



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

# NEJISTOTA MĚŘENÍ PŘETVOŘENÍ A MECHANICKÉHO NAPĚTÍ POMOCÍ ODPOROVÝCH TENZOMETRŮ

THE UNCERTAINTIES DEFORMATION AND STRESS USING THE STRAIN GAUGES

## DIZERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Pavel Dokoupil

## ŠKOLITEL

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

BRNO 2017

## **ABSTRAKT**

Práce se zabývá stanovením nejistoty měření přetvoření a mechanického napětí pomocí odporových tenzometrů. V práci jsou uvedeny dvě metody pro stanovení nejistoty měření. Metody GUF a MMC jsou následně aplikovány na měření prováděná odporovými tenzometry. Stanovení nejistoty měření bylo provedeno pro přetvoření měřené jednoosými a dvojosými tenzometry. Nejistota mechanického napětí byla stanovena pro jednoosé tenzometry, kříže a růžice.

Pro měřené přetvoření a vypočtené mechanické napětí byly vytvořeny universální matematicko-technické modely, které lze následně aplikovat na standardní i speciální měření, jako jsou vysokoteplotní nebo měření v radiačním poli. Jednotlivé dílčí složky nejistoty přetvoření a mechanického napětí jsou rozebrány z hlediska velikosti chyby a tvaru pravděpodobnostní funkce, které mohou nabývat. Největší důraz byl kladen na chyby ovlivňující měřené přetvoření, jako jsou vlastnosti tenzometru, instalace a provozní vlivy, vnější a časové vlivy a vliv měřeného objektu. Chyby ovlivňující mechanické napětí jsou uvedeny a rozebrány dvě, a to chyba modulu pružnosti a chyba Poissonova čísla.

Práce je koncipována jako souhrn informací vztahující se k chybám měření pomocí odporových tenzometrů a metod pro stanovení nejistoty měření tak, aby příslušný experimentátor mohl zde obsažené informace a metody aplikovat na příslušná měření. V závěrečných kapitolách jsou pro jednoosou a dvojosou napjatost uvedeny reprezentativní příklady stanovení nejistoty měření napjatosti dle metody GUF a MMC. Dále je proveden experiment, který porovnává naměřené hodnoty přetvoření, mechanického napětí a stanovených nejistot měření z několika různých typů tenzometrů při různých teplotách s teoretickým výpočtem přetvoření a mechanickým napětím. Experiment byl proveden na snímači posuvu, který pracuje na elementárním principu zatížení ohybem.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Měření, tenzometr, přetvoření, mechanické napětí, nejistota měření, GUF, MMC

## **ABSTRACT**

The dissertation thesis deals with the determination of uncertainty of strain measurement and the stress using resistance strain gages. You can find two methods to define the uncertainty in the thesis, GUF and MMC, and both are applied for measurements carried out with resistance strain gages. Definition of the measurement uncertainty was set for the strain measured by uniaxial and biaxial strain gages. The uncertainty of the stress was defined for linear strain gages, T Rosettes and Rosettes.

There were universal mathematic-technical models defined to measure strain and stress, these models can be used either for standard and special measurements i.e. high-temperature, or for measurements in radiation field. Each part of the strain uncertainty and stress is analyzed from the point of view of a size of uncertainty and a form of probability of the function that strain and stress can adopt. The maximum focus was dedicated to the mistakes influencing measured strain like strain gage properties, installation and operating influences, external influences, time effects and the influence of the measured object. There are two mistakes influencing the stress described and analyzed in the thesis, the mistake of the Young's modulus of elasticity and the mistake of the Poisson's ratio.

The thesis is conceived as a complex of information related to the measurement uncertainties using the resistance strain gages and methods of defining the measurement uncertainty in a way that the experimenter can apply the gained info and methods in the required measurements. The final chapters give representative examples to define measurement uncertainties for uniaxial and biaxial stress applying GUF and MMC method. The thesis also includes the experiment that compares measured values of strain, stress and measurement uncertainties, using several different types of strain gages at different temperatures, with theoretical calculation of strain and with stress. The experiment was carried out using the displacement sensor that works on an elementary principle of bending load.

## **KEYWORDS**

Measurements, strain gauges measurements, strain, stress, uncertainty of measurements, GUF, MMC

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

DOKOUPIL, P. *Nejistota měření přetvoření a mechanického napětí pomocí odporových tenzometrů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 126 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Vladimír Habán. Ph.D.

## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením doc. Ing. Vladimíra Habána, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 17. listopadu 2017

.....

Pavel Dokoupil

## **PODĚKOVÁNÍ**

Rád bych poděkoval všem, kteří mi umožnili studium a podporovali při studiu. Velký dík pak patří mé přítelkyni za podporu a trpělivost v době studia. Děkuji mému vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Vladimíru Habánovi, Ph.D. za kladný přístup, odborné rady a ochotu při řešení problémů.

# OBSAH

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1     | Úvod .....   | 9  |
| 1.1   | Význam dizertační práce.....   | 9  |
| 1.2   | Cíle dizertační práce .....  | 10 |
| 2     | Nejistoty měření .....   | 11 |
| 2.1   | Nejistota stanovená dle metody GUF .....                             | 12 |
| 2.1.1 | Standardní nejistota stanovená metodou A .....                       | 12 |
| 2.1.2 | Standardní nejistota stanovená metodou B.....                        | 12 |
| 2.1.3 | Kombinovaná standardní nejistota .....                               | 12 |
| 2.1.4 | Rozšířená standardní nejistota měření .....                          | 13 |
| 2.1.5 | Postup stanovení nejistoty dle metody GUF .....                      | 13 |
| 2.2   | Nejistota stanovená dle metody Monte Carlo .....                     | 15 |
| 2.3   | Nejistota veličiny a konstanty .....                                 | 17 |
| 2.4   | Rozdělení pravděpodobnosti.....                                      | 17 |
| 2.4.1 | Používaná rozdělení pravděpodobnosti a jejich vlastnosti .....       | 19 |
| 2.4.2 | Popis používaných rozdělení pravděpodobnosti z hlediska měření ..... | 22 |
| 3     | Stanovení nejistoty měření přetvoření .....                          | 24 |
| 3.1   | Odporový tenzometr .....   | 25 |
| 3.2   | Přesnost měření přetvoření .....                                     | 26 |
| 3.3   | Wheatstoneův můstek .....  | 27 |
| 3.4   | Záznamové zařízení .....   | 29 |
| 4     | Stanovení nejistoty měření mechanického napětí .....                 | 30 |
| 4.1   | Modul pružnosti v tahu a Poissonovo číslo .....                      | 34 |
| 4.2   | Přesnost měření mechanického napětí .....                            | 36 |
| 4.3   | Chyba modulu pružnosti a Poissonova čísla.....                       | 37 |
| 5     | Stanovení nejistoty měření pro odporové tenzometry .....             | 38 |
| 5.1   | Nejistoty měření tenzometrie uvedené v zahraniční literatuře .....   | 39 |
| 5.2   | Nejistota přetvoření.....  | 41 |
| 5.2.1 | Vlastnosti tenzometru .....  | 41 |
| 5.2.2 | Instalace a provozní vlivy.....                                      | 44 |
| 5.2.3 | Vnější vlivy .....   | 50 |
| 5.2.4 | Vliv měřeného objektu .....  | 51 |
| 5.2.5 | Časové vlivy .....   | 52 |
| 5.3   | Nejistota jednoosé napjatosti – Jednoosé tenzometry.....             | 55 |
| 5.4   | Nejistota dvojosé napjatosti – Tenzometrické kříže .....             | 58 |
| 5.5   | Nejistota dvojosé napjatosti – Tenzometrické růžice .....            | 63 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 5.6   | Nejistota redukovaného napětí.....                             | 74  |
| 6     | Experimenty .....  | 75  |
| 6.1   | Experimentální vzorky a zařízení .....                         | 75  |
| 6.2   | Analytický výpočet deformace extenzometru .....                | 77  |
| 6.3   | Korekce naměřených hodnot .....                                | 78  |
| 6.3.1 | Korekce na vliv tloušťky kovové podložky .....                 | 78  |
| 6.3.2 | Korekce na vliv přivaření tenzometru dle tvaru „U“ .....       | 80  |
| 6.4   | Popis extenzometru (nosníku) a experimentálního zařízení ..... | 81  |
| 6.5   | MKP výpočet .....  | 87  |
| 6.6   | Výsledky experimentu .....                                     | 89  |
| 6.7   | Stanovení nejistoty měření.....                                | 91  |
| 6.8   | Zhodnocení, porovnání experimentu a výpočtu .....              | 98  |
| 7     | Shrnutí a přínos dizertační práce .....                        | 101 |
| 7.1   | Dosažené cíle práce .....                                      | 101 |
| 7.2   | Přínos práce a další možné směry rozvoje.....                  | 102 |
| 8     | Závěr.....   | 103 |
|       | Použité informační zdroje.....                                 | 104 |
|       | Seznam použitých zkratk, veličin a symbolů.....                | 107 |
|       | Seznam příloh.....   | 110 |



# 1 ÚVOD

**Odporová tenzometrie patří ke stěžejní měřicí metodě v experimentální mechanice, která patří do vědecko-aplikačního oboru mechanika těles. Odporové tenzometry jsou nejpoužívanějším snímačem pro měření přetvoření (mechanického napětí), a to zejména kvůli své jednoduché dostupnosti, přesnosti, nízké ceně a použitelnosti. V současné době se tenzometrické měření používá prakticky ve všech odvětvích průmyslu a technických věd. Zejména pak ve strojírenství a stavebnictví je role tenzometrie nenahraditelná.**

**Každé provedené měření je zatíženou chybou a nejistotou měření.** Chyby v měření není možné zcela vyloučit, ale je žádoucí je eliminovat na přípustnou hodnotu. **Při stanovení nejistoty měření je nutné stanovit hlavní zdroje chyb, které se následně kvantifikují.** Z praktického hlediska je nutné k chybě a následně nejistotě měření přistupovat tak, že je součástí měření a v mnoha případech je znalost chyby naměřených hodnot důležitější než výsledek samotný.

V současné době je **analýza deformace a mechanického napětí** realizovaná převážně **výpočtovým modelováním**. Úroveň výpočtového modelování je na velmi vysoké úrovni poznání a s rozvojem výpočetní techniky a s ním souvisejícím výskytem programového vybavení se stalo výpočtové modelování téměř rutinní záležitostí. Tento technický postoj k řešení problému má nesporně řadu výhod. K nejvýznamnější patří zvýšení technické úrovně a efektivity prováděných činností se sníženými náklady na vývojové, konstrukční, výrobní a kontrolní činnosti. Je však nutné mít na paměti, že **i sebelepší výpočet (numerické modelování) je zatížen určitou mírou nepřesností a tudíž nedokáže plně nahradit experiment.** Pokud neověříme výpočty získané numerickým modelováním experimentem, nelze prohlásit, že takto získané výsledky jsou věrohodné.

**Aktuální stav poznání v oblasti odporové tenzometrie je na velmi vysoké úrovni, a to včetně chyb tenzometrů a měření s nimi prováděnými.** Totéž se dá konstatovat i o aktuálním stavu poznání v oblasti **nejistot měření**. Je však nutné podotknout, že odporová tenzometrie je poměrně stará technická disciplína, kde její základy sahají do začátků 20. století a postupně se vyvíjela celé 20. století a svým způsobem se vyvíjí stále. Kdežto teorie nejistot měření je v současné využívané podobě poměrně mladá technická disciplína, která se stále vyvíjí. **Dizertace si klade za cíl aplikovat výhody teorie nejistot měření na odporovou tenzometrii.**

## 1.1 VÝZNAM DIZERTAČNÍ PRÁCE

V současné době má **experimentální analýza deformací a mechanického napětí** (strojních, stavebních a dalších konstrukcí) **v technické praxi stále nezastupitelnou roli.** Ačkoliv je v současné době stále více využíváno výpočtového modelování deformací a mechanického napětí, tak experimentálně získaná data mají i v této oblasti svůj význam, a to při verifikaci zejména složitých výpočtů. V některých určitých technických oblastech je pak výhodnější provést experiment, nežli provádět výpočty. Mezi takovéto činnosti patří zejména **predikce pevnosti, životnosti, provozní spolehlivosti konstrukcí a zařízení, dále pak sledování a monitoring provozních zatížení a provozních stavů konstrukcí a zařízení.**

Je nutné si však uvědomit, že každý experiment je zatížen určitou mírou nepřesnosti. **Míra (ne)přesnosti měření se dá matematicky vyjádřit jako nejistota měření, která prakticky udává interval výskytu skutečné hodnoty s určitou pravděpodobností.**

Pokud chceme využívat experimentálně získaná data pro verifikaci numerických výpočetních metod, je nejprve nutné stanovit nejistotu měřené veličiny (v našem případě přetvoření a mechanického napětí). Teprve potom bude možné prakticky provádět jistou interakci výpočtového modelování s experimentem. Potřebnost znalosti nejistoty měření přetvoření a mechanického napětí je zcela patrná i u dalších zmíněných činností. Pokud neznáme nejistotu měření přetvoření, jen těžko můžeme prohlásit, že například stanovená predikce nebo životnost je věrohodná.

**Význam dizertační práce spočívá** ve vytvoření technicky spolehlivé a věrohodné metodiky, algoritmů a návodů pro stanovení nejistoty měření přetvoření a mechanického napětí získané z odporových tenzometrů. Informace uvedené v této dizertaci budou **sloužit v inženýrské praxi pro praktické a efektivní stanovení nejistoty (míry nepřesnosti) měření**, které ačkoliv vyházejí ze subjektivního názoru experimentátora, tak jsou založeny na vědecko – technickém základě teorie chyb. Po získání informací o nejistotě měření bude záležet pouze na lidském faktoru, jak se získanou částí měření naloží při vyhodnocení experimentu nebo verifikaci numerických výpočetních metod.

## 1.2 CÍLE DIZERTAČNÍ PRÁCE

Cílem dizertační práce je vytvoření **matematicko-technického modelu stanovení nejistoty měření přetvoření a mechanického napětí**. Stanovení nejistoty bude provedeno pouze po měření přetvoření **odporovými tenzometry**. Vzhledem k podstatě tenzometrického měření, kde převážná část zkoušek je neopakovatelná a prakticky je známá pouze jedna hodnota, bude výpočet zaměřen pouze na **nejistotu stanovenou metodou B (metoda GUF)** a metodou **Monte Carlo (MMC)**.

V této práci bude kladen důraz zejména na následující dílčí cíle:

1. Vytvoření matematicko–technického modelu pro přetvoření měřeného jednoosými a dvojosými tenzometry.
2. Analýza chyb a dílčích nejistot ovlivňující měřené přetvoření a mechanické napětí (napjatost).
3. Stanovení nejistoty měření přetvoření.
4. Stanovení nejistoty měření napjatosti pro jednoosé tenzometry, tenzometrické kříže a růžice.
5. Vytvoření universálních výpočetních modelů (algoritmů) pro stanovení nejistoty přetvoření a napjatosti metodou GUF, které bude možno aplikovat na příslušné prováděné měření.
6. Vytvoření universálních algoritmů pro výpočet napjatosti, stanovení příslušné nejistoty měření a vykreslení průběhů pravděpodobnostních funkcí (PDF a CDF) dle metody MMC.

**Pro ověření vytvořených modelů a algoritmů byl navrhnout experiment, který bude mít za cíl porovnat měření a stanovenou nejistotu měření na několika tenzometrech.** Experimenty budou prováděny na snímači posuvu, který pracuje na elementárním principu zatížení ohybem. **Teoretické ohybové přetvoření (napětí), které se vyskytuje na snímači, bude stanoveno i na základě analytického a MKP výpočtu.** Experimenty a MKP výpočet bude proveden pro tři teploty 20°C, 90°C a 290°C. Na závěr budou relevantní naměřená data včetně stanovených nejistot měření (intervalů výskytu skutečné hodnoty) a teoretická hodnoty (analytické a MKP) navzájem porovnána.



## 2.1 NEJISTOTA STANOVENÁ DLE METODY GUF

Standardní nejistoty stanovené dle **metody GUF** se dělí podle způsobu získání na **nejistoty stanovené metodou A** ( $u_A$ ) a **nejistoty stanovené metodou B** ( $u_B$ ). Nejistoty stanovené oběma metodami **jsou rovnocenné**. Sloučením standardní nejistoty vyhodnocenou metodou A a metodou B získáme **kombinovanou standardní nejistotu** ( $u_C$ ). Z důvodu rozšíření intervalu pokrývající skutečnou hodnotu měřené veličiny vytváříme **rozšířenou nejistotu měření U**, která udává interval s větší pravděpodobností pokrytí skutečné hodnoty. Postup určení nejistoty měření se dělí pro **přímo a nepřímo měřené veličiny** [4].

### 2.1.1 STANDARDNÍ NEJISTOTA STANOVENÁ METODOU A

Stanoví se jako odmocnina z výběrové směrodatné odchylky  $s_x$  výběrového (aritmetického) průměru  $\bar{x}$  dle vztahů 2.1 a 2.2. Charakteristickým znakem nejistoty vyhodnocené metodou A je to, že s **rostoucím počtem měření jejich hodnoty klesají**. **Příčiny nejistot** se všeobecně **považují za neznámé**. Charakter nejistot stanovených metodou A je více univerzální, protože vyhodnotit skupinu údajů měření je třeba ve všech oborech měření. Vyhodnocení standardní nejistoty metodou A se provádí statistickým zpracováním výsledků opakovaných přímých měření. Nejčastěji se předpokládá, že naměřené hodnoty získáme nezávislým měřením za stejných podmínek měření. **Podmínkou vyhodnocení** standardní nejistoty metodou A **je realizace vícero opakovaných měření** [4], [19].

$$u_{Ax} = s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad 2.1$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad 2.2$$

### 2.1.2 STANDARDNÍ NEJISTOTA STANOVENÁ METODOU B

Nejistoty vyhodnocené metodou B **nejsou závislé na počtu měření**. **Příčiny nejistot** se všeobecně **považují za známé**, identifikovatelné a kvantifikované zdroje. Tyto nejistoty jsou ve většině případů celkovou nejistotou. Při opomenutí jediné významné složky se zničí celá stavba výpočtu nejistot. **Charakter nejistot stanovených metodou B je individuální a vyžaduje znalosti příslušného oboru měření**. Vyhodnocení standardní nejistoty metodou B **vychází z kvalifikovaného úsudku založeného na všech dostupných informacích o měřené veličině X a jejich možných změnách** [1], [4], [19].

### 2.1.3 KOMBINOVANÁ STANDARDNÍ NEJISTOTA

V praxi je obvykle třeba **společně jediným číslem vyjádřit nejistotu stanovenou metodou A a metodou B**. K tomu se používá **kombinovaná standardní nejistota**, která se určí sloučením nejistot stanovených metodou A a metodou B. Kombinovaná standardní nejistota je definována takto:

$$u_{Cx} = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad 2.3$$

### 2.1.4 ROZŠÍŘENÁ STANDARDNÍ NEJISTOTA MĚŘENÍ

Standardní nejistoty vytvářejí interval pokrývající skutečnou hodnotu měřené veličiny s poměrně malou pravděpodobností, přibližně 60%. Tato pravděpodobnost je většinou nedostatečná a v praxi se často požaduje hodnota nejistoty, která by vytvářela interval s větší pravděpodobností pokrytí skutečné hodnoty (až 100%). Taková nejistota se nazývá rozšířená nejistota, která se označuje  $U$  a určí se pomocí vztahu 2.4.

$$U = k \cdot u_c \quad 2.4$$

Při určení rozšířené nejistoty měření je nutné znát **koeficient rozšíření** (koeficient pokrytí)  $k$ . Hodnota  $k$  závisí na typu rozdělení pravděpodobnosti výsledku měření [1], [4].

### 2.1.5 POSTUP STANOVENÍ NEJISTOTY DLE METODY GUF

**Kombinovaná nejistota**  $u_c$  stanovená dle metody GUF se určí dle **zákona šíření nejistot** pro **nekorelované** veličiny dle vztahu 2.5 a pro **korelované** veličiny dle vztahu 2.6.

$$u_c^2(y) = \sum_{j=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_j} \right]^2 \cdot u^2(x_j) = \sum_{i=1}^N [c_i \cdot u(x_i)]^2 \equiv \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad 2.5$$

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j) \quad 2.6$$

Algoritmus stanovení kombinované nejistoty  $u_c$  dle **metody GUF pro přímé měření** je následující [4]:

- Vytipují se možné zdroje nejistot  $Z_1, \dots, Z_i$  měřené veličiny  $X$ ,
- Určí se odhad (maximální odchylka  $Z_{\max}$ ) standardní nejistoty  $x_i$  měřené veličiny  $X$ ,
- Stanoví se standardní nejistota  $u(x_i)$  dle vztahu 2.7,

$$u(x_i) = \frac{Z_{i \max}}{\chi} \quad 2.7$$

- Stanoví se citlivostní koeficienty  $c_i(x_i)$ ,
- Posoudí se korelace mezi jednotlivými stanovenými standardními nejistotami  $u(x_1)$  až  $u(x_i)$  a určí se případné korelační koeficienty  $r$ ,
- Pokud jsou provedena více jak tři nezávislá měření, určí se nejistota stanovená metodou A  $u_A$ , a to dle vztahu 2.1 a dalších doplňujících postupů viz [1],
- Jednotlivé standardní nejistoty  $u(x_i)$  (příspěvky) se sloučí do výsledné hodnoty, určí se nejistota stanovená metodou B  $u_B(x)$ ,
- Stanoví se kombinovaná nejistota  $u_c(x)$  dle vztahu 2.5 nebo 2.6,
- Stanoví se kombinovaná rozšířená nejistota  $U$  pro požadovanou pravděpodobnost dle vztahu 2.4.

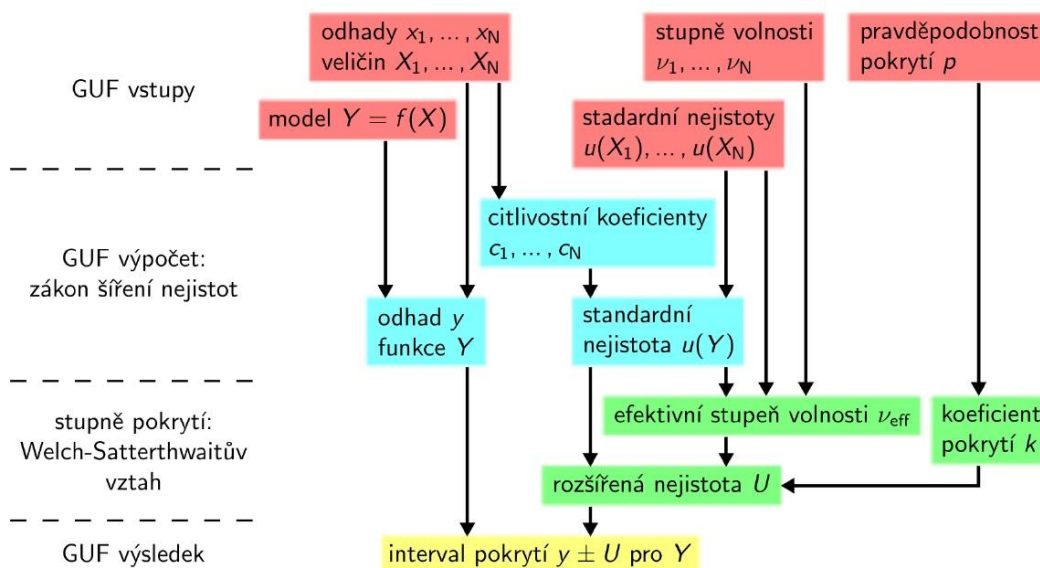
Algoritmus stanovení kombinované nejistoty  $u_c$  dle **metody GUF pro nepřímé měření** je následující [4]:

- a) Vytvoření modelu měření  $Y$  a jeho funkčního vztahu výstupní veličiny  $Y$  se vstupními veličinami  $X_1, \dots, X_n$  dle vztahu 2.8, potom je odhad  $y$  výstupní (měřené) veličiny dán vztahem vztahu 2.9,

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad 2.8$$

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad 2.9$$

- b) Standardní nejistota  $u(x_n)$  vstupních veličin  $X_1, \dots, X_n$  se stanoví dle metody GUF pro přímé měření dle bodu a) až h),  
 c) Stanoví se citlivostní koeficienty  $c_n[u(x_n)]$ ,  
 d) Posoudí se korelace mezi jednotlivými stanovenými standardními nejistotami  $u(x_1)$  až  $u(x_n)$  a určí se korelační koeficienty  $r$ ,  
 e) Jednotlivé standardní nejistoty  $u(x_i)$  (příspěvky) se sloučí do výsledné hodnoty, určí se nejistota stanovená metodou B  $u_B(y)$ ,  
 f) Stanoví se kombinovaná nejistota  $u_c(y)$  dle vztahu 2.5 nebo 2.6,  
 g) Stanoví se kombinovaná rozšířená nejistota  $U$  pro požadovanou pravděpodobnost dle vztahu 2. 4.



Obr. 2.3: Grafické schéma stanovení nejistoty dle metody GUF [6]

## 2.2 NEJISTOTA STANOVENÁ DLE METODY MONTE CARLO

**Stanovení nejistoty měření dle MMC** vychází z obecného postupu numerického řešení fyzikálních a jiných modelů, které jsou realizovány pomocí opakovaných náhodných pokusů. Jedná se o stochastickou simulační metodu, jejíž výsledek je zpracováván statisticky. Princip metody **MMC spočívá v generování náhodných nebo pseudonáhodných čísel podle hustoty pravděpodobnosti vstupních veličin**, kde **výstupem je diskrétní podoba pravděpodobnostní funkce výstupní veličiny**.

Základním dokumentem popisujícím stanovení nejistoty MMC pro jednu výstupní veličinu je druhá část pokynu (JCGM 101:2008) [2]. Stanovení nejistoty pro více výstupních veličin je uvedeno ve třetí části pokynu (JCGM 102:2011) [3].

Stanovení nejistoty dle **MMC je dle [2] vhodné použít pro následující případy:**

- validaci metody GUF,
- vstupní model je „velmi“ složitý, nebo pokud je obtížné nebo nevhodné stanovit parciální derivace dle zákona šíření nejistot,
- vstupní veličiny mají „různorodé rozdělení“,
- pravděpodobnostní funkce výstupní veličiny není Gaussova (normální), nebo je asymetrická,
- práce s komplexními čísly,
- citlivostní koeficienty jsou nulové.

Obecně lze **MMC použít tam, kde nelze nejistoty stanovit metodou GUF**, nebo by stanovení dle metody GUF vedlo k výraznému zkreslení výsledné nejistoty.

Etapy stanovení nejistoty MMC jsou následující:

- 1) Formulace matematického modelu,
- 2) Provedení simulací,
- 3) Zpracování, vyhodnocení a shrnutí získaných hodnot.

Postup (algoritmus) stanovení nejistoty **dle MMC** je následující [2]:

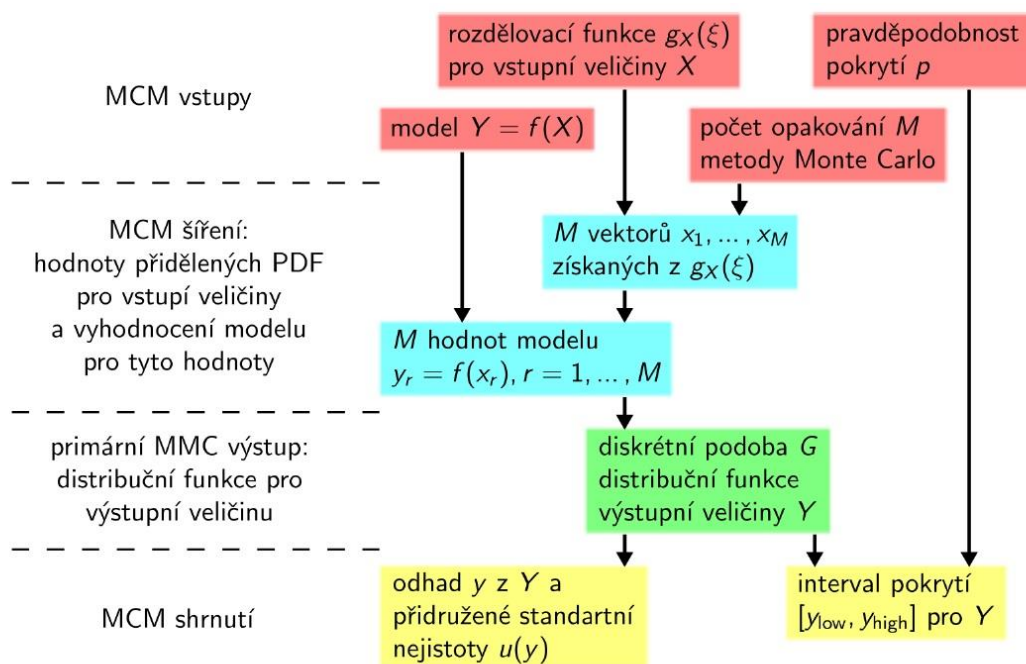
- a) vytvoření matematického modelu  $Y = f(X)$ , kde  $Y$  reprezentuje skalární výstupní veličinu a  $X$  reprezentuje  $n$  vstupních veličin. Každá veličina  $X_i$  je náhodná veličina s hustotou pravděpodobnosti  $g(\xi_i)$ , kde  $\xi_i$  reprezentuje hodnotu dané veličiny.  $Y$  je náhodná veličina s možnou hodnotou  $\eta$  a hustotou pravděpodobnosti  $g(\eta)$ ,
- b) stanovení počtu opakování  $M$  a pravděpodobnost pokrytí  $p$  pro MMC,
- c) vygenerování  $M$  náhodných vektorů  $x_r$ ,  $r = 1, \dots, M$  dle hustoty pravděpodobnosti,
- d) dosazení vygenerovaných hodnot do modelu  $y_r = f(x_r)$ ,
- e) seřazení hodnoty  $y_r$  do neklesajícího pořadí. Z řady těchto hodnot se poté určí diskrétní distribuční funkce  $G$ ,
- f) výpočet aritmetického průměru (průměrné hodnoty)  $\bar{y}$  a výběrové směrodatné odchylky dle vztahů 2.10 a 2.11.,

$$\bar{y} = \frac{1}{M} \sum_{r=1}^M y_r \quad 2.10$$

$$u(\bar{y}) = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{r=1}^M (y_r - \bar{y})^2} \quad 2.11$$

- g) určení intervalu pokrytí pro  $Y$  stanoveného z diskretní podoby  $G$ . Interval stanovíme tak, že nejprve vypočteme  $q = pM$ , poté  $[y_{\text{low}}, y_{\text{high}}]$  je 100p% intervalu pokrytí pro  $Y$ , kde  $y_{\text{low}} = y_{(r)}$  a  $y_{\text{high}} = y_{(r+q)}$ . Pravděpodobnostně symetrický interval vypočteme jako  $r = (M-q)/2$ .

Nejistota  $u(y)$  z pravděpodobnostní funkce výstupní veličiny  $Y$ , která má **normální rozdělení**, se pro pravděpodobnost pokrytí 68,27 stanoví jako **výběrová směrodatná odchylka** dle vztahu 2.10. V ostatních případech, kdy je rozdělení pravděpodobnosti výstupní veličiny **jiné než normální**, se musí vypočítat **nejkratší interval pokrytí** s požadovanou pravděpodobností pokrytí (např.  $p = 68,27\%$ ,  $p = 95,45\%$  atd.) [6], [5].



Obr. 2.4: Grafické schéma stanovení nejistoty dle metody MMC [6]

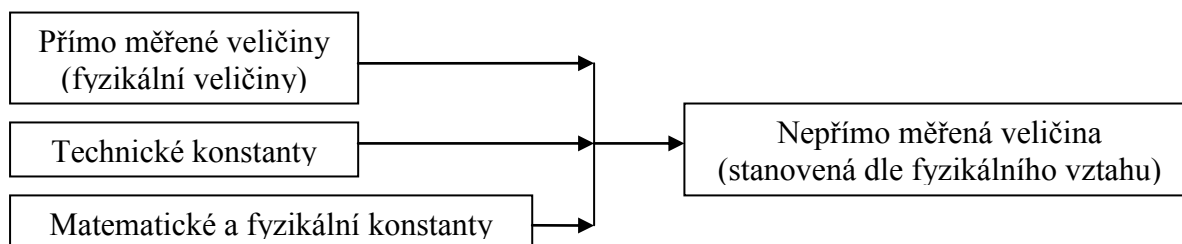
Ve většině případů by měla pro 95% interval pokrytí stačit **hodnota opakování  $M = 10^6$** . Počet opakování by však neměl klesnout **pod  $M = 10^4$** . Pro některé případy složitých matematických funkcí výstupní veličiny  $Y$  v kombinaci s různorodým rozdělením vstupních veličin  $X$  může nastat situace, kdy počet opakování  **$M = 10^6$  nemusí stačit** pro korektní výsledky. V případě komplikovaných výpočtů, které by trvaly neúměrně dlouho, lze použít adaptivní metodu MMC, která sleduje konvergence nejistoty  $u(y)$  výstupní veličiny.



Vykazované výsledků dle MMC musí obsahovat **odhad  $y$** , **standardní nejistotu  $u(y)$** , interval pokrytí  $[y_{low}, y_{high}]$  včetně **pravděpodobnosti pokrytí  $p$**  a případně doplňující informace, pokud jsou důležité z hlediska simulace nebo výsledku.

## 2.3 NEJISTOTA VELIČINY A KONSTANTY

Nejistoty nepřímo měřených veličin se stanovují z méně či více složitých fyzikálních vztahů, ve kterých jsou obsaženy fyzikální veličiny, fyzikální a matematické konstanty.



Obr. 2.5: Schéma vstupních veličin při nepřímých měření

Při stanovení nejistoty a vytváření modelu měření  $Y$  a jeho vstupních veličin  $X_1, \dots, X_N$  uvažujeme následující pravidla:

- Přímo měřená (fyzikální) veličina nabývá vždy standardní nejistotu měření.
- Technické konstanty nabývají standardní nejistoty měření. Někdy ovšem bývá hodnota standardní nejistoty tak malá, že je nevýznamná a může se zanedbat.
- Matematické a fyzikální konstanty (např. Ludolfovo číslo nebo tíhové zrychlení) nenabývají standardní nejistotu měření.

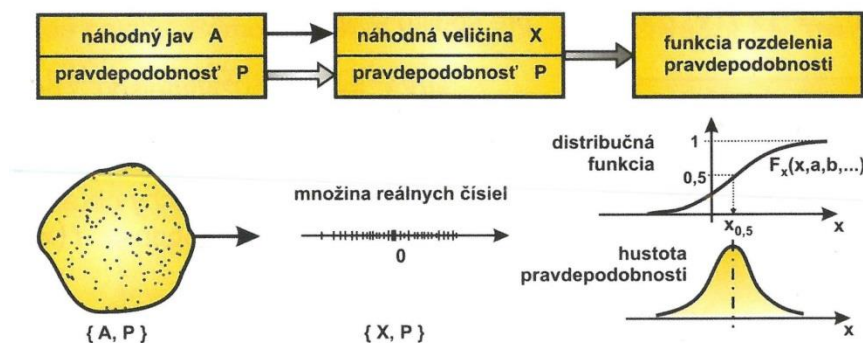
**Technická konstanta** (např. materiálová konstanta) označuje kvantitativní znaky určité veličiny. Zpravidla se nejedná o konstantu v pravém slova smyslu, ale o veličinu, která pro jinou veličinu nabývá konstantní hodnoty pouze za určitých podmínek (teplota, tlak apod.). Často vyjadřuje aproximaci reálného chování (např. modul pružnosti) [28].

## 2.4 ROZDĚLENÍ PRAVDĚPODOBNOSTI

Slouží k vyjádření **náhodné veličiny**, která matematicky formuluje a kvantifikuje **náhodný jev**. Definice náhodného jevu dle [19] je následující: „Náhodný jev je výsledek pokusu, jehož charakteristickou vlastností je, že může, ale nemusí nastat.“ a definice náhodné veličiny je dle [19] následující: „Náhodná veličina je proměnná, jejíž hodnotu nelze před provedením pokusu jednoznačně určit, je však určitelná po realizaci několika pokusů“. Přiřazením hodnot pravděpodobnosti  $P$  konkrétním hodnotám  $x_1, x_2, \dots$  náhodné veličiny  $X$ <sup>2)</sup> vyjadřuje **zákon rozdělení pravděpodobnosti**. Náhodnou veličinu  $X$  lze jednoznačně popsat tzv. **distribuční funkcí  $F(x)$** <sup>3)</sup>, nebo **hustotou pravděpodobnosti  $f(x)$** <sup>3)</sup>. Výše uvedený popis je schematicky zobrazen na Obr. 2.6.

<sup>2)</sup>Náhodná veličina jako abstraktní pojem se označuje velkými písmeny ( $X, Y, \dots$ ) a konkrétní hodnota náhodné veličiny se označuje odpovídajícími malými písmeny ( $x, y, \dots$ ).

<sup>3)</sup>Často se používá označení CDF – cumulative distribution function (kumulativní distribuční funkce), PDF – probability density function (funkce hustoty pravděpodobnosti).



Obr. 2.6: Zobrazení množiny jednotlivých realizací náhodného jevu do množiny reálných čísel [8]

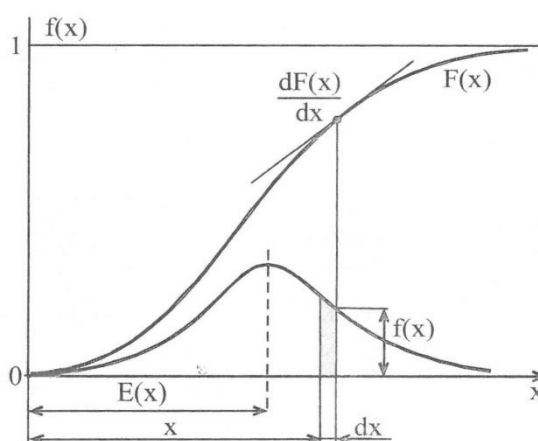
**Distribuční funkce**  $F(x)$  vyjadřuje pravděpodobnost, že náhodná veličina  $X$  nabývá při realizaci měření hodnotu z intervalu  $(-\infty, x)$ . Pro případ diskrétní podoby se využívá označení  $G(x)$ . Funkce je definována vztahem 2.12.

$$F(x) = P(X \leq x) \quad 2.12$$

**Hustota pravděpodobnosti**  $f(x)$  je definována vztahem 2.13. Taktéž se používá označení  $g(x)$ .

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad 2.13$$

Grafické zobrazení distribuční funkce  $F(x)$  a hustoty pravděpodobnosti  $f(x)$  je na Obr. 2.7.



Obr. 2.7: Průběhy distribuční funkce  $F(x)$  a funkce hustoty pravděpodobnosti  $f(x)$  [19]

Vlastnosti náhodné veličiny  $X$  se dají vyjádřit číselnými charakteristikami (reálnými čísly). Mezi základní charakteristiky náhodné veličiny patří: **střední hodnota**  $E(X)$  nebo  $\mu$ , **rozptyl** (disperze, variance)  $D(X)$  nebo  $\sigma^2$ , **směrodatná odchylka**  $\sigma$ , koeficient šikmosti (asymetrie), koeficient špičatosti, P-kvantil, medián, modus apod.

**Střední hodnota  $E(X)$**  charakterizuje polohu rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny  $X$ . Očekávaná hodnota je mírou lokace (polohy) rozdělení. Střední hodnota je dána vztahy 2.14. a 2.15.

$$E(X) = \sum_x x p(x) \quad \text{pro diskrétní veličinu} \quad 2.14$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad \text{pro spojitou veličinu} \quad 2.15$$

**Rozptyl  $D(X)$**  vyjadřuje míru kolísání hodnot náhodné veličiny  $X$  kolem její střední hodnoty. Rozptyl je dán vztahy 2.16 a 2.17.

$$D(X) = \sum_x (x - E(X))^2 p(x) \quad \text{pro diskrétní veličinu} \quad 2.16$$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 f(x) dx \quad \text{pro spojitou veličinu} \quad 2.17$$

**Směrodatná odchylka  $\sigma$**  je dána vztahem 2.18.

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} \quad 2.18$$

Ve vztahu 2.14 a 2.16 označuje  $p(x)$  pravděpodobnostní funkci [19].

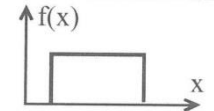
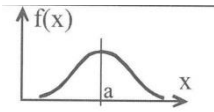
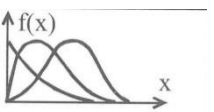
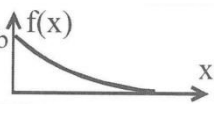
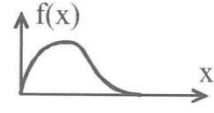
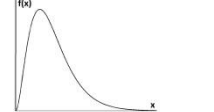
#### 2.4.1 POUŽÍVANÁ ROZDĚLENÍ PRAVDĚPODOBNOSTI A JEJICH VLASTNOSTI

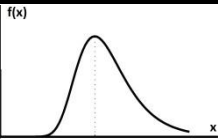
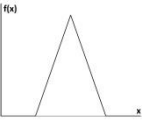
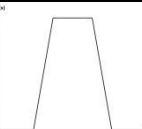
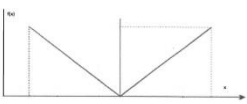

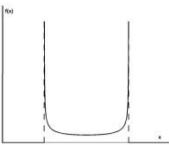
Aktuálně jsou popsány stovky různých rozdělení pravděpodobnosti. Základní dělení rozdělení pravděpodobnosti je dle použití dvojí, **rozdělení teoretická** (základní, matematická) a **výběrová**. Dále se dle výskytu hodnot dělí na **diskrétní** (nabývají **spočetně** mnoha hodnot) a **spojité** (nabývají **nespočetně** mnoha hodnot). V Tab. 2.1 je uveden základní popis vybraných rozdělení pravděpodobnosti s ohledem na použití ve strojírenství (částečně i ve stavebnictví) a v oblasti měření a měřicí techniky. Popis je značně neúplný, zjednodušený a neobsahuje matematické vyjádření číselných charakteristik náhodné veličiny. Jeho cílem je základní souhrn informací, tykající se zejména vlastností a použití rozdělení pravděpodobností tak, aby bylo možné následně přiřadit rozdělení pravděpodobnosti jednotlivým vstupním veličinám při stanovení nejistoty měření.

Použití rozdělení pravděpodobnosti je do značné míry dáno konkrétní úlohou, ve které se používá a řešitelem úlohy. To znamená, že výběr rozdělení pravděpodobnosti je do jisté míry subjektivní záležitostí, která ovšem vychází z teoretických a praktických poznatků. Dost často se jednotlivá rozdělení mezi sebou prolínají.

Mezi teoreticky diskrétní rozdělení pravděpodobnosti patří Geometrické, Binomické, Alternativní a Poissonovo. Do skupiny výběrových rozdělení patří Pearsonovo (Chí – Kvadrát), Studentovo (t rozdělení) a Fisher Snedecorovo (F rozdělení). Výběrová rozdělení se používají k testování hypotéz.

Tab. 2.1: Přehled vybraných základních teoreticky spojitych rozdělení pravděpodobnosti

| Název                                   | Graf  | Vlastnosti  | Použití   |
|---|---|---|---|
| Rovnoměrné                              |    | Náhodné veličiny se nacházejí v intervalu dvou reálných čísel $a < b$ se stejnou pravděpodobností.  | Chyby lineárních měřicích přístrojů. Doba čekání na uskutečnění jevu opakujícího se v pravidelných intervalech.   |
| Normální (Gaussovo)                     |    | Hodnoty náhodné veličiny se nacházejí v okolí středu intervalu hodnot s větší pravděpodobností, než na kraji.   | Nejčastěji používané rozdělení přesto, že se jím řídí jen velice málo náhodných veličin, ale velice dobře aproximuje jiné rozdělení. Dále vzniká součtem vícero různých entit, které jsou navzájem nezávislé. |
| Weibullovo                              |    | Tzv. extrémní rozdělení. Předpokládá se, že náhodné veličiny s časem klesají nebo rostou.   | Teorie spolehlivosti technických objektů. Popis životnosti zařízení v závislosti na čase a jeho bezporuchovosti. Případy, kdy o poruše rozhoduje lokální extrém.  |
| Exponenciální jednoparametrové          |   | Náhodná veličina je jednostranně ohraničená. Náhodná veličina vyjadřuje náhodnou dobu čekání na nějakou událost, která se může dostavit se stejnou šancí každým okamžikem, bez ohledu na pročekanou dobu. | Popis rozdělení životnosti zařízení, u nichž dochází k poruše z náhodných příčin, nikoli v důsledku opotřebení nebo únavy materiálu.  |
| Logaritmicko – normální dvouparametrové |  | Náhodná veličina je buď kladná, nebo má přirozeně definovaný počátek. Náhodná veličina se soustřeďuje kolem počátku.  | Popis fyzikálních veličin, které jsou buď kladné, nebo mají přirozený počátek, např. tlak, teplota, objem, koncentrace.   |
| Gama                                    |  | Náhodná veličina má asymetrické rozdělení.  | Teorie spolehlivosti. Modelování poruch objektu, které jsou trvale namáhány.  |

| Název                       | Graf   | Vlastnosti  | Použití  |
|-----------------------------|--|---|--|
| Gumbelovo                   |   | Tzv. extrémní rozdělení. Předpokládá se, že náhodný výběr není úplný.   | Teorie spolehlivosti. Sledování experimentu. Příklad, kdy rizikový jev nenastane u všech pozorování. |
| Trojúhelníkové (Simpsonovo) |   | Náhodná veličina se vyskytuje uprostřed intervalu a její pokles je minimální.   | Popis řízení, zpětnovazebních smyček, regulovaných veličin v daných mezích.                          |
| Lichoběžníkové (Trapézové)  |   | Pokles pravděpodobnosti náhodné veličiny je přibližně lineární.   | Popis regulovaného řízení, které nabývá konečných hodnot a které se opakuje.                         |
| Bimodální (Trojúhelníkové)  |   | Náhodná veličina se vyskytuje v krajních bodech intervalu s větší pravděpodobností než uprostřed intervalu.   | Popis veličiny, která vznikla sloučením dvou normálních rozdělení.                                   |
| Bimodální (Diracovo)        |   | Náhodná veličina se vyskytuje v některé z mezních hodnot.   | Popis hystereze a hysterezních smyček fyzikálních veličin a technických zařízení.                    |
| „U“ (arcsin)                |  | Náhodné veličiny se nacházejí na krajích intervalu hodnot s větší pravděpodobností než v jeho středu. Náhodná veličina se sinusově mění mezi dvěma mezními hodnotami. | Popis harmonicky kmitajících fyzikálních veličin.  |

## 2.4.2 POPIS POUŽÍVANÝCH ROZDĚLENÍ PRAVDĚPODOBNOSTI Z HLEDISKA MĚŘENÍ

V oblasti nejistot měření se pro stanovení druhu rozdělení pravděpodobnosti **vychází ze souboru informací, které jsou k měřené veličině k dispozici**. Zdroji informací mohou být dřívější naměřená data, zkušenosti nebo všeobecná znalost chování vlastností materiálů (přístrojů, měřicích metod, apod.), specifikace výrobce o měřicích prostředcích a jejich podmínkách použití, data uvedená v kalibračních listech či jiných certifikátech, nejistoty referenčních hodnot převzatých z různých pramenů.

Výběr **rozdělení pravděpodobnosti vychází zejména z úsudku experimentátora** a do jisté míry je to **subjektivní záležitostí**. U zdrojů nejistot, které vycházejí z čistě technické podstaty (např. chyby měřicích přístrojů a jejich vlastnosti), se rozdělení pravděpodobnosti přiřazuje dle již zavedených pravidel. Pravidla pro vybraná používaná rozdělení jsou uvedena v Tab. 2.2. Naproti tomu u zdrojů nejistot, která popisují stochastické jevy nebo děje (např. vliv obsluhy a prostředí, postup měření, fyzikální data a konstanty atd.) nejsou k dispozici žádná pravidla a experimentátor vychází pouze z předpokládaného chování jevu nebo děje.

U stanovení nejistoty dle **metody GUF** se pracuje pouze s číselnou charakteristikou rozdělení pravděpodobnosti (koeficient  $\chi$ ) náhodné veličiny. Z tohoto důvodu se výhradně používá **sedm základních rozdělení pravděpodobnosti**. Jejich výčet a hodnoty koeficientů  $\chi$  jsou uvedeny v Tab. 2.2. Zato u MMC se pracuje i s tvarem rozdělení pravděpodobnostní funkce náhodné veličiny. Tudíž u MMC lze zahrnout více stochastických dějů, které jsou často vyjádřeny speciálním rozdělením pravděpodobnosti náhodné veličiny, viz Tab. 2.1.

V drtivé většině případů se v oblasti měření a následném stanovení nejistot měření používá **normální a rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti**. Obecně se dá konstatovat, že **normální rozdělení popisuje téměř všechny fyzikální veličiny** a tím pádem se vyskytuje ve většině **praktických měření**. Samozřejmě některé fyzikální veličiny mají i nenormální rozdělení pravděpodobnosti, ale je jich velice málo, např. radioaktivní rozpady. **Rovnoměrné rozdělení** pak víceméně **popisuje vlastnosti technických zařízení, měřicích přístrojů** a jednoduchých elektrických přístrojů. **Použití rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti také umožňuje chybovat na konzervativní straně, což znamená, že uvedená nejistota je ve skutečnosti větší**. Ostatní (speciální) rozdělení pravděpodobnosti mají své specifické vlastnosti a s tím spojené použití. Popis náhodné veličiny speciálního rozdělení pravděpodobnosti by mělo být provedeno pouze tehdy, pokud máme náhodou veličinu dobře charakterizovanou.

U **složitých elektrických zařízení** (např. záznamová zařízení, digitální měřicí ústředny apod.) je výsledné chování ovlivněno **velkým počtem zdrojů nejistot**, které jsou navzájem korelované a výrazně se mění v čase, a to s ohledem na podmínky použití. Výsledná nejistota měření u takovýchto zařízení pak může mít velice složité rozdělení pravděpodobnosti, které se bude výrazně měnit s časem a podmínkami použití. Stanovit tak skutečné rozdělení pravděpodobnosti, které by charakterizovalo takovéto zařízení, je téměř nemožné. Stanovení dílčích nejistot měření a jejich rozdělení pravděpodobnosti se pak vytvoří zpracováním **technických informací o zařízení** (dodá výrobce<sup>4)</sup>) a **zejména dlouhodobými zkušenostmi se zařízením**. V praxi se často využívá normálního rozdělení (bez odůvodnění).

---

<sup>4)</sup>Často se stává, že výrobce dodá „laboratorní“ informace, nebo informace, která byly získány zkušenostmi. Takováto data jsou pak téměř nepoužitelná.

Tab. 2.2: Použití rozdělení pravděpodobnosti v oblasti měření [5],[1],[4]

| Typ                            | Vybraná pravidla použití pro vstupní veličinu  | $\chi^5)$               |
|--------------------------------|--|-------------------------|
| Normální<br>(Gaussovo)         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nejistota je vyčtena z kalibračního listu.</li> <li>• Velice kvalitní přístroje od spolehlivých výrobců.</li> <li>• Výsledek předchozí statistické analýzy.</li> <li>• <b>Nejistota součtu různých entit (chyb měření, nepřesností), které jsou vzájemně nezávislé a kterých je větší počet, přičemž každá z entit ovlivňuje výslednou veličinu jen malým příspěvkem [19].</b></li> </ul>   | 3<br>2                  |
| Rovnoměrné                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zaokrouhlovací chyby. Nejistota způsobená zaokrouhlením na poslední platnou číslici při zobrazení na číslicovém přístroji.</li> <li>• Nejmenší vyhodnotitelná hodnota na analogové stupnici nebo poslední digit u číslicového přístroje.</li> <li>• Aproximace nejistoty odhadem.</li> <li>• Nejistota stanovená z datasheetu výrobce přístroje.</li> <li>• Nejistota v rozmezí dvou veličin nebo hodnot.</li> <li>• <b>Dle GUMu [1], použití pokud není rozdělení podrobněji známo.</b></li> </ul> | $\sqrt{3}$              |
| Trojúhelníkové<br>(Simpsonovo) | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Regulátor udržující veličinu v daných mezích.</li> <li>• Stabilita přístrojů mezi kalibracemi v případě, že je sledováním potvrzeno, že skutečné chyby jsou podstatně nižší, než hodnoty uváděné výrobcem.</li> </ul>   | $\sqrt{6}$              |
| Bimodální<br>(Trojúhelníkové)  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nejistota chybného odečtu na noniu měřítka.</li> <li>• Nejistota od měřicích přístrojů v dané třídě přesnosti.</li> </ul>   | $\sqrt{2}$              |
| Bimodální<br>(Diracovo)        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nejistota vlivu hystereze měřicího přístroje.</li> <li>• Nejistota se vyskytuje převážně v krajních bodech.</li> </ul>  | 1                       |
| Lichoběžníkové<br>(Trapézové)  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Teplota v laboratoři s klimatizací, která není dimenzována na extrémní teploty.</li> <li>• Lineární pokles nejistoty od její průměrné hodnoty.</li> </ul>   | ~2,32<br>~2,19<br>~2,04 |
| „U“<br>(arcsin)                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Náhodná veličina se sinusově mění (harmonicky kmitá) mezi dvěma mezními hodnotami.</li> </ul>   | $\sqrt{2}$              |

<sup>5)</sup>U normálního a lichoběžníkového rozdělení pravděpodobnosti jsou uvedeny dvě, respektive tři hodnoty  $\chi$ . Jejich hodnota se volí dle uvažovaných pravděpodobnostních pokrytí rozdělení pravděpodobnosti.

### 3 STANOVENÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ PŘETVOŘENÍ

Přetvořením<sup>6)</sup>  $\varepsilon$  se označuje velmi malá deformace, která vzniká na povrchu materiálu tělesa při jeho zatížení. Deformace tělesa je určena tenzorem přetvoření  $T_\varepsilon$ , který je popsán délkovými přetvořeními  $\varepsilon_{(x, y, z)}$  a úhlovým přetvořením  $\gamma_{(x, y, z)}$ . K měření deformace v bodě, nebo jeho okolí se používají tenzometry. Měření deformací pomocí tenzometrů vychází z předpokladu, že deformace zkoumaného objektu se bez ztrát přeneše na tenzometr. Takto přenesená deformace způsobí při odporové tenzometrii měřitelnou změnu elektrického odporu. Princip odporových tenzometrů se pak dá dle [10] shrnout následovně:

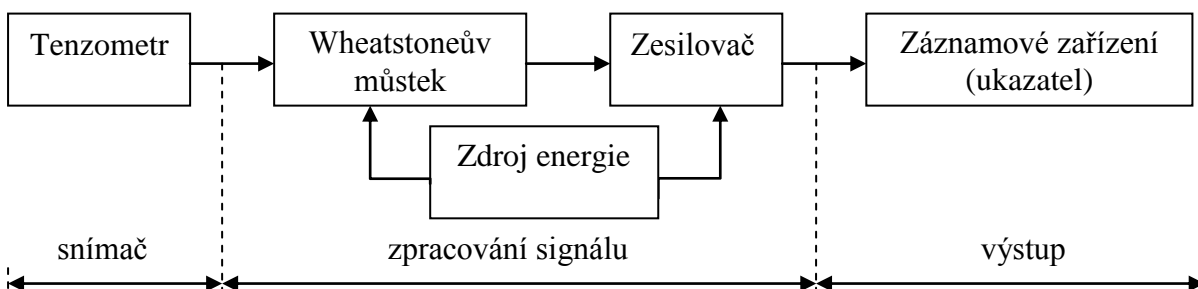
*„Jestliže se vlivem zatížení materiál deformuje, tak se deformace projeví i na povrchu materiálu. Tato změna se dále přeneše na umístěný tenzometr, který mění svůj odpor, jenž je lineárně úměrný k poměrnému prodloužení (přetvoření) na povrchu materiálu.“*

Činnost odporových tenzometrů spočívá ve Wheatstonově a Thomsonově efektu vzájemné závislosti poměrné deformace a odporu v elektrickém vodiči. *„Každý elektrický vodič mění svůj odpor v důsledku mechanického zatížení (např. tahová nebo tlaková síla“*. Základní princip odporového tenzometru se dá schematicky vyjádřit následovně<sup>7)</sup>:

|  |   |
|--|---|
| <p><b>Elektrotechnika</b> - odpor vodiče:</p> $R = \rho \cdot \frac{l}{A} \quad 3.1$   | <p><b>Pružnost a pevnost</b> - Poissonův zákon:</p> $\varepsilon_{př} = -\mu \cdot \varepsilon_{pod} \quad 3.2$ |
| <p><b>Elektrotechnika + pružnost a pevnost + matematika</b></p> $\frac{\Delta R}{R} = (1 + 2\mu) \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad 3.3$ | <p><b>Odporová tenzometrie:</b></p> $\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon_{pod} \quad 3.4$                  |

Jak už bylo řečeno, deformace měřené tenzometrem ( $\varepsilon$ ) jsou velmi malé. V důsledku toho jsou změny odporu také velmi malé ( $2,4^{-1} - 2,4^{-4} \Omega$ ) a nedají se měřit přímo. Z tohoto důvodu se tenzometry zapojují do tzv. Wheatstonova můstku (mostu).

