VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

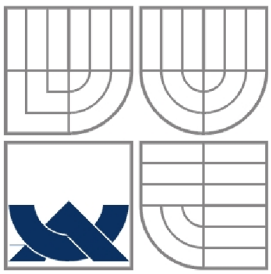
DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

DYNAMICKÝ MODEL STEJNOSMERNÉHO MOTORU S VYUŽITÍM METODY KONECNÝCH PRVKU

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

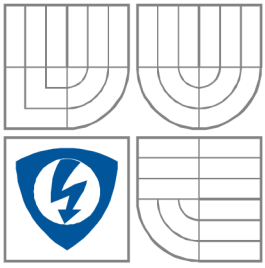
AUTOR PRÁCE Bc. MICHAL GOTTWALD
AUTHOR

BRNO 2011



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

DYNAMICKÝ MODEL STEJNOSMERNÉHO MOTORU S VYUŽITÍM METODY KONECNÝCH PRVKU

DYNAMIC SIMULATION OF DC MOTOR USING FEM

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE — Bc. MICHAL GOTTWALD

AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — Ing. ONDREJ VÍTEK, Ph.D.

SUPERVISOR

BRNO, 2011

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Diplomová práce

Magisterský navazující studijní obor

Silnoproudá elektrotechnika a výkonová elektronika

Student: Bc. Michal Gottwald ***ID:*** 128938

Ročník: 2 ***Akademický rok:*** 2010/11

NÁZEV TÉMATU:

Dynamický model stejnosměrného motoru s využitím metody konečných prvků

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Popište konstrukce stejnosměrného motoru a možnosti řešení elektromagnetických polí metodou konečných prvků (MKP).
2. Vypočtěte parametry zadaného stejnosměrného motoru analyticky a pomocí MKP a experimentálně je ověřte.
3. Na základě těchto parametrů sestavte dynamický model stejnosměrného motoru v programu MATLAB. Proveďte měření a srovnejte výsledky.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Dle pokynů vedoucího

Termín zadání: 23.9.2010 ***Termín odevzdání:*** 23.5.2011

Vedoucí projektu: Ing. Ondřej Vítek, Ph.D.

doc. Ing. Čestmír Ondrůšek, CSc.

předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následku porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku c.40/2009 Sb.

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá dynamickým modelem konkrétního stejnosměrného motoru s parametry získanými z výpočtu a z programu využívající metody konečných prvků. Ukazuje, jak moc přesných výsledků lze v modelu dosáhnout, vychází-li se jen z hodnot, které lze na motoru změřit, naměřit nebo spočítat. Práce se skládá ze tří částí. Nejprve je popsána stavba a funkce stejnosměrného motoru a základní princip a využití MKP. Následuje výpočet parametrů analyticky a numericky. Do hledaných parametrů patří moment, odpor a indukčnost vinutí kotvy, odpor a indukčnost budícího vinutí. A poslední část je věnována samotné tvorbě dynamického modelu. V závěru práce jsou porovnány výsledky z dynamického modelu s naměřenými hodnotami.

Abstract

My diploma thesis deals with a specific dynamic model of DC motor with the parameters obtained from the calculation and from the program using the finite element method. It shows how much accurate results can be achieved in the model, if you use only the values which can be measured, recorded and calculated on the engine. This thesis contens three parts. First part describes the structure and function of DC motor and the basic principle and the use of FEM. Next is calculation analytical and numerical parameters. The search parameters include torque, resistance and inductance of armature winding, resistance and inductance of excitation windings. The last part is dedicated to creating a dynamic model. Results from the dynamic model and measured values are compared in the conclusion of my thesis.

Klíčová slova

dynamický model; indukčnost; komutace; metoda konečných prvků; měření; moment; odpor; stejnosměrný motor; výpočet

Keywords

calculation; commutation; direct current motor; dynamic model; finite element method; inductance; measurement; resistance; torque;

Bibliografická citace

GOTTWALD, M. *Dynamický model stejnosměrného motoru s využitím metody konečných prvků.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2011. 69 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Ondřej Vítek, Ph.D..

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Dynamický model stejnosměrného motoru s využitím metody konečných prvků jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne …… Podpis autora ……..

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce Ing. Ondřeji Vítkovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne …… Podpis autora ……..

Obsah

SEZNAM OBRÁZKŮ **9**

SEZNAM TABULEK **11**

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK **12**

1 ÚVOD **14**

2 TEORIE A MOŽNOSTI MODELOVÁNÍ STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU **14**

2.1 KONSTRUKCE STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU **14**

2.2 FUNKCE STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU **15**

2.3 VINUTÍ **16**

2.3.1 VINUTÍ NA KOTVĚ 16

2.4 JEVY VE STEJNOSMĚRNÉM STROJI **18**

2.4.1 REAKCE KOTVY 18

2.4.2 KOMUTACE 20

2.5 DRUHY STEJNOSMĚRNÝCH MOTORŮ **21**

2.6 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ **21**

2.6.1 FEMM 21

3 ANALÝZA ZKOUMANÉHO MOTORU **22**

3.1 KOMUTACE CÍVEK **28**

4 ANALYTICKÝ VÝPOČET STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU **28**

4.1 MOMENT **28**

4.2 ODPORY VINUTÍ **29**

4.2.1 VÝPOČET ODPORU KOTVY R_a 29

4.2.2 VÝPOČET ODPORU BUDÍCÍHO VINUTÍ R_b 30

4.3 VÝPOČET INDUKČNOSTÍ MOTORU **31**

4.3.1 VÝPOČET INDUKČNOSTI VINUTÍ ROTORU 32

4.3.2 VÝPOČET INDUKČNOSTI BUDÍCÍHO VINUTÍ 34

5 MODEL V PROGRAMU FEMM **37**

6 MĚŘENÍ PARAMETRŮ MOTORU **41**

6.1 ODPORY VINUTÍ MOTORU **41**

6.1.1 ODPOR VINUTÍ ROTORU R_a (OHMMETR) 41

6.1.2 ODPOR ROTORU R (VOLTAMPÉROVÁ CHARAKTERISTIKA) 41

6.1.3 ODPOR BUDÍCÍHO VINUTÍ R_b (OHMMETR) 43

6.1.4 ODPOR BUDÍCÍHO VINUTÍ R_b (VOLTAMPÉROVÁ CHARAKTERISTIKA) 43

6.2 INDUKČNOSTI VINUTÍ **44**

6.2.1 INDUKČNOST VINUTÍ ROTORU L_a 44

6.2.2 INDUKČNOST BUDÍCÍHO VINUTÍ 47
6.3 MĚŘENÍ MECHANICKÉHO MOMENTU 48
6.4 POROVNÁNÍ PARAMETRŮ 48
7 DYNAMICKÝ MODEL MOTORU 49
7.1 MĚŘENÍ USTÁLENÝCH HODNOT 49
7.2 TVORBA DYNAMICKÉHO MODELU 52
7.3 PRVKY DYNAMICKÉHO MODELU 54
7.3.1 ODPOR A INDUKČNOST VINUTÍ ROTORU A BUDÍCÍHO VINUTÍ 54
7.3.2 NAPĚŤOVÝ ÚBYTEK NA KARTÁČÍCH $u_{kartáče}$ 55
7.3.3 ROTAČNÍ INDUKČNOST G_{db} ZÍSKANÁ VÝPOČTEM 56
7.3.4 ROTAČNÍ INDUKČNOST ZÍSKANÁ Z FEMMU 56
7.3.5 MECHANICKÝ MOMENT MMECH 59
7.3.6 MOMENT SETRVAČNOSTI J 59
7.3.7 VNITŘNÍ ODPOR ZDROJE R_{ia} 60
7.4 POROVNÁNÍ USTÁLENÝCH HODNOT Z MĚŘENÍ A MODELU 62
7.5 DYNAMICKÉ MĚŘENÍ 62
8 ZÁVĚR 67
LITERATURA 69

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 2.1: Složení stejnosměrného motoru. [5] 15
Obr. 2.2: Princip stejnosměrného motoru. [2] 16
Obr. 2.3: Smyčkové vinutí. [5] 17
Obr. 2.4: Vlnové vinutí. [5] 17
Obr. 2.5 Zobrazení magnetického toku a průběhu indukce. [2] 18
Obr. 2.6 Zobrazení magnetického toku a průběhu indukce. [2] 19
Obr. 2.7: Vliv reakce kotvy. [2] 19
Obr. 2.8: Kompenzační vinutí. [2] 20
Obr. 2.9: Druhy stejnosměrných motorů. [5] 21
Obr. 2.10: Editor pro nákres modelu programu FEMM. 22
Obr. 3.1: Výkres stejnosměrného motoru NK3K8 od firmy ATAS elektromotory 23
Obr. 3.2: Fotografie rotoru motoru NK3K8. 24
Obr. 3.3: Fotografie statoru motoru NK3K8. 24
Obr. 3.4: Magnetická indukce ve vzduchové mezeře B_δ *a* 26
Obr. 4.1: Tok v magnetickém obvodu motoru při $I_a = 3{,}15A$ *a* $I_b = 0A$ 32
Obr. 4.2: Tok v magnetickém obvodu motoru při $I_a = 0A$ *a* $I_b = 0{,}3A$ 34
Obr. 5.1: Nákres magnetického obvodu motoru. 37
Obr. 5.2: Detail rotoru. 38
Obr. 5.3: Model magnetického obvodu motoru. 39
Obr. 5.4: Hodnoty magnetické indukce a toku v modelu. 40
Obr. 6.1: Zapojení pro měření VA-charakteristiky odporu rotoru. 42
Obr. 6.2: Zapojení pro měření VA-charakteristiky odporu budícího vinutí. 43
Obr. 6.3: Zapojení pro měření indukčnosti kotvy. 44
Obr. 6.4: Průběh proudu vinutí kotvy při přechodovém jevu (měření na lamelách). 45
Obr. 6.5: Průběh proudu vinutí kotvy při přechodovém jevu (měření na vodičích). 46
Obr. 6.6: Zapojení pro měření indukčnosti budícího vinutí. 47
Obr. 6.7: Průběh proudu budícího vinutí při přechodovém jevu. 47
Obr. 7.1: Štítek dynamometru ASD 10K-2. 49
Obr. 7.2: Momentová charakteristika motoru. 51
Obr. 7.3: Motor NK3K8 spojený s dynamometrem ASD 10K-2. 51
Obr. 7.4: Schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením. 52

Obr. 7.5: Dynamický model stejnosměrného motoru v programu MATLAB. *54*

Obr. 7.6: Křivka kovografitového materiálu. *55*

Obr. 7.7: Průběh naměřeného napětí a proudu vinutím kotvy. *61*

Obr. 7.8: Průběhy proudu vinutím kotvy z modelu a měření při napětí $U_a = 12V$ *(moment setrvačnosti* $J = 0,01kg \cdot m^2$*).* *63*

Obr. 7.9: Průběhy proudu vinutím kotvy z modelu a měření při napětí $U_a = 24V$ *(moment setrvačnosti* $J = 0,01kg \cdot m^2$*).* *64*

Obr. 7.10: Průběhy proudu vinutím kotvy z modelu a měření při napětí $U_a = 24V$ *(moment setrvačnosti* $J = 0,018kg \cdot m^2$*).* *64*

Obr. 7.11: Průběhy proudu a napětí vinutí kotvy z modelu a měření. *65*

Obr. 7.12: Průběhy proudu vinutím kotvy a budícího vinutí z modelu a měření. *65*

Obr. 7.13: Průběhy proudu a napětí budícího vinutí z modelu a měření. *66*

SEZNAM TABULEK

Tabulka 3.1 Štítkové hodnoty motoru 23
Tabulka 3.2 Naměřené ustálené hodnoty na motoru 23
Tabulka 3.3 Spočítané a změřené hodnoty na motoru 25
Tabulka 4.1 Použité permeability 31
Tabulka 5.1 Souhrn hodnot parametrů z modelu a výpočtu 40
Tabulka 6.1 Naměřené hodnoty R_a 41
Tabulka 6.2 Výpočty odporů z naměřených hodnot 42
Tabulka 6.3 Výpočty odporů R_b *z naměřených hodnot* 43
Tabulka 6.4 Srovnání hodnot parametrů z výpočtu, modelu a měření 48
Tabulka 7.1 Ustálené hodnoty při měření motoru naprázdno 50
Tabulka 7.2 Ustálené hodnoty při měření motoru zatíženého dynamometrem 50
Tabulka 7.3 Použité hodnoty parametrů v dynamickém modelu 54
Tabulka 7.4 Velikost napětí na kartáčích při konkrétním proudu 55
Tabulka 7.5 Velikost rotační indukčnosti zatíženého a nezatíženého motoru 56
Tabulka 7.6 Velikost mechanického momentu pro konkrétní proudy 59
Tabulka 7.7 Velikost ustálených hodnot z modelu a měření 62
Tabulka 8.1 Srovnání dat z výpočtu, modelu a měření 67

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

MKP	Metoda Konečných Prvků
FEMM	Finite Element Method Magnetics

Značka	Veličina	Jednotka
2·a	Počet paralelních větví	
2·p	Počet pólů	
A	Lineární proudová hustota	$A \cdot m^{-1}$
B_δ	Magnetická indukce ve vzduchové mezeře	T
D	Průměr kotvy	m
f	frekvence	Hz
G_{db}	Rotační indukčnost	H
I_a	Proud ve vinutí kotvy	A
I_b	Proud v budícím vinutí	A
J	Moment setrvačnosti	$kg \cdot m^2$
K	Počet lamel komutátoru	
L_a	Indukčnost vinutí kotvy	H
L_b	Indukčnost budícího vinutí	H
lč	Délka čela	m
Le	Délka kotvy	m
lva	Střední délka jednoho vodiče kotvy	m
m	Hmotnost	kg
M	Moment	N·m
m_e	Mechanický moment	N·m
m_i	Vnitřní moment	N·m
n	Otáčky	$1 \cdot min^{-1}$
N_b	Počet vodičů budícího vinutí	
N_d	Počet vodičů v držce	
N_s	Počet závitů v sérii	
P_2	Výkon	W

Q	Počet drážek rotoru	
r	Poloměr	m
R_a	Odpor vinutí kotvy	Ω
R_b	Odpor budícího vinutí	Ω
R_m	Magnetický odpor	H^{-1}
S_{va}	Průřez vodiče kotvy	m^2
S_{vb}	Průřez vodiče budícího vinutí	m^2
t	Čas	s
U_a	Napětí ve vinutí kotvy	V
U_b	Napětí v budícím vinutí	V
V	Objem	m^3
α	pólové krytí	
δ	Velikost vzduchové mezery	m
μ_0	Permeability vakua	$H \cdot m^{-1}$
μ_r	Relativní permeabilita	
ρ	Měrný odpor vodiče	Ω·m
σ_a	Proudová hustota vinutí kotvy	$A \cdot mm^{-2}$
σ_b	Proudová hustota budícího vinutí	$A \cdot mm^{-2}$
τ	Časová konstanta	s
τ_p	Pólová rozteč	m
Ψ	Magnetický tok	Wb
ω	úhlová rychlost	$rad \cdot s^{-1}$

1 ÚVOD

Při návrhu motorů se stále častěji používají různé simulační prostředky, které umožňují graficky zobrazit různé fyzikální veličiny v různých stavech motoru. Pomocí modelů se mohou odhalit chyby, které jsou ve výpočtech často schovány. Modely šetří čas a peníze, a proto se v průmyslu hojně využívají.

Tato práce neřeší tvorbu modelu z návrhu, ale ze skutečného motoru. Vznikají dva modely. První, který pracuje na principu MKP, se použije pro získání parametrů motoru a druhý pro tvorbu samotného dynamického modelu. Výsledkem práce je porovnání hodnot naměřených s hodnotami namodelovanými.

2 TEORIE A MOŽNOSTI MODELOVÁNÍ STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU

Stejnosměrný motor patří mezi nejstarší stroje. Jeho využití bylo široké. Nástupem polovodičové techniky, která dokáže usměrnit střídavý proud na stejnosměrný, se jeho používání začalo razantně snižovat. Ale zásluhou dobrých regulačních vlastností, malých hmotností a velikého záběrného momentu se stále aplikuje v různých oblastech průmyslu.

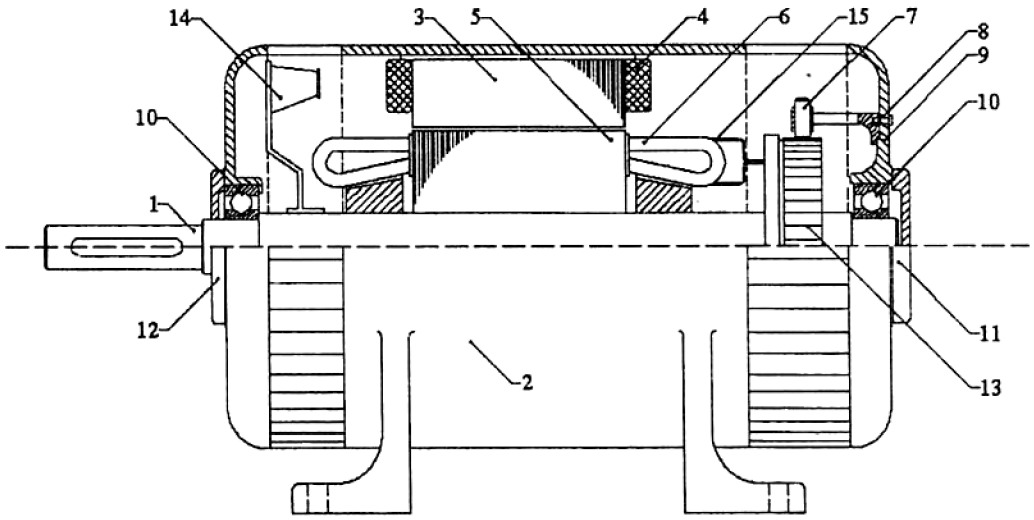
2.1 Konstrukce stejnosměrného motoru

Stejnosměrný motor se skládá z rotoru a statoru. Rotor je od statoru oddělen vzduchovou mezerou. Rotor neboli kotva má tvar válce a obsahuje komutátor, vinutí a hřídel. Komutátor tvoří měděné lamely, které jsou navzájem izolovány komutátorovým mikanitem. Na lamely komutátoru dosedají uhlíkové kartáče. Ty tvoří sběrací ústrojí, které zajišťuje převod proudu mezi vnějším obvodem a vinutím kotvy. Kartáče jsou ukotveny v držákách kartáčů, které jsou vyrobeny z mosazného plechu. Kartáče se dělí podle polohy na komutátoru na radiální, reakční a vlečné. U radiálního provedení je kartáč ve směru osy komutátoru. Používá se pro oba směry otáčení. Další provedení je reakční, kde je kartáč nakloněn o 60° ve směru točení. Tato poloha snižuje tření v kartáči. Nevýhodou je však, že lze použít jen pro jeden směr otáčení. Poslední provedení je vlečné, kde je kartáč natočen o 8° ve směru točení. Toto postavení kartáčů může být použito rovněž jen pro jeden směr otáčení. Avšak jeho výhodou je menší tření a lepší komutační vlastnosti.

Vinutí rotoru je složeno z více cívek. Jejich vývody se vkládají do výřezu lamel. Kvůli odstředivé síle jsou čela cívek opatřeny bandáží z pocínovaného ocelového drátu. Vinutí je uloženo v drážkách. Protože v rotoru dochází ke střídavé magnetizaci, musí být jeho magnetický obvod složen z elektrotechnických plechů, které jsou od sebe rovněž odděleny izolací.

Stator tvoří magnetický obvod neboli jho. Ke statoru jsou připevněny hlavní a pomocné póly. Magnetický tok je veden mezi póly jha. Samotné jho může být vyrobeno z magneticky měkké oceli nebo z ocelových plechů, které jsou od sebe odděleny izolací. Pokud obvodem prochází stálý magnetický tok, tak se jako materiál volí magneticky měkká ocel. Avšak pokud obvodem prochází proměnné napětí, tak se musejí použít ocelové plechy. Pokud by se tak neučinilo, byly by veliké ztráty v železe vířivými proudy. Potlačení účinků vířivých proudů se dosáhne rovněž zvýšením měrného odporu železa přidáním křemíku. Křemík zvyšuje tvrdost a křehkost plechů. Přidávají se asi 4%.

Na hlavních pólech je umístěno budící vinutí. Budící cívky jsou zapojeny do série. Hlavní póly jsou opatřeny pólovými nástavci, které zlepšují magnetickou indukci ve vzduchové mezeře. Hlavní póly jsou vyrobeny z plechů. Mezi hlavní póly jsou umístěny pomocné póly, které jsou naopak vyrobeny z masivního kovu. Jsou užší a nemají pólové nástavce. Vinutí pomocných pólů je zapojeno do série s vinutím kotvy. Pomocné póly se používají pro zlepšení vlastností motoru.



