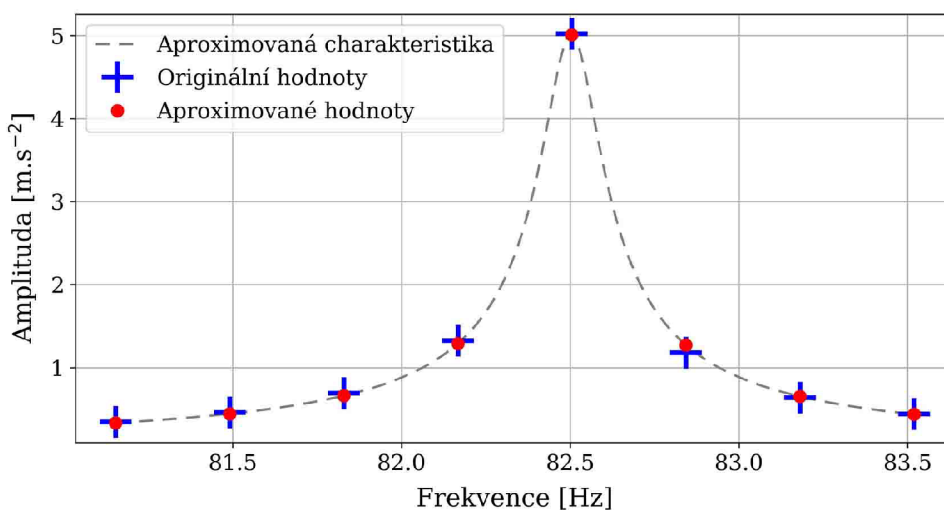


Obrázek 34: Výsledná poloha a délka časového úseku

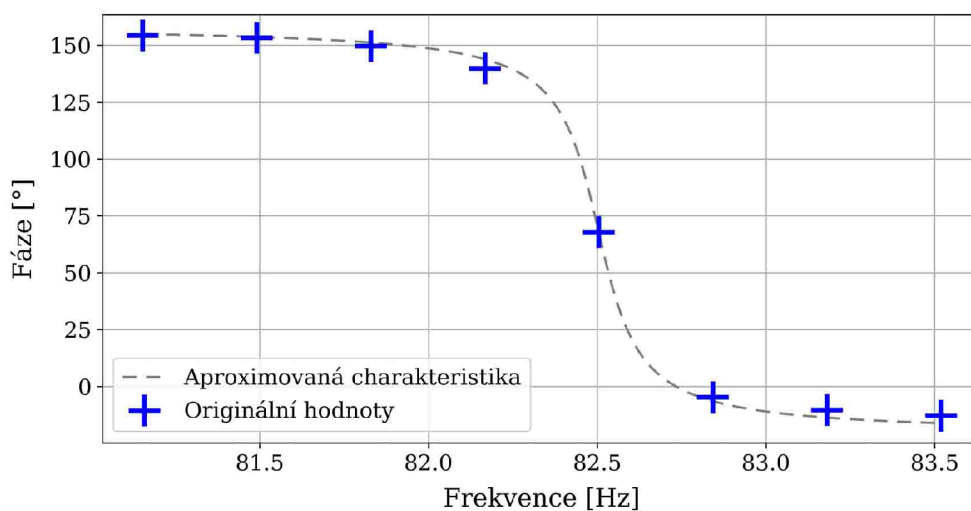
5.4 Vyhodnocení experimentálních dat

5.4.1 Kritérium shody

Volbou vhodných parametrů je možné pomocí hybridní metody aproximovat experimentální amplitudovou charakteristiku. Volba parametrů byla provedena použitím minimalizační metody, jejíž cílem bylo minimalizovat součet rozdílů čtverců porovnávaných dat. Kritérium, které definovalo požadovanou přesnost shody, spočívalo především ve shodě modelové amplitudové charakteristiky s tou, která byla naměřena a vyhodnocena z experimentálních dat. Jelikož byly porovnávány hodnoty v komplexním tvaru, fáze byla taktéž zachována. Obrázek 35 a 36 prezentuje ukázkovou shodu. Z obrázků je zřejmé, že aproximované hodnoty se přibližně shodují v bodech, kde jsou rovněž i vyhodnocená experimentální data. Křivka aproximované charakteristiky je proložena jemnějším frekvenčním krokem a její průběh je rovněž zaznamenán na obrázku.



Obrázek 35: Shoda amplitudové charakteristiky



Obrázek 36: Shoda fázové charakteristiky

5.4.2 Stanovení nejistoty typu A

Data, která jsou vyhodnocována dále v této práci, mají experimentální původ. Za podmínek, ve kterých byl experiment proveden, nebylo možné vyvodit identické budící podmínky pro všechny provedené rázy. Vyhodnocovaná data mají tedy stochastický charakter. Aby bylo možné z naměřených dat vyvodit určitý závěr, bylo nutné na data aplikovat statistickou analýzu.

Data byla rozdělena do skupin dle pozice ponoru a typu buzení. Z jednotlivých skupin byla vypočtena střední hodnota \bar{x} a směrodatná odchylka s dle následujícího vzorce

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (25)$$

kde n je počet měřených vyhodnocovaných dat. Poté byla ze směrodatné odchylky stanovena směrodatná odchylka průměru $s_{\bar{x}}$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (26)$$

Následně byl vypočten interval spolehlivosti, v němž se cílená hodnota nachází s určitou hodnotou pravděpodobnosti. Výpočet intervalu byl stanoven na základě Studentova rozdělení dle rovnice

$$L_{1,2} = \bar{x} \pm \frac{st_{\alpha}}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm s_{\bar{x}}t_{\alpha}, \quad (27)$$

kde t_{α} je kritická hodnota Studentova rozdělení. Při vyhodnocování byla zvolena hladina významnosti $\alpha = 0,05$.

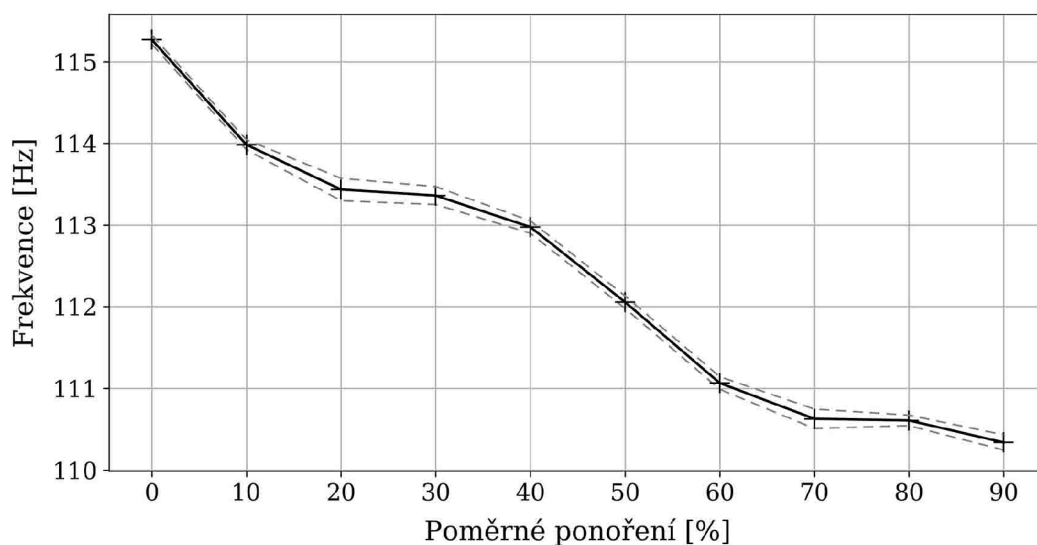
V této práci jsou tedy prezentovány hodnoty intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu zkoumané hodnoty. [18]

6 Tyč - Ohybový vlastní tvar

6.1 Geometrie A - vinná nádrž

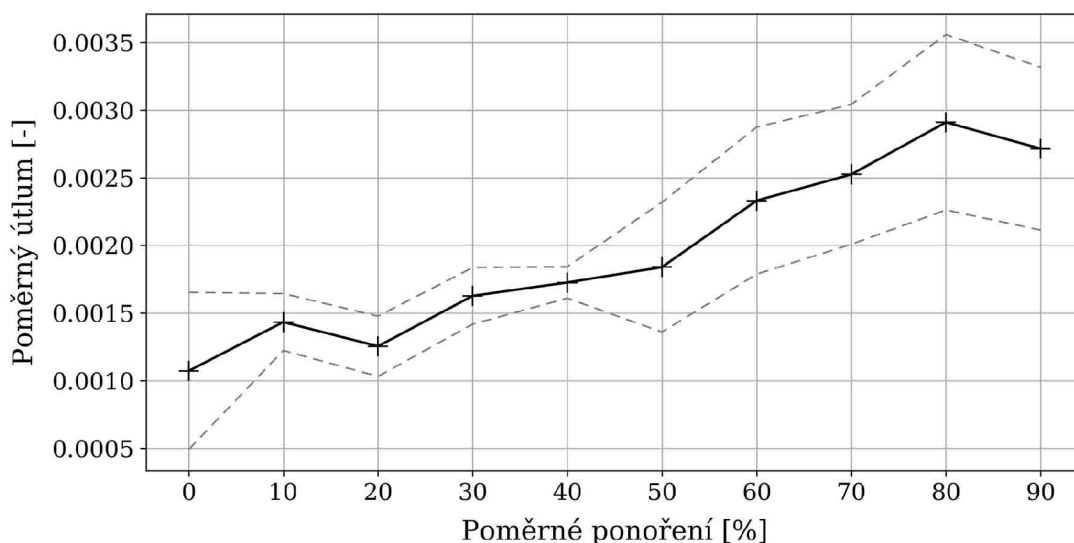
6.1.1 Neponorný snímač

Zobrazené grafy vykreslují závislost frekvence a poměrného útlumu na ponoření do vinné nádrže. Záznam byl proveden pomocí neponorného snímače, kterým bylo možné zaznamenat závislosti pouze do hloubky ponoru 90 % délky tyče. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot. Druh budicího nástroje nebyl v rámci zachování dostatečného počtu analyzovaných hodnot rozlišován.



Obrázek 37: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

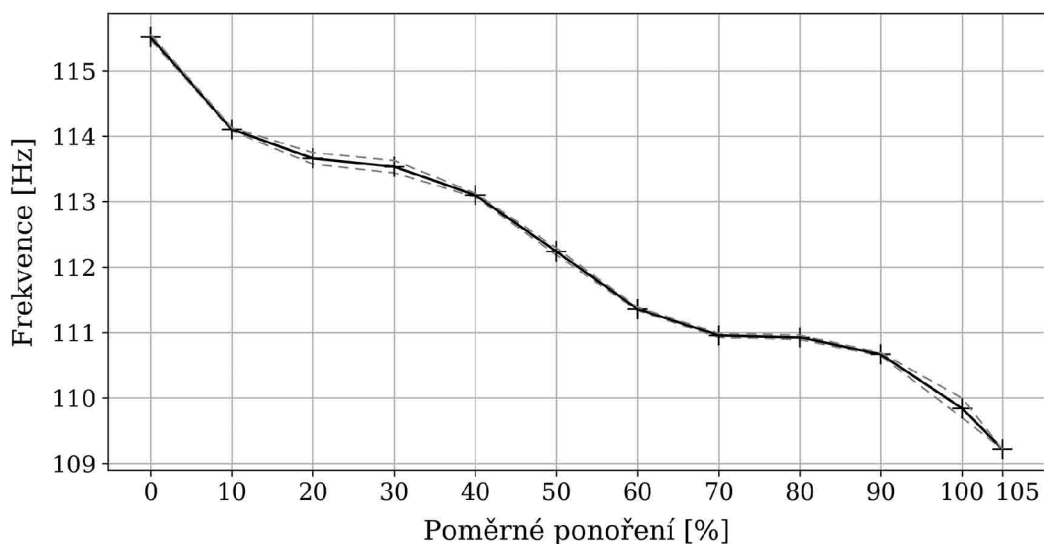
Hodnoty vlastní frekvence jsou v jednotlivých měřených bodech téměř identické. Hodnoty poměrného útlumu nejsou zcela jednoznačné, odchylka činí ± 16 % střední hodnoty. Průběh poměrného útlumu má stoupající charakter se zvyšující se hloubkou ponoru.



Obrázek 38: Vliv ponoru na poměrný útlum

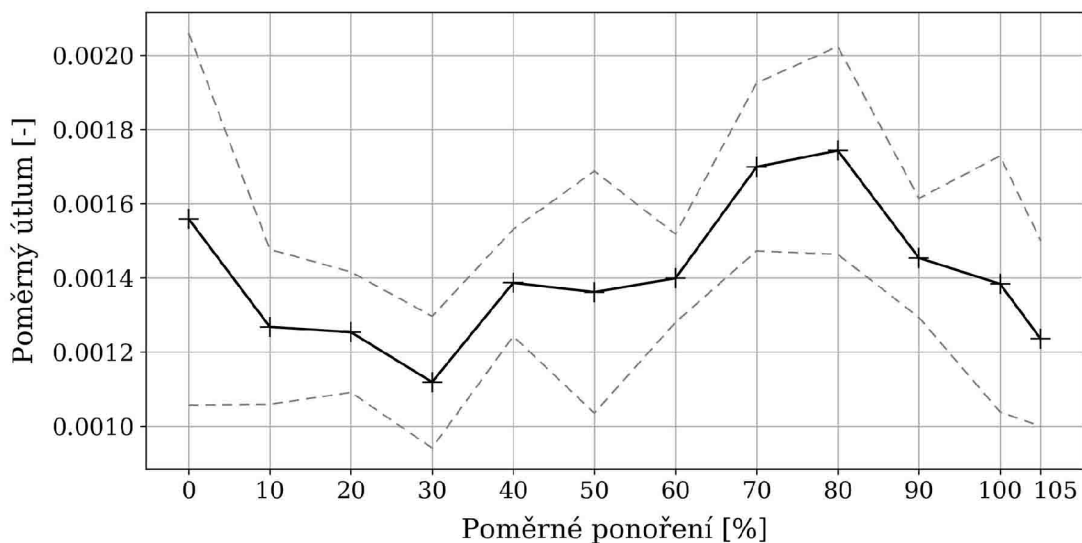
6.1.2 Ponorný snímač

Na přiložených grafech je zobrazena závislost frekvence a poměrného útlumu na ponoření do vinné nádrže. Záznam byl proveden pomocí ponorného snímače. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot. Druh budicího nástroje nebyl v rámci zachování dostatečného počtu analyzovaných hodnot rozlišován.



Obrázek 39: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

Navzdory hodnotám vyhodnocované vlastní frekvence, které jsou téměř shodné pro jednotlivou vyhodnocovanou hloubku ponoru, hodnoty poměrného útlumu jsou mírně stochastické. Průběh frekvence s větší hloubkou ponoření se shoduje s očekáváním i záznamem, který byl získán pomocí neponorného snímače. Průběh poměrného útlumu se však zcela odlišuje od průběhu získaného pomocí neponorného snímače. Velmi pravděpodobně se jedná o znehodnocený záznam.

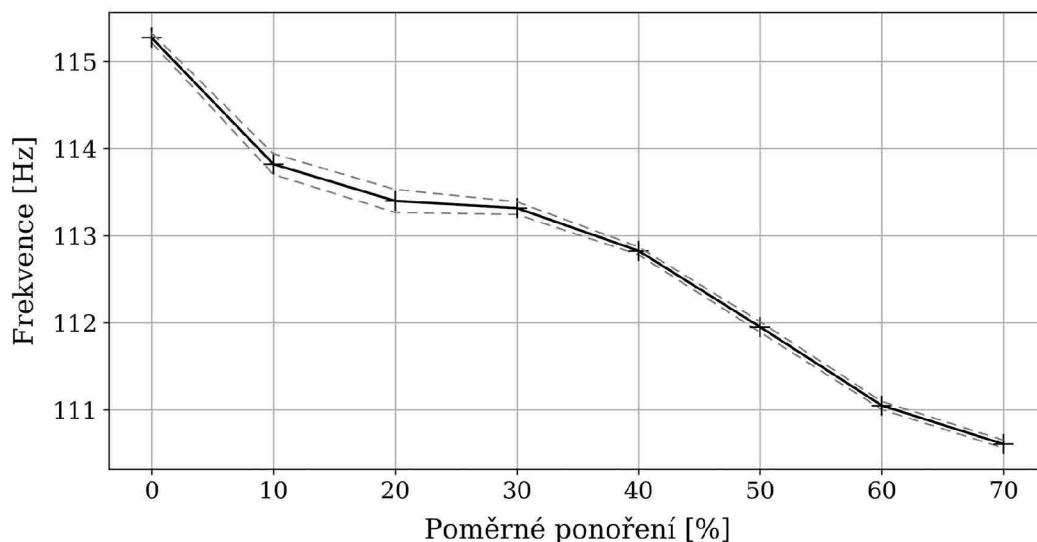


Obrázek 40: Vliv ponoru na poměrný útlum

6.2 Geometrie B - zahradní nádrž

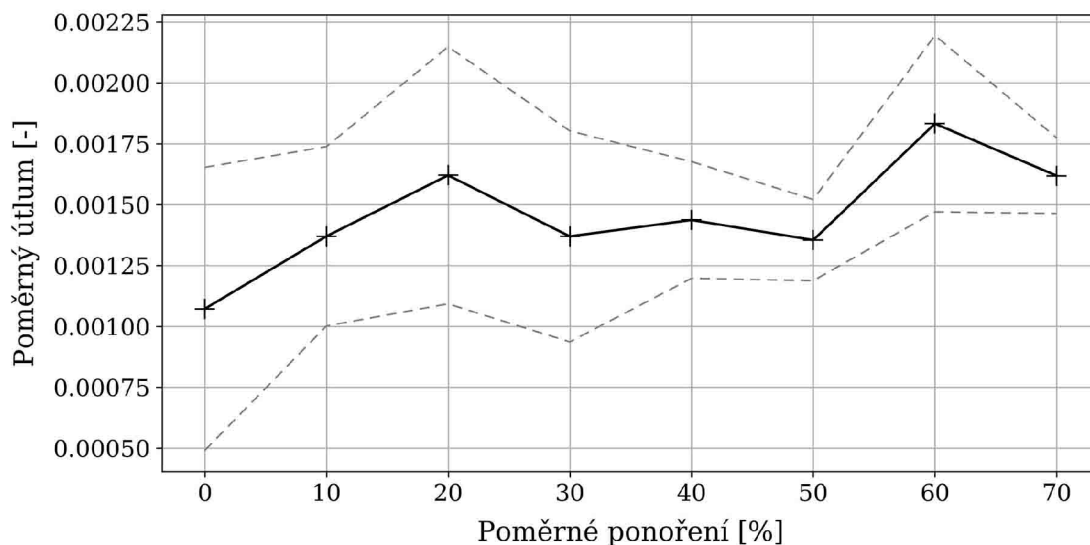
6.2.1 Neponorný snímač

Grafy v této podkapitole prezentují závislost frekvence a poměrného útlumu na ponoření do zahradní nádrže. Záznam byl proveden pomocí neponorného snímače. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot. Druh budicího nástroje nebyl v rámci zachování dostatečného počtu analyzovaných hodnot rozlišován. Vlivem nedostatečné výšky nádrže nebylo možné naměřit větší ponor, než-li 70 % délky tyče.



Obrázek 41: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

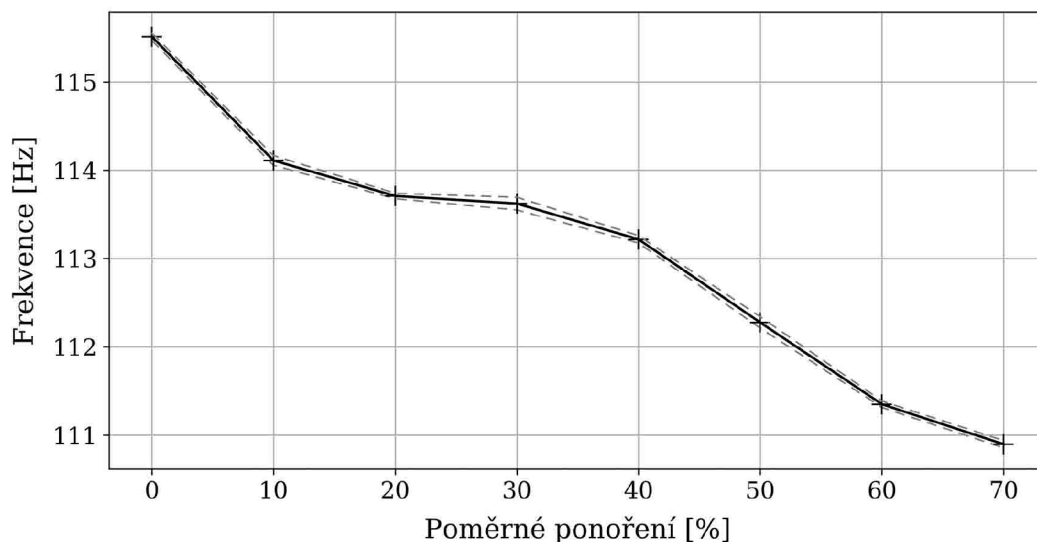
Hodnoty vlastní frekvence se téměř shodují v jednotlivých bodech ponoření. Hodnoty poměrného útlumu se odlišují s odchylkou až $\pm 30\%$ střední hodnoty vyhodnocovaných dat v jednotlivých bodech, přičemž ani závislost poměrného útlumu není jednoznačná.



Obrázek 42: Vliv ponoru na poměrný útlum

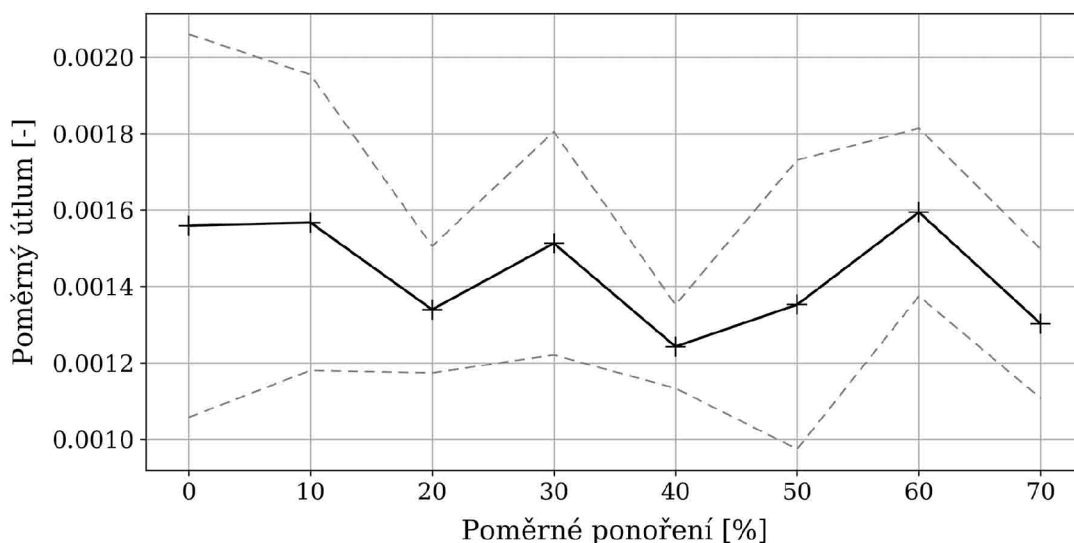
6.2.2 Ponorný snímač

Grafy v této podkapitole prezentují závislost frekvence a poměrného útlumu na ponoření do zahradní nádrže. Záznam byl proveden pomocí ponorného snímače. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot. Druh budicího nástroje nebyl v rámci zachování dostatečného počtu analyzovaných hodnot rozlišován. Vlivem nedostatečné výšky nádrže nebylo možné naměřit větší ponor, než-li 70 % délky tyče.