V praxi se pak pro stanovení přetvoření využívá měřicí řetězec, který je zobrazen na Obr. 3.1. Měřicí řetězec musí obsahovat všechny uvedené části.



Obr. 3.1: Schéma měřicího řetězce na měření deformací tenzometrem [10]

<sup>6)</sup> Často označováno také jako relativní přetvoření. Oba pojmy jsou správné a rovnocenné.

<sup>7)</sup> Kompletní odvození je uvedeno v literatuře [10].



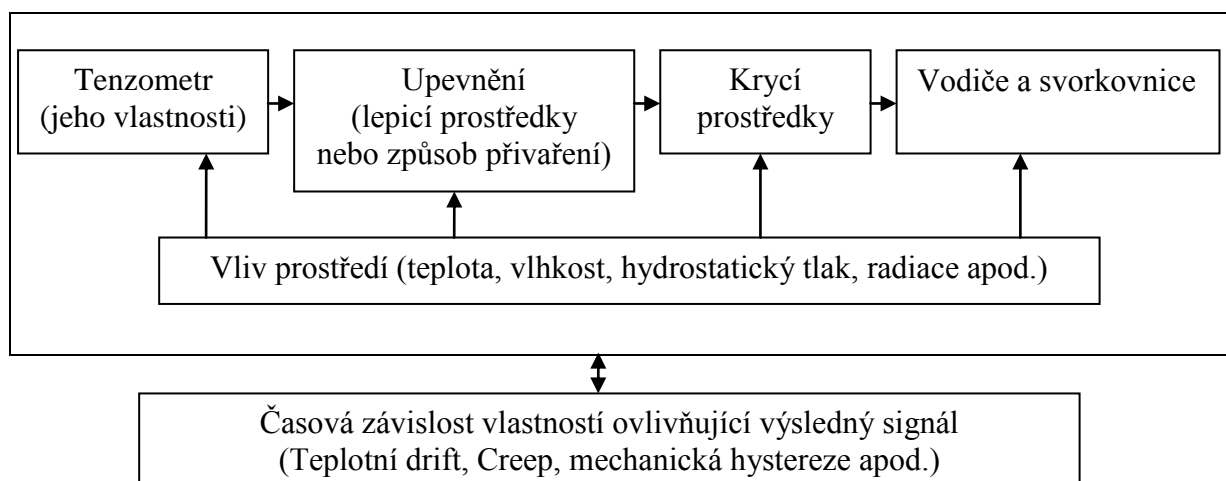
### 3.1 ODPOROVÝ TENZOMETR

Spadá do skupiny kovových tenzometrů, které se dělí na **fóliové a drátkové**. Tenzometry lze rozdělit na několik skupin, a to zejména dle vlastností a způsobu používání.

Tab. 3.1: Vybrané základní rozdělení odporových tenzometrů

|  |  |
|--|--|
| <p><b>Upevnění:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lepením</li> <li>• přivařením (nabodováním)</li> </ul>  | <p><b>Teploty použití<sup>8)</sup>:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nízká teplota: -270°C až -100°C</li> <li>• snížená teplota: -100°C až 0°C</li> <li>• normální (pokojová) teplota: 0°C až 80°C</li> <li>• zvýšené teploty: 80°C až 280°C</li> <li>• vysoká teplota: 280°C až 1300°C</li> </ul>                             |
| <p><b>Pracovní prostředí:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• normální</li> <li>• ztížené (pod vodou, radioaktivní, magnetické pole apod.)</li> </ul> | <p><b>Použití a typ měření:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Jednoosá napjatost</li> <li>• Dvojosá napjatost se známými směry napětí</li> <li>• Dvojosá napjatost s neznámými směry napětí</li> <li>• Gradient napětí</li> <li>• Měření velkých prodloužení</li> <li>• Únavové živostnosti</li> <li>• Šíření trhlin</li> </ul> |

Na Obr. 3.1 je uvedeno základní schéma měřicího řetězce. Uvedené schéma je pouze základní a není zcela úplné. Je zapotřebí si uvědomit, že pod pojmem snímač se skrývá vznik signálu (metodika instalace a vliv prostředí). Dále je zapotřebí zahrnout přenos signálu, než se zpracuje (digitalizuje). V neposlední řadě je nutné vzít v úvahu, že vznik signálu bude ovlivněn vlastnostmi proměnných v čase.



Obr. 3.2: Schéma vzniku signálu

Tenzometr je relativní snímač. To znamená, že měřené přetvoření je vždy pouze rozdíl mezi výchozím a měřeným stavem.

<sup>8)</sup>Uvedené teplotní intervaly se mohou v hraničních teplotách prolínat.

### 3.2 PŘESNOST MĚŘENÍ PŘETVOŘENÍ

Přesnost měření přetvoření pomocí odporových tenzometrů je dána faktem, že **tenzometr se stává snímačem** (hotovým produktem) v pravém slova smyslu, **až po jeho aplikaci na měřený objekt**. Tento fakt je dále rozšířen o skutečnosti, že vlastnosti takto „vyrobeného snímače“ (tenzometru) jsou dále ovlivněny měřeným objektem, prostředím ve kterém je měřený objekt umístěn, vedením a zpracováním signálu snímače a vlivy způsobené časem při působení vnější vlivů na měřený objekt. Aby bylo možné úspěšně provést měření s požadovanou přesností, je nutné, aby uživatel dobře pochopil funkci měřeného objektu a znal jeho vlastnosti, vybral vhodný tenzometr, navrhl dobře měřicí řetězec a zmapoval všechny vlivy působící během měření. **Před každým měřením je zapotřebí provést analýzu požadované přesnosti měření, na jejím základě provést starostlivé zkoumání možných chyb (rušivých vlivů) a následně chyby odstranit nebo kompenzovat.** V případě, že nejde chyby odstranit nebo kompenzovat, je nutné je zařadit do nejistoty měření.

**V oblasti měření přetvoření je dosti často vyskytovaným jevem, že prováděné měření má poměrně malou požadovanou přesnost měření.** A to zejména z důvodu, kdy pro zadaný úkol prostě stačí provést měření s chybou v řádech % (někdy i v desítkách % !). Další případ, který se často stává je, že z finančních důvodů není možné měření provést přesnější (zejména u vysokoteplotní tenzometrie). V neposlední řadě je tu faktor časový, kdy experimentátor není schopný z časových důvodů provést měření (zpracování naměřených dat) s požadovanou přesností.

Nicméně, ať provedené je měření provedeno s malou nebo velkou přesností měření, je **vždy nutné do výsledného stanovení nejistoty měření zahrnout všechny možné chyby**, a to v kompenzované i nekompenzované (cíleně zanedbané vlivy) formě.

Faktory ovlivňující přesnost měření, možné zdroje chyb a rušivé vlivy se dají dle vzniku rozdělit do skupin uvedených v Tab. 3.2.:

Tab. 3.2: Možné vybrané zdroje chyb a rušivých elementů [9], [10], [8]

|  |   |
|--|---|
| <b>Vlastnosti tenzometru:<br/>(typ tenzometru)</b> | Typ, odpor, <i>k-faktor</i> , příčná citlivost, koeficient teplotní roztažnosti, teplotní závislost <i>k-faktoru</i> , teplotní charakteristika měřeného přetvoření, rozsah samokompence. |
| <b>Instalační a provozní vlivy:</b>                | Kvalita připevnění - lepidlo nebo kvalita přivaření, krycí prostředky, kabeláže, měřicí ústředna, můstkové zapojení.  |
| <b>Vnější vlivy:</b>                               | Teplota - rychlost změny a délka působení, tlak, vakuum vlhkost, hydrostatický tlak, chemické vlivy, ionizační záření, elektrické a magnetické pole, bakterie.                            |
| <b>Vlivy od měřeného objektu:</b>                  | Nehomogenita, teplota - rychlost změny a délka působení, kvalita povrchu (drsnot), kvalita geometrie (zakřivení), cyklické namáhání (okamžité zrychlení, rychlost kmitání).               |
| <b>Časově závislé vlivy:</b>                       | Creep (pozitivní i negativní), hystereze, počet zátěžných cyklů (frekvence namáhání), počet teplotních cyklů.   |

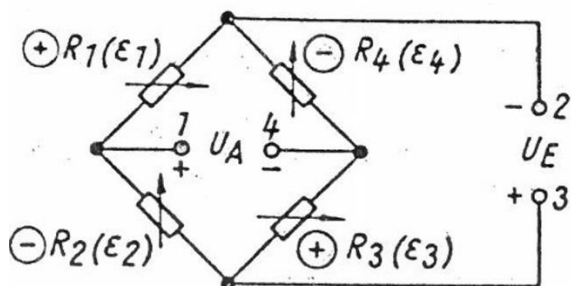
### 3.3 WHEATSTONEŮV MŮSTEK

V tenzometrii se používá **15 zapojení tenzometrů do můstku** (viz Obr. 3.5), a to do  $\frac{1}{4}$  mostu,  $\frac{1}{2}$  mostu a celomostu (plného mostu). Každé zapojení je specifické svým umístěním tenzometrů na měřený objekt (oblast), kombinací aktivních, kompenzačních a pasivních tenzometrů nebo odporů. Zmíněná zapojení se používají pro měření různých **mechanických namáhání (tah/tlak, ohyb a krut)**, kde každé zapojení má své výhody a nevýhody. Kosočtvercové zobrazení Wheatstoneova můstku je zobrazeno na Obr. 3.3.

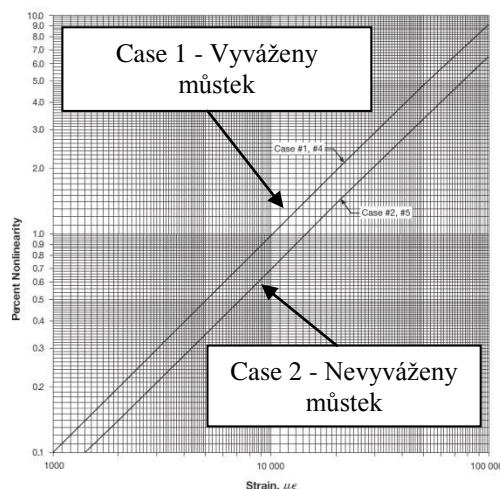
Princip zapojení Wheatstoneova můstku a odvození základních vztahů je popsáno v literatuře [8], [9] a [10]. Pro další práci uvažujeme vyvážený most, který je napětově napájen a za příslušné odpory  $R_1$  až  $R_4$  jsou již dosazeny přetvoření (viz Obr. 3.3). Potom tedy realizované zapojení pro použití v odporové tenzometrii je dáno **vztahem 3.5**. Pro některé základní namáhání (např. tah/tlak -  $\frac{1}{4}$  most a ohyb -  $\frac{1}{2}$  most) lze pro stanovení přetvoření použít **vztah 3.6**. [9], [8]

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad 3.5$$

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{4} n \times k \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{4}{k \cdot n} \cdot \frac{U_A}{U_E} \quad 3.6$$

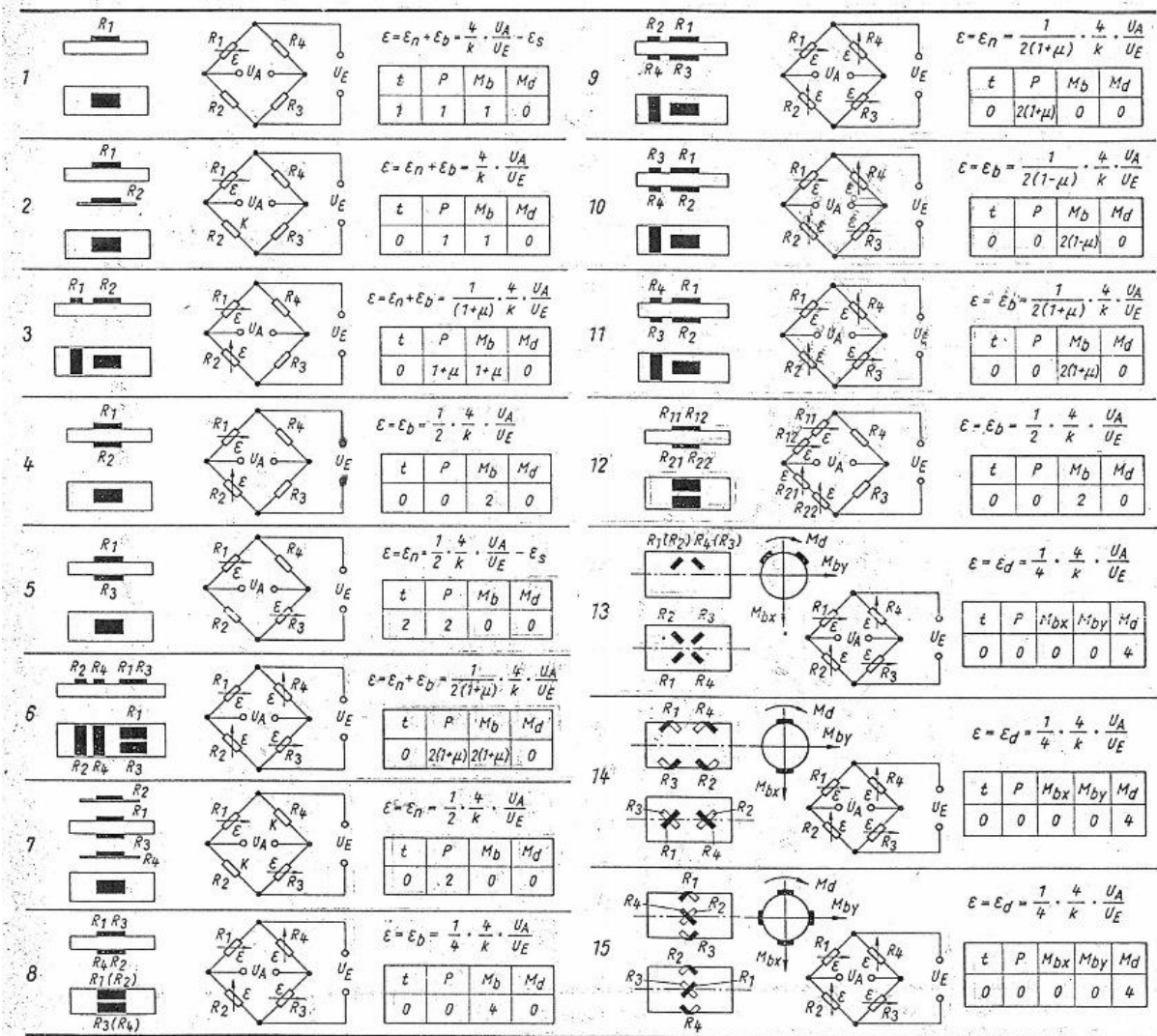


Obr. 3.3: Wheatstoneův můstek [17]



Obr. 3.4: Chyby nelinearity pro měřené  $\varepsilon$  [42]

Nevýhodou Wheatstoneova můstku je, že se chová do jisté míry nelineárně. Nejmenší nelinearita vznikne v plnomostévém zapojení, pokud je součet změn odporů v obou půlkách můstku ( $\Delta R_1 + \Delta R_2$  a  $\Delta R_3 + \Delta R_4$ ) nulový naopak u čtvrtmostového zapojení je odchylka od linearity největší. Jak je však vidět na Obr. 3.4, tak nelinearity 1% se dosahuje při hodnotě cca 10 000  $\mu\text{m}/\text{m}$ . Takováto hodnota není při měření standardně dosahována. Při hodnotě cca  $\pm 3\ 000$   $\mu\text{m}/\text{m}$ , což je všeobecná omezující hodnota použití tenzometru v deformační oblasti, je chyba zanedbatelná. Mohou ovšem nastat situace, kdy při měření speciálními tenzometry dosahuje deformační oblast až 200 000  $\mu\text{m}/\text{m}$  [8], [10]. Kompletní popis zmíněné problematiky je detailně proveden v literatuře[42].



Obr. 3.5: Zapojení tenzometrů do Wheatstoneova můstku [17]

Obr. 3.5 popisuje geometrické uspořádání tenzometrů ve Wheatstoneově můstku a vztahy pro získání skutečného přetvoření  $\epsilon$  [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] ze signálu Wheatstoneova můstku  $U_A/U_E$  [ $\mu\text{V}/\text{V}$ ]. Označení symbolů je následující:

$\epsilon_s$  – teplota  
 $\epsilon_n$  – tah/tlak  
 $\epsilon_b$  – ohyb  
 $\epsilon_d$  – krut

t – teplota  
P – Normálové napětí  
 $M_b$  – Ohybový moment  
 $M_d$  – Krouticí moment



Aktivní tenzometr



Teplotně kompenzační tenzometr

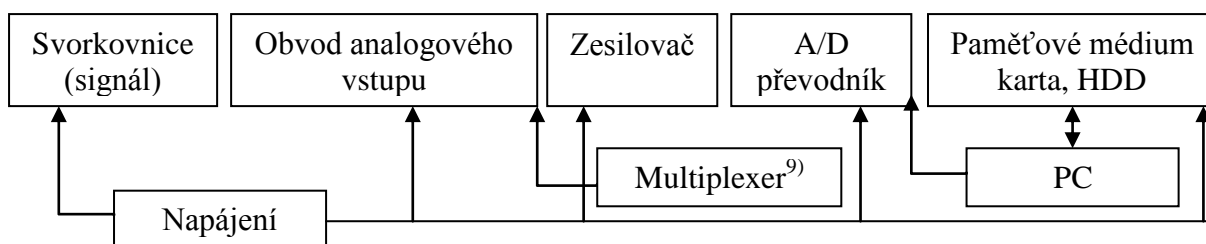


Pasivní tenzometr nebo odpor

Měření krouticího momentu (zapojení 13, 14 a 15) je znázorněno na válcové tyči z důvodu symetrie ohybu ve směru X a Y.

### 3.4 ZÁZNAMOVÉ ZAŘÍZENÍ

V současné době se pro záznamy dat z měření standardně používají vícekanálové měřicí ústředny (záznamníky, aparatury, data logery, data rekordéry apod.). Struktura záznamových zařízení je velice různorodá a často záleží na způsobu využití a na výrobci. Aktuálně se na trhu vyskytují méně či více univerzální měřicí ústředny, které dokáží provádět kontinuální záznam statických a dynamických (až v řádech 100 kS/s) měření, a to pro prakticky neomezený počet kanálů. Schematicky jsou prvky měřicí ústředny zobrazeny na Obr. 3.6.



Obr. 3.6: Schéma měřicí ústředny

Jak je vidět na Obr. 3.6, tak **záznamové zařízení** je prakticky **komplexní elektronické zařízení**, jehož vlastnosti (chování) a ovládání se nastavuje ve specializovaných SW na PC. Výsledný záznam měření v digitální podobě bude záviset zejména na kvalitě jednotlivých prvků (např. na typu a velikosti A/D převodníku), nastavení zesílení a v neposlední řadě na komplexním chování měřicí ústředny jako celku (např. linearita, dlouhodobá stabilita, hystereze apod.).

Většina dnes používaných „**tenzometrických**“ **aparatur (měřicích ústředn)** má **zabudovaný Wheatstoneovův můstek** velmi vysoké kvality obsahující extra přesné a stabilní doplňovací odpory. „Dovažování“ můstku a nulování se provádí většinou SW současně s nulováním (stanovení výchozího stavu měření). Některé měřicí aparatury mají zadaný pevný *k-faktor* (většinou na hodnotu  $k = 2$ ) a dále mohou obsahovat analogové nebo digitální filtry. Kvalitní výrobci udávají **chybu měřicí ústředny ( $\delta_{MJ}$ ) jako celek** (viz Obr. 3.6.) například ve formě třídy přesnosti (HBM) nebo výčtem chyb vztahujícím se k jednotlivým vlastnostem jako je chyba linearity, offsetu apod. (National Instruments).

Pro stanovení **dílčí nejistoty zapojení do můstku  $u_{\varepsilon-B-4}$**  pak uvažujeme jako výchozí **vztah 3.6**, kde nahradíme signál můstku  $U_A/U_E$  signálem vystupujícím z měřicí ústředny **MJ**. Potom tedy, když známe chybu *k-faktoru*  $\delta_k$  a chybu měřicí ústředny  $\delta_{MJ}$  [ $\mu V/V$ ], je zapotřebí dle metody GUF stanovit citlivostní koeficienty A.

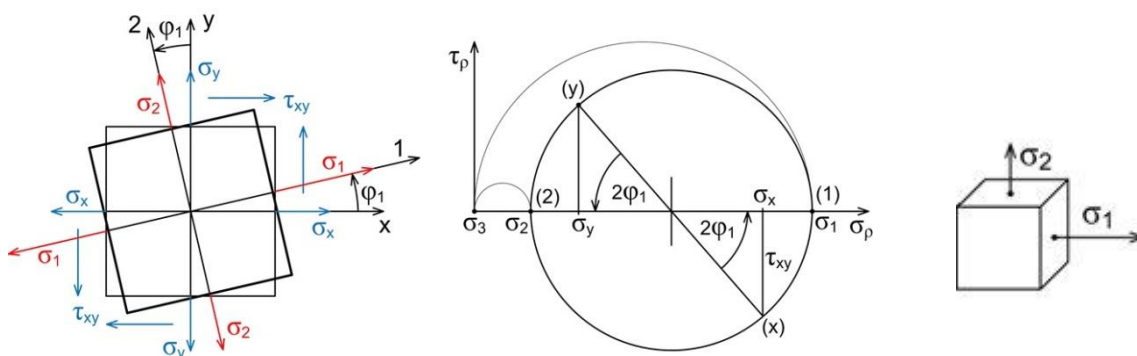
$$A_k(\varepsilon) = \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} = \frac{\partial \left( \frac{4}{k \cdot n} \cdot MJ \right)}{\partial k} = -\frac{4 \cdot MJ}{k^2 \cdot n} \quad [\mu V/V] \quad 3.7$$

$$A_{MJ}(\varepsilon) = \frac{\partial \varepsilon}{\partial MJ} = \frac{\partial \left( \frac{4}{k \cdot n} \cdot MJ \right)}{\partial MJ} = \frac{4}{k \cdot n} \quad [-] \quad 3.8$$

<sup>9)</sup>Multiplexer mají jen některé měřicí ústředny, kde A/D převodník je společný pro všechny kanály.

## 4 STANOVENÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ MECHANICKÉHO NAPĚTÍ

Mechanické napětí  $\sigma$  a smykové napětí  $\tau$  ve formě tenzoru napětí  $T_\sigma$  popisují napjatost v okolí obecného bodu tělesa. Napjatost tělesa závisí na tvaru, zatížení a vlastnostech materiálu tělesa. Podle počtu nenulových napětí v tenzoru napětí rozdělujeme napjatost na jednoosou, dvojosou a tříosou. Rovinná napjatost se dá v grafické podobě zobrazit v Mohrově kružnici, která popisuje hlavní roviny, příslušné mechanické napětí a odpovídající hlavní směry<sup>10)</sup>.



Obr. 4.1: Mohrova kružnice pro dvojosou napjatost [20]

Obr. 4.2: Dvojosá napjatost [21]

Mechanické napětí se z naměřeného přetvoření vypočte dle konstitučních rovnic (fyzikálních vztahů). Metoda výpočtu mechanického napětí využívá **Hookův zákon** (vztah 4.1 [9]). Platnost zákona je pouze v oblasti pružných deformací elastického materiálu, které jsou ohraničeny mezí kluzu konkrétního materiálu  $R_e$  ( $R_{p0,2}$ ). Zákon platí pouze pro jednoosou napjatost.

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

4.1

Víceosá napjatost se pak dá popsat rozšířeným Hookovým zákonem, který zahrnuje vztahy mezi složkami tenzoru napětí a složkami tenzoru přetvoření.

Mechanické chování izotropního materiálu v oblasti pružných deformací je popsáno dvěma nezávislými konstantami, jmenovitě modulem pružnosti v tahu  $E$  (Yongův modul) a Poissonovým číslem (součinitelem příčné deformace)  $\mu$  [20], [22].

Pro posouzení pevnosti a prosté bezpečnosti při víceosé napjatosti se používají kritéria (hypotézy). Hypotéza HMH (energetická) je založena na poznatku, že o stavu napjatosti rozhoduje měrná energie napjatosti (hustota deformační energie). Stav napjatosti vyjadřuje redukované napětí  $\sigma_{red}$ , což je hodnota napětí fiktivní tahové napjatosti, která je přiřazena k napjatosti prostorové. Pro rovinnou napjatost při hypotéze HMH se používá vztah 4.2.

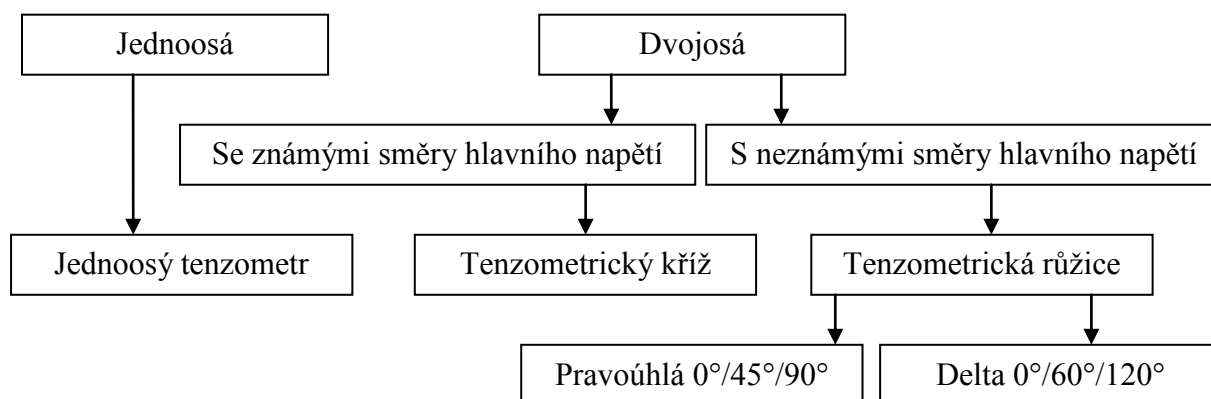
$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$$

4.2

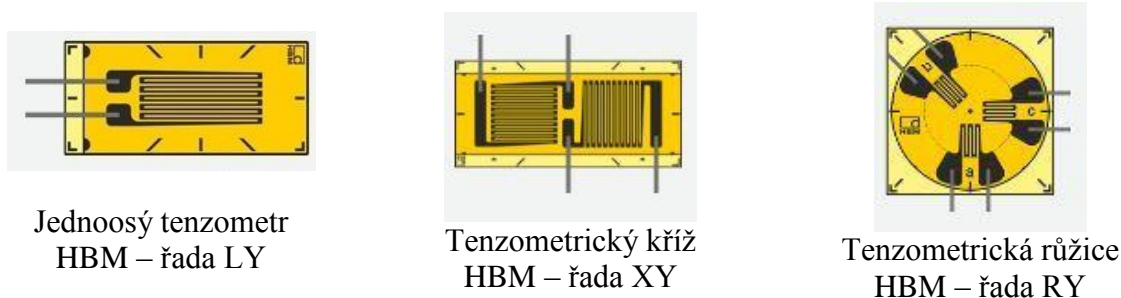
<sup>10)</sup>Analogicky k teorii mechanického napětí platí i teorie pro přetvoření.

V oblasti experimentální analýzy napětí se vyskytuje zejména jednoosá a dvojosá napjatost. Jednoosá napjatost se vyskytuje pouze v omezené míře a téměř výhradně se setkáváme s dvojosou napjatostí ve dvou formách, kdy:

- 1) jsou známy hlavní směry (**dvojosá napjatost se známými hlavními směry**), nebo se alespoň směry předpokládají,
- 2) nejsou známy hlavní směry (**dvojosá napjatost s neznámými hlavními směry**).



Obr. 4.3: Schéma rozdělení napjatosti v oblasti experimentální analýzy napětí a tenzometrů



Obr. 4.4: Ukázka tenzometrů [13]

**Jednoosá napjatost** je určena jedním hlavním napětím působícím v hlavní směru. Prakticky je jednoosá napjatost zvláštním druhem dvojosé napjatosti, a to z následujícího důvodu. Hlavní směry (1 a 2) jsou dva a vždy navzájem kolmé. Pokud tedy síla působí pouze v hlavní směru 1, tak se měřená deformace vyskytuje opět pouze v hlavní směru 1 a deformace v hlavní směru 2 je potom navzdory příčné kontrakci rovna  $-\mu \cdot \varepsilon_1$ . Mechanické napětí (napětí  $\sigma$  v materiálu) se může potom pouze pro zmíněný případ stanovit dle Hookova zákona (vztahu 4.1). Jednoosá napjatost se v mechanice těles označuje jako normálové napětí  $\sigma_N$ . Nejjednodušším případem a zároveň nejčastějším je jednoosá napjatost, která vzniká při tahu nebo tlaku přímého prutu (v technické praxi např. šrouby, táhla, traverzy apod.). Pro určení normálového napětí (deformace v hlavní směru) se používají jednoosé tenzometry.

**Dvojosá (rovinná) napjatost** je určena dvěma extrémními normálovými napětími  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  v navzájem kolmých směrech 1 a 2. Napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  se nazývá hlavní normálové napětí a analogicky směry 1 a 2 jsou hlavní směry. Pro stanovení napětí  $\sigma$  v materiálu při působení dvojosé napjatosti nelze používat Hookův zákon (vztah 4.1), ale je zapotřebí použít rozšířený Hookův zákon. Pro určení hlavních normálových napětí (deformace ve dvou hlavních

směrech) se používají tzv. **vícenásobné tenzometry**, které se skládají z více jednotlivých mřížek na jedné společné podložce.

**Dvojosá napjatost se známými hlavními směry** se v technické praxi vyskytuje např. na povrchu rotačně symetrických nádob, které jsou namáhané vnitřním přetlakem, na hřídeli namáhané čistým krutem, v oblasti mimo okraj na ohýbané desce apod. Potom tedy hlavní normálové napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  se z měřených hlavních deformací  $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_2$  pro **tenzometrické kříže** stanoví dle vztahů 4.3 a 4.4. Někdy jsou hlavní deformace  $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_2$  označovány  $\varepsilon_x$  a  $\varepsilon_y$ .

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) \quad 4.3$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) \quad 4.4$$

**Dvojosá napjatost s neznámými hlavními směry** se v technické praxi vyskytuje na komplikovaných tvarech objektů, nebo při kombinaci různých zatížení (tah, ohyb, krut apod.), anebo při změně průřezu. Pro měření dvojosé napjatosti, kdy nejsou známy hlavní směry, se používají **tenzometrické růžice** (pravoúhlé nebo delta<sup>11)</sup>).

**Pravoúhlá růžice** se prakticky skládá ze třech měřicích mřížek (a, b, c) ve směrech 0°, 45° a 90°, potom tedy měřené deformace v těchto směrech označujeme  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_c$  (případně  $\varepsilon_{0^\circ}$ ,  $\varepsilon_{45^\circ}$ ,  $\varepsilon_{90^\circ}$ ). Velikost hlavních normálových napětí (přetvoření) se stanoví ze vztahu 4.6 (4.5). Někdy jsou hlavní deformace  $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_2$  označovány  $\varepsilon_I$  a  $\varepsilon_{II}$  a analogicky k tomu hlavní normálové napětí  $\sigma_I$  a  $\sigma_{II}$ .

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2} \quad 4.5$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{1 - \mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1 + \mu)} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2} \quad 4.6$$

Určení hlavních směrů normálových napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  pak teoreticky vychází z Mohrovy kružnice (Obr. 4.1). Postup je pak dle [10] následující<sup>12)</sup>:

Pro pravoúhlé růžice (Obr. 4.4) vycházejme ze vztahu 4.7. Tangens úhlu v pravoúhlém trojúhelníku je poměr protilehlé strany (Z) k přilehlé straně (N).

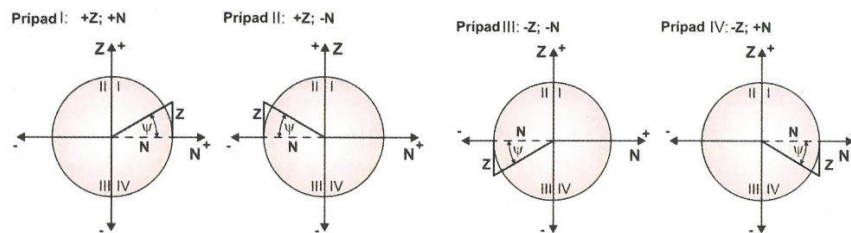
$$tg\psi = \frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} = \frac{\text{protilehlá strana}}{\text{přilehlá strana}} = \frac{Z}{N} \quad 4.7$$

Úhel  $\psi$  může v závislosti na znaménku protilehlé a přilehlé strany ležet ve čtyřech různých kvadrantech, jak je zobrazeno na Obr. 4.5.

<sup>11)</sup>Vztahy pro delta růžice jsou uvedeny v literatuře [8] a [10].

<sup>12)</sup>Kompletní odvození je uvedeno v literatuře [10].





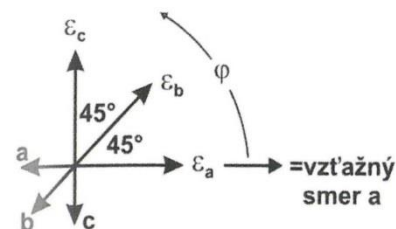
Obr. 4.5: Schéma určení úhlu  $\psi$  v jednotlivých kvadrantech [8]

Z číselné hodnoty tangentu je nejprve určena hodnota úhlu dle vztahu 4.8. Potom se dle Obr. 4.6 určí úhel  $\varphi_H$ .

$$|\psi| = \arctan\left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c}\right) \quad 4.8$$

| Z                  | $\geq 0 (+)$                  | $> 0 (+)$                       | $\leq 0 (-)$                    | $< 0 (-)$                       |
|--------------------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| N                  | $> 0 (+)$                     | $\leq 0 (-)$                    | $< 0 (-)$                       | $\geq 0 (+)$                    |
| Příslušný kvadrant | I<br>A                        | II<br>B                         | III<br>C                        | IV<br>D                         |
|                    |                               |                                 |                                 |                                 |
| $\varphi_H$        | $\frac{1}{2}(0^\circ + \psi)$ | $\frac{1}{2}(180^\circ - \psi)$ | $\frac{1}{2}(180^\circ + \psi)$ | $\frac{1}{2}(360^\circ - \psi)$ |

Obr. 4.6: Schéma pro určení úhlu  $\varphi_H$  [8]



Obr. 4.7: Směry hlavních napětí pro pravouhlou růžici [8]

Nalezený úhel  $\varphi_H$  je vynášený v kladném směru od osy vztázně mřížky (Obr. 4.7). Osa a tvoří jedno rameno úhlu  $\varphi_H$ , druhé rameno udává první hlavní směr (směr prvního hlavního normálového napětí  $\sigma_1$ , identický s prvním hlavním směrem deformace  $\varepsilon_1$ ). Vrchol leží v průsečíku osy měřicí mřížky. Druhý hlavní směr ( $\sigma_2$ ,  $\varepsilon_2$ ) má úhel  $\varphi_H + 90^\circ$  [8].

Při rovinné napjatosti mají hlavní normálová napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  v hlavních směrech 1 a 2 největší  $\sigma_{\max}$  a nejmenší  $\sigma_{\min}$  hodnotu a smykové napětí  $\tau$  je nulové. V každém jiném směru jsou normálová napětí mezi těmito extrémními hodnotami a smykové napětí nabývá konečné hodnoty (Obr. 4.1). Potom tedy dvojosá napjatost se dá jednoznačně vyjádřit dvěma způsoby:

- hlavními normálovými napětími  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  a jejich směry,
- pomocí složek normálových napětí  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  a smykových napětí  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yx}$ .

Jednolitě složky normálových napětí  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  a smykových napětí  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yx}$  se stanoví ze vztahů uvedených v literatuře [8] a [10] <sup>13)</sup>.

<sup>13)</sup>Ve většině měření prováděnými tenzometrickými růžicemi se z naměřených hodnot hlavních normálových napětí nestanovují složky napětí pro jiné směry, než hlavní.

## 4.1 MODUL PRUŽNOSTI V TAHU A POISSONOVO ČÍSLO

**Modul pružnosti v tahu** je materiálová konstanta, která se dá definovat jako odolnost (míra odporu) materiálu vůči deformaci. Hodnota modulu pružnosti je závislá na materiálu a teplotě, ale vždy nabývá kladné hodnoty. S rostoucí teplotou se obecně modul pružnosti snižuje. Hodnoty modulu pružnosti se zjišťují experimentálně a dle způsobu získání (měření) se dělí na statické a dynamické. Při statickém měření se vzorek zatíží určitou silou (např. tahovou, nebo tlakovou). Při dynamickém se využívá charakteristiky šíření vlnění. Dále se moduly pružnosti rozeznávají dle odečtu z pracovních diagramů na tečnové a sečnové.

**Poissonovo číslo**<sup>14)</sup> označuje poměr příčné deformace k podélné deformaci. Tak jako u modulu pružnosti jeho hodnota závisí na materiálu a teplotě a teoreticky může nabývat hodnot v rozmezí 0 (korek) až 0,5 (pryž). S rostoucí teplotou Poissonovo číslo vzrůstá. Hodnoty se pro jednotlivé materiály zjišťují experimentálně.

Hodnoty  $E$  a  $\mu$  jsou pro vybrané materiály uvedeny v Tab. 4.1 a pro vybrané materiály a teploty používané ve strojírenství v Tab. 4.2.

Tab. 4.1: Moduly pružnost a Poissonova čísla pro vybrané materiály při 20°C [25]

| Materiál          | $E$ [ $10^5$ MPa] | $\mu$ [-] | Materiál | $E$ [ $10^5$ MPa] | $\mu$ [-] |
|-------------------|-------------------|-----------|----------|-------------------|-----------|
| Tažená ocel       | 1,90 až 2,15      | 0,30      | Beton    | 0,25 až 0,32      | 0,20      |
| Ocel na odlitky   | 1,95 až 2,00      | 0,30      | Dřevo    | 0,09 až 0,20      | 0,30      |
| Žíhaná ocel       | 1,70 až 1,80      | 0,30      | Bronz    | 0,85 až 1,20      | 0,31      |
| Šedá litina       | 0,80 až 1,25      | 0,25      | Mosaz    | 0,90 až 1,00      | 0,33      |
| Kalená ocel       | 1,80 až 1,86      | 0,30      | Hliník   | 0,60 až 0,75      | 0,34      |
| Ocel do 5% niklu  | 2,00 až 2,05      | 0,29      | Titan    | 1,10 až 1,18      | 0,34      |
| Ocel do 25% niklu | 1,80 až 1,86      | 0,29      | Měď      | 1,15 až 1,23      | 0,35      |

**Průměrná hodnota** modulu pružnosti pro oceli je  $E = 205\ 000$  MPa. Hodnota  $E$  pro oceli (od nízkouhlíkových až po vysokolegované) je víceméně stálá v rozmezí  $\pm 15\ 000$  MPa od průměrné hodnoty. S rostoucím obsahem uhlíku  $E$  mírně klesá, cca 500 MPa na 1% uhlíku. Ostatní příměsi v oceli mají vliv podřadný. Malými přísadami Mn, Cr a Mo se modul poněkud zvětšuje, kdežto Si, Al a Ni ho zmenšují. Větší přísady mají vliv významnější, například pro ocel s 40% Ni je  $E = 135\ 000$  MPa a naopak pro ocel s 13% Cr je  $E = 220\ 000$  MPa. Pro austenitické chromniklové oceli je  $E = 200\ 000$  MPa [23], [24].

**Pro litiny neexistuje průměrná hodnota modulu pružnosti** tak, jak je uvedeno pro ocel. U nelegovaných litin s lupínkovým grafitem (šedá litina) se pohybuje v rozmezí 80 000 až 140 000 MPa. Pro litiny s kuličkovým grafitem (tvárná litina) je v rozmezí 160 000 až 185 000 MPa. Hodnoty  $E$  pro vybrané materiály litin jsou uvedeny v Tab. 4.3.

**Při tepelném zpracování dochází také ke změně modulu pružnosti.** Vnitřní pnutí, které je vyvoláno kalením nebo jiným způsobem, modul pružnosti zmenšuje. Naopak popouštění modul pružnosti zvětšuje [24].

<sup>14)</sup>Poissonovo číslo je převrácená hodnota Poissonovy konstanty  $m$ . Takže ve skutečnosti je to fyzikální konstanta (viz kapitola 2.3).

Obecně se dá shrnout, že hodnoty Poissonova čísla se pro **kovy** pohybují v rozmezí  $0,25 \leq \mu \leq 0,35$ , pro **oceli**  $0,27 \leq \mu \leq 0,30$  a pro **litiny**  $0,21 \leq \mu \leq 0,26$ .

Tab. 4.2: Moduly pružnosti  $E$  [ $10^5$  MPa] pro vybrané materiály používané ve strojírenství [26]

| Označení oceli nebo slitiny              | Teplota [°C] |      |      |      |      |      |      |      |
|--|--------------|------|------|------|------|------|------|------|
|  | 20           | 50   | 100  | 150  | 200  | 250  | 300  | 350  |
| St3sp5, 10, 15,15L,20, 20L, 25, 20K, 22K | 2,00         | 1,97 | 1,95 | 1,92 | 1,90 | 1,85 | 1,80 | 1,75 |
| 11375,11378,11416                        | 2,06         | 2,04 | 2,01 | 1,96 | 1,91 | 1,86 | 1,81 | 1,76 |
| 12020                                    | 2,00         | 1,98 | 1,95 | 1,92 | 1,89 | 1,86 | 1,83 | 1,79 |
| 12022                                    | 2,06         | 2,04 | 1,98 | 1,95 | 1,92 | 1,87 | 1,81 | 1,77 |
| 30, 35, 40, 45                           | 2,10         | 2,07 | 2,05 | 2,00 | 1,95 | 1,90 | 1,85 | 1,80 |
| 12 040                                   | 2,10         | 2,08 | 2,07 | 2,04 | 2,02 | 1,98 | 1,96 | 1,92 |
| 12 050                                   | 2,10         | 2,09 | 2,08 | 2,04 | 2,02 | 1,97 | 1,94 | 1,91 |
| 20Ch, 10Ch2M, 15Ch1M1F, 10GN2MFA         | 2,10         | 2,07 | 2,05 | 2,02 | 2,00 | 1,97 | 1,95 | 1,90 |
| 422707                                   | 2,11         | 2,09 | 2,06 | 2,03 | 2,00 | 1,96 | 1,92 | 1,88 |
| 30Ch, 30ChMA, 25Ch2MFA                   | 2,15         | 2,12 | 2,10 | 2,07 | 2,05 | 2,02 | 2,00 | 1,95 |
| 15320                                    | 1,98         | 1,96 | 1,94 | 1,91 | 1,88 | 1,85 | 1,81 | 1,77 |
| 08Ch13, 14Ch17N2, 20Ch12VNMF             | 2,20         | 2,17 | 2,15 | 2,12 | 2,10 | 2,05 | 2,00 | 1,95 |
| 17134                                    | 2,08         | 2,06 | 2,04 | 2,01 | 1,97 | 1,93 | 1,89 | 1,87 |
| 06Ch12N3DL, 10Ch17N13M2T                 | 2,05         | 2,02 | 2,00 | 1,95 | 1,90 | 1,85 | 1,80 | 1,75 |
| 17247, 17248                             | 2,00         | 1,97 | 1,94 | 1,90 | 1,86 | 1,83 | 1,79 | 1,76 |
| 422961                                   | 2,04         | 2,02 | 1,99 | 1,95 | 1,92 | 1,88 | 1,85 | 1,82 |
| 10Ch11N20T3R                             | 1,60         | 1,58 | 1,56 | 1,53 | 1,50 | 1,48 | 1,46 | 1,43 |

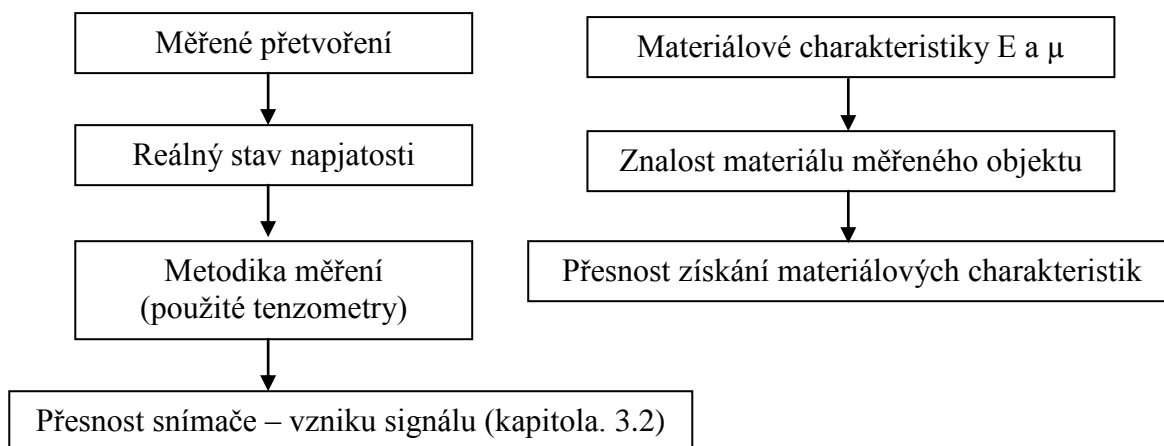
Tab. 4.3: Moduly pružnosti pro vybrané materiály litin používané ve strojírenství při 20°C

| Označení litiny                        | $E$ [ $10^5$ MPa] | Označení litiny                    | $E$ [ $10^5$ MPa] |
|--|-------------------|------------------------------------|-------------------|
| EN-GJL-150 (EN-JL 1020)                | 0,78 až 1,03      | GJS-350-22 (JS 1010)               | 1,69              |
| EN-GJL-200 (EN-JL 1030)<br>ČSN 42 2420 | 0,88 až 1,13      | GJS-500-7 (JS 1050)<br>ČSN 42 2305 | 1,69              |
| EN-GJL-250 (EN-JL 1040)<br>ČSN 42 2425 | 1,03 až 1,18      | GJS-600-3 (JS 1060)<br>ČSN 42 2306 | 1,74              |
| EN-GJL-300 (EN-JL 1050)<br>ČSN 42 2430 | 1,08 až 1,37      | GJS-700-2 (JS 1070)<br>ČSN 42 2307 | 1,76              |
| EN-GJL-350 (EN-JL 1060)<br>ČSN 42 2435 | 1,23 až 1,43      | GJS-800-2 (JS 1080)<br>ČSN 42 2308 | 1,76              |

V oblasti experimentální analýzy napětí se provádí měření téměř na všech materiálech vyskytujících se v průmyslové praxi (plasty, stavební hmoty, slitiny apod.). V této práci jsou zmíněny pouze materiály, které se nejvíce vyskytují ve strojírenství (ocel a litina). Hodnoty modulu pružnosti a Poissonova čísla pro další materiály se vyskytují v odborné literatuře týkající se příslušného materiálu a oboru měření.

## 4.2 PŘESNOST MĚŘENÍ MECHANICKÉHO NAPĚTÍ

Přesnost měření mechanického napětí je dána kombinací znalostí skutečné **hodnoty měřeného přetvoření a nezávislými materiálovými charakteristikami měřeného objektu.**



Obr. 4.8: Schéma ovlivňujících faktorů přesnosti měření mechanického napětí

Při stanovení mechanického napětí z měřeného přetvoření často vycházíme ze stavu, že **víme nebo alespoň předpokládáme stav napjatosti na měřeném objektu.** Na základě zmíněného předpokladu se zvolí typ tenzometru, který je následně umístěn na měřený objekt. V případě prováděných měření na jednoduchých objektech, kde jsou známy působící síly na objekt, se dá předpokládat, že nebude docházet ke snížení přesnosti měření vlivem jiného stavu napjatosti. U měření na složitějších objektech může docházet ke stavu, kdy zvolená metodika (tenzometr) neodpovídá stavu napjatosti, pak se přesnost měření může snížit. Přesnost bude také menší, pokud z nějakého důvodu víme, jaký bude stav napjatosti, ale z technických, finančních nebo časových důvodů neprovedeme měření požadovanými tenzometry.

Při stanovení mechanického napětí se předpokládá znalost materiálových vlastností měřeného objektu. Nicméně v kapitole 4.1 byly uvedeny parametry, které výrazně ovlivňují modul pružnosti materiálu, jako je skutečné chemické složení materiálu nebo chemicko-tepelné zpracování oceli. V praxi se víceméně potýkáme se stavem, že modul pružnosti je určen pro třídy oceli a standardně není dodáván k jednotlivým tavbám apod. U nižších tříd ocelí (např. 10 a 11) má pak složení materiálu poměrně široké toleranční pásmo. U chemicko-tepelného zpracování je situace také složitá. Nebývá zvykem, aby se po provedení např. kalení nebo žihání prováděly experimenty za účelem zjištění skutečných hodnot materiálových vlastností. Výše uvedené poznatky jsou všeobecně známy a při konstrukci a používání zařízení se s nimi počítá. Ze zmíněných poznatků plyne, **že téměř vždy je modul pružnosti měřeného objektu zatížen jistou mírou nepřesnosti (chybou).**

**Přesnost stanovení modulu pružnosti je do značné míry dána chybou metody stanovení.** Modul pružnosti, který je získán z tahové-tlakové zkoušky (nebo z jiné metodiky), je v oblasti pružných deformací obecně interpretován jako jedno číslo (směrnice přímky). Ve skutečnosti však takováto interpretace představuje pouze zjednodušení reálného stavu. **Rozdíl mezi různými metodami měření může být 3 až 5%.**

V oblasti experimentální analýzy napětí při stanovení mechanického napětí z měřeného přetvoření se uvažuje, že dosazované hodnoty modulu pružnosti a Poissonova čísla do vztahů

uvedených v kapitole 4 **jsou prakticky průměrné hodnoty z určitého předpokládaného intervalu**. Výjimkou jsou pouze případy, kdy se pro upřesnění výsledků měření mechanického napětí zjišťují materiálové charakteristiky extra z měřeného objektu (použitého materiálu).

### 4.3 CHYBA MODULU PRUŽNOSTI A POISSONOVA ČÍSLA

Chyba modulu pružnosti  $\delta_E$  se **pohybuje v rozmezí 3 až 15%**. Chyba  $\delta_E$  nemůže z podstaty stanovení modulu pružnosti klesnout pod zmíněné 3%. Vzhledem k množství informací dostupných k jednotlivým materiálům ve strojírenství, zejména k ocelím a litinám, je velice nepravděpodobné, že by znalost modulu pružnosti (a s tím související chyba) měřeného **objektu přesáhla 9%**. V kapitole 4.1 je uvedeno, že průměrná hodnota modulu pružnosti je  $E = 205\,000\text{ MPa}$  a odchylka od nízkouhlíkových až po vysokolegované oceli je stálá a dosahuje přibližné hodnoty  **$\pm 15\,000\text{ MPa}$ , což činí  $\pm 7,32\%$** . Z Tab. 4.2 je patrné, že pokles modulu pružnosti na  **$50^\circ\text{C}$  činí 1,4 až 2,1%**. Tyto hodnoty prakticky vyjadřují fakt, že pokud bychom měli jen **základní znalosti o materiálu měřeného objektu, který je vyroben z oceli a jeho teplota se pohybuje v intervalu  $\pm 25^\circ\text{C}$** , potom tedy můžeme pracovat s **průměrnou chybou  $\pm 8$  až  $\pm 9\%$** . Čím více informací budeme znát o modulu pružnosti měřeného objektu, tím můžeme uvažovat menší chybu než zmíněných  $\pm 8$  až  $\pm 9\%$ . Naopak pokud je **materiál měřeného objektu tepelně zpracován, tak se mění jeho modul pružnosti podstatně výrazněji než zmíněných  $\pm 8$  až  $\pm 9\%$** , potom je tedy nutné uvažovat modul pružnosti pro konkrétní tepelné zpracování materiálu a pokud není tato informace známa, **rozšířit chybu modulu pružnosti na hodnotu  $\pm 13$  až  $\pm 14\%$** .

Uvažujme situaci, že je známý materiál měřeného objektu, jeho teplotné zpracování a teplota měřeného objektu. Potom tedy modul pružnosti stanovíme z příslušných tabulek nebo z certifikátu od výrobce (v případě lepších ocelí), potom tedy chyba modulu pružnosti bude záviset na jeho stanovení (pokud je provedeno) nebo na „věrohodnosti“ materiálu. Pak tedy uvažujme, že **chyba modulu pružnosti je přibližně  $\pm 5$  až  $\pm 6\%$** .

**Průměrná hodnota Poissonova čísla pro oceli je  $\mu = 0,285$**  a jeho hodnota se vyskytuje v **intervalu 0,27 až 0,30**. Potom tedy chyba Poissonova čísla  **$\delta_\mu$  je přibližně  $\pm 5,3\%$** . Dá se předpokládat, že hodnota chyby Poissonova čísla proto bude spíše menší.

## 5 STANOVENÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ PRO ODPOROVÉ TENZOMETRY

V současné době se na trhu vyskytují tenzometry pro různé technické úlohy experimentální mechaniky. Výrobci nabízejí tenzometry různých rozměrů a tvarů, které jsou určeny pro použití ve velice různorodých pracovních prostředích. Mezi největší a nejvýznamnější výrobce tenzometrů na světě patří německá firma **Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH (HBM)**, americká firma **Micro - Measurements (MM-Vishay)** a japonské firmy **Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd (TML)** a **Kyowa Electronic Instruments Co., Ltd. (Kyowa)**. Všechny zmíněné firmy nabízejí tenzometry jak pro standardní použití, tak i pro speciální použití.

Definice standardního odporového tenzometru není nijak přesně definována. Pro další práci uvažujeme, že to bude **kovový, fóliový tenzometr nalepovací nebo přivařovací** pro použití v normálním a ztíženém prostředí, ve kterém se teplota vyskytuje v rozmezí  $-270$  až  $800^{\circ}\text{C}$ . Rozbor stanovení nejistoty měření, který je uveden v následujících kapitolách, je omezen pouze na **jednoosé tenzometry, tenzometrické kříže a růžice**. Do rozboru jsou také zahrnuty všechny vlivy ovlivňující vznik signálu.

Z měření prováděných odporovými tenzometry se primárně získává přetvoření  $\varepsilon$  (deformace) v  $\mu\text{V}/\text{V}$  nebo  $\mu\text{m}/\text{m}$ , ze kterého se následně po zahrnutí materiálových vlastností stanoví mechanické napětí  $\sigma$ . Stanovení nejistoty měření pro odporové tenzometry je rozděleno na **nejistotu přetvoření  $u_{\varepsilon}$** <sup>15)</sup> a **nejistotu mechanického napětí  $u_{\sigma}$** <sup>16)</sup>, a to dle metody **GUF a MMC**.

Výpočty nejistoty dle MMC (simulace MMC), které jsou uvedeny v této práci, proběhly v programu GNU Octave verze 4.2.1. Počet opakování byl zvolen  $M = 10^6$ . Při simulacích MMC bylo využito scriptu „scovint.m – Shortest Length of Coverage Interval“, který je volně ke stažení na <http://www.kaero.wz.cz/octaveothers.html>. Jednotlivé algoritmy jsou uvedeny v příloze 1, ve formě simulačních skriptů.

---

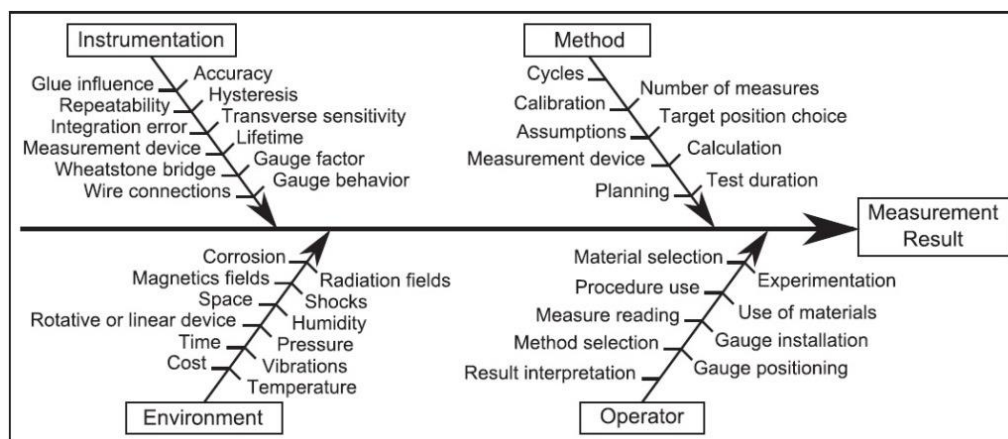
<sup>15)</sup>Hlavní deformace měřené tenzometrickými kříži budou dále označovány  $\varepsilon_x$  a  $\varepsilon_y$  a hlavní normálové přetvoření vypočtené z tenzometrických růžic  $\varepsilon_I$  a  $\varepsilon_{II}$ .