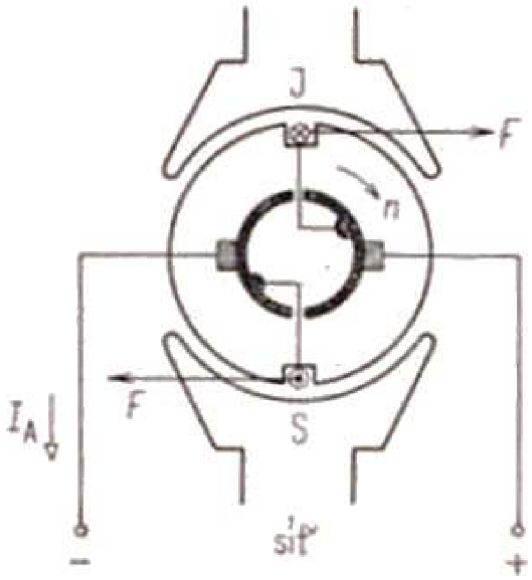
Obr. 2.1: Složení stejnosměrného motoru. [5]

Legenda: 1 – volný konec hřídele, 2 - statorová kostra, 3 – hlavní pól, 4 – budící vinutí, 5 – rotor, 6 – vinutí rotoru, 7 – držák kartáče, 8 – brejle, 9 – přední víko motoru, 10 – ložiska, 11 – víko předního ložiska, 12 – víko zadního ložiska, 13 – komutátor, 14 – ventilátor, 15 – vývod rotorového vinutí na komutátor

2.2 Funkce stejnosměrného motoru

Stejnosměrný motor je založen na principu působení sil na vodič protékaný proudem, který je umístěn v magnetickém poli. Na komutátor se přivede stejnosměrný proud. Tento proud začne protékat cívkou kotvy, na kterou, díky umístění v magnetickém poli, začne působit magnetická síla. Směr této síly se určuje pomocí Flemingova pravidla levé ruky.

Aby se kotva otáčela o 360°, musí se smysl proudu, při přechodu jednoho pólu ke druhému, změnit. Tuto změnu proudu v rotorovém vinutí zařizuje komutátor.



Obr. 2.2: Princip stejnosměrného motoru. [2]

2.3 Vinutí

Vinutí v stejnosměrném motoru je buď soustředěné, nebo rozložené. Soustředěné vinutí cívky se nachází na pólech statoru a rozložené vinutí cívek je uloženo v drážkách rotoru. Pro funkci stejnosměrného stroje je mnohem důležitější vinutí v rotoru.

2.3.1 Vinutí na kotvě

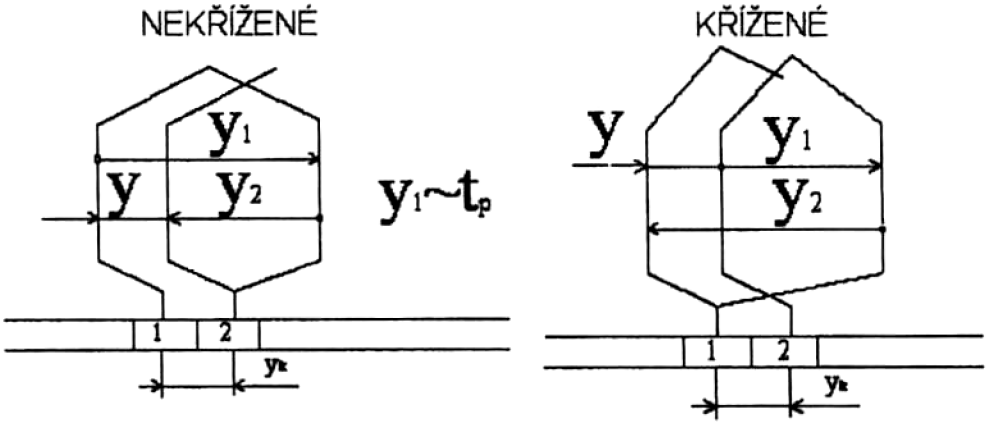
Vinutí na kotvě se skládá z více cívek, které jsou vhodným způsobem vloženy do lamel komutátoru. Tyto cívky obsahují dvě strany a dvě čela. Cívkové strany jsou vloženy do drážek, které se nacházejí po obvodu kotvy. Podle počtu cívkových stran vložených do drážek rozdělujeme vinutí na jednovrstvé a dvouvrstvé. Vinutí jednovrstvé má v drážce jen jednu cívkovou stranu a vinutí dvouvrstvé jich tam má vloženy dvě. Podle tvaru cívek rozdělujeme vinutí na smyčkové a vlnové.

2.3.1.1 Vinutí smyčkové

Smyčkové neboli paralelní vinutí má cívky ve tvaru smyčky. Toto vinutí může být v provedení kříženém nebo nekříženém. Nekřížené vinutí má komutátorový krok $y_K = 1$. To znamená, že konec cívky je napravo od začátku cívky. Naopak křížené vinutí má komutátorový krok $y_K = -1$. Vinutí se kříží. Konec cívky je nalevo od jeho začátku. Kvůli lepšímu navinutí se více používá vinutí nekřížené. Pro návrh vinutí platí, že počet lamel musí být dělitelným počtem pólových dvojic a počet paralelních větví se rovná počtu pólů.

$$2 \cdot a = 2 \cdot p \tag{2.1}$$

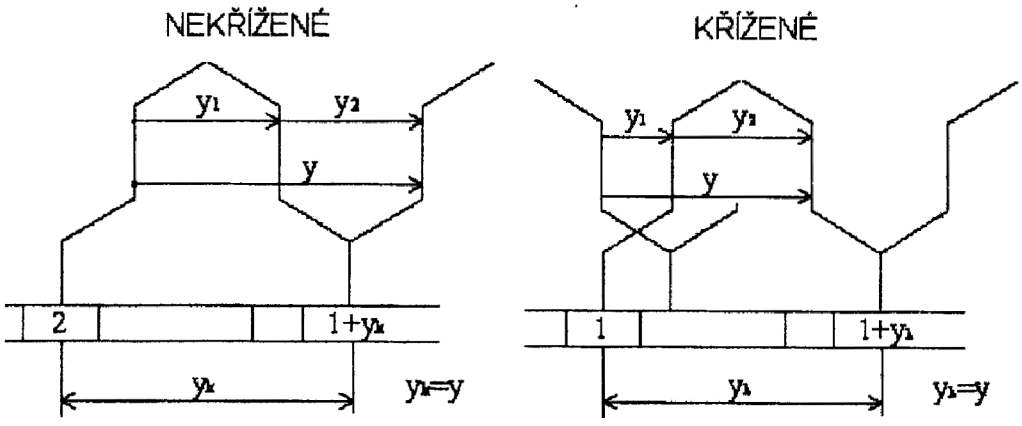
Vinutí smyčkové se taky nazývá jako vinutí paralelní, protože proud přenáší od jednoho kartáče ke druhému pomocí dvou paralelních větví. Smyčková vinutí se používá u větších motorů nebo u motorů s menším napětím.



Obr. 2.3: Smyčkové vinutí. [5]

2.3.1.2 Vinutí vlnové

Vlnové neboli sériové vinutí má cívky ve tvaru vlny. Vinutí může být rovněž nekřížené nebo křížené. Vlnové vinutí je pro návrh náročnější. Používá se u menších motorů nebo u motorů s větším napětím.



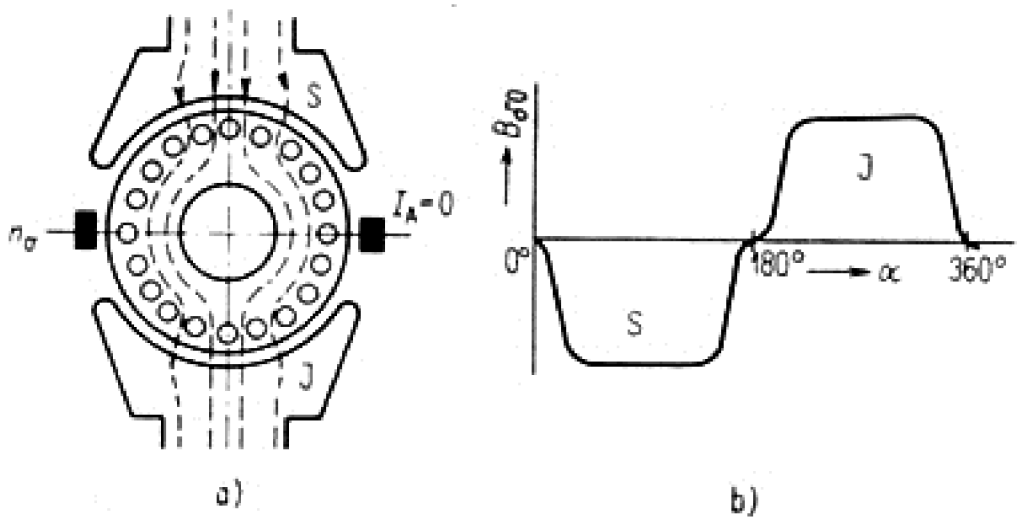
Obr. 2.4: Vlnové vinutí. [5]

2.4 Jevy ve stejnosměrném stroji

Stejnosměrný motor je elektromechanické zařízení, ve kterém dochází k přeměně elektrické energie na energii mechanickou. Při této přeměně dochází ve stroji k jevům, které ovlivňují funkci a bezchybný chod zařízení.

2.4.1 Reakce kotvy

Jedná se o jev, kdy magnetický tok kotvy ovlivňuje tok hlavních pólů. Pokud kotvou neprochází proud, tak magnetické pole zařízení tvoří jen vinutí hlavních pólů. Tento tok je zobrazen na obrázku 2.5 a). Průběh magnetické indukce je na obrázku 2.5 b). Na průběhu je vidět, že magnetická indukce ve vzduchové mezeře není všude stejná. V místě neutrální osy je nulová. Průběh magnetické indukce v každé větvi má lichoběžníkový tvar.

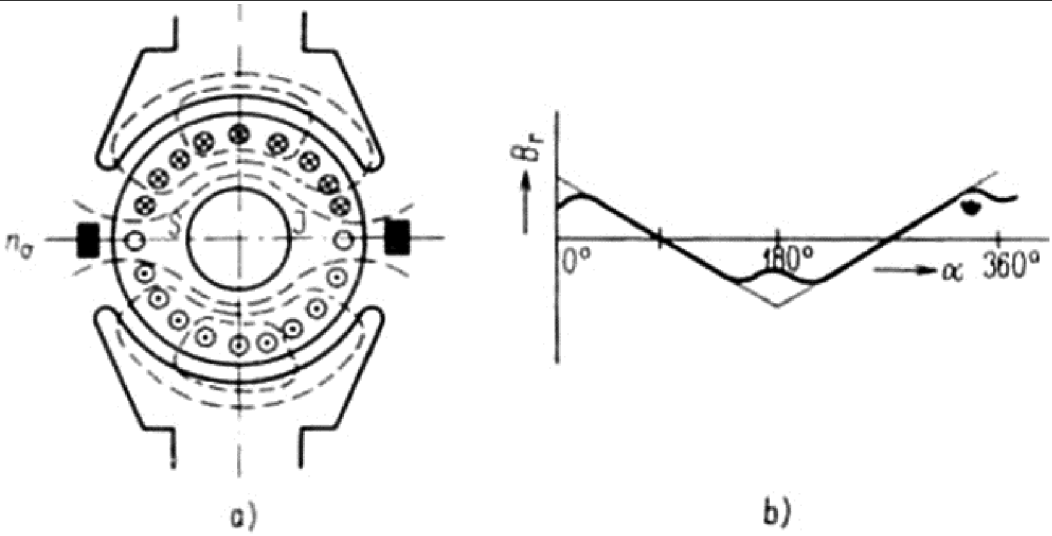


Obr. 2.5 Zobrazení magnetického toku a průběhu indukce. [2]

a) magnetický tok při $I_A = 0$, $I_B \neq 0$

b) průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře

Při odpojení proudu budicího vinutí a zapojení proudu kotvy, dojde k vytvoření magnetického toku, který je zobrazen na obrázku 2.6 a). Průběh magnetické indukce je ovlivněn magnetickým odporem. Z grafu je možno vyčíst, že magnetická indukce je nejnižší na pólech a nejvyšší mezi póly.

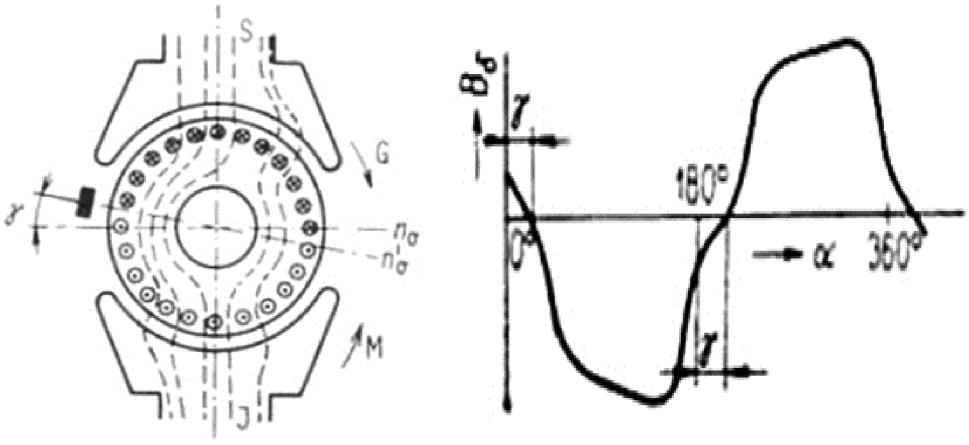


Obr. 2.6 Zobrazení magnetického toku a průběhu indukce. [2]

a) magnetický tok při $I_B = 0$, $I_A \neq 0$

b) průběh magnetické indukce reakce kotvy

Zobrazení magnetického pole tvořeného oběma toky je na obrázku 2.7 a). Vlivem reakce kotvy je neutrální osa posunuta o úhel γ. U motorů je posunuta proti směru točení.



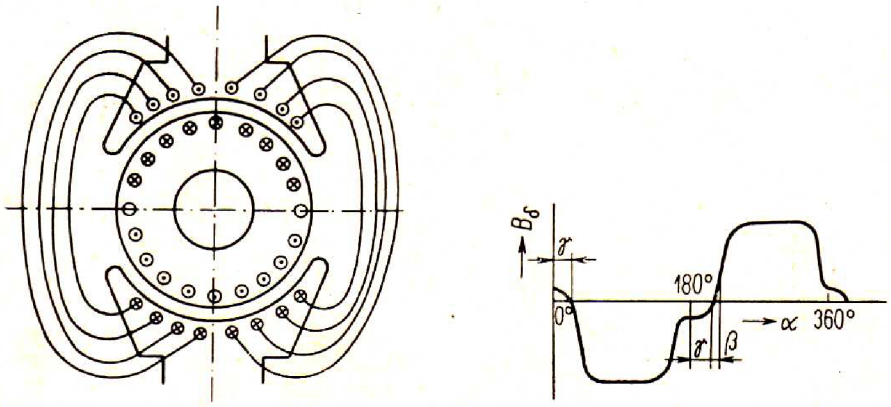
Obr. 2.7: Vliv reakce kotvy. [2]

a) magnetický tok při $I_A \neq 0$, $I_B \neq 0$

b) průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře

Reakce kotvy způsobuje mnoho negativních vlivů. Mezi základní negace patří posunutí neutrální osy, snížení hodnoty magnetického toku, deformace magnetické indukce, zvýšení ztrát v železe atd.

Reakci kotvy lze snížit nebo úplně eliminovat, pokud se do obvodu vloží kompenzační vinutí. Toto vinutí se vkládá do pólových nástavcích hlavních pólů.



a) *b)*

Obr. 2.8: Kompenzační vinutí. [2]

a) umístění kompenzačního vinutí

b) průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře při působení kompenzačního vinutí

2.4.2 Komutace

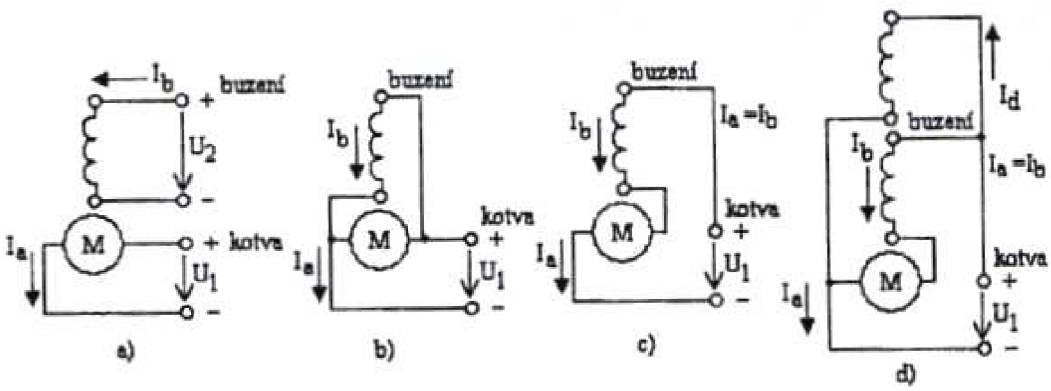
Komutace patří k dalším jevům, které vznikají ve stejnosměrném stroji. Vzniká na komutátoru, v okamžiku, kdy kartáč spojí dvě lamely nakrátko. Během tohoto spojení dochází ke změně směru proudu v komutující cívce. Zásluhou komutace se může stejnosměrný stroj otáčet. Otáčení je tím více plynulejší, čím více cívek rotor má.

Při komutaci nedochází jenom ke změně směru proudu, ale i ke vzniku parazitního reaktančního napětí. Reaktanční napětí je dáno změnou proudu za čas a vlastní indukcí komutující cívky. Důvodem, proč je toto napětí škodlivé, je v tom, že je příčinou vzniku oblouku. Tento oblouk vzniká v okamžiku, kdy kartáč opouští lamelu.

Pro potlačení reaktančního napětí se do stejnosměrných strojích vkládají pomocné póly.

2.5 Druhy stejnosměrných motorů

Podle způsobu napájení budícího vinutí se motory rozdělují na cizí a vlastní. U cize buzeného motoru je budící vinutí napájeno z jiného zdroje než vinutí kotvy, zatímco u vlastního buzení jsou obě vinutí napájena ze stejného zdroje. Podle způsobu zapojení budícího vinutí se motory s vlastním buzením dále dělí na derivační, sériové a kompaundní. Derivační buzení je ke kotvě zapojeno paralelně, sériové buzení sériově a kompaundní buzení kombinovaně.



Obr. 2.9: Druhy stejnosměrných motorů. [5]

a) cize buzený
b) derivační buzení
c) sériové buzení
d) kompaundní buzení

2.6 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků je numerická metoda, která slouží k simulaci různých fyzikálních dějů. Princip metody spočívá v rozdělení spojitého kontinua na konečný počet prvků a v každém z těchto prvků provede výpočet. Metoda je známá už mnoho let, ale teprve nástupem moderní a výkonný výpočetní techniky se její využití mnohonásobně zvětšilo. V technické praxi se používá jako kontrola pro nově navržená nebo inovovaná zařízení. Je používána v různých oblastech průmyslu. Aplikuje se ve strojírenství, elektrotechnice nebo ve stavebnictví. Její hlavní předností je grafické znázornění fyzikálních veličin. Konstruktér nebo vývojový pracovník hnedka vidí, jestli je návrh výrobku správný. Programy, které využívají metodu konečných prvků neboli MKP, jsou například Ansys, FEMM, QuickField nebo Cosmos.

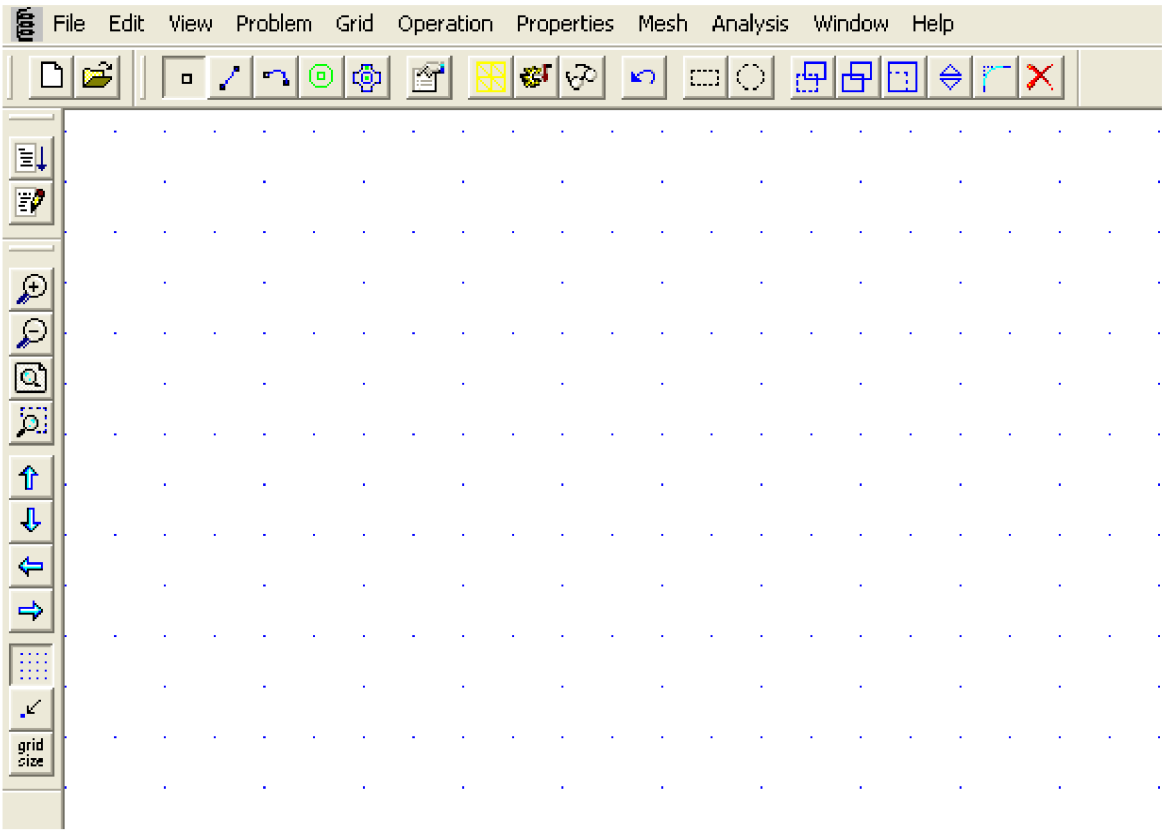
2.6.1 FEMM

Program FEMM řeší 2D rovinné nebo rotačně symetrické úlohy v oboru elektrostatiky a magnetismu. Obsahuje editor pro nákres modelu. Do editoru se nejprve zadávají body, které se

posléze spojí. Vzniknou oblasti, kterým je nutné dát potřebné vlastnosti. Zadává se materiál a hustota sítě. Hustota sítě je velice důležitý parametr, který určuje velikost elementu. Síť je složena z trojúhelníků. Volit hustotu sítě je potřeba opatrně, aby nebyla přehuštěná nebo moc řídká. Pokud bude síť moc hustá, může docházet k zaokrouhlovacím chybám a naopak při málo husté síti nebude výsledek moc přesný. Je možnost zaškrtnout políčko s automatickou volbou hustoty sítě. To se ale nedoporučuje. Platí pravidlo, že oblast, která se vyšetřuje, má vyšší hustotu než okolní oblasti. Jelikož se jedná o metodu konečných prvků je potřeba model ohraničit a zadat okrajové podmínky.

