Česká zemědělská univerzita v Praze

Fakulta provozně ekonomická

Katedra statistiky

Autor: **Bc. Jaroslav Hejný**

Vedoucí práce: **doc. Ing. Marie Prášilová, CSc.**

Diplomová práce

Oceňování opcí na akcie Societé Generale

Prohlášení:

Prohlašuji, že tuto práci jsem vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Marie Prášilové, CSc. a všechny použité zdroje a citace jsou řádně uvedeny a označeny.

Podpis autora: ____

Praha 30. listopadu 2011

Poděkování

Děkuji paní doc. Ing. Marii Prášilové, CSc. za konzultace a odbornou pomoc při psaní této práce. Stejně tak děkuji své přítelkyni Hance a svým rodičům za podporu, kterou mi poskytovali při psaní, jakož i v době celého studia.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá problematikou rozdílnosti a vhodnosti různých oceňovacích přístupů k oceňování opcí. V úvodu seznamuje se základní typologií opcí a s možnostmi jejich využití jako finančního instrumentu. Následně je dávána do kontextu s finančními trhy, načež jsou předestřeny možnosti investorů při rozhodování o investování. V textu jsou vysvětleny tři možné přístupy k oceňování opcí – binomický model, Black-Scholesův model a ARMA model. Všechny přístupy jsou obecně vymezeny a následně aplikovány na reálná tržní data akcií Societé Generale. V závěru práce je posouzena vhodnost jednotlivých modelů pro oceňování.

Klíčová slova

Opce, podkladové aktivum, akcie, bezriziková úroková míra, Black-Scholesův model, ARMA model, Binomický model, řecké proměnné

Abstract

This thesis deals with the differences and appropriateness of different valuation approaches an innovative approach to option pricing. The introduction introduces the basic typology of options and possibilities of their use as a financial instrument. Subsequently, given the context of financial markets, then investors are explained options when deciding on investments. The text describes the three possible approaches to valuing options - binomial model, Black-Scholes model and ARMA model. All approaches are generally defined and then applied to the real stock market data Societé Generale. In conclusion it is considered the suitability of various models for the valuation.

Key words

Option, underlying asset, stocks, risk free interest rate, Black-Scholes model, ARMA model, Binominal model, Greeks

Obsah

Úvod

Téma oceňování opcí jsem zvolil dílem proto, že jsem se mu věnoval již ve své bakalářské práci, dílem proto, že jde o obor neobyčejně zajímavý z hlediska peněžních toků a možností uplatnění na trhu zejména v roli nástroje eliminujícího riziko.

První kapitola seznamuje se základy analýzy časových řad, zejména s lineárním procesem a auto-regresním procesem. Jejich odvození a podstata jsou základem modelu ARMA, který je následně použit jako jeden z alternativních nástrojů odhadování ceny opcí.

Ve druhé kapitole práce se v rámci literární rešerše budu věnovat obecnému vymezení opcí, jejich finančním charakteristikám, způsobům ocenění i možnostem jejich využití v různých opčních strategiích. Opce jsou známé zejména pro svou schopnost snižovat tržní riziko, avšak obchodníci na burzách je umějí dobře využívat i jako spekulativní nástroj. V závěru práce se zmíním i o úloze opcí, kterou mohly sehrát v současné světové finanční krizi, která vypukla na přelomu let 2008 a 2009 po předchozí hypoteční krizi v USA.

Ve třetí kapitole popisuji současný stav francouzské banky Societé Generale a její dceřiné společnosti Komerční banky, která působí na českém trhu pod vlastní licencí jako univerzální banka. Znalost trhu a stavu obou firem je důležitá pro správnou interpretaci výsledků, úvah a výpočtů ve čtvrté kapitole.

U čtvrté kapitoly se věnuji samotnému ocenění dvou opcí na akcie Societé Generale - kupní a prodejní. Jsou zde srovnávány výsledky tří přístupů ocenění. Jednak jde o fundamentální oceňovací modely popsané ve druhé kapitole – Binomický model a Black-Scholesův model – jednak o analýzu historických dat, kde je pomocí ARMA modelu odhadována budoucí cena opce. Do regresního modelu jsou zde kromě historických cen akcií Societé Generale zahrnuty i historické kurzy akcií Komerční banky. Přestože tyto jsou obchodovány převážně na Pražské burze, ovlivňují částečně i ceny opcí mateřské společnosti na derivátových burzách.

1. Cíl práce a metodika

1.1 Cíl práce

Hlavním cílem této práce je zjistit rozdílnosti mezi fundamentálními oceňovacími modely a statistickým oceňováním. Druhým cílem pak rozhodnout, který z přístupů je vhodnější, tedy který lépe reprezentuje skutečnost.

Hlavním cílem praktické části práce je ověřit hypotézu, zda je možné použít statistické modelování, konkrétně model ARMA, pro odhadování cen opcí. Případně zhodnotit, jak se liší vypovídací schopnost od klasických fundamentálních modelů – v této práci se budu věnovat konkrétně binomickému modelu a Black-Scholesovu modelu. Vzhledem k faktu, že statistické modelováním je ve své podstatě technickou analýzou, která se pro oceňování aktiv na finančních trzích běžně používá, očekávám, že ARMA modely obstojí.

Přínos vlastní práce spočívá v porovnání vypovídacích schopností různých modelů oceňování opcí. Se zaměřením na rozdílnost fundamentálních a statistických přístupů.

1.2 Metodika

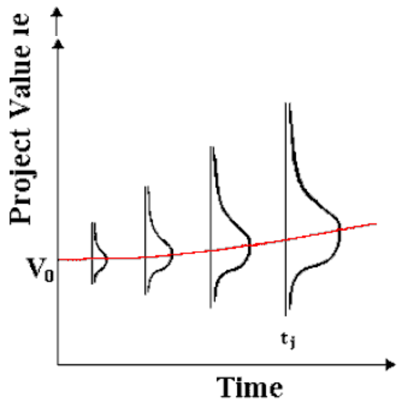
Teoretická část diplomové práce vychází ze studia odborné literatury a konzultací s vedoucím práce. V literární rešerši jsou rekapitulovány poznatky z odborných publikací významných autorů z oboru oceňování finančních derivátů uvedených v seznamu použité literatury. Důkladné prostudování publikací a kompletace názorů jednotlivých autorů vedlo k vytvoření syntézy těchto poznatků, jichž je následně využito v praktické části konstrukce modelů.

Praktická část se sestává z analýzy tržních dat kurzů akcií, kurzů opcí a měnových kurzů. Kvalita jednotlivých modelů je vyhodnocována podle kvality jejich předpovědí ex post, tedy porovnáním hodnot předpovězených modelem a hodnot skutečných v rámci období, za která máme již k dispozici reálné hodnoty.

1.2.1 Stochastický a lineární proces

V analytické části budeme konstruovat statistický model pro modelování ceny opcí z historických dat, který následně porovnáme s výsledky Black-Scholesova modelu, jenž vychází z ekonomické úvahy o vnitřní a časové hodnotě opce. Při konstrukci historického oceňovacího modelu pro opce na akcie Societé Generale budeme proto potřebovat i určité znalosti z analýzy časových řad. Vyjdeme z přístupu Josefa Arlta [5]. Základem podstaty časových řad je tzv. stochastický proces, což je v čase uspořádaná řada náhodných veličin, kdy každá je definovaná nějakým rozptylem (σ^2) a nějakou střední hodnotou (μ). Stochastický proces generuje časovou řadu a lze ho zapsat jako $\{X(s,t), s \in S, t \in T\}$, kde X je uspořádaná řada náhodných veličin, S je výběrový prostor a T je indexní řada.

Graf 1 Lineární proces



Zdroj: http://www.puc-rio.br/marco.ind/stochast.html

Každý stacionární proces[1], který neobsahuje deterministickou složku (tedy takovou, která je na základě minulosti perfektně predikovatelná, tj. má konstantní střední hodnotu a nějaký trend) může být vyjádřen jako lineární kombinace řady nekorelovaných stejně rozdělených náhodných veličin. Tato lineární kombinace se označuje jako *Woldova reprezentace* nebo také *lineární proces*. Lze ho vyjádřit jako

$$X_t - \mu = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t-j} \qquad \text{/vz.1. - viz [5]/}$$

Jde o model, který charakterizuje lineární provázanost náhodných veličin stacionárního stochastického procesu, a tedy nám umožňuje utvořit si alespoň dílčí představu o tomto generujícím procesu, jehož nějakou realizaci v podobě časové řady máme k dispozici a chceme ji zkoumat.

Lineární proces je charakterizován střední hodnotou, distribuční funkcí a korelační funkcí:

$E(X_t) = 0$

$$D(X_t) = \sigma_a^2 \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2$$ /vz.2. - viz [5]/

$$\rho_k = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \cdot \psi_{j+k}}{\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2}$$ /vz.3. - viz [5]/

Pro odhady parametrů lineárního procesu je vhodné pracovat se stacionárními časovými řadami, tedy takovými, které mají charakteristické hodnoty $E(X_t), D(X_t), \rho_k$ konstantní v čase. Značně nám to totiž zjednodušuje schopnost zjistit relevantní odhady parametrů. Kdyby časová řada nebyla stacionární – vykazovala by například lineární trend, těžko bychom mohli považovat její průměr za odhad střední hodnoty.