<sup>16)</sup>Hlavní normálová napětí vypočtené z tenzometrických křížů budou dále označována  $\sigma_I$  a  $\sigma_{II}$  a z tenzometrických růžic  $\sigma_I$  a  $\sigma_{II}$ .

## 5.1 NEJISTOTY MĚŘENÍ TENZOMETRIE UVEDENÉ V ZAHRANIČNÍ LITERATUŘE

V zahraničních informačních zdrojích se dosti často setkáváme se splynutím pojmu nejistota a chyba. Další specifický faktor týkající se nejistoty tenzometrie (měření přetvoření a mechanické napětí) je filozoficko – technický přístup, který je výrazně odlišný u různých autorů. Někteří autoři zahrnují do nejistot tenzometrických měření i chyby experimentátora, což dle mého názoru spadá do kategorie hrubých chyb. Další chyby zahrnuté do nejistoty měření jsou chyby týkající se skutečného výskytu a tvaru deformace (napjatosti) na měřeném objektu. Chyba v důsledku experimentátora a skutečného stavu deformace se jen těžko kvantifikuje. Ačkoliv lze provést v určitých případech validační experimenty, případně porovnání s MKP výpočtem, tak během reálných měření na složitých součástech lze jen těžko korigovat zmíněné chyby.

V článku [31] autor uvádí, že bylo zjištěno více než 70 zdrojů nejistot pro měření tenzometry. Nejistoty jsou zde rozděleny do čtyř hlavních skupin: **přístroj, metoda, prostředí a operátor**. Autor spojuje většinu nejistot s experimentátorem. Chyby způsobené lidským faktorem jsou uvedeny v článku [32].

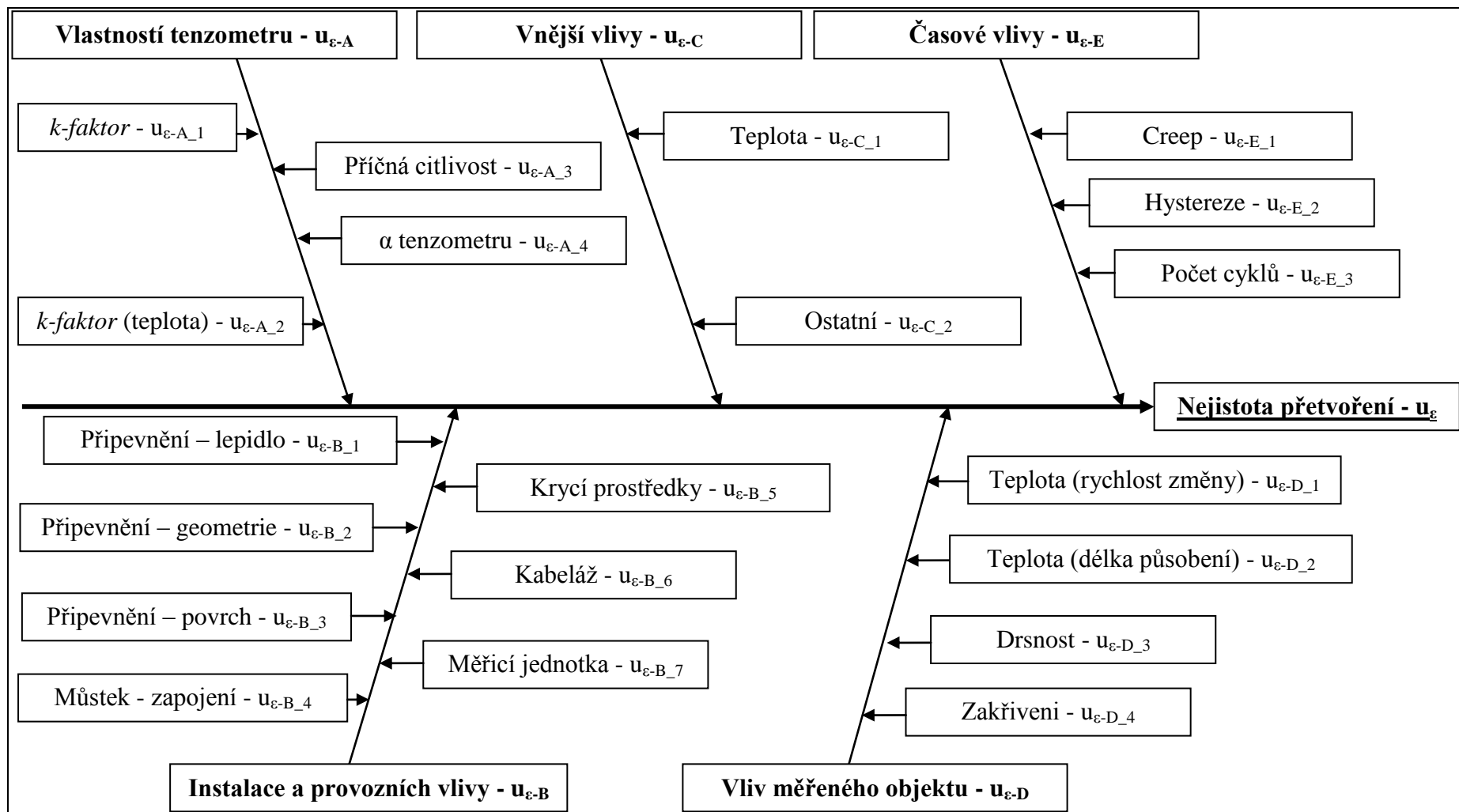


Obr. 5.1: Neúplný seznam nejistot dle [31]

V článku [29] autoři uvádí nejistoty (chyby) pouze z pěti zdrojů, a to: **záznamové zařízení, příčná citlivost, teplotní efekt, vychýlení tenzometru (nesouosost) a nelinearitu Wheatstoneova mostu**. Stanovení nejistoty přetvoření je provedeno dle metody GUF.

Dílčí zdroje nejistot uvedených v článcích [31] a [29] se víceméně shodují. Za zmínku stojí dílčí nejistota v důsledku integrační chyby, jenž je způsobená integrací deformačního pole pod povrchem mřížky. Tato chyba může generovat významné rozdíly mezi naměřeným přetvořením a skutečnou deformací ve středu tenzometru. V článku [33] a [34] autoři provedli studie týkající se integrační chyby a stanovili metodiku, která umožňuje stanovení a vyčíslení chyby. V obou případech získali autoři při studii chyby rozdíl přesahující až 30%.

V článku [30] je uvedena metodika pomocí metody Monte Carlo pro odhad nejistoty měření. V matematickém modelu jsou uvažovány následující dílčí nejistoty: **nejistoty umístění** (odklon od hlavní osy), **integrační efekt a příčná citlivost**. Dále jsou v článku uvedeny chyby a vlastnosti přivařovacích tenzometrů. Metodika **MEBU** (numerical **M**ethod for the **E**stimation of **B**iases and **U**ncertainties), která je uvedena v článku, umožňuje stanovit chybu (nejistotu) v důsledku integračního efektu, příčné citlivosti a chybu v důsledku metody přivaření tenzometru.



Obr. 5.2: Schéma zdrojů nejistot měřeného přetvoření

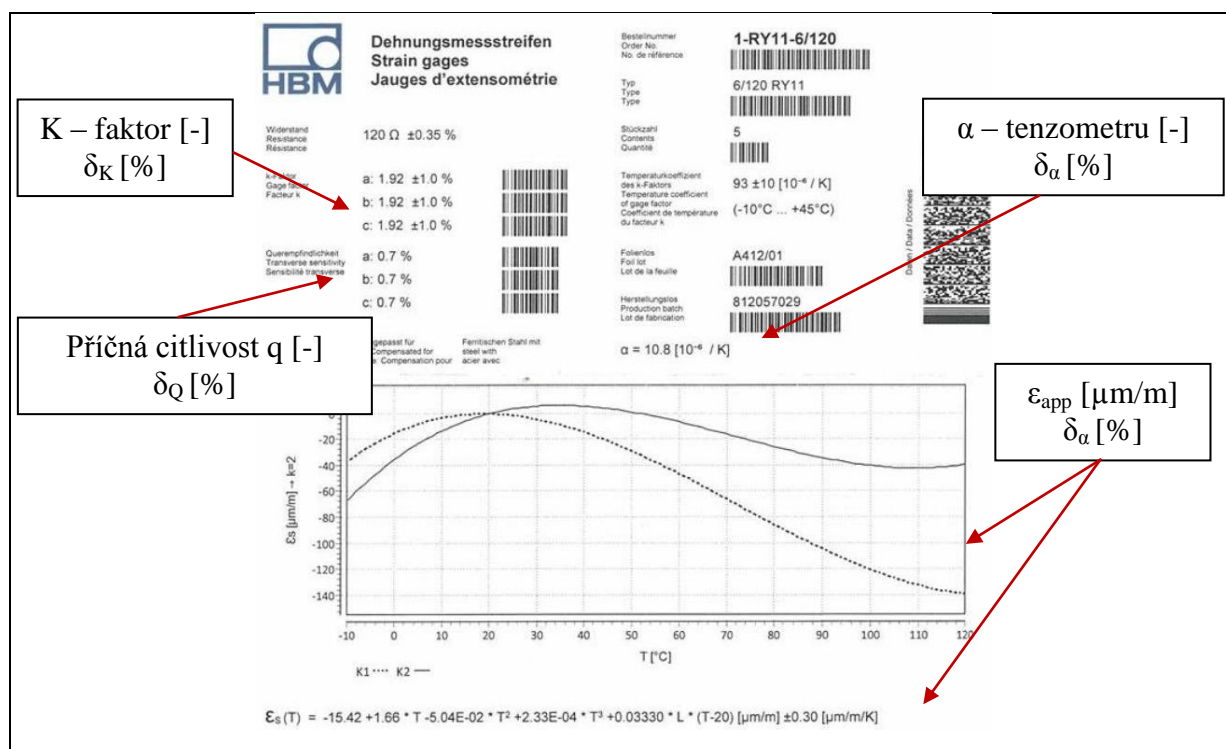


## 5.2 NEJISTOTA PŘETVOŘENÍ

Nejistotu přetvoření  $u_\varepsilon$  lze rozdělit na pět dílčích zdrojů nejistot ( $u_{\varepsilon-A}$  až  $u_{\varepsilon-E}$ ) dle Tab. 3.2, které se dále dělí na další jednotlivé dílčí zdroje, které vycházejí z chyb a mají základní rozdělení pravděpodobnosti. Schématické zobrazení je uvedeno na Obr. 5.2.

### 5.2.1 VLASTNOSTI TENZOMETRU

Vlastnosti tenzometru udává výrobce na obalu snímače a v příloženém datasheetu (dodacím listu), který se váže k sérii (šarži) tenzometrů. Většinou pro 5 nebo 10 kusů. Dále jsou další (obecnější) vlastnosti tenzometru uvedené v datasheetu, a to vždy pro jednotlivé typy tenzometrů [8], [9], [10].



Obr. 5.3: Obal tenzometru HBM 1-RY11-6/120

**K-faktor (Gauge factor - G.F.)** je bezrozměrná veličina, která popisuje **deformační citlivost tenzometru**. Výrobce určuje k-faktor experimentálně<sup>17)</sup> na zkušební vzorku, a to pro každou sérii. Určení *k-faktoru* a jeho chyby se provádí statickými metodami a je dáno předpisy, např. OILM R62, NAS 942, ASTM E 251 a VDI/VDE-Rechtlinie 2635. Do 150 000  $\mu m/m$  je charakteristika *k-faktoru* lineární. Pro materiál měřicí mřížky z konstantanu, karmy a Nikl-chromu je hodnota *k-faktoru* přibližně 2. *K-faktor* uvedený výrobcem na obalu je pro pokojovou teplotu  $T_0$  (HBM –  $20^\circ C$ , TML nebo MM-Vishay –  $24^\circ C$ ). *K-faktor* je teplotně závislý, se zvyšující se teplotou *k-faktor* lineárně klesá. Výrobce potom udává pokles *k-faktoru* na  $10^\circ C$  (nebo  $100^\circ C$ ) i s chybou poklesu v procentech.

<sup>17)</sup>Kalibrace *k-faktoru* se provádí na ocelovém prutu při jednoosé napjatosti. Jednoosý napěťový stav vytvoří dvojosé pole deformace. Hlavní směry deformací jsou v podélném a příčném směru prutu. Poměr obou deformací se vyjadřuje pomocí Poissonova čísla  $\mu$ . Pro ocelové pruty je hodnota  $\mu_0 = 0,285$ .

Nejistota *k*-faktoru  $u_{\varepsilon-A_1}$  je dána jeho chybou  $\delta_K$ , která má **rovnoměrné rozdělení**. Nejistota *k*-faktoru v závislosti na teplotě  $u_{\varepsilon-A_2}$  je dána chybou poklesu *k*-faktoru  $\delta_{K100}$ , která má také **rovnoměrné rozdělení**. Uvedené chyby udávají toleranci (rozmezí), ve které se vyskytují všechny *k*-faktory v balení.

U tenzometrických křížů a růžic, které mají jednotlivá vinutí ve vrstvách přes sebe, má každé vinutí vlastní *k*-faktor s vlastní chybou  $\delta_K$ , viz Obr. 5.9, Obr. 5.10 a Obr. 5.11. Dílčí nejistota *k*-faktoru ( $u_{\varepsilon-A_1}$ ) vstupuje do celkového stanovení nejistoty přetvoření jako jedna složka nejistoty zapojení do můstku  $u_{\varepsilon-B_4}$ , viz kapitola 3.4.

**Příčná citlivost tenzometru (Transverse sensitivity)** popisuje jev, kdy samotný tenzometr nereaguje pouze na deformace v podélné ose svojí měřicí mřížky, ale také na deformace, které jsou příčné. Chybu v důsledku příčné citlivosti  $\delta_q$  lze odstranit korekcí, nebo je ignorovat. U většiny používaných typů tenzometrů se pohybuje příčná citlivost  $q$  okolo 1% ( $\pm 0,5\%$ ), což je hodnota, která se dá ignorovat, aniž by vznikly velké chyby. Ačkoliv se snaží výrobci hodnotu  $q$  co nejvíce minimalizovat, tak jsou tenzometry, které dosahují příční citlivosti až  $\pm 5\%$ , což je hodnota, se kterou se musí pracovat jako s chybou a nelze ji ignorovat. Příčná citlivost  $q$  je definována jako poměr mezi *k*-faktorem  $k_l$  ve směru měřicí mřížky a *k*-faktorem příčným  $k_q$  (viz vztah 5.1).

$$q = \frac{k_q}{k_l} \quad 5.1$$

Chyba v důsledku příčné citlivosti je kritická, pokud je poměr příčné a podélné deformace obzvláště velký, nebo pokud je velmi velká příčná citlivost tenzometru. Při **jednoosé napjatosti** nevzniká žádná chyba, pokud Poissonovo číslo materiálu odpovídá kalibračním podmínkám. Pokud je Poissonovo číslo odlišné, stanoví se chyba v důsledku příčné citlivosti tenzometru  $\delta_q$  dle vztahu 5.2 a 5.3.

$$f = \frac{q}{1 - q \cdot \mu_0} \cdot \left( \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_l} + \mu_0 \right) = \frac{q}{1 - q \cdot \mu_0} \cdot \left( \frac{-\mu \cdot \varepsilon_l}{\varepsilon_l} + \mu_0 \right) \quad 5.2$$

$$\delta_q = \left( \frac{\varepsilon_{mer}}{1 + f} \right) - \varepsilon_{mer} \quad 5.3$$

U vícenásobných tenzometrů (křížů a růžic) se vyskytuje příčná citlivost  $q$  pro každou měřicí mřížku zvlášť. Potom je tedy nutné stanovit chybu  $\delta_q$  vždy pro všechny směry. V následujících vztazích označuje index  $a$  „zobrazenou“ indikovanou hodnotu deformace.

Chyby  $\delta_{q-x}$  a  $\delta_{q-y}$  v důsledku příčné deformace se pro tenzometrické kříže stanoví dle vztahů 5.4 až 5.7.

$$\varepsilon_x = \frac{1 - \mu_0 \cdot q}{1 - q^2} \cdot (\varepsilon_{xa} - q \cdot \varepsilon_{ya}) \quad 5.4$$

$$\varepsilon_y = \frac{1 - \mu_0 \cdot q}{1 - q^2} \cdot (\varepsilon_{ya} - q \cdot \varepsilon_{xa}) \quad 5.5$$

$$\delta_{q-x} = \varepsilon_{xa} - \varepsilon_x \quad 5.6$$

$$\delta_{q-y} = \varepsilon_{ya} - \varepsilon_y \quad 5.7$$

Chyby  $\delta_{q-a}$ ,  $\delta_{q-b}$  a  $\delta_{q-c}$  v důsledku příčné deformace se pro tenzometrické pravoúhlé růžice stanoví dle vztahů 5.8 až 5.13.

$$\varepsilon_{0^\circ} = \frac{1 - \mu_0 \cdot q}{1 - q^2} \cdot (\varepsilon_{0^\circ a} - q \cdot \varepsilon_{90^\circ a}) \quad 5.8$$

$$\varepsilon_{45^\circ} = \frac{1 - \mu_0 \cdot q}{1 - q^2} \cdot [\varepsilon_{45^\circ a} - q \cdot (\varepsilon_{0^\circ a} + \varepsilon_{90^\circ a} - \varepsilon_{45^\circ a})] \quad 5.9$$

$$\varepsilon_{90^\circ} = \frac{1 - \mu_0 \cdot q}{1 - q^2} \cdot (\varepsilon_{90^\circ a} - q \cdot \varepsilon_{0^\circ a}) \quad 5.10$$

$$\delta_{q-a} = \varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_a \quad 5.11$$

$$\delta_{q-b} = \varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_b \quad 5.12$$

$$\delta_{q-c} = \varepsilon_{90^\circ} - \varepsilon_c \quad 5.13$$

Nejistota **příčné citlivosti**  $u_{\varepsilon-A_3}$  je dána jeho chybou  $\delta_q$  která má **normální rozdělení**. Dílčí nejistota příčné citlivosti  $u_{\varepsilon-A_3}$  může teoreticky nabývat dvou variant. Pokud je příčná citlivost  $q$  malá, tak se se může ignorovat a hodnota chyby se od indikované hodnoty neodečte, potom se do celkové nejistoty započítá celá velikost chyby  $\delta_q$ . Pokud se indikovaná hodnota koriguje o vypočtenou chybu, potom se do celkové nejistoty započítá pouze dílčí nejistota od vypočtené chyby.

Konstrukce tenzometrů je přizpůsobena pro měření na různých materiálech. Například ocel feritická, ocel austenitická, hliník, dural apod. To znamená, že měřicí mřížka tenzometru je přizpůsobena pro měření na zmíněných materiálech. Každý materiál má jinou teplotní roztažnost  $\alpha_B$ , takže i materiál měřicí mřížky tenzometru je charakterizována svojí teplotní roztažností  $\alpha_M$ . Součinitel teplotní roztažnosti  $\alpha$ , který udávaný výrobcem na datasheetu označuje materiál, pro který je tenzometr určen a pro jaké  $\alpha$  je tenzometr samokompenzován. **Tenzometry jsou citlivé na změny teploty**. Se změnou teploty vzniká, tzv. **zdánlivé přetvoření (apparent strain -  $\varepsilon_{app}$ )**, které je způsobeno změnou teploty a rozdílnou teplotní roztažností tenzometru a měřeného objektu. Zdánlivé přetvoření se při konstantní teplotě neprojevuje. Další vlastnost zdánlivého přetvoření je reversibilita. **Samokompenzace** tenzometru znamená, že teplotní vlivy v určité ohraničené teplotní oblasti se projevují minimálně. To znamená, že zdánlivé přetvoření v kompenzované oblasti je minimální. Ovšem ani samokompenzace není dokonalá. Výrobce udává v datasheetu závislost zdánlivého přetvoření na teplotě, která je vyjádřena graficky a rovnicí. Samokompenzace a zdánlivé přetvoření tenzometru platí pouze pro součinitel teplotní kompenzace tenzometru  $\alpha_M$ , pokud je teplotní součinitel měřeného objektu  $\alpha_B$  odlišný, musí se stanovit korigované zdánlivé přetvoření dle vztahu 5.14.

$$\varepsilon_{app-korigované} = \varepsilon_{app} + (\alpha_B - \alpha_M) \cdot (T - T_0) \quad 5.14$$

V případě instalace tenzometru na zakřivené povrchy je zdánlivá deformace  $\varepsilon_{app}$  odlišná od stejného tenzometru nainstalovaného na rovný povrch.

Nejistota **teplotní roztažnosti tenzometru** ( $\alpha$  tenzometru)  $u_{\varepsilon-A,4}$  je závislá na teplotě, při které probíhá měření (teplotě měřeného objektu) a zdařilosti samokompensace. Pokud bude měření probíhat v kompenzované teplotní oblasti (nejlépe v okolí teploty  $T_0$ ) a teplotní součinitel roztažnosti tenzometru  $\alpha_M$  bude totožný s teplotním součinitelem roztažnosti měřeného materiálu  $\alpha_B$ , potom bude zdánlivé přetvoření  $\varepsilon_{app}$  velice malé a může se ignorovat. Pak tedy do celkové nejistoty vstupuje chyba  $\delta_\alpha$ , která se rovná zdánlivému přetvoření  $\varepsilon_{app}$ . Chyba  $\delta_\alpha$  má **normální rozdělení**. Pokud bude teplotní součinitel roztažnosti měřeného materiálu  $\alpha_B$  odlišný od teplotního součinitele tenzometru  $\alpha_M$  a teplotní kompenzace nebude moc zdařilá, nebo bude měření probíhat za vyšších (nižších) teplot, než je  $T_0$ , potom nelze zdánlivé přetvoření  $\varepsilon_{app}$  ignorovat a je nutné ho stanovit a odfiltrovat od skutečné hodnoty přetvoření. Potom se chyba  $\delta_\alpha$  bude skládat z chyb od skutečných hodnot teplotních součinitelů  $\alpha_M$  a  $\alpha_B$  a také od skutečné teploty. Uvažujme, že potom má chyba  $\delta_\alpha$  **trojúhelníkové rozdělení**.

## 5.2.2 INSTALACE A PROVOZNÍ VLIVY

Pripevnění tenzometru se provádí buď **lepením** nebo **přivařením** (nabodováním – bodovým svařováním). Při obou metodách se musí deformace na měřeném objektu beze ztrát přenést přes lepidlo nebo kovovou podložku na měřicí mřížku. **Chyby u přivařovacích tenzometrů** jsou principiálně větší než **u lepených tenzometrů**, a to z důvodu, že přivařovací tenzometr reálně měří namáhání kovové podložky a nikoliv přímo měřený objekt.

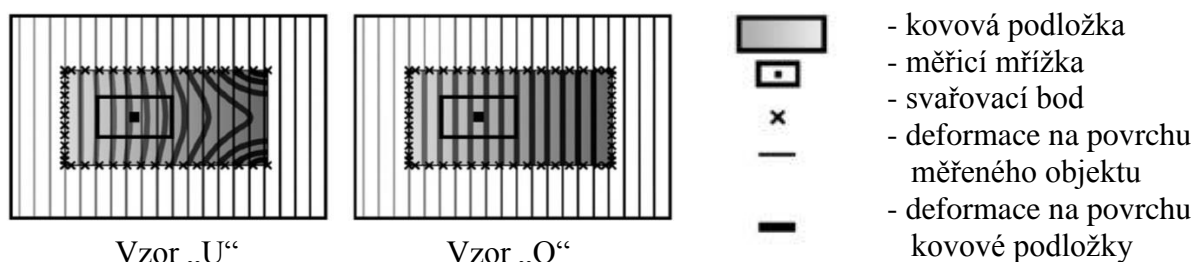
Výrobci dodávají vhodná lepidla pro jednotlivé typy tenzometrů. **Použité lepidlo a metodika upevnění** tenzometru může výrazně ovlivnit měřenou hodnotu přetvoření. Pro některé typy tenzometrů je nutné použít lepidla určená pouze pro ně, jinak hrozí, že chyba měřeného přetvoření v důsledku použití jiného lepidla může být i v řádu jednotek %. U lepených tenzometrů se předpokládá, že deformace měřeného objektu se beze ztrát přenesou přes lepidlo až na tenzometr. Potom tedy chyby od použitého lepidla  $\delta_L$  se týkají zejména plastických deformací, které vznikají z nedokonalých pružných vlastností lepidla. Tyto plastické deformace jsou dány výrobcem a jsou definovány **pro první a třetí zatěžovací cyklus** (po třetím cyklu se plastická deformace dále nemění). Pro vybrané typy lepidel od firmy HBM jsou chyby uvedeny v Tab. 5.1. Chyba  $\delta_L$  je **definována pro tenzometry série Y při referenční teplotě  $T_0$** .

Tab. 5.1: Chyby v důsledku použití lepidla pro lepidla firmy HBM [13]

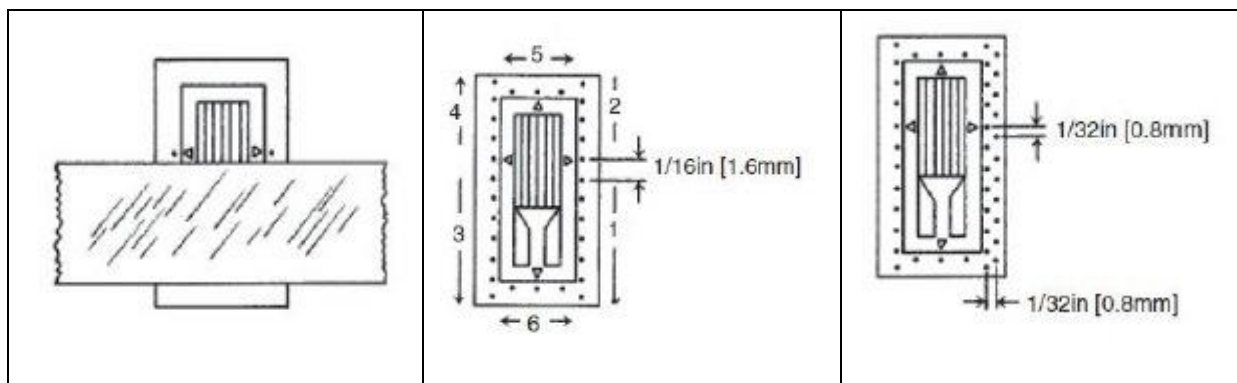
| Typ lepidla          | $\delta_L$ [ $\mu\text{m/m}$ ] |
|----------------------|--------------------------------|
| Z70 (první cyklus)   | 1,0                            |
| Z70 (třetí cyklus)   | 0,5                            |
| X60 (první cyklus)   | 2,5                            |
| X60 (třetí cyklus)   | 1,0                            |
| EP250 (první cyklus) | 1,0                            |
| EP250 (třetí cyklus) | 1,0                            |

U přivařovacích tenzometrů udávají výrobci přesný postup instalace tenzometrů. Postup udává výkon svářečky, umístění a rozteč jednotlivých bodů. Umístění prvního bodu a umístění dalších bodů v podélném a příčném směru, případně jejich kombinace. V případě nedodržení postupu instalace od výrobce může dojít k výraznému zkreslení hodnoty měřeného přetvoření. Chyba v důsledku instalace bodovým svařováním  $\delta_L$  je dána pouze kvalitou provedené instalace. Dá se předpokládat, že i přesto že je dodržen postup, tak se chyba bude vyskytovat v rozmezí 10 až 100  $\mu\text{m}/\text{m}$ . Postup instalace pro tenzometry MM-Vishay je uveden na Obr. 5.5 a pro tenzometry TML na Obr. 5.6.

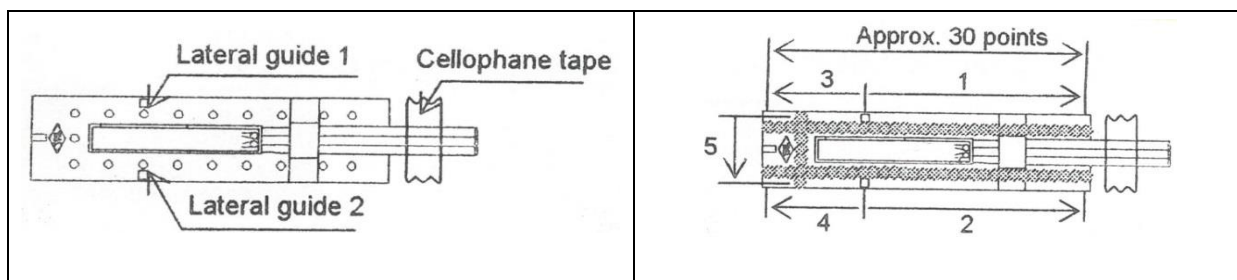
U všech přivařovacích tenzometrů lze rozdělit vzor obrysu přivaření kovové podložky na „U“ a „O“. U vzoru „O“ jsou body rovnoměrně rozděleny po celém obvodu a u vzoru „U“ chybí přivařovací body v oblasti vývodů kabelů. V článku [30] je dokázáno, že chování kovové podložky se může výrazně měnit mezi vzory „O“ a „U“. Zatímco u vzoru „O“ lze předpokládat, že deformace na povrchu měřeného objektu se přenesou na kovovou podložku poměrně přesně (pouze s malou chybou cca 10  $\mu\text{m}/\text{m}$ ), tak u vzoru „U“ z důvodu stupňů volnosti na jedné straně desky, není možné, aby se deformace přenesla bez ztrát. Chyba  $\delta_L$  při vzoru „U“ bude řádově větší než u vzoru „O“. **Chyba  $\delta_L$  může dosahovat až 100  $\mu\text{m}/\text{m}$ .**



Obr. 5.4: Tvar deformace při přivaření tvarem „U“ a „O“ [30]



Obr. 5.5: Postup instalace pro tenzometry Vishay MM – typ: CEA, LWK, LZE atd. [14]



Obr. 5.6: Postup instalace pro tenzometry TML – typ: AW-6-350 [15]

Jednoosý tenzometr a tenzometrické kříže se na měřený objekt instalují tak, aby osa snímače, respektive osy měřicích mřížek, odpovídala osám působení deformace v hlavních směrech. Pravoúhlé tenzometrické růžice se na měřený objekt instalují tak, aby měřicí mřížka  $\varepsilon_a$  odpovídala vztažnému směru, respektive předpokládanému prvnímu hlavnímu směru. Všechny tenzometry jsou opatřeny osovými kříži, aby bylo možné tenzometr umístit co nejpřesněji do požadované polohy tak, aby se měřicí mřížka deformovala ve skutečném směru působení deformace. Během instalace tenzometru může **dojít k vychýlení osy měřicí mřížky od hlavního směru**, potom tedy vzniká **chyba od geometrie umístění  $\delta_G$** . Chyba vyjadřuje míru nepřesnosti umístění snímače. Do chyby  $\delta_G$  nelze zahrnout špatnou znalost nebo špatný předpoklad výskytu skutečných hlavních směrů deformace. Stanovení chyby  $\delta_G$  je velice problematické. Po přilnutí (uchycení) tenzometru k měřenému objektu nelze jednoduše stanovit **odklon osy tenzometru od hlavního směru deformace**. Pro přesné měření je nutné, aby odklon byl co nejmenší, dá se však předpokládat, že vždy nějaký nastane. Potom tedy záleží na kvalifikovaném úsudku experimentátora, zda vyhodnotí odklon pro požadovanou přesnost měření za přijatelný. Jako pomyslnou přijatelnou hranici považujeme **maximální vychýlení přibližně 0,2 mm v radiálním i axiálním směru a úhel natočení  $\pm 5^\circ$** . Chyba  $\delta_G$  je vztažená vůči měřené hodnotě a stanoví se násobením měřené deformace hodnotu  $1/\cos^2 \cdot$  úhel natočení. Pro zmíněné maximální hodnoty se chyba  **$\delta_G$  pohybuje v rozmezí 1 až 5  $\mu\text{m}/\text{m}$** , respektive při odklonu  $\pm 5^\circ$  je chyba přibližně  $\pm 1,5\%$ .

Na povrchu měřeného objektu, **v místě, kde je tenzometr nainstalován**, by měla být **drsnot co nejmenší**, povrch by neměl obsahovat žádné nerovnosti. Před instalací tenzometru dochází k přípravě povrchu broušením a čištěním. Avšak i po přípravě zůstává většinou povrch mírně nerovný. Nerovnost povrchu se připouští velice malá maximálně  $0,5^\circ$ . Potom tedy uvažujeme, že vzniká **chyba  $\delta_D$  v důsledku kvality (drsnosti) povrchu**. Drsnost povrchu nelze rychle a kvalitně změřit, potom je tedy nutné opět vycházet z kvalifikovaného úsudku. Do úsudku je nutné kromě kvality plochy zahrnout i velikost tenzometru a připevnění tenzometru. V případě připevnění tenzometru na měřený objekt lepidlem se dá předpokládat, že lepidlo alespoň částečně vykryje případné nerovnosti. **Chyba  $\delta_D$  se pohybuje v rozmezí 0 až 4  $\mu\text{m}/\text{m}$** .

Nejistota **připevnění od lepidla nebo přivařením  $u_{\varepsilon-B_1}$**  je dána chybou lepidla nebo chybou kvality provedení instalace přivařením  $\delta_L$ . Nejistota **připevnění od geometrie umístění  $u_{\varepsilon-B_2}$**  a od kvality (drsnosti) **povrchu  $u_{\varepsilon-B_3}$**  je dána odhadem (kvalifikovaným úsudkem) chyby  $\delta_G$  a  $\delta_D$ . **Pro chybu  $\delta_G$  uvažujeme normální rozdělení a pro chybu  $\delta_D$  uvažujeme rovnoměrné rozdělení**.

Pro získání skutečného přetvoření  $\varepsilon$  z tenzometrů je **vždy nutné zapojit tenzometr do můstku**. Hlavní funkcí můstku je zajistit přesné měření elektrických veličin. Přesnost měření můstku je dána kvalitou součástek můstku (odporů a zdrojem napájení). Negativními vlastnostmi Wheatstoneova můstku jsou jeho nelineární chování a určitá teplotní závislost. Uvažujeme, že v současné době jsou odpory a napájecí zdroje použité ve Wheatstoneově můstku extrémně přesné a tudíž případné chyby jsou zanedbatelné. V kapitole 3.3 je konstatováno, že do indikované hodnoty přetvoření cca  $\pm 3000 \mu\text{m}/\text{m}$  lze nelinearitu Wheatstoneova můstku zanedbat. Tenzometrické aparatury (měřicí ústředny) mají v drtivě většině již zabudovaný Wheatstoneův můstek. Potom tedy dle Obr. 3.1, nelze jednoduše stanovit samostatně nejistotu Wheatstoneova můstku. Uživatel reálně pracuje **se signálem můstku  $U_A/U_E [\mu\text{V}/\text{V}]$  v již digitalizované podobě**. Teoreticky lze nejistotu Wheatstoneova můstku po technické stránce zanedbat. V praxi je však nutná pravidelná kalibrace tenzometrických aparatur (měřicích ústředí), která ovšem ověří vlastnosti všech prvků

záznamového zařízení (Wheatstonův můstek, svorkovnice, A/D převodník atd.). Potom tedy **chyba Wheatstoneova můstku bude pro jednotlivá zapojení rovna chybě měřicí ústředny  $\delta_{MJ}$**  (viz kapitola 3.4).

Nejistota zapojení můstku  $u_{\varepsilon-B_4}$  je uvažována jako dílčí nejistota vycházející ze vztahu 3.6 v obecné podobě, respektive z 15 vztahů pro jednotlivá zapojení můstku (mechanická namáhání) uvedených na Obr. 3.5. Nejistota zapojení můstku v sobě zahrnuje dílčí nejistoty *k-faktoru* ( $u_{\varepsilon-A_1}$ ) a měřicí jednotky ( $u_{\varepsilon-B_7}$ ), které budou dle použitého zapojení vstupovat s různou citlivostí.

Pro stanovení nejistoty zapojení můstku dle metody GUF je zapotřebí použít vztahy pro nepřímé měření. Citlivostní koeficienty jsou uvedeny v kapitole 3.4. Složky standardní nejistoty se stanoví dle vztahů 5.15, 5.16 a celková standardní nejistota dle vztahu 5.17.

|  |      |
|--|------|
| $u_{\varepsilon-A_1}(u_{\varepsilon-B_4}) = \frac{\delta_k}{\chi} \cdot A_k$       | 5.15 |
| $u_{\varepsilon-B_7}(u_{\varepsilon-B_4}) = \frac{\delta_{MJ}}{\chi} \cdot A_{MJ}$ | 5.16 |
| $u_{\varepsilon-B_4} = \sqrt{u_{\varepsilon-A_1}^2 + u_{\varepsilon-B_7}^2}$       | 5.17 |

Nejistotu měřicí jednotky  $u_{\varepsilon-B_7}$  lze prakticky stanovit několika způsoby, případně jejich kombinacemi, kde každý způsob má své výhody a nevýhody.

- 1) Nejistota stanovená z okamžité kalibrace (před každým měřením).
- 2) Nejistota stanovená z dlouhodobé kalibrace.
- 3) Nejistota stanovená na základě chyb dodaných od výrobce měřicí jednotky (tenzometrické aparatury).
- 4) Nejistota stanovená na základě odborného úsudku a dlouhodobého pozorování.

V praxi jsou dostupné dvě metody **kalibrace, přímá a nepřímá**. **Přímá** spočívá v aplikaci přesně známého mechanického zatížení (tah/tlak, ohyb, krut) na příslušné svorky měřicí jednotky. **V praxi se provádí jen zřídka, ačkoliv je nepřesnější. Nepřímá** metoda kalibrace, známá jako **bočníková (shuntova)**, spočívá v zavedení fiktivního (předstíraného) výstupu tenzometru na příslušné svorky měřicí jednotky. Shuntova kalibrace je běžným postupem na kalibraci (verifikaci), nebo nastavení výstupu měřicí jednotky (tenzometrické aparatury) [8].

Kalibraci je možné provádět v jednotkách napětí  $\mu\text{V/V}$  nebo jednotkách přetvoření  $\mu\text{m/m}$ . V případě kalibrace v  $\mu\text{m/m}$  je nutné zahrnout případné korekce na skutečný *k-faktor* a na zapojení do můstku. **Kalibrace před každým měřením** může být provedena v požadovaném rozsahu indikovaného přetvoření a za předpokládaných podmínek měření. Tento postup je nepřesnější, avšak časově a ekonomicky náročný. Hodnoty chyby  $\delta_{MJ}$  získané z kalibrace jsou omezeny pouze na podmínky kalibrace a příslušné měřicí svorky. Chyba  $\delta_{MJ}$  se pohybuje v rozmezí 1 až 2  $\mu\text{V/V}$ . **Dlouhodobá kalibrace** označuje kalibraci, která je prováděna v určitém časovém intervalu, nebo intervalu četnosti použití měřicí jednotky.

Kalibrace se provádí v širším rozsahu indikovaného přetvoření a pro vícero podmínek měření. Chyby  $\delta_{MJ}$  získané takovouto kalibrací mohou být statisticky zpracovány pro více měřicích svorek, potom se tedy jedná o chybu platnou pro všechny měřicí svorky měřicí jednotky. Chyba  $\delta_{MJ}$  se pohybuje v rozmezí 1 až 6  $\mu\text{V/V}$ . Kalibrace měřicí ústředny má spoustu výhod, které vedou ke snížení nejistoty měřicí jednotky  $u\text{-B}_7$ .

**Výrobci měřicích jednotek uvádí vlastnosti měřicích jednotek včetně chyb. Chyby se většinou uvádí v % pro určitý časový, teplotní interval a případnou dobu kalibrace u výrobce.** Typicky uváděné chyby včetně orientačních hodnot jsou uvedeny v Tab. 5.2 a Tab. 5.3. Někteří výrobci uvádějí třídu přesnosti celé měřicí jednotky. V případě dynamických měřicích ústředny je uváděna chyba frekvence (amplitudy a fázového posuvu).

Tab. 5.2: Typické chyby měřicích jednotek uváděné výrobcem pro  $25^\circ\text{C} \pm 5^\circ\text{C}$  [13], [18]

| Označení chyby                     | Velikost                           | Označení        | Rozdělení  |
|------------------------------------|------------------------------------|-----------------|------------|
| Z měřené hodnoty (indikace)        | 0,075%                             | $\delta_{MJ-1}$ | Normální   |
| Z celkového rozsahu (převodníku)   | 0,02%                              | $\delta_{MJ-2}$ | Rovnoměrné |
| Nuly (ofsetu)                      | 1,25%                              | $\delta_{MJ-3}$ | Rovnoměrné |
| Dlouhodobá stabilita (ofset drift) | 2,2 $\mu\text{V/V}/^\circ\text{C}$ | $\delta_{MJ-4}$ | Rovnoměrné |

Souhrnná chyba  $\delta_{MJ}$  se pohybuje v rozmezí **od 4 až 10  $\mu\text{V/V}$** .

Tab. 5.3: Typické chyby měřicích jednotek uváděné výrobcem pro  $-40^\circ\text{C}$  až  $70^\circ\text{C}$  [13], [18]

| Označení chyby                     | Velikost                           | Označení        | Rozdělení  |
|------------------------------------|------------------------------------|-----------------|------------|
| Z měřené hodnoty (indikace)        | 0,15%                              | $\delta_{MJ-1}$ | Normální   |
| Z celkového rozsahu (převodníku)   | 0,10%                              | $\delta_{MJ-2}$ | Rovnoměrné |
| Nuly (ofsetu)                      | 2,14%                              | $\delta_{MJ-3}$ | Rovnoměrné |
| Dlouhodobá stabilita (ofset drift) | 2,2 $\mu\text{V/V}/^\circ\text{C}$ | $\delta_{MJ-4}$ | Rovnoměrné |

Souhrnná chyba  $\delta_{MJ}$  se pohybuje v rozmezí **od 10 do 20  $\mu\text{V/V}$** .

Hodnoty chyb uváděné výrobcem jsou dosti často získány v laboratorních podmínkách. Dále se velikostí chyb mohou měnit v závislosti na čase a na podmínkách použití měřicích jednotek. Z těchto důvodů je vhodné, pokud je to možné, dlouhodobě sledovat vlastnosti měřicích jednotek a dle získaných poznatků stanovit vlastní chyby. Jako nevhodnější a nejefektivnější postup stanovení nejistoty se jeví používat **chyby od výrobce** (pokud jsou známy) a tyto chyby pro konkrétní měření upravit na základě **dlouhodobé kalibrace a poznatků z dlouhodobého pozorování**. Z důvodu chyby v důsledku zaokrouhlení je vhodné k chybě  $\delta_{MJ}$  **přičíst 1 digit**.

Tenzometry musí být vždy (i v laboratorních podmínkách) **chráněny proti teplotě, vlhkosti, mechanickému, nebo chemickému působení** atd. Pro ochranu se používají krycí prostředky, které musí být účinné a zároveň nesmí měnit vlastnosti tenzometru (snímače), respektive vzniku signálu a měřeného objektu. Dále nesmí být použity tak, aby zabránily deformaci. Ochranné prostředky výrazně ovlivňují dlouhodobou stabilitu měření. Mezi nejpoužívanější ochranné prostředky patří plastické tmely, tmely kombinované s Al fólií, nitrilové nebo silikonové gummy, polyuretanové laky a silikonové pryskyřice.



Chyba způsobená použitím krycích (ochranných) prostředků  $\delta_0$ , je způsobena odlišnými pružnými deformacemi tenzometru a krycího prostředku. V případě dodržení instalačního postupu výrobce a kombinace krycího prostředku s tenzometrem, pro který je určen, bude chyba  $\delta_0$  v rozmezí 0 až 3  $\mu\text{m/m}$  a bude mít rovnoměrné rozdělení.

Během měření, je vždy nutné zajistit **přenos měřeného signálu** do měřicí jednotky. Přenos signálu se provádí pomocí kabeláže. Během měření je nežádoucí, aby kabel ovlivňoval přenášený signál. Takového chování však v praxi nelze dosáhnout. Téměř vždy budou do signálu (indikovaného přetvoření na tenzometru) vstupovat rušivé chyby, které jsou způsobeny použitým kabelem. **Chybu** v důsledku použitého kabelu **nelze odstranit**, ale **jde ji eliminovat na přípustnou hodnotu**, a to zejména použitím kvalitního stíněného kabelu. Ovšem ani kvalitní kabel neodstraní chyby vzniklé v důsledku změny teploty. Do výsledné chyby kabelu dále vstupuje vliv kapacity kabelu, a to z důvodu, že prameny jednoho kabelu tvoří navzájem kondenzátor. Kapacita je závislá od délky vodičů, jejich vzájemné vzdálenosti, průřezu, dielektriky (izolace) a teploty. Chyba vzniklá v důsledku kapacity kabelu se objevuje zejména při dynamických signálech, kde může způsobit fázový posun a demodulaci signálu. U **třídrátového zapojení do čvrtmůstku** lze obecně **chyby** v důsledku změny teploty **zanedbat**. U dvoudrátového zapojení dochází se zvyšující se teplotou ke vzniku zdánlivého přetvoření  $\varepsilon_{app-k}$  v přívodních drátech, které se stanoví dle vztahu 5.18 [16].

$$\varepsilon_{app-k} = \frac{r \cdot L \cdot \alpha \cdot \Delta T}{K \cdot (R + r \cdot L)} \cdot K \quad 5.18$$

|      |   |                          |
|------|---|--------------------------|
| kde: | r – celkový odpor na jeden metr přívodního kabelu       | [ $\Omega/\text{m}$ ]    |
|      | L – délka kabelu  | [m]                      |
|      | $\alpha$ – teplotní součinitel odporu přívodního kabelu | [1/ $^{\circ}\text{K}$ ] |
|      | $\Delta T$ – změna teploty kabelu                       | [ $^{\circ}\text{C}$ ]   |
|      | R – odpor tenzometru                                    | [ $\Omega$ ]             |
|      | K – k-faktor  | [-]                      |

Nejistota **kabeláže  $u_{\varepsilon-B_6}$**  je dána **chybou kabelu  $\delta_C$** , která prakticky vyjadřuje míru ovlivnění signálu (indikovaného přetvoření) z tenzometru přeneseného do měřicí jednotky. Určení chyby  $\delta_C$  je možné provést výpočtem na základě analytických vztahů, nebo odhadem (kvalifikovaným úsudkem). Výpočet chyby na základě analytických vztahů je složitý a výsledek bude záviset na přesnosti znalostí vstupních veličin. Takovýto výpočet je vhodný v případě speciálních měření (např. za vysoké teploty), kde může nastat situace, že chyba  $\delta_C$  bude velká a potom se tedy musí od měřené hodnoty odečíst. Odhad chyby je značně individuální a bude odlišný od jednotlivých měření. Velikost chyby bude ovlivňovat zejména zapojení do můstku a prostředí, ve kterém je prováděno měření. Chyba  $\delta_C$  se pohybuje v rozmezí 0 až 10  $\mu\text{m/m}$  (případně 0 až 5  $\mu\text{V/V}$ ). **Uvažujeme normální rozdělení.**

### 5.2.3 VNĚJŠÍ VLIVY

Nejistota způsobená chybou vnějších vlivů **patří mezi největší možné chyby**, které mohou ovlivnit **výslednou nejistotu měření přetvoření**. Její identifikace a kvantifikace je velice obtížná a víceméně záleží na dokonalosti znalostí vnějšího prostředí, ve kterém jsou tenzometry umístěny. S nejistotou vnějších vlivů lze pracovat dvěma způsoby. Nejprve je nutné identifikovat dílčí nejistotu měření  $u_{\varepsilon-C}$ , stanovit její chybu  $\delta$  a následně dle velikosti chyby rozhodnout o jejím začlenění do celkové nejistoty  $u_{\varepsilon}$ , nebo lze výslednou hodnotu o stanovenou chybu korigovat a potom se do celkové nejistoty zahrne pouze dílčí část (zbytek) od korigované chyby. Nejistotu vnějších vlivů lze prakticky rozdělit do dvou podskupin. První podskupinu tvoří **nejistota od vlivu teploty  $u_{\varepsilon-C_1}$ , která prakticky ovlivňuje naprosto všechna tenzometrická měření**. Druhou část tvoří **ostatní vlivy  $u_{\varepsilon-C_2}$** , které budou závislé na prostředí, ve kterém je tenzometr umístěný. Vzhledem k tomu, že tenzometr může prakticky měřit v jakémkoliv prostředí, tak uveďme ty, ve kterých se nejčastěji provádí měření.

Nejistota teploty  $u_{\varepsilon-C_1}$  se dá souhrnně vyjádřit chybou zdánlivého přetvoření (apparent strain)  $\delta_{\varepsilon_{app}}$ . Zdánlivé přetvoření označuje parazitní vliv, který vzniká v důsledku změny teploty od  $T_0$  a vyskytuje se při každém měření. Vliv teploty se dá vyloučit např. kompenzací dalším tenzometrem, autokompenzací, zapojením do mostu nebo korekcí naměřených dat. Nicméně je nutné podotknout, že **chybu od teploty  $\delta_T$  nelze nikdy zcela vyloučit, jde ji pouze minimalizovat na přípustnou hodnotu**. Z tohoto důvodu je nutné nejistotu teploty  $u_{\varepsilon-C_1}$  **vždy zahrnout do stanovení nejistoty měření**. Chyba  $\delta_T$  se bude vyskytovat i při korekci naměřených hodnot, a to z důvodu, že stanovení  $\varepsilon_{app}$  je zatíženou vlastní chybou, která je ve většině případů dána chybou měření teploty. Chyba  $\delta_T$  může nabývat kladné i záporné hodnoty a v některých případech, např. **u vysokoteplotní tenzometrie, může její hodnota dosahovat i několiknásobek měřené hodnoty**. Nejistotu teploty  $u_{\varepsilon-C_1}$  a její chybu  $\delta_T$ , respektive  $\delta_{\varepsilon_{app}}$ , lze souhrnně jen těžko popsat. Vždy bude její hodnota záviset na konkrétním měření a do jisté míry i na zkušenosti experimentátora s odhadem chyby a její následné práce s ní. Hodnota chyby  $\delta_T$  bude také záležet na délce působení teploty, rychlosti změny, případně na oscilaci teploty. Při působení statické teploty bude chyba menší než při dynamických účincích teploty. Pro další práci uvažujeme, že souhrnná chyba  $\delta_T$  se pohybuje **v rozmezí 5 až 20  $\mu\text{m/m}$  a má trojúhelníkové rozdělení pravděpodobnosti**. V určitých extrémních případech (měření za vysokých nebo nízkých teplot) může nabývat hodnoty 20 až 100  $\mu\text{m/m}$ , a to i po korekci naměřených dat (odečtu  $\varepsilon_{app}$ ). Problematika měření za vysokých teplot je rozebrána a popsána v literatuře [11] a [12], okrajově pak v literatuře [9], kde je vysokoteplotní tenzometrii věnována kapitola 13. Dále pak v technických pokladech (datasheetech) výrobců vysokoteplotních tenzometrů (TML, MM–Vishay a Kyowa).

Nejistotu od ostatních vnějších vlivů  $u_{\varepsilon-C_2}$  uveďme pro vnější prostředí, ve kterém se provádí tenzometrické měření nejčastěji. Pro všechny **chyby od vnějších vlivů uvažujeme rovnoměrné rozdělení**.

- 1) **Vlhkost** - chyba přetvoření způsobená vlhkostí  
 $\delta_p = 1$  až  $20 \mu\text{m/m}$
- 2) **Hydrostatický tlak** - chyba přetvoření od působení hydrostatického tlaku  
 $\delta_p = \text{cca } 9 \mu\text{m/m}$  na  $10\text{MPa}$
- 3) **Ionizační (radioaktivní) záření** - chyba přetvoření od působení záření
- 4) **Magnetické pole** - chyba přetvoření od vlivu magnetického pole na tenzometr

**Změny vlhkosti** v průběhu měření, ale i během instalace tenzometru, mohou způsobit nekontrolované změny v nulové hodnotě a deformační citlivosti tenzometru. Vlhkost vniká do materiálu podložky a většiny lepidel, kde mění jejich fyzikální vlastnosti. Může způsobit vzduť a pokrčení překrytí tenzometru. Pro úspěšné měření ve vlhkém prostředí je potřeba použít vhodné a spolehlivé krycí prostředky a přesně dodržet podmínky pro jejich aplikaci [8], [9], [10].

Pokud v daném prostředí není **hydrostatický tlak** srovnatelný s měřeným mechanickým napětím materiálu, je jeho vliv na měření zanedbatelný. Tenzometry vydrží tlak až 1000 MPa bez poškození. Nejdůležitějším faktorem je zde kvalita lepení (přivaření) tenzometru. Při měření, kde jsou tenzometry zatíženy hydrostatickým tlakem, je vhodnější použít přivařovací tenzometry. Velikost chyby bude velice záležet na použitém tenzometru, typu upevnění, použitého lepidla atd. Při aplikaci na zakřivený povrch bude chyba větší než na rovném povrchu [8], [10].

Tenzometry principiálně dovolují **měření v radiačním poli**. Mohou být vystaveny limitním (kritickým) dávkám záření  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  a neutronovému. Největším problémem činnosti odporových (kovových) tenzometrů v ionizačním prostředí je změna elektrického odporu, který se projevuje u všech typů tenzometrů a radiace. Vodivé elektrony se rozptýlí a způsobí zvětšení elektrického odporu. Odpor roste lineárně dle dávky rychlých elektronů. Nárůst změny odporu je funkcí typu tenzometru, vodiče, stavu napjatosti a teploty. Změna odporu může dosahovat hodnoty 2 až 3% a vede k výraznému posunutí nulového bodu, který může dosáhnout hodnoty až 10 000  $\mu\text{m/m}$ . Zároveň se změnou odporu se mění i *k-faktor*. Hodnota *k-faktoru* klesá a je závislá na síle dávky, době expozice a teplotě. Změna *k-faktoru* dosahuje až 15%. Při měření s tenzometry vystavenými účinkům ionizujícího záření se doporučuje použití tenzometrů s volnou mřížkou, s měřicí mřížkou z konstantanu nebo PT-W. Použití přivařovacích tenzometrů zapojených do pŕlmŕstku nebo celomostu, keramická izolace vodičů. Velice vhodná se jeví aplikace „Rokide Flame Spray System“ [8], [38], [39], [40].

Jestliže je feromagnetický materiál vystaven působení **magnetického pole**, dochází díky magnetostrickci ke geometrickým změnám tohoto materiálu, které jsou přenášeny i na aplikovaný tenzometr. Pokud je tenzometr vystaven magnetostrickci, vzniká parazitní zdánlivé přetvoření  $\epsilon_{\text{app}}$ , které je nutné odfiltrovat. Dále může docházet k magnetooporovému efektu, jenž je výsledkem působení změn odporu elektrického vodiče vyvolaného magnetickým polem. Hodnoty chyby a  $\epsilon_{\text{app}}$  je nutné stanovit experimentálně pro konkrétní měření [8], [9].

#### 5.2.4 VLIV MĚŘENÉHO OBJEKTU

Celkovou nejistotu měření může negativně ovlivnit i dílčí nejistota způsobená **vlivem měřeného objektu**  $u_{e-D}$ . Teoreticky se jedná o fyzikální jevy, které se z důvodu konstrukce, technologie či provozních vlivů nepřenesou z měřeného objektu na tenzometr. Stanovení nejistoty měření či její chyby je velice obtížné a záleží i na znalostech o měřeném objektu. Prakticky se jedná o **nejistoty, které jsou založeny víceméně na subjektivním názoru**, než že by vycházely z technických podkladů. V některých případech může nastat situace, kdy měřený objekt svým chováním negativně ovlivní měřené hodnoty. Identifikace a kvantifikace případných chyb se většinou provádí až po vyhodnocení naměřených dat a jejich interpretaci. Jako reprezentativní příklady byly zvoleny následující nejistoty a jejich chyby:

- |                             |                                       |
|-----------------------------|---------------------------------------|
| 1) Teplota – rychlost změny | $\delta_M$ – Trojúhelníkové rozdělení |
| 2) Teplota – délka působení | $\delta_N$ – Rovnoměrné rozdělení     |
| 3) Drsnost                  | $\delta_R$ – Normální rozdělení       |
| 4) Zakřivení                | $\delta_U$ – Normální rozdělení       |

V případě, rychlých **teplotních změn nemusí dojít k přenesení teploty na tenzometr nebo na snímač teploty**. Rozdíl teploty na povrchu měřeného objektu a snímači (tenzometru, nebo termočládku) může vést ke zkreslení měřených hodnot. Dále může být měřený objekt vystaven určitým teplotním cyklům, případně se může měnit teplota na více místech zároveň (teplotní kapsy apod.), potom může nastat situace, kdy tenzometr bude zatížen zcela jinými teplotami než měřený objekt. Dosti často se stává, že **tenzometry je nutno umístit na válcové či zakřivené plochy** (potrubí, rádusy apod.). Tenzometry jsou limitovány křivostí plochy a naměřené hodnoty na zakřivené ploše jsou zatíženy rozdílnou deformací měřicí mřížky po celé její délce. Tento efekt nelze ignorovat a naměřené hodnoty musí být korigovány. K tomu je však zapotřebí znalost křivosti plochy. U vysokoteplotních měření, kdy je často využíváno přivařovacích tenzometrů s podložkou, se musí provádět experimenty za účelem zjištění korekčních faktorů. V určitých případech může nastat situace, kdy dojde během měření ke změně drsnosti povrchu měřeného materiálu. Například zvlnění při dlouhodobých měřeních. Změna drsnosti může nastat opět u vysokoteplotních měření.