Pokud je nákres hotov, provede se výpočet. Po ukončení výpočtu se získá model, který obsahuje hledaná data.

Program FEMM má v sobě integrovaný skriptovací jazyk LUA, který usnadňuje práci při tvorbě modelu.

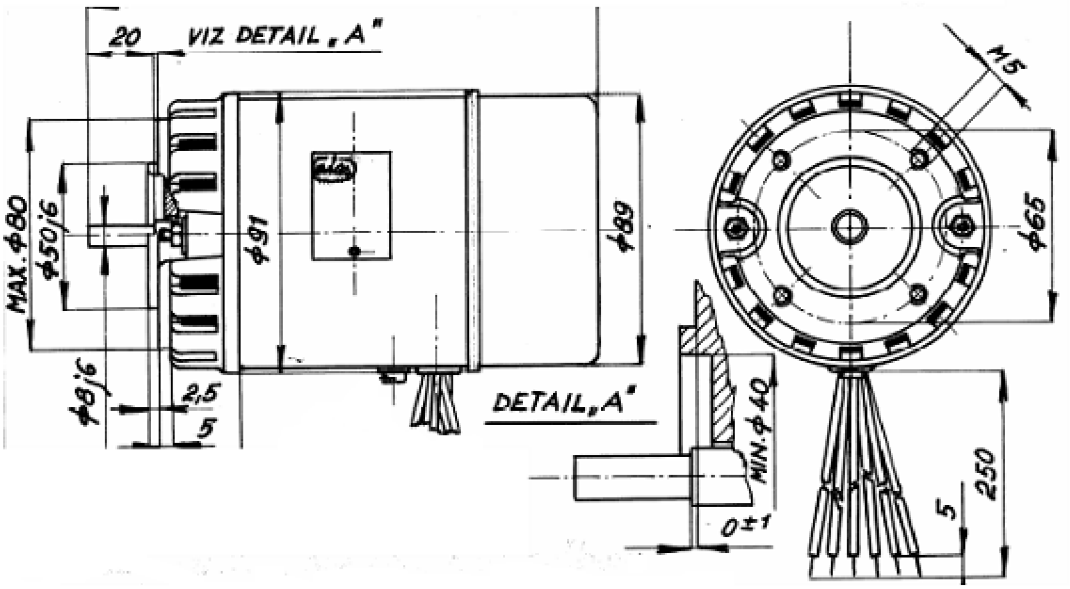


Obr. 2.10: Editor pro nákres modelu programu FEMM.

3 ANALÝZA ZKOUMANÉHO MOTORU

Zadaný stejnosměrný motor je od firmy ATAS elektromotory Náchod a.s. a jeho typové označení je NK3K8. Snahou bude získat parametry tohoto motoru pomocí dvou různých způsobů. Nejprve se parametry získají z analytického výpočtu a potom z modelu. Správnost získaných výsledků se ověří měřením. Do zkoumaných parametrů patří moment stroje, odpor a indukčnost vinutí kotvy, odpor a indukčnost budícího vinutí. U výpočtu a modelu se bude

vycházet z naměřených ustálených, spočítaných a geometricky změřených hodnot na motoru. Z důvodu přesnějšího porovnání dosažených výsledků z výpočtu, modelu a měření, nepoužijí se hodnoty štítkové, nýbrž výše zmíněné hodnoty naměřené.



Obr. 3.1: Výkres stejnosměrného motoru NK3K8 od firmy ATAS elektromotory Náchod a.s..

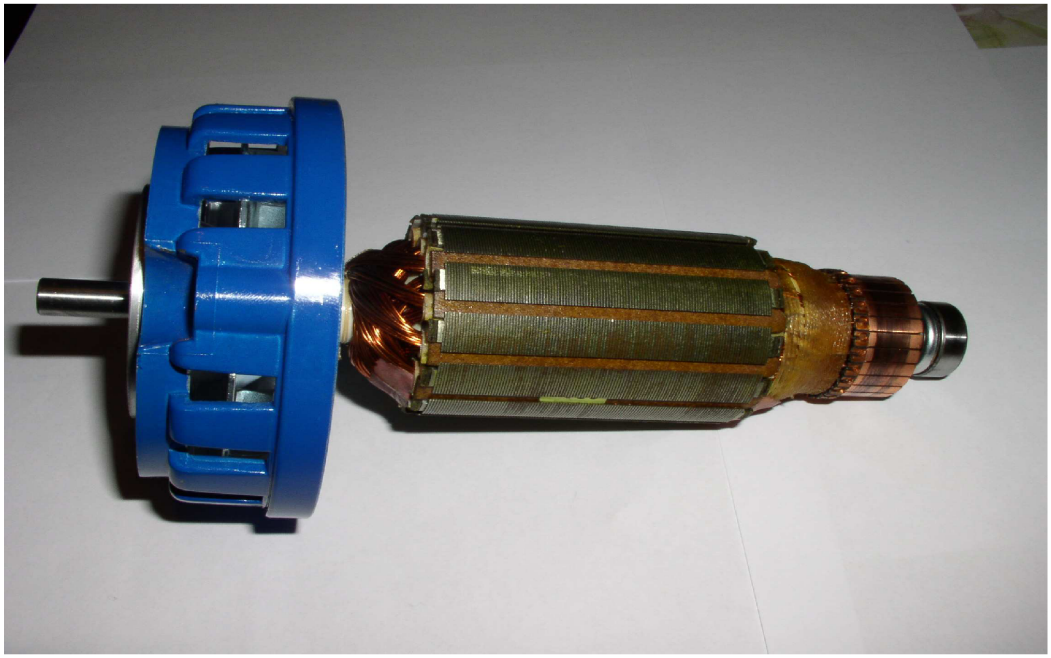
Typ	Napětí [V]	Proud [A]	Výkon [W]	Otáčky [1/min]	Provoz	Krytí
NK3K8	Ua 24=, Ub 24=	Ia=3,7 , Ib=0,3	60	3000	S1	IP20

Tabulka 3.1 Štítkové hodnoty motoru

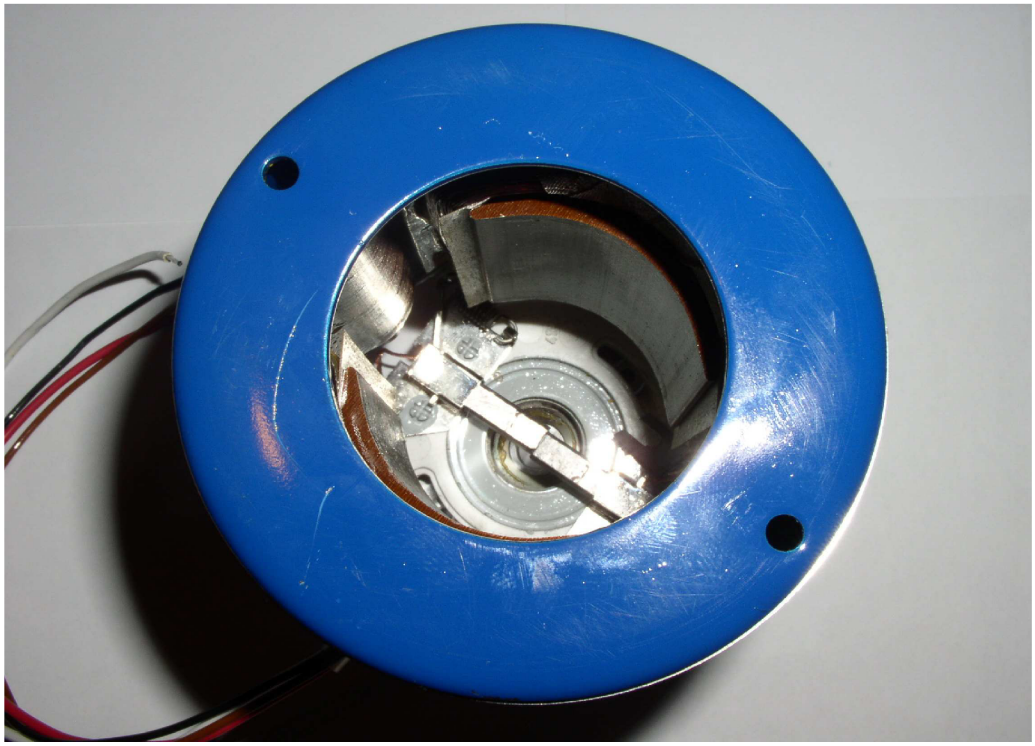
I_a[A]	U_a[V]	I_b[A]	U_b[V]	P[W]	n[1/min]
3,15	24	0,3	24	58,3	2800

Tabulka 3.2 Naměřené ustálené hodnoty na motoru

Na první pohled je vidět, že hodnoty štítkové z tabulky 3.1 a naměřené z tabulky 3.2 se nepatrně liší. Naměřené hodnoty více odpovídají konkrétnímu motoru, a proto se, jak už bylo dříve zmíněno, tyto hodnoty se použijí.



Obr. 3.2: Fotografie rotoru motoru NK3K8.



Obr. 3.3: Fotografie statoru motoru NK3K8.

Na obr 3.3 je vidět, že jho a hlavní póly jsou z elektrotechnických plechů. V prostoru mezi póly je jho rozšířeno. Celý stator je vyroben jako jeden celek.

Průměr kotvy	D = 45 mm
Efektivní délka kotvy	L_e = 65 mm
Počet pólů	2p = 2
Počet drážek	Q = 13
Počet lamel	K = 26
Průměr komutátoru	D_k = 27 mm
Šířka drážky rotoru	b_d = 5 mm
Hloubka drážky rotoru	h_d = 10,5 mm
Šířka zubu rotoru	b_z = 2,8 mm
Hloubka zubu rotoru	h_z = 10,5 mm
Šířka hlavního pólu	b_h = 32,3 mm
Výška hlavního pólu	h_h = 13,8 mm
Šířka jha statoru	h_{js} = 7 mm

Tabulka 3.3 Spočítané a změřené hodnoty na motoru

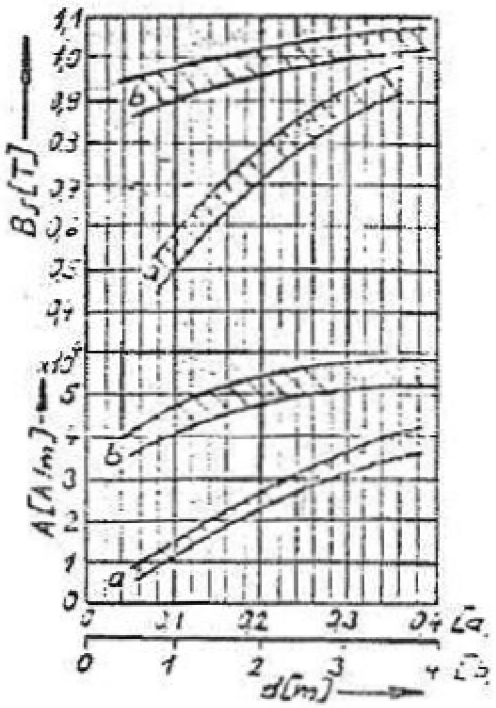
Počet vodičů budícího vinutí je spočteno a zaokrouhleno na hodnotu $\mathbf{N_b = 800}$. U vinutí rotoru je to složitější. Vinutí je zakryto takovým způsobem, že počet jeho vodičů nelze jen tak jednoduše zjistit. Proto se provede výpočet počtu vodičů kotvy, počtu vodičů v drážce a počtu závitů v sérii.

Předpokládá se smyčkové vinutí. Počet paralelních větví je 2a = 2.

Počet vodičů v kotvě vychází ze vzorce

$$N_a = \frac{A \cdot \pi \cdot D \cdot 2 \cdot a}{I_a} = \frac{0{,}5 \cdot 10^4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}045 \cdot 2}{3{,}15} \cong \underline{448}\,, \tag{3.1}$$

kde A je lineární proudová hustota, která byla odečtena z grafu na obr. 3.4, a vychází A = $0{,}5 \cdot 10^4 A \cdot m^{-1}$. D je průměr kotvy, 2a počet paralelních větví a I_a proud kotvy.



Obr. 3.4: Magnetická indukce ve vzduchové mezeře B_δ a lineární proudová hustota A v závislosti na průměru kotvy d.
(graf ES 1302001)

Počet vodičů v drážce se spočítá jako počet vodičů v kotvě dělených počtem drážek

$$N_d = \frac{N_a}{Q} = \frac{448}{13} \cong \underline{34}, \tag{3.2}$$

kde N_a je počet vodičů v kotvě a Q je počet drážek.

A počet závitů v sérii je podle vzorce

$$N_S = \frac{Q \cdot N_d}{2 \cdot 2 \cdot a} = \frac{13 \cdot 34}{2 \cdot 2} \cong \underline{110}, \tag{3.3}$$

kde Q je počet drážek, N_d počet vodičů v drážce a 2a počet paralelních větví.

Dalším těžko změřitelným rozměrem je velikost vzduchové mezery. Zjištění jeho velikosti je nezbytný pro další výpočty i pro model. Vypočítá se podle vzorce

$$\delta = C \cdot \frac{t_p \cdot A}{B_\delta} \cdot 10^{-6} = 0,65 \cdot \frac{0,07 \cdot 0,5 \cdot 10^4 \cdot}{0,35} \cdot 10^{-6} = 0,00065m \cong 0,0007m = \underline{0,7mm}\,, \tag{3.4}$$

kde C = 0,65 je doporučená hodnota konstanty pro stroje bez komutačních pólů a B_δ = 0,35 T je odečtená hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře z grafu na obr. 3.4. Pólová rozteč se značí τ_p.

Velikost pólové rozteče se vypočítala podle vzorce

$$\tau_p = \frac{\pi \cdot D}{2 \cdot p} = \frac{3,14 \cdot 0,045}{2} = \underline{0,07m}\,. \tag{3.5}$$

Může se ověřit podmínka, která říká, že poměr délky kotvy a pólové rozteče by se měl pohybovat v rozmezí hodnot <0,5;1,2>.

$$\frac{L_e}{\tau_p} = 0,5 \leftrightarrow 1,2 \tag{3.6}$$

Po dosazení do vzorce vychází

$$\frac{L_e}{\tau_p} = \frac{0,065}{0,07} = 0,93\,. \tag{3.7}$$

Podmínka je v tomto případě splněna.

Může se ještě ověřit jedna podmínka, která se týká minimální velikosti vzduchové mezery. Minimální velikost vzduchové mezery by měla být 0,01 násobek pólové rozteče. V tomto případě je to velikost

$$\delta = 0,01 \cdot t_p = 0,01 \cdot 0,07 = 0,7mm\,. \tag{3.8}$$

Vyšlá hodnota je shodná s hodnotou výše vypočítanou. Velikost vzduchové mezery může tedy být 0,7mm.

3.1 Komutace cívek

Šířka jednoho kartáče motoru překrývá tři lamely komutátoru. U jednoho kartáče budou tedy komutovat dvě cívky. Počet lamel je dvojnásobný oproti počtu drážek, proto budou v jedné vrstvě drážky dvě cívkové strany dvou lamel. U dvouvrstvého vinutí budou čtyři cívkové strany na jednu drážku. Z výše uvedeného vyplývá, že komutace se bude týkat čtyř cívek. Dalo by se předpokládat, že budou komutovat všechny cívky dvou protilehlých drážek. Ale není tomu tak. Jelikož zadní stranový krok, který se vypočítá podle vzorce

$$y_{d1} = \frac{Q}{2 \cdot p} = \frac{13}{2} = 6,5\,, \tag{3.9}$$

není celé číslo, bude se jednat o přestupné vinutí. To znamená, že cívky, které vycházejí z jedné drážky, se svými zadními stranami rozdělí do dvou sousedních drážek. Z toho vyplývá, že se komutace dotkne tří drážek. Jedna drážka bude mít komutované všechny cívky a dvě protilehlé drážky jen polovinu. Počet závitů v sérii při komutaci bude Ns = 92.

4 ANALYTICKÝ VÝPOČET STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU

Provede se výpočet momentu, odporu vinutí a indukčnosti vinutí.

4.1 Moment

Nejprve se vypočítá momentu stroje, který vychází vzorce

$$M = \frac{P_2}{\omega} = \frac{P_2}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{P_2}{\frac{2 \cdot \pi \cdot p \cdot n}{60}} = \frac{58,3}{\frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 2800}{60}} = \underline{0.20 N \cdot m}\,, \tag{4.1}$$

kde P_2 je výkon a ω úhlová rychlost.

4.2 Odpory vinutí

Dále se vypočítají hodnoty odporu vinutí kotvy a vinutí budícího. Bude se vycházet ze vzorce pro výpočet odporu vodiče

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \tag{4.2}$$

kde ρ je měrný odpor vodiče, l délka vodiče a S průřez vodiče. Měrný odpor vodiče pro měď vychází $\rho = 0{,}0169 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$.

4.2.1 Výpočet odporu kotvy R_a

Délka vodiče kotvy se skládá z délky kotvy a čela. Délka čela $l_č$ se vypočítá podle doporučeného vzorce

$$l_č = 1{,}5 \cdot \tau_p = 1{,}5 \cdot 0{,}07 = \underline{0{,}105 m}. \tag{4.3}$$

Vypočítaná hodnota délky čela se sečte s délkou kotvy l a získá se střední délka jednoho vodiče kotvy

$$l_{va} = l + l_č = 0{,}065 + 0{,}105 = \underline{0{,}17 m}. \tag{4.4}$$

Průřez vodiče kotvy se spočítá podle vzorce

$$S_{va} = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3{,}14 \cdot \left(\frac{0{,}67}{2}\right)^2 = \underline{0{,}35 mm^2}, \tag{4.5}$$

kde d je průměr vodiče získaný z měření.

Pro kontrolu se provede výpočet proudové hustoty

$$\sigma_a = \frac{I_a}{2 \cdot a \cdot S_{va}} = \frac{3{,}15}{2 \cdot 0{,}35} = \underline{4{,}5 A \cdot mm^{-2}}. \tag{4.6}$$

Vypočítaná hodnota je reálná. Velikost proudové hustoty rotoru obvykle bývá v rozmezí σ_a = (3 až 5) A·mm^{-2}.

Ze získaných hodnot se následně vypočítá odpor vinutí kotvy podle vzorce

$$R_a = \varsigma \cdot \frac{2 \cdot l_{va} \cdot N_S}{2 \cdot a \cdot S_{va}} = 0,0169 \cdot 10^{-6} \frac{2 \cdot 0,17 \cdot 110}{2 \cdot 0,35 \cdot 10^{-6}} = \underline{0,9\Omega}\,. \tag{4.7}$$

Odpor vinutí kotvy získaný z výpočtu má velikost R_a = 0,9 Ω.

4.2.2 Výpočet odporu budícího vinutí R_b

Střední délka jednoho závitu se spočítá podle vztahu

$$l_{sh} = 2 \cdot (l_h + b_h) + \pi \cdot b_{ch} = 2 \cdot (0,065 + 0,0323) + 3,14 \cdot 0,011 = 0,23m\,, \tag{4.8}$$

kde l_h je délka hlavního pólu, b_h šířka hlavního pólu a b_{ch} šířka cívky budícího vinutí.

Průřez vodiče budícího vinutí je

$$S_{vb} = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3,14 \cdot \left(\frac{0,315}{2}\right)^2 = 0,078mm^2\,, \tag{4.9}$$

kde d je průměr vodiče získaný z měření.