1.2.2 Autoregresní procesy

Proces AR

Autoregresní model je specifickou realizací lineárního procesu a umožňuje nám zkoumat závislost vysvětlované proměnné na sobě samé v určitém časovém zpoždění – tedy v autoregresi. Uvažujeme-li závislost pouze na jednom zpoždění, lze model zapsat ve formě:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + a_t$$ /vz.4. - viz [5]/

ϕ_1 - deterministický parametr

X_{t-1} - náhodná veličina

a_t - nesystematická složka

Pro závislost na dvou různých vlastních zpožděních bude model vypadat takto:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + a_t$$ /vz.5. - viz [5]/

Při modelování autoregresního procesu, který zahrnuje více zpoždění, je vhodné zavést operátor zpětného posunutí *B*, což nám umožňuje psát zkráceným zápisem. Pro model AR (1) např.:

$$(1-\phi_1 B)X_t = a_t \;;\; BX_t = X_{t-1}$$ /vz.6. - viz [5]/

Obecně pro AR (n) lze potom psát

$$X_t = (1+\phi_1 B + \phi_2 B^2 + ... + \phi_n B^n)a_t$$ /vz.7. - viz [5]/

Procesy klouzavých průměrů MA

Modely klouzavých průměrů vycházejí přímo z lineárního procesu – odlišují se od něj pouze konečným množstvím vah ψ. Z toho vyplývá, že všechny MA procesy jsou stacionární. Model MA (1) lze zapsat ve formě

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$ /vz.8. - viz [5]/

Nebo pomocí operátoru zpětného posunutí

$$X_t = (1-\theta_1 B)a_t$$ /vz.9. - viz [5]/

A obecně pro MA (n)

$$X_t = (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_n B^n)a_t$$ /vz.10. - viz [5]/

1.2.3 Model ARMA

Modely ARMA jsou tzv. smíšené procesy, které v sobě kombinují složku jak AR procesů, tak MA procesů. Nejjednodušším případem je proces ARMA (1,1), který můžeme zapsat jako

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} \qquad \text{/vz.11. - viz [5]/}$$

Respektive

$$(1-\phi_1 B)X_t = (1-\theta_1 B)a_t \qquad \text{/vz.12. - viz [5]/}$$

Tento proces je stacionární, tzn. váhy ψ lineárního procesu MA (∞) dané vztahem $\psi(B) = \frac{1-\theta_1 B}{1-\phi_1 B}$ konvergují, jestliže $|\phi_1| < 1$. Podmínka stacionarity je tedy totožná s modelem AR (1).

Pro odhad parametrů použijeme t-test, který nám otestuje nulovou hypotézu o nevýznamnosti parametrů[1].

Nulová hypotéza: $H_0^i: \beta_i = 0$

Alternativní hypotéza: $H_1^i: \beta_i \neq 0$

Výpočet testového kritéria pro t-test probíhá podle $t-value = \frac{|\gamma_{it}|}{\sqrt{S_u^2 (X^T \cdot X)^{-1}}}$ [5], kde X je matice parametrů a γ_{it} je hodnota testovaného parametru. S_u^2 se reziduální rozptyl, který odhadneme jako $\overline{S_u^2} = \frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - \overline{y}_t)^2}{n-p}$ [5] (*n* je počet prvků a *p* je počet stupňů volnosti). Zkoumaný strukturální parametr je významný, pokud *t-value* je větší než t_α, tedy tabulková hodnota t-testu na zvolené hladině významnosti s přihlédnutím k počtu stupňů volnosti (viz příloha č. 8). To znamená zamítnutí nulové hypotézy o statistické nevýznamnosti parametru – tedy parametr je statisticky významně odlišný od nuly, a tedy významně působí na vysvětlovanou proměnnou.

[1] Kde β zastupuje parametr ϕ nebo θ.

2. Literární rešerše

2.1 Vymezení opcí

Co se týče vymezení opcí v české legislativě, nenajdeme mnoho pramenů. Warrant najdeme ve vyhlášce Česká národní banky č. 333/2002 Sb., ve vyhlášce č. 262/2004 Sb., o pravidlech pro výpočet kapitálové přiměřenosti obchodníka s cennými papíry, který není bankou, respektive ve vyhlášce č. 64/2003 Sb. Obchodování s cennými papíry obecně, zde jsou zmíněny i opce a termínové kontrakty, je pak vymezeno zákonem 256/2004 Sb., o podnikání na kapitálovém trhu a §217a zákona 513/1991 Sb., Obchodní zákoník.

Opce jsou finanční instrumenty, které se řadí mezi takzvané finanční deriváty. Jak uvádí Ambrož [4], pod pojmem derivát rozumíme obecně takový cenný papír, jehož cena se odvíjí od nějakého jiného cenného papíru nebo aktiva obecně. Nejčastěji se jedná o akcie, dluhopisy, komodity, měny nebo indexy. Deriváty jsou obyčejně termínovými kontrakty, tedy k jejich vypořádání dochází v budoucnu. Jejich společným znakem je potřeba nízké počáteční investice a kromě opcí sem řadíme i forwardové, swapové a futures kontrakty. Forwardové (forward~budoucí) kontrakty se používají pro fixování ceny budoucích směn aktiv, swapové (swap~záměna) se používají pro řízení-fixování úrokových sazeb nebo měnových kurzů pro budoucí období. Futures se nejčastěji používají pro fixaci budoucích cen komodit.

Opce se od ostatních derivátů liší tím, že její držitel nemá povinnost, ale pouze právo, kontrakt využít. Právo nakoupit nebo prodat podkladové aktivum v určitou dobu za předem dohodnutou cenu (strike price, nebo také realizační cena). Podkladovým aktivem může být jakýkoliv cenný papír – akcie, měna, dluhopis, popřípadě finanční derivát – komodita, nebo dokonce i lidé – například sportovci. Realizační cena je cena podkladového aktiva, za kterou je držitel opce oprávněn požadovat uskutečnění obchodu s podkladovým aktivem ve stanovenou dobu. Ambrož [4] ve své úvodní kapitole k opcím dále uvádí typy opcí, kde je rozděluje na Call (kupní) opce a Put (prodejní) opce.

PUT a CALL opce

Call opce je právo koupit podkladové aktivum za pevně stanovenou cenu a v pevně stanovené době. Podkladovým aktivem jsou nejčastěji akcie, obvykle balík po 100 kusech. Držitel opce je tedy v určité době oprávněn požadovat určité množství akcií (podkladových aktiv) za určitou cenu. Naopak ten, kdo tuto opci (právo) prodal, má povinnost, v případě, že držitel opce se rozhodne ji využít, dodat dané množství akcií za danou realizační cenu, bez ohledu na to, jakou cenu má akcie na trhu. Opce se potom dělí na kryté (covered call) a nekryté (naked call) podle toho, zda emitent opce v okamžiku prodeje opce vlastní podkladová aktiva (akcie) či nevlastní a doufá, že v případě realizace opce je sežene. Držitel opce se o tom, zda ji využije nebo ne, rozhoduje podle aktuální výhodnosti – tedy podle ceny podkladového aktiva na trhu. [6]

Americké a evropské opce

Dále Ambrož[4] uvádí rozdělení opcí na evropské a americké. Oba tyto typy opcí se od sebe liší dobou, kdy držitel má právo opci uplatnit. Zatímco evropskou opci je možné v době od upsání do expirace pouze držet či prodat a až v den expirace je možné ji uplatnit, americkou opci je možné po celou dobu od upsání až do expirace nejen prodat, ale i uplatnit. To musí být zohledněno v opční prémii, která tím pádem musí být minimálně stejná nebo vyšší než u opce evropské. Doba expirace může být jakákoliv, ale na burzách jsou nejobvyklejší opce s délkou vypršení 3, 6 a 9 měsíců. Nejlikvidnější jsou opce, kterým zbývá do expirace 1 až 2 měsíce. Obvykle existují 3 typy cyklů expirací:

- Leden, duben, červenec, říjen
- Únor, květen, srpen, listopad
- Březen, červen, září, prosinec

Na amerických burzách mají opce expiraci třetí pátek v měsíci, přičemž následující sobotu jsou vypořádány.

Rozdíly mezi warranty a opcemi

Warrant je v českém právu historicky zakotven pod synonymem „opční list“, který, stejně jako akcie, mohou emitovat pouze společnosti ve smyslu Obchodního zákoníku. Opční listy byly dříve součástí akcií nebo konvertibilních dluhopisů, které dávaly držiteli těchto cenných papírů právo nakoupit v budoucnu akcie emisní společnosti za předem stanovenou cenu. Až později se z warrantu stal samostatný cenný papír, který bylo posléze možné použít nejen pro termínový nákup, ale i prodej. Těžiště jejich využití dodnes spočívá v zaměstnaneckých motivačních programech, kdy zejména manažeři inkasují část odměny formou těchto opčních listů. Čím více následně vzroste hodnota firmy, tím více vzroste i jejich osobní zisk při uplatnění warrantu a následného prodeje akcie za aktuální tržní cenu. Protože emitenty warrantů jsou finanční společnosti, které zajišťují jejich likviditu na trhu, mají tyto vždy i nějaký emisní objem, který je možné vyprodat. Oproti tomu opce se obchodují podle vypsaných burzovních pravidel (vymezení podkladových aktiv, realizačních cen či dob splatnosti) a při jejich splnění je možné je obchodovat neomezeně. Poslední odlišnost spočívá v době splatnosti, kdy nejobvyklejší životnost opce je v řádu 1 až 24 měsíců, warranty se vypisují na 6 měsíců až 10, někdy i 15 let.

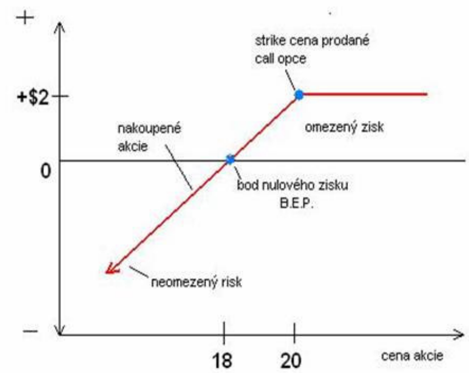
2.2 Riziko a výnos opce

Jak uvádí Málek [9] realizační cena je v okamžiku upisování opce stanovována obvykle blízko promptní ceny podkladového aktiva (akcie) +/- 1 až 10 % Při umísťování opcí na burzu je zpravidla požadována dostatečná likvidita a výnosnost podkladových aktiv.

Opční prémie je cena, za kterou se opce prodává. V kurzovních lístcích se obvykle uvádí prémie na jednu podkladovou akcii, což při obvyklém počtu 100 ks podkladových akcií znamená vynásobit tuto prémii 100x, abychom získali cenu celé opce. Opční prémie se skládá ze dvou složek:

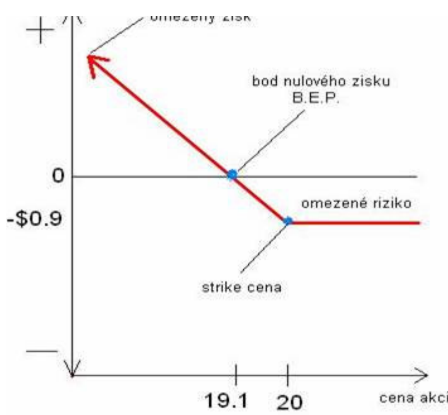
- vnitřní hodnota opce – definovaná jako MAX [S - X;0] pro call opci, respektive jako MAX [X - S;0] pro put opci, kde S je promptní cena akcie na trhu a X je realizační cena,
- časová hodnota opce – definována jako *prémie – vnitřní hodnota opce*. Je to v podstatě investory oceněná pravděpodobnost, že v době, která ještě zbývá do expirace, cena podkladové akcie vzroste (u call opce) respektive klesne (u put opce).