Obrázek 43: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

Hodnoty vlastní frekvence se téměř shodují v jednotlivých bodech ponoření. Hodnoty poměrného útlumu se razantně liší. Průběh poměrného útlumu je značně nestabilní a projevuje až téměř klesající charakter, což je vzhledem k hlubšímu ponoření nepravděpodobné. Patrně i zde je možné znehodnocení záznamu a tento fakt vede k podezření o nevhodnosti použitého snímače pro daný způsob měření a vyhodnocení.



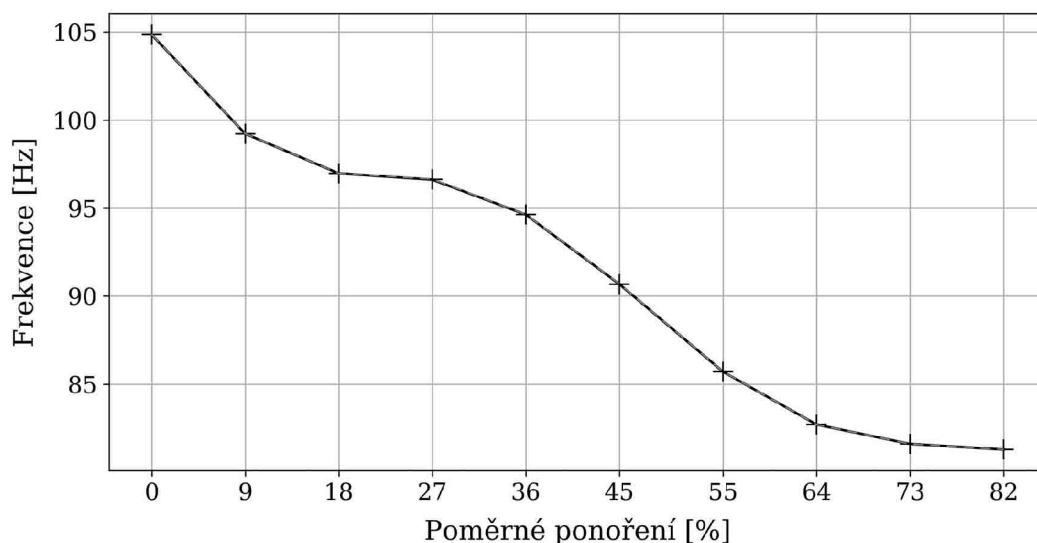
Obrázek 44: Vliv ponoru na poměrný útlum

7 Pás - Ohybový vlastní tvar

7.1 Geometrie C - vinná nádrž

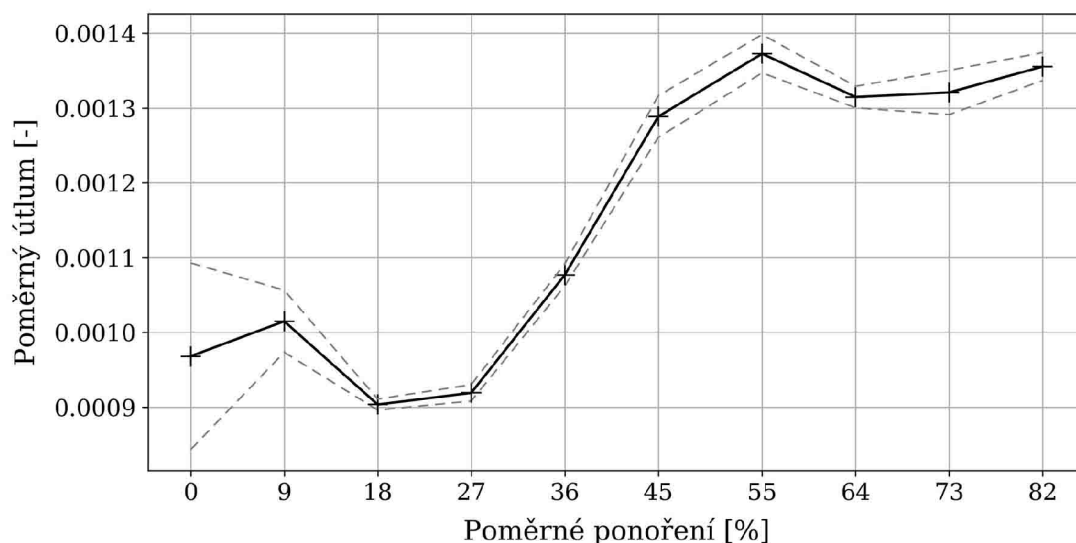
7.1.1 Neponorný snímač - gumové kladivo

Zobrazené grafy v této podkapitole prezentují závislost frekvence a poměrného útlumu na ponoření pásu do vinné nádrže. Záznam byl proveden pomocí neponorného snímače. Pro buzení bylo použito gumové kladivo. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % ppt výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 45: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

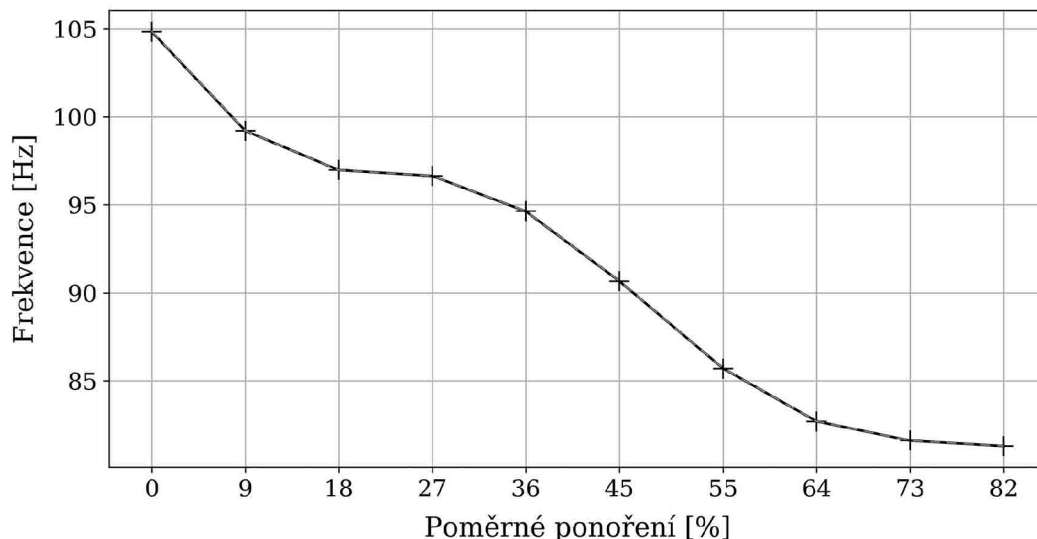
Hodnoty vlastní frekvence jsou identické v jednotlivých bodech ponoru. Poměrný útlum byl pro většinu hodnot vyhodnocen s relativně nízkou odchylkou, která činí ± 4 % střední hodnoty. Pozice na vzduchu a s 9 % ponořením se vymykají očekávání a jsou vyhodnoceny s větší odchylkou, která činí ± 10 % střední hodnoty.



Obrázek 46: Vliv ponoru na poměrný útlum

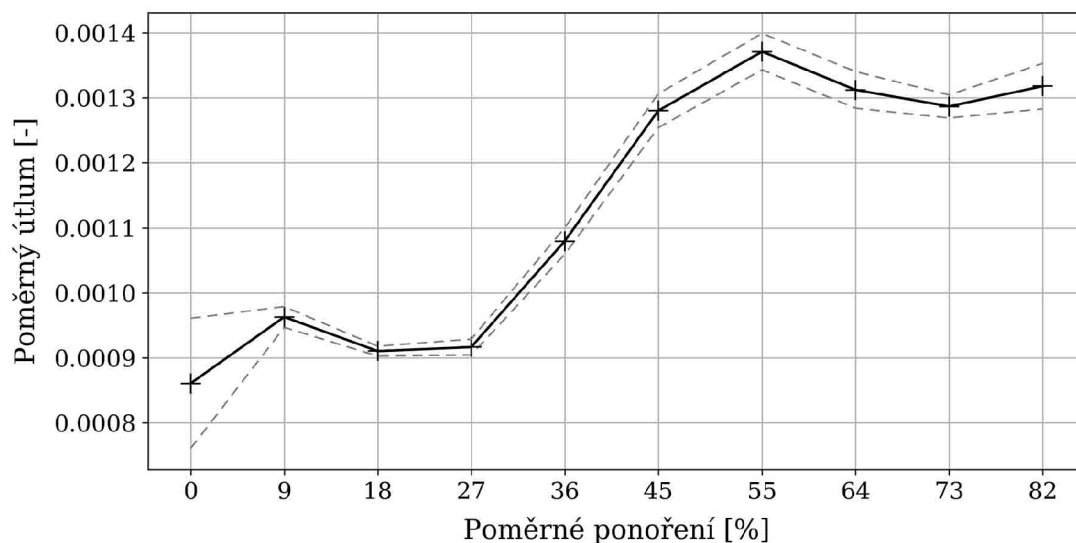
7.1.2 Neponorný snímač - modální kladívko

Zobrazené grafy v této podkapitole prezentují závislost frekvence a poměrného útlumu na ponoru pásu do vinné nádrže. Záznam byl proveden pomocí neponorného snímače. Buzení bylo provedeno modálním kladívkem. Zobrazené závislosti jsou vykresleny intervalu s 95 % ppt vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 47: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

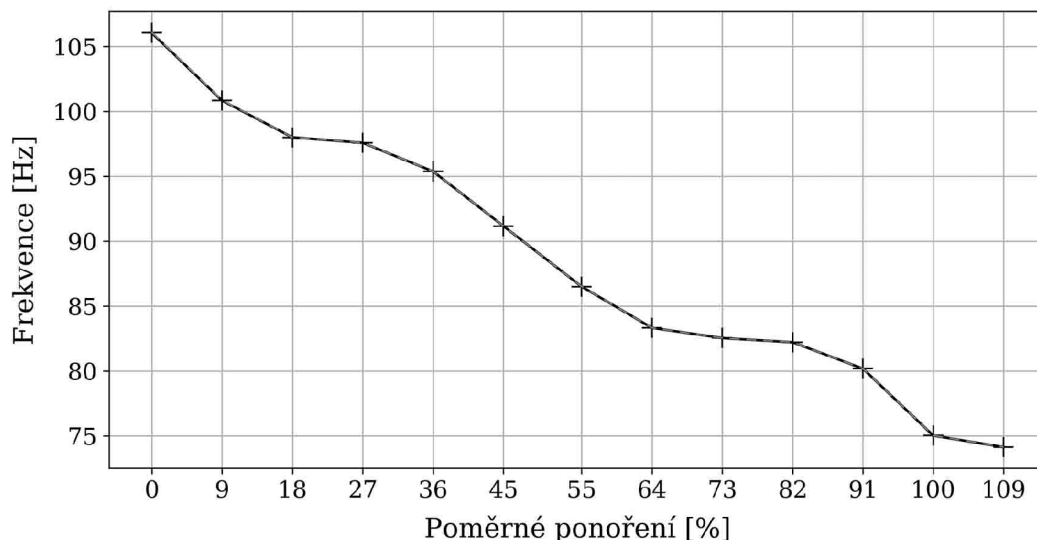
Hodnoty vlastní frekvence i poměrného útlumu jsou identické a vykazují stejný charakter jako při buzení pomocí gumového kladiva. V tomto případě je však pouze jedna pozice určena s větší odchylkou vyhodnocovaných hodnot. Jedná se o pozici bez vlivu kapaliny. Závislost poměrného útlumu na poměrném ponoření je vcelku překvapující, poměrný útlum je v ponoru 9 % délky pásu vyšší než v pozicích následujících. Určení poměrného útlumu je však v tomto případě přesnější než u gumového kladiva a podobný charakter je možné zaznamenat v pozicích přesahujících ponor 55 % délky pásu. Naopak mezi ponory 27 % a 55 % je zaznamenán rapidní nárůst s vyšším ponorem až o téměř 40 % původní hodnoty poměrného útlumu.



Obrázek 48: Vliv ponoru na poměrný útlum

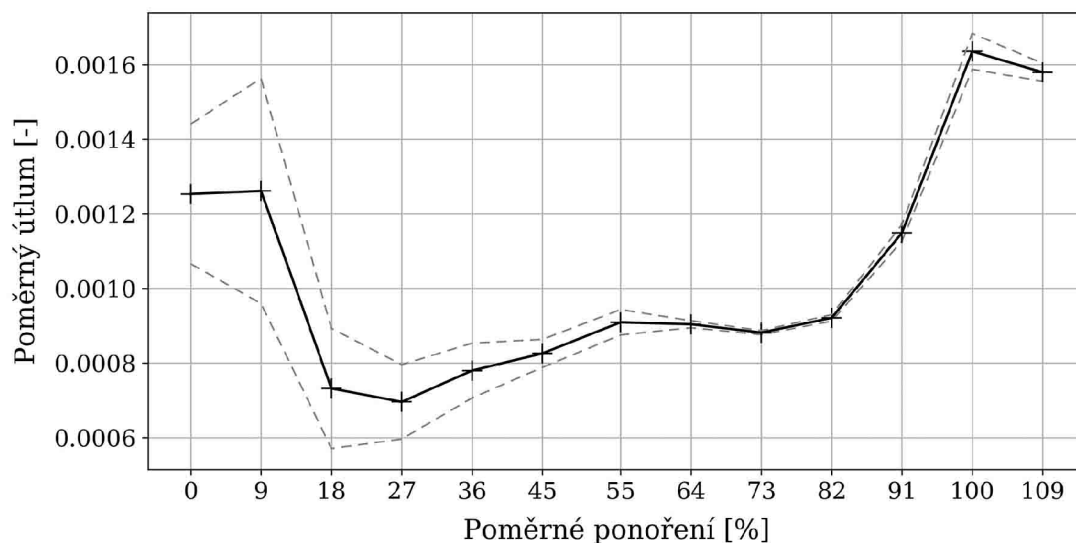
7.1.3 Ponorný snímač - gumové kladívko a ruční sekáč

Závislosti zobrazené na přiložených grafech popisují vliv ponoru pásu do vinné nádrže na frekvenci a poměrný útlum. Záznam byl proveden pomocí ponorného snímače. Buzení v pozicích ponoru do 91 % délky pásu bylo provedeno pomocí gumového kladiva. Při ponoření 91 % bylo použito samotné gumové kladivo, ale i jeho kombinace s ručním sekáčem. Poslední dvě pozice byly vybudeny pouze kombinací ručního sekáče a gumového kladiva. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 49: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

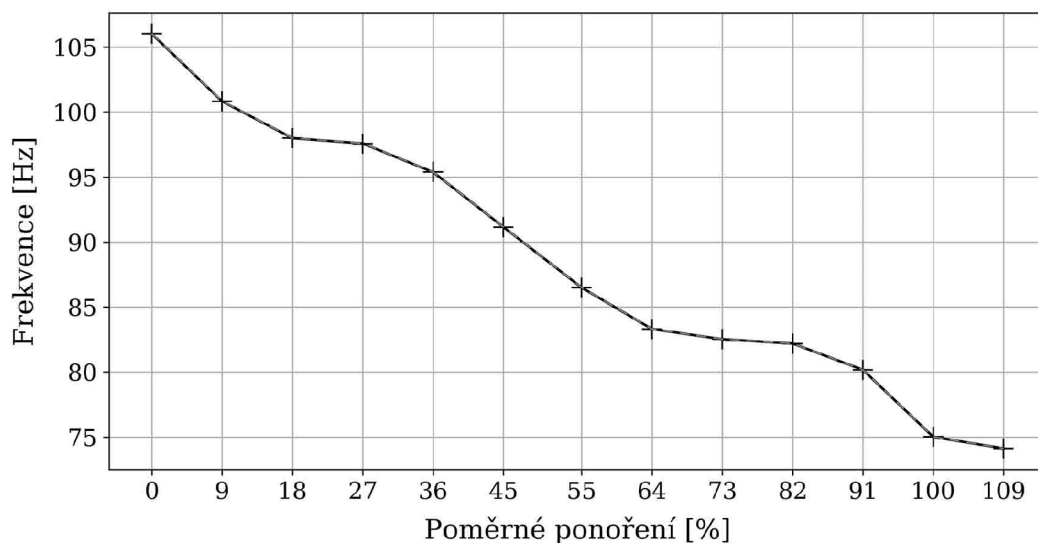
Průběh vlastní frekvence odpovídá stejnému charakteru, který byl naměřen pomocí neponorného snímače. Vyhodnocované hodnoty v jednotlivých měřených ponorech jsou téměř identické. Poměrný útlum se v oblasti ponoru 27 % až 91 % délky pásu shoduje s předpoklady, avšak první a poslední dvě proměřené pozice se značně odchyľují od zmíněné oblasti. Vzhledem k hodnotám naměřeným a vyhodnoceným pro tyč kruhového průřezu s použitím ponorného snímače je opodstatněná určitá pochybnost k těmto hodnotám.



Obrázek 50: Vliv ponoru na poměrný útlum

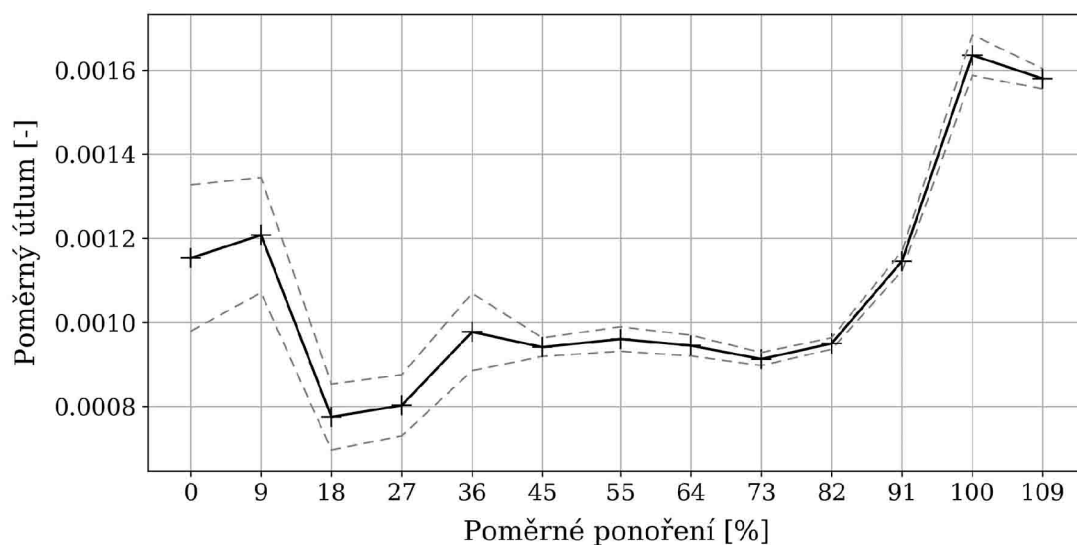
7.1.4 Ponorný snímač - modální kladívko a ruční sekáč

Závislosti zobrazené na přiložených grafech popisují vliv ponoru pásu do vinné nádrže na frekvenci a poměrný útlum. Záznam byl proveden pomocí ponorného snímače. Buzení v pozicích ponoru do 91 % délky pásu bylo provedeno pomocí modálního kladívka. Při ponoření 91 % bylo použito modální kladívko samostatně, ale i kombinace gumového kladiva s ručním sekáčem. Poslední dvě pozice byly vybudeny pouze kombinací ručního sekáče a gumového kladiva. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 51: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

Průběh vlastní frekvence i poměrného útlumu je téměř identický s hodnotami vyhodnocenými pro pás buzený gumovým kladivem. Průběh poměrného útlumu se však liší především v pozicích ponoru kolem 27 %, kde je jeho charakter značně nestabilní.