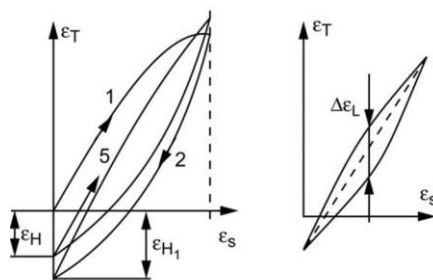
U zmíněných chyb ( $\delta_M, \delta_N, \delta_R, \delta_U$ ) by se daly použít i další rozdělení, která popisují stochastické děje jako je nahodilost, spolehlivost, apod.

### 5.2.5 ČASOVÉ VLIVY

Tak, jako nejistoty způsobené chybou vnějšího vlivu, **patří nejistota časových vlivů  $u_{e-E}$  mezi největší možné chyby**, které ovlivní výslednou nejistotu měření přetvoření  $u_e$ . Chyby způsobené časovými vlivy mají jednu společnou vlastnost, hodnota chyby vzniká po určitém časovém úseku (délce měření) nebo se mění v důsledku času. Případně je velikost ovlivněna počtem zátěžných cyklů (teplotní, deformační, silové, apod.). Nejistota časových vlivů  $u_{e-E}$  se ve většině případů měření **projevuje v posunu nulového bodu**. Na chyby způsobené časovými vlivy se dá pohlížet jak negativně, tak i pozitivně. V praxi to znamená, že ačkoliv dojde vlivem creepu, hystereze nebo počtem zátěžných cyklů k posunutí nulového bodu, tak celkové chování tenzometru se stabilizuje „**tenzometr si sedne**“ a další výsledky jsou stabilnější.

**Nejistota creppu** (tečení tenzometru)  $u_{e-E_1}$  je dána chybou  $\delta_v$ . Objevuje se při dlouhodobém zatížení materiálu. Efekt se vyskytuje na místě instalace tenzometru, kdy v případě konstantního statického zatížení po čase dochází k poklesu nebo nárůstu měřené veličiny. Creep se dá kompenzovat dvěma způsoby a to tak, že se použije tenzometr, který je konstrukčně uspořádán tak, že se u něho creep nevyskytuje, anebo lze využít „after“ efekt, který je opakem creepu. Faktory ovlivňující creep jsou různé a závislosti komplikované. Patří k nim například průřez vodiče měřicí mřížky, jejich počet, materiál nosiče, druh a tloušťka vrstvy lepidla, čas, vliv vlhkosti a jiné. Teplu podporuje creep, zima ho potlačuje. Velikost chyby  $\delta_v$  bude dána vždy kombinací typů tenzometru použitého lepidla (případně přivaření). Dále je nutné velikost chyby stanovit vždy pro kombinaci času a teploty. To znamená, že přesná hodnota se dá prakticky určit dle typu měření pouze odborným odhadem. Předpokládejme, že hodnota chyby  $\delta_v$  bude **přibližně 20  $\mu\text{m/m}$ , případně 0,5 až 2% z měřené hodnoty** [8], [9].

**Nejistota hystereze** (mechanické hystereze)  $u_{\varepsilon-E_2}$  je dána chybou  $\delta_H$ , která vyjadřuje maximální rozdíl mezi dvěma hodnotami výstupního signálu tenzometru pro totéž zatížení. Jedna hodnota je odečtena při stoupajícím zatížení od nuly do jmenovitého zatížení, druhá naopak při poklesu od jmenovitého zatížení na nulu. Po několika cyklech se zatěžovací a odlehčovací křivky téměř ztotožní a hystereze se ustálí na určité hodnotě. Hystereze nezáleží jen na tenzometru, ale i na řadě jiných parametrů, které nám definují měřené místo (přípevnění, podložka, atd.). Při pečlivém upevnění tenzometru se **obvykle chyba hystereze  $\delta_H$  pohybuje v rozmezí 0,25 až 0,5% měřeného přetvoření**. Samotný tenzometr má obvykle zanedbatelnou hysterezi 0,1%. Větší hysterezi může vykazovat materiál, na který je tenzometr nalepen [9], [10].



Obr. 5.7: Hysterezní křivka [10]

**Nejistota s počtem cyklů**  $u_{\varepsilon-E_3}$  je dána chybou  $\delta_U$ . Nejistota způsobená počtem zátěžným cyklů může být způsobena např. vlivem cyklického zatěžování. U tenzometrických snímačů dochází vlivem cyklického zatěžování k poruše únavou. Mez únavy lze považovat při maximálním zatížení pro počet cyklů řádově  $10^5$ . Hodnota chyby  $\delta_U$  (maximální posuv nulových hodnot) se pohybuje v rozmezí  $\pm 10 \mu\text{m/m}$ .

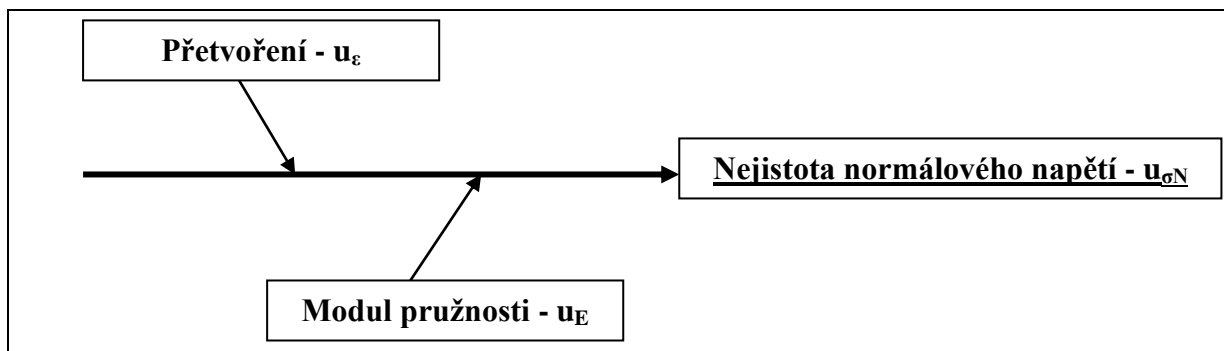
Pro všechny **chyby časových vlivů** ( $\delta_V$ ,  $\delta_H$ ,  $\delta_U$ ) **uvažujeme rovnoměrné rozdělení**. U zmíněných chyb by se dala použít i další rozdělení, která popisují chování náhodné veličiny s ohledem na čas (viz Tab. 2.1).

Tab. 5.4: Vlastnosti zdrojů nejistot měřeného přetvoření -  $u_c$

| Zdroj nejistoty |                                   | Chyba                                       |   | Rozdělení              |
|-----------------|-----------------------------------|---|---|------------------------|
| <b>A</b>        | <b>Vlastnosti tenzometru</b>      |   |   |                        |
| 1               | <i>k</i> -faktor                  | $\delta_K$                                  | Dle použitého tenzometru (viz datasheet)  | Rovnoměrné             |
| 2               | <i>k</i> -faktor (teplota)        | $\delta_{K100}$                             |   | Rovnoměrné             |
| 3               | Příčná citlivost                  | $\delta_Q$                                  |   | Normální               |
| 4               | $\alpha$ tenzometru               | $\delta_\alpha$                             |   | Trojúhelníkové         |
| <b>B</b>        | <b>Instalace a provozní vlivy</b> |   |   |                        |
| 1               | Přípevnění - lepidlo              | $\delta_L$                                  | 0,5 až 2,5 $\mu\text{m/m}$  | Rovnoměrné             |
|                 | Přípevnění - přivaření            |   | 10 až 100 $\mu\text{m/m}$   |                        |
| 2               | Přípevnění - geometrie            | $\delta_G$                                  | 1 až 5 $\mu\text{m/m}$<br>pro odklon $5^\circ$ je rovna<br>1,5 % z měřené hodnoty                       | Normální               |
| 3               | Přípevnění - povrch               | $\delta_D$                                  | 1 až 4 $\mu\text{m/m}$  | Rovnoměrné             |
| 4               | Mústek - zapojení                 | $\delta_B$                                  |   |                        |
| 5               | Krycí - prostředky                | $\delta_O$                                  | 0 až 3 $\mu\text{m/m}$  | Rovnoměrné             |
| 6               | Kabeláž                           | $\delta_C$                                  | 0 až 10 $\mu\text{m/m}$<br>(0 až 5 $\mu\text{V/V}$ )  | Normální               |
| 7               | Měřicí jednotka                   | $\delta_{MJ}$<br>( $\delta_{MJ-1}$ až 4)    | 1 až 2 $\mu\text{V/V}$<br>1 až 6 $\mu\text{V/V}$<br>4 až 10 $\mu\text{V/V}$<br>10 až 20 $\mu\text{V/V}$ | Normální<br>Rovnoměrné |
| <b>C</b>        | <b>Vnějších vlivů</b>             |   |   |                        |
| 1               | Teplota                           | $\delta_T$<br>( $\delta_{\epsilon_{app}}$ ) | 5 až 20 $\mu\text{m/m}$<br>(20 až 100 $\mu\text{m/m}$ )   | Trojúhelníkové         |
| 2               | Ostatní                           | $\delta_P$                                  | Dle vnějšího prostředí,<br>ve kterém je umístěn<br>tenzometr.<br>1 až 20 $\mu\text{m/m}$                | Rovnoměrné             |
| <b>D</b>        | <b>Vliv měřeného objektu</b>      |   |   |                        |
| 1               | Teplota - rychlost změny          | $\delta_M$                                  | Odhadem<br>0 až 100 $\mu\text{m/m}$   | Trojúhelníkové         |
| 2               | Teplota - délka působení          | $\delta_N$                                  |   | Rovnoměrné             |
| 3               | Drsnost                           | $\delta_R$                                  |   | Normální               |
| 4               | Zakřivení                         | $\delta_Z$                                  |   | Normální               |
| <b>E</b>        | <b>Časové vlivy</b>               |   |   |                        |
| 1               | Creep                             | $\delta_V$                                  | 5 až 20 $\mu\text{m/m}$<br>0,5 až 2% z měřeného<br>přetvoření   | Rovnoměrné             |
| 2               | Hystereze                         | $\delta_H$                                  | 0,25 až 0,5%<br>z měřeného přetvoření   | Normální               |
| 3               | Počet cyklů                       | $\delta_U$                                  | 10 $\mu\text{m/m}$  | Rovnoměrné             |

### 5.3 NEJISTOTA JEDNOOSÉ NAPJATOSTI – JEDNOOSÉ TENZOMETRY

Nejistotu normálového napětí  $u_{\sigma_N}$  tvoří dva zdroje dílčí nejistoty. Nejistota přetvoření  $u_\varepsilon$  (viz kapitola 5.2) a nejistota modulu pružnosti  $u_E$  (viz kapitola 4.3).



Obr. 5.8: Schéma zdrojů nejistot stanoveného normálového napětí  $\sigma_N$

Nejistota přetvoření  $u_\varepsilon$  je dána výběrem z 20 zdrojů nejistot uvedených na Obr. 5.2 (pro každé měření bude jiné), výsledná velikost a rozdělení pravděpodobnosti je dána velikostí a rozdělením chyb  $\delta$  dílčích nejistot přetvoření. **Rozdělení pravděpodobnosti nejistoty přetvoření  $u_\varepsilon$**  bude mít vlastní průběh PDF a CDF, který vznikne ze složení normálního rovnoměrného a trojúhelníkového rozdělení pravděpodobnosti. Dá se předpokládat, že **výsledné rozdělení pravděpodobnosti**, vzhledem k poměrně velkému počtu dílčích zdrojů nejistot, kde každá přispívá „malou hodnotou“, **se bude blížit normálnímu (Gaussovu) rozdělení pravděpodobnosti**.

Nejistota modulu pružnosti  $u_E$  je dána chybou  $\delta_E$ , pro kterou uvažujeme **rovnoměrné rozdělení**.

Jako reprezentativní (fiktivní) příklad stanovení nejistoty pro jednoosé tenzometry uvažujme měření, které probíhá v laboratoři (při pokojové teplotě  $T_0$ ) na hřídeli z oceli 12 040 ( $E = 210\,000$  MPa), která není tepelně zpracována. Hřídel byla zatěžována v osovém směru až do hodnoty meze kluzu ( $R_{p0,2} = 370$  MPa). Tenzometr byl použit HBM typ: 1-LY11-3/120, který byl zapojen do čtvrtmostu.

Potom tedy, nejistotu měřeného normálového napětí  $u_{\sigma_N}$  můžeme stanovit metodou GUF, nebo MMC. Pro stanovení nejistoty uvažujme naměřenou hodnotu přetvoření  $\varepsilon = 1\,668,29$   $\mu\text{m/m}$ , což odpovídá  $\sigma_N = 350,34$  MPa a následujícím vstupním parametrům.

Tab. 5.5: Vstupní parametry pro stanovení nejistoty měření  $u_\sigma$

| Veličina      | Odhad (chyba)      | Standardní nejistota | Rozdělení pravděpodobnosti |
|---------------|--------------------|----------------------|----------------------------|
| $X_i$         | $x_i$ ( $\delta$ ) | $u(x_i)$             | $\chi$                     |
| $\varepsilon$ | -                  | 11,47                | Normální                   |
| E             | 9%                 | -                    | Rovnoměrné                 |

Pro stanovení nejistoty normálového napětí  $u_\sigma$  typu B pro jednoosou napjatost je nutné stanovit citlivostní koeficienty  $A$ , které vycházejí z Hookova zákona (viz vztah 4.1).

$$A_\varepsilon(\sigma_N) = \frac{\partial \sigma_N}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial(\varepsilon \cdot E)}{\partial \varepsilon} = E \text{ [MPa]} \quad 5.19$$

$$A_E(\sigma_N) = \frac{\partial \sigma_N}{\partial E} = \frac{\partial(\varepsilon \cdot E)}{\partial E} = \varepsilon \text{ [\mu m/m]} \quad 5.20$$

#### VÝPOČET NEJISTOTY NORMÁLOVÉHO NAPĚTÍ DLE METODY GUF

a) Složky celkové standardní nejistoty.

$$u_{B\varepsilon}(\sigma_N) = u_\varepsilon \cdot A_\varepsilon = u_\varepsilon \cdot E = 2,41 \text{ MPa} \quad 5.21$$

$$u_{BE}(\sigma_N) = \frac{z_{max}}{\chi} \cdot A_E = \frac{z_{max}}{\sqrt{3}} \cdot \varepsilon = 18,20 \text{ MPa} \quad 5.22$$

b) Celkové standardní nejistota.

$$u_{B\sigma_N} = \sqrt{u_{B\varepsilon}^2 + u_{BE}^2} = \pm 18,36 \text{ MPa} \quad 5.23$$

c) Standardní rozšířená nejistota.

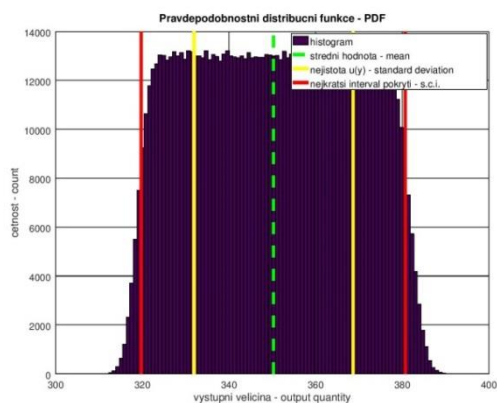
$$U_{\sigma_N} = k \cdot u_{B\sigma_N} = 2 \cdot \pm 18,36 = \pm 36,72 \text{ MPa} \quad 5.24$$



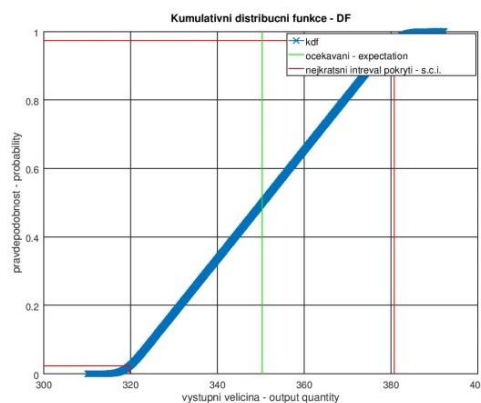
## VÝPOČET NEJISTOTY NORMÁLOVÉHO NAPĚTÍ DLE MMC

Tab. 5.6: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC

|   |                   |                  |
|---|-------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 350,35 MPa       |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 18,36 MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 319,81 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 380,78 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 60,96 MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-30,54 ; 30,43] |



Graf 5.1: Fce. hustoty pravděpodobnosti



Graf 5.2: Kumulativní distribuční fce.

## POROVNÁNÍ NEJISTOTY NORMÁLOVÉHO NAPĚTÍ DLE METODY GUF A MMC

$$\sigma_N (\text{GUF}) = 350,34 \text{ MPa} \quad [-36,72 ; 36,72]_{95,45\%}$$

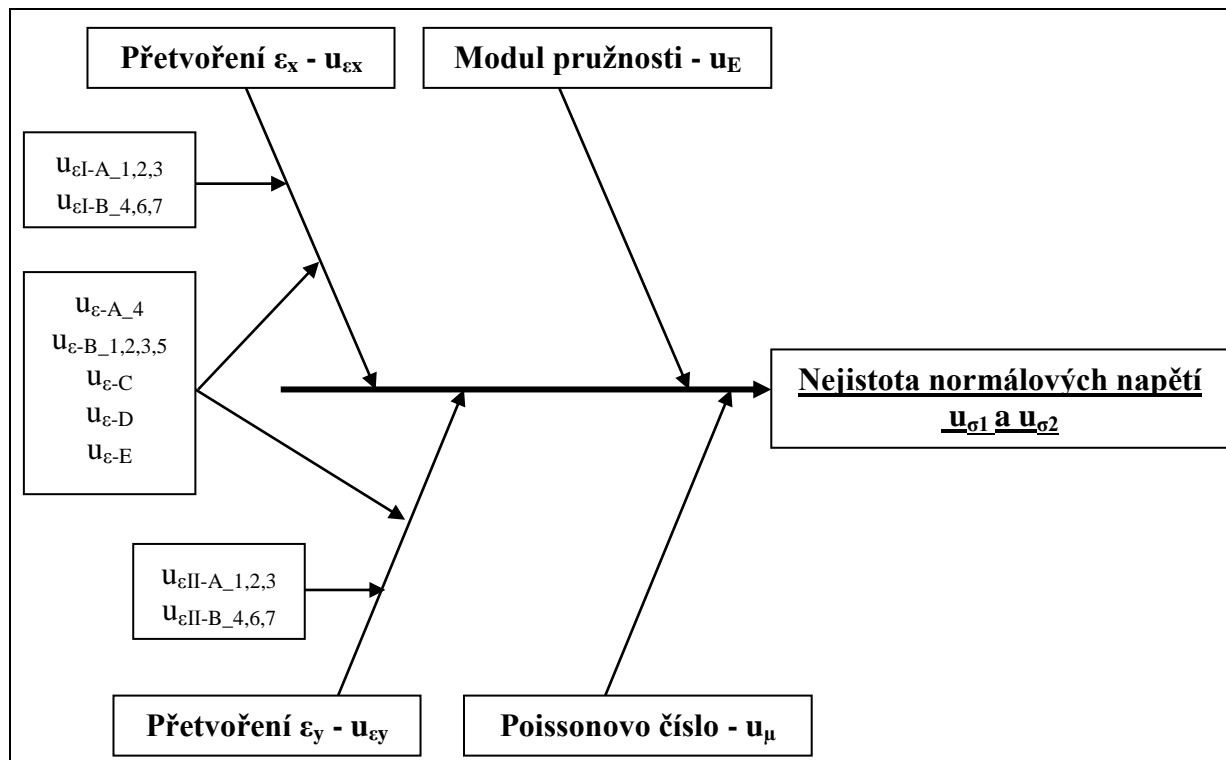
$$\sigma_N (\text{MMC}) = 350,35 \text{ MPa} \quad [-30,54 ; 30,43]_{95,45\%}$$

Při porovnání výsledků obou metod je patrné, že interval pokrytí  $y \pm U$  pro  $\sigma_N$  vychází pro MMC o cca 17% nižší než pro metodu GUF. Tento stav je dán zvoleným rozdělením pravděpodobnosti. Standardní nejistota  $u(y)$  je pro obě metody totožná.

Nicméně je nutné podotknout, že interval pokrytí a průběhy PDF a CDF se budou lišit dle zvoleného modelu a dle naměřené hodnoty přetvoření. Dá se ovšem předpokládat, že z fyzikálního hlediska se výsledná hodnota PDF a CDF mechanického napětí bude blížit rovnoměrnému rozdělení pravděpodobnosti.

## 5.4 NEJISTOTA DVOJOSÉ NAPJATOSTI – TENZOMETRICKÉ KŘÍŽE

Nejistotu normálových napětí  $u_{\sigma 1}$  a  $u_{\sigma 2}$  tvoří tři zdroje dílčí nejistoty. Nejistota přetvoření  $u_{\varepsilon}$  (viz kapitola 5.2), nejistota modulu pružnosti  $u_E$  a nejistota Poissonova čísla  $u_{\mu}$  (viz kapitola 4.3).



Obr. 5.9: Schéma zdrojů nejistot stanovených hlavních normálových napětí  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$

Vzhledem ke konstrukci tenzometrického křížce, kde jsou na jedné podložce umístěny dvě měřicí mřížky, jedna v axiálním a druhá v radiálním směru, je **nutné nejistotu přetvoření stanovit pro každý směr zvlášť**. Zároveň je však nutné si uvědomit, že některé **zdroje nejistot přetvoření** uvedené na Obr. 5.2 se vztahují **k měřicí mřížce** ( $u_{\varepsilon-A_1,2,3}$  a  $u_{\varepsilon-B_4,6,7}$ ) a část se vztahuje **k tenzometru jako snímači**. Potom tedy lze nejistotu přetvoření rozdělit na nejistotu přetvoření  $u_{\varepsilon_x}$  a  $u_{\varepsilon_y}$ , kde každá nejistota přetvoření příslušného směru se bude skládat ze dvou částí. Z části obsahující **dílčí nejistoty** vztahující se pouze **k měřenému směru** a z části obsahující dílčí nejistoty, které budou **společné pro oba směry (pro snímač jako celek)**. Výsledné rozdělení pravděpodobnosti bude pro každou nejistotu přetvoření příslušného směru mírně odlišné.

Nejistota **modulu pružnosti  $u_E$**  je dána chybou  $\delta_E$ , pro kterou uvažujeme **rovnoměrné rozdělení**.

Nejistota **Poissonova čísla  $u_{\mu}$**  je dána chybou  $\delta_{\mu}$ , pro kterou uvažujeme **rovnoměrné rozdělení**.

Jako reprezentativní (fiktivní) příklad stanovení nejistoty pro tenzometrické kříže (dvojosé tenzometry) uvažujme měření, které probíhá na nádrži s tlakovou vodou umístěnou ve výrobní hale. Nádrž je rotačně symetrická a je svařená z ocelových plechů. Materiál plechů je 11 375 ( $E = 206\,000\text{ MPa}$  a  $\mu = 0,285$ ). Nádrž je rovnoměrně zatěžována vnitřním přetlakem až do blízkosti meze kluzu meze kluzu ( $R_{p0,2} = 235\text{ MPa}$ ). Tenzometr byl použit HBM typ: 1-XY11-6/350, který byl zapojen do čtvrtmostu.

Potom tedy nejistotu hlavních normálových napětí  $u_{\sigma_1}$  a  $u_{\sigma_2}$  můžeme stanovit metodou GUF nebo MMC. Pro stanovení nejistoty uvažujme naměřenou hodnotu přetvoření  $\varepsilon_x = 798,75\ \mu\text{m/m}$  a  $\varepsilon_y = 398,17\ \mu\text{m/m}$ , což odpovídá  $\sigma_1 = 204,93\text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = 140,80\text{ MPa}$  a následujícím vstupním parametrům.

Tab. 5.7: Vstupní parametry pro stanovení nejistoty měření  $u_{\sigma_1}$  a  $u_{\sigma_2}$

| Veličina        | Odhad (chyba)  | Standardní nejistota | Rozdělení pravděpodobnosti |
|-----------------|----------------|----------------------|----------------------------|
| $X_i$           | $x_i (\delta)$ | $u(x_i)$             | $\chi$                     |
| $\varepsilon_x$ | -              | 9,15                 | Normální                   |
| $\varepsilon_y$ | -              | 8,23                 | Normální                   |
| $E$             | 10%            | -                    | Rovnoměrné                 |
| $\mu$           | 5,3%           | -                    | Rovnoměrné                 |

Pro stanovení nejistoty hlavních normálových napětí  $u_{\sigma_1}$  a  $u_{\sigma_1}$  typu B pro dvojosou napjatost je nutné stanovit citlivostní koeficienty  $A$ , které vycházejí z rozšířeného Hookova zákona (viz vztahy 4.3 a 4.4), a to zvláště pro  $\sigma_1$  (vztahy 5.25 až 5.28) a  $\sigma_2$  (vztahy 5.29 až 5.32).

$$A_{\varepsilon_x}(\sigma_1) = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_x} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_x + \mu \cdot \varepsilon_y) \right]}{\partial \varepsilon_x} = \frac{E}{1-\mu^2} \quad [MPa] \quad 5.25$$

$$A_{\varepsilon_y}(\sigma_1) = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_y} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_x + \mu \cdot \varepsilon_y) \right]}{\partial \varepsilon_y} = \frac{E \cdot \mu}{1-\mu^2} \quad [MPa] \quad 5.26$$

$$A_E(\sigma_1) = \frac{\partial \sigma_1}{\partial E} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_x + \mu \cdot \varepsilon_y) \right]}{\partial E} = \frac{\mu \cdot \varepsilon_y + \varepsilon_x}{1-\mu^2} \quad [\mu\text{m/m}] \quad 5.27$$

$$A_\mu(\sigma_1) = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \mu} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_x + \mu \cdot \varepsilon_y) \right]}{\partial \mu} = \frac{2 \cdot E \cdot \mu \cdot (\mu \cdot \varepsilon_y + \varepsilon_x)}{(1-\mu^2)^2} + \frac{E \cdot \varepsilon_y}{1-\mu^2} \quad [MPa \cdot \mu\text{m/m}] \quad 5.28$$

$$A_{\varepsilon_y}(\sigma_2) = \frac{\partial \sigma_2}{\partial \varepsilon_y} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x) \right]}{\partial \varepsilon_y} = \frac{E}{1-\mu^2} \text{ [MPa]} \quad 5.29$$

$$A_{\varepsilon_x}(\sigma_2) = \frac{\partial \sigma_2}{\partial \varepsilon_x} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x) \right]}{\partial \varepsilon_x} = \frac{E \cdot \mu}{1-\mu^2} \text{ [MPa]} \quad 5.30$$

$$A_E(\sigma_2) = \frac{\partial \sigma_2}{\partial E} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x) \right]}{\partial E} = \frac{\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x}{1-\mu^2} \text{ [\mu m/m]} \quad 5.31$$

$$A_{\mu}(\sigma_2) = \frac{\partial \sigma_2}{\partial \mu} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x) \right]}{\partial \mu} = \frac{2 \cdot E \cdot \mu \cdot (\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x)}{(1-\mu^2)^2} + \frac{E \cdot \varepsilon_x}{1-\mu^2} \text{ [MPa} \cdot \mu\text{m/m]} \quad 5.32$$

### VÝPOČET NEJISTOTY HLAVNÍCH NORMÁLOVÝCH NAPĚTÍ DLE METODY GUF

a) Složky celkové standardní nejistoty.

$$u_{B\varepsilon_x}(\sigma_1) = u_{\varepsilon_x} \cdot A_{\varepsilon_x}(\sigma_1) = u_{\varepsilon_x} \cdot \frac{E}{1-\mu^2} = 2,05 \text{ MPa} \quad 5.33$$

$$u_{B\varepsilon_y}(\sigma_1) = u_{\varepsilon_y} \cdot A_{\varepsilon_y}(\sigma_1) = u_{\varepsilon_y} \cdot \frac{E \cdot \mu}{1-\mu^2} = 0,53 \text{ MPa} \quad 5.34$$

$$u_{BE}(\sigma_1) = \frac{z_{max}}{\chi} \cdot A_E(\sigma_1) = \frac{z_{max}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\mu \cdot \varepsilon_y + \varepsilon_x}{1-\mu^2} = 11,81 \text{ MPa} \quad 5.35$$

$$u_{B\mu}(\sigma_1) = \frac{z_{max}}{\chi} \cdot A_{\mu}(\sigma_1) = \frac{z_{max}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot E \cdot \mu \cdot (\mu \cdot \varepsilon_y + \varepsilon_x)}{(1-\mu^2)^2} + \frac{E \cdot \varepsilon_y}{1-\mu^2} = 1,88 \text{ MPa} \quad 5.36$$

$$u_{B\varepsilon_y}(\sigma_2) = u_{\varepsilon_y} \cdot A_{\varepsilon_y}(\sigma_2) = u_{\varepsilon_y} \cdot \frac{E}{1-\mu^2} = 1,85 \text{ MPa} \quad 5.37$$

$$u_{B\varepsilon_x}(\sigma_2) = u_{\varepsilon_x} \cdot A_{\varepsilon_x}(\sigma_2) = u_{\varepsilon_x} \cdot \frac{E \cdot \mu}{1-\mu^2} = 0,58 \text{ MPa} \quad 5.38$$

$$u_{BE}(\sigma_2) = \frac{z_{max}}{\chi} \cdot A_E(\sigma_2) = \frac{z_{max}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x}{1-\mu^2} = 8,10 \text{ MPa} \quad 5.39$$

$$u_{B\mu}(\sigma_2) = \frac{z_{max}}{\chi} \cdot A_{\mu}(\sigma_2) = \frac{z_{max}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot E \cdot \mu \cdot (\varepsilon_y + \mu \cdot \varepsilon_x)}{(1-\mu^2)^2} + \frac{E \cdot \varepsilon_x}{1-\mu^2} = 2,31 \text{ MPa} \quad 5.40$$

b) Celkové standardní nejistota.

$$u_{B\sigma_1} = \sqrt{u_{B\epsilon x}^2(\sigma_1) + u_{B\epsilon y}^2(\sigma_1) + u_{BE}^2(\sigma_1) + u_{B\mu}^2(\sigma_1)} = \pm 12,14 \text{ MPa} \quad 5.41$$

$$u_{B\sigma_2} = \sqrt{u_{B\epsilon y}^2(\sigma_2) + u_{B\epsilon x}^2(\sigma_2) + u_{BE}^2(\sigma_2) + u_{B\mu}^2(\sigma_2)} = \pm 8,64 \text{ MPa} \quad 5.42$$

c) Standardní rozšířená nejistota.

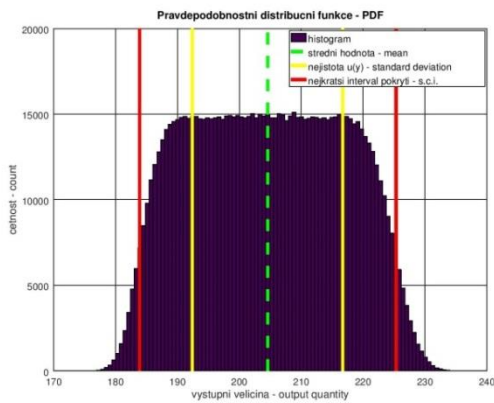
$$U_{\sigma_1} = k \cdot u_{B\sigma_1} = 2 \cdot \pm 12,14 = \pm 24,29 \text{ MPa} \quad 5.43$$

$$U_{\sigma_2} = k \cdot u_{B\sigma_2} = 2 \cdot \pm 8,64 = \pm 17,29 \text{ MPa} \quad 5.44$$

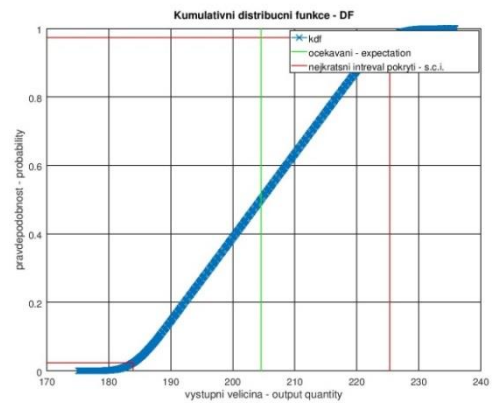
## VÝPOČET NEJISTOTY HLAVNÍCH NORMÁLOVÝCH NAPĚTÍ DLE MMC

Tab. 5.8: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC pro  $\sigma_1$

|   |                   |                  |
|---|-------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 204,56 MPa       |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 12,15 MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 183,89MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 225,33 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 41,43 MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-20,67 ; 20,77] |



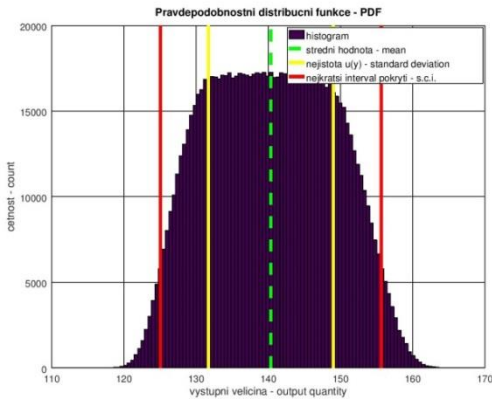
Graf 5.3: Fce. hustoty pravděpodobnosti  $\sigma_1$



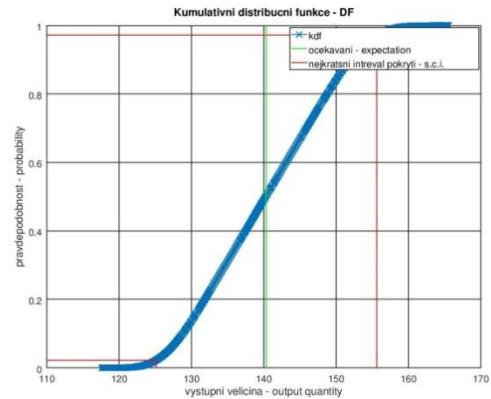
Graf 5.4: Kumulativní distribuční fce.  $\sigma_1$

Tab. 5.9: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC pro  $\sigma_2$

|   |                   |                  |
|---|-------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 140,33 MPa       |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 8,65 MPa         |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 125,09MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 155,64 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 30,55 MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-15,24 ; 15,31] |



Graf 5.5: Fce. hustoty pravděpodobnosti  $\sigma_2$



Graf 5.6: Kumulativní distribuční fce.  $\sigma_2$

## POROVNÁNÍ NEJISTOTY HLAVNÍCH NORMÁLOVÝCH NAPĚTÍ DLE METODY GUF A MMC

$$\sigma_1 (\text{GUF}) = 204,93 \text{ MPa} \quad [-24,29 ; 24,29]_{95,45\%}$$

$$\sigma_1 (\text{MMC}) = 204,56 \text{ MPa} \quad [-20,67 ; 20,77]_{95,45\%}$$

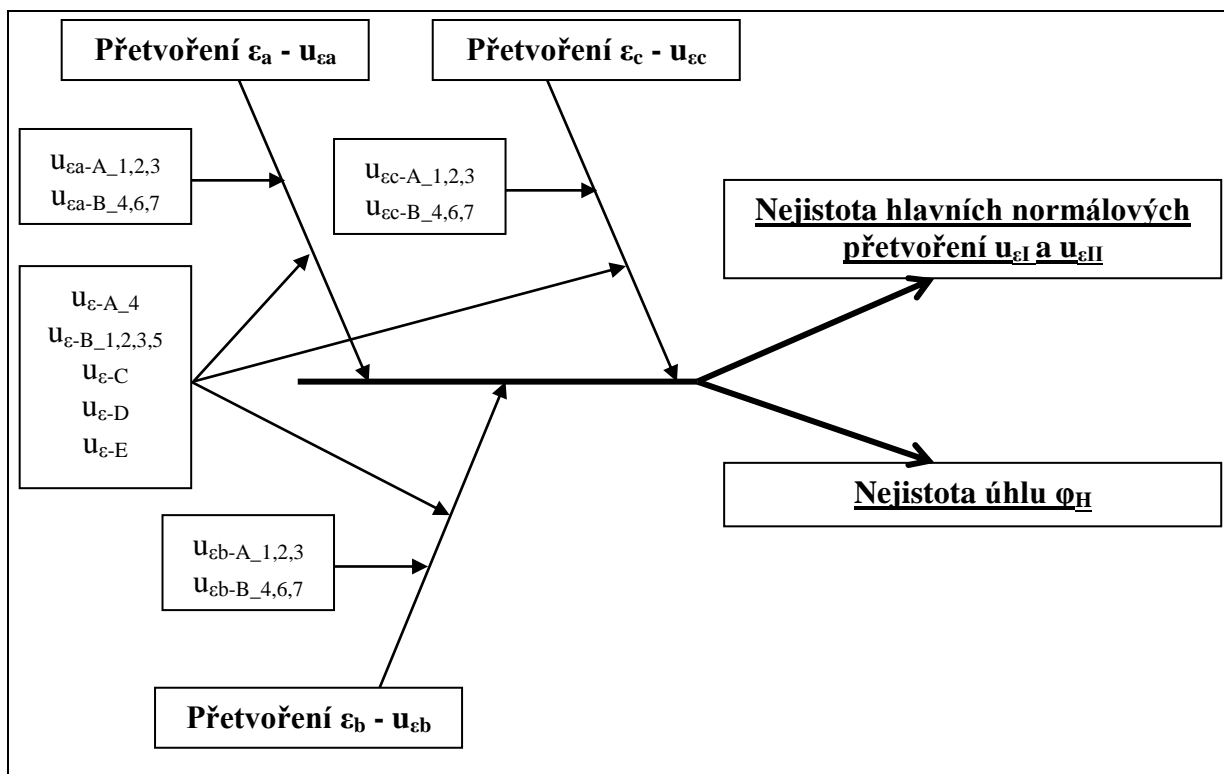
$$\sigma_2 (\text{GUF}) = 140,80 \text{ MPa} \quad [-17,29 ; 17,29]_{95,45\%}$$

$$\sigma_2 (\text{MMC}) = 140,33 \text{ MPa} \quad [-15,24 ; 15,31]_{95,45\%}$$

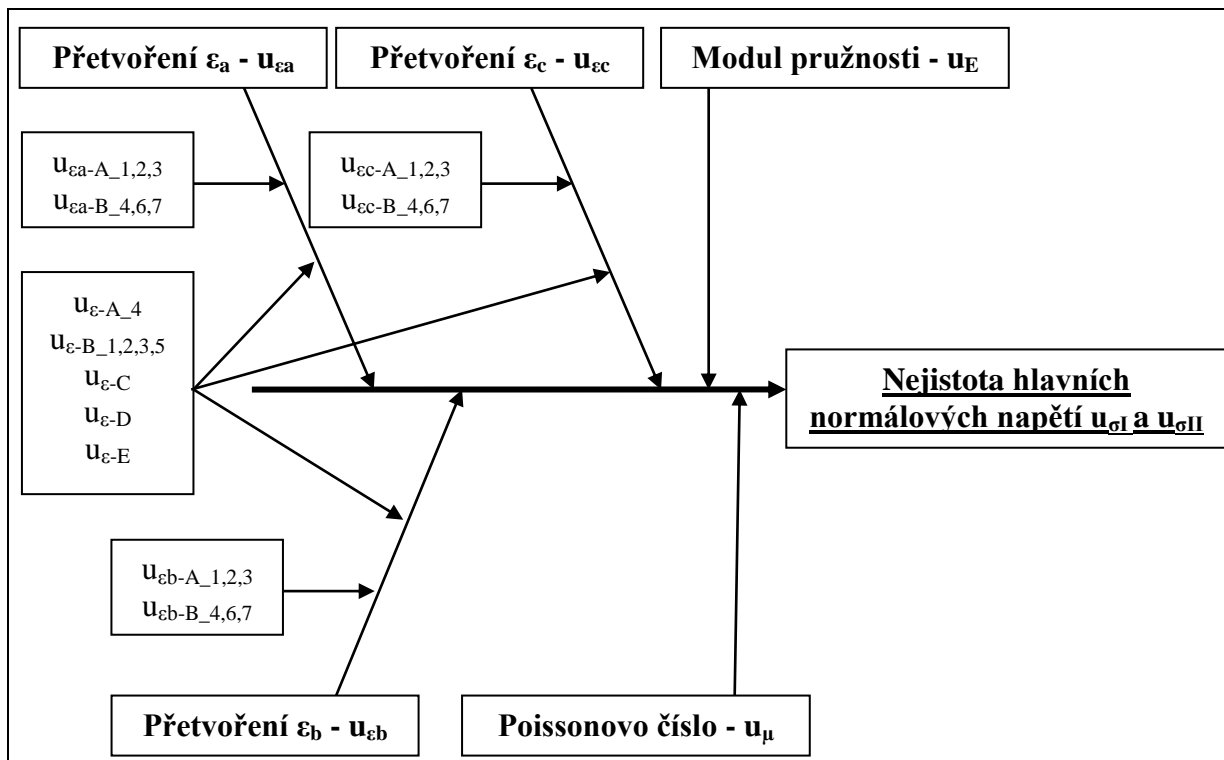
Obdobně jako u intervalu pokrytí  $y \pm U$  pro  $\sigma_N$  vychází interval pokrytí  $y \pm U$  pro  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  metodou MMC nižší než metodou GUF, což se dalo předpokládat. Standardní nejistota  $u(y)$  je pro obě metody totožná.

Nicméně je nutné zmínit fakt, že během výpočtu nebyly uvažovány žádné korelace mezi jednotlivými veličinami. Dá se předpokládat, že mezi měřenými přetvořeními  $\varepsilon_x$  a  $\varepsilon_y$  se budou nějaké korelace určitě vyskytovat, a to z důvodu, že tenzometrický kříž je na jedné podložce. Při uvažování korelací by však bylo nutné vytvořit nový algoritmus pro simulaci MMC, který by musel být složitější. Musela by se použít adaptivní metoda, počet simulací by se zřejmě také zvýšil. Dále by bylo vhodné pro simulaci MMC využít třetí část pokynu [3] (JCGM 102:2011), ve kterém je popsán postup pro více výstupních veličin. Víceosé tenzometry (kříže a růžice) spadají do kategorie výpočtu, kdy se z jedné vstupní veličiny stanovuje více výstupních veličin. Otázka však nastává, zda by takovýto postup byl efektivní, jaká by byla změna výsledků oproti provedené simulaci v této dizertaci.

## 5.5 NEJISTOTA DVOJOSÉ NAPJATOSTI – TENZOMETRICKÉ RŮŽICE



Obr. 5.10: Schéma zdrojů nejistot stanovených hlavních normálových přetvoření  $\epsilon_b$ ,  $\epsilon_{II}$  a úhlu  $\varphi_H$



Obr. 5.11: Schéma zdrojů nejistot stanovených hlavních normálových napětí  $\sigma_I$  a  $\sigma_{II}$

Nejistotu hlavních normálových přetvoření  $u_{\varepsilon I}$  a  $u_{\varepsilon II}$  a nejistotu úhlu  $u_{\varphi H}$  tvoří jeden zdroj dílčí nejistoty, a to **nejistota přetvoření  $u_{\varepsilon}$**  (viz kapitola 5.2). **Nejistota hlavních normálových napětí  $u_{\sigma I}$  a  $u_{\sigma II}$**  tvoří tři dílčí nejistoty. **Nejistota přetvoření  $u_{\varepsilon}$**  (viz kapitola 5.2), **nejistota modulu pružnosti  $u_E$**  a **nejistota Poissonova čísla  $u_{\mu}$**  (viz kapitola 4.3).

Tenzometrické růžice mají na jedné podložce umístěny tři měřicí mřížky. Potom tedy obdobně jako u tenzometrických křížů lze nejistotu rozdělit na nejistotu přetvoření  $u_{\varepsilon a}$ ,  $u_{\varepsilon b}$  a  $u_{\varepsilon c}$ , kde každé přetvoření se skládá ze dvou částí (viz kapitola 5.4).

Nejistota **modulu pružnosti  $u_E$**  je dána chybou  $\delta_E$ , pro kterou uvažujeme **rovnoměrné rozdělení**.

Nejistota **Poissonova čísla  $u_{\mu}$**  je dána chybou  $\delta_{\mu}$ , pro kterou **uvažujeme rovnoměrné rozdělení**.

Jako reprezentativní (fiktivní) příklad stanovení nejistoty pro tenzometrické růžice (dvojosé tenzometry s neznámými směry) uvažujme měření, které probíhá na potrubí těsně za kolenem, které je umístěno za zpětnou klapkou. Potrubí je umístěno v čerpací stanici a při odstavení čerpadla, respektive uzavření zpětné klapky, dojde v měřeném místě k expozici napětí blížící se mezi kluzu. Naměřená data mají dále sloužit pro verifikaci MKP výpočtu. Potrubí je vyrobeno z materiálu 12 020 ( $E = 200\,000$  MPa a  $\mu = 0,3$ ) mez kluzu dle [26]  $R_e = 255$  MPa a dle hutního atestu polotovaru  $R_{p0,2} = 313$  MPa. Tenzometr byl použit HBM typ: 1-RY11-3/120 (pravoúhlá růžice), který byl zapojen do čtvrtmostu.

Potom tedy nejistotu hlavních normálových přetvoření  $u_{\varepsilon 1}$  a  $u_{\varepsilon 2}$  a napětí  $u_{\sigma 1}$  a  $u_{\sigma 2}$  můžeme stanovit metodou GUF nebo MMC. Pro stanovení nejistoty uvažujme naměřenou hodnotu přetvoření  $\varepsilon_a = 720,99$   $\mu\text{m/m}$ ,  $\varepsilon_b = 1286,80$   $\mu\text{m/m}$  a  $\varepsilon_c = 1035,00$ , což odpovídá  $\varepsilon_I = 1315,92$   $\mu\text{m/m}$ ,  $\varepsilon_{II} = 440,07$   $\mu\text{m/m}$ ,  $\sigma_I = 318,23$  MPa,  $\sigma_{II} = 183,48$  MPa,  $\alpha = 55^{\circ}30'17,2''$  a následujícím vstupním parametřům.

Tab. 5.10: Vstupní parametry pro stanovení nejistoty měření  $u_{\varepsilon 1}$ ,  $u_{\varepsilon 2}$ ,  $u_{\varphi}$ ,  $u_{\sigma 1}$  a  $u_{\sigma 2}$

| Veličina        | Odhad (chyba)      | Standardní nejistota | Rozdělení pravděpodobnosti |
|-----------------|--------------------|----------------------|----------------------------|
| $X_i$           | $x_i$ ( $\delta$ ) | $u(x_i)$             | $\chi$                     |
| $\varepsilon_a$ | -                  | 9,54                 | Normální                   |
| $\varepsilon_b$ |                    | 12,12                | Normální                   |
| $\varepsilon_c$ |                    | 10,33                | Normální                   |
| $E$             | 8%                 | -                    | Rovnoměrné                 |
| $\mu$           | 4%                 | -                    | Rovnoměrné                 |

Pro stanovení nejistoty hlavních normálových přetvoření  $u_{\varepsilon I}$  a  $u_{\varepsilon II}$ , napětí  $u_{\sigma I}$  a  $u_{\sigma II}$  a úhlu  $\varphi_H$   $u_{\varphi H}$  typu B pro dvojosou napjatost s neznámými směry je nutné stanovit citlivostní koeficienty A, které vycházejí z rozšířeného Hookova zákona (viz vztahy 4.5, 4.6 a 4.8), a to zvláště pro  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$  (vztahy 5.45 až 5.47 a 5.48 až 5.50),  $\varphi$  (vztahy 5.51 až 5.53) a  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  (vztahy 5.54 až 5.58 a 5.56 až 5.63).





$$A_{\varepsilon a}(\psi) = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_a} = \frac{\partial \left[ \arctan \left( \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} \right) \right]}{\partial \varepsilon_a} = \frac{-\varepsilon_c + 2 \cdot \varepsilon_b - \varepsilon_a - \frac{1}{\varepsilon_a - \varepsilon_c}}{\frac{(-\varepsilon_c + 2 \cdot \varepsilon_b - \varepsilon_a)^2}{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2} + 1} \left[ \frac{\circ}{\mu\text{m}/\text{m}} \right] \quad 5.51$$

$$A_{\varepsilon b}(\psi) = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_b} = \frac{\partial \left[ \arctan \left( \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} \right) \right]}{\partial \varepsilon_b} = \frac{2}{\left( \frac{(-\varepsilon_z + 2 \cdot \varepsilon_y - \varepsilon_x)^2}{(\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2} + 1 \right) \cdot (\varepsilon_a - \varepsilon_c)} \left[ \frac{\circ}{\mu\text{m}/\text{m}} \right] \quad 5.52$$

$$A_{\varepsilon c}(\psi) = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_c} = \frac{\partial \left[ \arctan \left( \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} \right) \right]}{\partial \varepsilon_c} = \frac{-\varepsilon_c + 2 \cdot \varepsilon_b - \varepsilon_a - \frac{1}{\varepsilon_a - \varepsilon_c}}{\frac{(-\varepsilon_c + 2 \cdot \varepsilon_b - \varepsilon_a)^2}{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2} + 1} \left[ \frac{\circ}{\mu\text{m}/\text{m}} \right] \quad 5.53$$

$$A_{\varepsilon a}(\sigma_I) = \frac{\partial \sigma_I}{\partial \varepsilon_a} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} + \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2} \right)^2 + \left( \frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2} \right)^2} \right]}{\partial \varepsilon_a} = \frac{E}{2 \cdot (1-\mu)} + \frac{E \cdot (\varepsilon_a - \varepsilon_b)}{\sqrt{2} \cdot (\mu+1) \cdot \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2}} \text{ [MPa]} \quad 5.54$$

$$A_{\varepsilon b}(\sigma_I) = \frac{\partial \sigma_I}{\partial \varepsilon_b} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} + \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2} \right)^2 + \left( \frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2} \right)^2} \right]}{\partial \varepsilon_b} = \frac{E \cdot (-2 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_b) - 2 \cdot (\varepsilon_a - \varepsilon_b))}{2^{\frac{3}{2}} \cdot (\mu+1) \cdot \sqrt{(\varepsilon_z - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2}} \text{ [MPa]} \quad 5.55$$

$$A_{\varepsilon c}(\sigma_I) = \frac{\partial \sigma_I}{\partial \varepsilon_c} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} + \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2} \right)^2 + \left( \frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2} \right)^2} \right]}{\partial \varepsilon_c} = \frac{E}{2 \cdot (1-\mu)} + \frac{E \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_b)}{\sqrt{2} \cdot (\mu+1) \cdot \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2}} \text{ [MPa]} \quad 5.56$$

$$A_E(\sigma_I) = \frac{\partial \sigma_I}{\partial E} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} + \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2} \right]}{\partial E} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_a}{2 \cdot (\mu - 1)} + \frac{\sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2}}{\sqrt{2} \cdot (\mu + 1)} \quad [MPa] \quad 5.57$$

$$A_\mu(\sigma_I) = \frac{\partial \sigma_I}{\partial \mu} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} + \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2} \right]}{\partial \mu} = \frac{E \cdot (\varepsilon_c + \varepsilon_a)}{2 \cdot (1-\mu)^2} - \frac{E \cdot \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2}}{\sqrt{2} \cdot (\mu + 1)^2} \quad [MPa] \quad 5.58$$

$$A_{\varepsilon_a}(\sigma_{II}) = \frac{\partial \sigma_{II}}{\partial \varepsilon_a} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} - \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2} \right]}{\partial \varepsilon_a} = \frac{E}{2 \cdot (\mu + 1)} - \frac{E \cdot (\varepsilon_a - \varepsilon_b)}{\sqrt{2} \cdot (\mu + 1) \cdot \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2}} \quad [MPa] \quad 5.59$$

$$A_{\varepsilon_b}(\sigma_{II}) = \frac{\partial \sigma_{II}}{\partial \varepsilon_b} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} - \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2} \right]}{\partial \varepsilon_b} = -\frac{E \cdot (-2 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_b) - 2 \cdot (\varepsilon_a - \varepsilon_b))}{2^{\frac{3}{2}} \cdot (\mu + 1) \cdot \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2}} \quad [MPa] \quad 5.60$$

$$A_{\varepsilon_c}(\sigma_{II}) = \frac{\partial \sigma_{II}}{\partial \varepsilon_c} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} - \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2} \right]}{\partial \varepsilon_c} = \quad 5.61$$

$$A_E(\sigma_{II}) = \frac{\partial \sigma_{II}}{\partial E} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} - \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2} \right]}{\partial E} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_a}{2 \cdot (1-\mu)} - \frac{\sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2}}{\sqrt{2} \cdot (\mu + 1)} \quad [MPa] \quad 5.62$$

$$A_\mu(\sigma_{II}) = \frac{\partial \sigma_{II}}{\partial \mu} = \frac{\partial \left[ \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} - \frac{E}{\sqrt{2} \cdot (1+\mu)} \cdot \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2} \right]}{\partial \mu} = \frac{E \cdot \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2}}{\sqrt{2} \cdot (\mu + 1)^2} + \frac{E \cdot (\varepsilon_c + \varepsilon_a)}{2 \cdot (1-\mu)^2} \quad [MPa] \quad 5.63$$

## VÝPOČET NEJISTOTY HLAVNÍCH NORMÁLOVÝCH PŘETVOŘENÍ DLE METODY GUF

a) Složky celkové standardní nejistoty.

|   |      |
|---|------|
| $u_{B\varepsilon a}(\varepsilon_I) = u_{\varepsilon a} \cdot A_{\varepsilon a}(\varepsilon_I) = -1,39 \mu m/m$        | 5.64 |
| $u_{B\varepsilon b}(\varepsilon_I) = u_{\varepsilon b} \cdot A_{\varepsilon b}(\varepsilon_I) = 11,31 \mu m/m$        | 5.65 |
| $u_{B\varepsilon c}(\varepsilon_I) = u_{\varepsilon c} \cdot A_{\varepsilon c}(\varepsilon_I) = 4,05 \mu m/m$         | 5.66 |
| $u_{B\varepsilon a}(\varepsilon_{II}) = u_{\varepsilon a} \cdot A_{\varepsilon a}(\varepsilon_{II}) = 10,93 \mu m/m$  | 5.67 |
| $u_{B\varepsilon b}(\varepsilon_{II}) = u_{\varepsilon b} \cdot A_{\varepsilon b}(\varepsilon_{II}) = -11,31 \mu m/m$ | 5.68 |
| $u_{B\varepsilon c}(\varepsilon_{II}) = u_{\varepsilon c} \cdot A_{\varepsilon c}(\varepsilon_{II}) = 6,28 \mu m/m$   | 5.69 |

b) Celkové standardní nejistota.

$$u_{B\varepsilon I} = \sqrt{u_{B\varepsilon a}^2(\varepsilon_I) + u_{B\varepsilon b}^2(\varepsilon_I) + u_{B\varepsilon c}^2(\varepsilon_I)} = \pm 12,09 \mu m/m \quad 5.70$$

$$u_{B\varepsilon II} = \sqrt{u_{B\varepsilon a}^2(\varepsilon_{II}) + u_{B\varepsilon b}^2(\varepsilon_{II}) + u_{B\varepsilon c}^2(\varepsilon_{II})} = \pm 16,94 \mu m/m \quad 5.71$$

c) Standardní rozšířená nejistota.

$$U_{\varepsilon I} = k \cdot u_{B\varepsilon I} = 2 \cdot \pm 12,09 = \pm 24,19 \mu m/m \quad 5.72$$

$$U_{\varepsilon II} = k \cdot u_{B\varepsilon II} = 2 \cdot \pm 16,94 = \pm 33,87 \mu m/m \quad 5.73$$

## VÝPOČET NEJISTOTY ÚHLU $\Psi$ A $\Phi_H$ DLE METODY GUF

1) Složky celkové standardní nejistoty.

|  |      |
|--|------|
| $u_{B\varepsilon a}(\psi) = u_{\varepsilon a} \cdot A_{\varepsilon a}(\psi) = -0,36^\circ$ | 5.74 |
| $u_{B\varepsilon b}(\psi) = u_{\varepsilon b} \cdot A_{\varepsilon b}(\psi) = -0,56^\circ$ | 5.75 |
| $u_{B\varepsilon c}(\psi) = u_{\varepsilon c} \cdot A_{\varepsilon c}(\psi) = 0,88^\circ$  | 5.76 |

Dle Obr. 4.6 se standardní nejistoty  $u_{B\varepsilon a}(\psi)$ ,  $u_{B\varepsilon b}(\psi)$ ,  $u_{B\varepsilon c}(\psi)$  po vydělení dvěma stanou standardními nejistotami  $u_{B\varepsilon a}(\Phi_H)$ ,  $u_{B\varepsilon b}(\Phi_H)$ ,  $u_{B\varepsilon c}(\Phi_H)$ .