Graf 2 Diagram zisku a ztrát pro call opci - dlouhá pozice



Zdroj: http://sites.google.com/site/akcieopce/opce--options/opce-uvoni-kurs

Graf 3 Diagram zisku a ztrát pro call opci - krátká pozice



Zdroj: http://sites.google.com/site/akcieopce/opce--options/opce-uvoni-kurs

Pokud se vyjde z binomického modelu oceňování opcí, kdy hodnota opce může v následujícím časovém okamžiku nabýt pouze dvou možných hodnot, pak hodnota opce nezávisí na pravděpodobnostech *q* a 1-*q*, ale očekávaný výnos a riziko opce na těchto pravděpodobnostech závisí. Očekávaný výnos podkladové akcie si označme (m_s) a jeho riziko (σ_s), kde (σ_s) je směrodatnou odchylkou očekávaného výnosu.

$$m_s = \frac{quS + (1-q)dS}{S} = qu + (1-q)ds \qquad \text{/vz.13./}$$

S – aktuální hodnota akcie v peněžní jednotce

u – míra růstu ceny podkladové akcie

d – míra poklesu ceny akcie

$$\sigma_S = \sqrt{\left[q(u-m_S)^2 + (1-q)(d-m_S)^2\right]} = \left[q(1-q)(u-d)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{/vz.14. - viz [9]/}$$

Očekávaný výnos a směrodatná odchylka výnosu call opce jsou

$$m_c = \frac{qc_u + (1-q)c_d}{C} \qquad \text{/vz.15. - viz [9]/}$$

$$\sigma_c = \left[q(1-q)\left(\frac{c_u - c_d}{c}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{/vz.16. - viz [9]/}$$

Mezi směrodatnými odchylkami výnosů podkladových akcií a call opcí potom existuje vztah

$$\sigma_c = \psi_c \sigma_S \qquad \text{/vz.17. - viz [9]/}$$

$$\psi_c = \frac{S}{c} \cdot \Delta_c \qquad \text{/vz.18. - viz [9]/}$$

$$\Delta_c = \frac{c_u - c_d}{(u-d) \cdot S} \qquad \text{/vz.19. - viz [9]/}$$

kde ψ_c je elasticita hodnoty call opce vzhledem k ceně podkladového aktiva a Δ_c je hedgingový poměr[2]. Podle Rubinstein-Cox je $\psi_c \geq 1$, z čehož vyplývá, že riziko výnosů kupní opce není menší, než riziko výnosů podkladové akcie. Pro put opci platí podobně

$$\sigma_p = -\psi_p \sigma_S \qquad \text{/vz.20. - viz [9]/}$$

[2] Poměr změny ceny opce ku změně ceny podkladové akcie za jedno období.

Jediné, co zde můžeme o elasticitě put opce říci je, že je záporná. Protože není přípustné, aby byla směrodatná odchylka záporná, vkládáme před ψ_p mínus. Nelze však rozhodnout, zda put opce je více či méně riziková než její podkladová akcie.

Abychom mohli dát do souvislosti očekávaný výnos opce (call) a podkladové akcie, vyjdeme z následujících vztahů

$$uS\Delta + rB = c_u \qquad \text{/vz.21./}$$

$$dS\Delta + rB = c_d \qquad \text{/vz.22./}$$

$$c = S\Delta + B \qquad \text{/vz.23./}$$

Po dosazení získáme

$$uS\Delta - c_u = r(S\Delta - c) \qquad \text{/vz.24./}$$

Respektive

$$dS\Delta - c_d = r(S\Delta - c) \qquad \text{/vz.25./}$$

Kde $B = \dfrac{c_d uS - c_u dS}{(uS - dS)\cdot(1 + r_f)}$ /vz.26./

Když vynásobíme první rovnost q a druhou 1-q a sečteme, dostaneme

$$q\left[uS\Delta - c_u\right] + (1-q)\left[dS\Delta - c_d\right] = r(S\Delta - c) \qquad \text{/vz.27./}$$

Po úpravě dostaneme

$$m_S S\Delta - m_c c = r(S\Delta - c) \qquad \text{/vz.28./}$$

Vydělíme c a dostáváme

$$m_S \Psi_c - m_c = \Psi_c r - r \qquad \text{/vz.29./}$$

$$m_c - r = \Psi_c (m_s - r) \qquad \text{/vz.30./}$$

Protože $\Psi_c \geq 1$, je očekávaný výnos call opce vyšší nebo roven očekávanému výnosu podkladové akcie. Pro put opci analogicky

$$m_p - r = \Psi_p (m_s - r) \qquad \text{/vz.31./}$$

Protože $\Psi_p \leq 0$, je očekávaný výnos put opce menší nebo roven bezrizikovému výnosu. Pokud předpokládáme, že očekávaný výnos akcie je vyšší než bezrizikový, lze takto zdůvodnit, proč se put opce využívají převážně k zajištění a méně ke spekulacím. Ty mají smysl jedině tehdy, kdy očekáváme pokles kurzu akcie.

Bod zvratu a bezriziková úroková míra

Bod zvratu je situace, kdy se držiteli opce začíná vyplácet její využití, respektive kdy je lhostejný mezi jejím využitím a nevyužitím. Tedy kdy tržní cena akcie je rovna realizační ceně plus opční prémii na akcii.

- Bod zvratu call opce = realizační cena opce + prémie na jednu akcii
- Bod zvratu put opce = realizační cena opce – prémie na jednu akcii

Bezriziková úroková míra je jakousi referenční hodnotou výnosnosti naší investice. Z pohledu naší investice je to vlastně náklad obětované příležitosti, tedy částka, kterou bychom získali, kdybychom neinvestovali do naší investice, ale do nějakého bezrizikového aktiva. Za bezrizikové cenné papíry jsou obvykle považovány cenné papíry emitované státem. Pro účely oceňování opcí je vhodné počítat s takovými, které mají splatnost do 1 roku, neboť s takovou dobou splatností je obchodována většina opčních kontraktů. Na českém trhu by nám k tomu to účelu mohl tedy dobře posloužit státní pokladniční poukázky, na americkém potom tzv. *Treasury bills* (*T-bills*). (Na americkém trhu dále existují *Treasury notes*, které mají splatnost do 10 let a *Treasury bonds* se splatností nad 10 let.) [6]

2.3 Oceňovací modely

2.3.1 Binomický oceňovací model

CALL OPCE

Binomický model je asi nejjednodušším oceňovacím nástrojem opcí. Podle Ambrože [4] vychází z mnoha vesměs zjednodušujících předpokladů. Jednak neuvažuje daně, transakční náklady a další poplatky spojené s obchodování, trh je považován za efektivní, takže neumožňuje arbitrážní příležitosti. Existuje pouze jediná bezriziková úroková sazba jak pro výpůjčky, tak pro depozita. Neexistují žádná další omezení (např. rizika měnového kurzu) ani časová zpoždění mezi zobchodováním a placením. Navíc na podkladovou akcii není vyplácena dividenda a lze obchodovat i jen s částí akcie. Z těchto předpokladů je zřejmé, že se nacházíme ve značně teoretické rovině.

Základní úvaha binomického modelu vychází právě z předpokladu neexistence arbitrážních příležitostí. Předpokládejme, že existují dvě portfolia. V prvním máme **Δ** ks akcií o aktuální hodnotě ***S*** a výpůjčku ***L*** Kč (upsaný dluhopis za bezrizikovou sazbu). Ve druhém je evropská kupní opce na akcie z prvního portfolia. Jestliže neexistují na trhu arbitrážní příležitosti, musejí se hodnoty těchto portfolií rovnat. Tedy cena opce musí být rovna hodnotě akcie plus výpůjčky, kde výnosový faktor ***V* = 1 + *r***, růst ceny akcie (o U% / 100) ***u* = 1 + *U*** a pokles ceny akcie (o D% / 100) ***d* = 1 - *D***. ***C*** je potom cena opce: [6]

$$\Delta u \cdot S + V \cdot L = C_u$$
$$\Delta d \cdot S + V \cdot L = C_d$$

/vz.32. - viz [4]/

$$\Rightarrow C = \Delta S + L$$

Toto platí, pokud bychom uvažovali pouze jedno období do vypršení opce. Call opce je ovšem obvykle vypsána na více období, obecně *n*. Za tu dobu se cena podkladového aktiva (akcie) může změnit, a to v závislosti na počtu růstů ***j*** a poklesů ***(n-j)*** ceny v jednotlivých obdobích a to ještě navíc v mnoha různých kombinacích růst-pokles. Cena akcie $\boldsymbol{P}_{\mathbf{n}}$ po *n* obdobích bude každopádně určena takto: [6]

$$P_n = S \cdot (1+U)^j \cdot (1-D)^{n-j}$$

/vz.33. - viz [9]/

Cena opce je potom závislá na počtu růstů a poklesů ceny podkladové akcie a na velikosti realizační ceny ***X***. Tedy:

$$SH_C = \frac{\sum_{j=a}^{n} \max\left[0; S \cdot u^j \cdot d^{n-j} - X\right]}{V^n}$$ /vz.34. - viz [9]/

kde *a* je nejmenší počet růstů ceny akcie, aby byla call opce v penězích. Následně tedy

$$S \cdot u^a \cdot d^{n-a} \succ X \quad \Rightarrow \quad a \succ \frac{\ln \frac{X}{S \cdot d^n}}{\ln \frac{u}{d}}$$ /vz.35. - viz [9]/

Dosadíme-li zjištěné *a*, můžeme již dále pracovat s tvarem vzorce

$$SH_C = \frac{\sum_{j=a}^{n} \left[S \cdot u^j \cdot d^{n-j} - X\right]}{V^n}.$$ /vz.36. - viz [9]/

Ten ještě nakonec upravíme o tzv. rizikově neutrální pravděpodobnost ***p*** růstu**/(1-*p*)** poklesu ceny akcie. Nejedná se o skutečnou pravděpodobnost.

$$SH_C = \frac{\sum_{j=a}^{n} p^j \cdot (1-p)^{n-j} \cdot \left[S \cdot u^j \cdot d^{n-j} - X\right]}{V^n}.$$ /vz.37. - viz [9]/