Opět se provede kontrola proudové hustoty

$$\sigma_b = \frac{I_b}{S_{vb}} = \frac{0,3}{0,078} = \underline{3,8A \cdot mm^{-2}}\,. \tag{4.10}$$

Získaná hodnota je reálná.

Odpor buzení potom vychází

$$R_b = 2 \cdot p \cdot \varsigma \cdot \frac{l_{sh} \cdot N_b}{S_{vb}} = 2 \cdot 0{,}0169 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{0{,}23 \cdot 800}{0{,}078 \cdot 10^{-6}} = \underline{79{,}7\Omega}\,. \tag{4.11}$$

Odpor budícího vinutí získaný z výpočtu má velikost $R_b = 79{,}7\ \Omega$.

4.3 Výpočet indukčností motoru

Nyní se provede výpočet indukčnosti vinutí kotvy a vinutí budícího. Výpočet bude vycházet ze známého vzorce

$$L = \frac{N^2}{R_m}, \tag{4.12}$$

kde N je počet závitů vinutí a Rm je magnetický odpor. Magnetický odpor se vypočítá podle vzorce

$$R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{S}, \tag{4.13}$$

kde μ je permeabilita, l je délka a S průřez magnetického obvodu. Použité permeability jsou uvedeny v tabulce 4.1.

permeabilita vakua	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\, H \cdot m^{-1}$
relativní permeabilita vzduchu	$\mu_r = 1$
relativní permeabilita feromagnetického materiálu	$\mu_r = 7400$

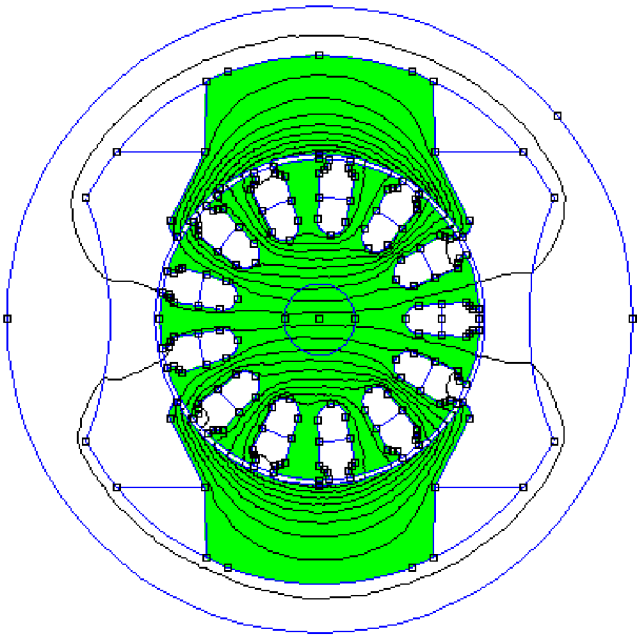
Tabulka 4.1 Použité permeability

Z použitých vzorců a z tabulky magnetické permeability je na první pohled vidět, že velikost indukčnosti bude nejvíce ovlivňovat počet závitů vinutí a magnetický odpor ve vzduchové mezeře.

Průběh toku magnetickým obvodem bude zobrazen na modelu, který je převzat z kapitoly 5.

4.3.1 Výpočet indukčnosti vinutí rotoru

Pro lepší názornost je na obr. 4.1 zobrazen průběh toku magnetickým obvodem při Ib = 0 A a Ia = 3,15 A.



Obr. 4.1: Tok v magnetickém obvodu motoru při $I_a = 3{,}15A$ *a* $I_b = 0A$.

Vypočítá se magnetický odpor těch částí magnetického obvodu, kterým prochází tok. Pro usnadnění se magnetický obvod rozdělí do několika částí.

A. Magnetický odpor ve jhu rotoru

$$R_{Ma1} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_{jr}}{S_{jr}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{l_{jr}}{S_{jr}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{0{,}024}{0{,}024 \cdot 0{,}065} = \underline{1655{,}3H^{-1}}, \qquad (4.14)$$

kde l_{jr} značí délku a S_{jr} průřez dráhy toku, který prochází jhem rotoru.

B. Magnetický odpor v zubech rotoru (rovinná část)

$$R_{Ma2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{2 \cdot l_{zr}}{3 \cdot S_{zr}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{2 \cdot l_{zr}}{3 \cdot S_{zr}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{2 \cdot 0{,}0065}{3 \cdot 0{,}005 \cdot 0{,}065} = \underline{1434{,}56H^{-1}}, \qquad (4.15)$$

kde l_{zr} značí délku a S_{zr} průřez dráhy toku, který prochází rovinnou části jednoho zubu rotoru. Jelikož tok v rotoru projde dvěma zuby, musí být l_{zr} vynásobeno dvakrát. Z důvodu nesymetrie průběhu toku bude průřez počítán jen u třech zubů.

C. Magnetický odpor na pólech zubů rotoru

$$R_{Ma3} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{2 \cdot l_{pr}}{3 \cdot S_{pr}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{2 \cdot l_{pr}}{3 \cdot S_{pr}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{2 \cdot 0,0018}{3 \cdot 0,0074 \cdot 0,065} = \underline{268,4 H^{-1}}, \tag{4.16}$$

kde l_{pr} značí délku a S_{pr} průřez dráhy toku, který prochází jedním pólem zubu rotoru. Pro délku a průřez platí stejná pravidla jako v bodě B.

D. Magnetický odpor ve vzduchové mezeře

$$R_{Ma4} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{2 \cdot l_{\delta}}{3 \cdot S_{\delta}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{2 \cdot l_{\delta}}{3 \cdot S_{\delta}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1} \cdot \frac{2 \cdot 0,0007}{3 \cdot 0,0079 \cdot 0,065} = \underline{723563,6 H^{-1}}, \tag{4.17}$$

kde l_{δ} značí délku a S_{δ} průřez dráhy toku, který prochází vzduchovou mezerou nad jedním pólem zubu rotoru. Pro délku a průřez platí stejná pravidla jako v bodech B a C.

E. Magnetický odpor na hlavním pólu

$$R_{Ma5} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_{hp}}{2 \cdot S_{hp}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{l_{hp}}{2 \cdot S_{hp}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{0,05}{2 \cdot 0,0094 \cdot 0,065} = \underline{4402,28 H^{-1}}, \tag{4.18}$$

kde l_{hp} značí délku a S_{hp} šířku dráhy toku, který prochází hlavním pólem. Z důvodu rozdělení toku do dvou pramenů, musí se počítat průřez severního i jižního pólu.

Celkový magnetický odpor potom vzniká součtem jeho jednotlivých složek

$$\begin{aligned} R_{Ma} &= R_{Ma1} + R_{Ma2} + R_{Ma3} + R_{Ma4} + R_{Ma5} = \\ &= 1655,3 + 1434,6 + 268,4 + 723563,6 + 4402,28 = \underline{731324,18 H^{-1}} \end{aligned} \tag{4.19}$$

Do výpočtu vlastní indukčnosti ve vinutí rotoru je potřeba zahrnout i počet paralelních větví. Počet závitů v sérii je $N_s = 110$. Při uvažování komutace bude počet závitů v sérii $N_s = 92$. Vlastní indukčnost jedné paralelní větve potom je

$$L_{a1} = \frac{N_s^2}{R_{Ma}} = \frac{92^2}{731324,18} = 11,57mH \,. \tag{4.20}$$

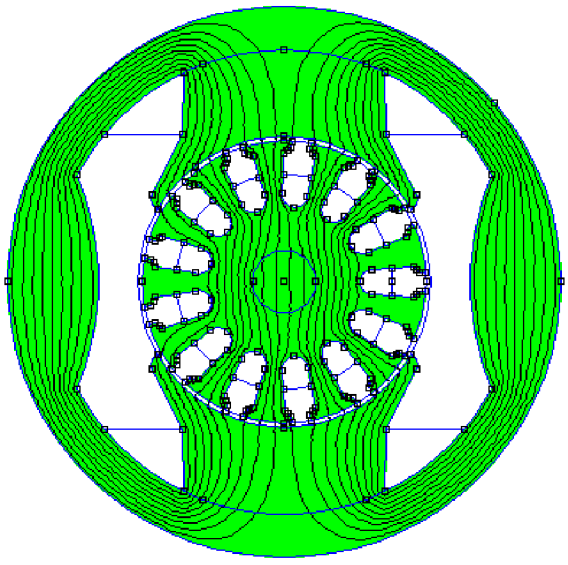
Druhá větev bude mít stejnou hodnotu vlastní indukčnosti. Celková indukčnost se potom vypočítá jako součet dvou paralelních větví.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{L_a} = \frac{1}{L_{a1}} + \frac{1}{L_{a2}} = \frac{1}{11,57} + \frac{1}{11,57} = \frac{2}{11,57} \\ &L_a = \frac{11,57}{2} = \underline{5,79mH} \end{aligned} \,. \tag{4.21}$$

Vlastní indukčnost vinutí rotoru získaná z výpočtu vychází La = 5,79mH.

4.3.2 Výpočet indukčnosti budícího vinutí

Pro lepší názornost je na obr. 4.2 zobrazen průběh toku magnetickým obvodem tentokrát při Ib = 0,3 A a Ia = 0 A.



Obr. 4.2: Tok v magnetickém obvodu motoru při $I_a = 0A$ a $I_b = 0,3A$.

Magnetický obvod se opět rozdělí do několika částí.

A. Magnetický odpor ve jhu rotoru

$$R_{Mb1} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_{jr}}{S_{jr}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{l_{jr}}{S_{jr}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{0,024}{0,024 \cdot 0,065} = \underline{1655,3 H^{-1}}, \tag{4.22}$$

kde l_{jr} značí délku a S_{jr} průřez dráhy toku, který prochází jhem rotoru.

B. Magnetický odpor v zubech rotoru (rovinná část)

$$R_{Mb2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{2 \cdot l_{zr}}{5 \cdot S_{zr}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{2 \cdot l_{zr}}{5 \cdot S_{zr}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{2 \cdot 0,0065}{5 \cdot 0,005 \cdot 0,065} = \underline{860,74 H^{-1}}, \tag{4.23}$$

kde l_{zr} značí délku a S_{zr} průřez dráhy toku, který prochází rovinnou částí jednoho zubu rotoru. Jelikož tok v rotoru opět projde dvěma zuby, musí se délka dráhy vynásobit dvěma. Průřez dráhy toku tvoří pět zubů rotoru.

C. Magnetický odpor na pólech zubů

$$R_{Mb3} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{2 \cdot l_{pr}}{5 \cdot S_{pr}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{2 \cdot l_{pr}}{5 \cdot S_{pr}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{2 \cdot 0,0018}{5 \cdot 0,0074 \cdot 0,065} = \underline{161 H^{-1}}, \tag{4.24}$$

kde l_{pr} je délka a S_{pr} průřez dráhy toku, který prochází jedním pólem zubu rotoru. Pro délku a průřez platí stejná pravidla jako v bodě B.

D. Magnetický odpor ve vzduchové mezeře

$$R_{Mb4} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{2 \cdot l_{\delta}}{5 \cdot S_{\delta}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{2 \cdot l_{\delta}}{5 S_{\delta}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1} \cdot \frac{2 \cdot 0,0007}{5 \cdot 0,0079 \cdot 0,065} = \underline{434138 H^{-1}}, \tag{4.25}$$

kde l_{δ} značí délku S_{δ} průřez dráhy toku, který prochází vzduchovou mezerou nad jedním pólem zubu rotoru. Pro délku a průřez platí stejná pravidla jako v bodech B a C.

E. Magnetický odpor na hlavním pólu

$$R_{Mb5} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{2 \cdot l_{hp}}{S_{hp}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{2 \cdot l_{hp}}{S_{hp}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{2 \cdot 0,0138}{0,032 \cdot 0,065} = \underline{1427,6 H^{-1}}, \qquad (4.26)$$

kde l_{hp} značí délku a S_{hp} průřez dráhy toku, který prochází hlavním pólem. Jelikož tok prochází severním i jižním pólem, je potřeba délku vynásobit dvěma.

F. Magnetický odpor ve jhu statoru (bez rozšířené části)

$$R_{Mb6} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_{js}}{2 \cdot S_{js}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{l_{js}}{2 \cdot S_{js}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{0,081}{2 \cdot 0,007 \cdot 0,065} = \underline{9576,84 H^{-1}}, \qquad (4.27)$$

kde l_{js} značí délku a S_{js} průřez dráhy toku, který prochází jhem statoru. Z důvodu rozdělení toku do dvou pramenů, musí se průřez jha vynásobit dvěma.

G. Magnetický odpor ve jhu statoru (rozšířená část)

$$R_{Mb7} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_{jsr}}{2 \cdot S_{jsr}} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{l_{jsr}}{2 \cdot S_{jsr}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7400} \cdot \frac{0,035}{2 \cdot 0,0112 \cdot 0,065} = \underline{2586,34 H^{-1}}, \qquad (4.28)$$

kde l_{jsr} značí délku a S_{jsr} průřez dráhy toku, který prochází rozšířenou částí jha statoru. Z důvodu rozdělení toku do dvou pramenů, musí se průřez rozšířené části jha statoru vynásobit dvěma.

Celkový magnetický odpor je potom

$$R_{Mb} = R_{Mb1} + 2 \cdot R_{Mb2} + 2 \cdot R_{Mb3} + 2 \cdot R_{Mb4} + 2 \cdot R_{Mb5} + R_{Mb6} + R_{Mb7} =$$
$$= 1655,3 + 860,74 + 161 + 434138 + 1427,6 + 9576,84 + 2586,34 = \underline{450405,82 H^{-1}} \qquad (4.29)$$

Vlastní indukčnost vychází

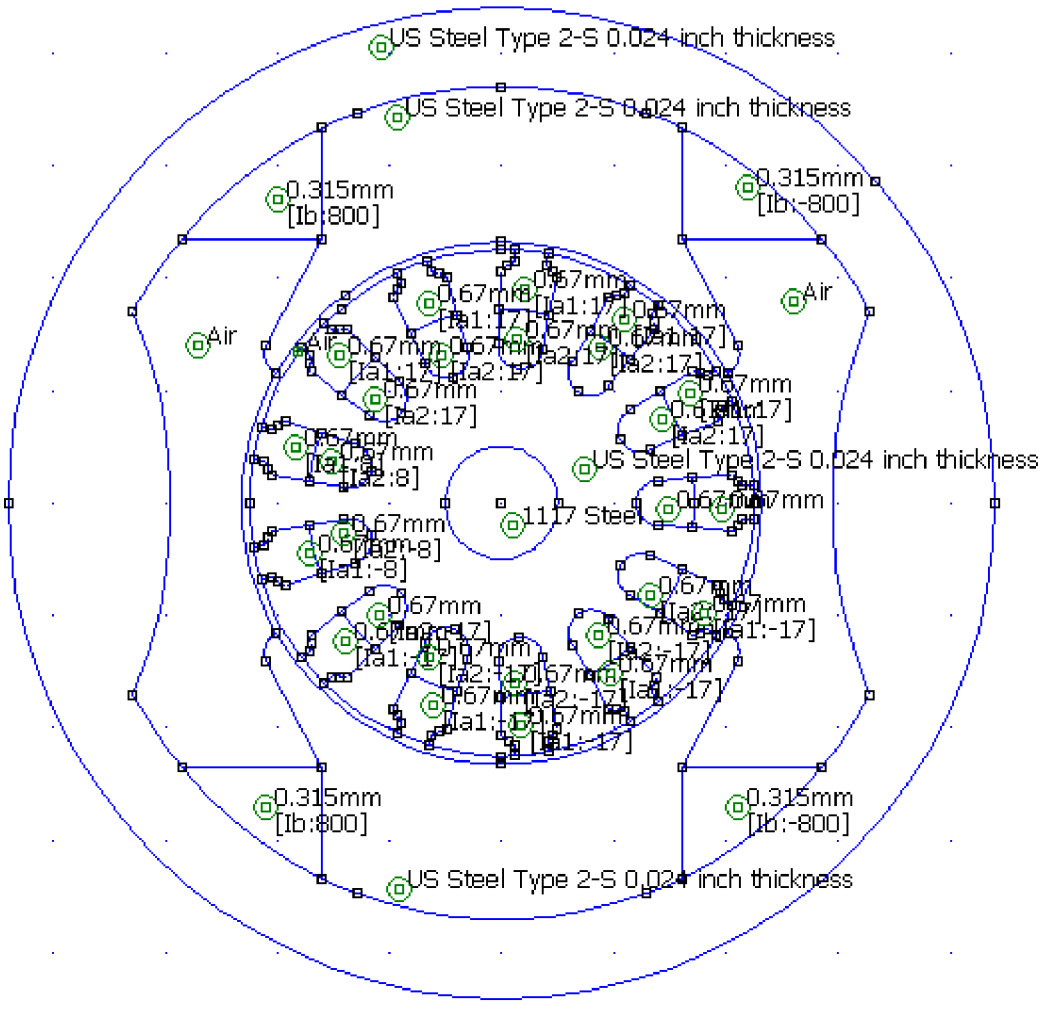
$$L_{b1} = \frac{N_{zavb}^2}{R_{Mb}} = \frac{(800+800)^2}{379430,9} = \frac{1600^2}{450405,82} = \underline{5,68H}\,. \tag{4.30}$$

Vlastní indukčnost budícího vinutí získaná z výpočtu vychází Lb = 5,68 H.

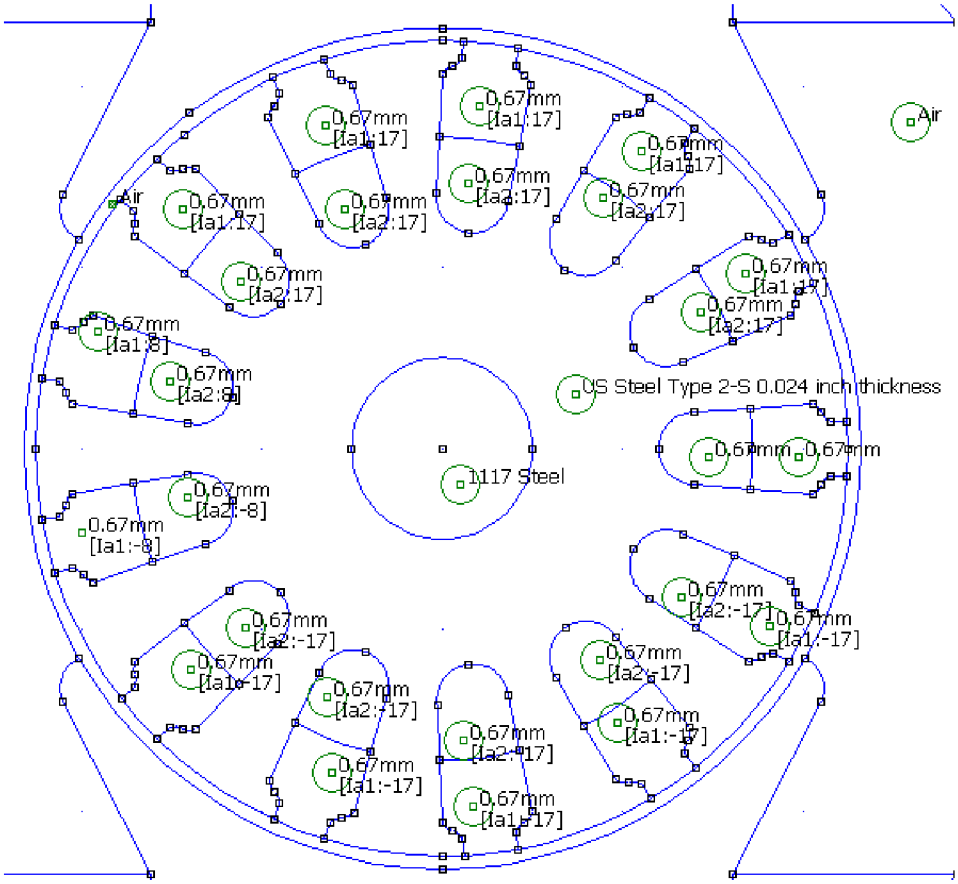
5 MODEL V PROGRAMU FEMM

Na základě spočítaných, geometricky změřených a naměřených ustálených hodnot se sestaví v programu FEMM model magnetického obvodu motoru.

Až na hřídel, která bude z oceli, je celý magnetický obvod motoru z elektrotechnických plechů. B-H charakteristiky budou nelineární. V modelu se bude uvažovat komutace.