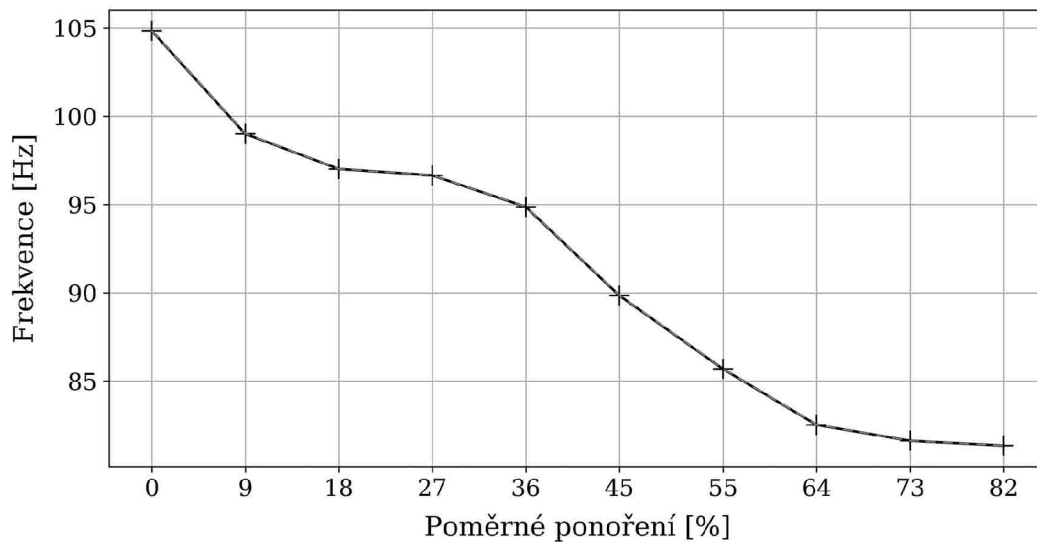


Obrázek 52: Vliv ponoru na poměrný útlum

7.2 Geometrie D - zahradní nádrž

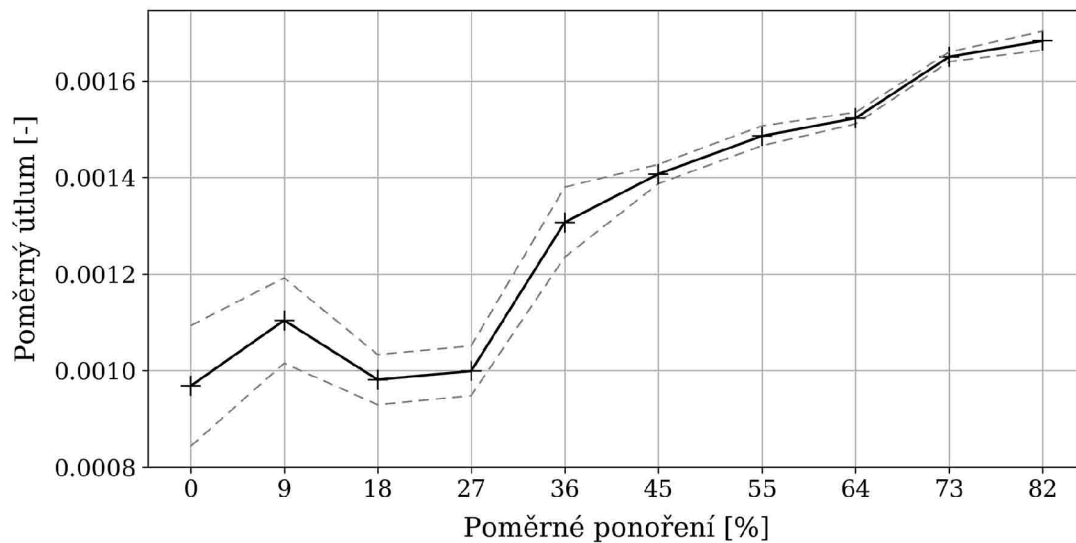
7.2.1 Neponorný snímač - gumové kladivo

Vliv ponoření pásu do zahradní nádrže na frekvenci a poměrný útlum je zobrazen na přiložených grafech. Záznam byl proveden pomocí neponorného snímače. Buzení v pozicích ponoru bylo provedeno pomocí gumového kladiva. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 53: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

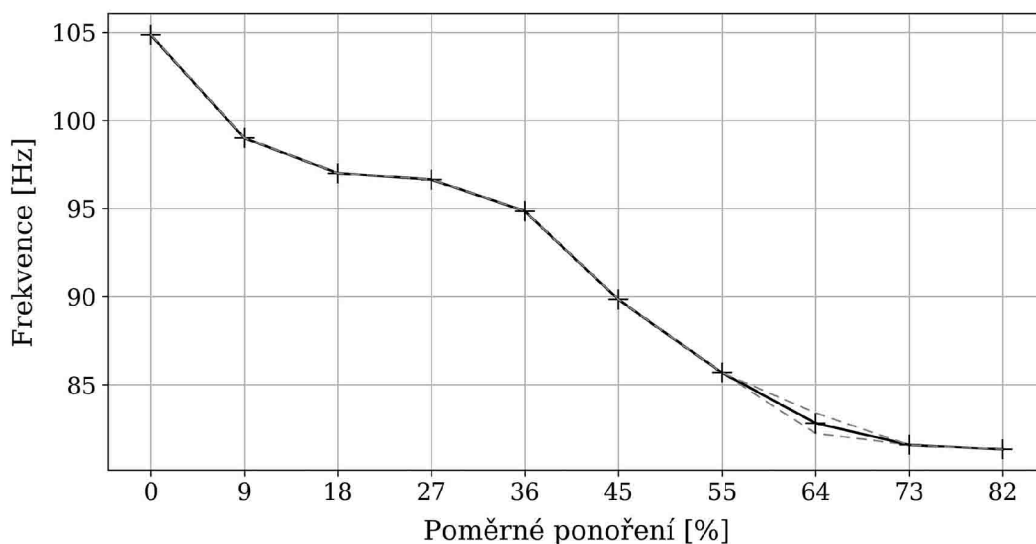
Vlastní frekvence je identická pro všechna měření v jednotlivých pozicích ponoru. Poměrný útlum je v prvních pozicích ponoru relativně nestabilní. Podobný průběh byl zaznamenán již pro ponor pásu do vinné nádrže. Od hodnoty ponoru 27 % délky pásu poměrný útlum značně roste.



Obrázek 54: Vliv ponoru na poměrný útlum

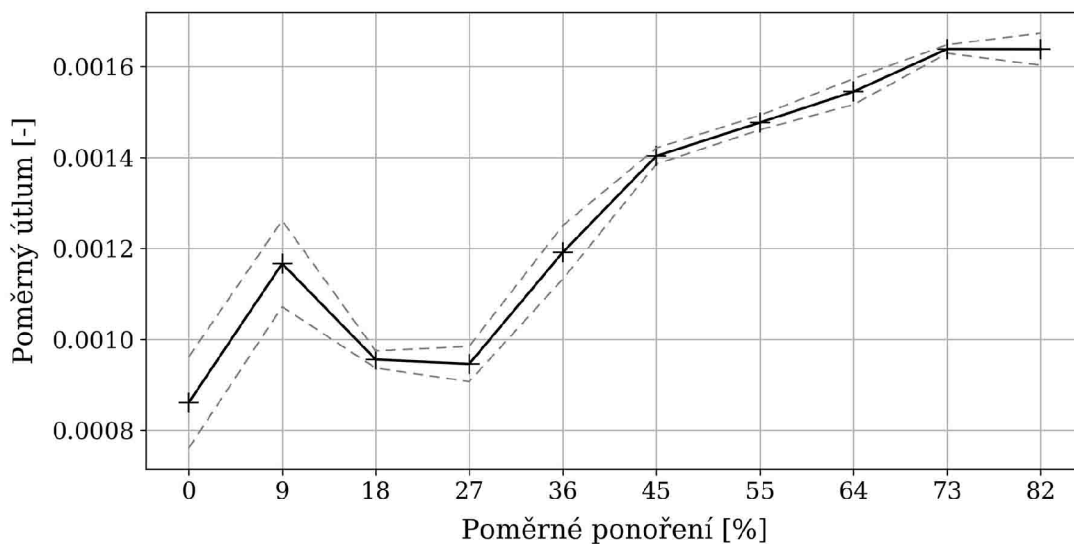
7.2.2 Neponorný snímač - modální kladívko

Vliv ponoření pásu do zahradní nádrže na frekvenci a poměrný útlum je zobrazen na přiložených grafech. Záznam byl proveden pomocí neponorného snímače. Buzení v pozicích ponoru bylo provedeno pomocí modálního kladívka. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 55: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

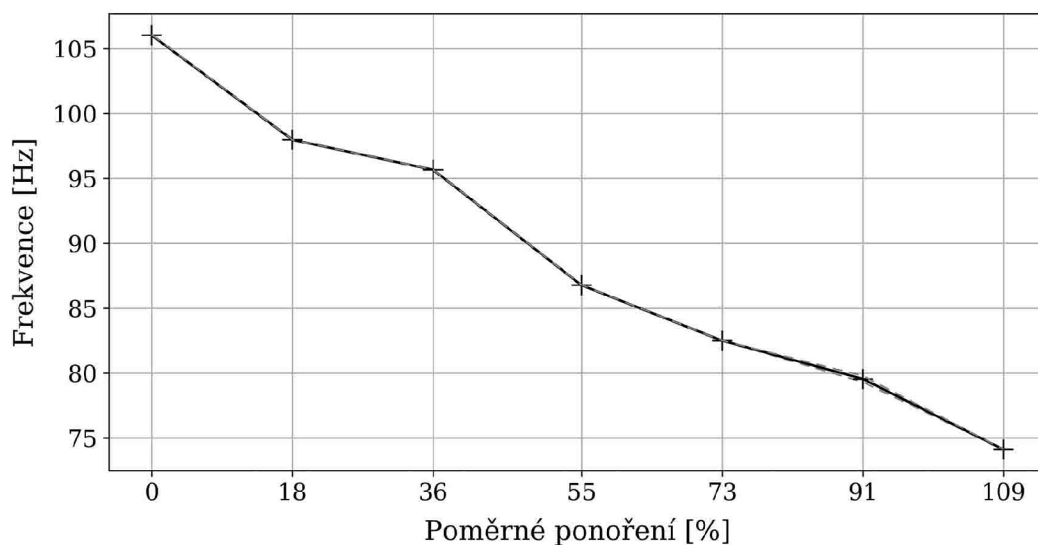
Obě sledované charakteristiky mají obdobný průběh jako ty, které byly vybuzené gumovým kladivem.



Obrázek 56: Vliv ponoru na poměrný útlum

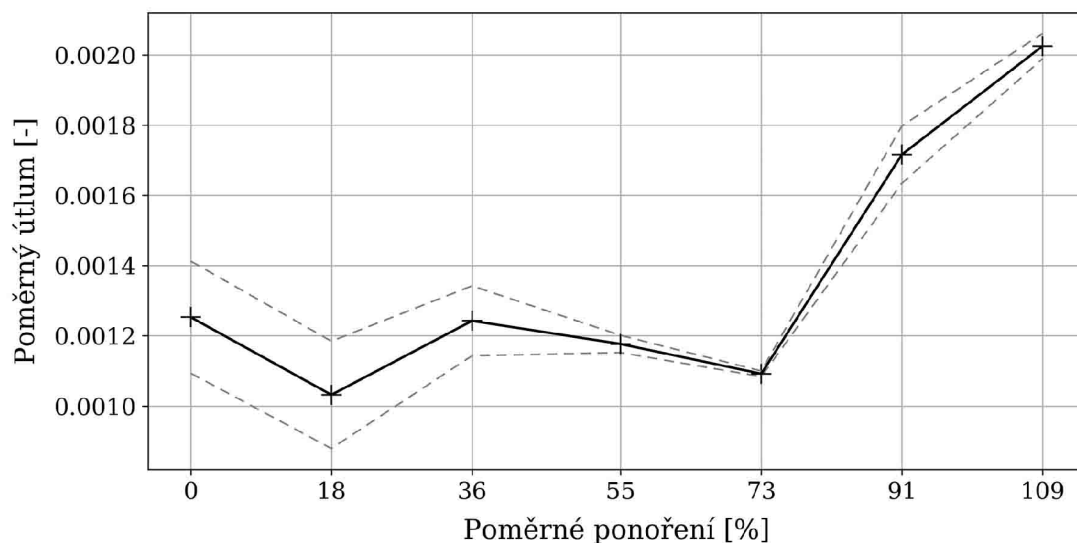
7.2.3 Ponorný snímač - gumové kladivo a ruční sekáč

Zobrazené závislosti byly proměřené pomocí ponorného snímače. Vzhledem ke shodě předešlých vyhodnocených dat a nejasnosti analyzovaných hodnot měřených pomocí ponorného snímače byla data zredukována. Pás byl nořen hlouběji do kapaliny o 100 mm (nikoli 50 mm). Buzení v pozicích ponoru do 91 % délky pásu bylo provedeno pomocí gumového kladiva. Při ponoření 91 % bylo použito samotné gumové kladivo, ale i jeho kombinace s ručním sekáčem. Poslední pozice byla vybudena pouze kombinací ručního sekáče a gumového kladiva. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobnosti výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 57: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

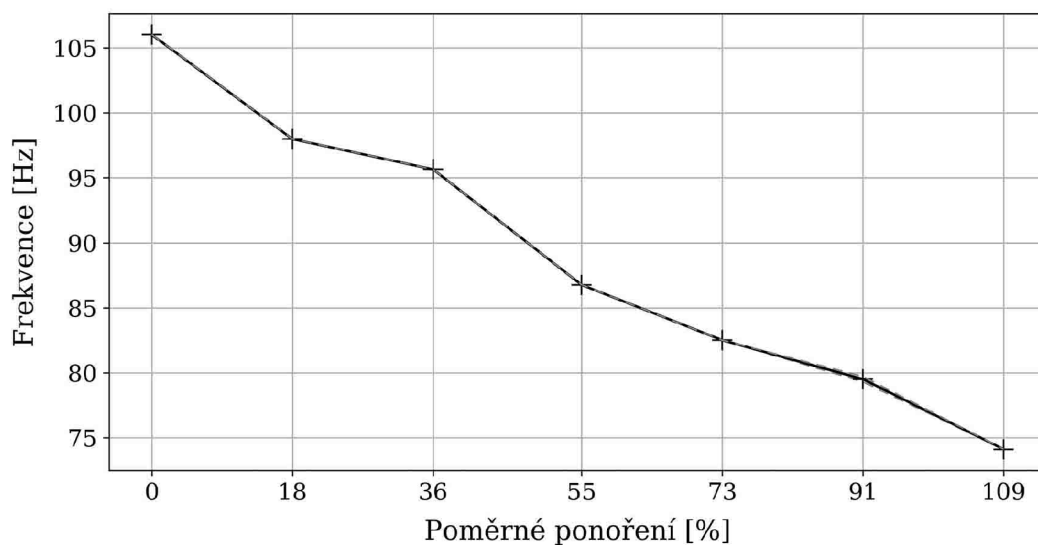
Vyhodnocované hodnoty frekvence v jednotlivých měřených ponorech jsou téměř identické. Závislost poměrného útlumu na hloubce ponoru je značně nestabilní a není shodná s předešlými poznatky. Avšak v oblasti ponoru nad 73 %, které nejsou neponorným snímačem naměřeny, poměrný útlum rapidně vzrůstá. Na základě předešlých vyhodnocení poměrného útlumu je diskutabilní, jak moc jsou tyto hodnoty důvěryhodné.



Obrázek 58: Vliv ponoru na poměrný útlum

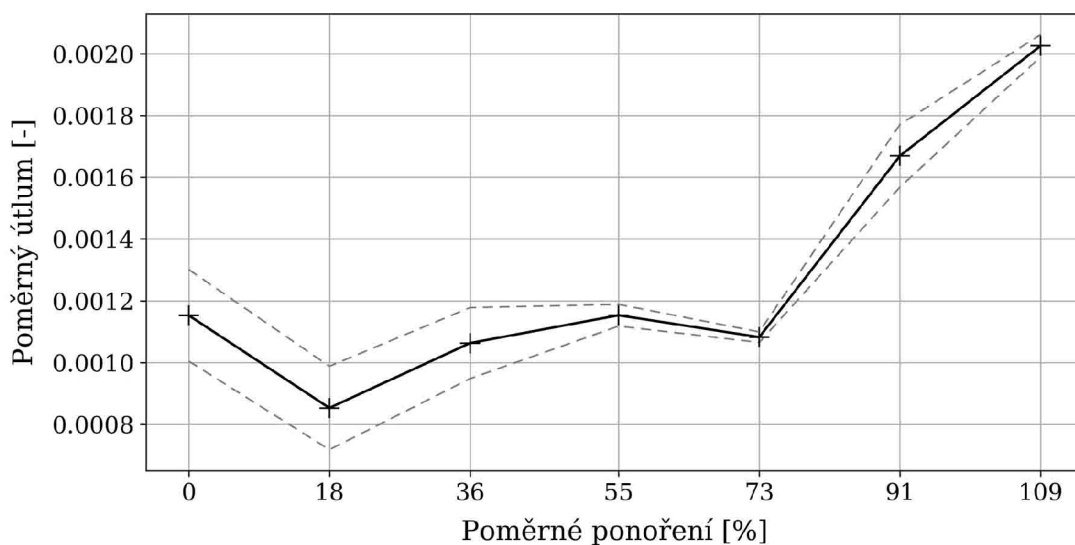
7.2.4 Ponorný snímač - modální kladívko a ruční sekáč

Zobrazené závislosti byly proměřené pomocí ponorného snímače. Pás byl na rozdíl od předchozích měření postupně nořen hlouběji do kapaliny o 100 mm (nikoli o 50 mm). Buzení v pozicích ponoru do 91 % délky pásu bylo provedeno pomocí modálního kladívka. Při ponoření 91 % bylo použito samotné modální kladívko, ale i kombinace gumového kladiva s ručním sekáčem. Poslední pozice byla vybudena pouze kombinací ručního sekáče a gumového kladiva. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 59: Vliv ponoru na první vlastní frekvenci

Vyhodnocované hodnoty frekvence v jednotlivých měřeních ponorech jsou téměř identické. Průběh poměrného útlumu je velmi podobný tomu, který byl vyhodnocen z naměřených dat kmitu vybudzeného gumovým kladivem.



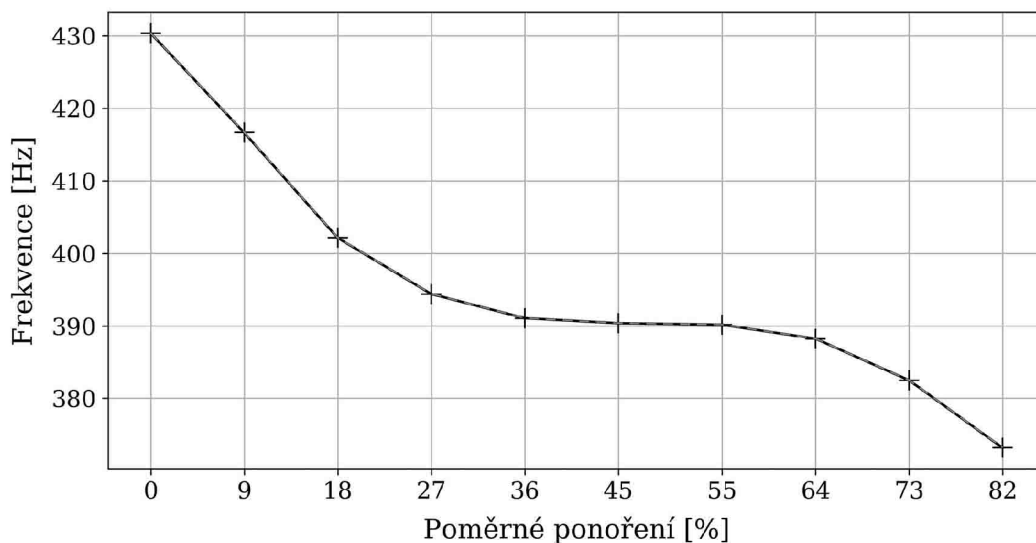
Obrázek 60: Vliv ponoru na poměrný útlum

8 Pás - Torzní vlastní tvar

8.1 Geometrie C - vinná nádrž

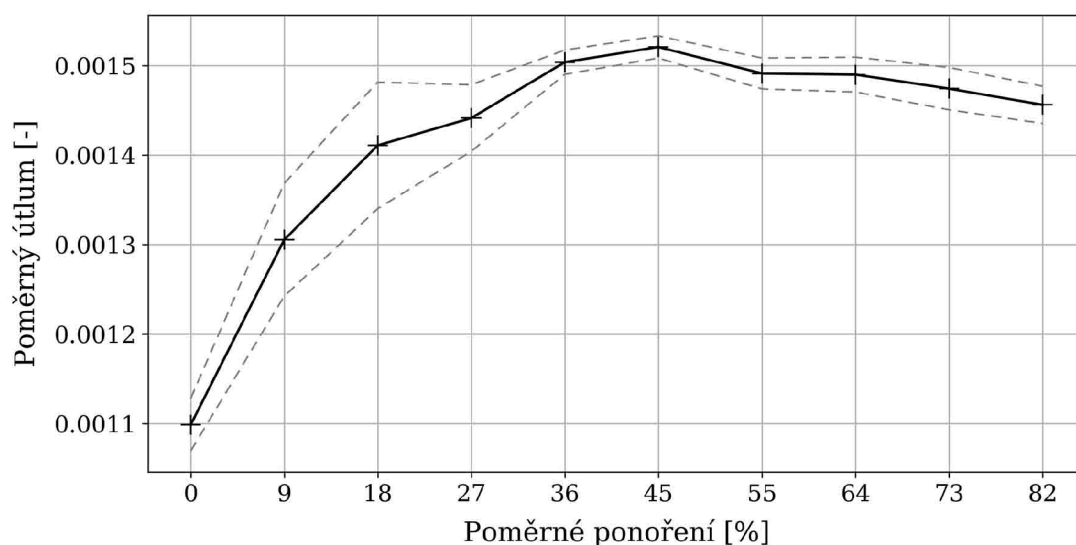
8.1.1 Neponorný snímač - gumové kladivo

Vyhodnocení torzního tvaru kmitu proběhlo z dat, které byly vybudeny pouze na stranách pásu (nikoli na středu). Záznam byl proveden pomocí neponorného snímače. Buzení v pozicích ponoru bylo provedeno pomocí gumového kladiva. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 61: Vliv ponoru na třetí vlastní frekvenci

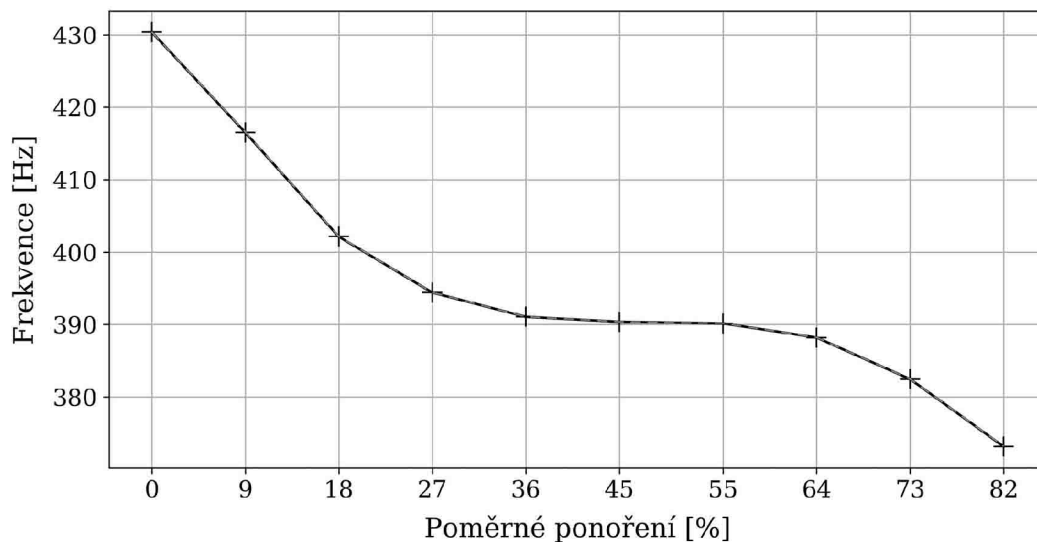
Průběh vlastní frekvence torzního kmitu je odlišný od průběhu frekvence ohybového tvaru kmitu. Průběh poměrného útlumu stoupá adekvátně s větší hloubkou ponoření až do ponoření 45 % délky pásu, poté mírně klesá.