Binomický oceňovací model – PUT OPCE

Nyní si ukážeme, jakým způsobem zjistíme cenu, respektive opět současnou hodnotu ceny, prodejní opce. Odvození klasického přístupu vyplývá již z podstaty put opce, vlivy dilatace budou v podstatě analogické jako u call opce, ovšem, jak vyplyne z příkladu, praktické dopady budou odlišné. Vyjdeme opět z existence dvou portfolií a vzhledem k předpokládané neexistenci arbitrážních příležitostí rovnosti jejich cen. Cena podkladové akcie může nabývat hodnot jako v případě call opce, tedy:

$$P_n = S \cdot (1+U)^j \cdot (1-D)^{n-j} \qquad \text{/vz.38. - viz [9]/}$$

Put opce bude v penězích, pokud cena akcie poroste nejvýše tolikrát za dobu *n*, aby nepřekročila realizační cenu opce. Cenou opce tedy bude součet diskontovaných kladných rozdílů, tentokrát však mezi realizační cenou a cenou akcie. Tedy:

$$SH_P = \frac{\sum_{j=0}^{n} \max\left[0; X - S \cdot u^j \cdot d^{n-j}\right]}{V^n} \qquad \text{/vz.39. - viz [9]/}$$

Abychom odstranili nulové sčítance, dosadíme za *n* nevyšší přípustný počet růstů ceny podkladové akcie $a \in Z$, to plyne z řešení nerovnice:

$$S \cdot u^a \cdot d^{n-a} \prec X \quad \Rightarrow \quad a \prec \frac{\ln \frac{X}{S \cdot d^n}}{\ln \frac{u}{d}} \qquad \text{/vz.40. - viz [9]/}$$

Potom

$$SH_P = \frac{\sum_{j=0}^{a} \left[X - S \cdot u^j \cdot d^{n-j}\right]}{V^n} \qquad \text{/vz.41. - viz [9]/}$$

Výraz stejně jako u call opce rozšíříme o rizikově neutrální pravděpodobnost změny ceny akcie. Od počtu kombinací růst/pokles ceny budeme ze stejných důvodů jako u call opce abstrahovat. Cenu put opce potom vypočteme jako

$$SH_P = \frac{\sum_{j=0}^{a} p^j \cdot (1-p)^{n-j} \cdot \left[X - S \cdot u^j \cdot d^{n-j}\right]}{V^n}. \qquad \text{/vz.42. - viz [9]/}$$

2.3.2 Black-Scholesův oceňovací model

Black-Scholesův oceňovací model vychází ze slabé hypotézy efektivních trhů, kdy v současné ceně akci jsou obsaženy všechny informace z minulých cen. Každá změna ceny je tedy pouze odrazem informací, které nebyly dříve očekávány. To při předpokladu diskrétního vnímání času vede k logaritmickému průběhu výnosu z akcie mezi jednotlivými časovými okamžiky. Tedy logaritmický výnos mezi dvěma sousedními časovými okamžiky je určen jako [6]

$$r_{t-1}^{t} = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \qquad \text{/vz.43. - viz [9]/}$$

Mezi libovolnými časovými okamžiky potom jako

$$r_t^T = \ln\left(\frac{S_T}{S_{t-1}}\right) = \sum_{k=t}^{T-1} \ln\left(\frac{S_k}{S_{k-1}}\right). \qquad \text{/vz.44. - viz [9]/}$$

Tedy logaritmický výnos za období *T-t* se rovná součtu logaritmických výnosů za jednotlivá po sobě jdoucí časová období. Pokud budou logaritmické výnosy nezávislé, pak podle centrální limitní věty bude mít logaritmický výnos r_t^T aproximativně normální rozdělení. Předpokládejme tedy, že výnosy r_t^{t+1} jsou nezávislé, se stejným pravděpodobnostním rozdělením se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2. Potom logaritmický výnos r_t^T bude mít aproximativně normální rozdělení se střední hodnotou $\mu(T-t)$ a rozptylem $\sigma^2(T-t)$. Budeme-li uvažovat spojitost času, potom logaritmický výnos za libovolný časový interval $\langle 0, t\rangle$ má normální rozdělení a značíme jej r_0^t , tedy

$$r_0^t \approx N(\mu t, \sigma^2 t). \qquad \text{/vz.45. - viz [9]/}$$

a jelikož

$$\frac{S_t}{S_0} = e^{r_0^t} \qquad \text{/vz.46. - viz [9]/}$$

zjistíme, že cena akcie bude mít podle $S_t = S_0 \cdot e^{r_0^t}$ logaritmicko-normální rozdělení.

Kohout [1] uvádí následující klíčové předpoklady Black-Scholesova modelu

- Cena podkladového aktiva se vyvíjí podle geometrického Brownova pohybu (speciální typ stochastického procesu) s konstantním posunem (odchylkou) a konstantní volatilitou. Předpoklad konstantní volatility je velice důležitý, avšak poměrně silný. Volatilita aktiv se na trzích mění, ale spolu s ní se v čase mění i jejich korelace. V obdobích nejistoty roste jak volatilita trhů, tak korelace cen aktiv.
- Obchodování s podkladovým aktivem je kontinuální, v přeneseném smyslu likvidní. Cenu podkladového aktiva je možné stanovit v každém okamžiku. Pokud oceňujeme nějaké méně likvidní aktivum, je nutné doplnit do modelu nějaký další nástroj – např. OTC (over-the-counter) instrumenty.
- Neexistují transakční náklady a daně.
- Zapůjčení hotovosti je možné za konstantní bezrizikovou úrokovou míru.
- Všechna aktiva jsou perfektně dělitelná (není problém koupit například 1/100 akcie).
- Na trhu neexistují příležitosti pro arbitráž.
- Technicky je možné podkladové aktivum prodat se záměrem pozdější koupě (short sell).

Black-Scholesův model:

$$c = S \cdot N(d_1) - X \cdot e^{(-r \cdot t)} \cdot N(d_2)$$ /vz.47. - viz [1]/

$$p = -S \cdot N(-d_1) + X \cdot e^{(-r \cdot t)} \cdot N(-d_2)$$ /vz.48. - viz [1]/

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$ /vz.49. - viz [1]/

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$ /vz.50. - viz [1]/

c = cena opčního kontraktu typu call (peněžní jednotky)

p = cena opčního kontraktu typu put (peněžní jednotky)

S = aktuální cena podkladového aktiva (např. akcie - peněžní jednotky)

X = vykonávací cena opčního kontraktu (peněžní jednotky)

r = bezriziková úroková míra (%)

t = doba trvání opčního kontraktu (čas)

σ (sigma) = standardní odchylka výnosů podkladového aktiva (tj. volatilita)

N() = distribuční funkce normálního rozdělení

Výpočtem hodnot d_1 a d_2 se dostaneme k parametrům rovnice. Výhodou Black-Scholesova modelu je jeho výpočtová nenáročnost a celosvětová rozšířenost. Úskalí modelu je v použití správných vstupních dat. Podíváme-li se na předpoklady modelu, je jasné, že většina z nich je v opravdovém světě reálná jen omezeně. Nejen, že v reálném světě existují daně a transakční náklady, ale v praxi je použití základní Black-Scholesovy rovnice ještě o něco složitější. Pokud podkladové aktivum vyplácí dividendy, s jeho držbou jsou spojeny náklady nebo oceňujeme americkou opci, je nutné použít rozšířenou verzi B-S modelu. Základní verze předpokládá vypsání evropské opce. Pro účely ocenění evropské opce na akcie Societé Generale si vystačíme se základní verzí BS modelu, výplatu dividend nebudeme uvažovat.

Pro srovnání Cipra [2] ve svém přístupu staví cenu opce de facto na roveň cistě opční prémie. Ve svých výpočtech uvažuje pouze dvě složky, ze kterých se tato prémie skládá. Je to vnitřní hodnota opce a časová hodnota opce. Vnitřní hodnota opce má spíše teoretický význam, zejména pro evropské opce, a vyjadřuje kladnou část potenciálního zisku, který by držiteli plynul z okamžitého uplatnění opce. Limitem pro výši této hodnoty je potom aktuální vztah promptní ceny bazického instrumentu a realizační ceny opce v čase t. Pro call opci ji můžeme vyjádřit jako VH^C, pro put opci jako VH^P.

$$VH_t^C = \max\ (0, S_t - X) \qquad \text{/vz.51./}$$

$$VH_t^P = \max\ (0, X - S_t) \qquad \text{/vz.52./}$$

Zatímco vnitřní hodnota je poměrně dobře vypočitatelná z uvedených vztahů, na časovou hodnotu působí více vlivů, které často ani není možné kvantifikovat. Časová hodnota totiž vyjadřuje takovou část opční prémie, kterou byl držitel ochoten zaplatit za pravděpodobnost změny promptní ceny bazického instrumentu. Ta se zkracující se dobou do expirace opce klesá, a proto i tato část hodnoty opce v čase klesá. Jako vhodný nástroj pro aproximativní vyjádření časové hodnoty opce uvádí Cipra známý Black-Scholesův vzorec. Ten vychází z následujících proměnných.

- Vztah mezi promptní cenou akcie (bazického aktiva) a realizační cenou, kdy s růstem $|S_t - X|$ časová hodnota opce klesá.
- Doba do splatnosti opce $T - t$, kdy s rostoucí dobou do splatnosti časová hodnota opce roste, protože roste pravděpodobnost, že cena bazického aktiva se změní ve prospěch držitele opce.

- Volatilita ceny akcie σ, kde předpokládáme pozitivní korelaci s časovou hodnotou opce, neboť čím více kolísá kurz podkladové akcie, tím spíše bude uplatnění opce pro jejího držitele výhodné.
- Bezriziková úroková míra i, která když roste, tak časovou hodnotu nákupní opce zvyšuje (protože zvyšuje potenciální alternativní výnos z kapitálu, který jsme díky držbě opce nemuseli investovat, ale mohli jsme ho uložit za tuto míru), časovou hodnotu prodejní opce naopak snižuje.

Meze pro opční prémii

Opční prémie je odměnou vypisovateli opce za riziko, které podstupuje tím, že se zavazuje v budoucnu plnit podle stanovených podmínek, tedy od držitele opce odkoupit nebo mu prodat bazický instrument za předem stanovenou cenu. Velikost opční prémie stanovuje vypisovatel opce, ovšem nikoliv libovolně. Jelikož se vypisovatel pohybuje na relativně volném trhu, musí ho respektovat a opční prémie smí být jen tak vysoká, jak trh dovolí. Ostatně ani na trhu se netvoří ceny opcí náhodně, ale podle poměrně logických kritérií. Teoreticky lze vymezit následující podmínky.