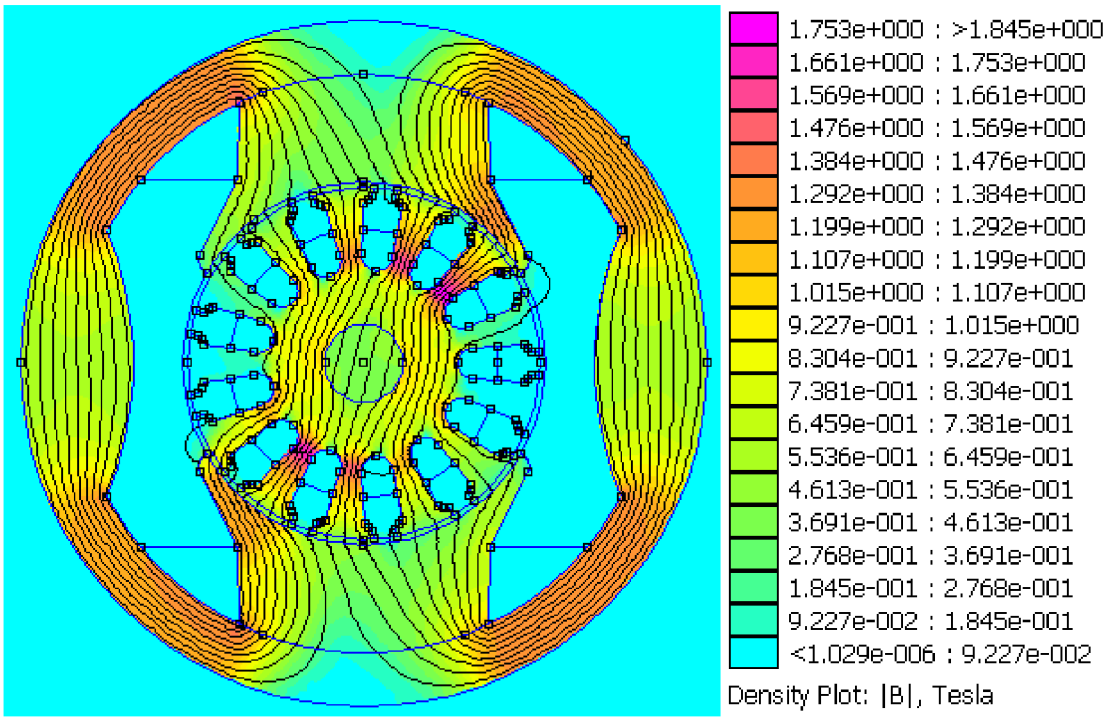


Obr. 5.1: Nákres magnetického obvodu motoru.



Obr. 5.2: Detail rotoru.

Na obr. 5.2 je zobrazen detail rotoru. Vinutí rotoru je smyčkové se dvěma paralelními větvemi. Proud ve vinutí je $I_a = 3{,}15A$, ale každou větví teče jen polovina proudu $I_{a1} = 1{,}575A$ a $I_{a2} = 1{,}575A$. Počet vodičů v jedné drážce jedné větvi je 17.

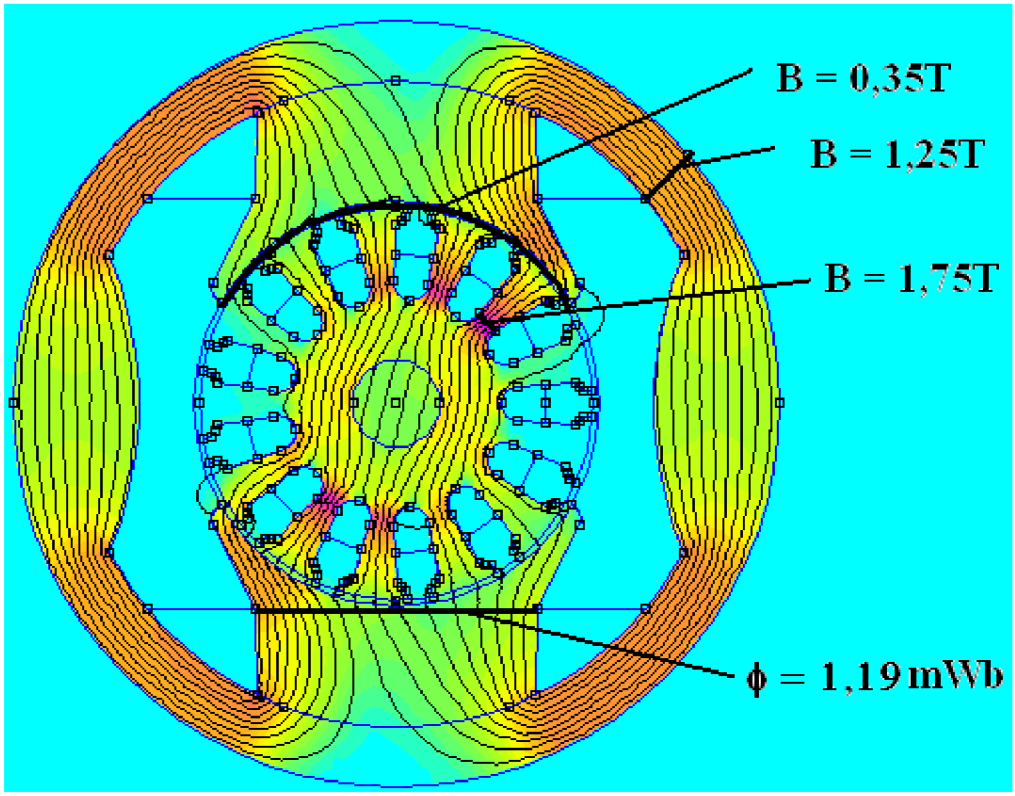


Obr. 5.3: Model magnetického obvodu motoru.

Na obr. 5.3 je znázorněn model magnetického obvodu při $I_a = 3{,}15A$ a $I_b = 0{,}3A$. Nasycení je největší v zubech rotoru a jeho hodnota je $B = 1{,}75T$. Mezi hlavními póly je zvětšená šířka jha statoru nejspíše z důvodu snížení sycení. Na obr. 5.4 jsou zobrazeny hodnoty indukcí a toku na magnetickém obvodu. Magnetická indukce ve jhu statoru je nižší než předpokládaná hodnota. Na modelu vyšla $B = 1{,}25T$ a odhadovaná velikost je $B = 1{,}6T$. Ostatní hodnoty jsou reálné. Magnetický tok na hlavním pólu vyšel na modelu $\phi = 1{,}19mWb$. Výpočtem lze ověřit jeho správnost. Magnetický tok je

$$\Phi = B_\sigma \cdot L_e \cdot \alpha \cdot \tau_p = 0{,}35 \cdot 0{,}065 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}07 = \underline{1{,}11mWb}\,, \tag{5.1}$$

kde $\alpha = 0{,}7$ je hodnota pólového krytí, jehož velikost je optimální pro stroje bez pomocných pólů. Hodnota magnetického toku získaná z modelu a z výpočtu je podobná.



Obr. 5.4: Hodnoty magnetické indukce a toku v modelu.

	Model	**Výpočet**
Moment	M = 0,22Nm	M = 0,20Nm
Indukčnost ve vinutí rotoru	L_a = 6,19mH	L_a = 5,79mH
Indukčnost v budícím vinutí	L_b = 6,47H	L_b = 5,68H
Odpor ve vinutí rotoru	_____	R_a = 0,9Ω
Odpor v budícím vinutí	_____	R_b = 79,7Ω

Tabulka 5.1 Souhrn hodnot parametrů z modelu a výpočtu

Hodnoty odporů z modelu nejsou v tabulce uvedeny, protože se je z FEMMu nepodařilo získat.

6 MĚŘENÍ PARAMETRŮ MOTORU

Měření bylo uskutečněno v Laboratoři elektrických strojů VUT Brno. Cílem měření bylo získat hodnoty parametrů motoru za účelem porovnání s hodnotami z výpočtu a modelu.

6.1 Odpory vinutí motoru

Odpory motoru se měřily dvěma metodami. První metoda byla pomocí digitálního ohmmetru a druhá přes voltampérovou charakteristiku. U vinutí rotoru se u první metody měřilo přímo na lamelách komutátoru a u druhé se měřilo na přívodních vodičích. Odpor vinutí rotoru se měřil bez buzení. U budícího vinutí byly obě metody použity při měření na přívodních vodičích.

6.1.1 Odpor vinutí rotoru R_a (ohmmetr)

Měření pomocí ohmmetru bylo provedeno přiložením kontaktů měřicího přístroje na lamely komutátoru, které se nacházely pod kartáči. Kartáče však byly při měření vytaženy. Měření se kvůli přesnosti provádělo třikrát.

	R_a [Ω]
1. měření	0,79
2. měření	0,81
3. měření	0,8
průměr	**0,8**

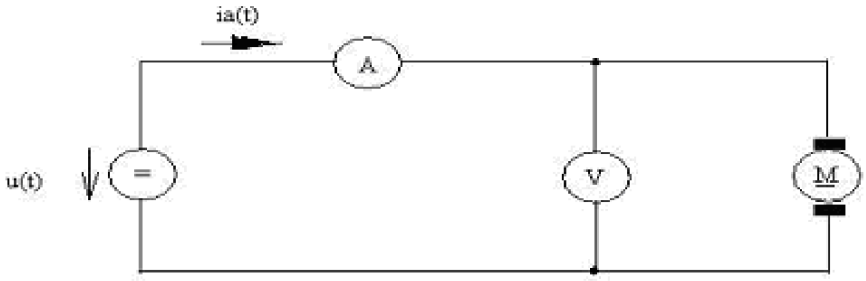
Tabulka 6.1 Naměřené hodnoty R_a

Odpor vinutí rotoru činí $R_a = 0{,}8\ \Omega$.

6.1.2 Odpor rotoru R (voltampérová charakteristika)

Provedlo se zapojení podle obr. 6.1. Neměřilo se přímo na lamelách komutátoru, nýbrž na přívodních vodičích do rotoru. Takto získaný odpor vinutí v sobě zahrnuje i odpor přívodních

vodičů, odpor kartáčů a přechodový odpor mezi kartáčem a lamelou. Očekává se tedy hodnota vyšší než v předchozím měření.



Obr. 6.1: Zapojení pro měření VA-charakteristiky odporu rotoru.

U[V]	I[A]	R[Ω]
4,22	3,72	1,13
3,86	3,34	1,16
3,67	3,13	1,17
3,53	2,83	1,25
3,09	2,51	1,23
2,69	2,25	1,2
2,3	1,89	1,22
1,9	1,6	1,19
1,55	1,3	1,19
1,19	1	1,19
0,85	0,7	1,21
0,536	0,4	1,34
0,133	0,1	1,33
Průměr		**1,2**

Tabulka 6.2 Výpočty odporů z naměřených hodnot

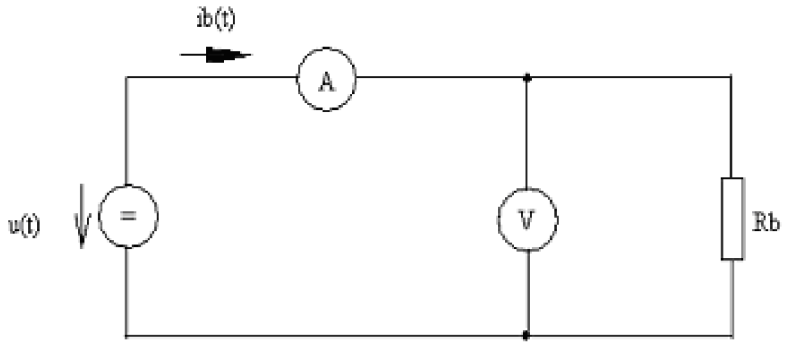
V měření docházelo k chybám. Celkový odpor soustavy činí R = 1,2 Ω. Výsledek je pouze orientační

6.1.3 Odpor budícího vinutí R_b (ohmmetr)

Měření bylo provedeno přiložením kontaktů ohmmetru na přívodní vodiče budicího vinutí. Naměřená hodnota byla $R_b = 78,75\Omega$.

6.1.4 Odpor budícího vinutí R_b (voltampérová charakteristika)

Provedlo se zapojení podle obr. 6.2. Měření se opět provedlo na přívodních vodičích.



Obr. 6.2: Zapojení pro měření VA-charakteristiky odporu budícího vinutí.

U[V]	I[A]	R_b [Ω]
24	0,29	82,76
22,07	0,27	81,75
20,05	0,25	80,2
17,98	0,22	81,73
16,07	0,2	80,35
14,13	0,18	78,5
12,06	0,14	86,14
10,19	0,12	84,92
8,07	0,1	80,7
5,97	0,07	85,29
4,01	0,05	80,2
Průměr		**82,05**

Tabulka 6.3 Výpočty odporů R_b z naměřených hodnot

Průměrná naměřená hodnota je $R_b = 82{,}05\ \Omega$.

Při měření budícího vinutí ohmmetrem nebo voltampérovou charakteristikou mohlo dojít k chybě. Jako přibližně správnou hodnotu odporu se bude brát střední hodnota z těchto dvou měření. Odpor budícího vinutí bude tedy $\mathbf{R_b = 80{,}4\ \Omega}$.

6.2 Indukčnosti vinutí

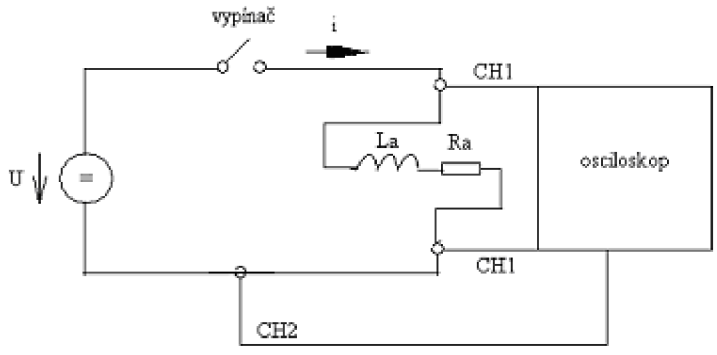
Hodnoty fyzikálních veličin potřebných pro výpočet indukčností se naměřily během přechodového jevu. Pro vznik přechodového jevu se použil vypínač. Vnik ustáleného proudu se měřil na osciloskopu. Pro výpočet indukčnosti se použije vztah

$$L = \tau \cdot R\,, \tag{6.1}$$

kde τ je časová konstanta a R je odpor vinutí. Časová konstanta udává dobu, za kterou by proud dosáhl ustálené hodnoty, kdyby stoupal lineárně. Její velikostí je tedy doba od vzniku přechodového jevu do hodnoty 63% ustáleného proudu. Odpor R se získal v předchozím měření. Při měření se kartáče dotýkaly lamel komutátoru.

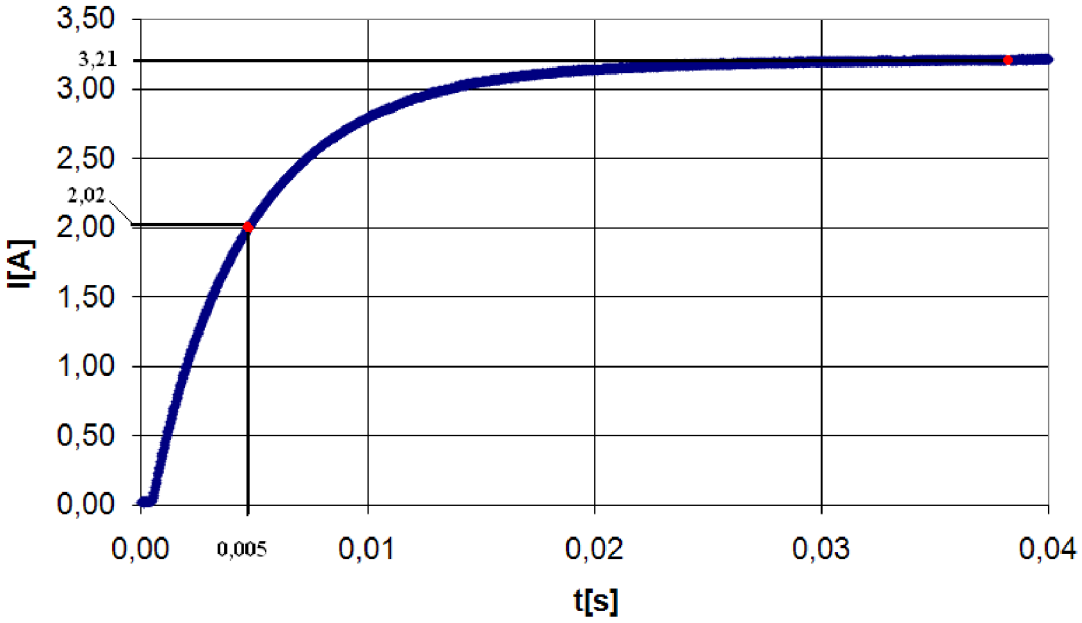
6.2.1 Indukčnost vinutí rotoru L_a

Indukčnost vinutí rotoru se měřila ze dvou míst. Nejprve se kontakty osciloskopu přivedly na lamely komutátoru a potom se přiložily na přívodní vodiče do vinutí kotvy.



Obr. 6.3: Zapojení pro měření indukčnosti kotvy.

Průběh vzniku ustáleného proudu při přiložených kontaktech na lamelách ukazuje obr. 6.4.



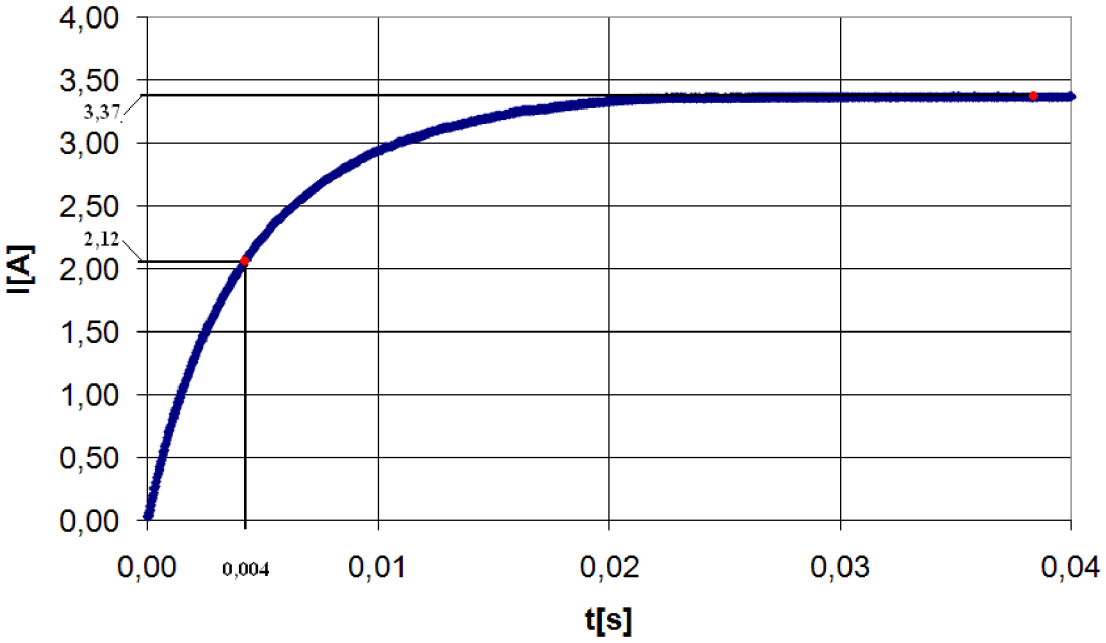
Obr. 6.4: Průběh proudu vinutí kotvy při přechodovém jevu (měření na lamelách).

Ustálená hodnota proudu je $I_a = 3,21A$. Jeho 63% je $i_a = 2,02A$. Čas od vzniku přechodového jevu po dosažení hodnoty $i_a = 2,02A$ je 0,005s. Velikost časové konstanty je $\tau = 0,005s$.

Hodnota indukčnosti potom vychází

$$L_a = \tau \cdot R_a = 0,005 \cdot 0,8 = \underline{4mH}\,. \tag{6.2}$$

Průběh vzniku ustáleného proudu při přiložených kontaktech na přívodních vodičích je zobrazen na obr. 6.5.



Obr. 6.5: Průběh proudu vinutí kotvy při přechodovém jevu (měření na vodičích).

Ustálená hodnota proudu je $I_a = 3,37A$. Jeho 63% je $i_a = 2,12A$. Čas od vzniku přechodového jevu po dosažení hodnoty $i_a = 2,12A$ je 0,004s. Velikost časové konstanty je $\tau = 0,004s$.