Obrázek 62: Vliv ponoru na poměrný útlum

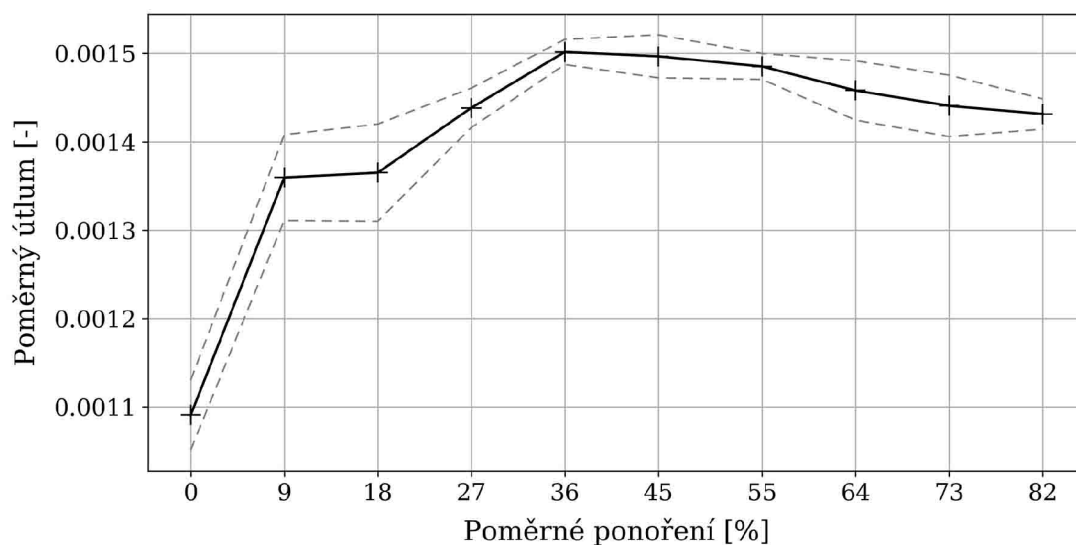
8.1.2 Neponorný snímač - modální kladívko

Záznam byl proveden pomocí neponorného snímače. Buzení v pozicích ponoru bylo provedeno pomocí modálního kladívka. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 63: Vliv ponoru na třetí vlastní frekvenci

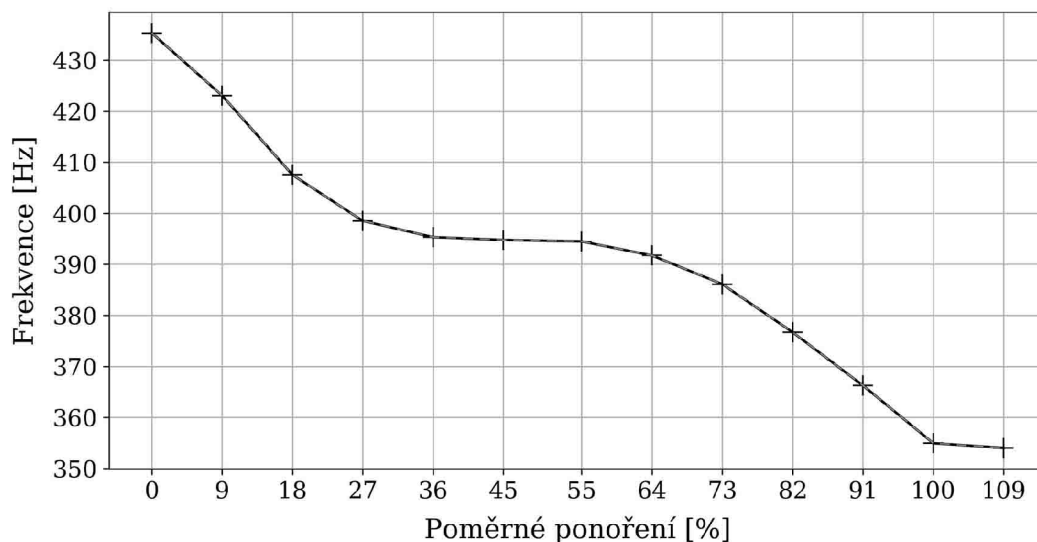
Hodnoty vlastní frekvence jsou identické v jednotlivých měřených bodech pro všechna měření. Průběh frekvence je shodný s tím, který byl vybuzen gumovým kladivem. Průběh poměrného útlumu je mírně odlišný, zejména v nízkých pozicích ponoru. Rozdíl poměrného útlumu při ponoření 9 % délky pásu do kapaliny a toho, který je měřen na vzduchu, je velmi značný. S ponořením pásu hlouběji o 50 mm se poměrný útlum nemění a roste až s vyšším ponořením. Následný průběh je téměř stejný jako v předchozím případě.



Obrázek 64: Vliv ponoru na poměrný útlum

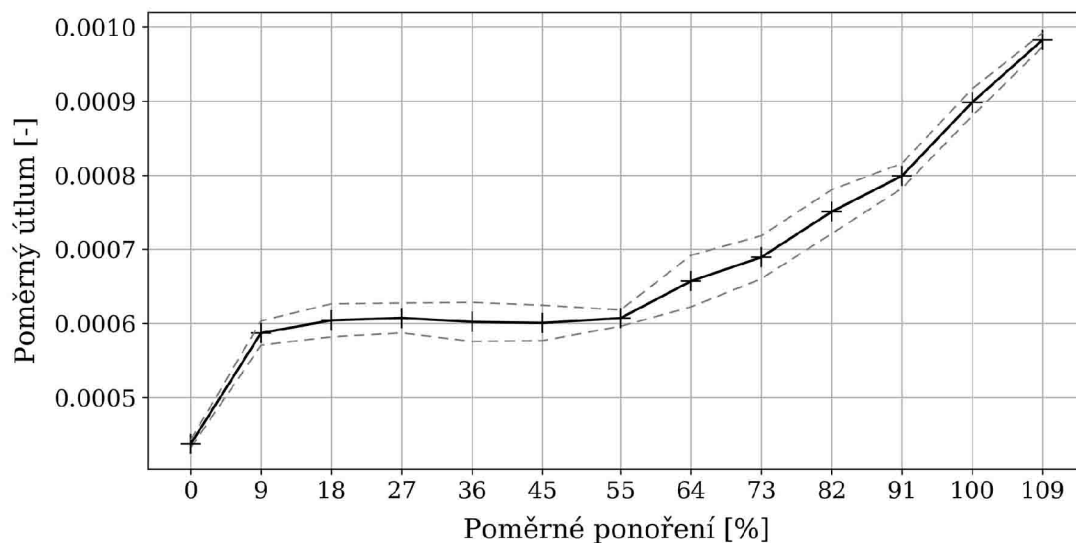
8.1.3 Ponorný snímač - gumové kladívko a ruční sekáč

Záznam byl proveden pomocí ponorného snímače. Buzení v pozicích ponoru do 91 % délky pásu bylo provedeno pomocí gumového kladiva. Při ponoření 91 % bylo použito samotné gumové kladivo, ale i jeho kombinace s ručním sekáčem. Poslední dvě pozice byly vybuzeny pouze kombinací ručního sekáče a gumového kladiva. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 65: Vliv ponoru na třetí vlastní frekvenci

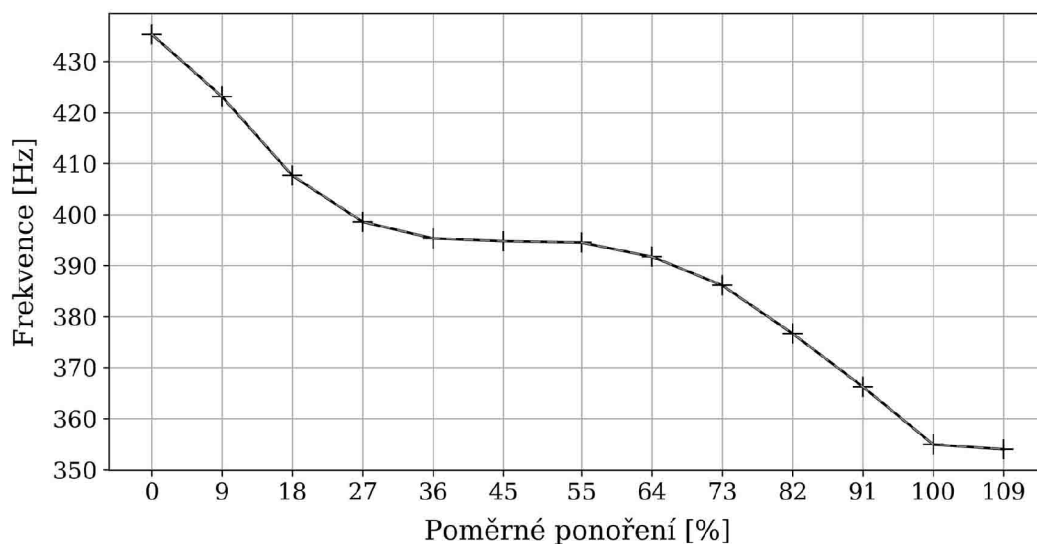
Hodnoty vlastní frekvence jsou identické v jednotlivých měřených bodech pro všechna měření. Vyhodnocené frekvence jsou mírně vyšší, než frekvence naměřené pomocí neponorného snímače, což může být způsobeno rozdílnými parametry snímače (váha, tvar, umístění). Průběh poměrného útlumu je zcela odlišný.



Obrázek 66: Vliv ponoru na poměrný útlum

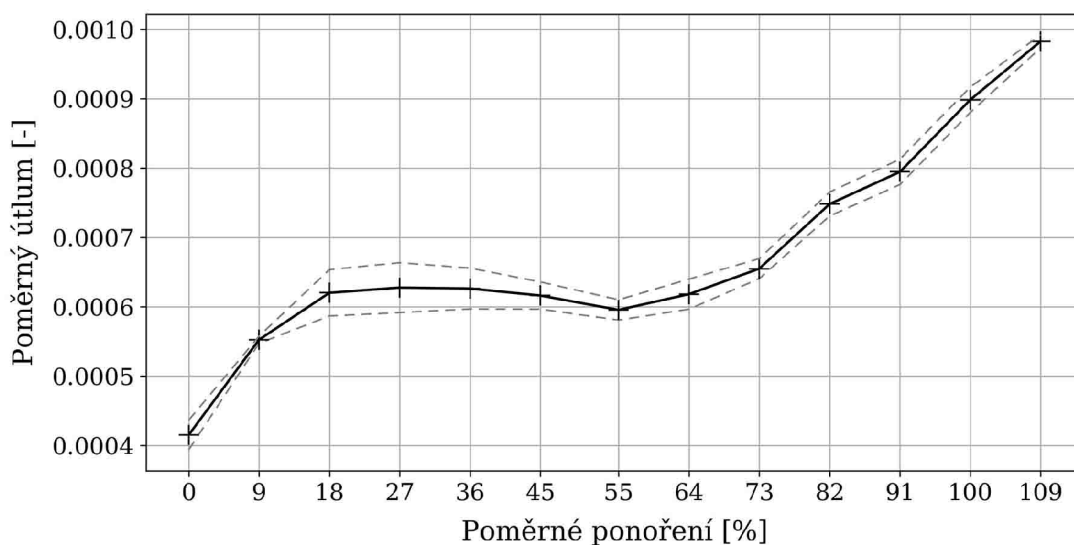
8.1.4 Ponorný snímač - modální kladívko a ruční sekáč

Záznam byl proveden pomocí ponorného snímače. Buzení v pozicích ponoru do 91 % délky pásu bylo provedeno pomocí modálního kladívka. Při ponoření 91 % bylo použito samotné modální kladívko, ale kombinace gumového kladiva s ručním sekáčem. Poslední dvě pozice byly vybudeny pouze kombinací ručního sekáče a gumového kladiva. Zobrazené závislosti jsou vykresleny v intervalu s 95 % pravděpodobností výskytu vyhodnocované hodnoty, kterou značí čárkovaná čára. Plná čára značí střední hodnotu vyhodnocovaných hodnot.



Obrázek 67: Vliv ponoru na třetí vlastní frekvenci

Hodnoty vlastní frekvence jsou identické v jednotlivých měřených bodech pro všechna měření. Vyhodnocené frekvence se shodují s těmi, které byly vybudeny gumovým kladivem. Průběh poměrného útlumu je také velmi podobný. Vyhodnocený vliv ponoření tělesa do kapaliny je zcela odlišný od vyhodnocení dat měřených neponorných snímačem. Zatímco zde je významnější vliv se zvyšujícím se ponorem nad polovinou délky pásu, záznam z neponorného snímače vykazuje daleko větší vliv se zvyšujícím se ponorem před polovinou délky pásu.



Obrázek 68: Vliv ponoru na poměrný útlum

9 Stanovení přídatné hmotnosti

Vliv kapaliny na těleso je však možné popsat nejen poměrným útlumem tělesa, ale i přídatnou hmotností kapaliny. Tato kapitola se zabývá určením přídatné hmotnosti, která ovlivňuje dynamické vlastnosti kmitajícího tělesa v kapalině. Stanovení bylo provedeno pomocí softwaru ANSYS.

9.1 Princip stanovení

K výpočtu přídatné hmotnosti kapaliny na těleso bylo využito alternativního přístupu. Pomocí modulu Modal Analysis v softwaru ANSYS byla provedena modální analýza obou navržených těles. Již ze základních znalostí je známo, že hmotnost lze vypočítat dle vzorce

$$m = \rho V \quad (28)$$

Tohoto faktu bylo dále využito tak, že pro výpočet byl vždy zachován stejný objem tělesa. Těleso bylo příčně rozděleno na menší části, jejichž délka odpovídala hloubce ponoru (viz Obrázek 69). Pro každou pozici ponoru byla provedena samostatná analýza. Všem ponořeným částem tělesa byl přidělen jiný materiál než částem, které byly na vzduchu. Parametry zmíněného materiálu se lišily pouze v hodnotě hustoty. Optimální hustota byla hledána pomocí parametrizace modelu dle rovnosti frekvencí vyhodnocovaného vlastního tvaru. Tímto způsobem byla vypočtena hustota tělesa včetně přidání hustoty od kapaliny, kterou bylo zatíženo těleso v ponořené oblasti.

Přídatná hmotnost byla přepočtena a je dále prezentována jako poměrná přídatná hmotnost m_p

$$m_p = \frac{m_i}{m_t}, \quad (29)$$

kde m_i odpovídá přepočtené hmotnosti v odpovídající pozici ponoru s přepočtenou hustotou a m_t je hmotnost tělesa samotného. Tato hmotnost je vypočtena z hustoty oceli ρ_t a objemu jedné části tělesa V_j vynásobenou celkovým počtem částí n

$$m_t = \rho_t V_j n \quad (30)$$

Hodnota poměrné přídatné hmotnosti v jednotlivých pozicích ponoru je v práci dopočtena tímto způsobem.

- Výpočet jednotlivých hmotností v pozicích, kde těleso bylo jen částečně ponořeno

$$m_p = \frac{((\rho_p + \rho)V_j i) - (\rho V_j (n - i))}{m_t} \quad (31)$$

- Výpočet v pozicích, kde všechny části tělesa byly ponořeny (poslední dvě vyhodnocované pozice)

$$m_p = \frac{((\rho_p + \rho)V_j n)}{m_t}, \quad (32)$$

9.1.1 Kmitající kapalina

Na základě rovnosti vycházející ze zákona zachování hmotnosti lze vyjádřit závislost, kdy příčný průřez kmitající kapaliny není závislý na hloubce ponoření, ale především na přídatné hustotě.

$$\rho_p V_t = \rho_k V_k \quad (33)$$

$$\rho_p S_t h = \rho_k S_k h \quad (34)$$

kde ρ_p je přídatná hustota, V_t je objem tělesa, S_t je plocha tělesa, ρ_k je hustota kapaliny a V_k je objem kmitající kapaliny, S_k je plocha kmitající kapaliny.

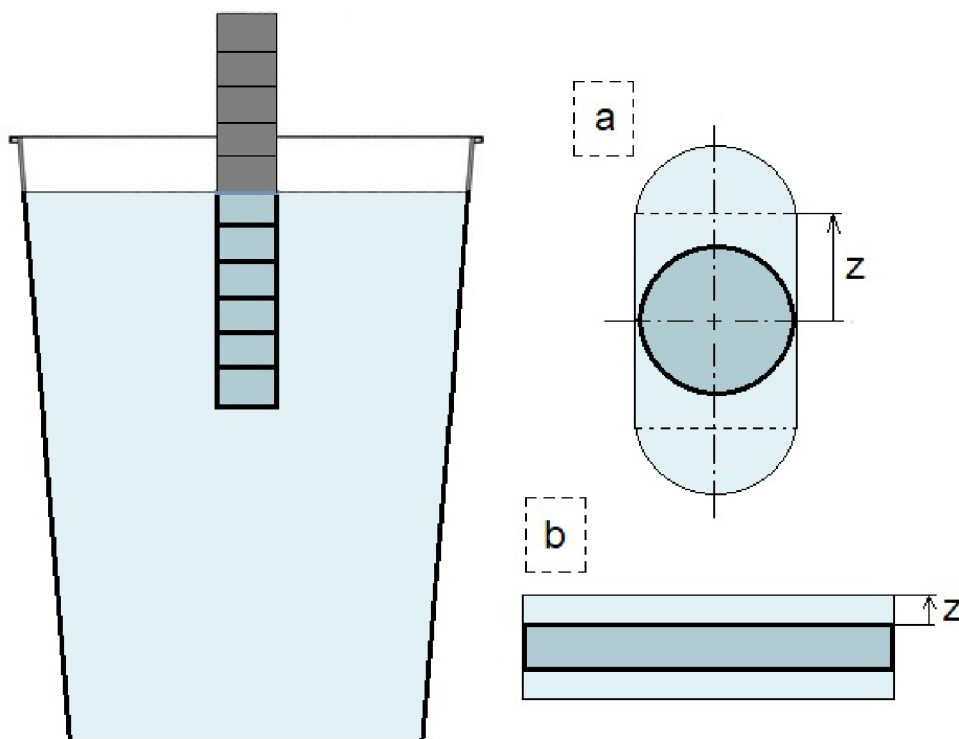
Dosazením odpovídajících ploch do rovnice 34 lze odvodit vztah pro charakteristický rozměr kmitající kapaliny obou těles. Tvar příčného průřezu kmitající kapaliny byl stanoven na základě předpokladu, že kapalina neulpívá na povrchu tělesa (jedná se o neviskózní kapalinu).

- Kruhová tyč - předpokládaný tvar příčného průřezu kmitající kapaliny a jeho charakteristický rozměr je na obrázku 69a

$$z = \frac{\rho_p \pi d}{\rho_k 8} \quad (35)$$

- Pás - předpokládaný tvar příčného průřezu kmitající kapaliny a jeho charakteristický rozměr je na obrázku 69b

$$z = \left(\frac{\rho_p}{\rho_k} t + t \right) \frac{1}{2} \quad (36)$$



Obrázek 69: Ponor tělesa do kapaliny a kmitající kapalina, a - kolem tyče, b - kolem pásu

9.2 Modální analýza ANSYS

Pomocí modální analýzy v softwaru ANSYS bylo provedeno určení přídavné hmotnosti kapaliny na těleso. Tělesa byla rozdělena na části dle proměřených pozic ponoru. Parametrizací modelu bylo možné určit optimální přídavnou hustotu zkoumané hloubky ponoření na základě naměřených vlastních frekvencí. Zvolené parametry k provedené analýze jsou popsány v následujících podkapitolách.

9.2.1 Řešič a materiál

Modální analýza v ANSYSu vychází z pohybové rovnice

$$[M] \{\ddot{x}\} + [B] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{F\}, \quad (37)$$

kde $[M]$ vyjadřuje tenzor hmotnosti, $[B]$ tenzor tlumení a $[K]$ tenzor tuhosti. Vektory $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$, $\{x\}$ jsou vektory zrychlení, rychlosti a výchylky tělesa. Vektor $\{F\}$ značí budící sílu. Zmíněné vektory jsou funkcí času.

Pro výpočet samotné modální analýzy nebylo uvažováno tlumení. Řešič byl ponechán ze standartního nastavení na „Program controlled“, což umožňuje programu zvolit si optimální numerickou metodu pro danou úlohu. Modální analýza byla provedena při teplotě 22 °C.

Tabulka 1: Materiálové vlastnosti

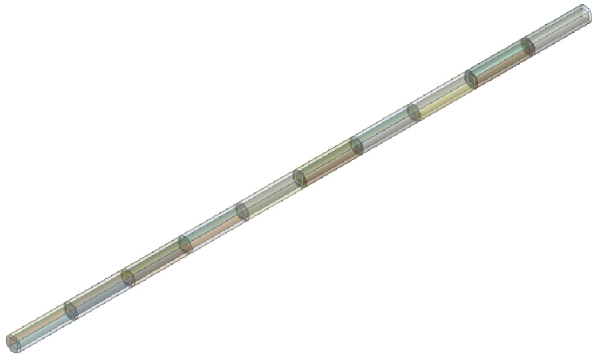
Hustota oceli	7850 $kg.m^{-3}$
Poissonovo číslo	0.3
Youngův modul	dle tělesa, vlastní frekvence na vzduchu a tvaru kmitu

Se záměrem přiblížit se k vlastnostem reálných zvolených těles byla provedena optimalizace Youngova modulu. Jeho hodnota byla měněna tak, aby se vlastní frekvence na vzduchu rovnala frekvenci získané z experimentu. Tímto krokem byly pokryty nedostatky způsobené nedokonalostí materiálu a přídavných prvků jako například snímačů.

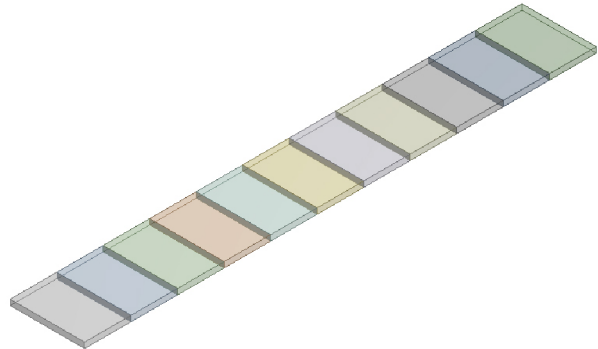
Ponoření tělesa do kapaliny bylo nahrazeno použitím druhého materiálu, který se ve svých materiálových vlastnostech lišil pouze v hodnotě hustoty. Tento materiál byl aplikován na části těles, které byly v dané pozici ponořeny do kapaliny. Hodnota přídavné hustoty byla stanovena pomocí parametrizace, ve které byla sledována vlastní frekvence v závislosti na změně hustoty. Jakmile bylo dosaženo rovnosti vlastní frekvence s frekvencí získanou experimentem s odchylkou ± 0.1 , odpovídající hustota byla považována za konečnou.

9.2.2 Geometrie

Model těles byl vytvořen v ANSYSu pomocí Design Modeleru. Rozměry se shodují s tělesy, které byly zkoumány v experimentální části. Snímače byly na obou tělesech zanedbány v rámci zjednodušení tvorby sítě a celého výpočtu. Jejich vliv byl zahrnut při porovnání a změně Youngova modulu. Na obrázcích 70 a 71 je zobrazeno, že tělesa byla rozdělena na části, které odpovídaly ponoru těles. Aby bylo možné na geometrii vytvořit pravidelnou hexahedrální síť, bylo nutné provést odpovídající dekompozici tyče. Každá část tyče se tak skládala z dalších částí, které však vždy měly stejné vlastnosti pro každý ponor.