- $C_t \geq 0$, tedy opční prémie musí být nezáporná, neboť není ekonomicky racionální, aby vypisovatel za to, že ponese riziko z opce plynoucí, ještě někomu platil.
- $C_t \leq S_t$, tedy opční prémie nesmí přesáhnout spotovou cenu bazického instrumentu, neboť jinak by bylo samozřejmě výhodnější koupit přímo bazický instrument.
- $C_t \geq S_t - Xe^{-i(T-t)}$, úvaha této podmínky vychází z předpokladu nemožnosti předčasného uplatnění opce, tedy s evropskou kupní opcí. Nechť portfolio (1) je tvořeno bazickou akcií a portfolio (2) je tvořeno evropskou call opcí na tuto akcii a částkou $Xe^{-i(T-t)}$ .V době expirace, tedy v čase T, má portfolio (1) hodnotu S_T a portfolio (2) hodnotu $max(S_T, X)$. Protože $S_T \leq max(S_T, X)$ je tautologií, musí platit i $S_t \leq C_t + Xe^{-i(T-t)}$, což je pouze jiná forma zápisu dokazovaného výrazu.

Put-call parita

Jako put a call paritu označujeme vztah opčních prémií dvou opcí call a put na tentýž bazický instrument (akcii). Ostatní splatnosti opce předpokládáme rovněž shodné – doba splatnosti, realizační cena. Pro evropské opce na akcii můžeme psát:

- Bez výplaty dividend Pt = Ct + Xe-i(T-t)-St /vz.53. - viz [2]/
- S výplatou dividend Pt = Ct + Xe-i(T-t)-St+Dt /vz.54. - viz [2]/

Pro americké opce potom platí:

- Bez výplaty dividend St – X ≤ Ct - Pt ≤ St - Xe-i(T-t) /vz.55. - viz [2]/
- S výplatou dividend St – X– Dt ≤ Ct - Pt ≤ St - Xe-i(T-t) /vz.56. - viz [2]/

Binomické odvození BS modelu

Cipra ve své publikaci [2] uvádí dva způsoby možného odvození Black-Scholesova oceňovacího vzorce pro výpočet teoretické opční prémie. Nejprve si ukážeme způsob založený na binomickém oceňovacím modelu vysvětleném již v kapitole 2.3.1. Cipra zde zavádí dvě podmínky, které musí být splněny, abychom mohli Binomický rozvoj převést do Black-Scholesova vzorce. Jednak mezi přírůstky času a přírůstky v něm se měnící ceny musí platit vztah

$$\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$$ /vz.57. - viz [2]/

kde Δz je změna ceny, Δt je změna času, ε je náhodná veličina s normovaným normálním rozdělením N (0,1) jejíž střední hodnota $\mu = 0$ a rozptyl $\sigma^2 = 1$

a jednak Δz a Δt musí být navzájem nezávislé. Δz je potom Wienerovým procesem[3] a lze ji zapsat jako

$$\Delta z = z(t + \Delta t) - z(t)$$ /vz.58. - viz [2]/

Pokud se počet změn ceny akcie během doby do splatnosti blíží nekonečnu, můžeme použít Centrální limitní věty, podle níž, pokud je každá změna ceny nezávislou náhodnou veličinou se stejným pravděpodobnostním rozdělením a s konečným rozptylem, lze jejich součet považovat za náhodnou veličinu s přibližně normálním rozdělením. Když za Δz dosadíme změnu ceny bazické akcie, získáme, podobně jako ve vz.34, formuli ve tvaru

$$C_t = S_t \cdot N(d_1) - X \cdot e^{-i(T-t)} \cdot N(d_2)$$ /vz.59. - viz [2]/

tedy Back-Scholesův vzorec pro opční prémii pro evropskou call opci na akcii nevyplácející dividendy.

$$P_t = X \cdot e^{-i(T-t)} \cdot N(-d_2) - S_t \cdot N(-d_1)$$ /vz.60. - viz [2]/

[3] Wienerův proces je stochastický proces, jehož přírůstky nejsou závislé na poloze a který předpokládá, že čas je spojitá veličina. Je též znám pod pojmem Brownův pohyb (částic).

Diferenciální odvození BS modelu

Nyní si ukážeme druhý způsob odvození Black-Scholesovy formule, a sice založený na Itoově lemmatu, které vychází rovněž z Wienerova procesu, zmíněném dříve. Itoovo lemma se využívá v obecném stochastickém kalkulu a také v aplikacích, například při oceňování finančních derivátů v našem případě opcí.

Vyjdeme z tzv. diferenciální Black-Scholesovy rovnice pro opční prémii call opce (C) ve tvaru:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + iS\frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\sigma^2 C}{\sigma S^2} = iC$$ /vz.61. - viz [2]/

S okrajovou podmínkou:

$$C_T = \max\left(S_T - X, 0\right)$$ /vz.62. - viz [2]/

Díky tomu, že rovnice /vz. 61/ neobsahuje žádný člen, který by závisel na rizikových preferencích investora. Můžeme bez újmy na obecnosti vycházet z libovolných preferencí. Jelikož nás nejvíce zajímá neutralita vůči riziku, abychom mohli použít bezrizikovou úrokovou míru i jako referenční hodnotu, vyjádříme opční prémii C_t jako

$$C_t = e^{-i(T-t)} E[\max\left(S_T - X, 0\right)]$$ /vz.63. - viz [2]/

Díky tomu, že střední hodnotu počítáme při bezrizikové úrokové míře, můžeme vztah /vz. 63/ upravit jako

$$C_t = e^{-i(T-t)} \int_X^\infty (S_T - X) \cdot f(S_T) dS_T$$ /vz.64. - viz [2]/

Kde $f(S_T)$ je pravděpodobnostní hustota ceny akcie S_T . Díky předpokladu, že střední hodnota a směrodatná odchylka jsou konstantní můžeme psát

$$\ln S_T \sim N\left(\ln S_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma^2(T-t)\right)$$ /vz.65. - viz [2]/

Po technických úpravách dostaneme již obvyklý tvar Black-Scholesova vzorce pro opční prémii call opce na akcii nevyplácející dividendy.

$$C_t = S_t \cdot N(d_1) - X \cdot e^{-i(T-t)} \cdot N(d_2)$$ /vz.66. - viz [2]/

2.4Greeks – alternativní hodnocení opcí

Řecká písmena, jak uvádí Cipra[3], tzv. Greeks, jsou doplňujícími charakteristikami k ceně opce. Vycházejí z Black-Scholesova oceňovacího modelu a pomáhají investorů určit, jakou citlivost má cena opce na jednotlivé faktory časové hodnoty. Podle toho rozeznáváme

- Delta – popisuje citlivost ceny opce na změnu ceny podkladového aktiva
- Gama – popisuje citlivost *Delta* na změnu ceny podkladového aktiva
- Theta – popisuje citlivost ceny opce na změnu doby do splatnosti
- Vega – popisuje citlivost ceny opce na změnu volatility ceny podkladového aktiva
- Rho – popisuje citlivost ceny opce na změnu bezrizikové úrokové míry

$$delta_t^C = \frac{\partial C_t}{\partial S_t} = \varphi(d_1) \qquad \text{/vz.67./}$$

$$gama_t^C = \frac{\partial^2 C_t}{\partial S_t^2} = \frac{\varphi(d_1)}{\sigma \cdot S_t \cdot \sqrt{T-t}} \qquad \text{/vz.68./}$$

$$theta_t^C = \frac{\partial C_t}{\partial t} = -\frac{\sigma \cdot S_t}{2 \cdot \sqrt{T-t}} \cdot \varphi(d_1) - i \cdot X \cdot e^{-i(T-t)} \cdot \varphi(d_2) \qquad \text{/vz.69./}$$

$$vega_t^C = \frac{\partial C_t}{\partial \sigma} = S_t \cdot \sqrt{T-t} \cdot \varphi(d_1) \qquad \text{/vz.70./}$$

$$rho_t^C = \frac{\partial C_t}{\partial i} = (T-t) \cdot X \cdot e^{-i(T-t)} \cdot \varphi(d_2) \qquad \text{/vz.71./}$$

$$delta_t^P = \frac{\partial P_t}{\partial S_t} = delta_t^C - 1 = -e^{qT} \cdot \varphi(-d_1) \qquad \text{/vz.72./}$$

$$gama_t^P = \frac{\partial^2 P_t}{\partial S_t^2} = gama_t^C \qquad \text{/vz.73./}$$

$$theta_t^P = \frac{\partial P_t}{\partial t} = theta_t^C + i \cdot X \cdot e^{-i(T-t)} \qquad \text{/vz.74./}$$

$$vega_t^P = \frac{\partial P_t}{\partial \sigma} = vega_t^C \qquad \text{/vz.75./}$$

$$rho_t^P = \frac{\partial P_t}{\partial i} = -(T-t) \cdot X \cdot e^{-i(T-t)} \cdot \varphi(-d_2) \qquad \text{/vz.76./}$$

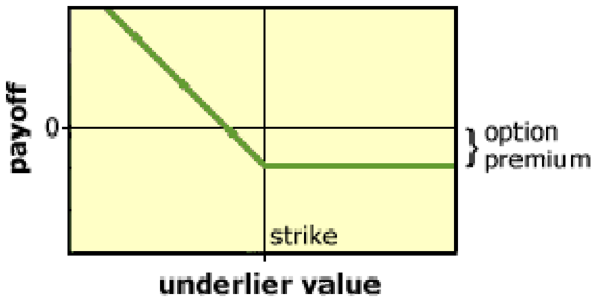
Kde *C*t je opční prémie call opce, *P*t opční prémie put opce.

2.5 Opční strategie

Opční kontrakty jsou, jak již bylo zmíněno, vhodný způsobem k eliminaci tržního rizika. Kromě toho, že se mohou používat jednotlivě, jsou zejména většími investory využívány v různých kombinacích. Nákup nikoliv jedné, ale kombinace dvou nebo více různých opcí totiž umožňuje investorovi nastavit přesněji požadovaný ziskový profil. Ukažme si nyní nejčastěji používané strategie.