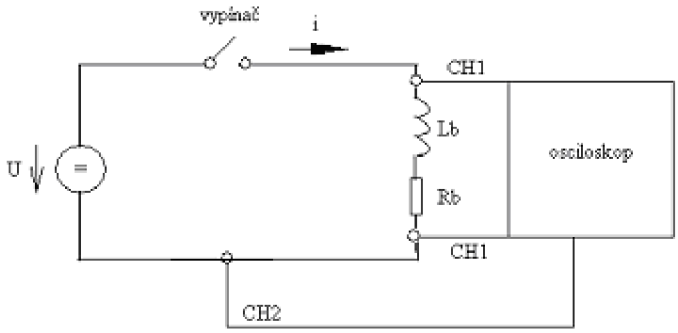
Hodnota indukčnosti vychází

$$L = \tau \cdot R = 0,004 \cdot 1,2 = \underline{4,8mH}\,. \tag{6.3}$$

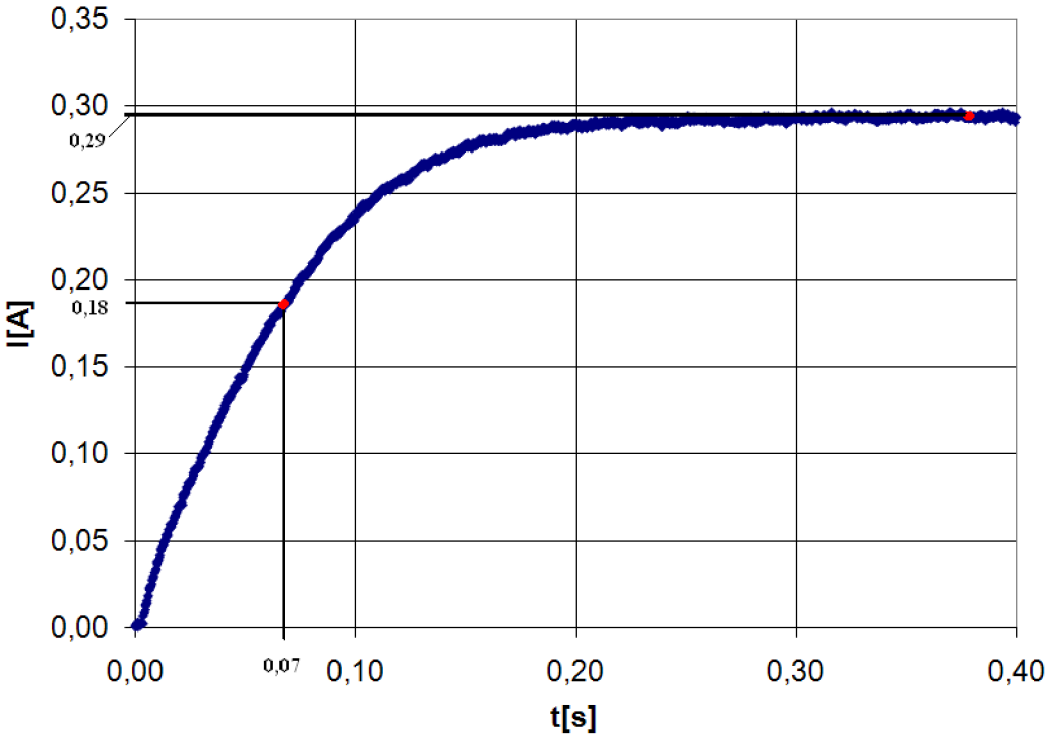
Indukčnost vinutí rotoru je při měření na přívodních vodičích větší než při měření na lamelách z důvodu působení odporu přívodních vodičů, odporu kartáčů a přechodového odporu.

6.2.2 Indukčnost budícího vinutí

Kontakty osciloskopu se přiložily na přívodní vodiče do budícího vinutí. Průběh vzniku ustáleného proudu je na obr. 6.7.



Obr. 6.6: Zapojení pro měření indukčnosti budícího vinutí.



Obr. 6.7: Průběh proudu budícího vinutí při přechodovém jevu.

Ustálená hodnota proudu je $I_b = 0,29A$. Jeho 63% je $i_b = 0,18A$. Čas od vzniku přechodového jevu po dosažení hodnoty $I_b = 0,18A$ je 0,07s. Velikost časové konstanty je $\tau = 0,07s$.

Hodnota indukčnosti je

$$L_b = \tau \cdot R_b = 0,07 \cdot 82,05 = \underline{5,74H}\,. \tag{6.4}$$

6.3 Měření mechanického momentu

Motor byl napájen zdrojem napětí 24V. K hřídeli byl přiložen otáčkoměr a změřil se počet otáček bez zátěže motoru. Hodnota otáček byla $n = 3308\left[1/\min\right]$. Proud ve vinutí rotoru byl $I_a = 0,74A$.

Nejprve se provede výpočet konstanty $c \cdot \phi$ a potom mechanického momentu.

$$c \cdot \phi = \frac{U_a - R_a \cdot I_a}{\omega} = \frac{U_a - R_a \cdot I_a}{\frac{2 \cdot \pi \cdot p \cdot n}{60}} = \frac{60 \cdot (24 - 0,8 \cdot 0,74)}{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 3308} = 0,068V \cdot s \tag{6.5}$$

$$M = c\phi \cdot I_a = 0,068 \cdot 3,15 = \underline{0,21N \cdot m} \tag{6.6}$$

6.4 Porovnání parametrů

	Ra $[\Omega]$	**Rb** $[\Omega]$	**La** $[mH]$	**Lb** $[H]$	**M** $[N \cdot m]$
Výpočet	0,9	79,7	5,79	5,68	0,20
Model	___	___	6,19	6,47	0,22
Měření	0,8	80,4	4,0	5,74	0,21

Tabulka 6.4 Srovnání hodnot parametrů z výpočtu, modelu a měření

V tabulce 6.4 je souhrn hodnot všech získaných parametrů. Na první pohled je vidět, že nejvíce se odlišuje hodnota indukčnosti vinutí rotoru získaná z měření od hodnot získaných z výpočtu a modelu. Může to být způsobeno chybou měření při přikládání hrotů měřicího přístroje na lamely komutátoru nebo jiným natočením rotoru.

7 DYNAMICKÝ MODEL MOTORU

Dynamikou motoru se rozumí rozběh, zastavení, zrychlení nebo zpomalení. Cílem této kapitoly bude, za pomoci již dříve zjištěných parametrů stroje, sestavit v programu MATLAB dynamický model motoru. Výsledek simulace se bude porovnávat s naměřenými hodnotami.

7.1 Měření ustálených hodnot

Měření se uskutečněno v Laboratoři elektrických strojů VUT Brno. Jeho cílem bylo získat ustálené hodnoty motoru naprázdno a zatíženého dynamometrem. Tyto naměřené hodnoty budou sloužit jako porovnávací s hodnotami získanými z modelu. Pro měření se zátěží se použije dynamometr ASD 10K-2 od firmy VUES BRNO. Jeho štítkové hodnoty jsou uvedeny na obr. 7.1.

Obr. 7.1: Štítek dynamometru ASD 10K-2.

Při měření naprázdno i se zátěží bylo budící vinutí napájeno proudem $I_b = 0,3A$ a napětím $U_b = 24V$. U měření naprázdno se zadávalo rotorové napětí U_a a měřily se hodnoty proudu odebíraného rotorem I_a, otáčky n, moment M a výkon P. Nejprve se zadala štítková hodnota rotorového napětí $U_a = 24V$, v tomto okamžiku jsou otáčky maximální, a potom se hodnota napětí snižovala a tím i velikost otáček. Získané hodnoty z měření jsou uvedeny v tabulce 7.1.

I_a[A]	U_a[V]	n[1/min]	M[N·m]	P[W]
0,74	24,00	3155	0,041	13,6
0,74	22,50	3004	0,041	12,8
0,71	20,00	2667	0,039	11,1
0,66	17,50	2303	0,039	9,3
0,62	15,50	2010	0,037	7,7
0,59	12,20	1653	0,037	6,4
0,57	9,70	1260	0,035	4,6
0,54	8,00	1027	0,034	3,6
0,52	5,70	704	0,033	2,3
0,50	2,90	314	0,032	1,0

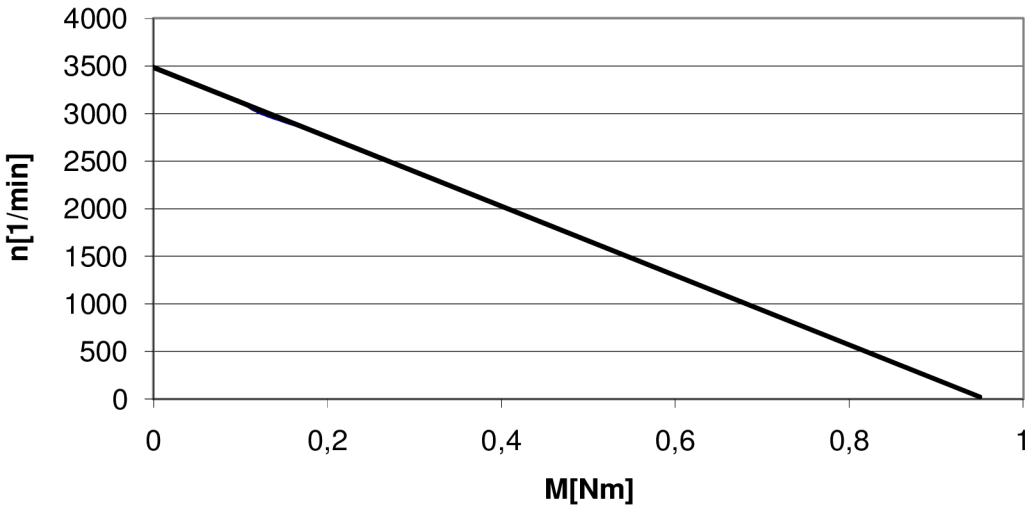
Tabulka 7.1 Ustálené hodnoty při měření motoru naprázdno

U zatíženého motoru dynamometrem se zadávala hodnota výkonu a měřilo se napětí a proud do rotoru, otáčky a moment. Při měření se musela kontrolovat hodnota rotorového napětí, která by měla mít štítkovou hodnotu, tedy $U_a = 24V$. Provedli se tři měření a jejich hodnoty jsou zobrazeny v tabulce 7.2. U jednoho z nich byla snaha naměřit hodnoty motoru při štítkovém výkonu $P = 60W$. Povedla se zadat hodnota $P = 58,3W$. Získané hodnoty jsou nižší než štítkové.

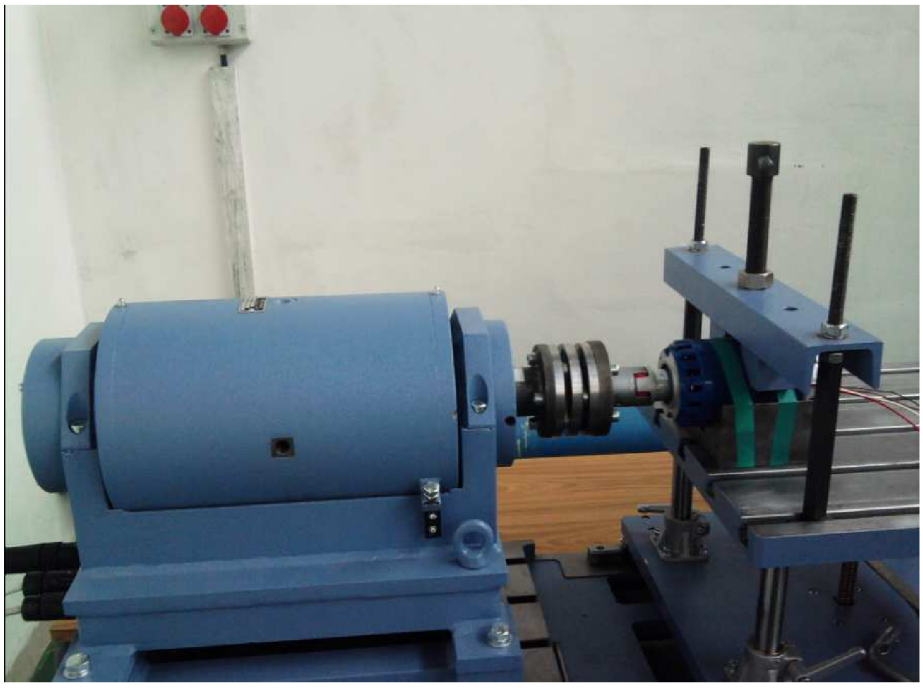
I_a[A]	U_a[V]	n[1/min]	M[N·m]	P[W]
1,20	24	3150	0,097	23,4
1,91	24	3000	0,125	38,6
3,15	24	2800	0,190	58,3

Tabulka 7.2 Ustálené hodnoty při měření motoru zatíženého dynamometrem

Z naměřených hodnot zatíženého motoru dynamometrem se vytvořila momentová charakteristika. Z grafu je vidět, že při nulovém momentu bude počet otáček n = $3500 1 \cdot \min^{-1}$ a při nulových otáčkách bude moment $M = 0,95N \cdot m$.



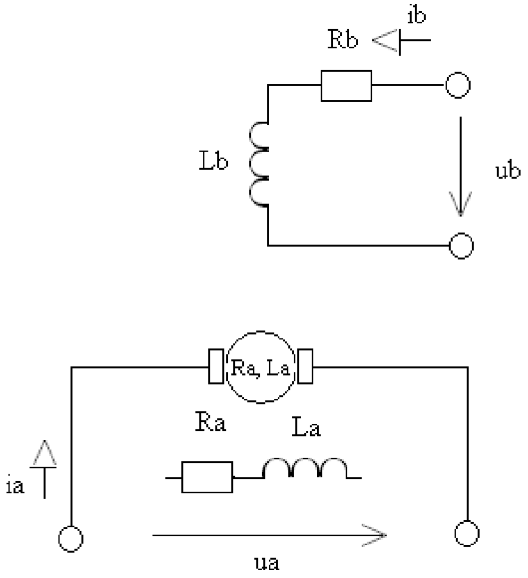
Obr. 7.2: Momentová charakteristika motoru.



Obr. 7.3: Motor NK3K8 spojený s dynamometrem ASD 10K-2.

7.2 Tvorba dynamického modelu

Pro sestavení dynamického modelu v programu MATLAB je nejprve potřeba vytvořit napěťové a mechanické rovnice.



Obr. 7.4: Schéma stejnosměrného motoru s cizím buzením.

Napěťová rovnice rotoru se skládá z napětí vodiče, napětí vlastní indukce cívky, indukovaného napětí a napětí na kartáčích.

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + \frac{d\Psi_{at}}{dt} + \Psi_{dr} \cdot \omega_m \cdot p + u_{kartače}(t) \tag{7.1}$$

Napěťová rovnice budícího vinutí je složena jen ze dvou částí a to z napětí vodiče a napětí vlastní indukce cívky.

$$u_b(t) = R_b \cdot i_b(t) + \frac{d\Psi_b}{dt} \tag{7.2}$$

Jednotlivé magnetické toky jsou rozepsané v následujících rovnicích.

$$\Psi_{at} = L_{aa} \cdot i_a \tag{7.3}$$

$$\Psi_b = L_{bb} \cdot i_b \tag{7.4}$$

$$\Psi_{dr} = G_{db} \cdot i_b \tag{7.5}$$

Rozepsané magnetické toky se vloží do původních napěťových rovnic.

$$u_a(t) = R_a \cdot i_a(t) + L_{aa} \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + G_{db} \cdot i_b(t) \cdot \omega_m \cdot p + u_{kartače}(t) \tag{7.6}$$

$$u_b(t) = R_b \cdot i_b(t) + L_{bb} \cdot \frac{di_b(t)}{dt} \tag{7.7}$$

Mechanická rovnice neboli rovnice vnitřního momentu se skládá ze dvou částí a to z dynamického momentu a momentu mechanického.

$$m_i = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + m_{mech} \tag{7.8}$$

$$m_i = p \cdot \Psi_{dr} \cdot i_a = p \cdot G_{db} \cdot i_b \cdot i_a \tag{7.9}$$

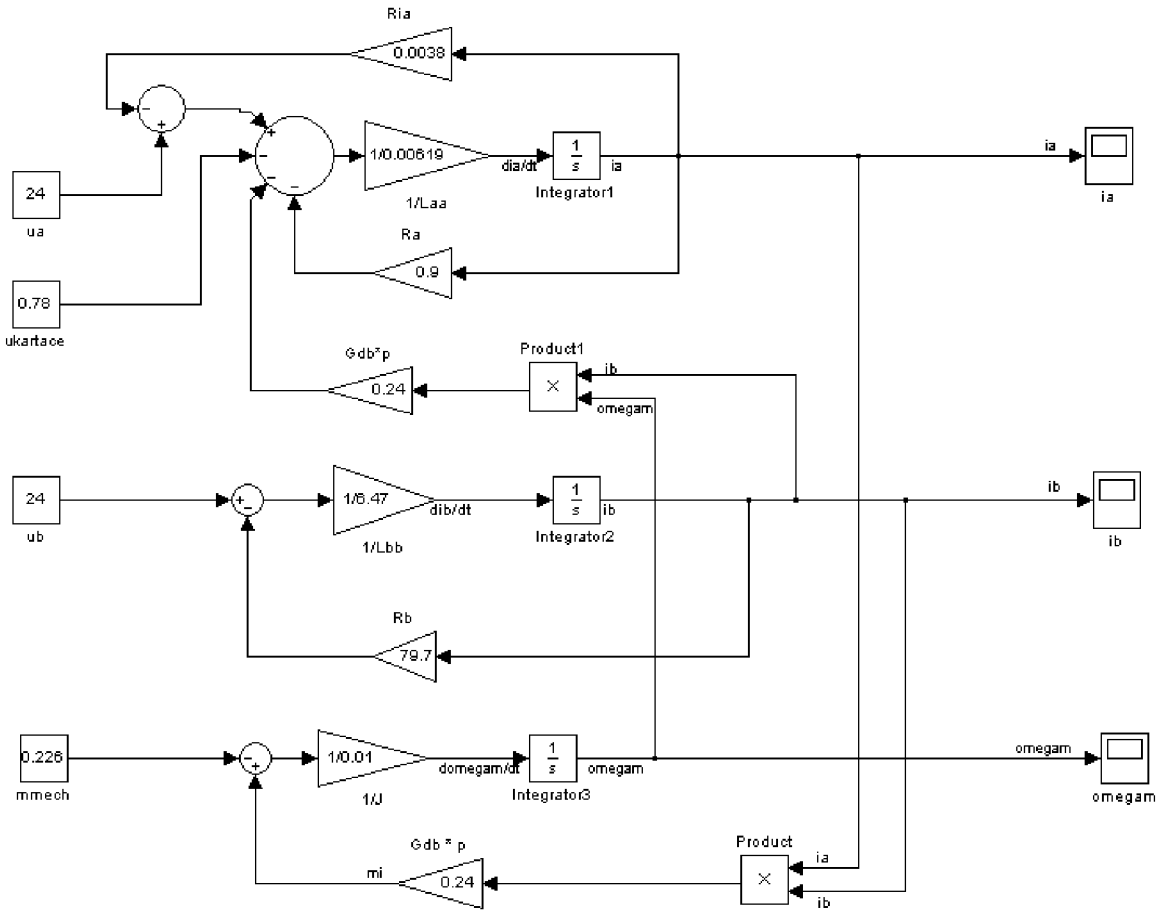
Napěťové a mechanická rovnice se převedou do tvaru vhodného pro MATLAB.

$$\frac{di_a(t)}{dt} = (u_a(t) - R_a \cdot i_a(t) - G_{db} \cdot i_b(t) \cdot \omega_m \cdot p - u_{kartáče}(t)) \cdot \frac{1}{L_{aa}} \tag{7.10}$$

$$\frac{di_b(t)}{dt} = (u_b(t) - R_b \cdot i_b(t)) \cdot \frac{1}{L_{bb}} \tag{7.11}$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = (p \cdot G_{db} \cdot i_b \cdot i_a - m_{mech}) \cdot \frac{1}{J} \tag{7.12}$$

Z těchto rovnic už je možno sestavit dynamický model.



Obr. 7.5: Dynamický model stejnosměrného motoru v programu MATLAB.

7.3 Prvky dynamického modelu

V této kapitole budou rozebrány důležité prvky dynamického modelu. Budou určeny jejich hodnoty pro zatížený i nezatížený motor.

7.3.1 Odpor a indukčnost vinutí rotoru a budícího vinutí

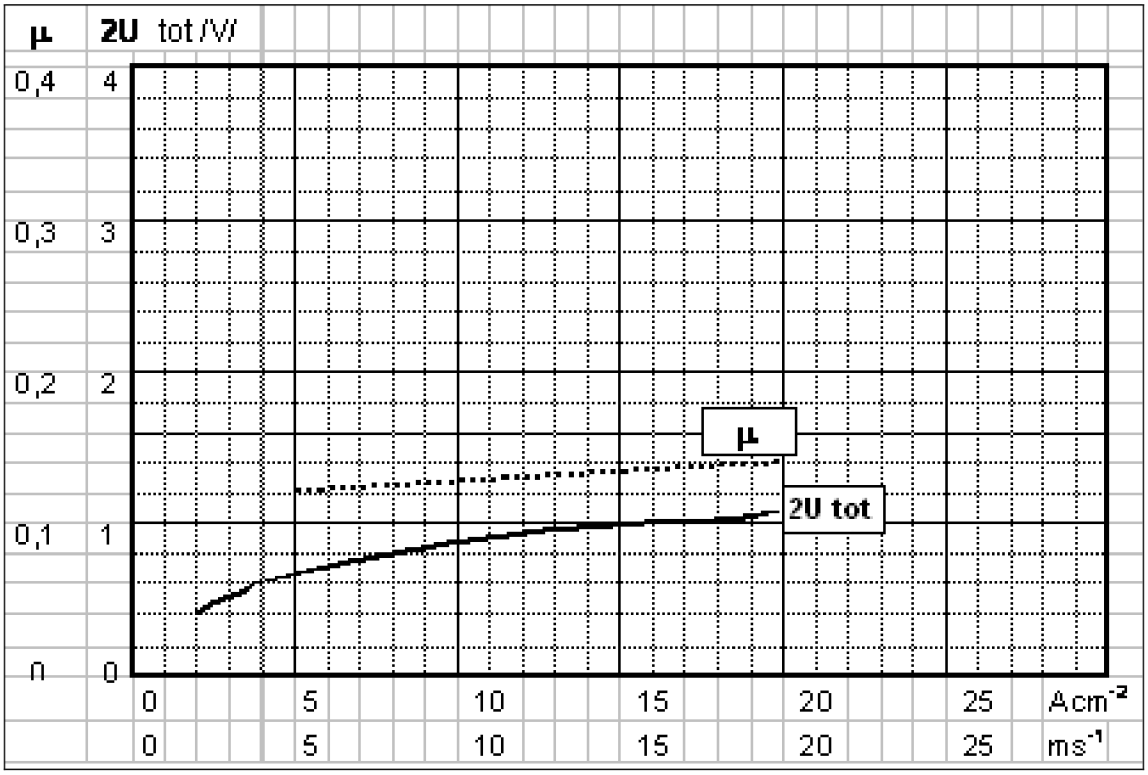
V předchozích kapitolách se hodnoty odporu a indukčnosti získaly z výpočtu, modelu a změření. Do dynamického modelu se budou zadávat hodnoty odporu získané z výpočtu a hodnoty indukčností získané z modelu.