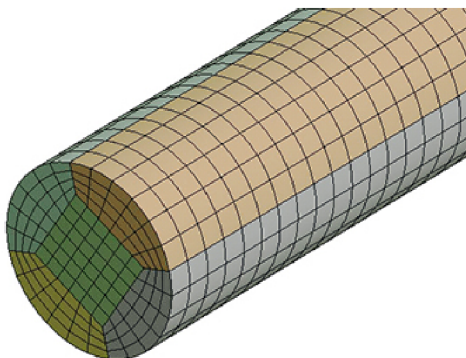
Obrázek 70: Rozdělení tyče na části



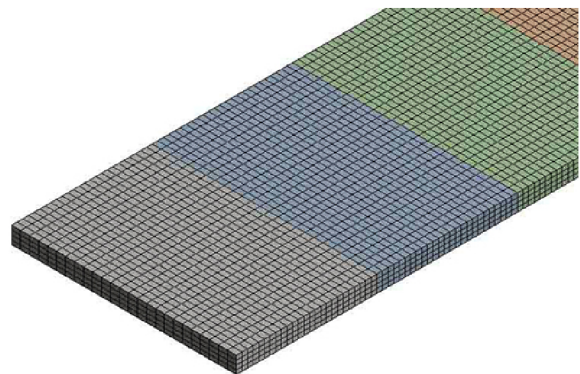
Obrázek 71: Rozdělení pásu na části

9.2.3 Výpočetní síť

Tělesa byla diskretizována pravidelnou hexahedrální výpočetní sítí. Při vytváření sítě byl brán v potaz výpočetní čas a požadovaná přesnost. Síť tyče byla složena z téměř 40 000 elementů. Síť pásu byla vytvořena z necelých 30 000 elementů.



Obrázek 72: Diskretizace tyče



Obrázek 73: Diskretizace pásu

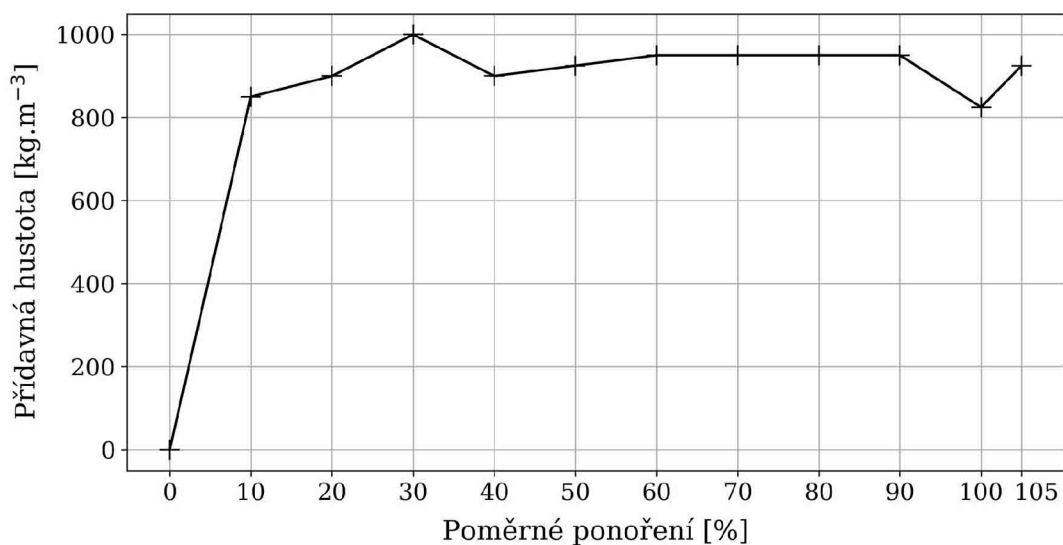
9.3 Tyč - Ohybový vlastní tvar

Vypočtené a naměřené hodnoty jsou vypsány v následující tabulce. Materiálové vlastnosti a odlišnosti způsobené hmotou snímačů zrychlení byly nahrazeny změnou Youngova modulu. Všechny modální analýzy tyče kruhového průřezu byly provedeny s použitím Youngova modulu $E = 2.122 \cdot 10^{11} Pa$

Tabulka 2: Přídavná hustota a charakteristický rozměr kmitající kapaliny

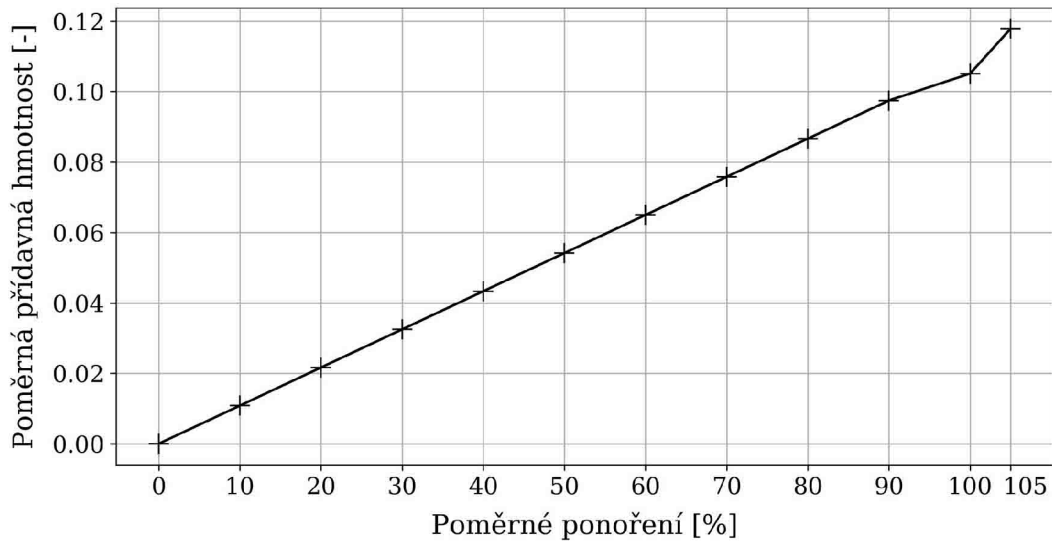
Pozice ponoru	Naměřená frekvence Hz	Dopočítaná frekvence Hz	Přídavná hustota $kg.m^{-3}$	Vzdálenost z mm
0	115.51	115.51	0	0
1	114.11	114.05	850	8.36
2	113.66	113.72	900	8.85
3	113.53	113.46	1000	9.84
4	113.10	113.18	900	8.85
5	112.24	112.26	925	9.10
6	111.36	111.35	950	9.35
7	110.96	110.96	950	9.35
8	110.93	110.92	950	9.35
9	110.67	110.59	950	9.35
10	109.84	109.86	825	8.12
11	109.21	109.23	925	9.10

Následující graf zobrazuje průběh přídavné hustoty v závislosti na poměrném ponoření, které vyjadřuje poměr mezi hloubkou ponoru a délkou tyče.



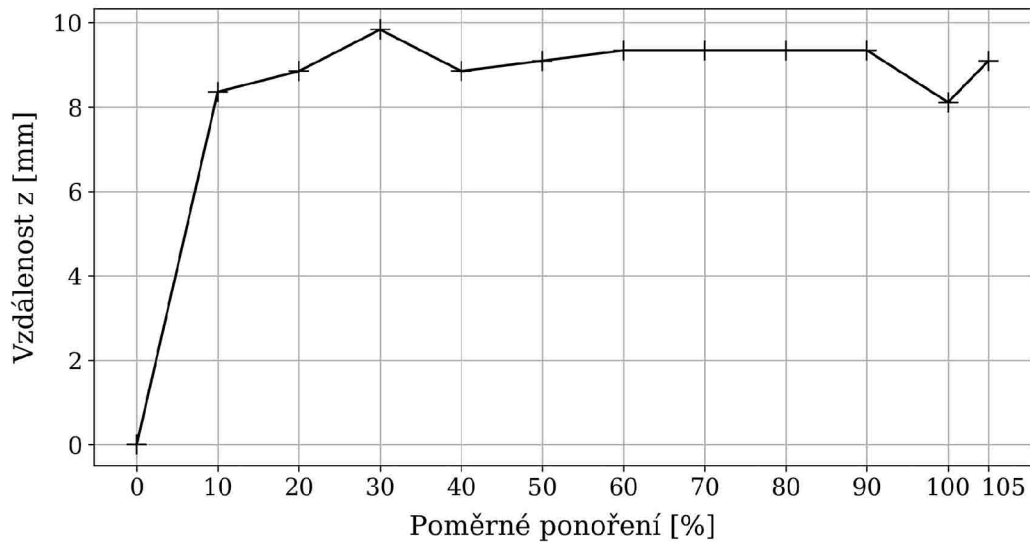
Obrázek 74: Závislost přídavné hustoty na ponoření tyče

Nárůst přídatné hmotnosti s ponorem do kapaliny je konstantní až po úplné ponoření tyče, kde nastává strmější nárůst.



Obrázek 75: Závislost přídatné hmotnosti na ponoru tyče

Závislost vzdálenosti z kmitající kapaliny na ponoru je identická s průběhem přídatné hustoty, jak vyplývá z odvozených rovnic.



Obrázek 76: Závislost charakteristického rozměru na ponoru tyče

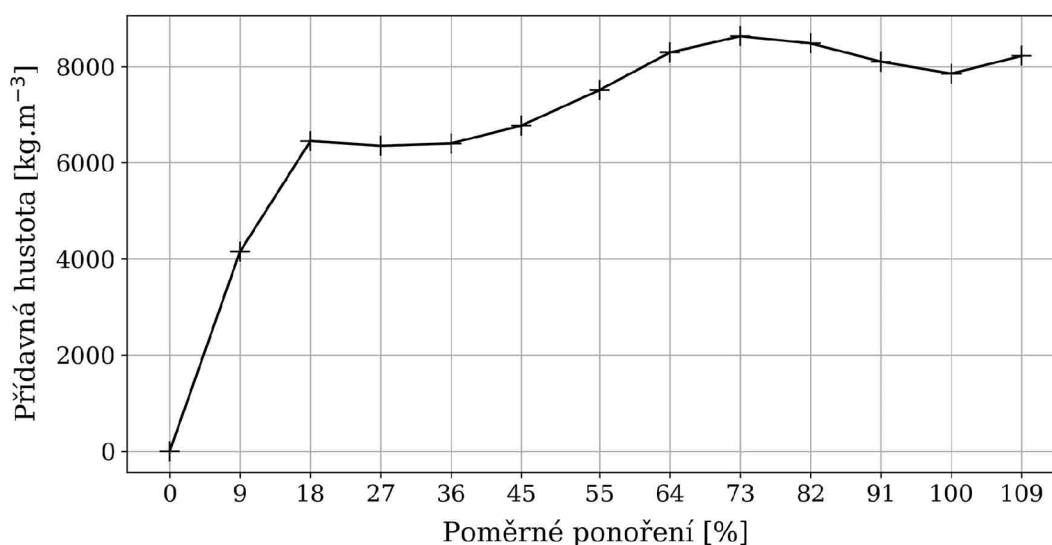
9.4 Pás - Ohybový vlastní tvar

Vypočtené a naměřené hodnoty jsou vypsány v následující tabulce. Materiálové vlastnosti a odlišnosti způsobené hmotou snímačů zrychlení byly nahrazeny změnou Youngova modulu. Všechny modální analýzy pásu obdélníkového průřezu se zaměřením na první ohybový tvar kmitu byly provedeny s použitím Youngova modulu $E = 2.12 \cdot 10^{11} Pa$

Tabulka 3: Přídavná hustota a charakteristický rozměr kmitající kapaliny

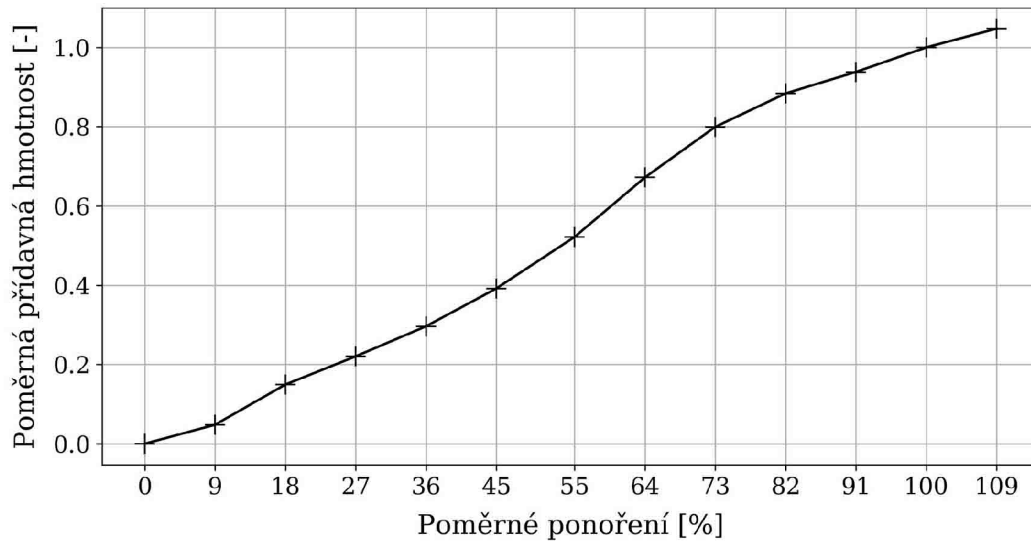
Pozice ponoru	Naměřená frekvence Hz	Dopočítaná frekvence Hz	Přídavná hustota $kg.m^{-3}$	Vzdálenost z mm
0	106.01	106.02	0	0
1	100.82	100.79	4150	12.45
2	97.99	97.95	6450	19.35
3	97.57	97.62	6350	19.05
4	95.38	95.35	6400	19.20
5	91.15	91.15	6770	20.31
6	86.50	86.46	7510	22.53
7	83.31	83.31	8290	24.87
8	82.52	82.46	8630	25.89
9	82.19	82.19	8480	25.44
10	80.17	80.07	8100	24.3
11	75.01	74.97	7850	23.55
12	74.12	74.1	8220	24.66

Následující graf zobrazuje přídavnou hustotu v závislosti na poměrném ponoření. Vliv ponoru pásu na přídavnou hustotu je daleko vyšší, než je tomu u tyče kruhového průřezu. Změna je nejvíce znatelná v oblasti, kde se blíží hloubka ponoru místu, kde se hloubka ponoru blíží místu s největší amplitudou prvního ohybového tvaru kmitu.

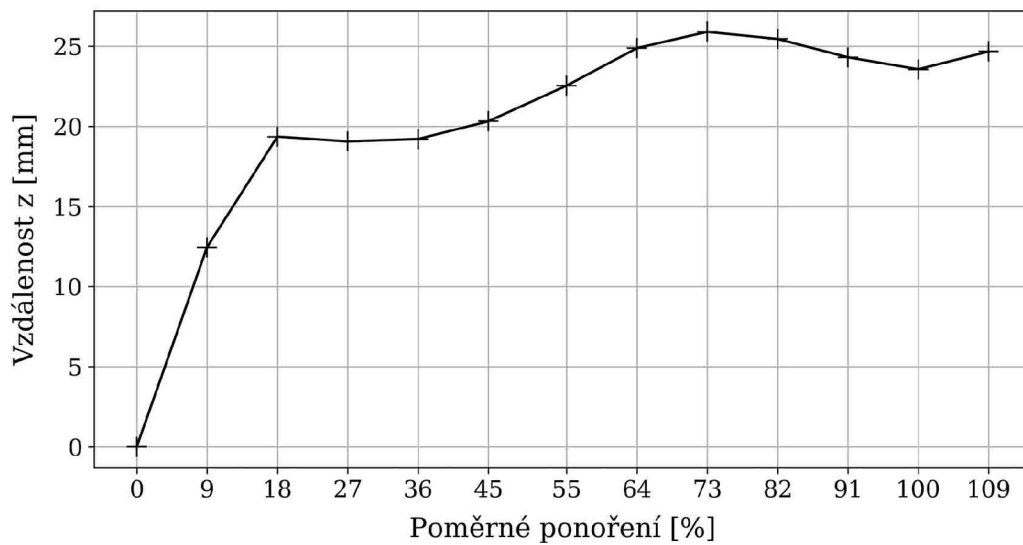


Obrázek 77: Závislost přídavné hustoty na ponoru pásu - Ohybový tvar

Nárůst přídatné hmotnosti již není konstantní a na jeho průběhu jsou taktéž zaznamenatelné oblasti, kde na celkový průběh má vliv i samotný tvar kmitu tělesa.



Obrázek 78: Závislost přídatné hmotnosti na ponoru pásu - Ohybový tvar



Obrázek 79: Závislost charakteristického rozměru na ponoru pásu - Ohybový tvar

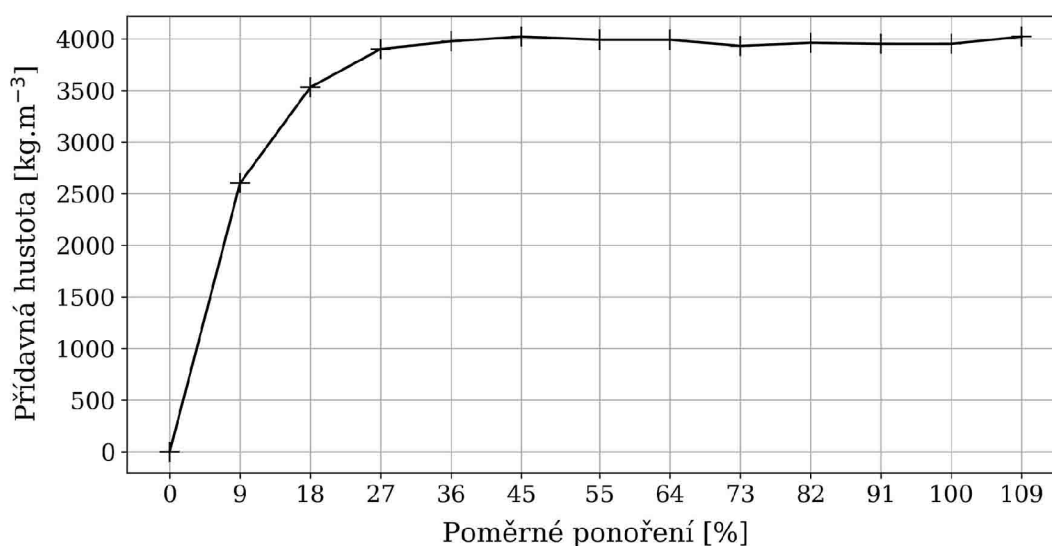
9.5 Pás - Torzní vlastní tvar

Vypočtené a naměřené hodnoty jsou vypsány v následující tabulce. Materiálové vlastnosti a odlišnosti způsobené hmotou snímačů zrychlení byly nahrazeny změnou Youngova modulu. Všechny modální analýzy pásu obdélníkového průřezu se zaměřením na třetí tvar kmitu pásu, která je torzní, byly provedeny s použitím Youngova modulu $E = 2.17 \cdot 10^{11} Pa$

Tabulka 4: Přídavná hustota a charakteristický rozměr kmitající kapaliny

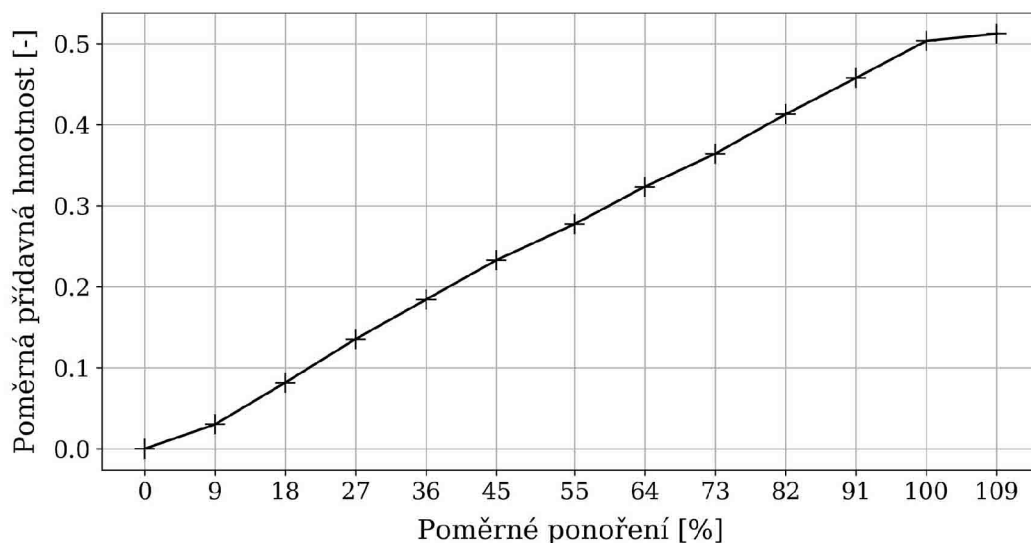
Pozice ponoru	Naměřená frekvence Hz	Dopočítaná frekvence Hz	Přídavná hustota $kg.m^{-3}$	Vzdálenost z mm
0	435.3	435.3	0	0
1	423.1	423.05	2600	7.80
2	407.5	407.55	3530	10.59
3	398.5	398.41	3900	11.70
4	395.3	395.33	3975	11.925
5	394.7	394.66	4020	12.06
6	394.5	394.41	3990	11.97
7	391.7	391.64	3990	11.97
8	386.1	386.09	3930	11.79
9	376.7	376.72	3960	11.88
10	366.2	366.14	3950	11.85
11	355.0	355.04	3950	11.85
12	354.0	353.99	4020	12.06

Následující graf zobrazuje přídavnou hustotu v závislosti na ponoru tělesa do kapaliny. Průběh je vyhodnocen pro torzní tvar kmitu. Přídavná hustota roste až do ponoru 30 % délky pásu, dále je již konstantní v závislosti na hloubce ponoru.