- PUT opce (dlouhá pozice)

Graf 4 PUT opce (dlouhá pozice)

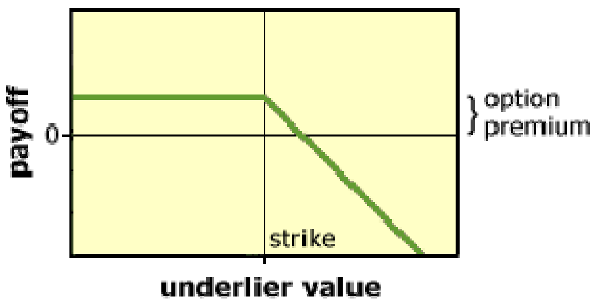


Zdroj: www.riskglossary.com

Graf. 4 znázorňuje ziskový profil držitele prodejní opce. Čím je cena podkladové akcie nižší než realizační cena opce, tím více držitel opce, tedy prodávající akcie, dosahuje zisku. Pokud však tržní cena akcie překročí realizační cenu opce, utrpí prodejce ztrátu, neboť je zavátán prodat za realizační cenu. Jeho ztráta se zastaví na úrovni velikosti opční prémie.

- CALL opce (krátká pozice)

Graf 5 CALL opce (krátká pozice)

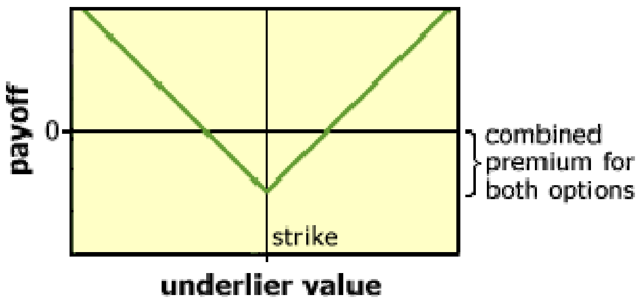


Zdroj: www.riskglossary.com

Graf. 5 znázorňuje ziskový profil kupní opce z hlediska prodávajícího podkladové akcie. Dokud je tržní cena akcie nižší než realizační cena opce, potom Vypisovatel opce dosahuje zisku na úrovni opční prémie. Jeho zisk je tedy shora omezen. Naopak překročí-li tržní cena akcie realizační cenu opce, realizuje vypisovatel opce ztrátu, která není omezena.

- STRADDLE (dlouhá pozice)

Graf 6 STRADDLE (dlouhá pozice)

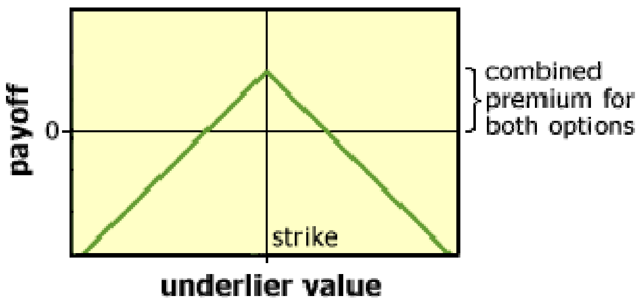


Zdroj: www.riskglossary.com

Graf. 5 znázorňuje ziskový profil opční strategie Straddle, která je kombinací držby kupní i prodejní opce na stejnou podkladovou akcii se shodnou realizační cenou. Z pohledu držitele těchto dvou opcí zároveň hrozí riziko ztráty pouze v případě, kdy se bude tržní cena akcie blížit realizační ceně opce,a to maximálně ve výši zaplacené opční prémie. V ostatních případech realizuje držitel zisk. Tato strategie je výhodná zejména u podkladových aktiv s vysokou volatilitou.

- STRADDLE (krátká pozice)

Graf 7 STRADDLE (krátká pozice)

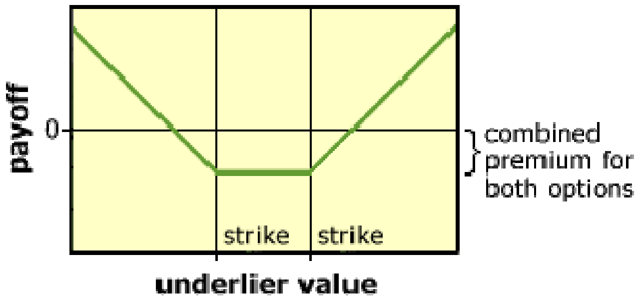


Zdroj: www.riskglossary.com

Graf. 7 znázorňuje ziskový profil strategie Straddle z opačného pohledu, tedy z pozice vypisovatele kupní a prodejní opce na totéž podkladové aktivum se shodnou realizační cenou. Jeho maximální zisk může dosáhnout opční prémie, pokud se tržní hodnota akcie blíží realizační ceně opce. V ostatních případech realizuje ztrátu, která není omezena.

- STRANGLE (krátká pozice)

Graf 8 STRANGLE (krátká pozice)

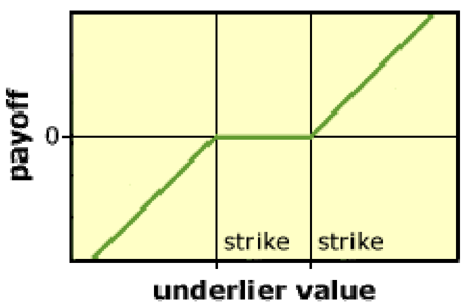


Zdroj: www.riskglossary.com

Strangle strategie svou podstatou vychází ze Straddle strategie. Na grafu (Graf. 8) můžeme vidět výnosový profil z hlediska držitele této strategie, která kombinuje držbu kupní a prodejní opce současně na stejné podkladové aktivum, avšak s různými realizačními cenami. Pohybuje-li se tržní cena aktiva někde mezi těmito cenami, realizuje držitel opcí ztrátu na úrovni opční prémie. V ostatních případech realizuje zisk, který není omezen. Jelikož však k této situaci musí cena podkladového aktiva překonat cenový pás mezi jednotlivými realizačními cenami, je dosažení zisku méně pravděpodobné než u Straddle strategie. To je také důvodem, proč opční prémie – cena kontraktu – strategie Straddle je vyšší než u strategie Strangle.

- COSTLESS COLLAR (long call + short put)

Graf 9 COSTLESS COLLAR (long call + short put)

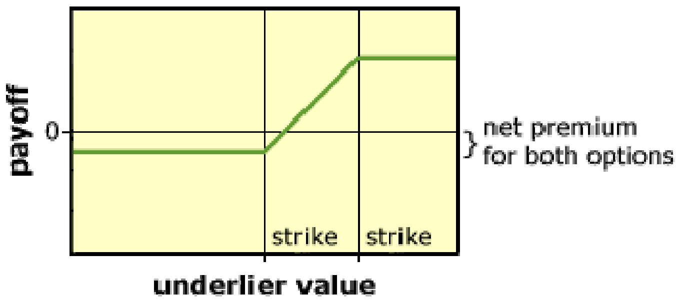


Zdroj: www.riskglossary.com

Strategie Costless Collar v sobě kombinuje opět kupní a prodejní opci na jedno aktivum, avšak na rozdíl od předchozích strategií nejsme u obou opcí buď držitel nebo vypisovatel, ale jsme držiteli kupní opce a zároveň vypisovateli prodejní opce. Jak znázorňuje graf (Graf. 9), zisk roste s růstem tržní ceny podkladu. Není nijak omezen, ovšem stejně tak ani ztráta není limitována. Pouze pokud se tržní cena podkladu nachází v intervalu mezi realizačními cenami obou opcí, nerealizujeme ani zisk, ani ztrátu. Proto se také strategie nazývá „límec bez nákladů". Opční prémie předpokládáme, že se navzájem kompenzují. Jde v podstatě o způsob, jak si pořídit call opci levněji – jak ušetřit na opční prémii. Strategie je vhodná zejména v okamžiku, kdy příliš nepředpokládáme pokles ceny podkladového aktiva.

- CALL SPREAD

Graf 10 CALL SPREAD



Zdroj: www.riskglossary.com

Strategie Call Spread je založena podobně jako Costless Collar na kombinaci pozic více opcí. V tomto případě dvou call opcí s různou realizační cenou, přičemž u nižší realizační ceny jsme v pozici držitele opce (long-dlouhá) a u vyšší realizační ceny jsme v pozici vypisovatele (short-krátká). Z grafu je patrno, že kombinací short pozice a long pozice lze limitovat ztrátu a zisk. Zisk je ovšem omezen méně, protože k jeho vyšší výši přispívá vyšší inkasovaná opční prémie za vypsanou opci na vyšší realizační cenu.

3. Charakteristika trhu

V této části se budu věnovat charakteristice finančních trhů. Nejprve se podíváme do historie, kde si popíšeme mechanismy vzniku současné ekonomické situace, tedy světové ekonomiky snažící se vymanit z finanční krize. Posléze vymezíme předmět podnikání společností Societé Generale a Komerční banky. Tyto dvě společnosti jsem vybral pro následné oceňovací modely, jako vhodné representanty domácí a světové ekonomiky.

3.1 Úloha opcí ve světové finanční krizi

K zamyšlení nad úlohou opcí v globální ekonomice mě přivedl článek Josefa Zemánka s názvem Hypotéční krize v USA. Příčiny, průběh, následky [7]. V době, kdy jej autor sepsal, neměl ještě nikdo tušení, k čemu hypoteční krize v USA povede. Abychom celý mechanismus vzniku a průběhu lépe pochopili, pojďme začít od začátku.