Ra$[\Omega]$	**Rb**$[\Omega]$	**La**$[mH]$	**Lb**$[H]$
0,9	**79,7**	**6,19**	**6,47**

Tabulka 7.3 Použité hodnoty parametrů v dynamickém modelu

7.3.2 Napěťový úbytek na kartáčích $u_{kartáče}$

Velikost úbytku napětí na kartáčích se zjistí z křivky kovografitového materiálu, která byla převzata z podnikové normy PN – 118 458 firmy ELEKTROKARBON a.s. TOPOL´ČANY. Křivka ukazuje závislost napětí na proudové hustotě.



Obr. 7.6: Křivka kovografitového materiálu.

Proudová hustota se spočítá podle vzorce

$$J = \frac{I_a}{S}, \tag{7.13}$$

kde I_a je proud ve vinutí rotoru a S průřez kartáče motoru. Průřez kartáče má velikost $S = 0{,}48cm^2$. Tato hodnota byla získaná z měření.

Z grafu se potom odečte pro konkrétní hodnotu proudové hustoty, velikost úbytku napětí na kartáčích. Tabulce 7.4 jsou uvedeny jejich konkrétní hodnoty pro rotor zatížený i nezatížený.

motor	I_a[A]	J[A/cm^2]	$U_{kartáče}$[V]
zatížený	3,15	6,56	**0,78**
naprázdno	0,74	1,54	**0,3**

Tabulka 7.4 Velikost napětí na kartáčích při konkrétním proudu

7.3.3 Rotační indukčnost G_{db} získaná výpočtem

Velikost rotační indukčnosti lze vypočítat z napěťové rovnice pro rotor (7.6). Pro ustálený pohyb rotoru platí napěťová rovnice

$$U_a = R_a \cdot I_a + G_{db} \cdot I_b \cdot \omega_m \cdot p + U_{kartáče}. \tag{7.14}$$

Z této rovnice vyjádřená rotační indukčnost má tvar

$$\frac{U_a - R_a \cdot I_a - U_{kartáče}}{I_b \cdot \omega_m \cdot p} = G_{db} \tag{7.15}$$

$$\frac{U_a - R_a \cdot I_a - U_{kartáče}}{I_b \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot p} = G_{db} \tag{7.16}$$

$$\frac{U_a - R_a \cdot I_a - U_{kartáče}}{\frac{I_b \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot p}{60}} = G_{db} \tag{7.17}$$

Výpočet se provede pro rotor zatížený i naprázdno z měření, u kterého se počítal úbytek napětí na kartáčích. Předpokládá se stejná hodnota rotační indukčnosti. Použité hodnoty a výsledky jsou zobrazeny v tabulce 7.5.

motor	I_a[A]	I_b[A]	U_a[V]	n[1/min]	R_a[Ω]	$U_{kartáče}$[V]	G_{db}[H]
Zatížený	3,15	0,3	24	2800	0,9	0,78	**0,25**
Naprázdno	0,74	0,3	24	3155	0,9	0,3	**0,24**

Tabulka 7.5 Velikost rotační indukčnosti zatíženého a nezatíženého motoru

Výsledek rotační indukčnosti pro rotor zatížený i naprázdno je podobný. Pro model se použije hodnota $G_{db} = 0,24H$.

7.3.4 Rotační indukčnost získaná z FEMMu

Rotační indukčnost lze získat i z FEMMu. V následujících kapitolách se ukážou dva možné postupy, které vedou k získání její hodnoty. V modelu dojde ke zjednodušení. Ze dvou větví se

vytvoří jen jedna větev, kterou poteče dvojnásobný proud a bude mít dvojnásobný průřez. Počet závitů ve větvi zůstane stejný. Počet vodičů v drážce bude poloviční.

7.3.4.1 Použití indukovaného napětí

Jednou z možností pro získání rotační indukčnosti je pomocí indukovaného napětí u_i, které se naindukuje během pootočení rotoru o nějaký úhel. Výpočet indukovaného napětí vychází ze vzorce

$$u_i = \frac{\Delta\Psi}{\Delta t}, \tag{7.18}$$

kde Ψ je spřažený magnetický tok, který vybudí cívka statoru, která je aktivní. Cívka je napájena proudem $I_b = 0,3A$. Zajímá nás změna tohoto toku za čas.

Rotor se otočí o 90° z polohy mezi póly do polohy pod pólovými nástavci. Otáčí se jen jeden závit.

Změna toku je

$$\Delta\Psi = \Psi_1 - \Psi_2 = 0,001153 - 4,576 \cdot 10^{-6} = 0,001149Wb. \tag{7.19}$$

Rotor se otáčí otáčkami n = 3155 1/min. Jedna otáčka trvá t = 0,019s. A čas otočení o 90° je t = 0,00475s. Po dosazení do vzorce pro indukované napětí vyjde hodnota

$$u_i = \frac{\Delta\Psi}{\Delta t} = \frac{0,001149}{0,00475} = 0,241V. \tag{7.20}$$

Tato hodnota indukovaného napětí platí jen pro 1 závit. Při uvažování komutace to bude pro 92 závitů

$$u_i = 92 \cdot 0,241 = 22,17V. \tag{7.21}$$

Velikost rotační indukčnosti potom bude

$$G_{db} = \frac{u_i}{\frac{i_b \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot p}{60}} = \frac{60 \cdot 22,17}{0,3 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 3155} = \underline{0,22H} \,. \tag{7.22}$$

Velikost rotační indukčnosti získané z FEEMu pomocí indukovaného napětí vychází $G_{db} = 0,22H$.

7.3.4.2 Použití vzájemné indukčnosti

Pro určení rotační indukčnosti G_{db} pomocí vzájemné indukčnosti je potřeba otočit vinutí rotoru z q-osy do d-osy. Rotační indukčnost se potom zjišťuje stejným způsobem jako vzájemná indukčnost dvou cívek.

Nejprve se určí, která cívka bude aktivní (teče proud) a která bude pasivní (neteče proud). Aktivní cívka vybudí magnetický tok ϕ jehož část prochází i jádrem pasivní cívky. Vztah pro výpočet vzájemné a tedy i rotační indukčnosti je

$$G_{db} = \frac{\Psi_{ab}}{I_a} = \frac{\Psi_{ba}}{I_b}, \tag{7.23}$$

kde Ψ_{ab} a Ψ_{ba} jsou spřažené toky pasivních cívek. Velikost rotační indukčnosti, kde cívka rotoru je aktivní a cívka statoru je pasivní vychází

$$G_{db} = \frac{\Psi_{ab}}{I_a} = \frac{0,819}{3,15} = 0,26H \,. \tag{7.24}$$

Velikost rotační indukčnosti, kde cívka statoru je aktivní a cívka rotoru je pasivní vychází

$$G_{db} = \frac{\Psi_{ba}}{I_b} = \frac{0,078}{0,3} = 0,26H \,. \tag{7.25}$$

Velikost rotační indukčnosti získané z FEEMu pomocí vzájemné indukčnosti vychází $G_{db} = 0,26H$.

Hodnoty získané z programu FEMM se nepatrně liší od hodnot spočítaných.

7.3.5 Mechanický moment Mmech

Do mechanického momentu se započítává zátěžný moment a mechanické ztráty. Pomocí mechanických rovnic lze tento moment vypočítat. Pro výpočet je třeba uvažovat, že dynamický moment je nulový, to znamená, že mechanická rychlost je konstantní $\frac{d\omega_m}{dt} = 0$. Potom platí $M_i = M_{mech}$. Vnitřní moment se vypočítá podle vzorce (7.9).

V tabulce 7.6 jsou uvedeny momenty pro motor zatížený i naprázdno.

motor	I_a[A]	I_b[A]	G_{db}[H]	M_{mech}[Nm]
Zatížený	3,15	0,3	0,24	0,226
Naprázdno	0,74	0,3	0,24	0,053

Tabulka 7.6 Velikost mechanického momentu pro konkrétní proudy

7.3.6 Moment setrvačnosti *J*

Moment setrvačnosti určuje setrvačnost hmoty při otáčivém pohybu. U motoru NK3K8 zapojeného na dynamometr ASD 10K-2 bude setrvačnost nejvíce ovlivňovat rotor dynamometru a spojka. Moment setrvačnosti měřeného motoru bude kvůli malým rozměrům rotoru zanedbán.

Moment setrvačnosti dynamometru ASD 10K-2 je uveden v katalogovém listu. Jeho hodnota je $J_{dyn} = 0{,}0075 kg \cdot m^2$.

Moment setrvačnosti spojky se musí vypočítat podle vzorce

$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 , \tag{7.27}$$

kde *m* je hmotnost rotující hmoty a *r* je její poloměr. Jelikož hmotnost spojky není známá, musí se vypočítat podle vzorce

$$m = \rho \cdot V , \tag{7.28}$$

kde ρ je hustota a *V* objem rotující hmoty. Spojka je ve tvaru válce, jehož objem se vypočítá podle vzorce

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l\,, \tag{7.29}$$

kde *r* je poloměr a *l* délka rotující hmoty.

Spojka je vyrobena z oceli, která má hustotu $\rho = 7850 kg \cdot m^{-3}$. Je složena ze tří válců o poloměru $r_1 = 4,7cm$ a délce $l_1 = 1cm$ a jednoho válce o poloměru $r_2 = 4,8cm$ a délce $l_2 = 1,3cm$. Po použití vzorce (7.29) vyjde objem tří válců $V_1 = 2,08 \cdot 10^{-4} m^3$, podle vzorce (7.28) vyjde hmotnost $m_1 = 1,63kg$ a podle vzorce (7.27) moment setrvačnosti $J_1 = 1,8 \cdot 10^{-3} kg \cdot m^2$. Pokud se bude postupovat stejným způsobem i u posledního válce vyjde moment setrvačnosti $J_2 = 8,5 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$. Celkový moment spojky se spočítá jako součet obou momentů.

$$J_{spoj} = J_1 + J_2 = 1,8 \cdot 10^{-3} + 8,5 \cdot 10^{-4} = 0,00265 kg \cdot m^2 \tag{7.30}$$

Výsledný moment setrvačnosti celého systému se spočítá jako součet momentu setrvačnosti dynamometru a spojky.

$$J = J_{dyn} + J_{spoj} = 0,0075 + 0,00265 = 0,01 kg \cdot m^2 \tag{7.31}$$

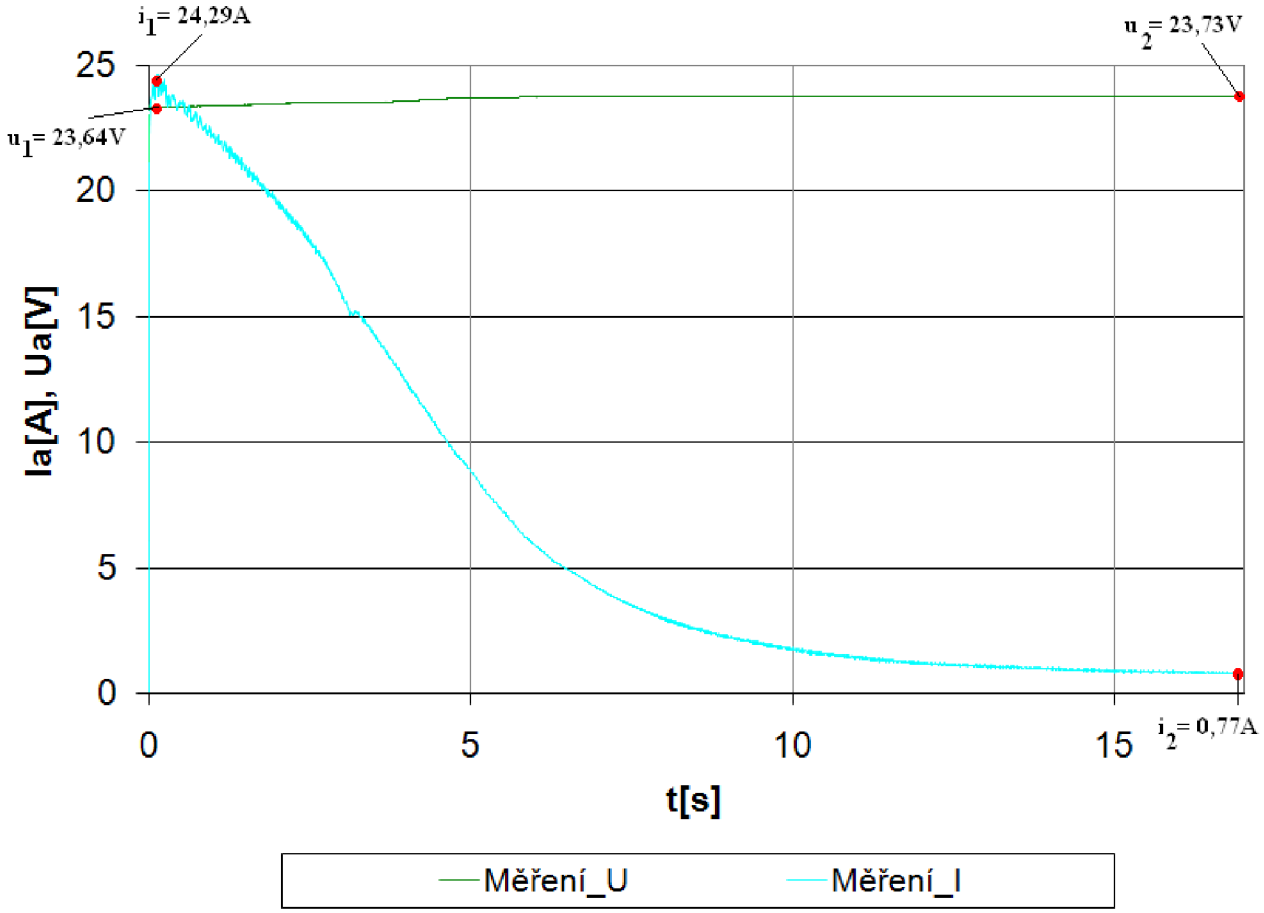
Moment setrvačnosti celého systému je $J = 0,01 kg \cdot m^2$. Tato hodnota se zadá do modelu.

7.3.7 Vnitřní odpor zdroje R_{ia}

Do modelu by se měl zahrnout i vnitřní odpor zdroje pro napájení vinutí rotoru. Určí se z průběhu proudu a napětí při rozběhu motoru. Jeho velikost se spočítá ze vzorce

$$R_{ia} = \frac{\Delta u}{\Delta i} \tag{7.32}$$

.



Obr. 7.7: Průběh naměřeného napětí a proudu vinutím kotvy.

S použitím vzorce (7.32) vyjde odpor R_{ia}

$$R_{ia} = \frac{u_1 - u_2}{i_1 - i_2} = \frac{23,64 - 23,73}{24,29 - 0,77} = \left| -\frac{0,09}{23,52} \right| = \underline{3,8m\Omega} \tag{7.33}$$

Vnitřní odpor zdroje pro napájení rotoru je $R_{ia} = \underline{3,8m\Omega}$.

U budícího vinutí je ze zdroje odebírán malý proud, proto se u tohoto vinutí může vnitřní odpor zdroje zanedbat.

7.4 Porovnání ustálených hodnot z měření a modelu

Výstupem modelu jsou průběhy proudu ve vinutí kotvy $i_a(t)$, proudu v budícím vinutí $i_b(t)$ a úhlová rychlost $\omega_m(t)$ při rozběhu motoru. Prvním krokem pro určení správnosti modelu je porovnání ustálených hodnot získaných z modelu a měření. Jelikož se úhlová rychlost z měření přímo nezískala, je potřeba ji vypočítat podle následujícího vztahu

$$\omega_m = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi \cdot p \cdot n}{60}, \tag{7.34}$$

kde *p* je počet pólových dvojic a *n* počet otáčet rotoru.

Motor	Zdroj	I_a [A]	I_b [A]	ω_m [s^{-1}]	n=[1/min]
Se zátěží	Měření	3,15	0,3	293	2800
	MATLAB	3,13	0,3	282	2694
Bez zátěže	Měření	0,74	0,3	330	3155
	MATLAB	0,73	0,3	318	3038

Tabulka 7.7 Velikost ustálených hodnot z modelu a měření

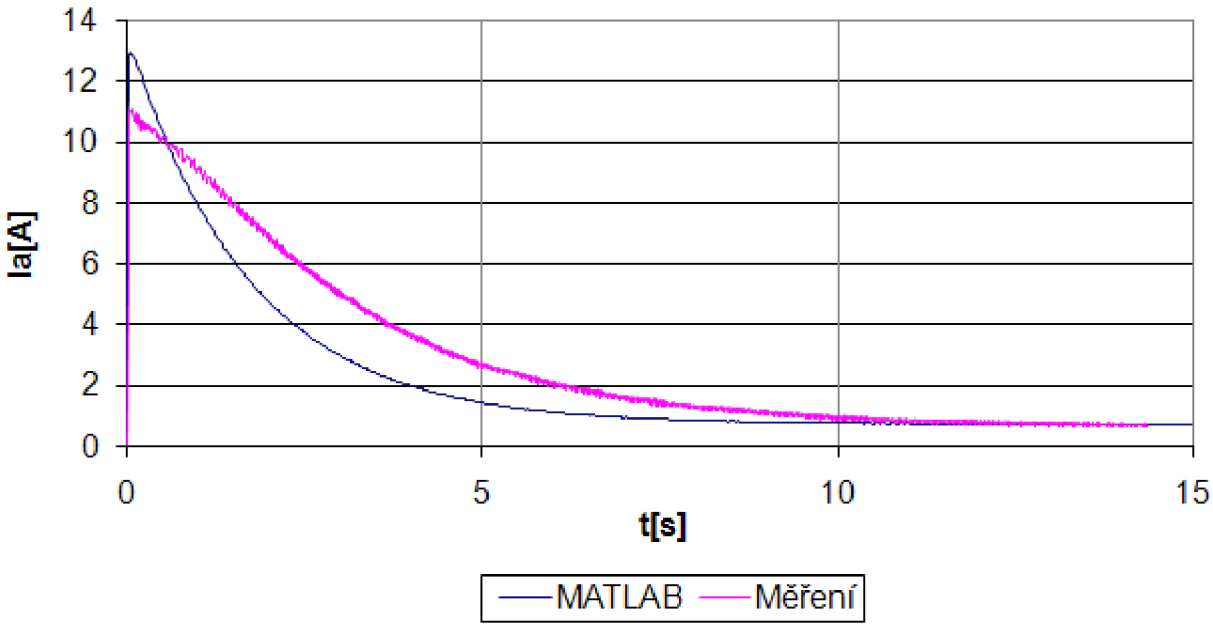
V tabulce 7.7 jsou porovnány ustálené hodnoty získané z měření a z dynamického modelu. Výsledky se nepatrně liší. Tato tabulka je důkazem, že je model sestaven správně, ale jestli jsou správně nastaveny všechny parametry, to se ověří až v následující kapitole.

7.5 Dynamické měření

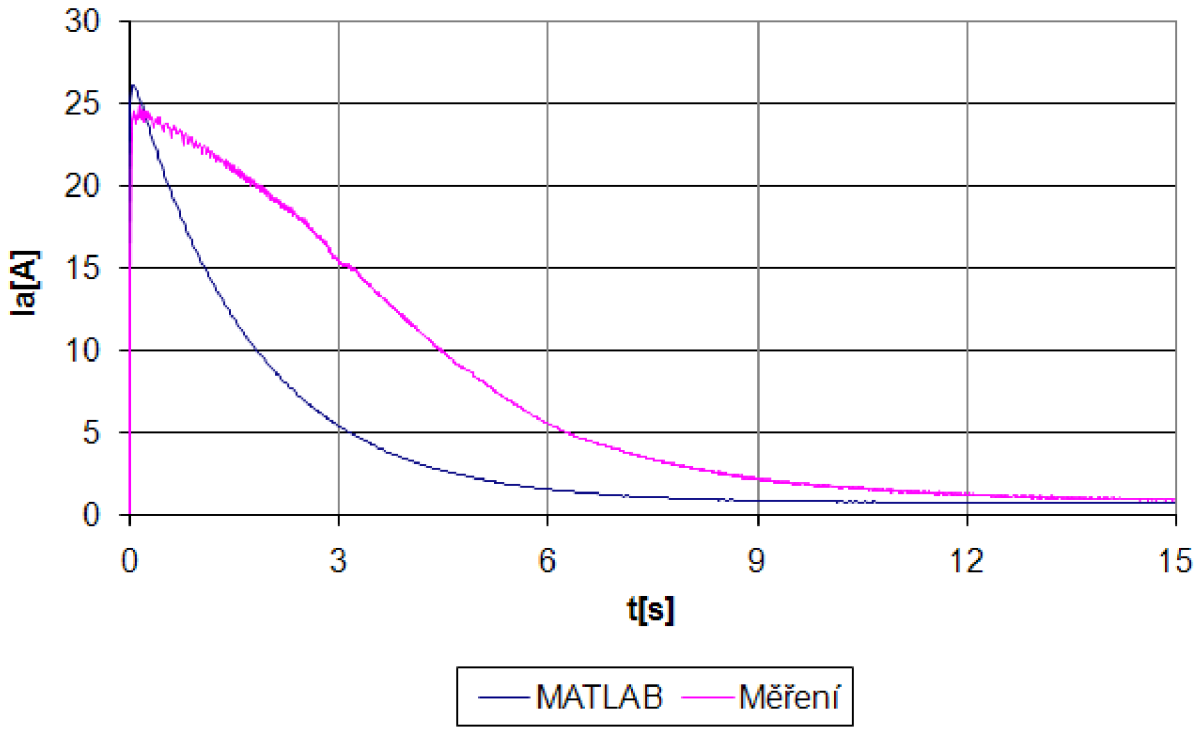
Druhým krokem pro určení správnosti dynamického modelu je porovnání samotných průběhů získaných z modelu a měření. Dynamika motoru se měřila při jeho rozběhu. Průběhy napětí a proudů se zobrazovaly na osciloskopu a následně zaznamenávaly na paměťové médium. Měřilo se bez zátěže motoru. U každého měření bylo budící vinutí napájeno proudem $I_b = 0,3A$ a napětím $U_b = 24V$.