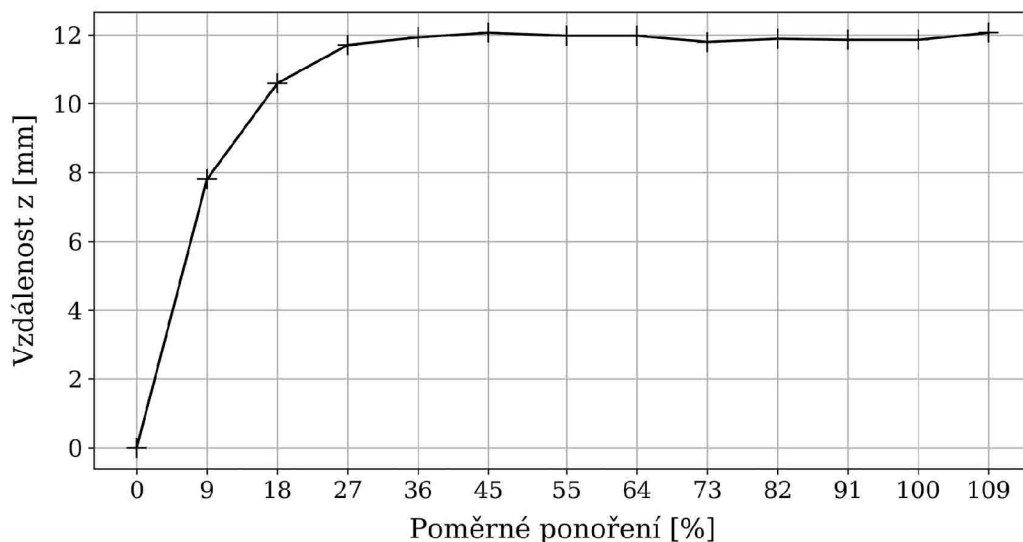
Obrázek 80: Závislost přídavné hustoty na ponoru pásu - Torzní tvar

Nárůst přídavné hmotnosti torzního tvaru kmitu při ponoru do kapaliny je téměř konstantní. Při plném ponoru do kapaliny dokonce přídavná hmotnost klesá.



Obrázek 81: Závislost přídavné hmotnosti na ponoru pásu - Torzní tvar

Vzdálenost od povrchu pásu byla vyhodnocena stejným postupem i vzorcem jako v případě ohybového tvaru kmitu. Vzhledem k tomu, že tvar kmitu je odlišný podél průřezu pásu, bylo zavedeno jisté zjednodušení, že tvar kmitající kapaliny je ve tvaru obdélníku. Tato vzdálenost je tak čistě orientační.

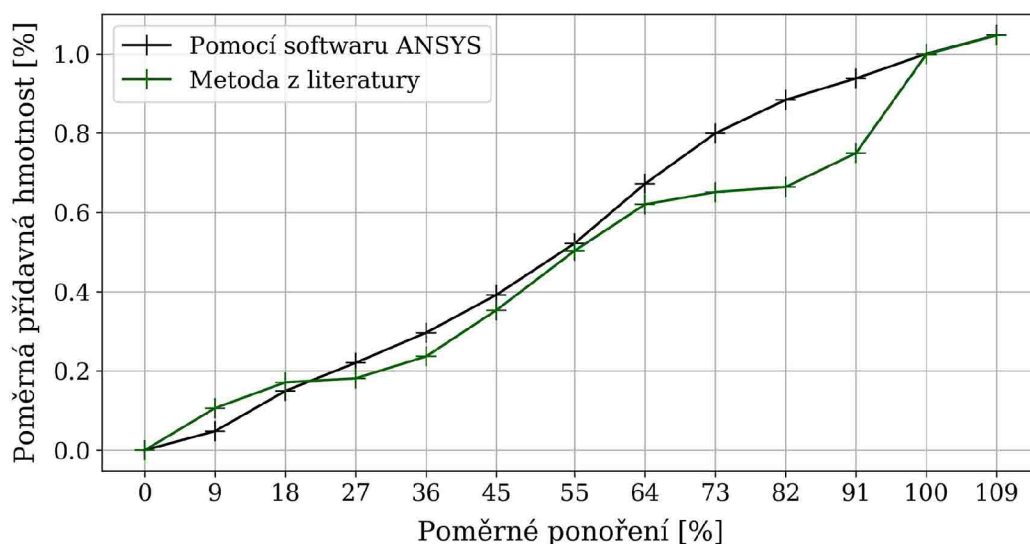


Obrázek 82: Závislost charakteristického rozměru na ponoru pásu - Torzní tvar

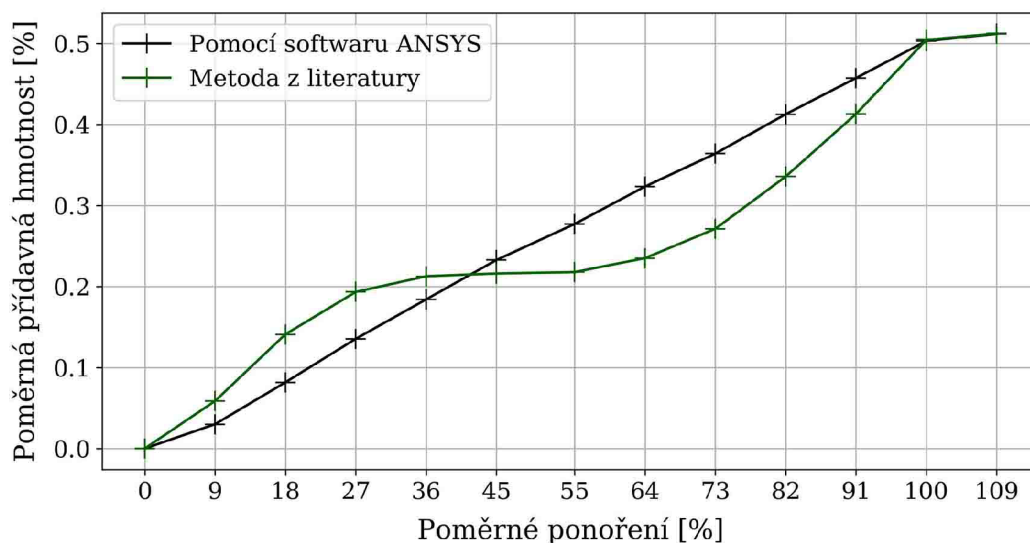
9.6 Jiný přístup

Ve studii provedené v [7] a [9] byl proveden výpočet přídavné hmotnosti, který byl odvozen na základě základních vzorců dynamiky těles. Poměrem vlastní tlumené a netlumené frekvence a zanedbáním tuhosti kapaliny byla obdržena rovnice 38. Porovnání obou provedených metod je zobrazeno na přiložených grafech pro ohybový i torzní tvar kmitu pásu. Přesto, že metoda použitá v literatuře vychází pouze z frekvenčního poměru, kdežto metoda použitá v této práci uvažuje také tvar a tuhost tělesa, se porovnané metody téměř shodují při prvním ohybovém tvaru kmitu, avšak v ponořích 70-90 % délky tyče se znatelně liší. Neshoda je výraznější pro torzní tvar kmitu. Při plném ponoření tyče se však obě metody zcela shodují.

$$\frac{m_{ponor}}{m} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{ponor}^2} - 1 \quad (38)$$



Obrázek 83: Porovnání metod určení přídavné hmotnosti - ohybový tvar kmitu



Obrázek 84: Porovnání metod určení přídavné hmotnosti - torzní tvar kmitu

10 Porovnání a diskuze

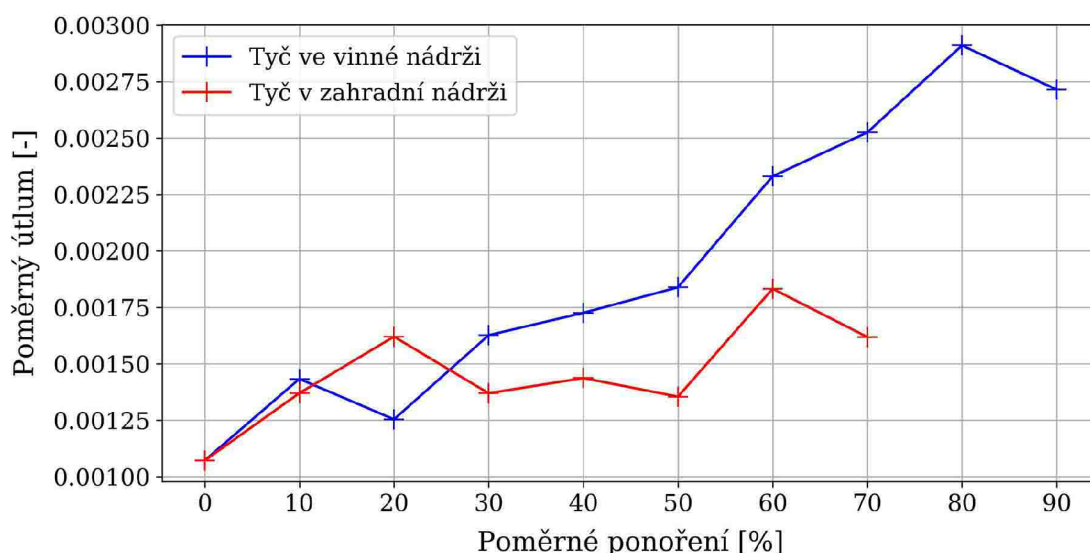
10.1 Vliv velikosti nádrže

10.1.1 Tyč

Frekvence obou geometrických variací (A a B) jsou téměř identické a odpovídají přibližně 5,5 % poklesu vlastní frekvence při ponoru 50 mm pod hladinou. Průběh poklesu vlastní frekvence je závislý na tvaru pozorovaného kmitu. V bodě ponoru, kde bylo těleso ponořeno hlouběji o část tělesa, ve které má daný tvar kmitu uzel, byl pokles vlastní frekvence pozastaven. Naopak v místech kmitny byl naměřen nejstrmější pokles vlastní frekvence.

Následující graf zobrazuje porovnání vyhodnoceného poměrného útlumu v závislosti na ponoru tyče do vinné a zahradní nádrže. Vzhledem k neurčitosti vyhodnocení dat získaných z ponorného snímače prezentuje přiložený graf pouze výsledky, jenž byly vyhodnoceny z dat získaných měření pomocí neponorného snímače. Dle vyhodnocených dat je vliv obou nádrží téměř identický v malé hloubce ponoru. Při 20 % poměrném ponoření se charakteristiky ve svém průběhu liší, v případě vinné nádrže je zaznamenán pokles, ale naopak v zahradní nádrži nárůst poměrného útlumu. Od 30 % poměrného ponoru se charakteristiky rozcházejí a poměrný útlum ve vinné nádrži je zřetelně vyšší. Poměrný útlum při ponoření 90 % délky tyče nabývá až 2,5 násobku hodnoty poměrného útlumu tyče na vzduchu. Vliv velikosti nádrže, při ponoru 70 % délky tyče nabývá poměrný útlum ve vinné nádrži až 2,3 násobku hodnoty na vzduchu. V zahradní nádrži dosahuje poměrný útlum ve stejné pozici pouze 1,5 násobek poměrného útlumu na vzduchu.

Z naměřených dat se zdá, že pro malé hloubky ponoru je těleso tlumeno více v zahradní nádrži (menší nádrž). Tento závěr může být chybný, jelikož je vyvozený na základě jedné série měření a je možné, že došlo k chybnému měření vlivem okolních podmínek. Na základě vyhodnocených dat je velmi pravděpodobné, že s rostoucí hloubkou ponoru je těleso více tlumeno ve vinné nádrži (větší nádrž).

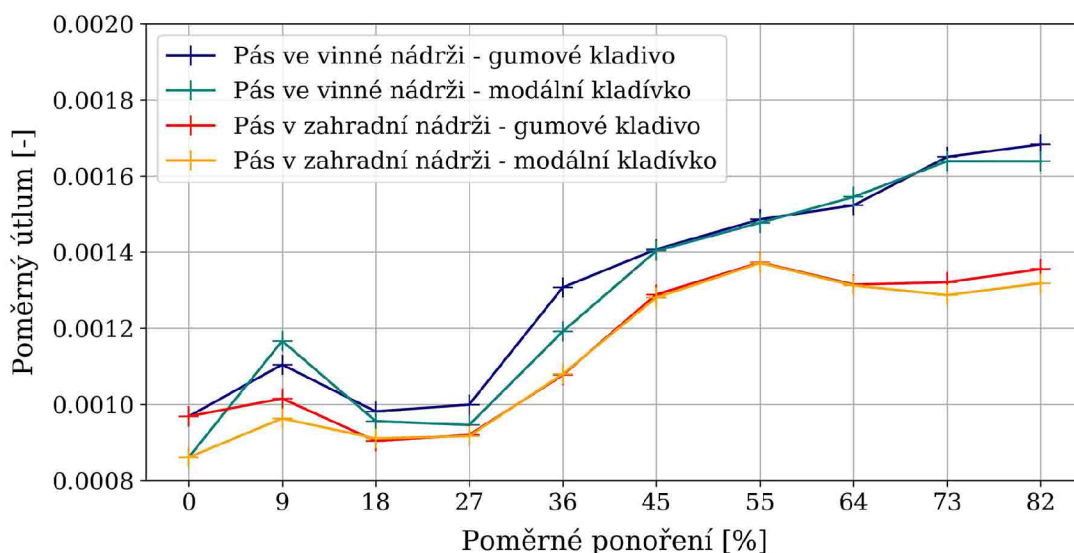


Obrázek 85: Porovnání vlivu nádrže, neponorný snímač - geometrie A a B

10.1.2 Pás

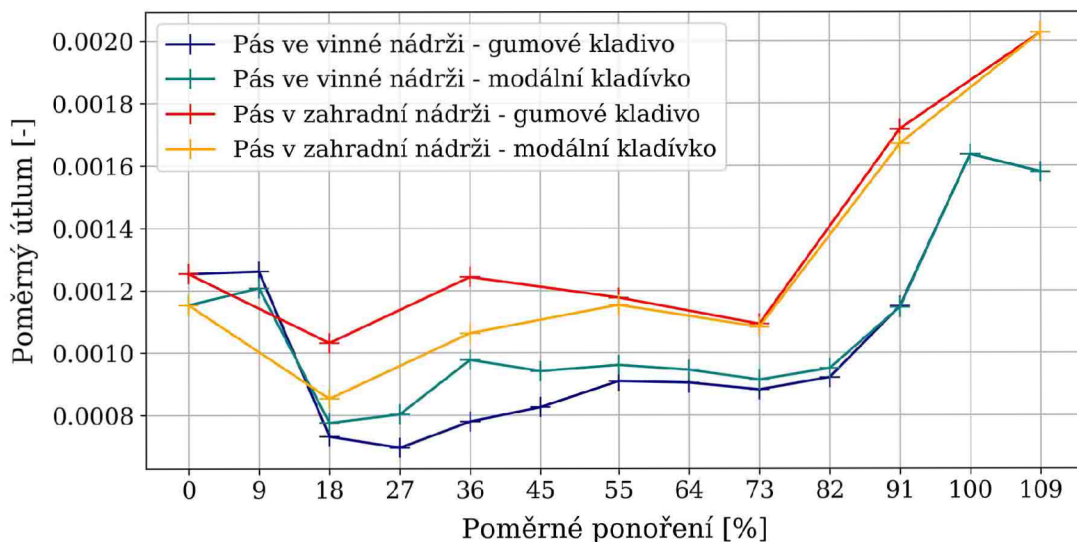
Frekvence prvního ohybového tvaru kmitu je téměř shodná pro všechna měření. Pokles vlastní frekvence při ponoru 50 mm pod hladinu kapaliny odpovídá až 30 % vlastní frekvence na vzduchu. Průběh poklesu vlastní frekvence je závislý na tvaru pozorovaného kmitu. V bodě ponoru, kde bylo těleso ponořeno hlouběji o část tělesa, ve které má daný tvar kmitu uzel, byl pokles vlastní frekvence pozastaven. Naopak v místech kmitny byl naměřen nejstrmější pokles vlastní frekvence.

Průběh všech vyhodnocených poměrných útlumů z dat naměřených neponorných snímačem je téměř shodný až do ponoru 55 % délky pásu. Se zvyšujícím se ponorem se charakteristiky mírně odchyľují. Poměrný útlum vyhodnocený z dat naměřených v zahradní nádrži mírně klesne a poté zase mírně narůstá. Poměrný útlum při ponoru 82 % délky pásu odpovídá přibližně 1.5 násobku poměrného útlumu na vzduchu. Poměrný útlum vyhodnocený z dat naměřených ve vinné nádrži naopak vykazuje téměř plynulý nárůst. Hodnota poměrného útlumu při ponoru 82 % délky tyče odpovídá 1,9 násobku poměrného útlumu na vzduchu.



Obrázek 86: Porovnání vlivu nádrže, neponorný snímač - geometrie C a D

Vyhodnocení dat naměřených ponorným snímačem je zobrazeno na následujícím grafu. Vzhledem k vyhodnoceným průběhům pro tyč je nutné mít o těchto charakteristikách určité pochybnosti. Charakteristiky ukazují, že v zahradní nádrži je pás utlumen více než ve vinné nádrži. Toto tvrzení se vylučuje se závěry získanými z měření pomocí neponorného snímače a také se závěry z [7], kde bylo také naměřeno, že ve větší nádrži je těleso utlumen více. Již ze začátku charakteristiky je vyhodnoceno, že pro nízké hodnoty ponoru je poměrný útlum na vzduchu vyšší než právě v kapalině. Tento záznam je tedy považován za velmi nepravděpodobný, ale bylo by vhodné jej ověřit.

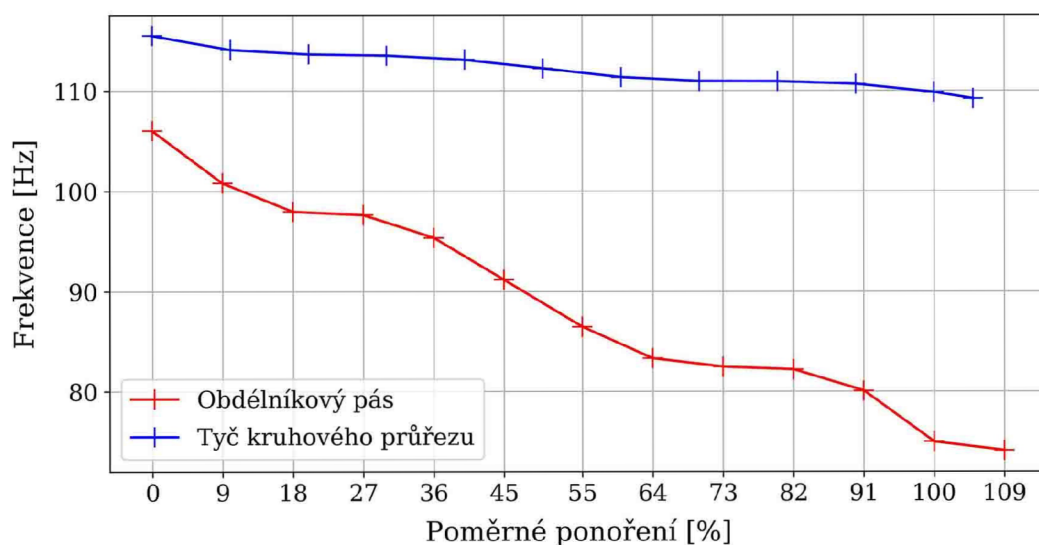


Obrázek 87: Porovnání vlivu nádrže, ponorný snímač - geometrie C a D

10.2 Vliv tvaru tělesa

10.2.1 Vlastní frekvence

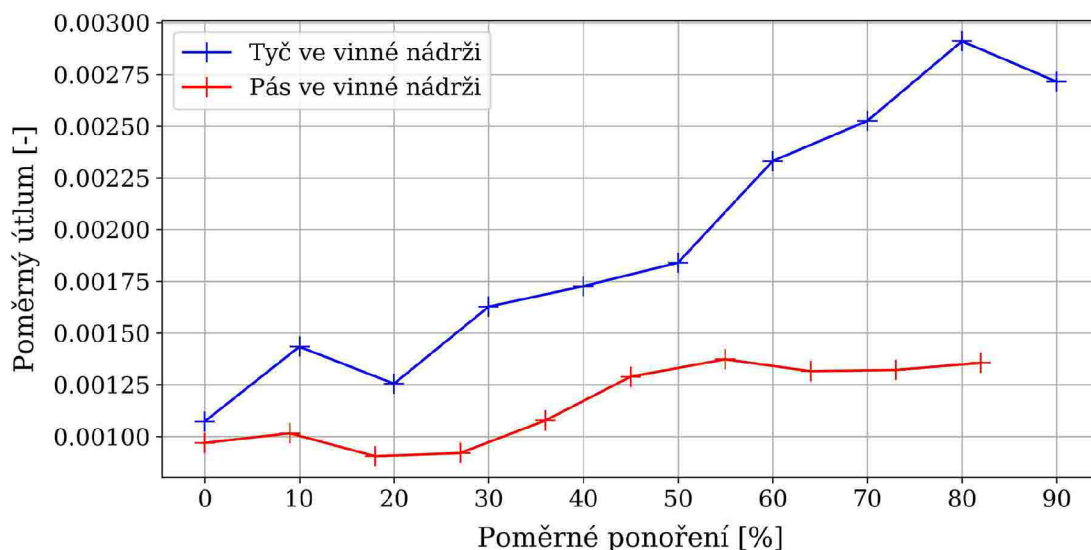
Vliv na pokles frekvence je závislý na tvaru tělesa. Hlavním faktorem je pravděpodobně plocha, která je v kontaktu s vodou. Jak je zřejmé z přiloženého grafu, vliv na pokles frekvence je daleko znatelnější pro pás obdélníkového tvaru než pro tyč kruhového průřezu. Zatímto vlastní frekvence tyče je s ponorem 50 mm pod hladinu kapaliny ovlivněna pouze o 5,5 %, vlastní frekvence pásu je ovlivněna až o 30 %.



Obrázek 88: Porovnání vlivu tvaru tělesa, ponorný snímač - frekvence

10.2.2 Poměrný útlum

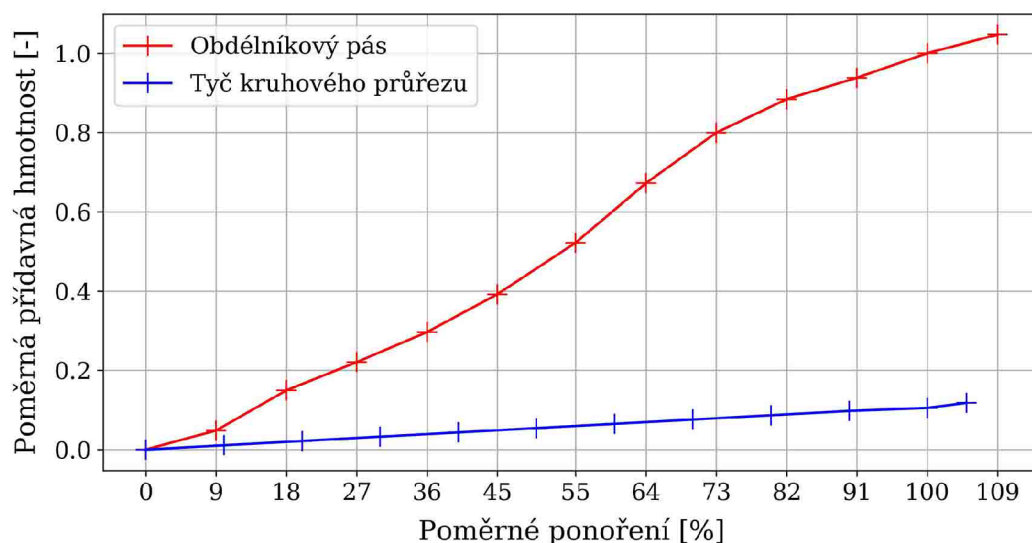
Průběh poměrného útlumu v závislosti na postupném ponoru tělesa je v obou případech rostoucí. Poměrný útlum pásu je méně výrazný než poměrný útlum tyče. V obou charakteristikách je zaznamenán drobný pokles v pozici ponoru 20 % délky tělesa a poté postupný nárůst. Zatímco na vzduchu je poměrný útlum těles velmi podobný, pro ponor v hodnotách 80-90 % délky tělesa se pohybuje v hodnotách 2,5 násobku hodnoty na vzduchu pro tyč a 1,9 násobku hodnoty na vzduchu pro obdélníkový pás.