Vraťme se do druhé poloviny 90. Let 20. století, tedy ještě hluboko před vznik hypoteční krize v USA. To byla doba velkého rozmachu internetu a sním spojených ICT technologií. Firmy působící v tomto odvětví dosahovaly ročního růstu i zisku v řádech desítek procent. Odvětví tedy lákalo ke vstupu stále nové firmy. Mnoho z nich založilo své podnikání výhradně na internetu. Ačkoliv bylo zřejmé, že takové tempo růstu nemůže vydržet dlouho, firmy stále do ICT technologií investovali. To bylo samozřejmě spojeno s potřebou získávání dalšího kapitálu. Vzhledem k tomu, že emise akcií patří mezi nejlevnější způsoby získávání zdrojů a k tomu, že americké domácnosti jsou zvyklé ukládat své úspory do akcií, se jevil tento způsob získávání zdrojů jako ideální řešení. V USA vlastní akcie kolem 80 % domácností. Investoři hýřili optimismem a ceny akcií rostly o stovky procent. V takovém opojení podporovaném analytickými předpověďmi si jen málokdo byl ochoten připustit, že ceny akcií přestávají reprezentovat hodnotu firem. *V roce 2000 akciová bublina splaskla. Cena technologických akcií měřená indexem NASDAQ se během následujících tří let vrátila na hodnotu v letech 1997 až 1998. Tedy tam, kam v danou chvíli skutečně patřila. Řadu neuvážených investic do internetových technologií bylo nutno mezi rokem 2000*

Graf 11 Index NASDAQ v USD (1994 - 2004)

až 2003 nadobro odepsat, mnohé pracně a draze budované kapacity internetových sítí zůstaly nevyužity, investoři, kteří nastoupili do technologického vlaku nejpozději, přišli o peníze. [7]

Aby americká centrální banka FED (The Federal Reserve System) zmírnila hrozící recesy a odliv kapitálu, snížila během jednoho roku základní úrokovou sazbu z 6,5 na 1,75 %. Tím zajistila skomírajícím firmám potřebné financování, neboť v dané situaci by na emisi akci nikdo nereagoval. Zároveň tak zajistila příliv kapitálu pro investice do internetových projektů, kterých však již bylo podstatně méně a byly podstatně lépe vyhodnocovány. Recese se tak v roce 2001 vůbec nekonala a americká ekonomika v následujících třech letech nastartovala nový růst na úrovni 2-3% HDP. To můžeme pozorovat v letech 2002 a 2003 na průběhu Dow Jonesova indexu na Grafu 12.

Graf 12 Dow Jones Industrial Average

Zdroj: Google Finance (http://www.google.com/finance?cid=983582#)

Nízká základní úroková sazba měla však i stinné stránky. Domácnosti si zvykly na „levné" peníze a začaly si hojně půjčovat na nákup spotřebního zboží a služeb. Domácí výrobci nestíhali uspokojovat poptávku a tak domácnosti začali více nakupovat zahraniční zboží, které bylo díky kurzu dolaru levnější. To se projevilo propadem bilance zahraničního obchodu a pádem kurzu dolaru na světovém měnovém trhu. 4 Další hrozbu představovaly dluhy domácností spojené s pořízením bydlení. Nízké úrokové sazby centrální banky vedly k poklesu hypotečních úrokových sazeb na jejich historické minimum. Cena hypotéky s třicetiletou fixací klesla na 5,5 % a hypotéku s pohyblivou mírou úročení bylo možné pořídit dokonce za 3,5%. Zatímco hypotéky s fixací vykazují dlouhodobě stabilní peněžní toky, variabilně úročené hypotéky jsou z tohoto pohledu více rizikové. Dlužník totiž nikdy neví, jak se

[4] Obrovský nárůst importu kombinovaný s poklesem kurzu dolaru nevedl k růstu inflace v USA pouze díky fixaci čínského juanu na dolar. Kdy většina dovozu byla právě z Číny.

mu změní úroková sazba v budoucnu a zda bude schopen úvěr splácet. Tří a půl procentní sazba byla natolik lákavá, že lidé brali banky téměř útokem, přičemž kontrola jejich bonity šla stranou. V letech 2002 až 2005 si proto začali pořizovat nemovitosti i lidé, kteří by za normálních okolností na vlastní bydlení nedosáhli a bydleli by v nájemních bytech. Počet prodaných nemovitostí rostl o raketových 9 % ročně, zatímco počet obyvatel rostl pouze o 1%. Pod tlakem rostoucí poptávky rostly ceny nemovitostí o 8 %. Jelikož platy v této době rostly meziročně o 4% je zřejmé, že zbytek nárůstu prodeje byl financován na dluh. Podle odhadu bylo prodáno 730 000 rodinných domů, které by za situace bez levných hypoték nikdo nikdy nekoupil ani nepostavil. V peněžním vyjádření šlo o cenovou bublinu přibližně v objemu 180 miliard USD. V roce 2004 přikročila americká centrální banka ke zvyšování úrokových sazeb přes 2,25% až po 5,25 % v roce 2006. Sazba hypoték s jednoletou fixací na úrovni 3,5% vzrostla během tří let na 5,5 %. Podražila tedy o více než třetinu. Naopak hypotéky s dlouholetou fixací se dočkaly zdražení pouze v řádu setin procentních bodů.

V létě 2006 realitní bublina splaskla, růst cen nemovitostí v USA se zastavil. Růst splátek původně levných hypoték dostal do finanční tísně nejméně bonitní domácnosti, zejména ty s nízkými a proměnlivými příjmy, a částečně i ty bohatší, které přecenily své možnosti. V kombinaci se současným růstem ceny benzínu o 200 % to vedlo k dramatickému snižování výdajů domácností na spotřební zboží a zbytné služby. V USA klesla poptávka po automobilech, elektronice a stavebních materiálech. Část finančně nejzatíženějších domácností přestala splácet a domy jim byly zabaveny. To představovalo necelé 1 % všech hypoték. Dalších necelých 6 % představovaly hypotéky s opožděnými splátkami. Americká centrální banka však těmto problémům zpočátku nevěnovala pozornost a v polovině roku 2006 se rozhodla zpřísnit měnovou politiku. Z obavy z růstu inflace zvýšila úrokovou sazbu z 5% na 5,25 %. To vedlo k ještě hlubšímu zatížení bank a stavebních firem. Počty prodaných nových rodinných domů byly na svém historickém minimu a pod tlakem rostoucích splátek hypoték bankám přibývali klienti neschopní řádně splácet. Bankám tak začaly hrozit velké ztráty. Centrální banka si to později uvědomila a na úkor řízení inflace začala snižovat úrokovou sazbu až na úroveň 2,25 % v roce 2008. Do poklesu hypotečních splátek se to však neprojevilo dostatečně rychle. Už pouhých 5% neplatících dlužníků přivedlo banku Bear Stearns k bankrotu. Hypoteční agentury Fannie Mae a Freddie Mac dostaly podporu americké vlády ve výši několik desítek miliard USD, aby přežily. Jsou to největší operátoři nabízející financování bydlení na americkém trhu a jejich dluhopisy má ve svých portfoliích většina amerických bank. Růst počtu nesplácených hypoték se však zastavil a situace se zdála být stabilní. Dow Jonesův Index rostl (viz Graf 12). Byl to však jen klid před bouří. Již ve druhé polovině roku 2008 nastal krach na amerických burzách. Kurzy akcií klesly na úroveň roku 1998. Panika na sebe nedala dlouho čekat ani na ostatních světových burzách. Vlivem konsolidace burz a integrace finančních trhů došlo k řetězové reakci a ještě před koncem roku 2008 k pádu akcií ostatních světových bank. Jedny po druhé totiž zjišťovaly, že ve svých portfoliích drží nějakou formu „toxických aktiv“, tedy zejména nějaké formy kapitálu amerických bank zasažených hypoteční krizí. Do začátku roku 2009 tak vstupovaly finanční trhy zdecimované a nejisté. Pády akcií bank s sebou často strhly i ostatní odvětví. Do krize se dostaly i do té doby zdravé nemovitostní trhy v Evropě. Stavebníkům přebývaly nové stavby, které nikdo nechtěl. Cena kapitálu potřebného na nákup nemovitostí byla najednou příliš vysoká.

Následky si s sebou světová ekonomika nese dodnes. Po letech hospodářského útlumu (2009-2011) se zdá, že se ekonomiky začínají oživovat. Ustrnulá poptávka po spotřebním zboží a zbytných službách opětovně začíná růst. Je to dílem jednak adekvátní reakcí firem – restrukturalizace produktových portfolií – jednak státních zásahů – záruky za strategické podniky, zejména banky, daňové úlevy. Hospodářství se zdá být na cestě k lepšímu, ovšem objevuje se na scéně nová hrozba, a sice předlužení některých zemí. Poslední roky byly náročné pro státní rozpočty a slabší ekonomiky jako Řecko, Španělsko či Portugalsko se začínají potýkat s rostoucími náklady na veřejný dluh. V případě Řecka došla situace až tak daleko, že mu musela být poskytnuta mezinárodní pomoc ve výši 110 mld. EUR, aby bylo schopno splácet své závazky. Vlivem vzniklé finanční krize se tak projevila ekonomická různorodost zemí Eurozóny, která není dobře slučitelná s měnovou unií. Evropa nyní stojí na pokraji rozhodnutí, zda prohloubit svou integraci, či naopak uvolnit. Současný stav se zdá být značně nestabilní, neboť pro udržení stability jednotné měny by bylo zapotřebí vyšší fiskální odpovědnosti členských zemí, ideálně fiskální unie. To ovšem většina zemí odmítá jako přílišný zásah do svých suverénních práv. Na druhou stranu rozpad měnové unie se také nejeví jako příliš pravděpodobný, neboť neexistují žádné scénáře, co by to vlastně mohlo ekonomicky znamenat, nehledě na fakt, že vybudování unie již stálo značné množství kapitálu, jak finančního, tak politického.

O přesných příčinách a účinných lécích na současnou krizi se zatím příliš neshodnou ani odborníci. Dovolím si v několika větách vlastní úvahu. Nedostupnost opcí drobným investorům dle mého názoru mohla přinejmenším prohloubit důsledky krize, protože tito nemohli zajistit svá portfolia proti případným rizikům. Domnívám se, že by bylo přínosné zpřístupnit opce (warranty) respektive i další finanční deriváty domácnostem. Představuji se dvě možné cesty, jak toho dosáhnout. První možností je snížení objemu obchodovaných kontraktů, které by bylo možno nabízet na OTC trhu. Jako možná úskalí této cesty spatřuji pákový efekt, který finanční deriváty poskytují. V rukou nezkušeného investora by tak mohly napáchat více škody než užitku. Proto by byl vhodnější druhý přístup, a sice nabídnutí derivátů domácnostem prostřednictvím investičních fondů. Tím by bylo jednak umožněno investovat i menší množství kapitálu a zároveň by tak byla zajištěna odbornost jeho umístění. Jestli se však podaří nalézt lék na dluhovou krizi, ukáže teprve čas.