2) Celkové standardní nejistota.

$$u_{B\varphi_H} = \sqrt{\frac{u_{B\varepsilon a}^2(\psi)}{2} + \frac{u_{B\varepsilon b}^2(\psi)}{2} + \frac{u_{B\varepsilon c}^2(\psi)}{2}} = \pm 0^\circ 33' \quad 5.77$$

3) Standardní rozšířená nejistota.

$$U_\varphi = k \cdot u_{B\varphi_H} = 2 \cdot \pm 0^\circ 33' = \pm 1^\circ 6' \quad 5.78$$

### VÝPOČET NEJISTOTY HLAVNÍCH NORMÁLOVÝCH NAPĚTÍ DLE METODY GUF

1) Složky celkové standardní nejistoty.

|  |      |
|--|------|
| $u_{B\varepsilon a}(\sigma_I) = u_{\varepsilon a} \cdot A_{\varepsilon a}(\sigma_I) = -0,10 \text{ MPa}$       | 5.79 |
| $u_{B\varepsilon b}(\sigma_I) = u_{\varepsilon b} \cdot A_{\varepsilon b}(\sigma_I) = 0,54 \text{ MPa}$        | 5.80 |
| $u_{B\varepsilon c}(\sigma_I) = u_{\varepsilon c} \cdot A_{\varepsilon c}(\sigma_I) = 0,77 \text{ MPa}$        | 5.81 |
| $u_{BE}(\sigma_I) = u_E \cdot A_E(\sigma_I) = 14,70 \text{ MPa}$   | 5.82 |
| $u_{B\mu}(\sigma_I) = u_\mu \cdot A_\mu(\sigma_I) = 2,34 \text{ MPa}$  | 5.83 |
| $u_{B\varepsilon a}(\sigma_{II}) = u_{\varepsilon a} \cdot A_{\varepsilon a}(\sigma_{II}) = 2,82 \text{ MPa}$  | 5.84 |
| $u_{B\varepsilon b}(\sigma_{II}) = u_{\varepsilon b} \cdot A_{\varepsilon b}(\sigma_{II}) = -0,54 \text{ MPa}$ | 5.85 |
| $u_{B\varepsilon c}(\sigma_{II}) = u_{\varepsilon c} \cdot A_{\varepsilon c}(\sigma_{II}) = 2,18 \text{ MPa}$  | 5.86 |
| $u_{BE}(\sigma_{II}) = u_E \cdot A_E(\sigma_{II}) = 8,47 \text{ MPa}$  | 5.87 |
| $u_{B\mu}(\sigma_{II}) = u_\mu \cdot A_\mu(\sigma_{II}) = 2,63 \text{ MPa}$                                    | 5.88 |

2) Celkové standardní nejistota.

$$u_{B\sigma_I} = \sqrt{u_{B\varepsilon a}^2(\sigma_I) + u_{B\varepsilon b}^2(\sigma_I) + u_{B\varepsilon c}^2(\sigma_I) + u_{BE}^2(\sigma_I) + u_{B\mu}^2(\sigma_I)} = \pm 14,91 \text{ MPa} \quad 5.89$$

$$u_{B\sigma_{II}} = \sqrt{u_{B\varepsilon a}^2(\sigma_{II}) + u_{B\varepsilon b}^2(\sigma_{II}) + u_{B\varepsilon c}^2(\sigma_{II}) + u_{BE}^2(\sigma_{II}) + u_{B\mu}^2(\sigma_{II})} = \pm 9,58 \text{ MPa} \quad 5.90$$

3) Standardní rozšířená nejistota.

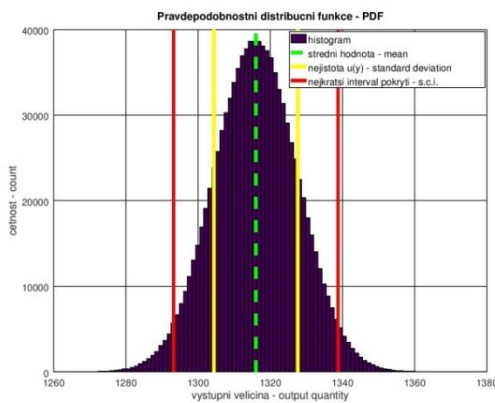
$$U_{\sigma_I} = k \cdot u_{B\sigma_I} = 2 \cdot \pm 14,91 = \pm 28,83 \text{ MPa} \quad 5.91$$

$$U_{\sigma_{II}} = k \cdot u_{B\sigma_{II}} = 2 \cdot \pm 9,58 = \pm 19,15 \text{ MPa} \quad 5.92$$

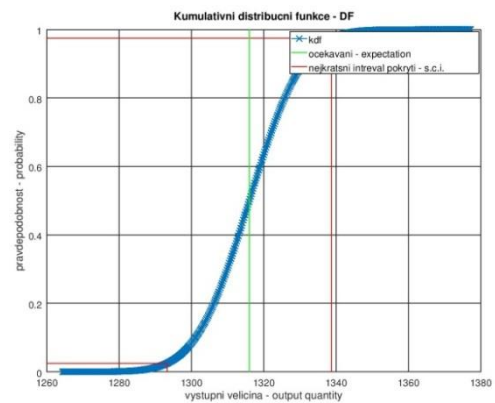
### VÝPOČET NEJISTOTY HLAVNÍCH NORMÁLOVÝCH PŘETVOŘENÍ A ÚHLU $\Phi_H$ DLE MMC

Tab. 5.11: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC pro  $\varepsilon_I$

|   |                   |                         |
|---|-------------------|-------------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 1316,00 $\mu\text{m/m}$ |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 11,61 $\mu\text{m/m}$   |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 1293,30 $\mu\text{m/m}$ |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 1338,80 $\mu\text{m/m}$ |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 45,499 $\mu\text{m/m}$  |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-22,70 ; 22,80]        |



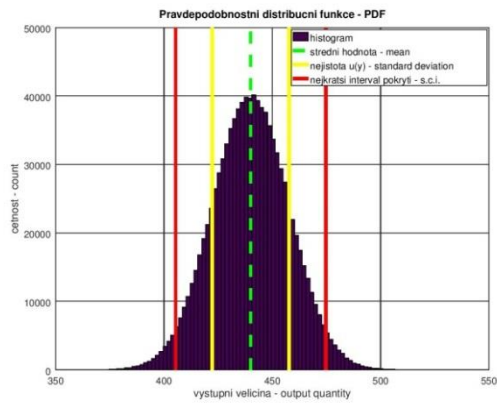
Graf 5.7: Fce. hustoty pravděpodobnosti  $\varepsilon_I$



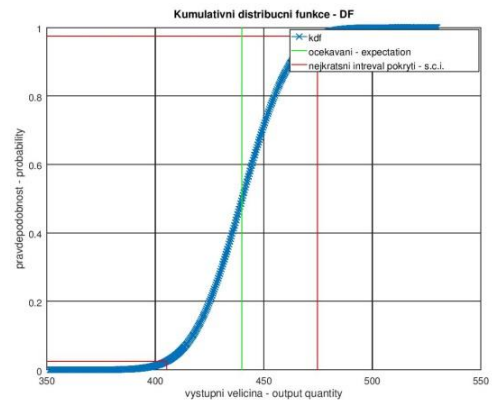
Graf 5.8: Kumulativní distribuční fce.  $\varepsilon_I$

Tab. 5.12: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC pro  $\varepsilon_{II}$

|   |                   |                        |
|---|-------------------|------------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 439,99 $\mu\text{m/m}$ |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 17,72 $\mu\text{m/m}$  |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 405,30 $\mu\text{m/m}$ |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 474,73 $\mu\text{m/m}$ |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 69,429 $\mu\text{m/m}$ |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-34,69 ; 34,74]       |



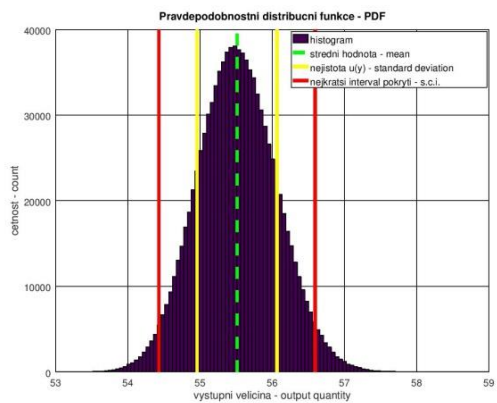
Graf 5.9: Fce. hustoty pravděpodobnosti  $\varepsilon_H$



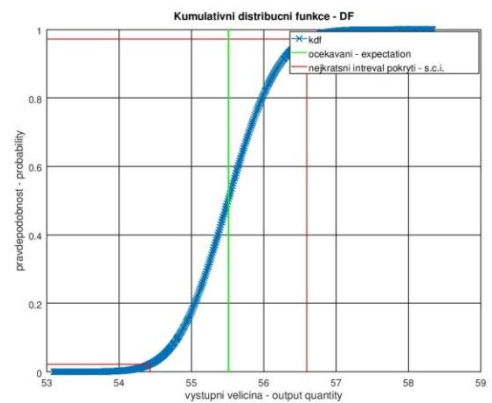
Graf 5.10: Kumulativní distribuční fce.  $\varepsilon_H$

Tab. 5.13: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC pro  $\varphi_H$

|   |                   |                  |
|---|-------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 55°30′           |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 0°33′            |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 54°25′           |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 56°35′           |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 2°9′             |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-0°95′ ; 1°05′] |



Graf 5.11: Fce. hustoty pravděpodobnosti  $\varphi_H$

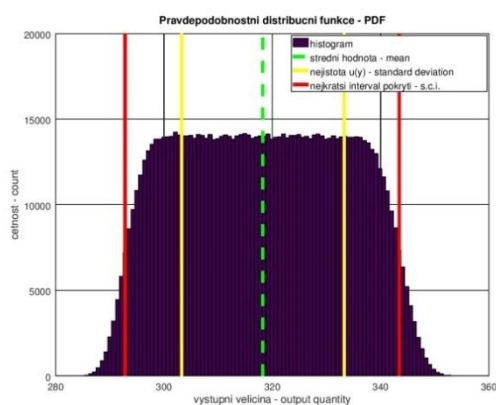


Graf 5.12: Kumulativní distribuční fce.  $\varphi_H$

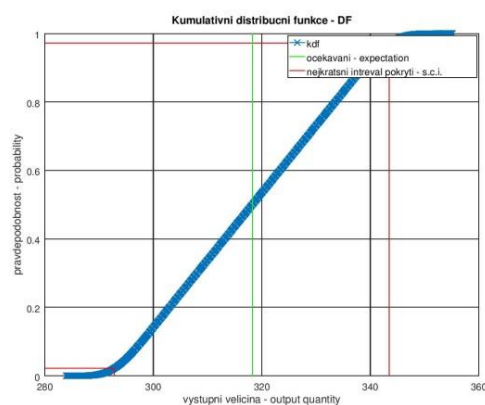
## VÝPOČET NEJISTOTY HLAVNÍCH NORMÁLOVÝCH NAPĚTÍ DLE MMC

Tab. 5.14: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC pro  $\sigma_I$

|   |                   |                  |
|---|-------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 318,27 MPa       |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 14,992 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 292,82 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 343,45 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 50,636 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-25,45 ; 25,18] |



Graf 5.13: Fce. hustoty pravděpodobnosti  $\sigma_I$

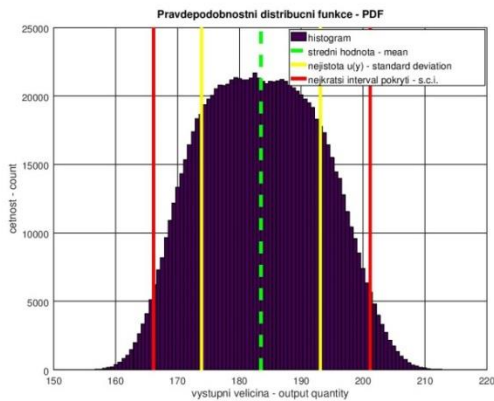


Graf 5.14: Kumulativní distribuční fce.  $\sigma_I$

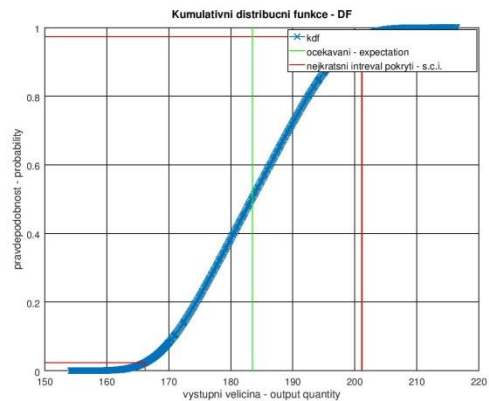
Tab. 5.15: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC pro  $\sigma_{II}$

|   |                   |                  |
|---|-------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 183,49 MPa       |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 9,59 MPa         |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 166,17 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 201,14 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 34,972 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-17,32 ; 17,65] |





Graf 5.15: Fce. hustoty pravděpodobnosti  $\sigma_{II}$



Graf 5.16: Kumulativní distribuční fce.  $\sigma_{II}$

### POROVNÁNÍ NEJISTOTY HLAVNÍCH NORMÁLOVÝCH PŘETVOŘENÍ, NAPĚTÍ ÚHLU $\Phi_H$ DLE METODY GUF A MMC

$$\varepsilon_I (\text{GUF}) = 1315,92 \mu\text{m/m} \quad [-24,19 ; 24,19]_{95,45\%}$$

$$\varepsilon_I (\text{MMC}) = 1316,00 \mu\text{m/m} \quad [-22,70 ; 22,80]_{95,45\%}$$

$$\varepsilon_{II} (\text{GUF}) = 440,07 \mu\text{m/m} \quad [-33,87 ; 33,87]_{95,45\%}$$

$$\varepsilon_{II} (\text{MMC}) = 439,99 \mu\text{m/m} \quad [-34,69 ; 34,74]_{95,45\%}$$

$$\varphi_H (\text{GUF}) = 55^\circ 30' \quad [-1^\circ 6' ; 1^\circ 6']_{95,45\%}$$

$$\varphi_H (\text{MMC}) = 55^\circ 30' \quad [-0^\circ 95' ; 1^\circ 5']_{95,45\%}$$

$$\sigma_I (\text{GUF}) = 318,23 \text{ MPa} \quad [-29,83 ; 29,83]_{95,45\%}$$

$$\sigma_I (\text{MMC}) = 318,27 \text{ MPa} \quad [-25,45 ; 25,18]_{95,45\%}$$

$$\sigma_{II} (\text{GUF}) = 183,48 \text{ MPa} \quad [-19,15 ; 19,15]_{95,45\%}$$

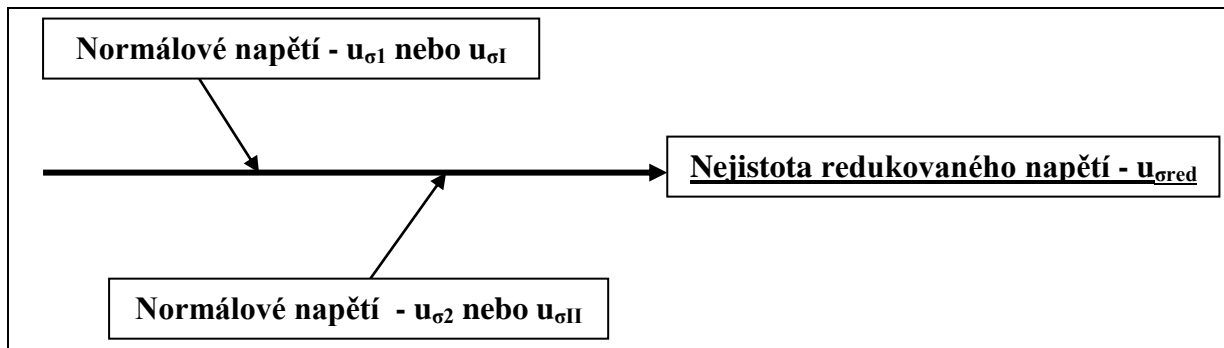
$$\sigma_{II} (\text{MMC}) = 183,49 \text{ MPa} \quad [-17,32 ; 17,65]_{95,45\%}$$

Při porovnání stanovených nejistot metodou GUF a MMC platí obdobné závěry, které jsou uvedeny v kapitole 5.3 a 5.4.

Je však vhodné podotknout, že vzhledem ke „složitosti“ vztahů pro výpočet hlavních normálových přetvoření, napětí a úhlu  $\varphi_H$  a z toho plynoucích vztahů pro stanovení nejistoty dle metody GUF se jeví MMC jako velice výhodná, a to zejména s ohledem na efektivitu jednotlivých výpočtů.

## 5.6 NEJISTOTA REDUKOVANÉHO NAPĚTÍ

Nejistotu redukovaného napětí  $u_{\sigma red}$  tvoří dva zdroje dílčí nejistoty. Nejistoty normálových napětí  $u_{\sigma I}$  a  $u_{\sigma 2}$  (viz kapitola 5.4) nebo  $u_{\sigma I}$  a  $u_{\sigma II}$  (viz kapitola 5.5).



Obr. 5.12: Schéma zdrojů nejistot stanoveného redukovaného napětí  $\sigma_{red}$

Při stanovení nejistoty redukovaného napětí vycházejme z hypotézy HMM, která je dána vztahem 4.2. Výsledná velikost a rozdělení pravděpodobnosti nejistoty redukovaného  $u_{\sigma red}$  je dána velikostí dílčích nejistot normálových napětí. Výsledné **rozdělení pravděpodobnosti** bude mít vlastní průběh PDF a CDF. Opět se dá předpokládat, že tvar bude kombinací normálního a rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti, ale bude výrazně **komplikovanější**.

Pro stanovení nejistoty redukovaného napětí  $u_{\sigma red}$  a typu B pro rovinnou napjatost je nutné stanovit citlivostní koeficienty A, které vycházejí ze vztahu 4.2.

$$A_{\sigma_{1(I)}}(\sigma_{red}) = \frac{\partial \sigma_{red}}{\partial \sigma_{1(I)}} = \frac{\partial \left[ \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2} \right]}{\partial \sigma_1} = \frac{2 \cdot \sigma_1 - \sigma_2}{2 \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2}} \quad [-] \quad 5.93$$

$$A_{\sigma_{2(II)}}(\sigma_{red}) = \frac{\partial \sigma_{red}}{\partial \sigma_{2(II)}} = \frac{\partial \left[ \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2} \right]}{\partial \sigma_2} = \frac{2 \cdot \sigma_2 - \sigma_1}{2 \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2}} \quad [-] \quad 5.94$$

Nejistotu redukovaného napětí  $u_{\sigma red}$  nebudeme aplikovat na fiktivní příklad. Citlivostní koeficienty jsou uvedeny z důvodu ucelení předchozích kapitol.

Vzhledem k tomu, že nejistota redukovaného napětí  $u_{\sigma red}$  vychází z již stanovené nejistoty dvojosé napjatosti, jeví se zcela logické v případě potřeby stanovení zmíněné nejistoty začlenění do simulačního skriptu pro tenzometrické kříže, nebo růžice. Totéž platí i o dalších veličinách, které vycházejí z vypočtených hodnot normálových napětí, např. složky normálových napětí  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$  a smyková napětí  $\tau_{xy}$  a  $\tau_{yx}$ . Stanovené nejistoty normálových napětí jsou ovlivněny vzájemnými korelacemi. Korelace se přenesou i na nejistotu redukovaného napětí  $u_{\sigma red}$ , takže při stanovení nejistoty se jedná pouze o matematické vyjádření. Respektive **sjednocení dílčích nejistot do jedné tak, by mohla být využita při posouzení pevnosti a prosté bezpečnosti**.

## 6 EXPERIMENTY

Pro ověření modelu stanovení nejistot měření přetvoření a mechanického napětí byl navrhnut **experiment**. Vzhledem k výraznému množství **kombinací typů tenzometrů** (výrobci, typy, odpory, různé velikosti, upevnění apod.), **mechanického namáhání** (tah/tlak, ohyb, krut), s tím souvisejícím zapojením do můstku, **typu napjatosti** (jednoosá, dvojosá), **krycích prostředků, vnějších vlivů** (teplota, tlak, radiace), **různorodosti materiálů** (modul pružnosti a Poissonovo číslo) a **záznamových zařízení**, byl zvolen experiment, který je **založen na elementárním mechanickém namáhání**.

Jako reprezentativní příklad experimentu byl zvolen **hrotový snímač posuvu** nazvaný **extenzometr**, který je založen na **ohybu ocelového plátu** (nosníku), kde ohyb je měřen **tenzometrem**. Experiment byl prováděn na pěti vzorcích, které jsou vyrobeny ze stejného materiálu a mají stejný geometrický tvar. Pohyb snímače v rozsahu  $\pm 6,5$  mm ( $\pm 6$  mm) byl prováděn ve speciálním přípravku a byl měřen digitálním úchylkoměrem. Experimenty byly prováděny za pokojové teploty 20°C, za zvýšené teploty 90°C a vysoké teploty 290°C.

Pro každý snímač (naměřená data) byl vytvořen vlastní model nejistoty měření a následně byla nejistota stanovena dle metody GUF a dle metody MMC. Experimentálně získaná data byla porovnána s analytickým a MKP výpočtem.

### 6.1 EXPERIMENTÁLNÍ VZORKY A ZAŘÍZENÍ

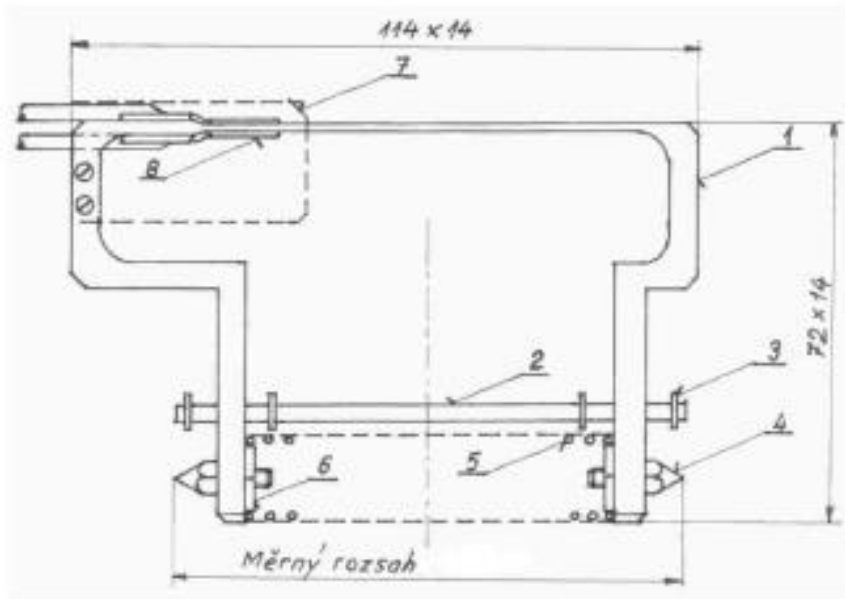
Extenzometr je snímač posunutí, který má tvar tělesa navržený tak, aby pracoval v rozsahu 13 mm ( $\pm 6,5$  mm). Rozevírání a stahování snímače je realizováno vysokoteplotní pružinou, která je pevně uchycena k tělesu a uvnitř pružiny je umístěn pevný vodící člen. Aby nedošlo k překročení navrženého rozsahu, je snímač opatřen nastavitelnými dorazy. Snímače jsou na konci opatřeny nastavitelnými hroty, které spolu s pružinou zajišťují bezpečné a zároveň volné uchycení k pevným bodům (drážky v přípravku). Tenzometry jsou umístěny ve středu tělesa snímače na nosníku. Geometrický tvar extenzometru (výkresy) je uveden na Obr. 6.1 a Obr. 6.2.

Materiál tělesa snímače, na kterém jsou umístěny tenzometry, je konstrukční ocel označení ČSN 11 600, jejíž materiálové vlastnosti jsou uvedeny Tab. 6.1.

Tab. 6.1: Materiálové vlastnosti pro 20°C [27]

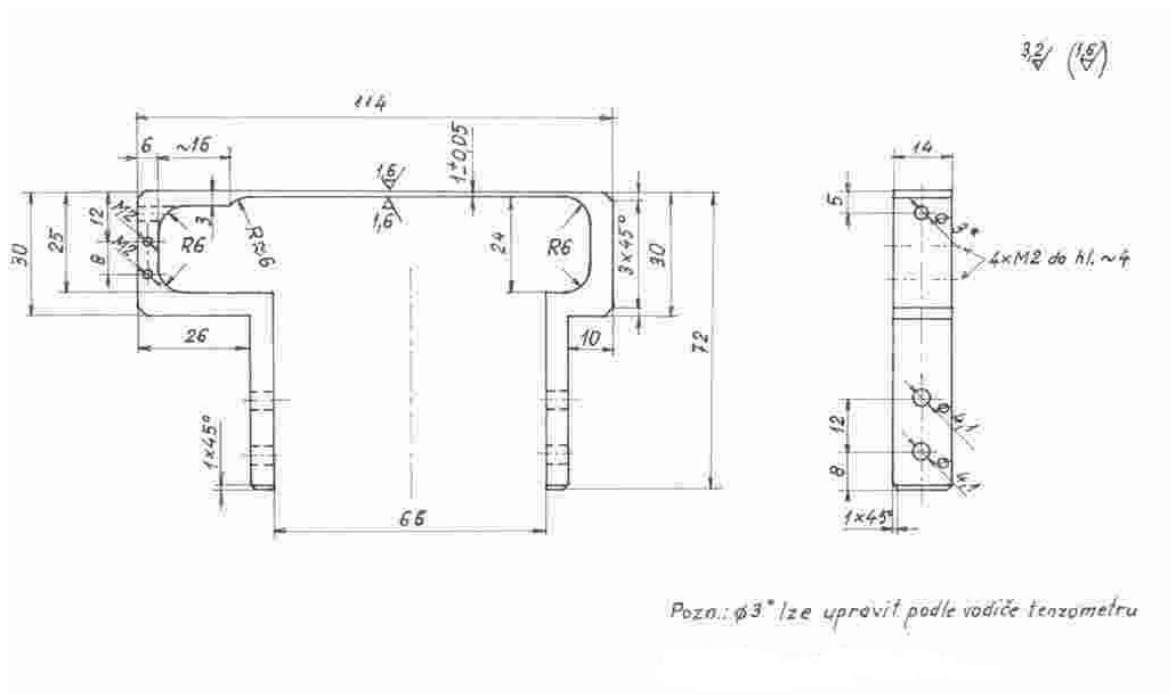
| E [ $10^5$ MPa] | $\mu$ [-] | Mez kluzu $R_e$ [MPa] | Pevnost v tahu $R_m$ [MPa] |
|-----------------|-----------|-----------------------|----------------------------|
| 2,06            | 0,285     | min. 265              | 540 - 710                  |

Doporučené použití materiálu 11 600: Vhodný na strojní součásti namáhané staticky i dynamicky, u nichž se nevyžaduje svařitelnost. Součásti vystavené velkému měrnému tlaku. Hřídele, osy, ozubená kola, řetězová kola, páky, čepy, pístnice, kolíky, podpěry, držátka, objímky, šrouby a matice, klíny, pera, kluzné kameny, ozubené hřebeny, kladky, spojky, segmenty a vložky axiálních ložisek, distanční kroužky, různé upínací elementy, tělesa fréz apod. **Pásy a pruhy ke tvarování ohybem** [27].



| Číslo | Název            | Počet kusů | Materiál       | Poznámka      |
|-------|------------------|------------|----------------|---------------|
| 1     | Těleso snímače   | 1          | ocel           | ČSN 11 600    |
| 2     | Dorazová tyčka   | 1          | ocel           | kulatina Ø 3  |
| 3     | Pojistný třmen   | 4          | kroužek 2,3    | ČSN 022929    |
| 4     | Hrot             | 2          | ocel           | ČSN 19 312    |
| 5     | Tlačná pružina   | 1          | ocelová struna | Ø1, D14, z=15 |
| 6     | Speciální matice | 2          | ocel           | šestihran 10  |
| 7     | Kryt tenzometru  | 1          | nerez ocel     | plech l = 0,5 |
| 8     | Tenzometr        | 2          | tenzom.        |               |

Obr. 6.1: Sestava hrotového snímače posuvu



Obr. 6.2: Detail tělesa hrotového snímače posuvu

## 6.2 ANALYTICKÝ VÝPOČET DEFORMACE EXTENZOMETRU

Princip extenzometru je založen na povrchové **deformaci nosníku** s posuvem břitů na koncových tuhých rámech. Z hlediska mechaniky je extenzometr nosník, který je na obou koncích opatřen kolnými rameny délky  $v$ . Vzájemným přímkovým posuvem lze vnést do nosníku prakticky rovnoměrný ohybový moment  $M_0$ . Pak tedy pro prizmatický (nevztloužený) nosník platí vztah 6.1, který vyjadřuje závislost povrchové deformace  $\varepsilon$  na posuvu konců ramen  $u$ . Arcsin můžeme přímo nahradit argumentem s chybou menší než 0,3%, a to pro úhly naklonění konců  $\frac{1}{2} \cdot \varphi \leq 8^\circ$ . Vztah 6.1 se potom zjednoduší na vztah 6.2 pro vyjádření deformace a vztah 6.3 pro vyjádření posuvu. **Vztah 6.2, respektive 6.3 je základní vzorec pro návrh snímačů posuvu a břitových extenzometrů** [45].

$$\varepsilon = \frac{h}{l} \cdot \arcsin \frac{u}{2 \cdot v} \quad 6.1$$

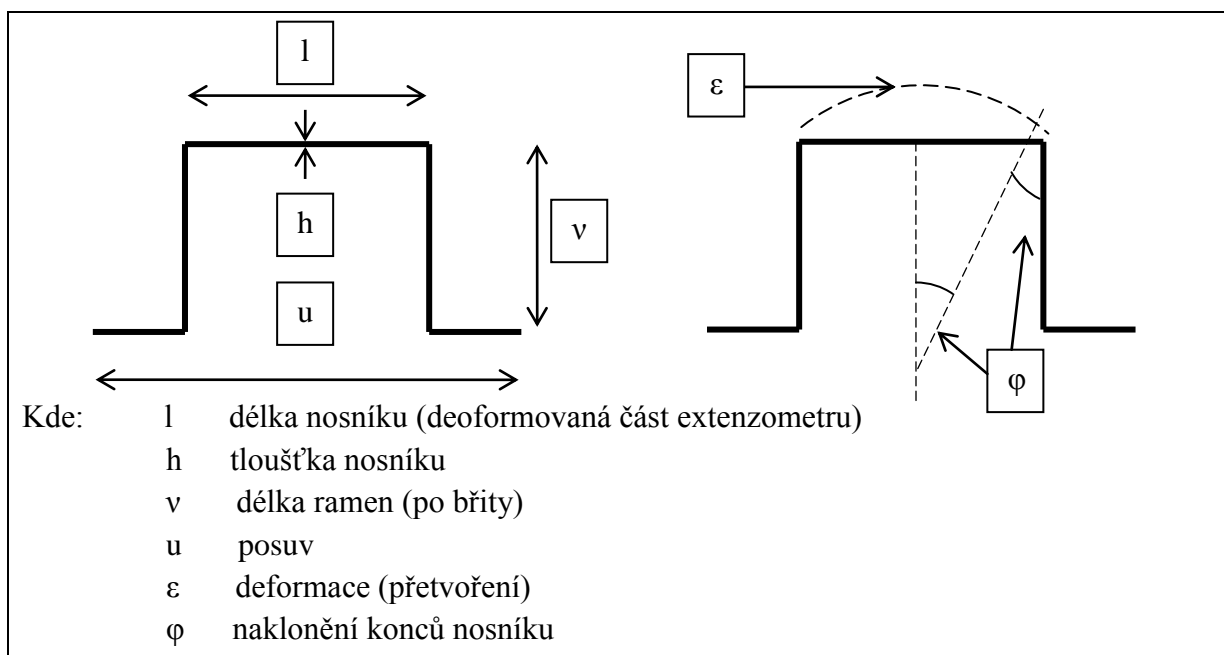
$$\varepsilon = \frac{h \cdot u}{2 \cdot v \cdot l} \quad 6.2$$

$$u = \frac{2 \cdot v \cdot l}{h} \cdot \varepsilon \quad 6.3$$

Posuv  $u$  lze také vyjádřit vztahem 6.4, kde  $\Delta\varphi$  je celková změna úhlu od jednoho konce nosníku ke druhému. Vztah pro nosník se dvěma poli rozdílné tuhosti vyjadřuje vztah 6.5.

$$u = \Delta\varphi \cdot v \quad 6.4$$

$$u = (\varphi_Z + \varphi_T) \cdot v \quad 6.5$$



Obr. 6.3: Schématické zobrazení principu extenzometru

Nosník extenzometru může mít i půlkruhový tvar, ale potom ztrácí citlivost v ohybu.

Pro navržený extenzometr jsou teoretické hodnoty deformace (přetvoření) získané analytickým výpočtem uvedeny v Tab. 6.2. Použité rozměry extenzometru pro výpočet deformace jsou  $h = 1 \text{ mm}$ ,  $l = 79 \text{ mm}$ ,  $v = 63 \text{ mm}$ . Skutečná délka prizmatické části nosníku byla odměřena posuvným měřítkem a je rovna hodnotě přibližně  $l = 79 \text{ mm}$ . Pokud bychom uvažovali i vliv deformace přechodových rádiusů potom přibude na každé straně přibližně  $1 \text{ mm}$  a celková skutečná délka se zvětší na přibližnou hodnotu  $l = 81 \text{ mm}$ .

Tab. 6.2: Hodnoty deformace nosníku extenzometru

|  |      |         |         |         |         |         |         |         |
|--|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| u [mm]                                   | 0    | ±1      | ±2      | ±3      | ±4      | ±5      | ±6      | ±6,5    |
| $\varepsilon$ [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] | 0,00 | ±100,46 | ±200,92 | ±301,39 | ±401,85 | ±502,31 | ±602,77 | ±653,00 |

### 6.3 KOREKCE NAMĚŘENÝCH HODNOT

Aby bylo možné porovnat naměřené hodnoty během experimentů mezi sebou a mezi teoretickými výpočty (analytický a MKP), je nutné naměřené hodnoty přetvoření z důvodu výskytu hrubé chyby korigovat. **Rozměry a tloušťka kovové podložky způsobují u navařovacích tenzometrů (TML a MM – Vishay) dvě chyby v důsledku základních vztahů mechaniky a geometrie tvaru extenzometru.** Navařením kovové podložky na nosník extenzometru dojde k vyztužení nosníku a zvětšení vzdálenosti měrné mřížky tenzometru od neutrální osy. Efekt vyztužení nosníku tenzometrem (viz Obr. 6.4) měřený signál zmenšuje a zvětšení vzdálenosti neutrální osy od měřicí mřížky tenzometru (viz Obr. 6.5) měřený signál naopak zvětšuje. U tenzometrů HBM můžeme deformaci měřicí mřížky považovat za totožnou s deformací nosníku. Dále proběhla kontrola na vliv přivařením ve tvaru „U“ dle metodiky uvedené v článku [30].

#### 6.3.1 KOREKCE NA VLIV TLOUŠŤKY KOVOVÉ PODLOŽKY

Tloušťka nosníku extenzometru je  $1 \text{ mm}$  s tolerancí  $\pm 0,05$ . Skutečné tloušťky nosníku extenzometru byly odměřeny posuvným měřítkem v několika řezech. **Tloušťky všech nosníků (P1 až P5) se rovnají  $t = 1 \pm 0,01 \text{ mm}$ .** Absolutní **chyba výroby tloušťky nosníku extenzometru** potom dosahuje  $\pm 1\%$ . Tato hodnota bude započtena jako dílčí nejistota vlivu měřeného objektu. Tenzometry mají měřicí mřížku (což je prakticky aktivní prvek snímače) vytvořenou z fólie o tloušťce  $0,005 \text{ mm}$  a jsou umístěny na podložce o tloušťce  $0,02 \text{ mm}$ , což při součtu dává hodnotu  $0,025 \text{ mm}$ . Potom tedy poměr tloušťky mřížky tenzometru vůči tloušťce nosníku je  $2,5\%$ . Tato hodnota sice není nulová, ale lze ji považovat za zanedbatelnou, a to i vzhledem k výrobní toleranci tloušťky nosníku. Uvedená hodnota  $0,025 \text{ mm}$  je přibližně shodná pro všechny použité tenzometry, protože i přivařovací tenzometry jsou vyrobeny tak, že na kovové podložce je nanášena měřicí mřížka. Nicméně stanovit přesnou hodnotu tloušťky měřicí mřížky včetně tloušťky podkladové folie je složité.

U nalepovacích tenzometrů HBM je pak mezi deformovaným tvarem měřeného objektu (nosníkem) a měřicí mřížkou tenzometru lepidlo Z70, jehož vrstva je cca  $0,005 \text{ mm}$ , což je také zanedbatelná hodnota. Potom tedy uvažujeme, že deformace na povrchu nosníku se bez jakéhokoliv zkreslení (pouze s dílčími nejistotami) přenesou na měřicí mřížku tenzometru. U přivařovacích tenzometrů je mezi měřicí mřížkou a deformovaným nosníkem ještě kovová podložka a tudíž se deformace z povrchu nosníku na měřicí mřížku přenáší přes podložku. U tenzometrů TML má tloušťku  $t = 0,08 \text{ mm}$ , délku  $l_t = 24 \text{ mm}$  a šířku  $a = 5 \text{ mm}$ . U tenzometru MM-Vishay jsou rozměry následující  $t = 0,13 \text{ mm}$ ,  $l_t = 25,4 \text{ mm}$  ( $2 \times 12,7 \text{ mm}$ ),  $a = 7,62 \text{ mm}$ .

Princip uvažované korekce se dá vyjádřit následujícími vztahy. Moment setrvačnosti vyztuženého průřezu (viz Obr. 6.5) je dán vztahem 6.6. Čistý ohyb  $M_o$  se dá vyjádřit následujícími základními vztahy. Pro  $M_o = \text{konst}$  jsou úhly naklonění jednotlivých částí nosníku dány vztahy 6.7 a 6.8. Podélnou deformaci povrchové vrstvy lze pro obě oblasti (nosník s tenzometrem a bez tenzometru) stanovit z obecného principu dle vztahů 6.9 a 6.10, ze kterých lze vyloučit  $M_o$  pro získání relaxace obou deformací při libovolném momentu a vzniká tak vztah 6.11 [20].

$$I_T = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \cdot (h + t)^2 \quad 6.6$$

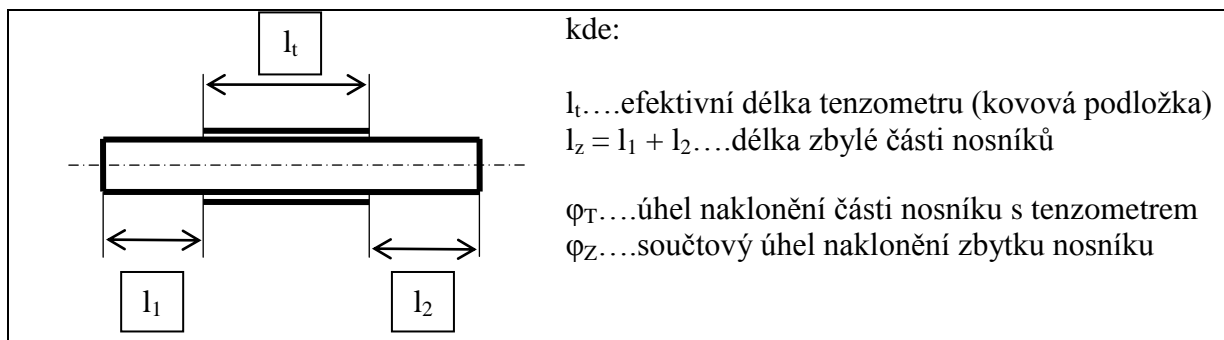
$$\varphi_Z = \frac{M_o}{E \cdot I} \cdot l_Z = \frac{12 \cdot M_o}{E \cdot b \cdot h^3} \cdot l_Z \quad 6.7$$

$$\varphi_T = \frac{M_o}{E \cdot I_T} \cdot l_T \quad 6.8$$

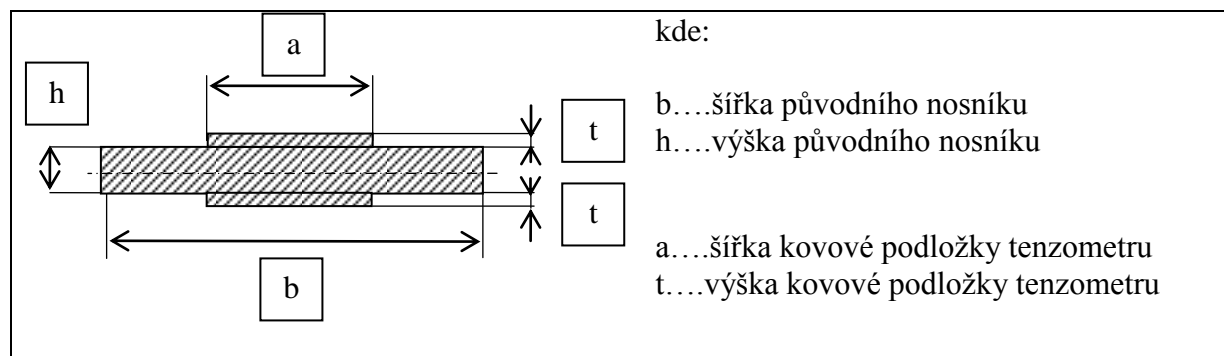
$$\varepsilon_Z = \frac{M_o}{E \cdot I} \cdot \frac{1}{2} \cdot h = \frac{6 \cdot M_o}{E \cdot b \cdot h^2} \quad 6.9$$

$$\varepsilon_T = \frac{M_o}{E \cdot I_T} \cdot \frac{1}{2} \cdot (h + t) \quad 6.10$$

$$\varepsilon_Z = \frac{12 \cdot I_T}{b \cdot h^2 \cdot (h + t)} \cdot \varepsilon_T \quad 6.11$$



Obr. 6.4: Geometrické schéma měrné části nosníku s výztuhou [45]



Obr. 6.5: Řez vyztuženou oblastí [45]

Pro korekci naměřených hodnot vycházíme ze vztahu 6.5, který po dosazení vztahů 6.6, 6.7, 6.8 a 6.11 dá výsledný vzorec 6.12 pro posuv  $u$ , respektive 6.13 pro deformaci.

$$u = (\varphi_Z + \varphi_T) \cdot v = \frac{2 \cdot v \cdot \varepsilon_T}{(h + t)} \cdot \left( l_T + \frac{12 \cdot l_Z \cdot I_T}{b \cdot h^3} \right) \quad 6.12$$

$$\varepsilon_T = \frac{u \cdot (h + t) \cdot b \cdot h^3}{2 \cdot v \cdot (b \cdot h^3 \cdot l_T + 12 \cdot l_Z \cdot I_T)} \quad 6.13$$

Zmíněné dvě chyby jsou konstantní pro všechna zatížení (posuvy  $u$ ) a tudíž je lze vyjádřit procentuálně. Uvažujme posuv  $u = 5$  mm pro extenzometr P\_3, P\_4 a P\_5. Po dosazení všech geometrických parametrů extenzometru a přivařovací podložky do vztahu 6.13 obdržíme správný údaj měřené hodnoty tenzometru  $\varepsilon_T$ . Vypočtené hodnoty  $\varepsilon_T$  jsou výrazně menší než návrhové hodnoty deformace nosníku extenzometru bez uvažování kovové podložky tenzometru. Na vypočtených hodnotách  $\varepsilon_T$  je patrné, že efekt vyztužení nosníku tenzometrem (vedoucí ke snížení signálu) převládá nad vlivem zvětšení vzdálenosti měrné mřížky od neutrální osy (vedoucí ke zvětšení signálu).

Při porovnání s teoretickými hodnotami  $\varepsilon$  (návrhovými hodnotami deformace) (viz Tab. 6.2) získáme hodnotu chyby  $\varepsilon_T/\varepsilon$ , o kterou je nutné indikované hodnoty během experimentu korigovat. **Respektive zvětšit indikovanou hodnotu přetvoření během experimentu o velikost chyby  $\varepsilon_T/\varepsilon$  [%].**

Tab. 6.3: Hodnoty deformace nosníku s přivařenou podložkou tenzometru pro  $u = 5$  mm

| Extenzometr                                | P3          | P4           | P5           |
|--|-------------|--------------|--------------|
| $\varepsilon_T$ [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] | 476,20      | 424,35       | 414,98       |
| $\varepsilon_T/\varepsilon$ [%]            | <b>5,20</b> | <b>15,52</b> | <b>17,39</b> |

### 6.3.2 KOREKCE NA VLIV PŘIVAŘENÍ TENZOMETRU DLE TVARU „U“

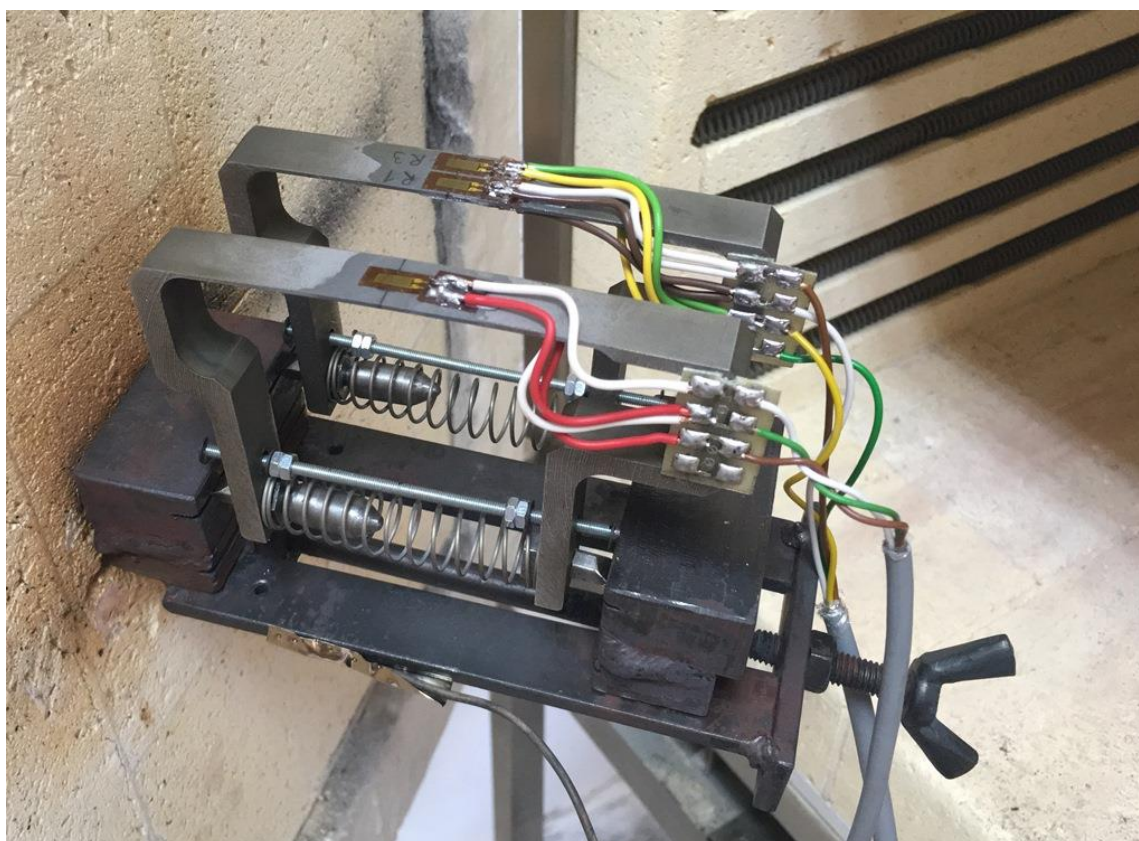
Dle metody MEBU, uvedené v článku [30], byla provedena kontrola na přivaření tenzometru ve tvaru „U“. Metoda spočívá v simulaci Monte Carlo, ve které je vytvořeno virtuální měřidlo na povrchu modelu kovové podložky. Simulace byla provedena pro tenzometry TML a MM–Vishay, které jsou na nosník navařeny dle vzoru „U“. Výsledky simulace prokázaly, že chyba v důsledku přivaření tvarem „U“ je zanedbatelná do hodnoty cca 1%. Respektive, že naměřená hodnota přetvoření je u tvaru „U“ o cca 1% menší než by měla být u tvaru „O“.

Na základě výše uvedené simulace bylo rozhodnuto, že u přivařovacích tenzometrů nebude naměřená **hodnota přetvoření již korigována**. Vzhledem k provedenému experimentu v článku [30] a jejich výsledkům, kdy autoři uvádí odchylku měřené hodnoty mezi tvarem „U“ a „O“ cca 13% se však dá předpokládat, že chyba v důsledku tvaru přivaření je již částečně zahrnuta v korekci na tvar a tloušťku kovové podložky.



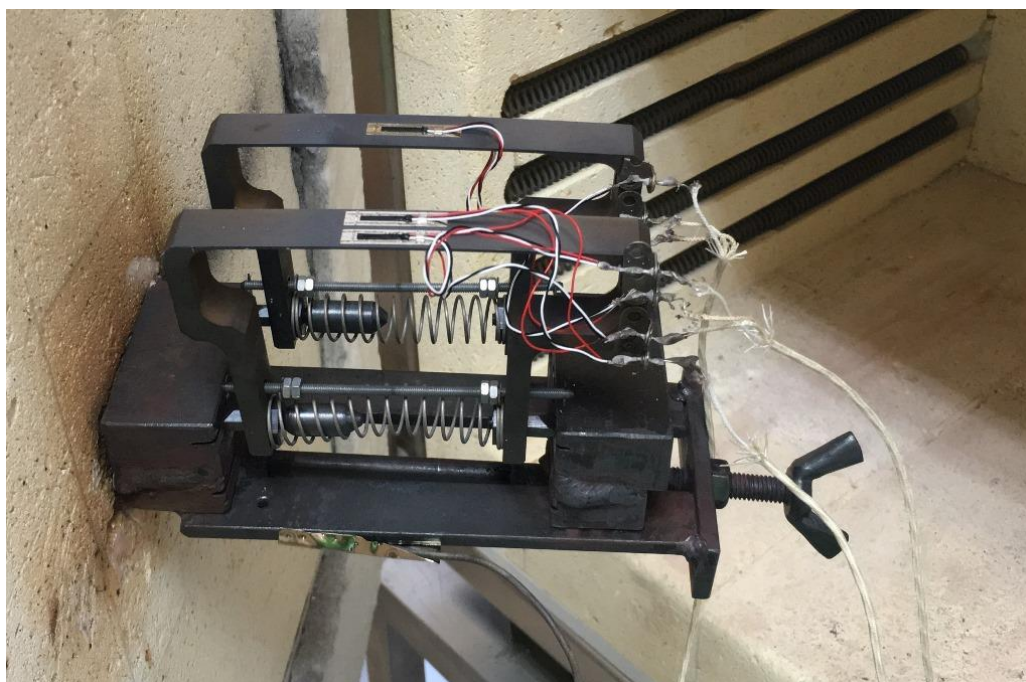
#### 6.4 POPIS EXTENZOMETRU (NOSÍKU) A EXPERIMENTÁLNÍHO ZAŘÍZENÍ

| P1  | P2  |
|---|---|
| <p>Výrobce: HBM<br/>           Typ: 1-LY11-6/120<br/>           Materiál mřížky: Konstantan<br/>           Odpor: <math>120 \Omega \pm 0,35\%</math><br/> <math>k</math>-faktor: <math>2.04 \pm 1\%</math><br/>           Příčná citlivost: <math>-0,1\%</math><br/>           Teplotní kompenzace: <math>\alpha = 10,8 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}</math><br/>           Teplotní rozsah: <math>-10</math> až <math>120^{\circ}\text{C}</math><br/>           Upevnění: lepidlo Z70<br/>           Zapojení do můstku: půlmost<br/>           Krycí prostředky: PU120<br/>           Kabel: do běžného prostředí<br/>           FOIL LOT: A413/16<br/>           PRODUCTION BATCH: 812072918</p> | <p>Výrobce: HBM<br/>           Typ: 1-LY11-6/350<br/>           Materiál mřížky: Konstantan<br/>           Odpor: <math>350 \Omega \pm 0,35\%</math><br/> <math>k</math>-faktor: <math>2.05 \pm 1\%</math><br/>           Příčná citlivost: <math>0,2\%</math><br/>           Teplotní kompenzace: <math>\alpha = 10,8 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}</math><br/>           Teplotní rozsah: <math>-10</math> až <math>120^{\circ}\text{C}</math><br/>           Upevnění: lepidlo Z70<br/>           Zapojení do můstku: celomost<br/>           Krycí prostředky: PU120<br/>           Kabel: do běžného prostředí<br/>           FOIL LOT: A417/39<br/>           PRODUCTION BATCH: 812072919</p> |

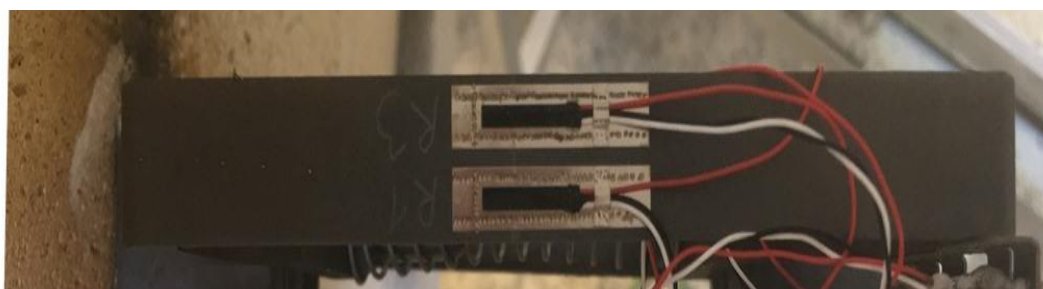


Obr. 6.6: Extenzometr P1 a P2 (HBM) umístěná v experimentálním zařízení (v peci)

| P3  | P4   |
|---|--|
| <p>Výrobce: TML<br/> Typ: AW – 6 – 350 – 11 – 01LT<br/> Materiál mřížky: Speciální slitina<br/> Odpor: <math>350 \pm 1 \Omega</math><br/> <math>k</math>-faktor: <math>2.05 \pm 2\%</math><br/> Příčná citlivost: -<br/> Teplotní kompenzace: <math>\alpha = 11 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}</math><br/> Teplotní rozsah: -196 až <math>300^\circ\text{C}</math><br/> Upevnění: přivařením<br/> Tloušťka kovové podložky: 0,08 mm<br/> Rozměry kovové podložky: 5 x 24 mm<br/> Zapojení do můstku: půlmost<br/> Krycí prostředky: bez<br/> Kabel: Vysokoteplotní<br/> LOT NO: S505212<br/> BATCH NO: KC23K</p> | <p>Výrobce: TML<br/> Typ: AW – 6 – 350 – 11 – 01LT<br/> Materiál mřížky: Speciální slitina<br/> Odpor: <math>350 \pm 1 \Omega</math><br/> <math>k</math>-faktor: <math>2.05 \pm 2\%</math><br/> Příčná citlivost: -<br/> Teplotní kompenzace: <math>\alpha = 11 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}</math><br/> Teplotní rozsah: -196 až <math>300^\circ\text{C}</math><br/> Upevnění: přivařením<br/> Tloušťka kovové podložky: 0,08 mm<br/> Rozměry kovové podložky: 5 x 24 mm<br/> Zapojení do můstku: celomost<br/> Krycí prostředky: bez<br/> Kabel: Vysokoteplotní<br/> LOT NO: S505212<br/> BATCH NO: KC23K</p> |

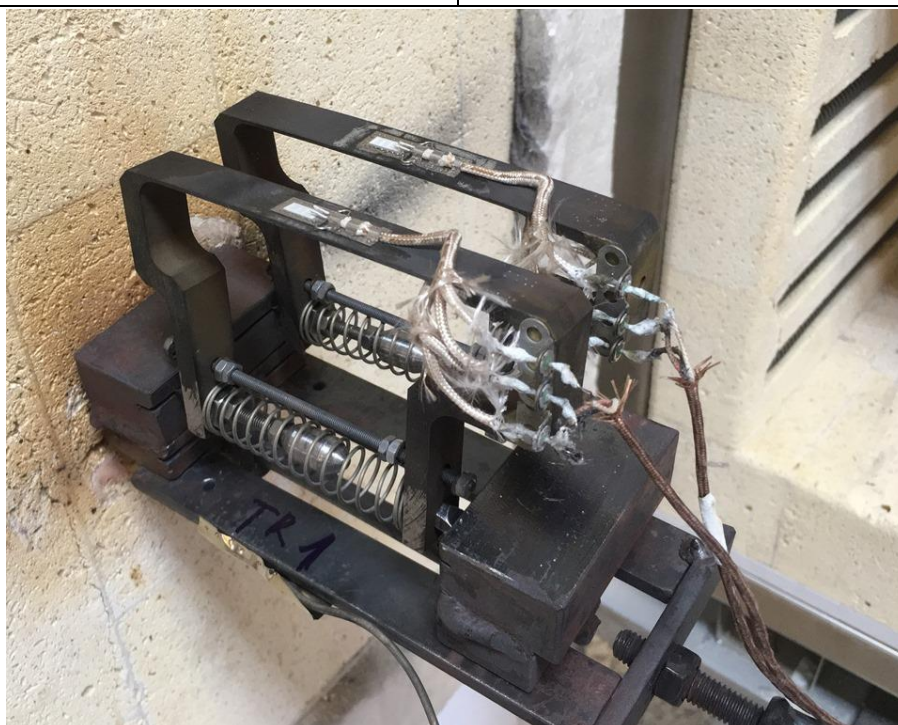


Obr. 6.7: Extenzometr P3 a P4 (TML) umístěná v experimentálním zařízení (v peci)



Obr. 6.8: Extenzometr P4 (TML) detail přivaření

| <b>P5</b>  |  |
|--|--|
| <p>Výrobce: MM – Vishay<br/> Typ: LZE – NC – W250G – 120/2F<br/> Materiál mřížky: Pt8W<br/> Odpor: 120<br/> k – faktor: 4<br/> Příčná citlivost: -<br/> Teplotní kompenzace: -<br/> Teplotní rozsah: až 649°C<br/> Upevnění: bodováním<br/> Tloušťka kovové podložky: 0,13 mm<br/> Rozměry kovové podložky: 7,62 x 25,4 mm<br/> Zapojení do můstku: půlmost<br/> Krycí prostředky: Gagekote 11<br/> Kabel: Vysokoteplotní -269°C/480°C<br/> LOT NUMBER: 1625357<br/> INVENTORY CODE: MMF300681</p> |  |



*Obr. 6.9: Extenzometr P5 (MM-Vishay) umístěná v experimentálním zařízení (v peci)*



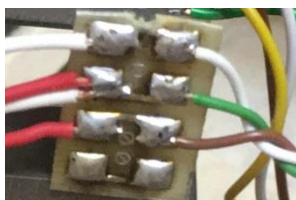
*Obr. 6.10: Extenzometr P5 (MM-Vishay) detail přivaření*

Popis a vlastnosti použitých kabelů je uveden v Tab. 6.4.