Obrázek 89: Porovnání vlivu tvaru tělesa, neponorný snímač - poměrný útlum

10.2.3 Přídavná hmotnost

Zatímco u tyče činí poměrná přídavná hmotnost 12 % při ponoru celé tyče 50 mm pod hladinou kapaliny, pás obdélníkového tvaru nabývá jednou tolik své váhy, poměrná přídavná hmotnost přesahuje 100 %. To může být způsobeno větší plochou, která je v kontaktu s kapalinou zejména ve směru pohybu (kmitu) tělesa.

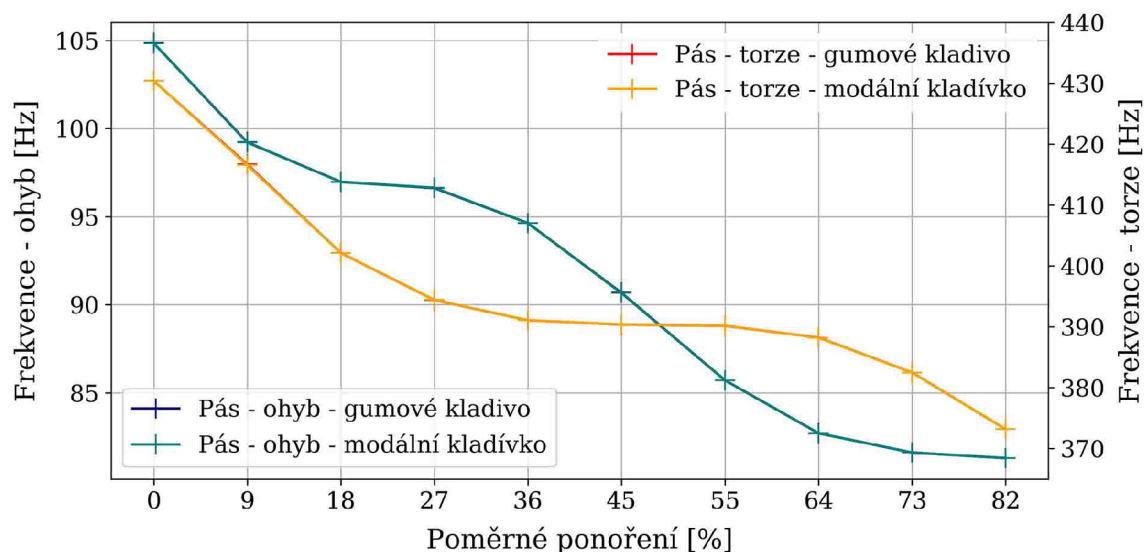


Obrázek 90: Porovnání vlivu tvaru tělesa, ponorný snímač - poměrná přídavná hmotnost

10.3 Vliv typu vlastního tvaru kmitu

10.3.1 Vlastní frekvence

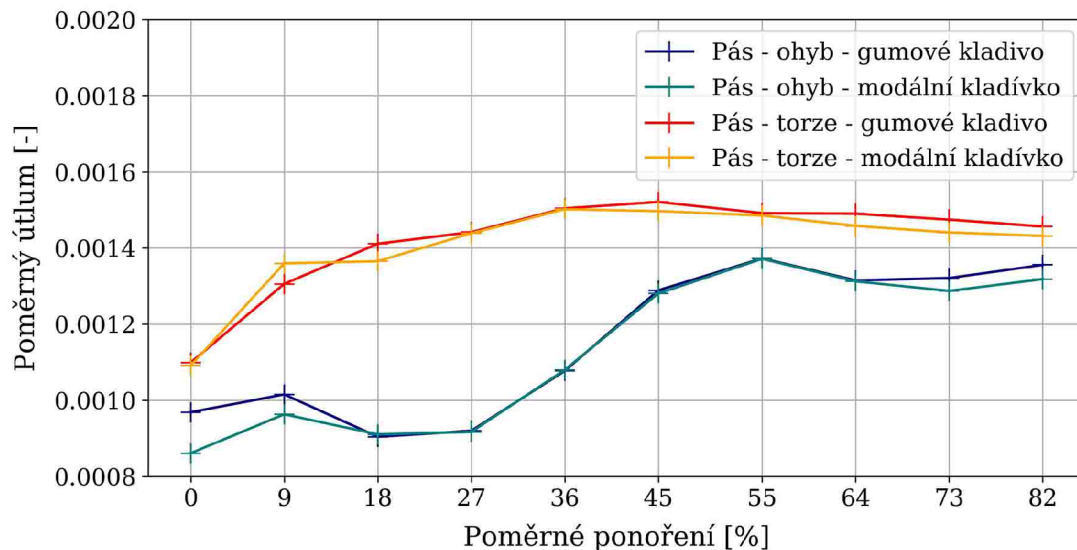
Pokles frekvence při prvním ohybovém tvaru kmitu činí zhruba 30 % vlastní frekvence na vzduchu, zatímco pokles vlastní frekvence při prvním torzním vlastním tvaru kmitu činí pouze necelých 19 %. Oba dva průběhy jsou závislé na samotném tvaru kmitu. V místě, kde má těleso při daném kmitu uzel, není při ponoru daného místa téměř žádný pokles vlastní frekvence. To je odůvodnitelné, protože dané místo nekmitá (nevychyluje se), tedy jeho pohyb nemůže být kapalinou ovlivněn. Rozdíl v poklesu frekvence může být úměrný výchylce tělesa. Výchylka části tělesa při torzním tvaru je znatelně menší, než při ohybovém tvaru kmitu. Potom je tomu stejně tak i v poklesu vlastní frekvence v závislosti na ponoru.



Obrázek 91: Porovnání vlivu na frekvenci, ohyb - torze

10.3.2 Poměrný útlum

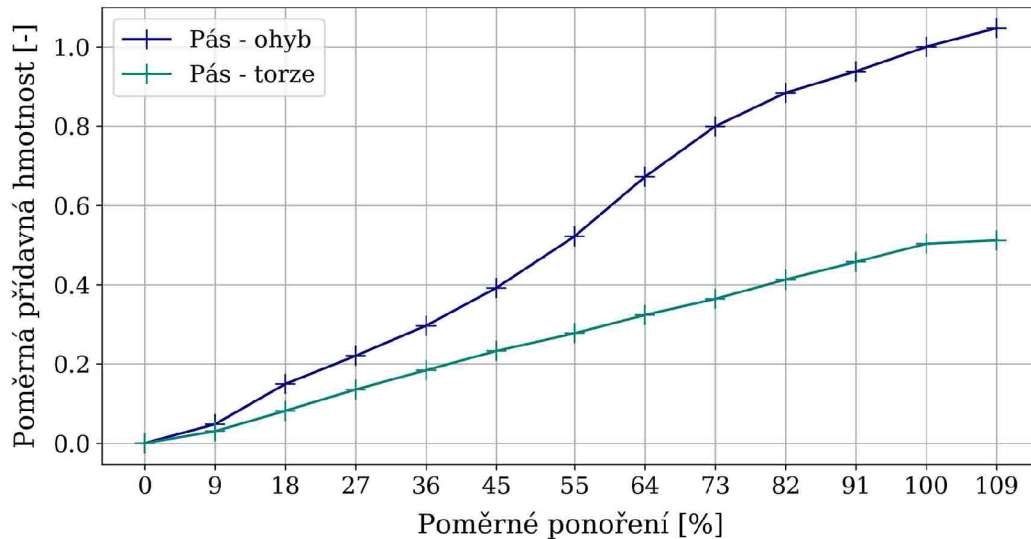
Poměrný útlum je pro torzní tvar kmitu výraznější. Jeho nárůst je velmi plynulý a je výrazný zhruba do jedné poloviny délky pásu. V tomto místě má torzní tvar kmitu uzel. S následným postupným ponořením je poměrný útlum až mírně klesající. V porovnání s poměrným útlumem na vzduchu dosahuje v případě torzního tvaru jeho maximální hodnota 1,36 násobku hodnoty na vzduchu. V případě ohybového tvaru kmitu je jeho nárůst vyšší a činí 1,53 násobek hodnoty na vzduchu.



Obrázek 92: Porovnání vlivu na poměrný útlum, ohyb - torze

10.3.3 Přídavná hmotnost

Stejně tak jako v případě poměrného útlumu a frekvence, tak i v případě přídavné hmotnosti je účinek daleko vyšší pro ohybový vlastní tvar. Poměrná přídavná hmotnost pro torzní tvar je poloviční oproti poměrné přídavné hmotnosti ohybového vlastního tvaru.

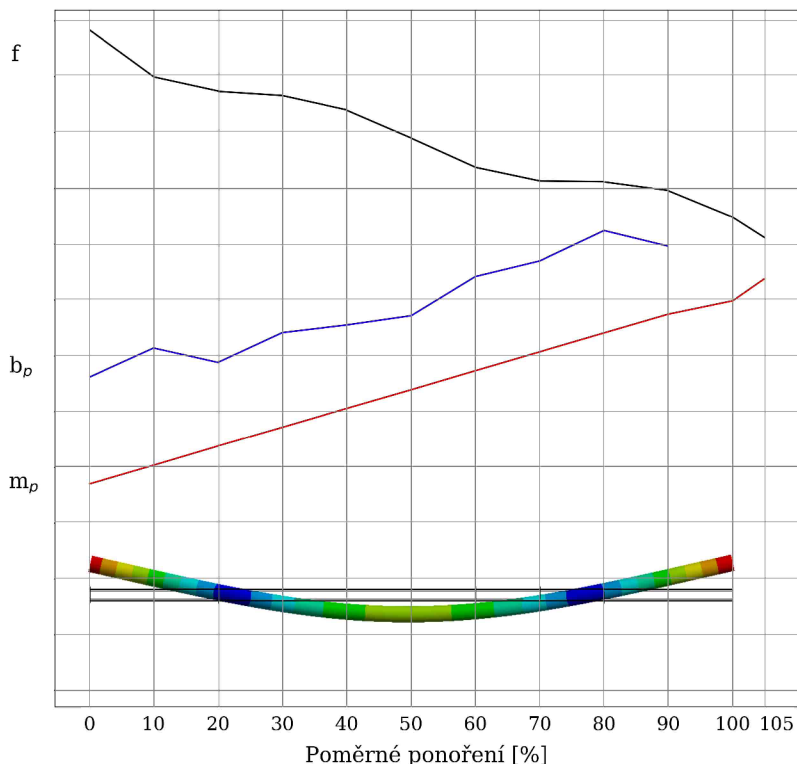


Obrázek 93: Porovnání vlivu na přídavnou hmotnost, ohyb - torze

10.4 Vliv vlastního tvaru kmitu

10.4.1 Tyč - První ohybový tvar kmitu

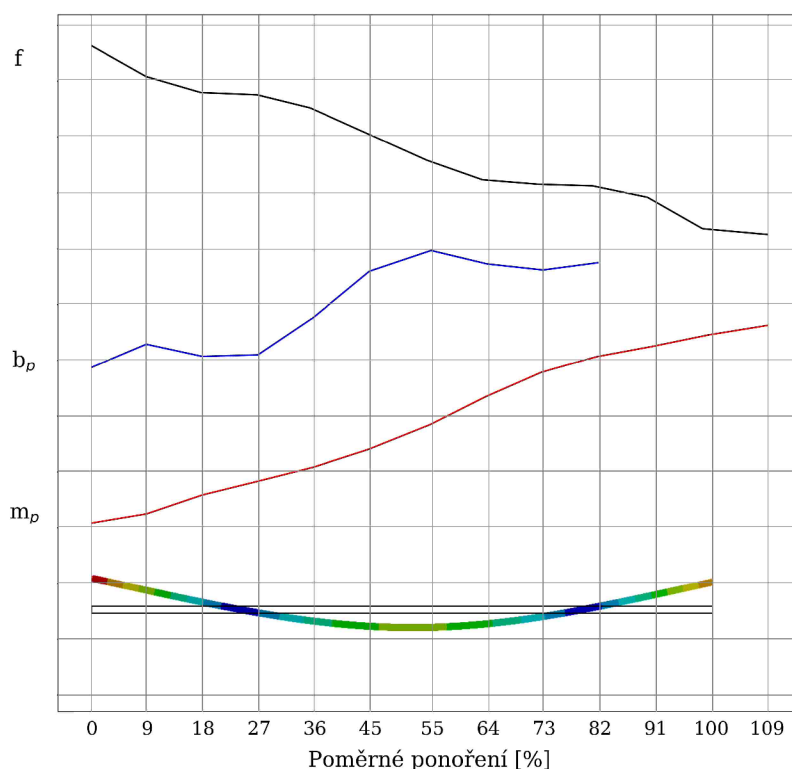
Na následujícím grafu je orientačně zobrazena závislost vlastní frekvence, poměrného útlumu a přídatné hmotnosti na poměrném ponoření tyče do vinné nádrže. Průběh poměrného útlumu je zobrazen pouze do ponoření 90 % délky tyče vlivem nejednoznačného vyhodnocení záznamu z ponořeného snímače. Vlastní frekvence v závislosti na ponoření klesá. V oblasti, kde má pozorovaný tvar kmitu uzlu je zjevné pozastavení v poklesu. Naopak v místě, kde má daný tvar maximální amplitudu kmitu je pokles nejstrmější. Můžeme tedy říct, že pokles vlastní frekvence vlivem obklopující kapaliny je závislý na výchylce (pohybu) ponořené části tělesa. Průběh poměrného útlumu vykazuje také jistou závislost na tvaru kmitu. V pozicích ponoření, které předcházely uzlu vlastního tvaru kmitu byl vyhodnocen menší nárůst, či dokonce pokles v závislosti na ponoření. Průběh a hodnoty poměrného útlumu je velmi obtížné určit a tento možný závěr by bylo vhodnější ověřit opakovaným měřením. Nárůst vypočtené poměrné přídatné hmotnosti je konstantní pro všechny proměřené pozice, nicméně s plným ponořením tyče pod hladinu kapaliny byl zaznamenán nárůst.



Obrázek 94: První ohybový tvar kmitu tyče a účinky kapaliny

10.4.2 Pás - První ohybový tvar kmitu

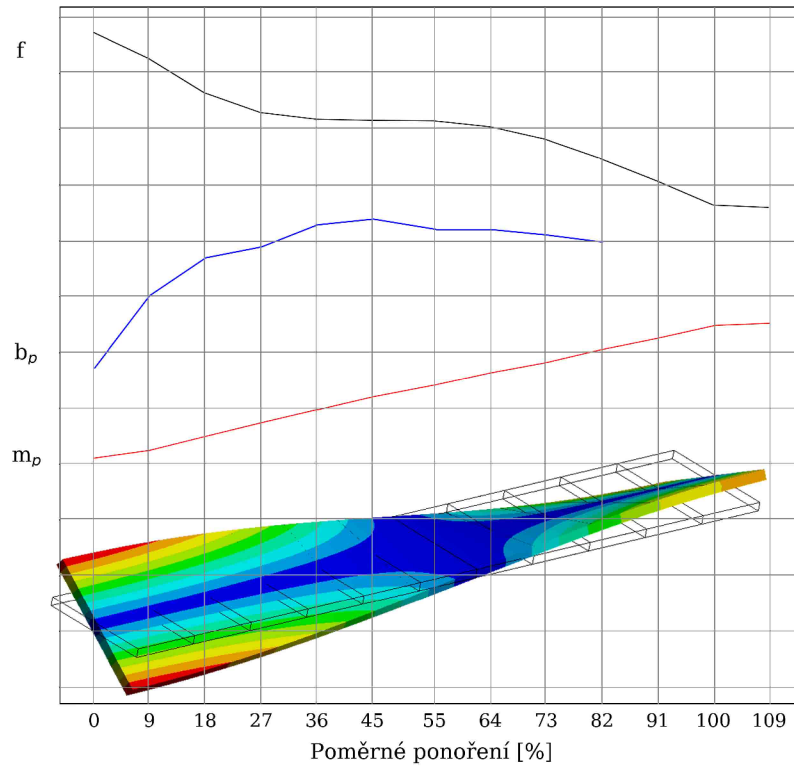
Na následujícím grafu je orientačně zobrazena závislost vlastní frekvence, poměrného útlumu a přídatné hmotnosti na poměrném ponoření pásu do vinné nádrže. Průběh poměrného útlumu je zobrazen pouze do ponoření 82 % délky tyče vlivem nejednoznačného vyhodnocení záznamu z ponořeného snímače. Vlastní frekvence v závislosti na ponoření klesá. V oblasti, kde má pozorovaný tvar kmitu uzol je zjevné pozastavení v poklesu. Naopak v místě, kde má daný tvar maximální amplitudu kmitu je pokles nejstrmější. Můžeme tedy říct, že pokles vlastní frekvence vlivem obklopující kapaliny je závislý na pohybu ponořené části tělesa. Stejný závěr byl získán z průběhu prvního ohybového tvaru kmitu tyče, nicméně pokles frekvence pásu je významnější. Průběh poměrného útlumu vykazuje také jistou závislost na tvaru kmitu. V pozicích ponoření, které předcházejí uzlu vlastního tvaru kmitu byl vyhodnocen pokles v závislosti na ponoření. Tento náznak byl také znatelný u tyče. Poměrný útlum pásu vykazuje tuto závislost mnohem znatelněji, což může být způsobeno větší kontaktní plochou s kapalinou a také větším rozkmitaným objemem kapaliny. V pozici ponoření, ve které bylo ponořeno i místo s maximální amplitudou kmitu, bylo vyhodnoceno maximum poměrného útlumu. Avšak s postupným ponořením nad polovinou tyče je znatelný pokles. Na průběhu vypočtené poměrné přídatné hmotnosti je také patrný drobný vliv tvaru kmitu. Její průběh je až téměř inverzní k průběhu frekvence, nicméně její vyhodnocení vycházelo z porovnání frekvencí, čili tato závislost je očekávatelná. Vliv tvaru kmitu ale není tak významný jako v případě frekvence a dalo by se říci, že nárůst přídatné hmotnosti je také konstantní s postupným ponořením do kapaliny stejně jako tomu bylo vyhodnoceno prvního ohybového tvaru tyče.



Obrázek 95: Ohybový tvar kmitu pásu

10.4.3 Pás - První torzní tvar kmitu

Průběh vlastní frekvence torzního tvaru kmitu v závislosti na ponoru do kapaliny potvrzuje předchozí tvrzení o závislosti frekvence na zkoumaném vlastním tvaru. Poměrný útlum v závislosti na ponoru stoupá až do místa, kde má daný tvar kmitu uzel, poté byl zaznamenán drobný pokles. Nárůst přídatné hmotnosti torzního tvaru kmitu pásu je také téměř konstantní, ale s ponorem pod hladinu kapaliny byl zaznamenán snížený nárůst.



Obrázek 96: Torzní tvar kmitu pásu

11 Závěr

Tato diplomová práce je zaměřena na experimentální stanovení vlivu kapaliny na kmitající těleso a popisuje vypracování stanovených cílů:

- Vlastní čísla byla stanovena z dokmitávání - byl proveden návrh možností stanovení tlumení pro daný typ měření (Kapitola 3) a poté bylo provedeno ověření použitelnosti (Kapitola 5, 6, 7, 8)
- Pomocí měření zrychlení byla stanovena vlastní frekvence a poměrný útlum na zavěšeném tělese a to pro případ tělesa kmitajícího na vzduchu, ale také ponořeného do kapaliny (Kapitola 6, 7, 8)
- Byly proměřeny celkem čtyři zvolené jednoduché geometrické variace (Kapitola 4 - návrh)
- Přídavné účinky kapaliny na těleso byly rovněž stanoveny (Kapitola 9)

Na základě faktorů ovlivňujících dynamické vlastnosti těles v interakci s kapalinou zjištěných z provedené rešerše byly zvoleny celkem čtyři geometrické variace složené ze dvou těles (tyče kruhového průřezu a pásu obdélníkového tvaru). Obě tělesa byla postupně nořena do dvou nádob různých velikostí naplněných kapalinou. Postupný ponor těles byl proveden nad rámec předem stanovených cílů, které požadovaly pouze proměření těles na vzduchu a plně ponořených v kapalině. Tělesa byla vybudena impulsními rázy pomocí zvolených budicích nástrojů. Impuls byl vyvolán lidskou silou, což zapříčinilo relativně velké odchylky v amplitudě síly i přes snahu operátora. Tělesa byla vybudena tak, aby bylo možné vyhodnotit ohybový, ale i torzní tvar kmitu. V práci byly analyzovány oba tyto tvary pro pás obdélníkového tvaru ve vinné nádrži. Ostatní geometrické variace byly analyzovány pouze na ohybový tvar kmitu. Záznam experimentu byl proveden dvěma typy snímačů. Snímače zrychlení byly umístěny do pozic tak, aby ani jeden nebyl v místě uzlu zkoumaných tvarů kmitu. Všechny pozorované kmity byly vybudeny a zaznamenány, takže volba snímačů, zvolené pozice buzení ale i umístění snímačů byly patrně vhodně zvolené vzhledem k dostupným možnostem.

Na základě provedené rešerše byly navrženy celkem čtyři metody stanovení dynamických charakteristik. Metoda logaritmického dekrementu a exponenciální obálka záznamu byla zahrnuta vzhledem ke kvalitě záznamu a zahrnutému šumu. Zbývající dvě metody jsou si navzájem velmi podobné. Nominální šířka pásma je v podstatě zjednodušená hybridní metoda, ve které nedochází k proložení dat. Veškeré vyhodnocení dynamických charakteristik tedy proběhlo s využitím pouze hybridní metody. Zpracování dat bylo započato provedením Fourierovy transformace časového záznamu. Nejednoznačnost ve volbě časového úseku a jeho polohy byla základním impulsem pro provedenou optimalizační analýzu, ve které byl prozkoumán celý záznam volného útlumu. Touto problematikou se zabývá část Kapitoly 5, kde byla provedena analýza se změnou velikosti časového úseku. Na základě analyzovaných dat by při zachování principu lokální maximální amplitudy a volbou jiné délky okna (ze stabilní části grafu na obrázku 30) byla vyhodnocena hodnota poměrného útlumu přibližně stejná s odchylkou 1 %. Zanedbáním principu maximální amplitudy by mohlo být vyhodnocení provedeno s téměř 7 % odchylkou. K vyhodnocení bylo použito obdélníkové váhové okno, takže nedocházelo ke zkreslení vyhodnocovaných dat. Na základě vysvětlených faktorů byl zvolen časový úsek, který byl pro všechna vyhodnocovaná data vždy stejný s malou změnou, která byla volena individuálně pro každý záznam tak, aby byl úsek proveden na kompletním časovém úseku s největší lokální amplitudou.