Na obr. 7.8 jsou zobrazeny průběhy proudů $i_a(t)$ z modelu a měření při rozběhu motoru pro napětí $U_a = 12V$. Velikost proudu při rozběhu nejprve roste, aby se překonaly všechny odpory, a následně klesá do ustálené hodnoty. Pokud se oba průběhy porovnají, tak je na první pohled

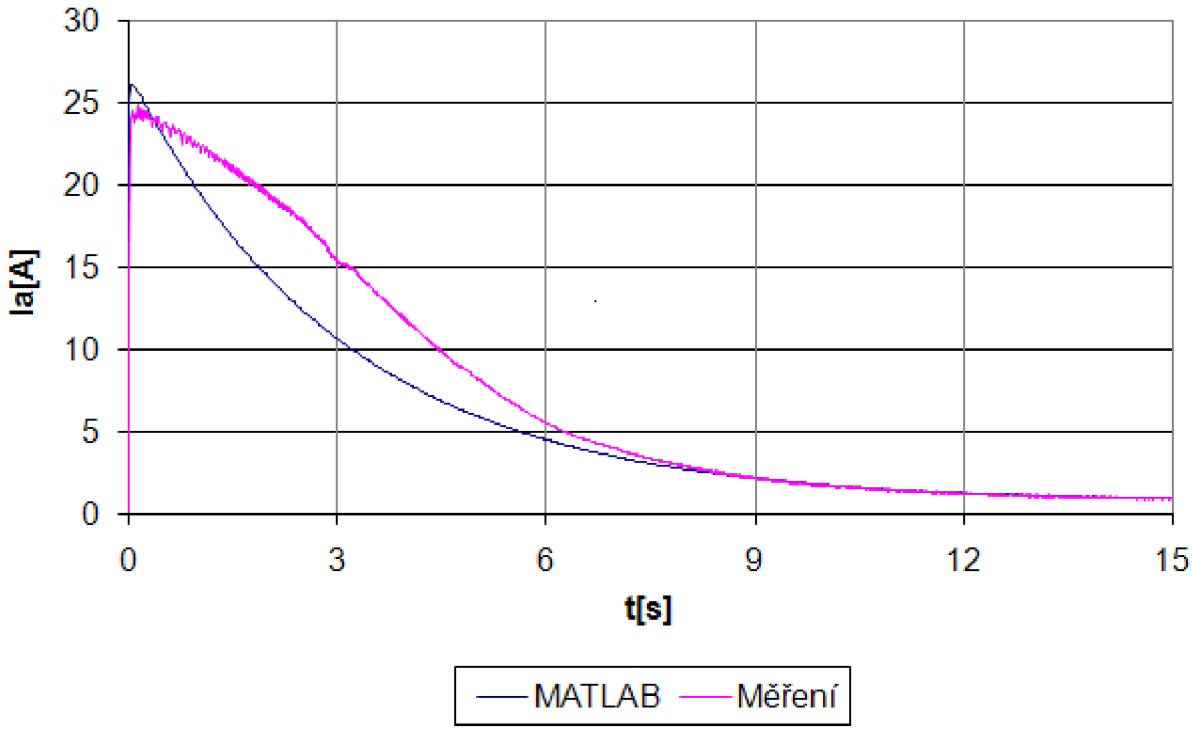
vidět, že se odlišují ve velikosti proudového navýšení a dobou ustálení. V měření je navýšení proudu nižší než v modelu. Příčinou je rozdílná hodnota odporu vinutí kotvy R_a. Skutečný motor bude mít tedy v kotvě vyšší odpor. Daleko závažnější je rozdílná doba ustálení proudu. Proud v kotvě skutečného motoru se ustálí za delší časový úsek. Křivka proudu není u skutečného motoru tak strmá jako u modelu. Při napětí $U_a = 12V$ je rozdíl velikosti okamžitého proudu z modelu a měření ve stejném čase maximálně 2A. Avšak při napětí $U_a = 24V$ je tento rozdíl až 10A. Průběhy proudů $i_a(t)$ pro napětí $U_a = 24V$ jsou zobrazeny na obr. 7.9. Rychlejší ustálení proudu v modelu může být způsobeno nižší hodnotou momentu setrvačnosti. Na skutečný motor tedy působí větší setrvačné síly. Pokud by se změnila v modelu hodnota momentu setrvačnosti z velikosti $J = 0,01kg \cdot m^2$ na velikost $J = 0,018kg \cdot m^2$ vyšel by průběh, který je zobrazen na obr. 7.10. Zde je rozdíl okamžitého proudu v průběhu ustálení maximálně 5A. Tato hodnota je příznivější.



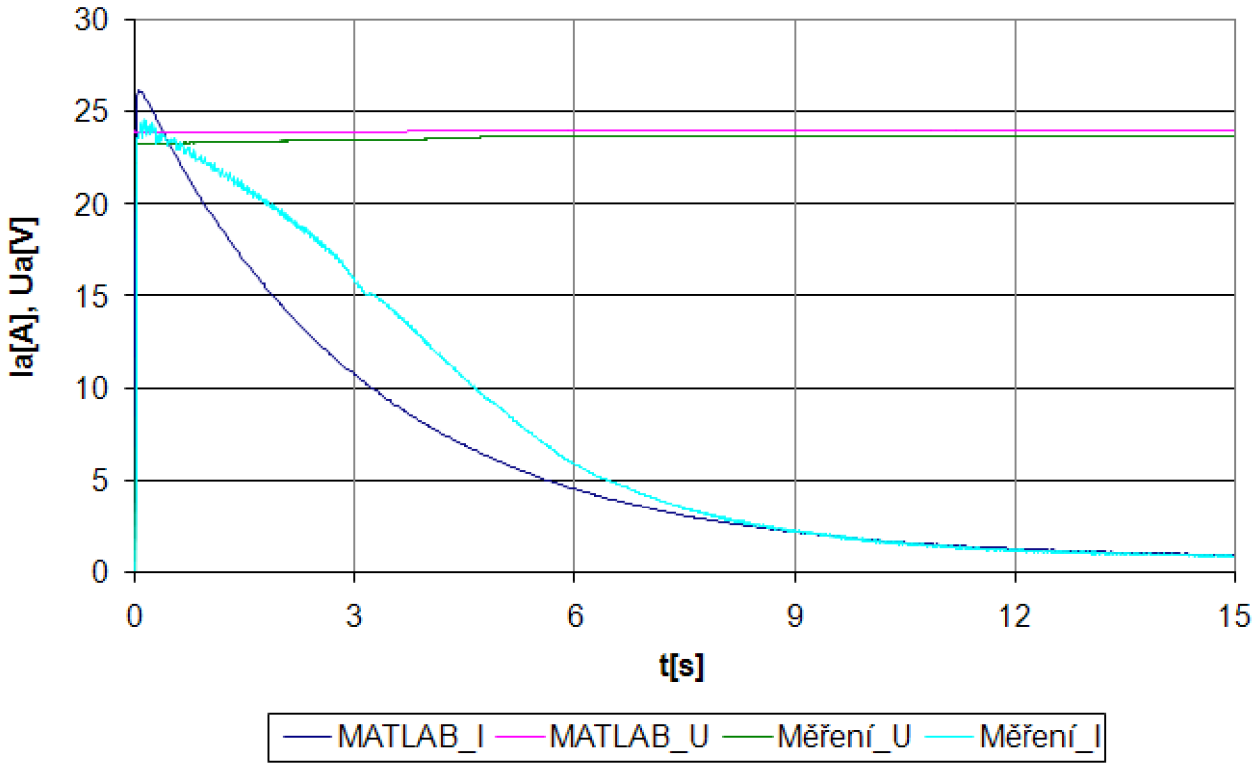
Obr. 7.8: Průběhy proudu vinutím kotvy z modelu a měření při napětí $U_a = 12V$ (moment setrvačnosti $J = 0,01kg \cdot m^2$).



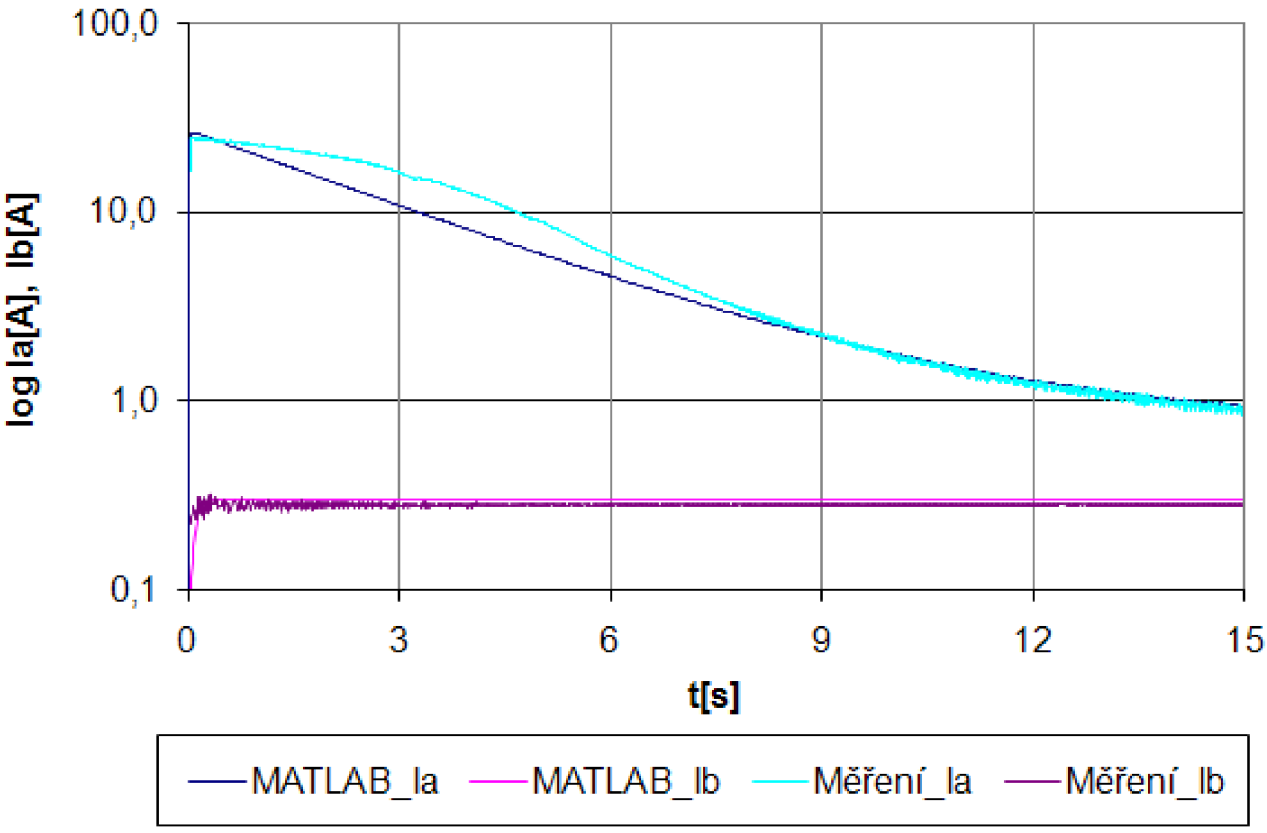
Obr. 7.9: Průběhy proudu vinutím kotvy z modelu a měření při napětí $U_a = 24V$ *(moment setrvačnosti* $J = 0,01kg \cdot m^2$*).*



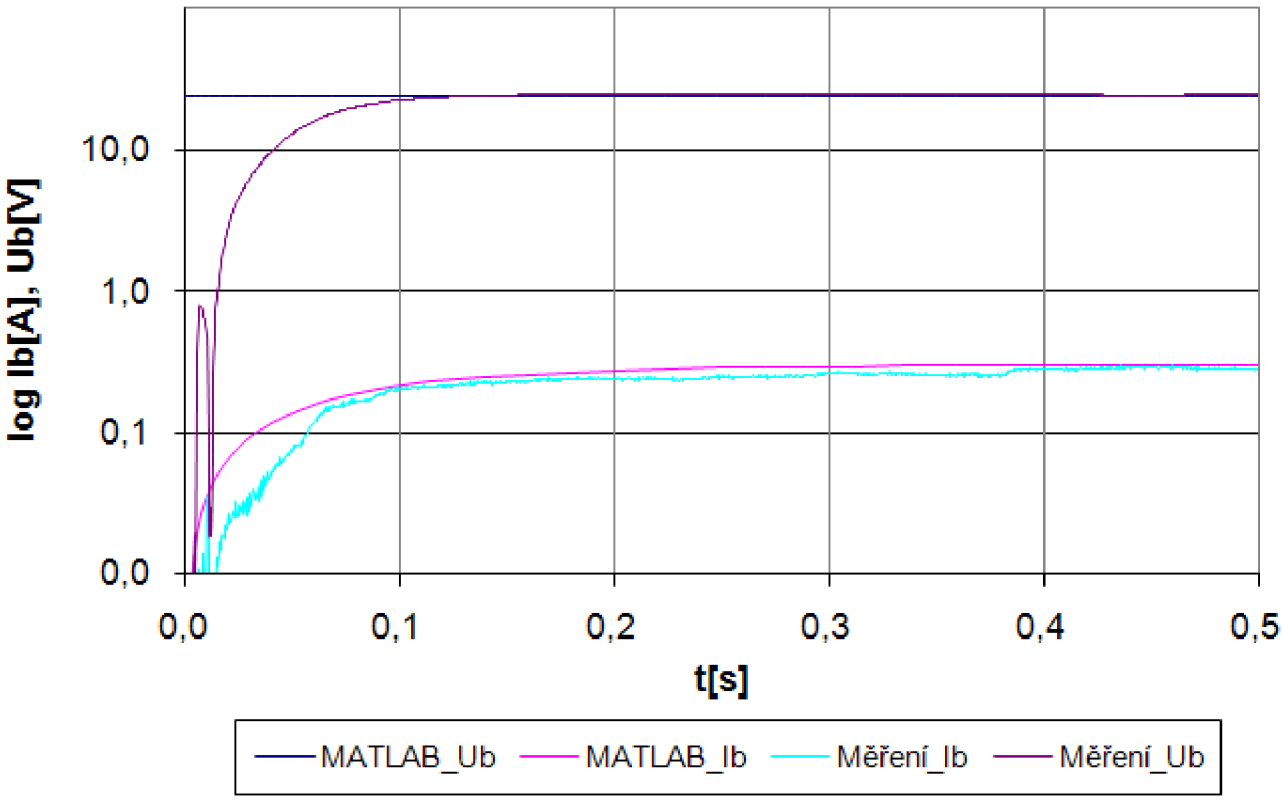
Obr. 7.10: Průběhy proudu vinutím kotvy z modelu a měření při napětí $U_a = 24V$ *(moment setrvačnosti* $J = 0,018kg \cdot m^2$*).*



Obr. 7.11: Průběhy proudu a napětí vinutí kotvy z modelu a měření.



Obr. 7.12: Průběhy proudu vinutím kotvy a budícího vinutí z modelu a měření.



Obr. 7.13: Průběhy proudu a napětí budícího vinutí z modelu a měření.

Na obr. 7.13 je zobrazen průběh napětí a proudu budícího vinutí získaného z modelu a měření. Na začátku průběhu měřeného napětí je vidět zakolísání zdroje. Napětí získané z modelu se bralo jako konstantní.

8 ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce byla tvorba dynamického modelu stejnosměrného motoru na základě hodnot získaných z konkrétního stroje. Před samotnou tvorbou bylo nejprve potřeba, seznámit se s konstrukcí, funkcí, způsoby zapojení a se všemi jevy, které v stejnosměrném motoru vznikají a se kterými je potřeba v tvorbě počítat. Následovalo rovněž seznámení s problematikou metody konečných prvků a jeho konkrétního softwarového zástupce, který se při tvorbě využije.

V práci byl použit stejnosměrný motor s cizím buzením od firmy ATAS elektromotory Náchod a.s. a jeho typové označení je NK3K8. Vycházelo se s údajů, které mohl motor nabídnout. To znamená geometricky změřené a spočítané hodnoty na motoru a naměřené ustálené hodnoty. Pro přesnější návrh se nepoužily hodnoty štítkové, ale již výše uvedené hodnoty naměřené. Jiná technická data nebyla pro tvorbu k dispozici, musela se pomocí získaných dat z motoru vypočítat nebo odečíst z grafu.

Důležitým bodem práce je analytický a numerický výpočet parametrů stejnosměrného motoru. Zjišťovaly se hodnoty momentu, odporu a indukčnosti vinutí kotvy a budícího vinutí. U numerického výpočtu byl použit program FEMM , který využívá metody konečných prvků. Získané hodnoty z výpočtu a modelu byly porovnány s naměřenými hodnotami. Souhrn výsledků je zobrazen v tabulce 8.1. Jediné parametry, které v tabulce nejsou uvedeny, jsou hodnoty odporů z modelu. Z programu FEMM se tyto hodnoty nedaly získat. Po porovnání zbylých parametrů je na první pohled vidět, že nejvíce se odlišuje hodnota vlastní indukčnosti vinutí rotoru získaná z měření od hodnoty získané z výpočtu a modelu. Hodnota naměřená se od hodnoty namodelované liší až o 35,4%. Je to nejspíše z důvodu chyby v měření při přikládání hrotů měřicího přístroje na lamely komutátoru nebo jiným otočením rotoru. Ostatní parametry získané různými metodami jsou podobné.

	Ra $[\Omega]$	**Rb** $[\Omega]$	**La** $[mH]$	**Lb** $[H]$	**M** $[N \cdot m]$
Výpočet	0,9	79,7	5,79	5,68	0,20
Model	___	___	6,19	6,47	0,22
Měření	0,8	80,4	4,0	5,74	0,21

Tabulka 8.1 Srovnání dat z výpočtu, modelu a měření

Pro tvorbu dynamického modelu se použily hodnoty indukčností získaných z modelu a hodnoty odporů získaných z výpočtu. Dynamický model se vytvářel v programu MATLAB ze znalostí napěťových a mechanických rovnic stejnosměrného motoru s cizím buzením. Aby model co možná nejvíce odpovídal realitě, tak bylo potřeba do něho započítat i napětí na kartáčích nebo vnitřní odpor použitého zdroje. Vzniklé průběhy z modelu, které charakterizovaly rozběh motoru, se porovnávaly s průběhy získanými z měření. Průběhy $i_a(t)$ se lišily ve dvou bodech a to ve velikosti prvotního proudového navýšení a dobou ustálení. Jinou velikost proudového navýšení

způsobila rozdílná hodnota odporu R_a a jinou dobu ustálení způsobil rozdílný moment setrvačnosti. Průběhy $i_b(t)$ se liší nepatrně. Ustálené hodnoty z modelu a měření jsou podobné.

LITERATURA

[1] MRAVEC, R.: Elektrické stroje a přístroje III. Navrhování elektrických strojů točivých. SNTL, Praha 1982.

[2] ŘÍHA, J.: Elektrické stroje a přístroje. SNTL, Praha 1984.

[3] KUČERA, J., HAPL, J.: Stavba stejnosměrných strojů. Skriptum ČVUT, Praha: SNTL Praha 1963.

[4] MRAVEC, R.: Elektrické stroje a přístroje I. Elektrické stroje. SNTL, Praha 1982.

[5] VESELKA, F., VALOUCH, V.: Laboratoře elektrických strojů a přístrojů II – návody pro laboratorní měření. Skriptum VUT, Brno, 2008. ISBN 978-80-7204-620-1.

[6] BARTOŠ, V.: Teorie elektrických strojů. Vydavatelství ZČU v Plzni, 2006

[7] MEEKER, D.: FEMM 4.2 Magnetostatic Tutorial.

[8] CIGÁNEK, L., BAUER, M.: Elektrické stroje a přístroje. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1957.