Tab. 6.4: Popis použitých kabelů

|                         |   |
|-------------------------|---|
| Do běžného prostředí    | Výrobce: Baude Kabel Technik<br>Typ: LiYCY<br>Teplotní rozsah: -30°C/90°C<br>Rozměry: 4 x 0,34<br>Materiál: Cu drát – stíněný                                 |
| Vysokoteplotní do 300°C | Výrobce: TML<br>Typ: 4FA – LT100<br>Teplotní rozsah: -269°C/300°C<br>Rozměry: 3 x 0,14<br>Materiál: PTFE – olověná izolace z fluorované pryskyřice            |
| Vysokoteplotní do 480°C | Výrobce: MM–Vishay<br>Typ: 326 GJF<br>Teplotní rozsah: -269°C/480°C<br>Rozměry: 3 x 0,404<br>Materiál: Pevná měď pokovená niklem – izolace ze skelného vlákna |

U snímače P1 a P2 (HBM) byla pro spojení mezi vodiči tenzometrů a kabelem použita svorkovnice HBM a spoje byly vytvořeny pájením za použití měkké pájky. U snímače P3, P4 a P5 (TML a MM–Vishay) byla pro spojení mezi vodiči tenzometrů a kabelem použita svorkovnice BLH typ: TB 900 s maximální teplotou použití 483°C. Pro vytvoření pevného pájeného spoje byla použita stříbrná pájecí pasta MM–Vishay typ: 1240-FPA.



Obr. 6.11: Svorkovnice HBM



Obr. 6.12: Svorkovnice BLH

Pro měření **teploty** byl použit plášťový **termočlánek typu K** (NiCr-Ni) s třídou přesnosti 1 ( $\pm 1,5^\circ\text{C}$ ) s teplotním rozsahem -40 až 1150°C. Výrobce HTH8 s.r.o. označení: MTC 11–6-3000-500-00 v. č. 16011312. Termočlánek má integrované kompenzační vedení a byl kalibrován firmou MAVIS Nový Bor kalibrační list KL 0141-16.

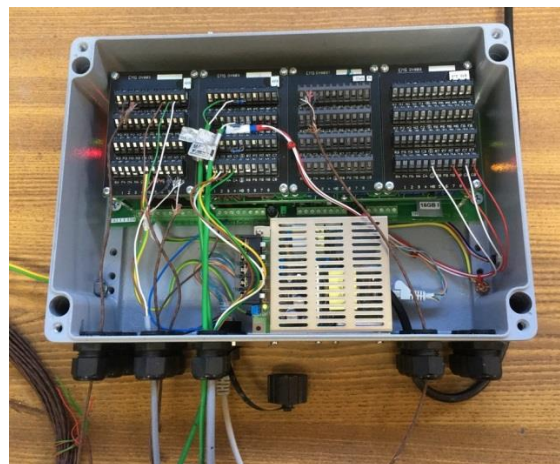
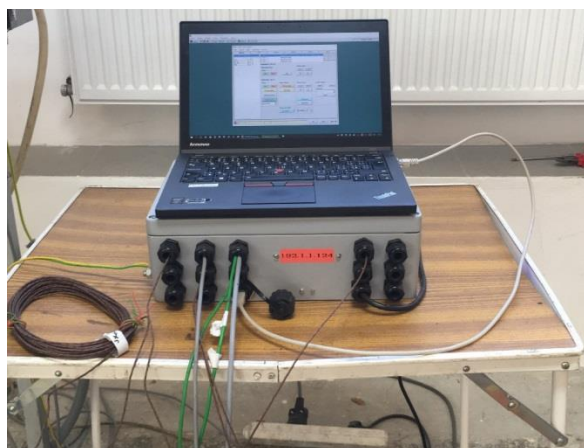
Jako záznamové zařízení byla použita měřicí ústředna EMS DV803. Záznamová frekvence během experimentů byla 1 Hz.

Pro vyvolání ohybu nosníku extenzometru byl vyroben kalibrační přípravek, který byl umístěn v peci. Přípravek umožňuje **rozevírání** (roztahování) a **smršťování** (stahování) snímače na definovanou polohu, která je měřena digitálním úchylkoměrem umístěným mimo pec. Přípravek se skládá z pevné a pohyblivé části, ve kterých jsou vytvořeny drážky pro uchycení snímače. Tento způsob uchycení umožňuje zafixování snímače tak, že během posuvu nevypadne a zároveň se celkově deformuje a do měřeného ohybu nevstupují parazitní složky (např. krut).

Pro měření polohy (stavu) snímače byl použit digitální úchylkoměr Mitutoyo – Digimatic – 543-490B (ID-C150XB, S.N. 15249713). Rozsah: 50,8 mm, Rozlišení: 0,001 mm, mezní chyba: 0,005 mm.



*Obr. 6.13: Pec LAC-L70S a regulátor HTH200*



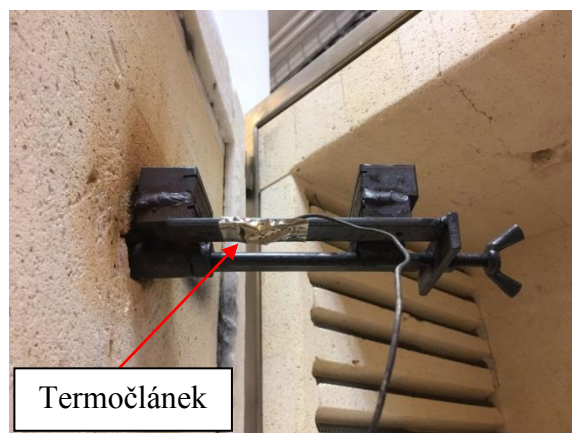
*Obr. 6.14: Měřicí ústředna EMS DV803 (záznamové zařízení)*



Obr. 6.15: Kalibrační přípravek (vnější část) a digitální úchylkoměr



Obr. 6.16: Kalibrační přípravek (vnitřní část)



Obr. 6.17: Kalibrační přípravek (vnitřní část) a termočlánek

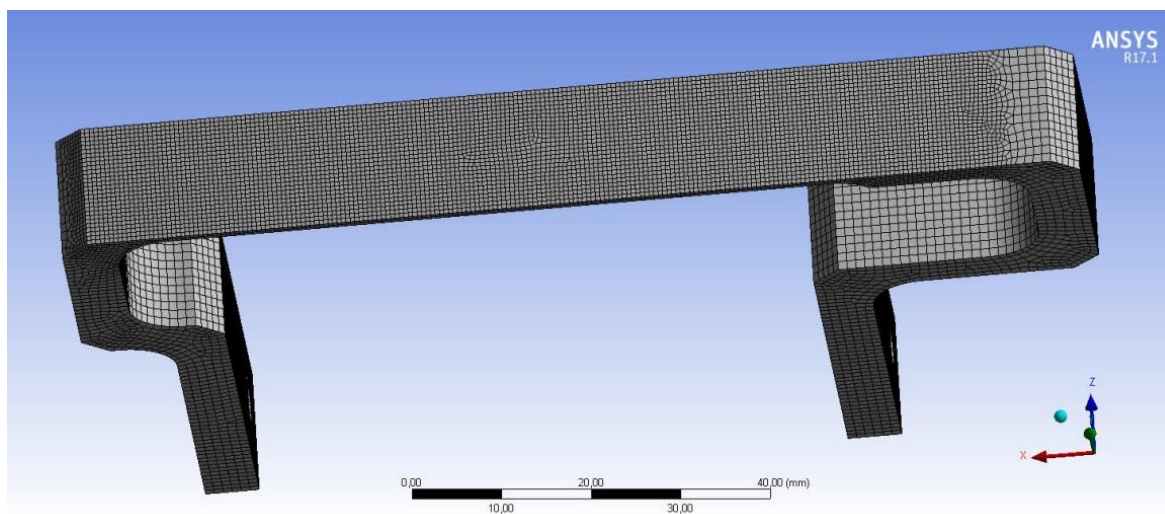
## 6.5 MKP VÝPOČET

Cílem MKP výpočtu je stanovení teoretického ohybového přetvoření  $\varepsilon_0$  a ohybového napětí  $\sigma_0$  v místě umístění tenzometrů pro zatížení snímače v rozsahu  $\pm 6,5$  mm pro teploty 20°C, 90°C a 290°C.

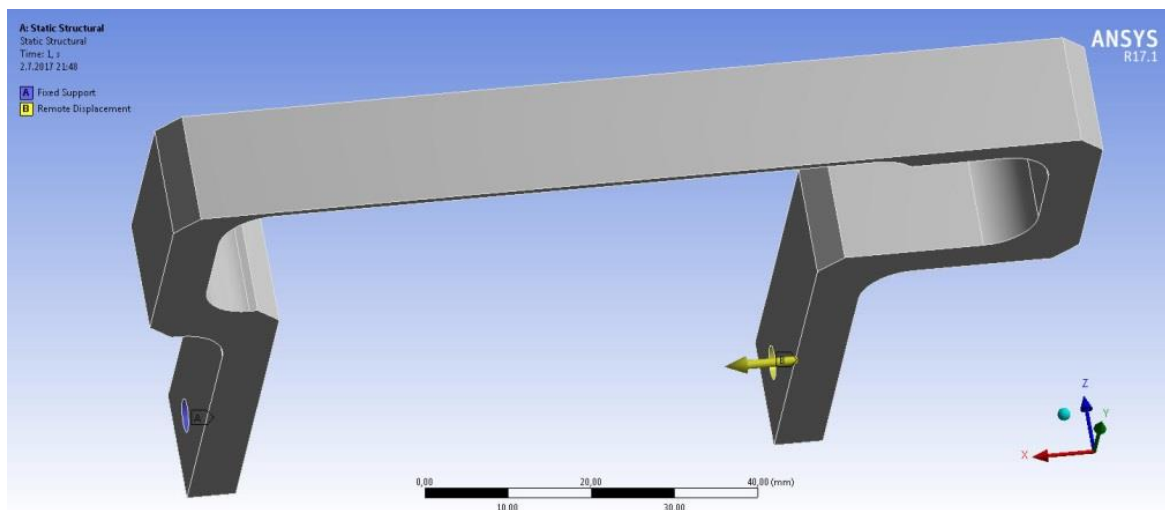
MKP výpočet byl proveden v prostředí Ansys Workbench 17.1. Použité materiálové vlastnosti jsou uvedeny v Tab. 6.5. Model extenzometru byl vytvořen dle výkresové dokumentace (viz Obr. 6.1 a Obr. 6.2) v DesingModeler jako **solid** (objemový) prvek. **Sít'** byla vytvořena na extenzometru pomocí algoritmu „**Hex Dominant**“ (**hexaedr**) a v místě umístění tenzometrů (nosníku) byla zjemněna, viz Obr. 6.18. Zatížení a vazby byly zadány tak, aby co nejvíce odpovídaly reálnému stavu experimentu. Celkem byly použity tři okrajové podmínky. Na jednom konci snímače bylo použito „**Fixed Support**“ (vetknutí), na druhém konci snímače bylo použito „**Remote Displacement**“ a pro teploty 90°C a 290°C byla použita vazba „**Thermal Condition**“ (teplotní zatížení).

Tab. 6.5: Použité materiálové vlastnosti [26]

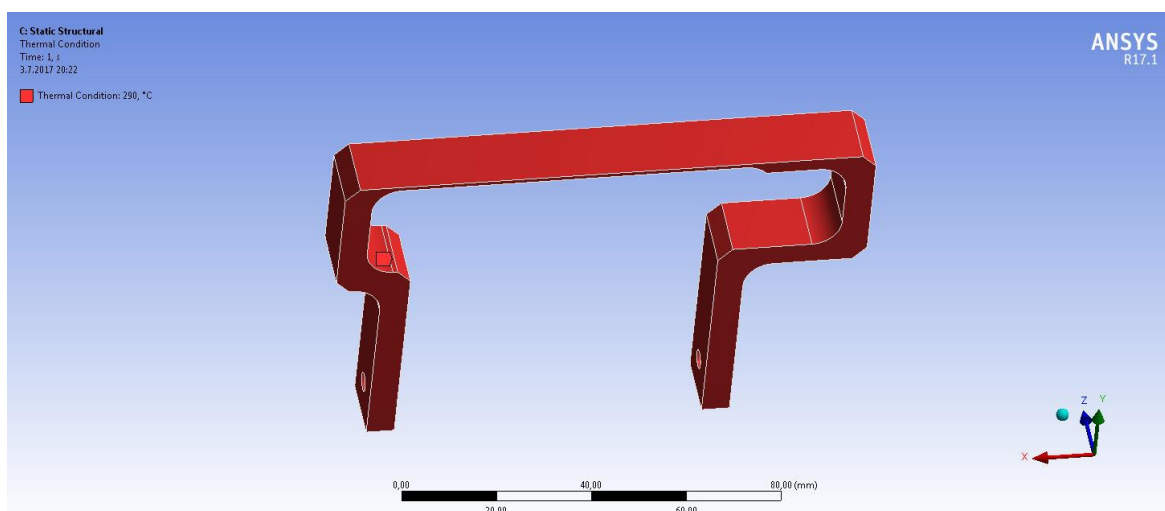
| T [°C] | E [ $10^5$ MPa] | $\mu$ [-] |
|--------|-----------------|-----------|
| 20     | 2,06            | 0,285     |
| 90     | 2,00            | 0,285     |
| 290    | 1,82            | 0,285     |



Obr. 6.18: Sít'



Obr. 6.19: Vazby a zatížení – Fixed support a Remote Displacement

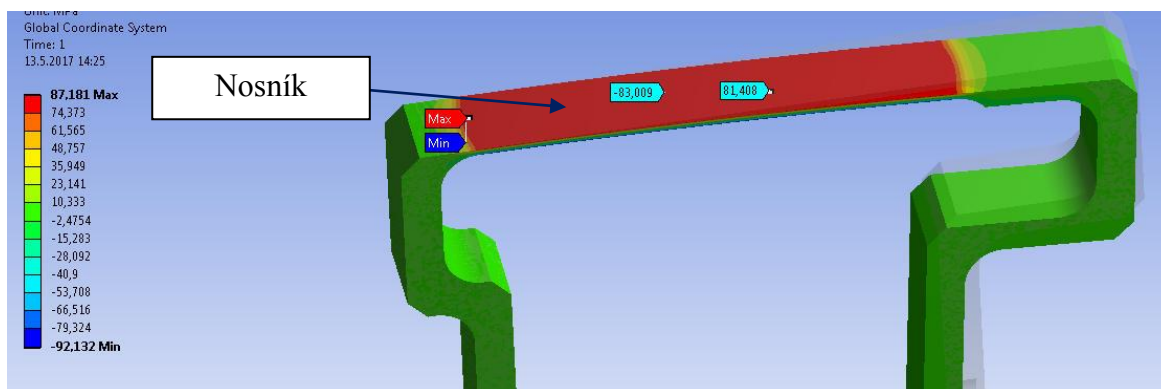


Obr. 6.20: Vazby a zatížení – Thermal Condition

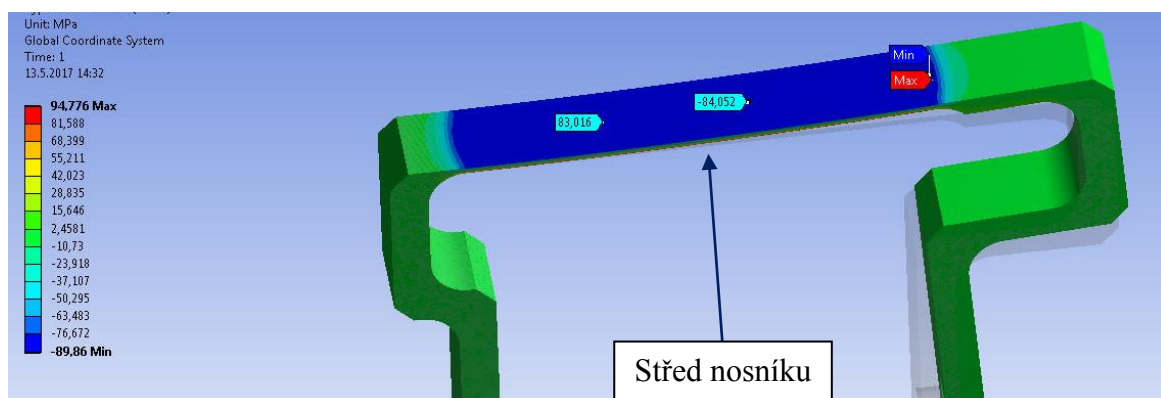
Vyhodnocení MKP výpočtu bylo provedeno na základě **přetvoření  $\epsilon$  a normálového napětí  $\sigma$** , což se v našem případě prakticky rovná ohybovému přetvoření  $\epsilon_o$  a ohybovému napětí  $\sigma_o$ , které je během experimentu měřeno tenzometry.

V Tab. P6.1 jsou uvedeny výsledky z MKP výpočtu  $\epsilon_o$  a  $\sigma_o$ . Během výpočtu bylo zjištěno, že při zatížení se na nosníku (ploše, kde jsou během experimentu umístěny tenzometry) vyskytuje i tahová složka přetvoření  $\epsilon_N$ . Nicméně tato složka není do MKP výpočtu zahrnuta, a to z důvodu, že během experimentu tenzometr měří pouze ohyb  $\epsilon_o$ . Vypočtené ohybové přetvoření  $\epsilon_o$  a napětí  $\sigma_o$  je na nosníku přibližně konstantní a je symetrické ve všech osách od středu nosníku, viz Obr. 6.21 a Obr. 6.22. Při teplotním zatížení 90°C a 290°C se vyskytuje při nulovém zatížení ohybové přetvoření  $\epsilon_o$  (napětí  $\sigma_o$ ). Z vypočtených hodnot  $\epsilon_o$  a  $\sigma_o$  je patrné, že jsou v rozsahu zatížení (0 → 6) mm a (0 → -6) mm konstantní a lineární.





Obr. 6.21: MKP výpočet  $\sigma_o$  pro  $L = +4 \text{ mm}$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$



Obr. 6.22: MKP výpočet  $\sigma_o$  pro  $L = -4 \text{ mm}$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$

## 6.6 VÝSLEDKY EXPERIMENTU

V rámci provedeného experimentu byly zpracovány naměřené hodnoty přetvoření z pěti snímačů, kde se na snímačích P1 až P5 prováděly experimenty při pokojové teplotě  $T = 20^\circ\text{C}$  a zvýšené teplotě  $T = 90^\circ\text{C}$  a na snímačích P3, P4 a P5 se navíc prováděly experimenty při vysoké teplotě  $T = 290^\circ\text{C}$ . Naměřené hodnoty ohybového přetvoření  $\varepsilon_o$  v  $\mu\text{V/V}$  byly dle příslušných *k-faktorů* přepočteny na hodnoty přetvoření v  $\mu\text{m/m}$ . Dále bylo z měřeného ohybového přetvoření  $\varepsilon_o$  dle Hookova zákona stanoveno (viz vztah 4.1) ohybové napětí  $\sigma_o$ . Použité materiálové vlastnosti jsou uvedeny v Tab. 6.5.

**Extenzometry, tak jako tenzometry, jsou relativní snímače.** To znamená, že nulová hodnota snímače (tenzometrů) je dána uživatelem. Každý měřicí člen (tenzometr) je po nalepení nebo navaření v jiném výchozím stavu. Nulování extenzometru proběhlo vždy před měřeními (kalibrací) pro  $T = 20^\circ\text{C}$ , nebo před spuštěním pece pro  $T = 90^\circ\text{C}$  a  $T = 290^\circ\text{C}$ .

Před samotnou kalibrací proběhlo **teplotní cyklování snímačů v peci** za účelem stabilizace (použitých tenzometrů) a stanovení parazitních vlivů (zdanlivého přetvoření  $\varepsilon_{app}$ ) vznikajících při zvýšených a vysokých teplotách. Během experimentů bylo prokázáno, že pro ustálení hodnoty zdanlivého přetvoření  $\varepsilon_{app}$ , respektive závislosti  $\varepsilon_{app}$  na teplotě, je nutné provést alespoň **tři teplotní cykly (viz příloha 5 graf P5.1)**. Náhřev v peci na požadovanou teplotu probíhal řízeně, a to přibližně  $1^\circ\text{C}$  za 2 minuty. Chladnutí probíhalo samovolně a nepřekročilo zmíněný  $1^\circ\text{C}$  za 2 minuty. Při vyšších teplotách bylo chladnutí rychlejší a se snižující se teplotou klesalo. Hodnota  $1^\circ\text{C}$  za 2 minuty byla určena experimentálně tak, aby se

všechny části snímače a zejména tenzometry prohřály přibližně rovnoměrně. Výrobci vysokoteplotních tenzometrů uvádí pro jednotlivé typy a šarže tenzometrů závislost  $\varepsilon_{app}$  na teplotě. Nicméně tenzometry byly během experimentu zapojeny do můstku tak, že je kompenzován vliv teplotní roztažnosti a vliv tahové složky, viz Obr. 3.5, zapojení č. 4 pro půlmůstky a zapojení č. 8 pro celomosty. Experimenty s počtem teplotních cyklů jsou zmíněny také v zahraniční literatuře, zejména firma TML prováděla experimenty za tímto účelem.

Výsledné ohybové přetvoření  $\varepsilon_o$  bylo při teplotě  $T = 90^\circ\text{C}$  a  $T = 290^\circ\text{C}$  stanoveno na základě vztahu 6.14, kde  $\varepsilon_{mer}$  je hodnota indikovaná na měřicí aparatuře a  $\varepsilon_{app}$  je zdánlivé přetvoření.

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{mer} - \varepsilon_{app} \quad [\mu V/V] \quad 6.14$$

Zvolená znaménková konvence je pro snímače extenzometry následující:

- + značí stahování (smršťování) snímače
- - značí roztahování (rozevírání) snímače

Výsledky kalibrace snímače byly zpracovány jako **závislost ohybového přetvoření  $\varepsilon_o$  (napětí  $\sigma_o$ ) na dráze (zatížení) L**. Postup kalibrace byl pro všechny snímače totožný. Stahování a roztahování snímače proběhlo v rozsahu  $\pm 6,5$  mm ( $\pm 6$  mm) vždy v šesti **krocích**, kdy jeden krok byl v intervalu přibližně 1 mm až 1,5 mm. Nejprve proběhlo stahování ( $0 \rightarrow 6,5$ ) mm a ( $6,5 \rightarrow 0$ ) mm a potom roztahování ( $0 \rightarrow -6,5$ ) mm a ( $-6,5 \rightarrow 0$ ) mm.

Naměřené hodnoty po korekci jsou uvedeny v Tab. P6.2 až v Tab. P6.6

Tab. 6.6: Použité hodnoty  $k$  – faktorů

| T [°C]     | 20              | 90   | 290  |
|------------|-----------------|------|------|
| Snímač     | $k$ -faktor [-] |      |      |
| P1 – HBM_P | 2,04            | 2,04 | -    |
| P2 - HBM_C | 2,05            | 2,05 | -    |
| P3 - TML_P | 2,05            | 2,03 | 1,96 |
| P4 - TML_C | 2,05            | 2,03 | 1,96 |
| P5 - MM_P  | 4,00            | 4,00 | 4,00 |

## 6.7 STANOVENÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ

Nejistota měření ohybového přetvoření  $U_{\varepsilon_0}$  a napětí  $U_{\sigma_0}$  byla stanovena dle metody GUF a pro ohybové napětí  $U_{\sigma_0}$  dle metody MMC. Výsledky výpočtu rozšířené nejistoty jsou uvedeny v Tab. 6.7 až Tab. 6.9. Vzhledem k množství naměřených dat byla nejistota měření stanovena pro zatížení  $L = \pm 5$  mm, a to pro všechny snímače (P1 až P5) a teplotní stavy ( $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $T = 90^\circ\text{C}$  a  $T = 290^\circ\text{C}$ ). Detailní rozbor výpočtu nejistoty měření dle metody GUF a MMC byl proveden pro:

- 1) P1 – HBM\_P,  $T = 20^\circ\text{C}$  (Tab. 6.10 až Tab. 6.13 a Graf 6.1 až Graf 6.4),
- 2) P4 – TML\_C,  $T = 90^\circ\text{C}$  (Tab. 6.14 až Tab. 6.17 a Graf 6.5 až Graf 6.8),
- 3) P5 – MM\_P,  $T = 290^\circ\text{C}$  (Tab. 6.18 až Tab. 6.21 a Graf 6.9 až Graf 6.12).

Nejistota ohybového přetvoření  $U_{\varepsilon_0}$  je dána výběrem **13 zdrojů dílčích nejistot** uvedených na Obr. 5.2. Velikosti jednotlivých chyb a jejich rozdělení byly určeny dle informací uvedených v kapitole 5.2, respektive v Tab. 5.4.

Nejistota ohybového napětí  $U_{\sigma_0}$  tvoří dva zdroje dílčí nejistoty. **Nejistota ohybového přetvoření  $U_{\varepsilon_0}$  a nejistota modulu pružnosti  $u_E$** . Chyba modulu pružnosti  $\delta_E$  byla pro všechny výpočty stanovena na 10% a uvažujeme rovnoměrné rozdělení. U nejistoty ohybového přetvoření  $u_{\varepsilon_0}$  uvažujeme výsledné rozdělení normální, ačkoliv se dá předpokládat, že bude nabývat mírně odlišného tvaru.

Tab. 6.7: Stanovené hodnoty nejistoty měření pro 95,45% interval pokrytí,  $T = 20^\circ\text{C}$

|                   | $U_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] | $U_{\varepsilon_0}$ [MPa] | $U_{\sigma_0}$ [MPa] +L      | $U_{\sigma_0}$ [MPa] -L      |
|-------------------|--|---------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <b>P1 - HBM_P</b> | $\pm 20,44$                                    | $\pm 13,94$               | $[-12,04 ; 12,07]_{95,45\%}$ | $[-12,08 ; 11,96]_{95,45\%}$ |
| <b>P2 - HBM_C</b> | $\pm 19,47$                                    | $\pm 16,73$               | $[-12,03 ; 12,09]_{95,45\%}$ | $[-11,82 ; 11,74]_{95,45\%}$ |
| <b>P3 - TML_P</b> | $\pm 31,81$                                    | $\pm 14,35$               | $[-12,99 ; 13,07]_{95,45\%}$ | $[-13,22 ; 13,01]_{95,45\%}$ |
| <b>P4 - TML_C</b> | $\pm 49,80$                                    | $\pm 15,79$               | $[-14,78 ; 15,09]_{95,45\%}$ | $[-15,19 ; 14,63]_{95,45\%}$ |
| <b>P5 - MM_P</b>  | $\pm 39,05$                                    | $\pm 13,83$               | $[-12,84 ; 13,10]_{95,45\%}$ | $[-12,91 ; 12,31]_{95,45\%}$ |

Tab. 6.8: Stanovené hodnoty nejistoty měření pro 95,45% interval pokrytí,  $T = 90^\circ\text{C}$

|                   | $U_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] | $U_{\varepsilon_0}$ [MPa] | $U_{\sigma_0}$ [MPa] +L      | $U_{\sigma_0}$ [MPa] -L      |
|-------------------|--|---------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <b>P1 - HBM_P</b> | $\pm 22,30$                                    | $\pm 13,95$               | $[-12,13 ; 12,21]_{95,45\%}$ | $[-11,96 ; 11,86]_{95,45\%}$ |
| <b>P2 - HBM_C</b> | $\pm 21,75$                                    | $\pm 16,85$               | $[-12,04 ; 12,01]_{95,45\%}$ | $[-12,12 ; 12,01]_{95,45\%}$ |
| <b>P3 - TML_P</b> | $\pm 33,52$                                    | $\pm 14,62$               | $[-13,42 ; 13,31]_{95,45\%}$ | $[-13,55 ; 13,33]_{95,45\%}$ |
| <b>P4 - TML_C</b> | $\pm 50,55$                                    | $\pm 15,99$               | $[-14,87 ; 15,18]_{95,45\%}$ | $[-15,22 ; 14,88]_{95,45\%}$ |
| <b>P5 - MM_P</b>  | $\pm 40,19$                                    | $\pm 14,10$               | $[-12,09 ; 13,31]_{95,45\%}$ | $[-13,26 ; 13,18]_{95,45\%}$ |

Tab. 6.9: Stanovené hodnoty nejistoty měření  $U$  pro 95,45% interval pokrytí,  $T = 290^\circ\text{C}$

|                   | $U_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ] | $U_{\varepsilon_0}$ [MPa] | $U_{\sigma_0}$ [MPa] +L      | $U_{\sigma_0}$ [MPa] -L      |
|-------------------|--|---------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <b>P3 - TML_P</b> | $\pm 35,07$                                    | $\pm 15,18$               | $[-13,31 ; 13,63]_{95,45\%}$ | $[-13,80 ; 13,58]_{95,45\%}$ |
| <b>P4 - TML_C</b> | $\pm 51,43$                                    | $\pm 16,43$               | $[-14,63 ; 15,17]_{95,45\%}$ | $[-15,04 ; 14,63]_{95,45\%}$ |
| <b>P5 - MM_P</b>  | $\pm 41,32$                                    | $\pm 14,24$               | $[-13,25 ; 13,21]_{95,45\%}$ | $[-12,78 ; 12,53]_{95,45\%}$ |

## VÝPOČET NEJISTOTY DLE METODY GUF A MMC PRO P1 – HBM\_P, T = 20°C, L = ±5 MM

### 1) Metoda GUF - $\varepsilon_0$

Tab. 6.10: Bilanční tabulka nejistoty  $u_{\varepsilon-B_4}$

| Zdroj nejistoty  | Odhad hodnoty         | Typ rozdělení | Standardní nejistota | Citlivostní koeficient | Příspěvek standardní nejistoty [ $\mu\text{m/m}$ ] |
|--|-----------------------|---------------|----------------------|------------------------|--|
| <i>k-faktor</i>  | 0,02                  | Rovnoměrné    | 0,01                 | -274 $\mu\text{V/V}$   | -3,23  |
| Měřicí jednotka  | 12,00 $\mu\text{V/V}$ | Rovnoměrné    | 6,93 $\mu\text{V/V}$ | 0,98                   | 6,79   |
| Celková standardní nejistota $u_{\varepsilon-B_4}$ [ $\mu\text{m/m}$ ] |                       |               |                      |                        | 7,52   |

Tab. 6.11: Bilanční tabulka nejistoty měření  $\varepsilon_0$

| Zdroj nejistoty  | Odhad hodnoty    | Typ rozdělení  | Příspěvek standardní nejistoty [ $\mu\text{m/m}$ ] |
|--|------------------|----------------|--|
| Příčná citlivost   | $\delta_Q$ 0,00  | Normální       | 0,00   |
| Přípevnění - lepidlo   | $\delta_L$ -     | -              | 2,00   |
| Přípevnění – geometrie   | $\delta_G$ 4,00  | Normální       | 1,33   |
| Přípevnění - povrch  | $\delta_D$ 2,00  | Rovnoměrné     | 1,15   |
| Můstek – zapojení  | $\delta_B$ -     | -              | 7,52   |
| Krycí prostředky   | $\delta_O$ 2,00  | Rovnoměrné     | 1,15   |
| Kabeláž  | $\delta_C$ 5,00  | Normální       | 1,67   |
| Teplota  | $\delta_T$ 9,00  | Trojúhelníkové | 3,67   |
| Zdánlivé přetvoření  | $\delta_P$ -     | -              | -  |
| Zakřivení (tloušťka)   | $\delta_Z$ 11,18 | Normální       | 3,73   |
| Creep  | $\delta_V$ 0,03  | Rovnoměrné     | 0,02   |
| Hystereze  | $\delta_H$ 3,00  | Normální       | 1,00   |
| Počet cyklů  | $\delta_U$ 5,00  | Rovnoměrné     | 2,89   |
| Celková standardní nejistota $u_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m/m}$ ]           |                  |                | <b>±10,22</b>                                      |
| Celková standardní rozšířená nejistota $U_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m/m}$ ] |                  |                | <b>±20,44</b>                                      |

### 2) Metoda GUF - $\sigma_0$

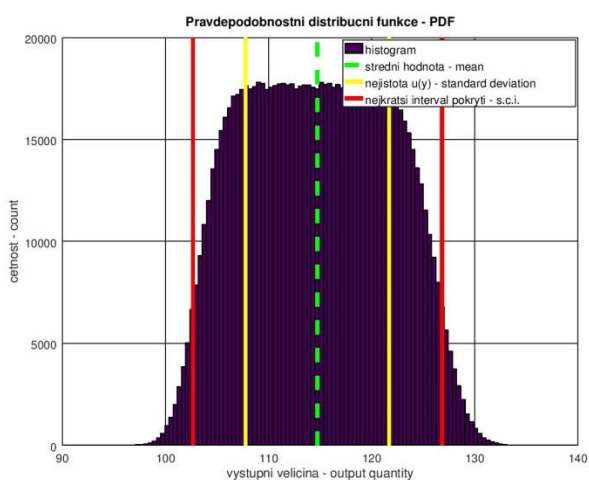
Tab. 6.12: Bilanční tabulka nejistoty měření  $\sigma_0$

| Zdroj nejistoty   | Odhad hodnoty | Typ rozdělení | Standardní nejistota  | Citlivostní koeficient | Příspěvek ke standardní nejistotě [MPa] |
|---|---------------|---------------|-----------------------|------------------------|---|
| $\varepsilon_0$   | -             | Normální      | 10,22 $\mu\text{m/m}$ | 206 000 MPa            | 2,11                                    |
| E   | 10%           | Rovnoměrné    | 11 893 MPa            | 559 $\mu\text{m/m}$    | 6,65                                    |
| Celková standardní nejistota $u_{\sigma_0}$ [MPa]           |               |               |                       |                        | <b>±6,97</b>                            |
| Celková standardní rozšířená nejistota $U_{\sigma_0}$ [MPa] |               |               |                       |                        | <b>±13,94</b>                           |

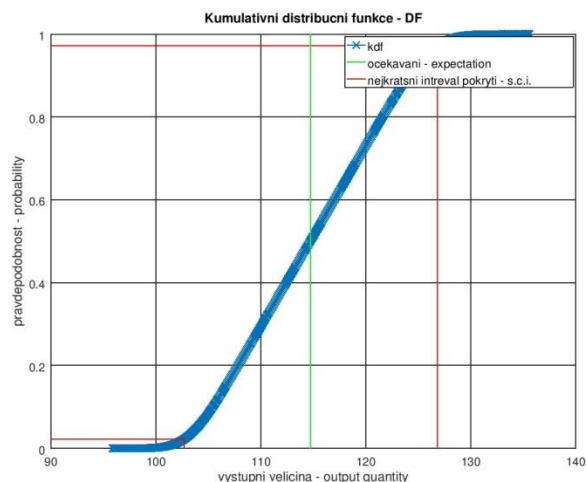
3) MMC -  $\sigma_0$

Tab. 6.13: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC

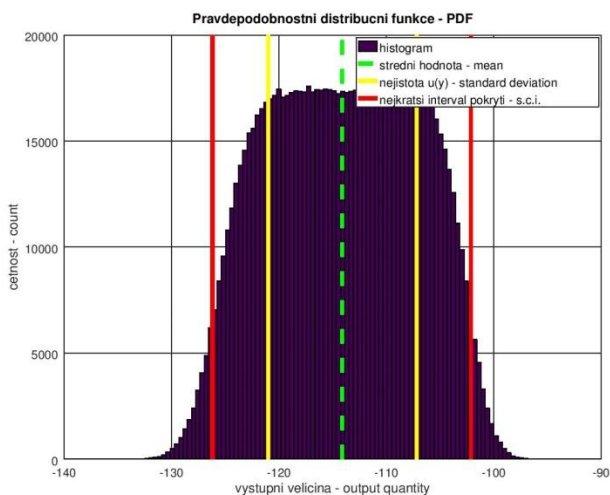
|   | L                 | 5 mm             | -5 mm            |
|---|-------------------|------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 114,74 MPa       | -114,10 MPa      |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 6,95 MPa         | 6,92 MPa         |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 102,70 MPa       | -126,18 MPa      |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní     | y <sub>high</sub> | 126,81 MPa       | -102,14 MPa      |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 24,11 MPa        | 24,04 MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-12,04 ; 12,07] | [-12,08 ; 11,96] |



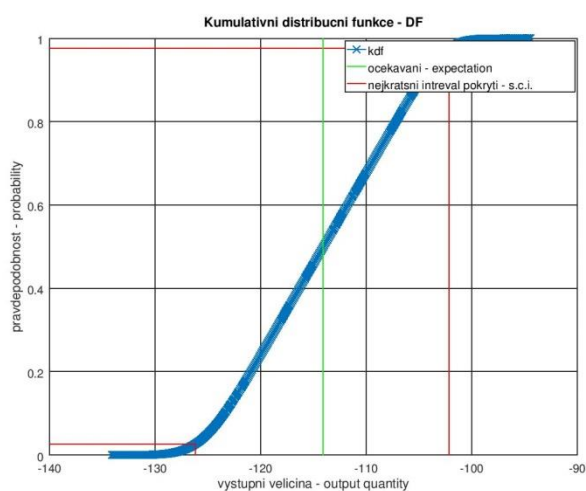
Graf 6.1: Fce. hustoty pravděpodobnosti L = 5 mm



Graf 6.2: Kumulativní distribuční fce. L = 5 mm



Graf 6.3: Fce. hustoty pravděpodobnosti L = -5 mm



Graf 6.4: Kumulativní distribuční fce. L = -5 mm

## VÝPOČET NEJISTOTY DLE METODY GUF A MMC PRO P4 – TML\_C, T = 90°C, L = ±5 MM

### 1) Metoda GUF - $\varepsilon_0$

Tab. 6.14: Bilanční tabulka nejistoty  $u_{\varepsilon-B_4}$

| Zdroj nejistoty  | Odhad hodnoty         | Typ rozdělení | Standardní nejistota | Citlivostní koeficient | Příspěvek standardní nejistoty [ $\mu\text{m/m}$ ] |
|--|-----------------------|---------------|----------------------|------------------------|--|
| <i>k</i> -faktor<br><i>k</i> -faktor (teplota)                         | 0,02                  | Rovnoměrné    | 0,02                 | -251 $\mu\text{V/V}$   | -6,18  |
| Měřicí jednotka  | 12,00 $\mu\text{V/V}$ | Rovnoměrné    | 6,93 $\mu\text{V/V}$ | 0,49                   | 3,41   |
| Celková standardní nejistota $u_{\varepsilon-B_4}$ [ $\mu\text{m/m}$ ] |                       |               |                      |                        | 7,06   |

Tab. 6.15: Bilanční tabulka nejistoty měření  $\varepsilon_0$

| Zdroj nejistoty  | Odhad hodnoty    | Typ rozdělení  | Příspěvek standardní nejistoty [ $\mu\text{m/m}$ ] |
|--|------------------|----------------|--|
| Příčná citlivost   | $\delta_Q$ 0,08  | Normální       | 0,03   |
| Přípevnění - přivaření   | $\delta_L$ 40,00 | Rovnoměrné     | 23,09  |
| Přípevnění – geometrie   | $\delta_G$ 2,00  | Normální       | 0,67   |
| Přípevnění - povrch  | $\delta_D$ -     | -              | -  |
| Můstek – zapojení  | $\delta_B$ -     | -              | 7,06   |
| Krycí prostředky   | $\delta_O$ -     | -              | -  |
| Kabeláž  | $\delta_C$ 9,00  | Normální       | 3,00   |
| Teplota  | $\delta_T$ -     | -              | -  |
| Zdánlivé přetvoření  | $\delta_P$ 7,50  | Trojúhelníkové | 3,06   |
| Zakřivení (tloušťka)   | $\delta_Z$ 10,20 | Normální       | 3,40   |
| Creep  | $\delta_V$ 0,25  | Rovnoměrné     | 0,15   |
| Hystereze  | $\delta_H$ 6,00  | Normální       | 2,00   |
| Počet cyklů  | $\delta_U$ 8,00  | Rovnoměrné     | 4,62   |
| Celková standardní nejistota $u_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m/m}$ ]           |                  |                | <b>±25,28</b>                                      |
| Celková standardní rozšířená nejistota $U_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m/m}$ ] |                  |                | <b>±50,55</b>                                      |

### 2) Metoda GUF - $\sigma_0$

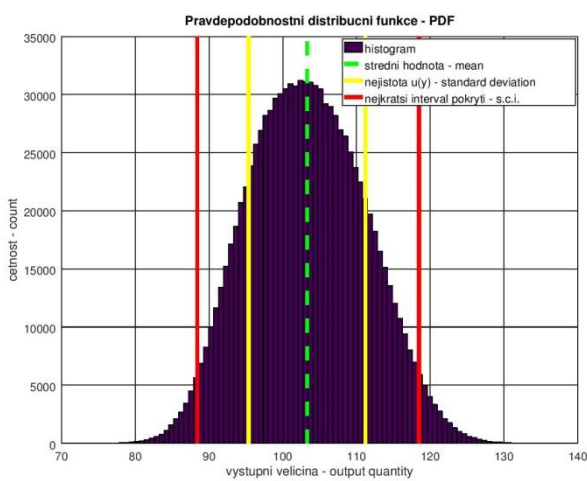
Tab. 6.16: Bilanční tabulka nejistoty měření  $\sigma_0$

| Zdroj nejistoty   | Odhad hodnoty | Typ rozdělení | Standardní nejistota  | Citlivostní koeficient | Příspěvek ke standardní nejistotě [MPa] |
|---|---------------|---------------|-----------------------|------------------------|---|
| $\varepsilon_0$   | -             | Normální      | 25,28 $\mu\text{m/m}$ | 206 000 MPa            | 5,21                                    |
| E   | 10%           | Rovnoměrné    | 11 893 MPa            | 510 $\mu\text{m/m}$    | 6,06                                    |
| Celková standardní nejistota $u_{\sigma_0}$ [MPa]           |               |               |                       |                        | <b>±7,99</b>                            |
| Celková standardní rozšířená nejistota $U_{\sigma_0}$ [MPa] |               |               |                       |                        | <b>±15,99</b>                           |

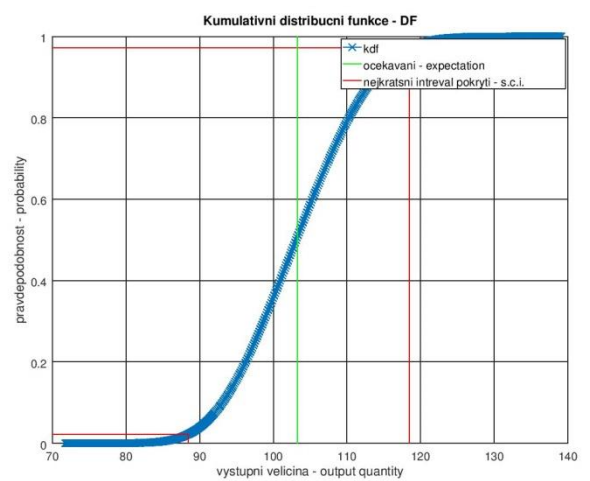
3) MMC -  $\sigma_0$

Tab. 6.17: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC

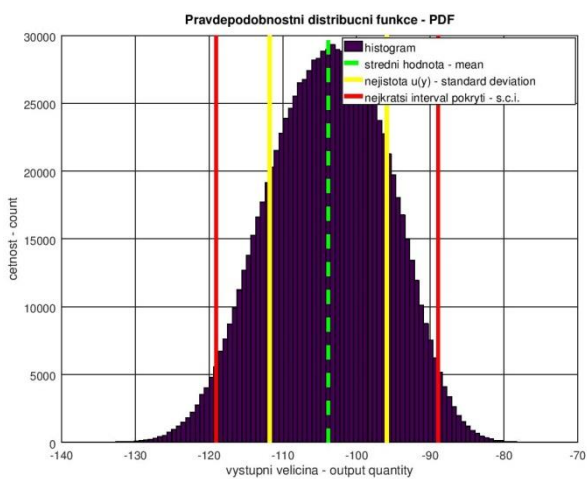
|   | L                 | 5 mm             | -5 mm            |
|---|-------------------|------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 103,29 MPa       | -103,83 MPa      |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 7,91 MPa         | 7,94 MPa         |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 88,42 MPa        | -119,05 MPa      |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní     | y <sub>high</sub> | 118,47 MPa       | -88,95 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 30,05 MPa        | 30,15 MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-14,87 ; 15,18] | [-15,22 ; 14,88] |



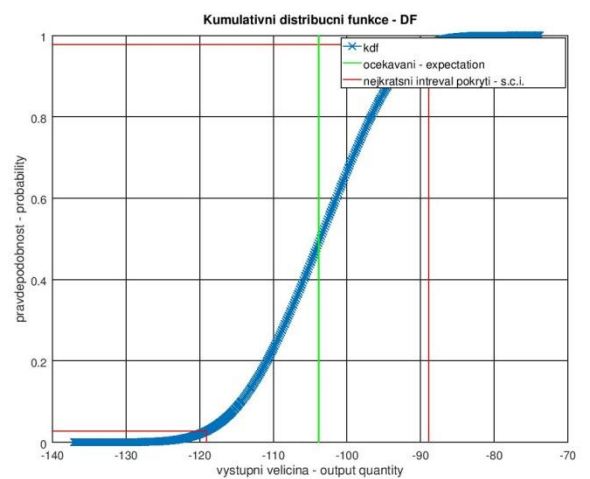
Graf 6.5: Fce. hustoty pravděpodobnosti L = 5 mm



Graf 6.6: Kumulativní distribuční fce. L = 5 mm



Graf 6.7: Fce. hustoty pravděpodobnosti L = -5 mm



Graf 6.8: Kumulativní distribuční fce. L = -5 mm

## VÝPOČET NEJISTOTY DLE METODY GUF A MMC PRO P5 – MM\_P, T = 290°C, L = ±5 MM

### 1) Metoda GUF - $\varepsilon_0$

Tab. 6.18: Bilanční tabulka nejistoty  $u_{\varepsilon-B,4}$

| Zdroj nejistoty  | Odhad hodnoty         | Typ rozdělení | Standardní nejistota | Citlivostní koeficient | Příspěvek standardní nejistoty [ $\mu\text{m/m}$ ] |
|--|-----------------------|---------------|----------------------|------------------------|--|
| <i>k-faktor</i><br><i>k-faktor (teplota)</i>                           | 0,20                  | Rovnoměrné    | 0,12                 | -120 $\mu\text{V/V}$   | -13,86   |
| Měřicí jednotka  | 12,00 $\mu\text{V/V}$ | Rovnoměrné    | 6,93 $\mu\text{V/V}$ | 0,50                   | 3,46   |
| Celková standardní nejistota $u_{\varepsilon-B,4}$ [ $\mu\text{m/m}$ ] |                       |               |                      |                        | 14,28  |

Tab. 6.19: Bilanční tabulka nejistoty měření  $\varepsilon_0$

| Zdroj nejistoty  | Odhad hodnoty    | Typ rozdělení  | Příspěvek standardní nejistoty [ $\mu\text{m/m}$ ] |
|--|------------------|----------------|--|
| Příčná citlivost   | $\delta_Q$ 0,37  | Normální       | 0,12   |
| Přípevnění - přivaření   | $\delta_L$ 20,00 | Rovnoměrné     | 11,55  |
| Přípevnění – geometrie   | $\delta_G$ 1,00  | Normální       | 0,58   |
| Přípevnění - povrch  | $\delta_D$ -     | -              | -  |
| Můstek – zapojení  | $\delta_B$ -     | -              | 14,28  |
| Krycí prostředky   | $\delta_O$ -     | -              | -  |
| Kabeláž  | $\delta_C$ 15,00 | Normální       | 5,00   |
| Teplota  | $\delta_T$ -     | -              | -  |
| Zdánlivé přetvoření  | $\delta_P$ 10,00 | Trojúhelníkové | 4,08   |
| Zakřivení (tloušťka)   | $\delta_Z$ 9,60  | Normální       | 3,20   |
| Creep  | $\delta_V$ 2,40  | Rovnoměrné     | 1,39   |
| Hystereze  | $\delta_H$ 3,00  | Normální       | 1,00   |
| Počet cyklů  | $\delta_U$ 10,00 | Rovnoměrné     | 5,77   |
| Celková standardní nejistota $u_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m/m}$ ]           |                  |                | <b>±20,66</b>                                      |
| Celková standardní rozšířená nejistota $U_{\varepsilon_0}$ [ $\mu\text{m/m}$ ] |                  |                | <b>±41,32</b>                                      |

### 2) Metoda GUF - $\sigma_0$

Tab. 6.20: Bilanční tabulka nejistoty měření  $\sigma_0$

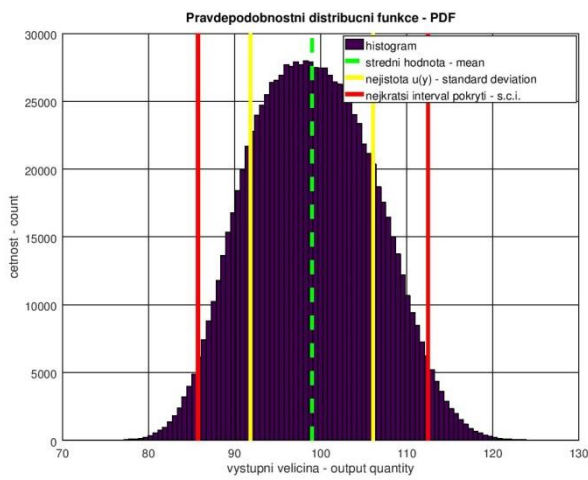
| Zdroj nejistoty   | Odhad hodnoty | Typ rozdělení | Standardní nejistota  | Citlivostní koeficient | Příspěvek ke standardní nejistotě [MPa] |
|---|---------------|---------------|-----------------------|------------------------|---|
| $\varepsilon_0$   | -             | Normální      | 20,66 $\mu\text{m/m}$ | 206 000 MPa            | 4,26                                    |
| E   | 10%           | Rovnoměrné    | 11 893 MPa            | 480 $\mu\text{m/m}$    | 5,71                                    |
| Celková standardní nejistota $u_{\sigma_0}$ [MPa]           |               |               |                       |                        | <b>±7,12</b>                            |
| Celková standardní rozšířená nejistota $U_{\sigma_0}$ [MPa] |               |               |                       |                        | <b>±14,24</b>                           |



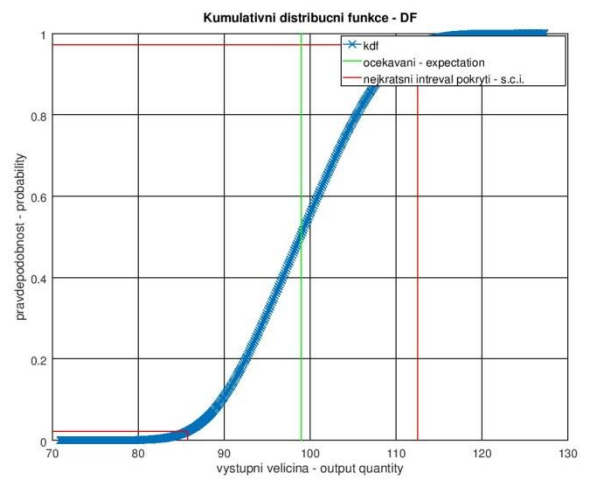
3) MMC -  $\sigma_0$

4) Tab. 6.21: Vypočtené hodnoty (statistické parametry) získané simulací MMC

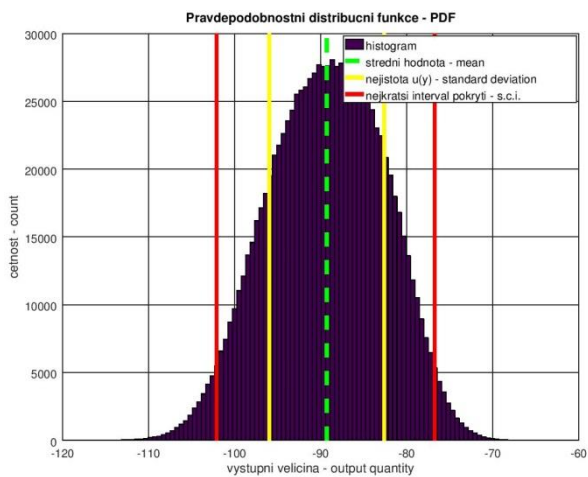
|   | L                 | 5 mm             | -5 mm            |
|---|-------------------|------------------|------------------|
| Průměrná hodnota (y)                              | y                 | 98,99 MPa        | -89,29 MPa       |
| Směrodatná odchylka - standardní nejistota        | u (y)             | 7,14 MPa         | 6,70 MPa         |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - dolní mez | y <sub>low</sub>  | 85,74 MPa        | -102,08 MPa      |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45% - horní mez | y <sub>high</sub> | 112,50 MPa       | -76,76 MPa       |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | s. c. i.          | 26,76 MPa        | 25,32 MPa        |
| Nejkratší interval pokrytí pro 95,45%             | -                 | [-13,25 ; 13,21] | [-12,78 ; 12,53] |



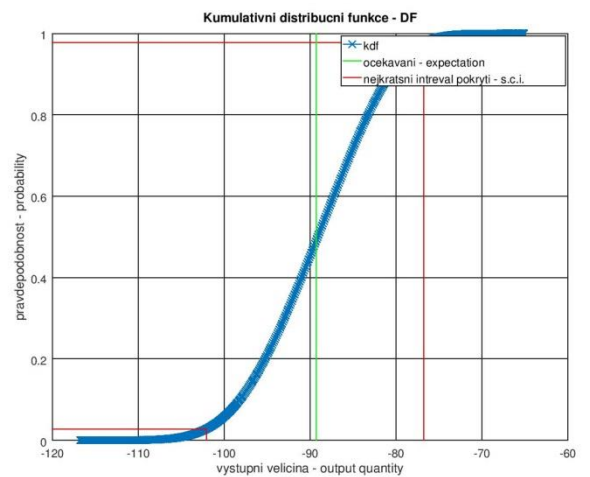
Graf 6.9: Fce. hustoty pravděpodobnosti L = 5 mm



Graf 6.10: Kumulativní distribuční fce. L = 5 mm



Graf 6.11: Fce. hustoty pravděpodobnosti L = -5 mm



Graf 6.12: Kumulativní distribuční fce. L = -5 mm

## 6.8 ZHODNOCENÍ, POROVNÁNÍ EXPERIMENTU A VÝPOČTU

Porovnání experimentu a teoretických výpočtů (analytických a MKP) bylo provedeno na základě stanovené závislosti ohybového přetvoření  $\varepsilon_0$  a ohybového napětí  $\sigma_0$  na stažení a roztahení snímače (zatížení – dráze  $L$ ). V Tab. 6.22 a Tab. 6.23 je uvedena závislost ve formě směrnicového tvaru přímky, která se dá v obecném tvaru vyjádřit dle vztahu 6.15 a pro náš konkrétní případ dle vztahu 6.16 pro ohybové přetvoření  $\varepsilon_0$  a vztahu 6.17 pro ohybové napětí  $\sigma_0$ . Grafická závislost  $\varepsilon_0$  na zatížení  $L$  je uvedena v příloze 2 (graf P2.1 až P2.3).

$$y = k \cdot x + Q \quad 6.15$$

$$\varepsilon_0 = k \cdot L + Q \quad [\mu m/m] = \left[ \frac{\mu m/m}{mm} \right] \cdot [mm] + [\mu m/m] \quad 6.16$$

$$\sigma_0 = k \cdot L + Q \quad [MPa] = \left[ \frac{MPa}{mm} \right] \cdot [mm] + [MPa] \quad 6.17$$

Tab. 6.22: Výsledky závislosti  $\varepsilon_0$  na dráze  $L$

| Směr                   | Stahování |       | Roztahování |       | Stahování |       | Roztahování |       | Stahování |       | Roztahování |        |
|------------------------|-----------|-------|-------------|-------|-----------|-------|-------------|-------|-----------|-------|-------------|--------|
| T [°C]                 | 20        |       |             |       | 90        |       |             |       | 290       |       |             |        |
| $\varepsilon_0$ [μm/m] | k         | Q     | k           | Q     | k         | Q     | k           | Q     | k         | Q     | k           | Q      |
| <b>Analytika</b>       | 100,46    | -     | 100,46      | -     | -         |       |             |       |           |       |             |        |
| <b>MKP</b>             | 98,39     | 2,98  | 102,40      | 1,39  | 98,33     | 1,93  | 101,76      | 0,83  | 98,63     | 0,41  | 100,99      | 1,09   |
| <b>P1 - HBM_P</b>      | 102,28    | 4,59  | 101,80      | -4,14 | 101,36    | 3,74  | 99,79       | 1,13  | -         |       |             |        |
| <b>P2 - HBM_C</b>      | 103,12    | 4,79  | 100,18      | -5,29 | 101,32    | -0,39 | 100,61      | -5,41 | -         |       |             |        |
| <b>P3 - TML_P</b>      | 99,99     | 5,94  | 101,75      | -3,62 | 102,21    | 2,01  | 101,93      | -7,14 | 101,05    | 3,03  | 101,83      | -12,34 |
| <b>P4 - TML_C</b>      | 104,35    | -3,59 | 102,45      | -6,79 | 105,53    | -3,63 | 104,54      | -4,79 | 104,33    | -0,03 | 102,58      | -5,03  |
| <b>P5 - MM_P</b>       | 105,18    | 0,58  | 100,74      | 2,34  | 105,04    | -0,17 | 106,66      | -0,21 | 106,15    | 3,47  | 95,94       | -2,05  |

Směrnice  $k$  je pro všechny teploty a oba směry analytického řešení  $\varepsilon_0$  a stejná.