Kritérium dostatečně přesné aproximace dat se záměrem správného určení hledaných koeficientů spočívalo ve shodě komplexních čísel získaných z Fourierovy transformace časového

záznamu a těch, které byly dopočteny pomocí hybridní metody. Porovnáním komplexních čísel byla zachována shoda amplitudové i fázové charakteristiky. Vzhledem k objemu a charakteru dat byla v každé pozici ponoru provedena statistická analýza, ze které byl výstupem interval s 95% pravděpodobností výskytu hledané hodnoty. V práci jsou prezentovány již statisticky zpracované hodnoty. Poslední část práce se věnuje stanovení přídatné hmotnosti kapaliny. Ta byla vypočtena s využitím parametrizace v modulu Modal Analysis v softwaru Ansys, kde nebylo uvažováno tlumení. Vypočtené výsledky byly porovnány metodou použitou v dostupných materiálech [7].

Vyhodnocená data z obou snímačů vykazují odlišné výsledky. Hodnoty získané vyhodnocením dat naměřených pomocí neponorného snímače se shodují s předpoklady i s literaturou. Vyhodnocené hodnoty z dat naměřených ponorným snímačem jsou většinou stochastického charakteru a neshodují se s předpoklady ani s literaturou. Neshoda ve vyhodnocení spočívá zejména v hodnotách poměrného útlumu. Vyhodnocená vlastní frekvence se shoduje ve svých hodnotách, které jsou mírně posunuty vlivem hmotnosti snímačů, nicméně svým průběhem jsou téměř identické. Rozdílnost ve vyhodnocení poměrného útlumu z naměřených dat pomocí snímačů, může být způsobena například upnutím snímače, jelikož ponorný snímač byl upevněn na těleso pomocí vosku, čímž mohl být zapříčiněn určitý útlum v přenosu. Dalším faktorem by mohlo být umístění snímače a fakt, že přenos záznamu ponorného snímače byl veden skrze kabel, jehož část byla také ponořena do kapaliny a jeho návaznost na snímač mohla způsobit určité ovlivnění pohybu tělesa. Vliv pozice snímače by mohl být také příčinou, jelikož neponorné snímače byly vždy umístěny na vzduchu, takže i výchylka tělesa v daném místě byla pravděpodobně větší než na místě, kde byl ponorný snímač, tedy lépe vyhodnotitelná.

Z vyhodnocených dat vyplývá, že tvar tělesa má vliv na přídatné účinky kapaliny. Pokles první vlastní frekvence při ponoru 50 mm pod hladinu kapaliny tyče je pouze 5,5 % vlastní frekvence na vzduchu, pokles první vlastní frekvence pásu však dosahuje až 30 %. Stejně tak i poměrná přídatná hmotnost pásu byla vyhodnocena jako téměř desetkrát vyšší, než poměrná přídatná hmotnost tyče při plném ponoru pod hladinu kapaliny. Z analyzovaných dat vzešlo, že poměrný útlum tyče je svými hodnotami téměř dvojnásobně vyšší ve svém maximu, než poměrný útlum pásu při ponoru do vinné nádrže. Ponor do nádrží různých velikostí měl také vliv na dynamické vlastnosti těles. Zatímco pokles prvních vlastních frekvencí byl téměř identický, stejně tedy i poměrná přídatná hmotnost, nárůst poměrného útlumu se výrazně lišil. Ponorem těles do zahradní nádrže byl zaznamenán přibližně stejný nárůst poměrného útlumu u obou těles a to o 1,5 násobek hodnot na vzduchu, i když u tyče jsou vyhodnocené hodnoty poměrného útlumu mírně vyšší. Ponorem do vinné nádrže poměrný útlum tyče vzrostl o 2,5 násobek hodnoty útlumu na vzduchu a poměrný útlum pásu o 1,9 násobek hodnoty na vzduchu při ponoru 70-82 % délky těles. Zaznamenané výsledky se shodují s [7], že ve větší nádrži byl zaznamenán větší poměrný útlum.

Rozdíl přídatných účinků v závislosti na typu vlastního tvaru je také odlišný. Stejně jako bylo zmíněno v [7] [8] [9] i tato práce potvrzuje, že největší vliv má kapalina na první vlastní tvar. Tato analýza byla provedena pouze pro pás ve vinné nádrži a vyhodnocená data pro ohybový i torzní tvar byla vyhodnocena ze stejného záznamu, pouze z jiné frekvenční oblasti. Při ohybovém vlastním tvaru je vlastní frekvence pásu ovlivněna až o 30 %, kdežto při torzním tvaru kmitu je frekvence snížena pouze o 19 % vlastní frekvence na vzduchu. Přestože poměrný útlum torzního tvaru kmitu nabývá vyšších hodnot, jeho maximální hodnota je 1,36 násobkem poměrného útlumu na vzduchu a pro ohybový vlastní tvar 1,53 násobkem. Přídatná hmotnost kapaliny pro torzní tvar je poloviční oproti přídatné hmotnosti při ohybovém tvaru kmitu. Tento závěr může být způsoben samotným tvarem kmitu, kdy při torzním tvaru je uzel podél celého pásu uprostřed příčného řezu, takže ani výchylka tělesa není tak významná.

Závislost vyhodnocovaných charakteristik na odpovídajícím vlastním tvaru kmitu byla také vyhodnocena. Závislost frekvence i poměrného útlumu je velmi náchylná na to, která část tělesa je ponořena. Nárůst přídatné hmotnosti je ve všech podmínkách téměř konstantní. Pouze pro první vlastní ohybový tvar kmitu pásu je na průběhu přídatné hmotnosti také znatelná závislost na samotném tvaru kmitu. Jeho průběh je téměř inverzní k průběhu vlastní frekvence. Závislost na tvaru kmitu může být způsobena zejména velikostí vlivu v porovnání s ostatními zkoumanými tvary, potom i závislost více vynikla. Tedy tato závislost je velmi pravděpodobně i u dalších vyhodnocovaných tvarů kmitu, pouze není tak výrazná.

Většina vyhodnocovaných charakteristik má víceméně stejný průběh až na odchylky, které jsou v experimentálním procesu přirozené. Vliv budicího nástroje nebyla zcela prokázána, jelikož vyhodnocované průběhy z dat vybuzených gumovým i modálním kladívkem jsou velmi podobné ve svém průběhu i samotných hodnotách. Fakt, že závislost nebyla prokázána může být způsobeno podobným typem nástroje. Pokud by byl použit nástroj s větší tvrdostí, potom by mohly být vyvozené závěry jiné. Z naměřených dat vybuzených kladivou i ručním sekáčem není možné vyvodit vypovídající závěr, který by tento vliv potvrdil.

Použitelnost navržené metody byla ověřena. Navržená metoda je použitelná, ale poměrný útlum je velmi obtížné stanovit správně a vyhodnocené hodnoty je nutné ověřovat i nadále. V práci je určen poměrný útlum a ne přímo útlum tělesa, to je však možné se znalostí hmotnosti a odpovídající vlastní frekvence dopočítat. Dopočet nebyl v práci proveden, jelikož pro další použití a vyvození závěru by tyto hodnoty neměly využít.

Přestože v inženýrské praxi (nejen strojírenské) není výjimkou, že tělesa, systémy či určité části mechanismů se dostávají do kontaktu s tekutinou, většina dostupných materiálů se zabývá tělesy, které jsou alespoň jednou svou stranou pevně upnuté. Vzhledem k tomu nebylo možné porovnat přímé výsledky s obdobným experimentem jiného autora. Popsaná práce přináší pohled a ověření inženýrských předpokladů o dopadu postupného ponoru tělesa do kapaliny, vlivu velikosti nádrže a rozdílné geometrie těles na dynamické vlastnosti. Mimo jiné tato práce přináší také náhled na teoretické pozadí a způsob určení poměrného útlumu založený na základních dynamických principech.

12 Seznam použitých zdrojů

- [1] POWELL, J.H. a J.H.T. ROBERTS. On the frequency of vibration of circular diaphragms. *Proc. Phys. Soc. Lond.* 35. 1923, 170-182.
- [2] LAMB, H. On the vibrations of an elastic plate in contact with water. *Proc. Roy. Soc A* 98. 1921, 205-216.
- [3] HENGSTLER, Johannes A. N. Influence of the Fluid-Structure Interaction on the Vibrations of Structures [online]. Zürich, 2013 [cit. 2018-03-08]. Dostupné z: <https://www.research-collection.ethz.ch/bitstream/handle/20.500.11850/76519/eth-7837-02.pdf?sequence=2&isAllowed=y>. Disertační práce. ETH Zürich. Vedoucí práce Sick, M. a Dual, Jürg.
- [4] KUTS, V.A., S.M. NIKOLAEV a S.A. VORONOV. The Procedure for Subspace Identification Optimal Parameters Selection in Application to the Turbine Blade Modal Analysis. *Procedia Engineering*. 2017, 176, 56-65. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.02.273. ISSN 18777058. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877705817307816>
- [5] NYMAN, Timmy. Experimental Investigation of Added Mass and Damping on a Model Kaplan Turbine for Rotor Dynamic Analysis. Luleå, 2018. Independent thesis Advanced level (professional degree). Luleå University of Technology, Department of Engineering Sciences and Mathematics. Vedoucí práce Berhanu, Mulu, PhD.
- [6] LINDHOLM, U.S., D.D. KANA a W.H. CHU. Elastic vibration characteristics of cantilever plates in water. *J. Ship Res.* 1965, 9(1), 11-12.
- [7] SEDLAR, Damir, Željko LOZINA a Damir VUČINA. Experimental investigation of the added mass of the cantilever beam partially submerged in water. *Technički vjesnik*. 2011, 18(4), 589-594. ISSN 1330-3651.
- [8] HADDARA, M.R. a S. CAO. A study of the dynamic response of submerged rectangular flat plates. *Marine Structures*. 1996, 9(10), 913-933. DOI: 10.1016/0951-8339(96)00006-8. ISSN 09518339. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0951833996000068>
- [9] Vu, V., Thomas, M., Lakis, A., and Marcouiller, L., Effect of added mass on submerged vibrated plates. *Proceedings of the 25th Seminar on Machinery Vibration*. 2007, Canadian Machinery Vibration Association, Saint John, NB40.1-40.15.
- [10] ERGIN, A a B UĞURLU. Linear vibration analysis of cantilever plates partially submerged in fluid. *Journal of Fluids and Structures*. 2003, 17, 927-939.
- [11] BUTTERWORTH, John, Jin Hee LEE a Barry DAVIDSON. Experimental determination of modal damping from full scale testing. 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, B.S., Canada, 2004, Paper No. 310.

- [12] LITTLER, J.D. An assessment of some of the different methods for estimating damping from full-scale testing. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 1995, 57(2-3), 179-189. DOI: 10.1016/0167-6105(94)00109-Q. ISSN 01676105. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/016761059400109Q>
- [13] The Fundamentals of Modal Testing: Application Note 243 - 3. Agilent Technologies: Innovating the HP Way [online]. U.S.A., 2000 [cit. 2018-03-11]. Dostupné z: <http://www.modalshop.com/techlibrary/Fundamentals%20of%20Modal%20Testing.pdf>
- [14] HABÁN, Vladimír. Přednášky z předmětu Dynamika energetických strojů a jejich příslušenství: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Odbor fluidního inženýrství Viktora Kaplana. 2017.
- [15] JULIŠ, Karel a Rudolf BREPTA. *Mechanika: II. díl, Dynamika*. Praha: SNTL, 1987. Technický průvodce.
- [16] PEETERS, Bart a Guido DE ROECK. Stochastic System Identification for Operational Modal Analysis: A Review. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. 2001, 123(4), 659-. DOI: 10.1115/1.1410370. ISSN 00220434. Dostupné také z: <http://DynamicSystems.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1409239>
- [17] KAREEM, A. a K. GURLEY. Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainty. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 1996, 59(2-3), 131-157. DOI: 10.1016/0167-6105(96)00004-9. ISSN 01676105. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0167610596000049>
- [18] KOTOUČEK, M., J. SKOPALOVÁ a P. ADAMOVSÝ. 4. HODNOCENÍ ANALYTICKÝCH VÝSLEDKŮ: 4.2. Náhodné chyby. PŘÍKLADY Z ANALYTICKÉ CHEMIE [online]. Univerzita Palackého: Katedra analytické chemie [cit. 2018-04-28]. Dostupné z: <http://ach.upol.cz/ucebnice/hodnoceni3.htm>
- [19] MAGALHAES, Filipe, Edwin REYNDERS, Alvaro CUNHA a Guido DE ROECK. Online automatic identification of modal parameters of a bridge using the p-LSCF method. 3rd International Operational Modal Analysis Conference. Portonovo, 2009, 3.
- [20] MAGALHÃES, Filipe, Álvaro CUNHA, Elsa CAETANO a Rune BRINKER. Damping estimation using free decays and ambient vibration tests. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2010, 24(5), 1274-1290. DOI: 10.1016/j.ymssp.2009.02.011. ISSN 08883270. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0888327009000727>
- [21] KERBOUA, Y., A.A. LAKIS, M. THOMAS a L. MARCOUILLER. Vibration analysis of rectangular plates coupled with fluid. *Applied Mathematical Modelling*. 2008, 32(12), 2570-2586. DOI: 10.1016/j.apm.2007.09.004. ISSN 0307904X. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0307904X07002260>
- [22] LIANG, Cho-Chung, Ching-Chao LIAO, Yuh-Shiou TAI a Wen-Hao LAI. The free vibration analysis of submerged cantilever plates. *Ocean Engineering*. 2001, 28(9), 1225-1245. DOI: 10.1016/S0029-8018(00)00045-7. ISSN 00298018. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0029801800000457>

- [23] KWAK, M.K. HYDROELASTIC VIBRATION OF CIRCULAR PLATES. *Journal of Sound and Vibration*. 1997, 201(3), 293-303. DOI: 10.1006/jsvi.1996.0775. ISSN 0022460X. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X96907750>
- [24] AMABILI, M., G. FROSALI a M.K. KWAK. FREE VIBRATIONS OF ANNULAR PLATES COUPLED WITH FLUIDS. *Journal of Sound and Vibration*. 1996, 191(5), 825-846. DOI: 10.1006/jsvi.1996.0158. ISSN 0022460X. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X96901583>
- [25] KWAK, M.K. a S.-B. HAN. EFFECT OF FLUID DEPTH ON THE HYDROELASTIC VIBRATION OF FREE-EDGE CIRCULAR PLATE. *Journal of Sound and Vibration*. 2000, 230(1), 171-185. DOI: 10.1006/jsvi.1999.2608. ISSN 0022460X. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X99926081>
- [26] CONCA, C., A. OSSES a J. PLANCHARD. Added mass and damping in fluid-structure interaction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1997, 146(3-4), 387-405. DOI: 10.1016/S0045-7825(96)01246-7. ISSN 00457825. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045782596012467>
- [27] OVERSCHEE, Peter van. a Bart L. R. de MOOR. *Subspace identification for linear systems: theory, implementation, applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers, c1996. ISBN 07-923-9717-7

13 Seznam použitých symbolů a zkratk

Symbols

A	[m, m.s ⁻²]	amplituda kmitu
b	[-]	pomocné konstanty v popisu hybridní metody
a	[-]	pomocné konstanty v popisu hybridní metody
b_p	[-]	poměrný útlum
d	[m]	průměr tyče
f	[Hz]	frekvence
f_{res}	[Hz]	vlastní frekvence použitá v literatuře
F	[N]	budicí síla
F_0	[N]	amplituda síly
h	[m]	hloubka ponoru
K	[-]	pomocné konstanty v popisu hybridní metody
k	[m.N ⁻¹]	tuhost
L	[-]	označení interalu pro vyhodnocení dat
m	[kg]	hmotnost
m_p	[kg]	přídavná hmotnost
m_t	[kg]	hmotnost tělesa
n	[1]	množství odpovídajícího spektra či počet částí
s	[-]	směrodatná odchylka
S_k	[m ²]	plocha příčného průřezu kmitající kapaliny
S_t	[m ²]	plocha příčného průřezu tělesa
t	[s]	čas
t	[m]	tloušťka pásu
t_α	[-]	kritická hodnota Studentova rozdělení
u	[m]	posuv (amplituda posuvu)
V_j	[m ³]	objem jedné části tělesa
V_k	[m ³]	objem kapaliny
V_t	[m ³]	objem tělesa
x, \dot{x}, \ddot{x}	[m, m.s ⁻¹ , m.s ⁻²]	posuv, rychlost, zrychlení
x_m	[m]	aproximovaná výchylka
α	[-]	hladina významnosti
η	[-]	poměrné naladění
ξ	[-]	poměrný útlum použitý v literatuře
ρ	[kg.m ⁻³]	hustota
ρ_t	[kg.m ⁻³]	hustota tělesa (Ocel = 7850kg.m ⁻³)
ρ_p	[kg.m ⁻³]	přídavná hustota
ω	[rad.s ⁻¹]	vlastní úhlová frekvence
Ω_0	[Hz]	vlastní frekvence

Zkratky

FFT	Fourierova transformace
ppt	pravděpodobností

14 Seznam obrázků a tabulek

Seznam obrázků

1	Záznam volného útlumu [11]	14
2	Analyzovaný výběr [11]	14
3	Proložení lokálních maxim záznamu exponenciální křivkou [13]	15
4	Metodika stanovení tlumení z nominální šířky pásma [11]	15
5	Zvolená geometrie: a - tyč kruhového průřezu, b - pás obdélníkového tvaru . . .	19
6	Zahradní nádrž	19
7	Vinná nádrž	19
8	Názorné označení ponoru tyče do vinné nádrže s kapalinou	20
9	Vinná nádrž s tyčí	20
10	Detail tyče ve vinné nádrži	20
11	Názorné označení ponoru tyče do zahradní nádrže s kapalinou	21
12	Zahradní nádrž s tyčí	21
13	Detail tyče v zahradní nádrži	21
14	Názorné označení ponoru pásu do vinné nádrže s kapalinou	22
15	Vinná nádrž s pásem	22
16	Detail pásu ve vinné nádrži	22
17	Názorné označení ponoru pásu do zahradní nádrže s kapalinou	23
18	Zahradní nádrž s pásem	23
19	Ponořený pás v zahradní nádrži	23
20	Budicí nástroje	24
21	Použití ručního sekáče	24
22	Neponorné snímače	25
23	Ponorný snímač	25
24	Budicí místa a umístění snímačů, a - pás, b - tyč	26
25	Označení jednotlivých měření	27
26	Volba časového úseku ze záznamu	28
27	Ukázka frekvenční oblasti po Fourierově transformaci	28
28	Vliv posuvu celého časového úseku o 29 600 krocích od počátku záznamu výchylky	29
29	Posun celého časového úseku od počátku - osa x v obrázku 28	29
30	Vliv posuvu zadní hranice časového úseku s počátečním odsazením 2 300 kroků	30
31	Posun zadní hranice časového úseku - osa x v obrázku 30	30
32	Výběr lokální maximální amplitudy v závislosti na délce časového úseku	31
33	Výběr lokální maximální amplitudy	31
34	Výsledná poloha a délka časového úseku	32
35	Shoda amplitudové charakteristiky	33
36	Shoda fázové charakteristiky	33
37	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	35
38	Vliv ponoru na poměrný útlum	35
39	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	36
40	Vliv ponoru na poměrný útlum	36
41	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	37
42	Vliv ponoru na poměrný útlum	37
43	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	38
44	Vliv ponoru na poměrný útlum	38
45	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	39

46	Vliv ponoru na poměrný útlum	39
47	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	40
48	Vliv ponoru na poměrný útlum	40
49	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	41
50	Vliv ponoru na poměrný útlum	41
51	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	42
52	Vliv ponoru na poměrný útlum	42
53	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	43
54	Vliv ponoru na poměrný útlum	43
55	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	44
56	Vliv ponoru na poměrný útlum	44
57	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	45
58	Vliv ponoru na poměrný útlum	45
59	Vliv ponoru na první vlastní frekvenci	46
60	Vliv ponoru na poměrný útlum	46
61	Vliv ponoru na třetí vlastní frekvenci	47
62	Vliv ponoru na poměrný útlum	47
63	Vliv ponoru na třetí vlastní frekvenci	48
64	Vliv ponoru na poměrný útlum	48
65	Vliv ponoru na třetí vlastní frekvenci	49
66	Vliv ponoru na poměrný útlum	49
67	Vliv ponoru na třetí vlastní frekvenci	50
68	Vliv ponoru na poměrný útlum	50
69	Ponor tělesa do kapaliny a kmitající kapalina, a - kolem tyče, b - kolem pásu	52
70	Rozdělení tyče na části	54
71	Rozdělení pásu na části	54
72	Diskretizace tyče	54
73	Diskretizace pásu	54
74	Závislost přídatné hustoty na ponoru tyče	55
75	Závislost přídatné hmotnosti na ponoru tyče	56
76	Závislost charakteristického rozměru na ponoru tyče	56
77	Závislost přídatné hustoty na ponoru pásu - Ohybový tvar	57
78	Závislost přídatné hmotnosti na ponoru pásu - Ohybový tvar	58
79	Závislost charakteristického rozměru na ponoru pásu - Ohybový tvar	58
80	Závislost přídatné hustoty na ponoru pásu - Torzní tvar	59
81	Závislost přídatné hmotnosti na ponoru pásu - Torzní tvar	60
82	Závislost charakteristického rozměru na ponoru pásu - Torzní tvar	60
83	Porovnání metod určení přídatné hmotnosti - ohybový tvar kmitu	61
84	Porovnání metod určení přídatné hmotnosti - torzní tvar kmitu	61
85	Porovnání vlivu nádrže, neponorný snímač - geometrie A a B	62
86	Porovnání vlivu nádrže, neponorný snímač - geometrie C a D	63
87	Porovnání vlivu nádrže, ponorný snímač - geometrie C a D	64
88	Porovnání vlivu tvaru tělesa, ponorný snímač - frekvence	64
89	Porovnání vlivu tvaru tělesa, neponorný snímač - poměrný útlum	65
90	Porovnání vlivu tvaru tělesa, ponorný snímač - poměrná přídatná hmotnost	65
91	Porovnání vlivu na frekvenci, ohyb - torze	66
92	Porovnání vlivu na poměrný útlum, ohyb - torze	67
93	Porovnání vlivu na přídatnou hmotnost, ohyb - torze	67
94	První ohybový tvar kmitu tyče a účinky kapaliny	68

95	Ohybový tvar kmitu pásu	69
96	Torzní tvar kmitu pásu	70

Seznam tabulek

1	Materiálové vlastnosti	53
2	Přídavná hustota a charakteristický rozměr kmitající kapaliny	55
3	Přídavná hustota a charakteristický rozměr kmitající kapaliny	57
4	Přídavná hustota a charakteristický rozměr kmitající kapaliny	59