Tab. 6.23: Výsledky závislosti  $\sigma_0$  na dráze  $L$

| Směr              | Stahování |       | Roztahování |       | Stahování |       | Roztahování |       | Stahování |       | Roztahování |       |
|-------------------|-----------|-------|-------------|-------|-----------|-------|-------------|-------|-----------|-------|-------------|-------|
| T [°C]            | 20        |       |             |       | 90        |       |             |       | 290       |       |             |       |
| $\sigma_0$ [MPa]  | k         | Q     | k           | Q     | k         | Q     | k           | Q     | k         | Q     | k           | Q     |
| <b>Analytika</b>  | 20,70     | -     | 20,70       | -     | 20,09     | -     | 20,09       | -     | 18,28     | -     | 18,28       | -     |
| <b>MKP</b>        | 20,29     | 0,33  | 21,06       | 0,27  | 19,90     | 1,58  | 20,46       | 1,73  | 18,01     | 3,70  | 18,58       | 4,81  |
| <b>P1 - HBM_</b>  | 21,07     | 0,95  | 20,97       | -0,85 | 20,27     | 0,75  | 19,96       | 0,23  |           |       |             |       |
| <b>P2 - HBM_C</b> | 21,24     | 0,99  | 20,64       | -1,09 | 20,26     | -0,08 | 20,12       | -1,08 |           |       |             |       |
| <b>P3 - TML_P</b> | 20,60     | 1,22  | 20,96       | -0,75 | 20,44     | 0,40  | 20,39       | -1,43 | 18,39     | 0,55  | 18,53       | -2,25 |
| <b>P4 - TML_C</b> | 21,50     | -0,74 | 21,11       | -1,40 | 21,11     | -0,73 | 20,91       | -0,96 | 18,99     | -0,01 | 18,67       | -0,91 |
| <b>P5 - MM_P</b>  | 21,67     | 0,12  | 20,75       | 0,48  | 21,01     | -0,03 | 21,33       | -0,04 | 19,32     | 0,63  | 17,46       | -0,37 |

Aby bylo možné porovnat hodnoty získané MKP výpočtem a experimentem při teplotě 90°C a 290°C, byly hodnoty uvedené v Tab. P6.1 vynulovány k hodnotě zatížení  $L = 0$  mm. To znamená, že se prakticky odečetla hodnota  $\varepsilon_0$  a  $\sigma_0$  vzniklá zatížením od teploty totožně jako při experimentu zdánlivého přetvoření  $\varepsilon_{app}$ . V příloze 3 grafu P3.1 je uvedeno porovnání výpočtů (analytického a MKP) s naměřenými a korigovanými hodnotami na pěti snímačích pro  $L = \pm 5$  mm pro  $T = 20^\circ\text{C}$ . V grafu P3.2 je uvedeno porovnání pro  $T = 90^\circ\text{C}$  a v grafu P3.3 pro  $T = 290^\circ\text{C}$ . Ohybové přetvoření  $\varepsilon_0$  bylo pro porovnání stanoveno ze směrnice přímky dle vztahu 6.3. Porovnání je provedeno se zahrnutím rozšíření nejistoty měření  $U_{\varepsilon_0}$ .

Při stanovení rozšířené nejistoty měření  $U_{\varepsilon_0}$  byl zvolen koeficient rozšíření odpovídající 95,45% pravděpodobnosti pokrytí skutečné hodnoty. Tento koeficient byl zvolen na základě tří předpokladů:

- 1) Výsledná nejistota měření má Normální (Gausovo) rozdělení. Předpokládá se, že skutečná hodnota se nebude nacházet v nejkrajnějších částech rozdělení pravděpodobnosti vstupní veličiny.
- 2) Nejčastěji používaná pravděpodobnost pokrytí v oblasti metrologie a měření.
- 3) Použití vyšší pravděpodobnosti pokrytí, např. 99% nebo 99,73% bez důkladného stanovení koeficientu rozšíření na základě statistických metod je jen velice těžko odůvodnitelné.

Předpokládejme, že hodnota ohybového přetvoření  $\varepsilon_0$  získaná analytickým výpočtem je považována za skutečnou hodnotu ohybového přetvoření  $\varepsilon_0$  na povrchu nosníku. Potom tedy výsledky získané během experimentu, a to včetně stanoveného rozšíření nejistoty, můžeme porovnat s analytickým a MKP výpočtem. Z hodnoty spolehlivosti  $R^2$  je patrné, že se všechny snímače, respektive tenzometry, chovají zcela lineárně (což se před experimentem předpokládalo). Dále je patrné, že se mírně liší hodnoty při stahování a roztahování snímače, a to včetně MKP výpočtu. Vzhledem k linearitě naměřených hodnot a výskytu jevu na všech nosnících lze usuzovat, že tento stav má fyzikální podklad a je dán konstrukcí extenzometru.

Z grafu P2.1 až P2.3 je patrné, že směrnice  $k$  (hodnota závislosti ohybového přetvoření  $\varepsilon_0$  na dráze  $L$ ) je pro analytický (návrhový) výpočet a MKP výpočet mírně odlišná. Hodnoty směrnice  $k$  získané MKP výpočtem jsou odlišné pro stahování a roztahování snímače. Hodnota směrnice  $k$  analytického výpočtu se nachází přibližně uprostřed hodnot směrnice pro stahování a roztahování získané MKP výpočtem. V kapitole 6.2 bylo konstatováno, že pro stanovení teoretických hodnot přetvoření byla zvolena délka prizmatické části nosníku  $l = 79$  mm a že tato hodnota může vzrůst až na  $l = 81$  mm. Na základě MKP výpočtu lze stanovit skutečnou hodnotu délky prizmatické deformované části nosníku pro stahování a roztahování snímače. MKP výpočet dokáže lépe popsat chování extenzometru, než zjednodušený analytický výpočet a tudíž se MKP výpočet jeví jako velice efektivní metoda při navrhování extenzometrů. V Tab. 6.24 je uvedena analýza vlivu skutečné délky deformované části nosníku. Z tabulky je patrné, že zvolená hodnota  $l = 79$  mm je správná a že chyba na přetvoření oproti MKP výpočtu je přibližně  $\pm 5,5$   $\mu\text{m/m}$ .

Tab. 6.24: Hodnoty směrnice  $k$  a  $\varepsilon_0$  pro různé délky deformované části nosníku  $L$

|                                     |              |              |              |                            |                           |
|-------------------------------------|--------------|--------------|--------------|----------------------------|---------------------------|
| $l$ [mm]                            | 79           | 80           | 81           | <b>79,80</b> (MKP – stah.) | <b>78,00</b> (MKP – roz.) |
| $k$ [ $\mu\text{m/m}$ ]             | 100,46       | 99,20        | 97,98        | <b>99,45</b>               | <b>101,75</b>             |
| $\varepsilon_0$ [ $\mu\text{m/m}$ ] | $\pm 502,30$ | $\pm 496,00$ | $\pm 489,90$ | <b>+497,25</b>             | <b>-508,75</b>            |

Z grafu P3.1 až P3.3 je patrné, že při zahrnutí stanovené rozšířené nejistoty měření  $U_{\epsilon_0}$  **došlo k průniku naměřených hodnot a analytického a MKP výpočtu ohybového přetvoření  $\epsilon_0$** . Pouze při teplotě 20°C u snímače P1 a P2 nedošlo k průniku naměřených hodnot s MKP výpočtem. Nicméně odchylka je velice malá a i MKP výpočet je zatížen taktéž určitou mírou nepřesnosti. V grafech je dále patrné, že hodnota analytického výpočtu se shoduje lépe s naměřenými hodnotami při stahování snímače a naopak hodnota MKP výpočtu se shoduje lépe s naměřenými hodnotami při roztahování snímače. Také z grafu P4.1 až P4.3 je patrné, že při zahrnutí stanovené rozšířené nejistoty měření  $U_{\sigma_0}$  došlo k průniku naměřených hodnot a analytického výpočtu ohybového napětí  $\sigma_0$ .

Po stanovení rozšířené nejistoty měření  $U_{\epsilon_0}$  na jednotlivých snímačích vždy pro jednu teplotu experimentu se předpokládalo, že při porovnání se budou jednotlivé rozšířené nejistoty měření (jejich intervaly výskytu skutečné hodnoty) překrývat. Tento stav pro zvolený matematicko-technický model u snímače P1 a P2 a MKP výpočtu nenastal. Uvažujeme potom tedy možné situace, proč nedošlo k očekávanému průniku (překrytí) rozšířených nejistot měření  $U_{\epsilon_0}$  u ohybového přetvoření  $\epsilon_0$  na snímači P1 a P2.

- 1) Byl opomenut nějaký dílčí zdroj(e) nejistoty nebo podhodnocen odhad hodnoty zdroje nejistoty (chyby).
- 2) Koeficient rozšíření odpovídající 95,45% pravděpodobnosti pokrytí skutečné hodnoty je nedostačující. Pokud by se použil koeficient rozšíření  $k = 3$  odpovídající hodnotě 99,73% pravděpodobnosti pokrytí, potom by se hodnota rozšířené nejistoty měření zvýšila o 50%.
- 3) Během kalibrace byly extenzometry zatíženy nějakým parazitním vlivem, který není kompenzován, nebo který zkreslí výsledné chování extenzometru.
- 4) Kombinace výše uvedených situací.

Dále je patrné, že některé stanovené rozšířené nejistoty měření (intervaly výskytu skutečné hodnoty) jsou příliš velké. Což může být zapříčiněno nadhodnocením nějakého dílčího zdroje nejistoty nebo koeficientu rozšíření. Příliš velká stanovená rozšířená nejistota měření může vést ke zpochybnění stanovení nejistoty a samotného měření.

Během uvažovaného experimentu s extenzometrem lze na základě geometricko–deformačního rozboru (viz vztahy 6.9 až 6.11) modul pružnosti zcela vyloučit. Nicméně zvolený a provedený experiment byl založen na elementárním principu zatížení. V praxi se však setkáváme s měřeními na daleko složitějších prvcích. Zamysleme se nad vyjádřením výsledku měření ve formě mechanického napětí a případným vlivem modulu pružnosti na měřené přetvoření, mechanické napětí a jejich nejistoty měření. Nejistota ohybového napětí  $U_{\sigma_0}$  se skládá ze dvou dílčích nejistot. Přetvoření  $u_\epsilon$  a modulu pružnosti  $u_E$ . Chyba modulu pružnosti  $\delta_E$  byla stanovena na 10%. Z uvedených výpočtů rozšířené nejistoty měření  $U_{\sigma_0}$  je patrné, že do celkové nejistoty přispívá nejistota modulu pružnosti  $u_E$  větší mírou, než nejistota přetvoření  $u_\epsilon$ . Tento fakt je výrazný i na tvaru PDF případně CDF, kdy její tvar je vždy kombinací použitého rozdělení pravděpodobnosti a velikostí chyby. Dle základních fyzikálních principů mechaniky těles lze nezávisle na sobě posuzovat hodnoty přetvoření a mechanického napětí. Z hlediska stanovení nejistoty měření přetvoření  $u_\epsilon$  a mechanického napětí  $u_\sigma$  nastává otázka, jestli a do jaké míry vstupuje chyba modulu pružnosti  $\delta_E$  (což se dá definovat jako odolnost materiálu vůči deformaci) taktéž do nejistoty měření přetvoření. **Při komplexním posouzení nejistoty tenzometrických měření a případných porovnání měřených hodnot se pak jeví mnohem efektivnější pracovat s mechanickým napětím a jeho nejistotou měření.**

## 7 SHRUTÍ A PŘÍNOS DIZERTAČNÍ PRÁCE

### 7.1 DOSAŽENÉ CÍLE PRÁCE

V práci je vytvořen kompletní **matematicko–technický model** pro stanovení nejistoty měření přetvoření měřeného **jednoosými tenzometry, tenzometrickými kříži a růžicemi**.

V kapitole 3 je proveden **základní rozbor přesnosti měření odporové tenzometrie**, který následně vedl k vytipování možných zdrojů chyb a rušivých elementů Tab. 3.2 a posléze k vytvoření **schématu zdrojů nejistot měřeného přetvoření** Obr. 5.2. Zdroje nejistoty jsou dle vzniku rozděleny do pěti skupin A až E, které se následně dělí na další dílčí nejistoty. Celkem schéma obsahuje **20 dílčích nejistot**, které vstupují do celkové nejistoty měřeného přetvoření. Dílčí nejistoty měření přetvoření jsou detailně rozebrány v kapitole 5.2, v Tab. 5.4 je souhrn zdrojů nejistot, jejich chyb a rozdělení pravděpodobnosti jaké mohou nabývat.

V kapitole 4 jsou uvedeny základní vztahy pro výpočet mechanického napětí z měřeného přetvoření a popis modulu pružnosti a Poissonova čísla. Následuje **rozbor přesnosti měření mechanického napětí** a rozvaha nad velikostí chyby modulu pružnosti a Poissonova čísla.

Pro nejistotu **jednoosé napjatosti**, respektive pro **jednoosé tenzometry**, bylo vytvořeno **schéma zdrojů nejistot** Obr. 5.8 a dle informací o chybách uvedených v kapitole 3 a 4 byly na základě zákonitostí nejistoty měření uvedených v kapitole 2 vytvořeny **algoritmy pro stanovení nejistoty měření napjatosti dle metody GUF** (kapitola 5.3) a **MMC** (příloha 1). Posléze byly vytvořené modely GUF a MMC aplikovány na fiktivní (reálný) příklad a výsledky nejistot měření mezi sebou porovnány a diskutovány. Stejný postup byl aplikován **pro dvojosou napjatost**. **Schéma zdrojů nejistot pro tenzometrické kříže** je uvedeno na Obr. 5.9 a **pro tenzometrické růžice** na Obr. 5.10 a Obr. 5.11. Také pro tenzometrické kříže a růžice byly vytvořeny algoritmy dle metody GUF (kapitola 5.4 a 5.5) a MMC (příloha 1) a následně byly aplikovány na fiktivní příklady. Z hlediska jisté ucelenosti problematiky řešení nejistoty mechanického napětí bylo vytvořeno **schéma zdrojů nejistot redukováného napětí  $\sigma_{red}$  (hypotéza HMH)** Obr. 5.12, a to z důvodu, že redukováné napětí se používá při víceosé napjatosti pro posouzení pevnosti a prosté bezpečnosti.

**Metoda MMC se jeví jako velice efektivní metoda pro stanovení nejistoty měření mechanického napětí**. V provedených rozborech je dokázáno, že výsledky získané metodou GUF a MMC jsou téměř shodné a tudíž je jedno, jakou metodu experimentátor zvolí. Navíc u metody MMC je znám průběh pravděpodobnostních funkcí (PDF a CDF) a tudíž se dá následně predikovat výsledné chování měřeného objektu. Další výhodou MMC je již zmíněná **efektivnost oproti metodě GUF**, a to zejména u tenzometrických křížů a růžic, kdy odpadá stanovení citlivostních koeficientů, které se stanovují parciálními derivacemi jednotlivých proměnných. Další výhodou metody MMC je současný výpočet hodnoty mechanického napětí a nejistoty měření.

V práci bylo dosaženo i jistých vedlejších cílů a poznatků.

Při provádění a následném vyhodnocení experimentu na pěti snímačích (extenzometrech) bylo zjištěno, že **extenzometry, potažmo tenzometry, potřebují minimálně tři zátěžné cykly** (v našem případě zatížení teplotou), **aby si vytvořily stabilní hodnoty zdánlivého přetvoření  $\varepsilon_{app}$ , které vzniká jako parazitní složka**, viz příloha 5.

Před experimentem se předpokládalo, že zmíněnými cykly musí projít pouze navařovací tenzometry, a to z důvodu „usednutí“ podložky. U nalepovacích tenzometrů se tento efekt nepředpokládá. Dále se nepředpokládalo, že i při celomostovém zapojení tenzometrů budou vznikat poměrně velké parazitní vlivy.

Při porovnání naměřených hodnot ohybového přetvoření se zahrnutím příslušné stanovené rozšířené nejistoty měření **došlo k průniku hodnot na všech extenzometrech** a analytického a MKP výpočtu ohybového přetvoření, a to pro všechny teploty. Pouze ve dvou případech při teplotě 20°C u snímače P1 a P2 nedošlo ke zmíněnému průniku u MKP výpočtu, to znamená, že stanovená rozšířená nejistota měření byla nejspíš podhodnocena. Na základě tohoto zjištění došlo k vytipování možných důvodů, proč nedošlo k očekávanému průniku (překrytí) měřených hodnot a rozšířené nejistoty ohybového přetvoření. Nicméně je nutné podotknout, že odchylka od MKP výpočtu byla velice malá (u snímače P1 byla rovna cca 1  $\mu\text{m/m}$  a u snímače P2 byla rovna cca 6  $\mu\text{m/m}$ ). Dále je nutné uvažovat, že i MKP výpočet je zatížen určitou mírou nepřesnosti.

Při porovnání naměřených přetvoření na jednotlivých extenzometrech a hodnoty získané analytickým výpočtem se odchylky při teplotě 20° pohybují v rozmezí přibližně 0,2 až 4,8%, při teplotě 90°C v rozmezí přibližně 0,7 až 5,8% a při teplotě 290°C v rozmezí přibližně 1,2 až 6,4%. Při porovnání s MKP výpočtem se intervaly zvětší o přibližně o 0,5 až 2%. Za zmínku stojí i rozdíly naměřených přetvoření na jednotlivých extenzometrech. Při porovnání naměřených hodnot přetvoření na pěti nosnících extenzometrů se při 20°C a 90°C, kde byly použity tenzometry od tří výrobců HBM, TML a MM–Vishay, dosahovaly rozdíly průměrné 4%. Při 290°C, kde byly použity tenzometry TML a MM-Vishay dosahovaly rozdíly až 8%.

## 7.2 PŘÍNOS PRÁCE A DALŠÍ MOŽNÉ SMĚRY ROZVOJE

**Přínos této práce spočívá ve vytvoření funkčního matematicko–technického modelu pro stanovení nejistoty měření přetvoření a mechanického napětí dle metody GUF a MMC.** Na základě informací, vztahů a algoritmů uvedených v této práci lze efektivně a spolehlivě stanovit nejistotu měření přetvoření a mechanického napětí pro jednoosé tenzometry, tenzometrické kříže a růžice různých výrobců. Postup je možné aplikovat na nalepovací i navařovací tenzometry a po určitých úpravách i na další speciální typy tenzometrů. Dále je možné postup aplikovat na laboratorní měření i měření v průmyslovém prostředí, a to za normální, zvýšené a vysoké teploty.

Ve zprávě je dále uvedena a rozebrána **přesnost měření přetvoření a mechanického napětí s ohledem na technologicko-fyzikální možnosti tenzometrických měření.** V práci je rozebrána chyba modulu pružnosti a Poissonova čísla. Na základě těchto rozborů je zkušený experimentátor schopen odhadnout případnou limitní přesnost uvažovaného měření.

Souhrn informací uvedených v této práci může posloužit jako základ pro další směry rozvoje stanovení nejistoty přetvoření a mechanického napětí. V další práci by bylo vhodné provést další doplnění dílčích zdrojů nejistot měření přetvoření. Stanovit případné korelace měřených veličin, a to zejména u tenzometrických křížů a růžic, kde se dá předpokládat, že při měření vznikají mezi jednotlivými měřicími mřížkami korelace. U metody MMC by bylo vhodné do simulačních skriptů zahrnout i další rozdělení pravděpodobnosti a upravit skripty dle adaptivní metody MMC. Za vhodné pak považuji upravit metodu MMC na stanovení nejistoty měření zbytkových napětí vrtáním otvoru.

## 8 ZÁVĚR

V předkládané dizertační práci je uveden rozbor a postup stanovení nejistoty měření přetvoření a mechanického napětí pomocí odporových tenzometrů. V práci je vytvořen matematicko–technický model založený na analytické metodě GUF (nejistota stanovená metodou B) a numerické metodě MMC (Monte Carlo). Vytvořený postup a informace o dílčích nejistotách poskytují dostatečně technicky spolehlivý a věrohodný návod pro stanovení nejistoty měření přetvoření a mechanického napětí získaných z jednoosých tenzometrů, tenzometrických křížů a růžic.

Základní ideou stanovení nejistoty měření přetvoření a mechanického napětí je kombinace pochopení přesnosti měření odporové tenzometrie, stanovení chyb a vlastností fyzikálních veličin ovlivňujících tenzometrické měření jako celek a následná implementace získaných hodnot dle teorie nejistot měření.

Zpráva představuje komplexní a ucelený souhrn úvah, informací, vztahů a algoritmů, které vedou k pochopení přesnosti měření přetvoření a mechanického napětí a na jejichž základě lze stanovit nejistotu měření, respektive míru (ne)presnosti přetvoření a mechanického napětí. Zejména metoda MMC se jeví jako velice efektivní nástroj pro výpočet napjatosti z měřeného přetvoření a následného stanovení nejistoty měření mechanického napětí.

Provedený experiment, který porovnává naměřené hodnoty ohybového přetvoření, ohybového napětí a stanovených nejistot měření z pěti různých tenzometrů od tří celosvětových výrobců při teplotě 20°C, 90°C a 290°C s analytickým a MKP výpočtem doplňuje teoretické informace o reálné měření a stanovení nejistoty měření. Výsledky experimentu potvrdily komplikovanost a složitost tenzometrických měření a s tím souvisejících chyb a nejistot měření. Provedený experiment v laboratorním prostředí byl realizovaný na hrotovém snímači posuvu (extenzometru), který pracuje na elementárním principu zatížení ohybem.

Při vyhodnocení naměřených hodnot a vzájemném porovnání ohybového přetvoření mezi jednotlivými snímači, analytickým a MKP výpočtem byly indikovány odchylky v řádu jednotek %. Mezi snímači s tenzometry HBM, TML a MM–Vishay dosahovaly odchylky při teplotě 20°C a 90°C průměrné hodnoty 4%. Maximální odchylka byla dosažena při teplotě 290°C a dosahovala hodnoty 8%. Odchylky mezi naměřenými hodnotami a analytickým výpočtem při teplotě 20°C se pohybovaly v rozmezí 0,2 až 4,8%, při teplotě 90°C se pohybovaly v rozmezí 0,7 až 5,8% a při teplotě 290°C v rozmezí 1,2 až 6,4%. Při porovnání naměřených hodnot ohybového přetvoření se zahrnutím příslušné stanovené rozšířené nejistoty měření došlo k průniku hodnot na všech extenzometrech s analytickým a MKP výpočtem ohybového přetvoření, a to pro všechny teploty. Pouze ve dvou případech při teplotě 20°C u snímače P1 a P2 nedošlo ke zmíněnému průniku u MKP výpočtu, to znamená, že stanovená rozšířená nejistota měření byla nejspíš podhodnocena.

Cíle dizertační práce byly splněny v celém rozsahu a v předchozí kapitole byly definovány i možné další směry rozvoje stanovení nejistoty měření v tenzometrii.

## POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] JCGM 100:2008 – GUM 1995 with minor corrections. Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in Measurements (pokyny pro vyjadřování nejistoty měření). BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, 2008.
- [2] JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data – Supplement1 to the „Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Propagation of distributions using a Monte Carlo method, 2008.
- [3] JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data – Supplement2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Extension to any number of output quantities, 2011.
- [4] CHUDÝ, Vladimír: *Meranie technických veličín*. 1. vyd. V Bratislave: Slovenská technická univerzita v Bratislave, 1999, 688 s. Edícia vysokoškolských učebníc. ISBN 80-227-1275-2.
- [5] ŠÍRA, Martin: *Jak na nejistoty metodou Monte Carlo jednoduše a bez drahých programů* [online]. Elektrov revue, 2014, (2) [cit. 2017-04-18]. ISSN 1213-1539.
- [6] ŠÍRA, M., NOVÁKOVÁ ZACHOVALOVÁ, V., ZŮDA, J.: Vybrané problémy metrologie fyzikálních a elektrických veličin [online]. Beneš 2012-06-11 [cit. 2014-12-12]. Dostupné z: <http://crr.vutbr.cz/kurzy-seminare/merici-systemy/seminar-vybrane-problemy-metrologie-fyzikalnich-elektricky-velicin>.
- [7] *Nejistoty měření kalibrací a zkoušek, IV. seminář*. Sborník přednášek, České kalibrační sdružení, 2017.
- [8] TREBUŇA, František a ŠIMČÁK, František: *Príručka experimentálnej mechaniky*. Vydanie I. Košice: TypoPress, 2007, 1526 s. ISBN 970-80-8073-816-7.
- [9] KOBAYASHI, Albert S.: *Handbook on experimental mechanics*. 2nd rev. ed. Bethel, CT, USA: SEM, c1993. ISBN 1560816406.
- [10] HOFFMAN, Karl. *An Introduction to Measurements using Strain Gages*, Publisher: *Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt 1989, 273s.*
- [11] VLK, M.: Měření deformací za vyšších teplot, I. část – problematika měření, Zpráva ÚAM Brno, arch. číslo 433/71, Brno, leden 1971.
- [12] VLK, M.: Měření deformací za vyšších teplot, II. část – Tenzometry, jejich vlastnosti a technologie použití, Zpráva ÚAM Brno, arch. číslo 488/71, Brno, listopad 1971.
- [13] HBM: měřicí technika. [online]. [cit. 2017-04-29]. Dostupné z: <http://www.hbm.cz/>
- [14] Vishay Micro-Measurements, Instruction Bulletin B-131-5, Attachment Techniques for Weldable Strain Gages and Temperature Sensors, Document No: 11131, Revision 08-07-14. Dostupné z [www.micro-measurements.com](http://www.micro-measurements.com)



- [15] TML, Installation Manual of TML Weldable Strain Gauge AW-6-350. Dostupné z [www.tml.jp/e/](http://www.tml.jp/e/)
- [16] TML. [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: <http://www.tml.jp/e/>
- [17] J. Borndhardt: ELEKTRONIK 16 Nr. 9/1967, Arbeitsblatt Nr. 19.
- [18] National Instruments. [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://www.ni.com/advisor>
- [19] JANÍČEK, Přemysl: *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014, [365] s. v různém stránkování. ISBN 978-80-7204-887-8.
- [20] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA: *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. třetí přepracované vydání. Brno, 2004. ISBN 80-214-2592-x.
- [21] ONDRÁČEK, Emanuel, Jan VRBKA, Přemysl JANÍČEK a Jiří BURŠA: *Mechanika těles: pružnost a pevnost II*. 4. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2006, 262 s. ISBN 80-214-3260-8.
- [22] PTÁČEK, Luděk: *Nauka o materiálu I*. 2. opr. a rozš. vyd. Brno: CERM, 2003, 516 s. ISBN 80-720-4283-1.
- [23] PTÁČEK, Luděk: *Nauka o materiálu II*. 2. opr. a rozš. vyd. Brno: CERM, 2002, 392 s. ISBN 80-7204-248-32
- [24] JAREŠ, Vojtěch: *Základní zkoušky kovů a jejich teorie*. Vyd. 1. Praha: Academia, 1966. 210 s.
- [25] LEINVEBER, Jan, Jaroslav ŘASA a Pavel VÁVRA: *Strojnické tabulky*. 3., dopl. vyd., dot. Praha: Scientia, 1999. ISBN 80-718-3164-6.
- [26] NTD A.S.I., Sekce II. Charakteristiky materiálů pro zařízení a potrubí jaderných elektráren typu VVER. Asociace strojních inženýrů, Praha, 2013, ev. č. 1.
- [27] ČSN 41 1600. Ocel 11 600. Praha český normalizační institut, 1992.
- [28] TARÁBEK, Pavol a Petra ČERVINKOVÁ: *Odmaturuj! z fyziky*. Brno: Didaktis, c2004. Odmaturuj!. ISBN 80-86285-39-1.
- [29] MONTERO, W., et al: Uncertainties associated with strain-measuring systems using resistance strain gauges. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 2011, 46.1: 1-13.
- [30] Arpin-Pont J., Gagnon M., Tahan S. A., Coutu A. and Thibault D.: 2015 Methodology for estimating strain gauge measurement biases and uncertainties. *J Strain Analysis*. 50 (2015) 40-50
- [31] Pople J.: *Errors and uncertainties in strain measurement*. Strain gauge technology. 2nd ed. London: Elsevier Applied Science, 1992.

- [32] Pople J.: Errors in strain measurement – the human factor (or how much do I contribute?). *Exp Techniques* 1984; 8(9): 34–38.
- [33] Gafitanu M, Barsanescu PD and Poterasu VF: Measurement errors resulting from the strain gauge integration effect. *Int J Pres Ves Pip* 1990; 41(2): 127–139.
- [34] Younis NT and Kang B: Averaging effects of a strain gage. *J Mech Sci Technol* 2011; 25(1): 163–169.
- [35] Window AL: *Strain gauge technology*. 2nd ed. London: Elsevier Applied Science, 1992.
- [36] CAPPÀ, Paolo: Uncertainty Associated with the Gage Factor in Three-Element Strain-Gage-Rosette Measurements. *Experimental Mechanics*, 9: 429.
- [37] CAPPÀ, P.: Random errors caused by temperature in magnitude of principal strains evaluated with 3-element strain gauge rosettes. *Strain*, 1989, 25.4: 139-142.
- [38] Review and Status of Radiation Effects Studies on Strain Gages by Charles Tallman, Los Alamos Scientific Laboratory.
- [39] Radioactivity – Active Radiation, Measurements and Data Corporation. Copyright 1973. Home Study Course 40/22. By Milton H. Aronson – Editor and Publisher – Measurements and Data Corporation, Richard E. Moore, Department of Radiology, University of Minnesota.
- [40] Exposure of Strain Gages in Radiation Fields of Nuclear Services by David E. Lord, Lawrence Radiation – Laboratory – Livermore.
- [41] Vishay Micro-Measurements, Technical note TN-504-1, Strain gauge thermal output and gauge factor variation with temperature, 2007, pp. 35-47.
- [42] Vishay Micro-Measurements, Technical note TN-507, Errors due to Wheatstone bridge nonlinearity, 2007, pp. 77-81.
- [43] Vishay Micro-Measurements, Technical note TN-509, Errors due to transverse sensitivity in strain gauges, 2007, pp. 91-99.
- [44] Vishay Micro-Measurements, Technical note TN-511, Errors due to misalignment of strain gauges, 2007, pp. 107-111
- [45] JAROŠ, Petr: Analytické řešení deformací při ohybu nosníku namáhané rovnoměrným momentem. 2017. 2 s.

# SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, VELIČIN A SYMBOLŮ

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

| Zkratka    | Význam   |
|------------|--|
| A/D        | Analog/digitál   |
| C          | Celomost – zapojení tenzometrů do celomostu  |
| CDF        | Cumulative distribution function (kumulativní distribuční funkce)  |
| EMS        | Elektronické měřicí systémy (výrobce měřicí techniky)  |
| GUF        | Gum Uncertainty Framework (Metoda na výpočet nejistot)   |
| GUM        | Guide to the Expression of Uncertainty in Measurements (Návod pro vyjadřování nejistot v měření)                   |
| HBM        | Hottinger Baldwin Messtechnik (výrobce měřicí techniky)  |
| JCGM       | Smíšený výbor ohledně pokynů v oblasti metrologie  |
| KL         | Kalibrační list  |
| Kyowa      | Kyowa Electronic Instruments (výrobce měřicí techniky)   |
| MCM<br>MMC | Monte Carlo Method<br>(Metoda Monte Carlo)   |
| MEBU       | Numerical Method for the Estimation of Biases and Uncertainties (Numerická metoda pro odhad a stanovení nejistoty) |
| mer        | Měřené   |
| MJ         | Měřicí jednotka  |
| MKP        | Metoda konečných prvků   |
| MM-Vishay  | Micro-Measurements (výrobce měřicí techniky)   |
| NI         | National Instrument (výrobce měřicí techniky)  |
| P          | Označení hrotového snímače posuvu (extenzometru)   |
| P          | Půlmost – zapojení tenzometrů do půlmůstku   |
| PDF        | Probability density function (funkce hustoty pravděpodobnosti)   |
| pod        | Podélné  |
| př         | Příčné   |
| roz        | Roztahování  |
| s.c.i.     | Shortest coverage interval (nejkratší interval pokrytí)  |
| stah       | Stahování  |
| TML        | Tokyo Sokki Kenkyujo (výrobce měřicí techniky)   |

## SEZNAM POUŽITÝCH VELIČIN

| Veličina | Jednotka              | Popis   |
|----------|-----------------------|---|
| $\mu$    | [-]                   | Poissonovo číslo  |
| $\mu_0$  | [-]                   | Poissonovo číslo – hodnota pro ocelové pruty - kalibrační |
| A        | [m <sup>2</sup> ]     | Průřez vodiče   |
| E        | [10 <sup>5</sup> MPa] | Modulu pružnosti v tahu                                   |
| k        | [-]                   | <i>k</i> -faktor (Gauge factor)                           |
| l        | [m]                   | Délka vodiče  |
| L, u     | [mm]                  | Dráha, zatížení, stažení – rozevření extenzometru, posuv  |
| n        | [-]                   | Počet aktivních tenzometrů                                |
| q        | [%]                   | Příčná citlivost tenzometru                               |
| R        | [ $\Omega$ ]          | Elektrický odpor, odpor vodiče                            |

|   |                    |  |
|---|--------------------|--|
| $R_e (R_{p0,2})$                              | [MPa]              | Mez kluzu, smluvní mez kluzu                                     |
| T   | [°C]               | Teplota  |
| $T_0$   | [°C]               | Pokojová teplota   |
| $u_\mu$                                       | [-]                | Nejistota Poissonova čísla                                       |
| $U_A/U_E$                                     | [ $\mu V/V$ ]      | Signál můstku – výstup z Wheastoneova můstku                     |
| $u_E$   | [MPa]              | Nejistota modulu pružnosti                                       |
| $u_\varepsilon$                               | [ $\mu m/m$ ]      | Nejistota přetvoření   |
| $u_{\sigma_{1,2}} (u_{\sigma_{I,II}})$        | [MPa]              | Nejistota normálových napětí                                     |
| $u_{\sigma_N}$                                | [MPa]              | Nejistota normálového napětí                                     |
| $\alpha$                                      | [1/°K]             | Teplotní součinitel délkové roztažnosti materiálů                |
| $\delta_\mu$                                  | [%], [-]           | Chyba Poissonova čísla   |
| $\delta_E$                                    | [%], [MPa]         | Chyba modulu pružnosti   |
| $\Delta l/l$                                  | [-]                | Protažení  |
| $\delta_\varepsilon$                          | [%], [ $\mu m/m$ ] | Chyba přetvoření   |
| $\delta_\sigma$                               | [%], [MPa]         | Chyba mechanického napětí  |
| $\varepsilon$                                 | [ $\mu m/m$ ]      | Přetvoření, relativní přetvoření                                 |
| $\varepsilon_{1,2}$                           | [ $\mu m/m$ ]      | Hlavní normálové přetvoření                                      |
| $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$ | [ $\mu m/m$ ]      | Měřené přetvoření na tenzometrické růžici ve směru a, b, c       |
| $\varepsilon_{app}$                           | [ $\mu m/m$ ]      | Zdánlivé přetvoření (apparent strain)                            |
| $\varepsilon_{I,II}$                          | [ $\mu m/m$ ]      | Hlavní normálové přetvoření – tenzometrické růžice               |
| $\varepsilon_o$                               | [ $\mu m/m$ ]      | Ohybové přetvoření   |
| $\varepsilon_{x,y}$                           | [ $\mu m/m$ ]      | Hlavní deformace (přetvoření) – tenzometrické kříže              |
| $\rho$  | [ $\Omega m$ ]     | Měrný elektrický odpor   |
| $\sigma$                                      | [MPa]              | Mechanické napětí  |
| $\sigma_{1,2}$                                | [MPa]              | Hlavní normálové napětí – tenzometrické kříže                    |
| $\sigma_{I,II}, \sigma_{max,min}$             | [MPa]              | Hlavní normálové napětí – tenzometrické růžice                   |
| $\sigma_N$                                    | [MPa]              | Normálové napětí   |
| $\sigma_o$                                    | [MPa]              | Ohybové napětí   |
| $\sigma_{red} (HMH)$                          | [MPa]              | Redukované napětí (hypotéza Huber, von Mises, Hencky)            |
| $\sigma_{x,y}$                                | [MPa]              | Složky normálových napětí – tenzometrické růžice                 |
| $\tau$  | [MPa]              | Smykové napětí   |
| $\tau_{x,y}$                                  | [MPa]              | Složky smykových napětí - tenzometrické růžice                   |
| $\varphi_H$                                   | [°]                | Úhel mezi $\sigma_I, (\sigma_{II})$ a ose $\sigma_x, (\sigma_y)$ |
| $\psi$  | [°]                | Pomocný úhel pro výpočet úhlu $\varphi_H$                        |
| $l, l_z$                                      | [mm]               | Délka nosníku  |
| $h$   | [mm]               | Tloušťka (výška) nosníku   |
| $v$   | [mm]               | Délka ramen extenzometru   |
| $\varphi$                                     | [°]                | Naklonění konce nosníku  |
| $I_T$   | [mm <sup>4</sup> ] | Moment setrvačnosti  |
| $M_o$   | [Nm]               | Ohybový moment   |
| $t$   | [mm]               | Výška kovové podložky tenzometru                                 |
| $a$   | [mm]               | Šířka kovové podložky tenzometru                                 |
| $b$   | [mm]               | Šířka nosníku  |
| $l_t$   | [mm]               | Efektivní délka tenzometru (kovové podložka)                     |
| $\varepsilon_T$                               | [mm]               | Korigovaná deformace nosníku                                     |
| $\varepsilon_{T/\varepsilon}$                 | [%]                | Chyba vlivem tloušťky kovové podložky                            |

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

| Symbol              | Popis   |
|---------------------|---|
| $\bar{x}$           | Výběrový aritmetický průměr                     |
| $\bar{y}$           | Aritmetický průměr                              |
| A                   | Náhodný jev                                     |
| $c_i, A_i$          | Koeficient citlivosti nebo parciální derivace   |
| $D(X), \sigma^2$    | Rozptyl (disperze, variance)                    |
| $E(X), \mu$         | Střední hodnota                                 |
| $F(x)$              | Distribuční funkce                              |
| $f(x)$              | Hustota pravděpodobnosti                        |
| F, fce              | Funkce  |
| G                   | Diskrétní distribuční funkce                    |
| $g(\eta)$           | Hustota pravděpodobnosti                        |
| $g(\xi_i)$          | Náhodná veličina s hustotou pravděpodobnosti    |
| k                   | Koeficient rozšíření (pokrytí)                  |
| k                   | Směrnice přímky                                 |
| M                   | Počet opakování (u metody Monte Carlo)          |
| n                   | Počet opakovaných pozorování                    |
| N                   | Počet vstupních veličin                         |
| p                   | Pravděpodobnost pokrytí                         |
| P                   | Hodnota pravděpodobnosti                        |
| Q                   | Úsek na ose y (hodnota zbytku)                  |
| r                   | Korelační koeficient                            |
| $r(x_i, x_j)$       | Odhad korelačního koeficientu                   |
| $s_x$               | Výběrová směrodatná odchylka                    |
| $T_\varepsilon$     | Tenzor přetvoření                               |
| $T_\varepsilon$     | Tenzor napětí                                   |
| U                   | Rozšířená nejistota                             |
| u                   | Standardní nejistota                            |
| $u(x_i)$            | Standardní nejistota                            |
| $u(\bar{y})$        | Výběrová směrodatná odchylka                    |
| $u_A$               | Nejistota stanovená metodou A, nejistota typu A |
| $u_B$               | Nejistota stanovená metodou B, nejistota typu B |
| $u_c$               | Kombinovaná standardní nejistota                |
| X                   | Vstupní veličina, náhodná veličina              |
| x                   | Odhad vstupní veličiny X                        |
| $x_r$               | Náhodný vektor                                  |
| Y                   | Měřená veličina                                 |
| y                   | Odhad měřené veličiny Y, průměrná hodnota       |
| $y_{low}, y_{high}$ | Intervalu pokrytí                               |
| Z                   | Zdroj nejistoty, veličiny                       |
| $Z_{max}$           | Maximální odchylka                              |
| $\delta$            | Chyba   |
| $\eta$              | Možná hodnota                                   |
| $\sigma$            | Směrodatná odchylka                             |
| $\chi$              | Typ rozdělení                                   |

# SEZNAM PŘÍLOH

## **Příloha 1: Simulační skripty pro stanovení nejistoty měření MMC v programu GNU Octave**

Skript 1: Stanovení nejistoty normálového napětí  $U_{\sigma N}$  - jednoosé tenzometry

Skript 2: Stanovení nejistoty hlavních normálových napětí  $U_{\sigma I}$  a  $U_{\sigma 2}$  – tenzometrické kříže

Skript 3: Stanovení nejistoty hlavních normálových přetvoření  $U_{\varepsilon I}$  a  $U_{\varepsilon II}$ , nejistoty úhlu  $U_{\varphi H}$  a nejistoty hlavních normálových napětí  $U_{\sigma I}$  a  $U_{\sigma II}$  – tenzometrické růžice

## **Příloha 2: Porovnání teoretických výpočtů a experimentu**

Graf P2.1: Závislost  $\varepsilon_o$  na  $L - T = 20^\circ\text{C}$

Graf P2.2: Závislost  $\varepsilon_o$  na  $L - T = 90^\circ\text{C}$

Graf P2.3: Závislost  $\varepsilon_o$  na  $L - T = 290^\circ\text{C}$

## **Příloha 3: Porovnání teoretických výpočtů a experimentu pro $L = \pm 5$ mm se zahrnutím nejistoty měření $U_{\varepsilon o}$**

Graf P3.1: Výsledky analytického a MKP výpočtu, experimentu  $\varepsilon_o$  a  $U_{\varepsilon o}$  pro  $T = 20^\circ\text{C}$

Graf P3.2: Výsledky analytického a MKP výpočtu, experimentu  $\varepsilon_o$  a  $U_{\varepsilon o}$  pro  $T = 90^\circ\text{C}$

Graf P3.3: Výsledky analytického a MKP výpočtu, experimentu  $\varepsilon_o$  a  $U_{\varepsilon o}$  pro  $T = 290^\circ\text{C}$

## **Příloha 4: Porovnání teoretických výpočtů a experimentu pro $L = \pm 5$ mm se zahrnutím nejistoty měření $U_{\sigma o}$**

Graf P4.1: Výsledky analytického a MKP výpočtu, experimentu  $\sigma_o$  a  $U_{\sigma o}$  pro  $T = 20^\circ\text{C}$

Graf P4.2: Výsledky analytického a MKP výpočtu, experimentu  $\sigma_o$  a  $U_{\sigma o}$  pro  $T = 90^\circ\text{C}$

Graf P4.3: Výsledky analytického a MKP výpočtu, experimentu  $\sigma_o$  a  $U_{\sigma o}$  pro  $T = 290^\circ\text{C}$

## **Příloha 5: Závislost $\varepsilon_{app}$ na teplotě**

Graf P5.1: Časový průběh teplotních cyklů v peci – závislost  $\varepsilon_{app}$  na  $T$

## **Příloha 6: Tabulky vypočtených a naměřených hodnot $\varepsilon_o$ a $\sigma_o$**

Tab. P6.1: Výsledky MKP výpočtu

Tab. P6.2 až Tab. P6.6: Výsledky měření na snímačích P1 až P5

```

1  ##Výpočet jednoosé napjatosti
2
3  clear all; close all
4
5  M=1e6;
6
7  epsilon=-548.27;
8  deltaepsilon=16.76;
9  X1=normrnd(epsilon,deltaepsilon,1,M);
10 "X1=unifrnd(epsilon-deltaepsilon,epsilon+deltaepsilon,1,M);"
11
12 E=206000./1000000;
13 deltaE=20600./1000000;
14 "X2=normrnd(E,deltaE,1,M);"
15 X2=unifrnd(E-deltaE,E+deltaE,1,M);
16
17 Y=X1.*X2;
18
19 figure
20 hist(Y,50); % histogram (pravděpodobnostní funkce)
21 xlabel ("trida - class");
22 ylabel ("cetnost - frekvence");
23 title ("Histogram Y");
24 grid on
25
26 [sci, lq, rq] = _scovint(Y, 0.95, 1);
27 % spočítá nejkratší interval pokrytí (shortest coverage
interval)
28 stddouble=std(Y).*2; % spočítá dvojnásobek standardní (směrodatné) odchylky
29 % histogram výstupní funkce
30 figure
31 hist(Y,100);
32 hold on
33
34 yl=ylim; % získání limity osy y
35 expe=mean(Y); % spočítá střední hodnotu (expetation - mean)
36 stdev=std(Y); % spočítá standardní (směrodatné) odchylku (standard deviation)
37
38 plot([expe expe], [yl(1) yl(2)], 'g--', 'linewidth',3); % vykreslí zbytek
39 plot([expe-stdev expe+stdev], [yl(1) yl(2)], '-y', 'linewidth',3);
40 plot([lq rq], [yl(1) yl(2)], '-r', 'linewidth',3);
41 plot([rq rq], [yl(1) yl(2)], '-r', 'linewidth',3);
42 plot([expe+stdev expe+stdev], [yl(1) yl(2)], '-y', 'linewidth',3);
43 legend('histogram','střední hodnota - mean','nejistota u(y) - standard
deviation','nejkratši interval pokrytí - s.c.i.');
```

```

44 xlabel('vystupni velicina - output quantity');
45 ylabel('cetnost - count');
46 title('Pravdepodobnostni distribucni funkce - PDF');
47 hold off
48 figure
49
50 plot (X1, X2);
51 xlabel ("X1");
52 ylabel ("X2");
53 title ("Vygenerování X1 a X2");
54
55 figure; hist(X1,100); grid off; figure; hist(X2,100); grid off;
```

*Skript 1: Stanovení nejistoty normálového napětí  $U_{oN}$  - jednoosé tenzometry*

```

1  ##Výpočet dvojosé napjatosti - Kříže
2
3  clear all; close all
4
5  M=1e6;
6
7  epsilonI=798.75;
8  deltaepsilonI=9.15;
9  X1=normrnd(epsilonI,deltaepsilonI,1,M);
10 "X1=unifrnd(epsilonI-deltaepsilonI,epsilonI+deltaepsilonI,1,M);"
11
12 epsilonII=398.17;
13 deltaepsilonII=8.23;
14 X2=normrnd(epsilonII,deltaepsilonII,1,M);
15 "X2=unifrnd(epsilonII-deltaepsilonII,epsilonII+deltaepsilonII,1,M);"
16
17 E=206000./1000000;
18 deltaE=20600./1000000;
19 "X3=normrnd(E,deltaE,1,M);"
20 X3=unifrnd(E-deltaE,E+deltaE,1,M);
21
22 V=0.285;
23 deltaV=0.015;
24 "X4=normrnd(V,deltaV,1,M);"
25 X4=unifrnd(V-deltaV,V+deltaV,1,M);
26
27 S1=(X3./(1-X4.^2)).*(X1+X4.*X2);
28 S2=(X3./(1-X4.^2)).*(X2+X4.*X1);
29
30 hist(S2,100); % histogram (pravděpodobnostní funkce)
31 xlabel ("trida - class");
32 ylabel ("cetnost - frekvence");
33 title ("Histogram");
34
35
36 [sci, lq, rq] = _scovint(S2, 0.95, 1);
37 % spočítá nejkratší interval pokrytí (shortest coverage
interval)
38 stddouble=std(S1).*2; % spočítá dvojnásobek standardní (směrodatné) odchylky
39 % histogram výstupní funkce
40 figure
41 hist(S2,100);
42 hold on
43
44 yl=ylim; % získání limity osy y
45 expe=mean(S2); % spočítá střední hodnotu (expetation - mean)
46 stdev=std(S2); % spočítá standardní (směrodatné) odchylku (standard deviation)
47
48 plot([expe expel, [yl(1) yl(2)], 'g--', 'linewidth',3); % vykreslí zbytek
49 plot([expe-stdev expe+stdev], [yl(1) yl(2)], '-y', 'linewidth',3);
50 plot([lq lq], [yl(1) yl(2)], '-r', 'linewidth',3);
51 plot([rq rq], [yl(1) yl(2)], '-r', 'linewidth',3);
52 plot([expe+stdev expe+stdev], [yl(1) yl(2)], '-y', 'linewidth',3);
53 legend('histogram','stredni hodnota - mean','nejistota u(y) - standard
deviation','nejkratsi interval pokryti - s.c.i.');
```

```

54 xlabel('vystupni velicina - output quantity');
55 ylabel('cetnost - count');
56 title('Pravdepodobnostni distribucni funkce - PDF');
57 "xlim([280,450]);"
58 hold off
59 figure
60
61 plot (S2, S1); xlabel ("S2"); ylabel ("S1"); title {"Vygenerovani S2 a S1"};

```

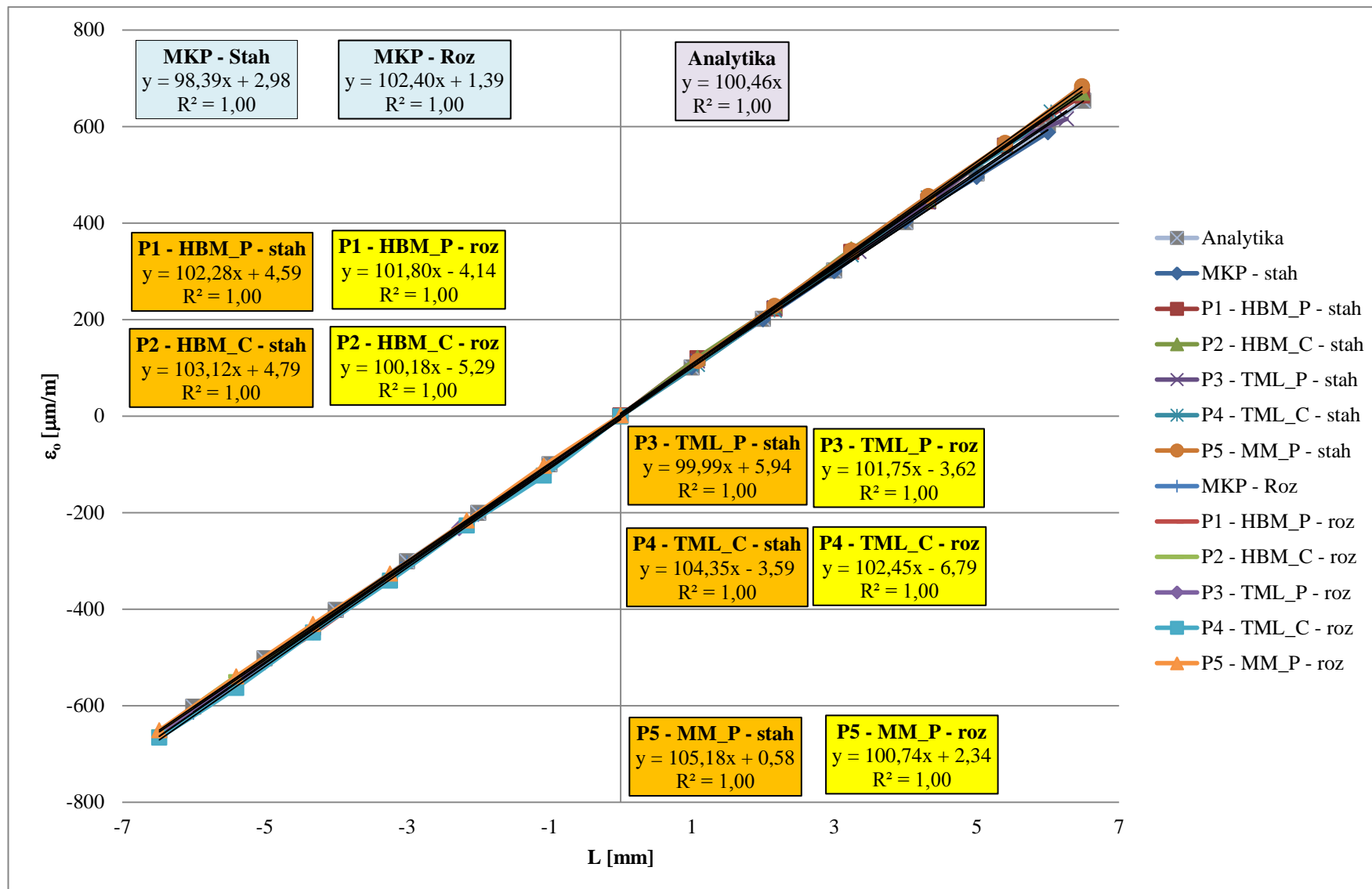
Skript 2: Stanovení nejistoty hlavních normálových napětí  $U_{\sigma 1}$  a  $U_{\sigma 2}$  – tenzometrické kříže



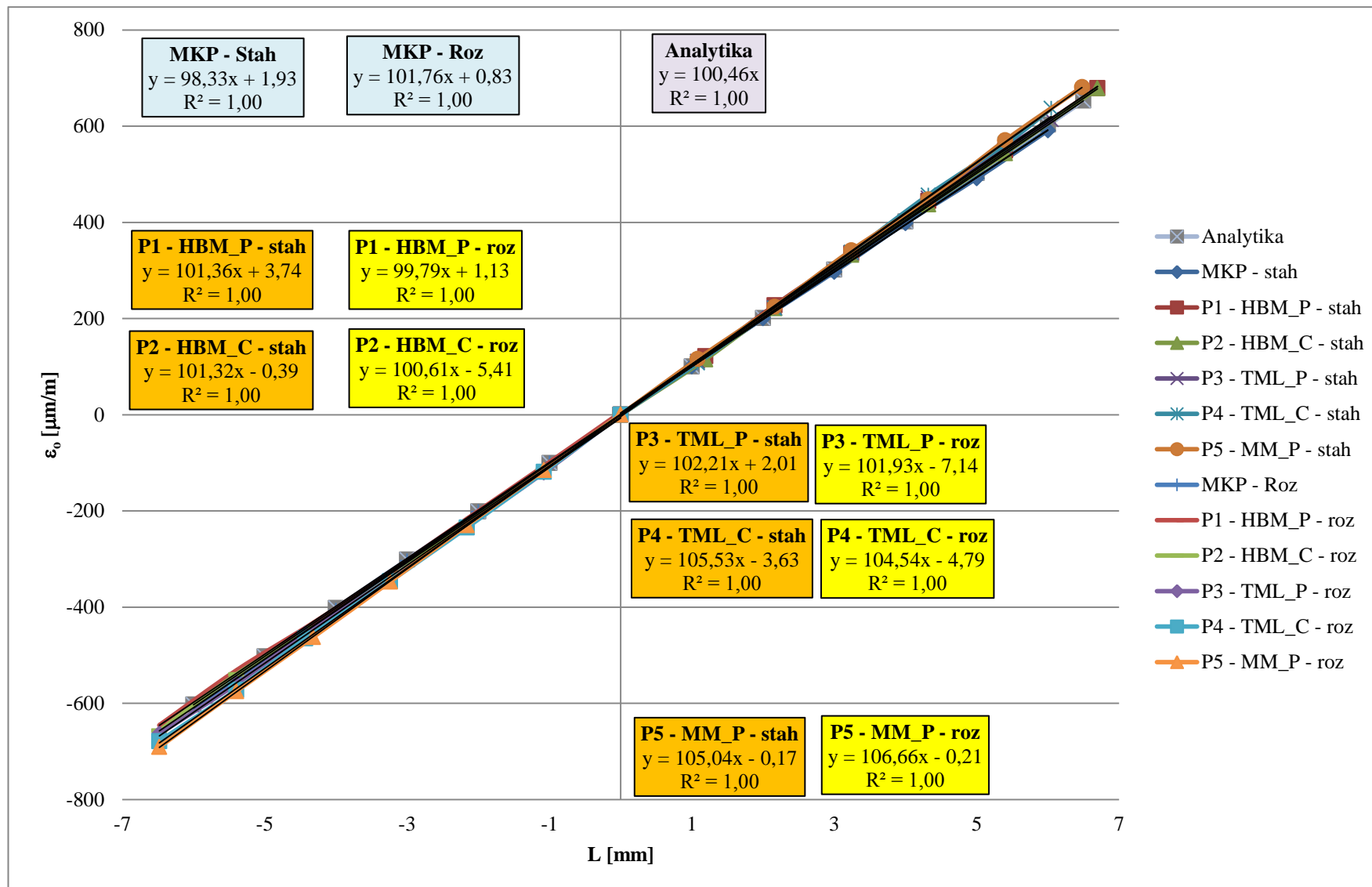
```

1  ##Výpočet dvojosé napjatosti - Růžice
2
3  clear all; close all
4
5  M=1e6;
6
7  epsilon_a=720.99;
8  deltaepsilon_a=9.54;
9  X1=normrnd(epsilon_a,deltaepsilon_a,1,M);
10 "X1=unifrnd(epsilon_a-deltaepsilon_a,epsilon_a+deltaepsilon_a,1,M);"
11
12 epsilon_b=1286.80;
13 deltaepsilon_b=12.12;
14 X2=normrnd(epsilon_b,deltaepsilon_b,1,M);
15 "X2=unifrnd(epsilon_b-deltaepsilon_b,epsilon_b+deltaepsilon_b,1,M);"
16
17 epsilon_c=1035.00;
18 deltaepsilon_c=10.33;
19 X3=normrnd(epsilon_c,deltaepsilon_c,1,M);
20 "X3=unifrnd(epsilon_c-deltaepsilon_c,epsilon_c+deltaepsilon_c,1,M);"
21
22 E=200000./1000000;
23 deltaE=16000./1000000;
24 "X4=normrnd(E,deltaE,1,M);"
25 X4=unifrnd(E-deltaE,E+deltaE,1,M);
26
27 V=0.3;
28 deltaV=0.012;
29 "X5=normrnd(V,deltaV,1,M);"
30 X5=unifrnd(V-deltaV,V+deltaV,1,M);
31
32 eI=((X1+X3)./2)+(sqrt((((X1-X3)./2).^2)+((2.*X2-X1-X3)./2).^2));
33 eII=((X1+X3)./2)-(sqrt((((X1-X3)./2).^2)+((2.*X2-X1-X3)./2).^2));
34 p=rad2deg(atan((2.*X2-X1-X3)/(X1-X3)));
35 f=(180-abs(p))./2; % Dodělat počítání
    kvadrantů
36
37 sI=((X4./(1-X5)).*((X1+X3)./2))+((X4./(sqrt(2).*(1+X5))).*(sqrt(((X1-X2).^2)+((X3-X2).^2))
    ));
38 sII=((X4./(1-X5)).*((X1+X3)./2))-((X4./(sqrt(2).*(1+X5))).*(sqrt(((X1-X2).^2)+((X3-X2).^2)
    )));
39
40
41 hist(sII,100); % histogram (pravděpodobnostní funkce)
42 xlabel("trida - class");
43 ylabel("cetnost - frekvence");
44 title("Histogram");
45
46 [sci, lq, rq] = _scovint(sII, 0.95, 1);
47 % spočítá nejkratší interval pokrytí (shortest coverage
    interval)
48 stddouble=std(sI).*2; % spočítá dvojnásobek standardní (směrodatné) odchylky
49 % histogram výstupní funkce
50 figure
51 hist(sII,100);
52 hold on
53
54 yl=ylim; % získání limity osy y
55 expe=mean(sII); % spočítá střední hodnotu (expetation - mean)
56 stdev=std(sII); % spočítá standardní (směrodatné) odchylku (standard deviation)
57
58 plot([expe expe], [yl(1) yl(2)], 'g--', 'linewidth',3); % vykreslí zbytek
59 plot([expe-stdev expe+stdev], [yl(1) yl(2)], '-y', 'linewidth',3);
60 plot([lq rq], [yl(1) yl(2)], '-r', 'linewidth',3);
61 plot([rq rq], [yl(1) yl(2)], '-r', 'linewidth',3);
62 plot([expe+stdev expe+stdev], [yl(1) yl(2)], '-y', 'linewidth',3);
63 legend('histogram','střední hodnota - mean','nejistota u(y) - standard
    deviation','nejkratši interval pokrytí - s.c.i.');
```

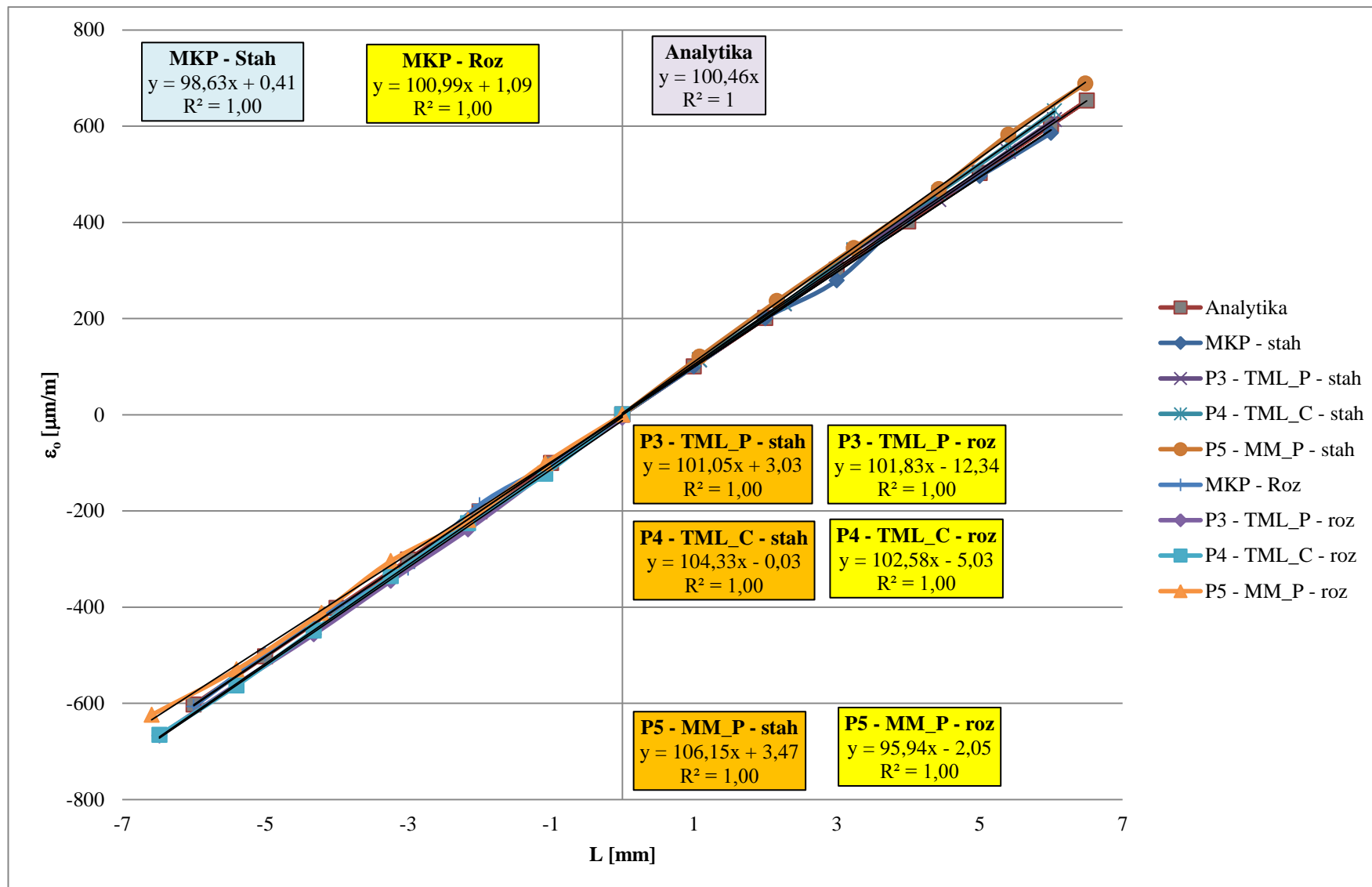
*Skript 3: Stanovení nejistoty hlavních normálových přetvoření  $U_{ei}$  a  $U_{eII}$ , nejistoty úhlu  $U_{\phi H}$  a nejistoty hlavních normálových napětí  $U_{\sigma I}$  a  $U_{\sigma II}$  – tenzometrické růžice*



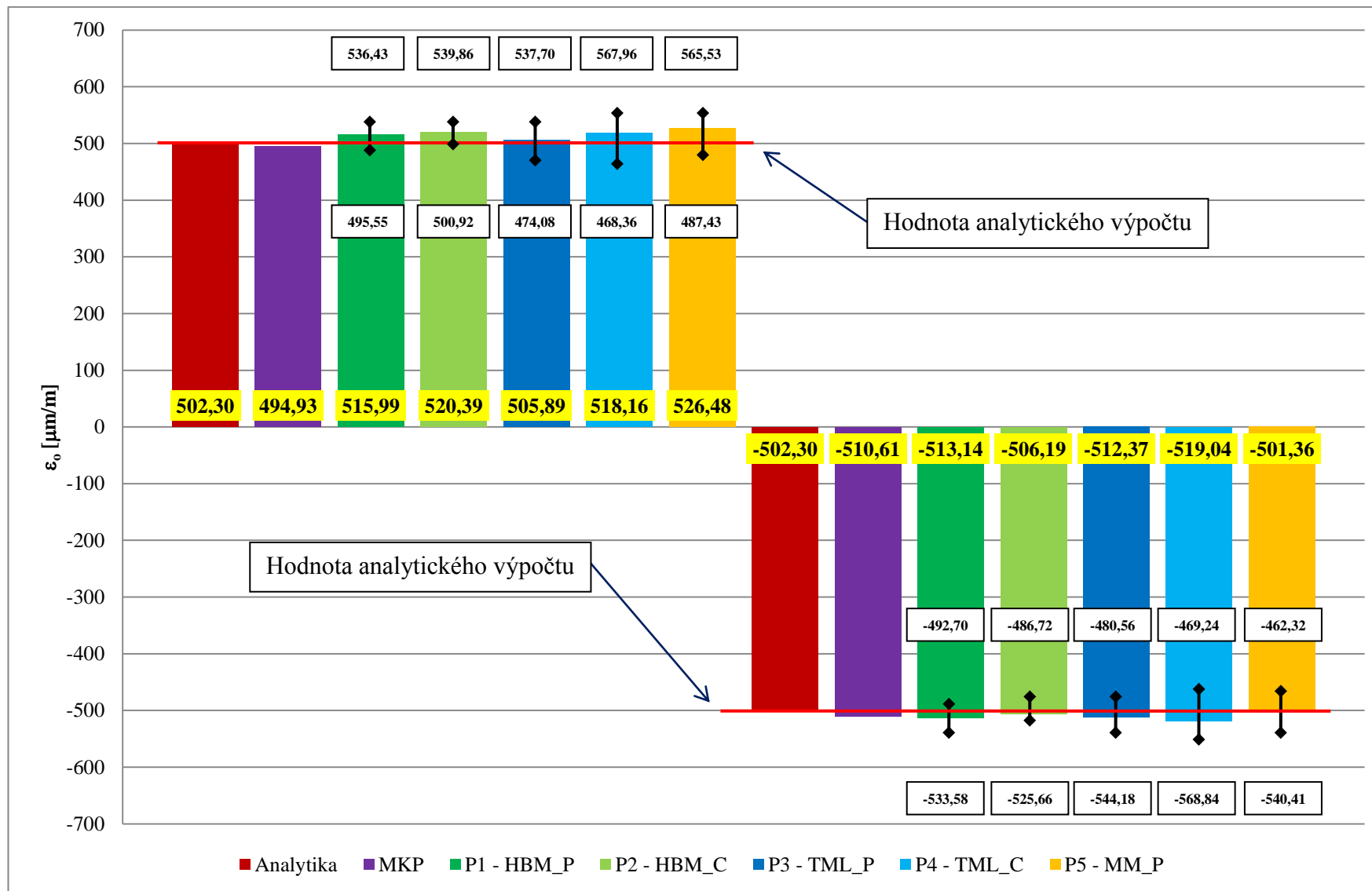
Graf P2.1: Porovnání výpočtu a experimentu – závislost  $\epsilon_0$  na  $L$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$



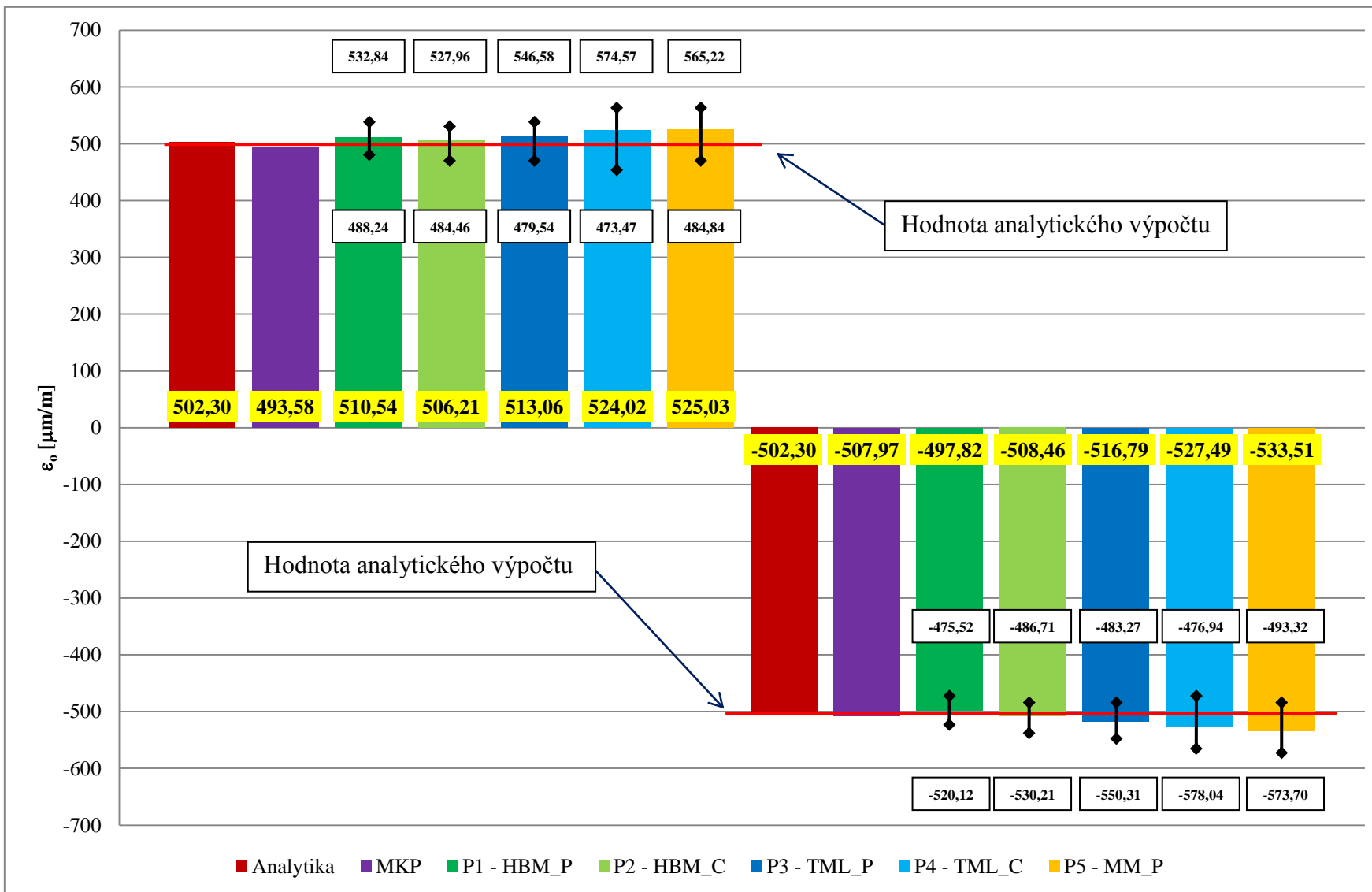
Graf P2.2: Porovnání výpočtu a experimentu – závislost  $\epsilon_0$  na  $L$ ,  $T = 90^\circ\text{C}$



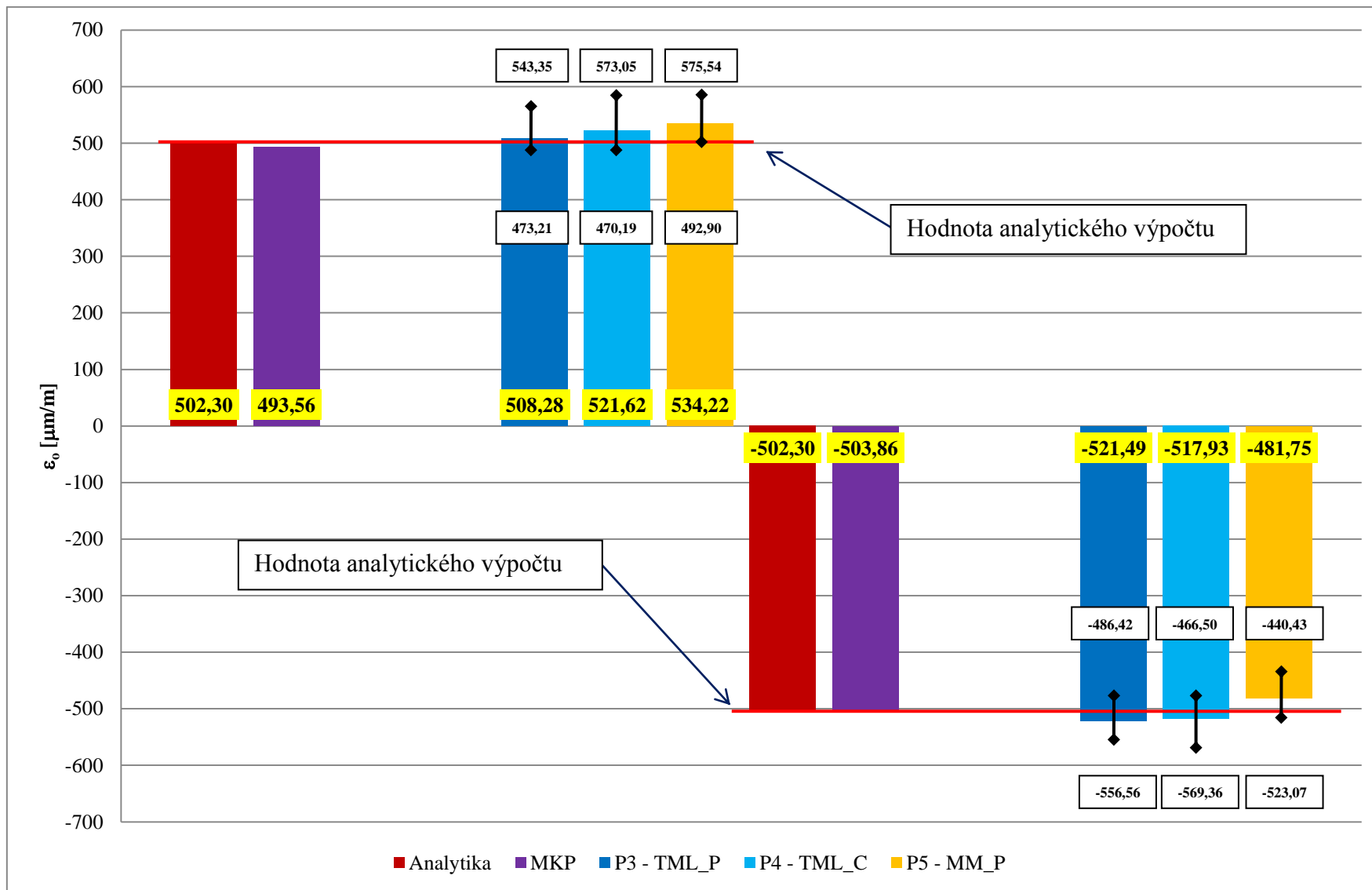
Graf P2.3: Porovnání výpočtu a experimentu – závislost  $\epsilon_0$  na  $L$ ,  $T = 290^\circ\text{C}$



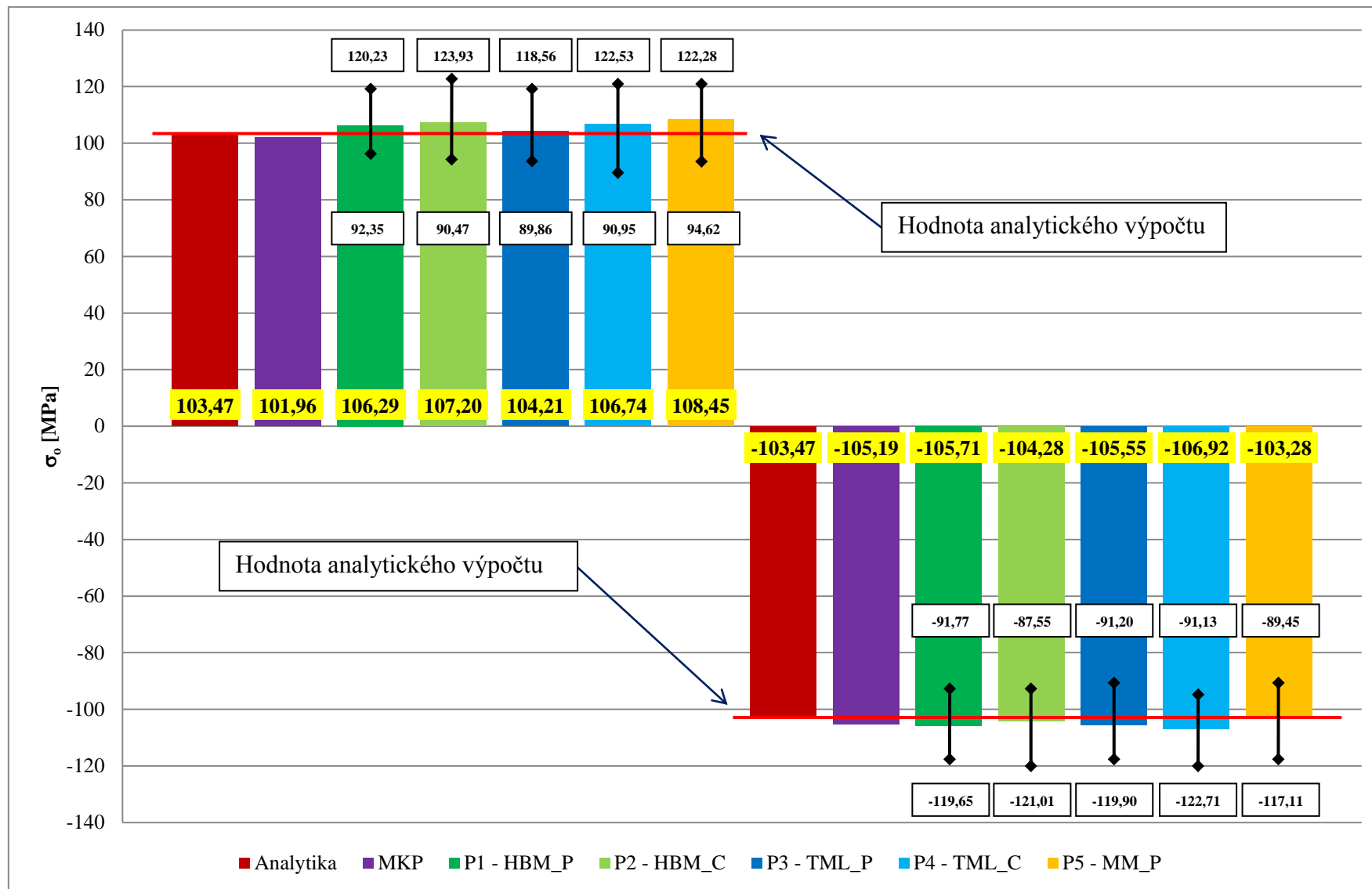
Graf P3.1: Výsledky, porovnání výpočtu a experimentu pro  $L = \pm 5$  mm se zahrnutím nejistoty měření  $U_{\epsilon_0}$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$



Graf P3.2: Výsledky, porovnání výpočtu a experimentu  $L = \pm 5 \text{ mm}$  se zahrnutím nejistoty měření  $U_{\text{cov}}$ ,  $T = 90^\circ\text{C}$

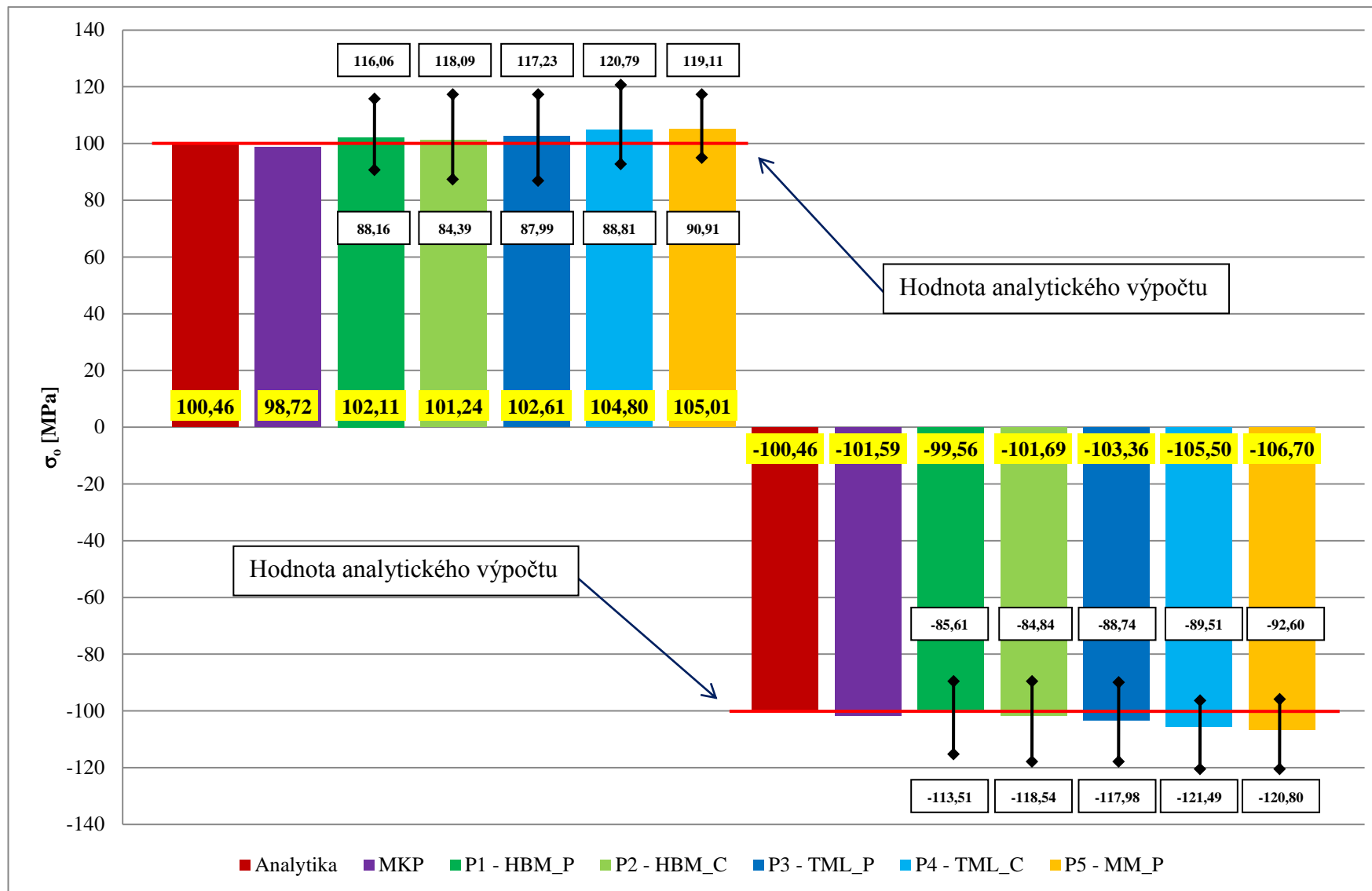


Graf P3.3: Výsledky, porovnání výpočtu a experimentu  $L = \pm 5 \text{ mm}$  se zahrnutím nejistoty měření  $U_{\epsilon_0}$ ,  $T = 290^\circ\text{C}$

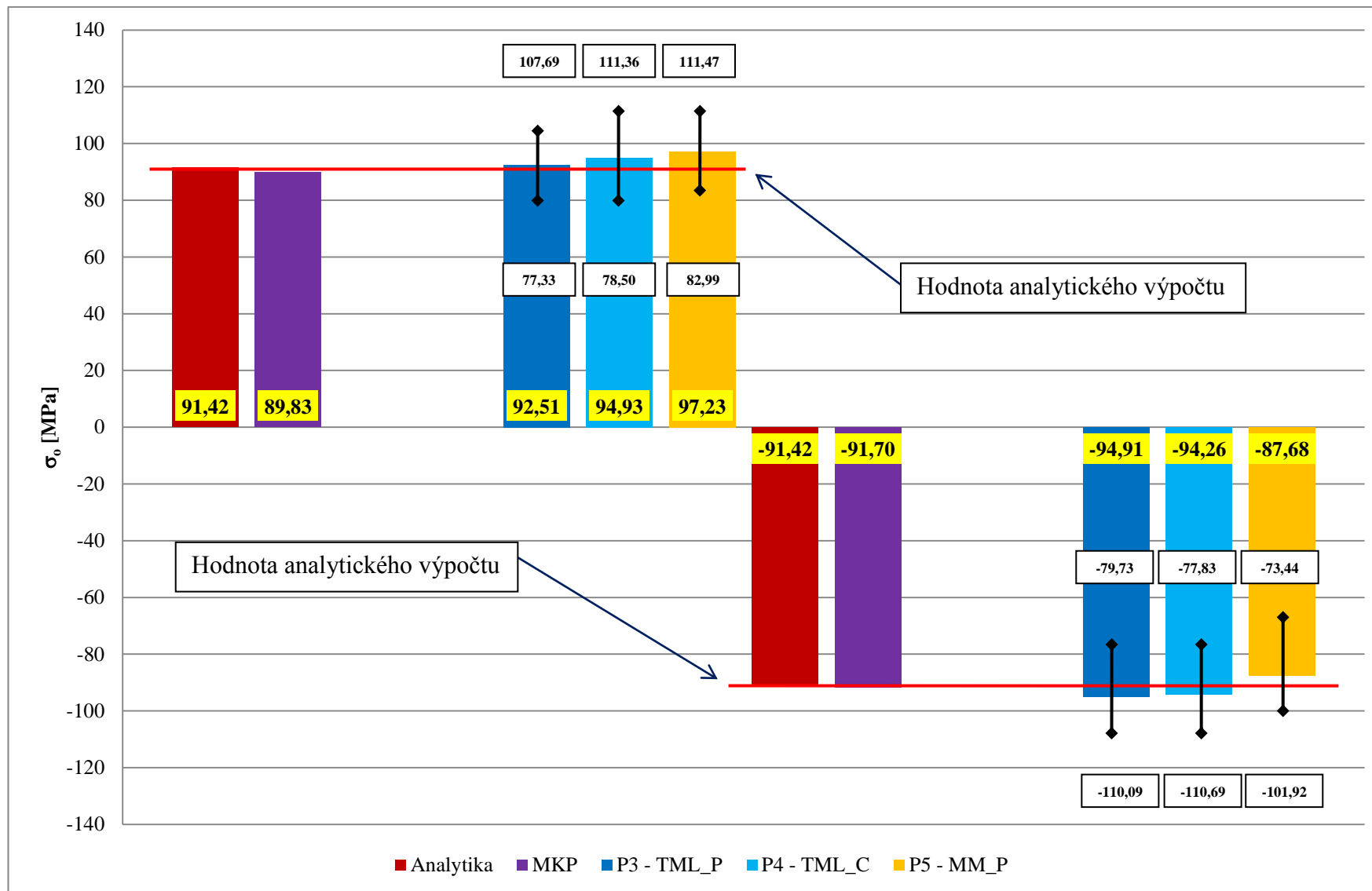


Graf P4.1 Výsledky, porovnání výpočtu a experimentu  $L = \pm 5$  mm se zahrnutím nejistoty měření  $U_{\sigma_0}$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$

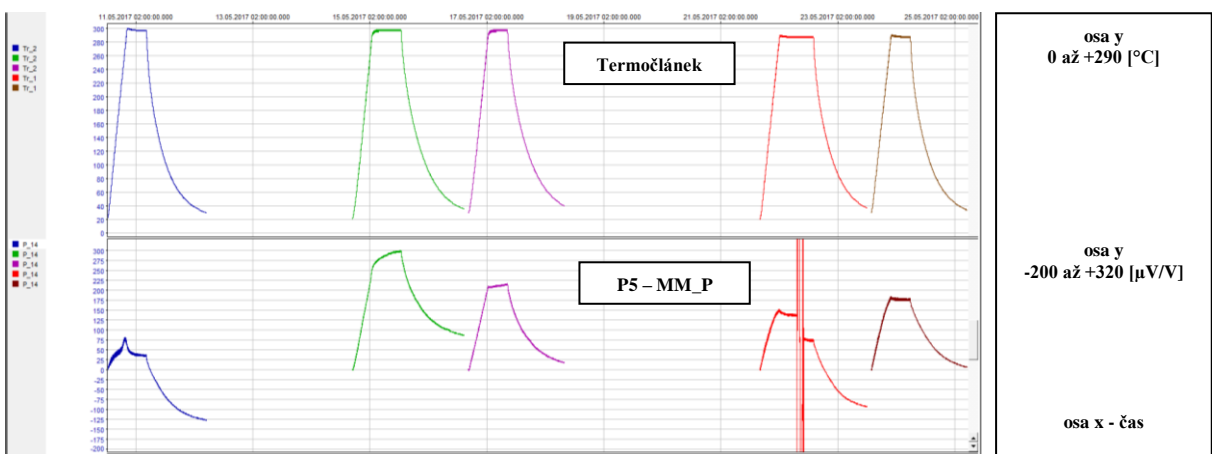
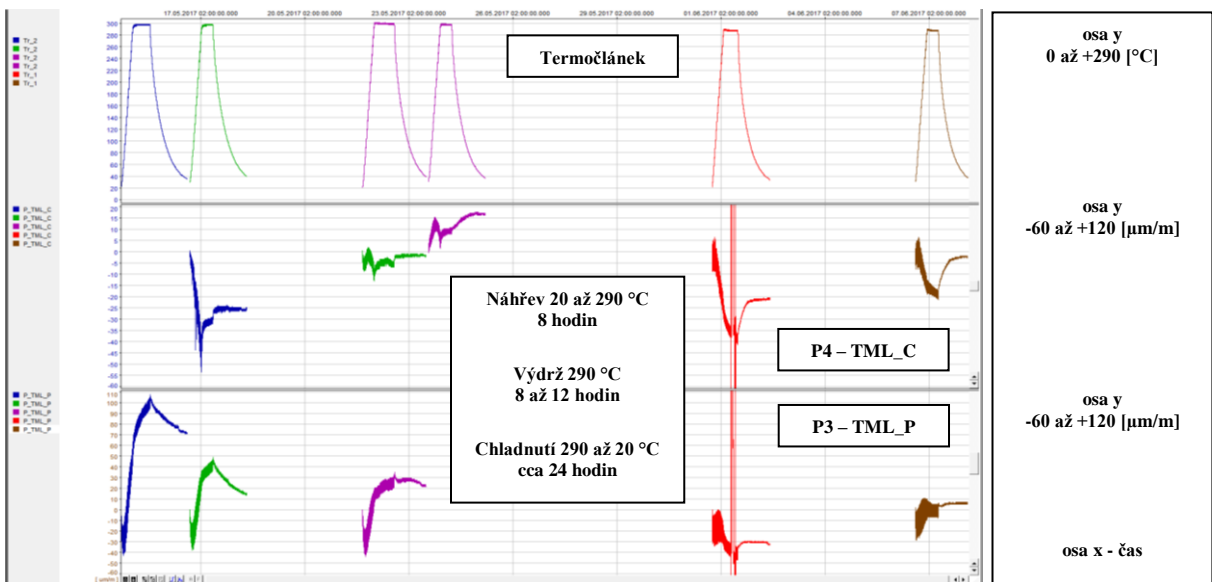
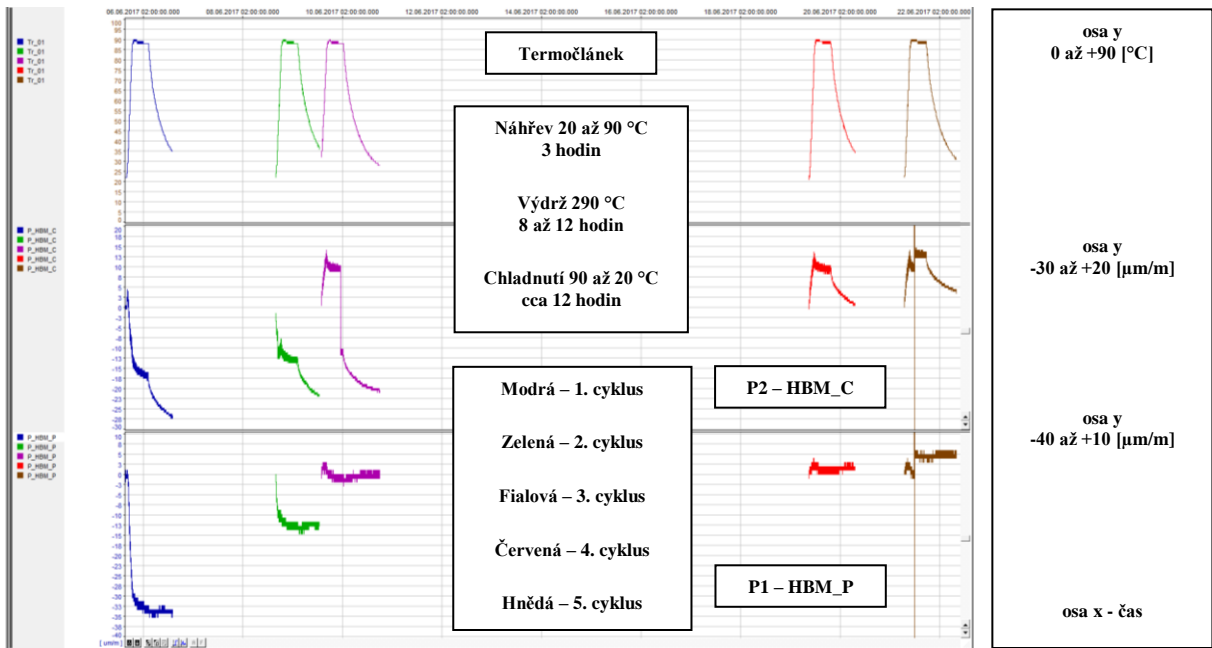




Graf P4.2: Výsledky, porovnání výpočtu a experimentu  $L = \pm 5$  mm se zahrnutím nejistoty měření  $U_{\sigma\sigma}$ ,  $T = 90^\circ\text{C}$



Graf P4.3: Výsledky, porovnání výpočtu a experimentu  $L = \pm 5$  mm se zahrnutím nejistoty měření  $U_{\sigma_0}$ ,  $T = 290^\circ\text{C}$



Graf P5.1: Časový průběh teplotních cyklů v peci – závislost  $\epsilon_{app}$  na  $T$

Tab. P6.1: Výsledky MKP výpočtu  $\epsilon_o$  a  $\sigma_o$

| T [°C]      |      | 20                  |            | 90                  |            | 290                 |            |
|-------------|------|---------------------|------------|---------------------|------------|---------------------|------------|
| Směr        | L    | $\epsilon_o$        | $\sigma_o$ | $\epsilon_o$        | $\sigma_o$ | $\epsilon_o$        | $\sigma_o$ |
|             | [mm] | [ $\mu\text{m/m}$ ] | [MPa]      | [ $\mu\text{m/m}$ ] | [MPa]      | [ $\mu\text{m/m}$ ] | [MPa]      |
| Stahování   | 0    | 0,00                | 0,00       | 5,96                | 1,90       | 23,19               | 4,22       |
|             | 1    | 100,82              | 20,63      | 106,30              | 21,18      | 123,21              | 22,41      |
|             | 2    | 200,31              | 41,16      | 206,38              | 42,03      | 223,81              | 40,16      |
|             | 3    | 299,70              | 61,48      | 302,84              | 60,72      | 302,18              | 54,99      |
|             | 4    | 403,27              | 81,41      | 404,19              | 81,10      | 435,77              | 74,42      |
|             | 5    | 495,19              | 101,88     | 497,52              | 99,79      | 519,10              | 96,30      |
|             | 6    | 587,75              | 121,76     | 596,93              | 122,16     | 609,15              | 111,66     |
| Roztahování | 0    | 0,00                | 0,00       | 5,96                | 1,90       | 23,19               | 4,22       |
|             | -1   | -100,58             | -20,70     | -94,53              | -18,93     | -77,71              | -14,23     |
|             | -2   | -204,72             | -41,60     | -195,85             | -39,20     | -163,96             | -28,75     |
|             | -3   | -303,69             | -62,86     | -297,78             | -59,30     | -296,40             | -53,97     |
|             | -4   | -405,96             | -84,05     | -400,80             | -80,77     | -377,99             | -68,74     |
|             | -5   | -512,95             | -104,94    | -503,66             | -100,30    | -474,38             | -89,12     |
|             | -6   | -614,71             | -126,28    | -602,69             | -120,97    | -583,58             | -105,91    |

Tab. P6.2: Naměřené hodnoty  $\epsilon_o$  a  $\sigma_o$  (po korekci) na snímači P1 – HBM\_P

| T [°C]      |      | 20                  |                     |            |      | 90                  |                     |            |  |
|-------------|------|---------------------|---------------------|------------|------|---------------------|---------------------|------------|--|
| Směr        | L    | $\epsilon_o$        | $\epsilon_o$        | $\sigma_o$ | L    | $\epsilon_o$        | $\epsilon_o$        | $\sigma_o$ |  |
|             | [mm] | [ $\mu\text{V/V}$ ] | [ $\mu\text{m/m}$ ] | [MPa]      | [mm] | [ $\mu\text{V/V}$ ] | [ $\mu\text{m/m}$ ] | [MPa]      |  |
| Stahování   | 0,0  | 1,01                | 0,99                | 0,20       | 0,0  | 0,00                | 0,00                | 0,00       |  |
|             | 1,1  | 121,96              | 119,57              | 24,63      | 1,2  | 123,98              | 121,55              | 24,31      |  |
|             | 2,2  | 226,79              | 222,34              | 45,80      | 2,2  | 231,83              | 227,28              | 45,46      |  |
|             | 3,2  | 346,73              | 339,94              | 70,03      | 3,2  | 342,70              | 335,98              | 67,20      |  |
|             | 4,3  | 453,58              | 444,68              | 91,60      | 4,3  | 453,58              | 444,68              | 88,94      |  |
|             | 5,4  | 571,51              | 560,30              | 115,42     | 5,4  | 560,42              | 549,43              | 109,89     |  |
|             | 6,5  | 677,34              | 664,06              | 136,80     | 6,7  | 692,46              | 678,88              | 135,78     |  |
| Roztahování | 0,0  | 0,00                | 0,00                | 0,00       | 0,0  | 5,04                | 4,94                | 0,99       |  |
|             | -1,1 | -119,95             | -117,59             | -24,22     | -1,1 | -108,86             | -106,72             | -21,34     |  |
|             | -2,2 | -227,80             | -223,33             | -46,01     | -2,2 | -220,74             | -216,41             | -43,28     |  |
|             | -3,2 | -341,70             | -335,00             | -69,01     | -3,2 | -333,63             | -327,09             | -65,42     |  |
|             | -4,3 | -459,63             | -450,61             | -92,83     | -4,3 | -441,48             | -432,83             | -86,57     |  |
|             | -5,4 | -558,40             | -547,46             | -112,78    | -5,4 | -542,28             | -531,64             | -106,33    |  |
|             | -6,5 | -677,07             | -663,80             | -136,74    | -6,5 | -658,39             | -645,48             | -129,10    |  |

Tab. P6.3: Naměřené hodnoty  $\epsilon_0$  a  $\sigma_0$  (po korekci) na snímači P2 – HBM\_C

| T [°C]      | 20   |              |              |            | 90   |              |              |            |
|-------------|------|--------------|--------------|------------|------|--------------|--------------|------------|
| Směr        | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ |
|             | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      |
| Stahování   | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       |
|             | 1,1  | 245,94       | 119,97       | 24,71      | 1,2  | 235,98       | 115,11       | 23,02      |
|             | 2,2  | 464,00       | 226,34       | 46,63      | 2,2  | 454,04       | 221,48       | 44,30      |
|             | 3,2  | 706,95       | 344,85       | 71,04      | 3,2  | 681,06       | 332,22       | 66,44      |
|             | 4,3  | 917,04       | 447,34       | 92,15      | 4,3  | 896,13       | 437,14       | 87,43      |
|             | 5,4  | 1156,01      | 563,91       | 116,16     | 5,4  | 1114,19      | 543,51       | 108,70     |
|             | 6,5  | 1373,07      | 669,79       | 137,98     | 6,7  | 1390,99      | 678,53       | 135,71     |
| Roztahování | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       |
|             | -1,1 | -238,97      | -116,57      | -24,01     | -1,1 | -233,99      | -114,14      | -22,83     |
|             | -2,2 | -457,03      | -222,94      | -45,93     | -2,2 | -460,01      | -224,40      | -44,88     |
|             | -3,2 | -681,06      | -332,22      | -68,44     | -3,2 | -697,99      | -340,48      | -68,10     |
|             | -4,3 | -909,07      | -443,45      | -91,35     | -4,3 | -909,07      | -443,45      | -88,69     |
|             | -5,4 | -1106,22     | -539,62      | -111,16    | -5,4 | -1107,22     | -540,11      | -108,02    |
|             | -6,5 | -1341,21     | -654,25      | -134,78    | -6,5 | -1347,18     | -657,16      | -131,43    |

Tab. P6.4: Naměřené hodnoty  $\epsilon_0$  a  $\sigma_0$  (po korekci) na snímači P3 – TML\_P

| T [°C]      | 20   |              |              |            | 90   |              |              |            | 290  |              |              |            |
|-------------|------|--------------|--------------|------------|------|--------------|--------------|------------|------|--------------|--------------|------------|
| Směr        | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ |
|             | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      |
| Stahování   | 0,0  | 1,06         | 1,03         | 0,21       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       |
|             | 1,1  | 116,48       | 113,64       | 23,41      | 1,1  | 112,25       | 110,75       | 22,15      | 1,1  | 111,19       | 113,37       | 20,63      |
|             | 2,2  | 229,78       | 224,18       | 46,18      | 2,2  | 225,55       | 222,54       | 44,51      | 2,3  | 225,55       | 229,98       | 41,86      |
|             | 3,3  | 349,44       | 340,92       | 70,23      | 3,2  | 340,97       | 336,42       | 67,28      | 3,2  | 333,56       | 340,12       | 61,90      |
|             | 4,3  | 454,28       | 443,20       | 91,30      | 4,3  | 456,39       | 450,30       | 90,06      | 4,4  | 438,39       | 447,01       | 81,36      |
|             | 5,4  | 573,93       | 559,93       | 115,35     | 5,4  | 562,28       | 554,78       | 110,96     | 5,4  | 536,87       | 547,43       | 99,63      |
|             | 6,3  | 631,11       | 615,72       | 126,84     | 6,0  | 621,58       | 613,29       | 122,66     | 6,0  | 601,46       | 613,29       | 111,62     |
| Roztahování | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | -6,35        | -6,48        | -1,18      |
|             | -1,1 | -117,54      | -114,67      | -23,62     | -1,1 | -121,78      | -120,15      | -24,03     | -1,1 | -118,60      | -120,93      | -22,01     |
|             | -2,3 | -238,26      | -232,45      | -47,88     | -2,2 | -235,08      | -231,94      | -46,39     | -2,2 | -234,02      | -238,62      | -43,43     |
|             | -3,2 | -346,27      | -337,82      | -69,59     | -3,2 | -346,27      | -341,65      | -68,33     | -3,2 | -338,85      | -345,51      | -62,88     |
|             | -4,3 | -459,57      | -448,36      | -92,36     | -4,4 | -461,69      | -455,53      | -91,11     | -4,3 | -447,92      | -456,73      | -83,12     |
|             | -5,4 | -566,52      | -552,70      | -113,86    | -5,4 | -567,58      | -560,01      | -112,00    | -5,4 | -549,58      | -560,38      | -101,99    |
|             | -6,5 | -674,53      | -658,08      | -135,56    | -6,5 | -672,41      | -663,44      | -132,69    | -6,5 | -654,41      | -667,28      | -121,44    |

Tab. P6.5: Naměřené hodnoty  $\epsilon_0$  a  $\sigma_0$  (po korekci) na snímači P4 – TML\_C

| T [°C]      | 20   |              |              |            | 90   |              |              |            | 290  |              |              |            |
|-------------|------|--------------|--------------|------------|------|--------------|--------------|------------|------|--------------|--------------|------------|
|             | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ |
|             | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      |
| Stahování   | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       |
|             | 1,1  | 218,05       | 106,36       | 21,91      | 1,1  | 218,05       | 107,57       | 21,51      | 1,1  | 223,85       | 114,12       | 20,77      |
|             | 2,2  | 448,85       | 218,95       | 45,10      | 2,2  | 448,85       | 221,43       | 44,29      | 2,3  | 453,49       | 231,20       | 42,08      |
|             | 3,2  | 684,30       | 333,80       | 68,76      | 3,2  | 684,30       | 337,58       | 67,52      | 3,2  | 672,70       | 342,96       | 62,42      |
|             | 4,3  | 925,54       | 451,48       | 93,01      | 4,3  | 925,54       | 456,60       | 91,32      | 4,4  | 905,82       | 461,82       | 84,05      |
|             | 5,4  | 1140,11      | 556,15       | 114,57     | 5,4  | 1140,11      | 562,45       | 112,49     | 5,4  | 1101,83      | 561,75       | 102,24     |
|             | 6,0  | 1290,89      | 629,70       | 129,72     | 6,0  | 1290,89      | 636,83       | 127,37     | 6,0  | 1238,69      | 631,52       | 114,94     |
| Roztahování | 0,0  | -2,32        | -1,13        | -0,23      | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 1,16         | 0,59         | 0,11       |
|             | -1,1 | -252,84      | -123,34      | -25,41     | -1,1 | -241,24      | -119,01      | -23,80     | -1,1 | -241,24      | -122,99      | -22,38     |
|             | -2,2 | -465,09      | -226,87      | -46,74     | -2,2 | -475,53      | -234,59      | -46,92     | -2,2 | -443,05      | -225,88      | -41,11     |
|             | -3,2 | -699,38      | -341,16      | -70,28     | -3,2 | -701,69      | -346,17      | -69,23     | -3,2 | -658,78      | -335,87      | -61,13     |
|             | -4,3 | -919,74      | -448,65      | -92,42     | -4,4 | -942,94      | -465,18      | -93,04     | -4,3 | -880,31      | -448,81      | -81,68     |
|             | -5,4 | -1155,19     | -563,51      | -116,08    | -5,4 | -1159,83     | -572,18      | -114,44    | -5,4 | -1104,15     | -562,93      | -102,45    |
|             | -6,5 | -1366,28     | -666,48      | -137,29    | -6,5 | -1375,55     | -678,60      | -135,72    | -6,5 | -1305,96     | -665,82      | -121,18    |

Tab. P6.6: Naměřené hodnoty  $\epsilon_0$  a  $\sigma_0$  (po korekci) na snímači P5 – MM\_P

| T [°C]      | 20   |              |              |            | 90   |              |              |            | 290  |              |              |            |
|-------------|------|--------------|--------------|------------|------|--------------|--------------|------------|------|--------------|--------------|------------|
|             | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ | L    | $\epsilon_0$ | $\epsilon_0$ | $\sigma_0$ |
|             | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      | [mm] | [ $\mu$ V/V] | [ $\mu$ m/m] | [MPa]      |
| Stahování   | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       |
|             | 1,1  | 227,92       | 113,96       | 23,48      | 1,1  | 231,50       | 115,75       | 23,15      | 1,1  | 241,04       | 120,52       | 21,93      |
|             | 2,2  | 455,84       | 227,92       | 46,95      | 2,2  | 448,68       | 224,34       | 44,87      | 2,2  | 472,54       | 236,27       | 43,00      |
|             | 3,2  | 686,14       | 343,07       | 70,67      | 3,2  | 683,75       | 341,88       | 68,38      | 3,2  | 693,30       | 346,65       | 63,09      |
|             | 4,3  | 911,67       | 455,84       | 93,90      | 4,3  | 894,96       | 447,48       | 89,50      | 4,4  | 937,92       | 468,96       | 85,35      |
|             | 5,4  | 1131,23      | 565,62       | 116,52     | 5,4  | 1140,78      | 570,39       | 114,08     | 5,4  | 1164,65      | 582,32       | 105,98     |
|             | 6,5  | 1366,31      | 683,16       | 140,73     | 6,5  | 1362,73      | 681,37       | 136,27     | 6,5  | 1377,05      | 688,53       | 125,31     |
| Roztahování | 0,0  | 2,39         | 1,19         | 0,25       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       | 0,0  | 0,00         | 0,00         | 0,00       |
|             | -1,1 | -206,44      | -103,22      | -21,26     | -1,1 | -230,30      | -115,15      | -23,03     | -1,1 | -201,67      | -100,83      | -18,35     |
|             | -2,2 | -433,16      | -216,58      | -44,62     | -2,2 | -459,41      | -229,71      | -45,94     | -2,2 | -437,94      | -218,97      | -39,85     |
|             | -3,2 | -653,92      | -326,96      | -67,35     | -3,2 | -694,49      | -347,25      | -69,45     | -3,2 | -608,58      | -304,29      | -55,38     |
|             | -4,3 | -862,75      | -431,37      | -88,86     | -4,3 | -924,80      | -462,40      | -92,48     | -4,2 | -824,56      | -412,28      | -75,03     |
|             | -5,4 | -1079,92     | -539,96      | -111,23    | -5,4 | -1150,33     | -575,16      | -115,03    | -5,4 | -1059,64     | -529,82      | -96,43     |
|             | -6,5 | -1303,07     | -651,53      | -134,22    | -6,5 | -1381,82     | -690,91      | -138,18    | -6,6 | -1248,18     | -624,09      | -113,58    |