3.2 Charakteristika společnosti Societé Generale

Societé Generale (v dalším textu použita zkratka SG) byla založena v roce 1894 jako univerzální banka. V roce1971 byla přizvána francouzskou vládou ke spolupráci na emisi dluhopisů k financování vládního dluhu, zejména k financování reparaci po Pruské válce v roce 1870. Koncem 19. století prožívala banka stagnaci vlivem hospodářské krize v Evropě. Tento stav se pokoušela eliminovat investičními aktivitami v Jižní Americe, zejména v Peru, ovšem očekávaný zisk se nedostavil, spíše naopak. Počátkem 20. století vystřídalo stagnaci období růstu, kdy banka založila v Rusku a později i v Číně a Indii dceřiné bankovní společnosti, které se mimo jiné podíleli na financování výstavby transsibiřské železniční magistrály. Byl založen také první fond, který tehdy sloužil k zajištění zaměstnanců banky a jejich rodin na stáří.

Následovala první světová válka, v jejímž závěru se Societé Generale podílela na emisi dluhopisů k financování armádních výdajů, neboť válka se vlekla déle a financování od Banque De France přestávalo stačit. Po válce se potom banka zaměřovala na poskytování provozních úvěrů průmyslovým podnikům, aby podpořila jejich rozvoj a export. Během čtyřicátých let začíná banka organizovat letní tábory pro děti svých zaměstnanců a v návaznosti na osamostatňování francouzských kolonií je nucena restrukturalizovat síť svých zahraničních poboček, zejména tedy v severní Africe (Kamerun, Senegal, Alžír, Maroko). Z těchto poboček se stávají dceřiné společnosti.

V šedesátých letech potom s příchodem fenoménu kolektivního investování zakládá investiční společnost Société Générale d'Épargne et d'Investissement. Osmdesátá léta byla ve znamení rozvoje nástrojů platebního styku, nejprve šlo o budování a rozvoj sítě bankomatů, později přišlo na řadu i elektronické bankovnictví. Počátkem devadesátých let následuje změna loga na současnou podobu, přesídlení centra společnosti do luxusní čtvrti Paříže La Défense a akvizice banky Crédit Du Nord. S postupující privatizací v postkomunistických zemích střední a východní Evropy následují další akvizice bank v tomto regionu (např. Komerční banka v ČR). Nejvýznamnějším milníkem na počátku nového století bylo bezesporu zavedení jednotné evropské měny Euro.

3.3 Charakteristika Komerční banky, a.s.

Komerční banka, a.s. (dále také „KB“ nebo „Banka“) je mateřská společnost Skupiny KB (dále také „Skupina“), která je tvořena osmi společnostmi. KB je také součástí mezinárodní skupiny Société Générale. Komerční banka patří mezi přední bankovní instituce v České republice a v regionu střední a východní Evropy. KB je univerzální bankou se širokou nabídkou služeb v oblasti retailového, podnikového a investičního bankovnictví. Společnosti finanční skupiny Komerční banky nabízejí další specializované služby, mezi které patří penzijní připojištění, stavební spoření, faktoring, spotřebitelské úvěry a pojištění, dostupné prostřednictvím sítě poboček KB, přímého bankovnictví a vlastní distribuční sítě.[8] Základní finanční ukazatele za několik posledních let je možné najít v příloze číslo 6.

Obsluha korporátní klientely Komerční banky je rozdělena do dvou segmentů, parametrem je obvykle roční obrat (tržby) klienta a škála produktů, které využívá. Společnosti s obratem od 60 do 1.500 mil. Kč jsou obsluhovány zpravidla na obchodních centrech segmentu Corporate, klienti s obratem vyšším jsou obsluhováni zpravidla divizemi segmentu Top Corporations, které jsou v Praze, Brně a v Bratislavě. [8]

Ve Slovenské republice obsluhuje KB své klienty prostřednictvím pobočky s názvem „Komerční banka, a.s., pobočka zahraničnej banky“. Pobočka KB ve Slovenské republice se orientuje zejména na velké a středních firmy s obratem od 33 milionů EUR. Pozice pobočky KB ve Slovenské republice je v této oblasti silná, disponuje know-how mateřské KB a využívá synergie v rámci skupiny KB i SG, díky které dokáže poskytovat svým klientům komplexní finanční řešení. [8]

Komerční banka je součástí skupiny Société Générale. Skupina Komerční banky poskytuje klientům komplexní služby v oblasti drobného, podnikového a investičního bankovnictví. V oblasti drobného bankovnictví se Komerční banka zaměřuje na poskytování komplexních finančních služeb fyzickým osobám a malým podnikům. Banka nabízí klientům depozitní a úvěrové produkty a platební služby. Klienti mohou také vedle standardních bankovních produktů využít možnosti pojištění, důchodového připojištění, uzavřít smlouvu o stavebním spoření nebo leasingovou smlouvu, či investovat do podílových či zajištěných fondů. Oblast podnikového a investiční bankovnictví zahrnuje obsluhu středních podniků a municipalit a velkých korporací. Komerční banka prostřednictvím bankovních poradců a přímého bankovnictví poskytuje klientům platební služby, financování obchodu, leasing, factoring, úvěrování, správu aktiv, služby kapitálového trhu, finanční poradenství a další služby.

4. Sestavení oceňovacích modelů a analýza dosažených výsledků

4.1 Ocenění evropské opce na akcie SG

V následující kapitole si představíme tři způsoby ocenění opce na akcie Societé Generale. Jako předmět ocenění byly vybrány dvě evropské opce – kupní a prodejní s realizační cenou 17 a 18 EUR. V jejich základu leží akcie francouzské společnosti Societé Generale (ISIN[5]: FR0000130809).

Jako prví bude binomický model. Jedná se o nejjednodušší způsob ocenění vycházející z předpokladu,že cena opce může v každém období růst nebo klesat, jak bylo již vysvětleno v kapitole 2.3.1. Dále bude následovat Black-Scholesův model (tzv. BS model), který na rozdíl od binomického pracuje precizněji s volatilitou podkladového aktiva. Přestože také stojí na zjednodušujících předpokladech, je mezi obchodníky stále poměrně oblíbený, zejména pro svou výpočtovou nenáročnost. Oba tyto modely pracují s konceptem bezrizikové úrokové míry, kterou považují za oportunitní náklad investice.

Jako referenční hodnotu bezrizikové úrokové míry použijeme v modelech sazbu francouzských vládních dluhopisů. To proto, aby odpovídala rizikovosti prostředí, ve kterém se náš oceňovaný instrument pohybuje. Správou francouzského vládního dluhu se zabývá agentura Agence France Trésor, která je zřízena Ministerstvem ekonomie, financí a průmyslu. Ke krytí schodku veřejných rozpočtů využívá emise diskontovaných dluhopisů. Pro cash management se používají dluhopisy zvané „Bons du Trésor à taux fixe et à intérêts précomptés“ (BTFs) a mají splatnost jeden až tři měsíce. Dále existují střednědobé dluhopisy „Bons du Trésor à intérêts annuels“ (BTANs) se splatností dva až pět let a konečně dlouhodobé dluhopisy „Obligations assimilables du Trésor“ (OATs) se splatností sedm až padesát let.

Pro účely ocenění by bylo nejvhodnější použít dluhopis s přibližně stejnou dobou splatnosti, jako je investiční horizont našeho oceňovacího modelu, tj 2 roky, aby byla rizikovost jednotlivých instrumentů konzistentní. V současné době však na trhu reálně žádný takový dluhopis neexistuje. Proto použijeme dluhopis, který se potřebám modelu relativně nejvíce blíží. Půjde o dlouhodobý kupónový dluhopis typu OAT, který byl emitován na pařížské burze Euronext 11. 9. 2001 pod číslem ISIN FR0000187874 v počtu 16 007 milionů kusů o no-

[5] ISIN – International Securities Identification Number

minální hodnotě 1 EUR, se splatností 24. 10. 2011 a úrokovou sazbou 5,00 % p.a. a roční frekvencí výplaty kupónu. Prospekt k tomuto typu dluhopisů naleznete v Příloze č. 8

Co se týče samotných opcí, tak můžeme říci, že současný trh je velmi dynamický. Díky vysoké volatilitě cen akcií v posledních letech se prakticky nevyskytují dlouhodobější opční kontrakty. Nejčastěji se obchodují opce s dobou splatnosti 6 až 12 měsíců, výjimečně dvouleté. V současnosti přicházejí do expirace některé pětileté opce (warranty) vypsané v letech 2006 – 2007, avšak jsou to již bezcenné cenné papíry, neboť jejich nastavená realizační cena naprosto nekoresponduje se současnou cenou akcií. Emitenti, kteří v tehdejší době očekávali další růst cen akcií, nastavili jejich realizační ceny někdy až desetkrát výše, než je současná hodnota podkladových aktiv. Takové opce jsou dnes zcela nelikvidní.

Abychom zajistili porovnatelnost výsledků jednotlivých oceňovacích modelů, budeme ve všech případech uvažovat dvouleté opce, zejména z důvodu zajištění alespoň minimálního počtu pozorování hodnot pro ARMA model. Při oceňování kupní opce vyjdeme z call warrantu[3] s označením BP04MH s realizační cenou 17 EUR na akcii, pro prodejní opci budeme potom vycházet z put warrantu[6] CT0SLV s realizační cenou 18 EUR na akcii.

V poslední části čtvrté kapitoly porovnáme výsledky dvou fundamentálních modelů s modelem ARMA. Na základě historických dat bude vytvořen model pro výši opční prémie a na základě předpovědí ex post určíme jeho přesnost. Výsledky porovnáme i s binomickým a BS modelem. Do ARMA modelu bude navíc zahrnuta jako parametr i časová řada ceny akcií Komerční banky, tedy dceřiné společnosti Societé Generale působící na českém trhu. Závěr bude věnován zhodnocení jednotlivých modelů, jejich výhodám a nevýhodám.

[6] Warrant je cenný papír, který vyjadřuje právo na nákup či prodej podkladového aktiva. Stejně jako opce. Warranty se používají častěji v Evropě, zatímco opce spíše na americkém kontinentu. Oba cenné papíry se mírně liší právním postavením a způsobem emise, z hlediska peněžních toků je však můžeme stavit na roveň.

4.1.1 Binomický model

Při oceňování binomickým modelem vyjdeme z teorie popsané v kapitole 1.5.1, tedy nechť máme dvě portfolia, jedno obsahuje akcii a upsaný dluhopis za bezrizikovou úrokovou míru, druhé potom samotnou opci. Pokud neexistují arbitrážní příležitosti, měly by být hodnoty obou portfolií shodné – opční prémie odpovídá rozdílu výnosů akcie a bezrizikové výpůjčky. Pomocí vztahu vz. 33 potom získáme formuli pro cenu call opce ve tvaru vz. 37

$$SH_C = \frac{\sum_{j=a}^{n} p^j \cdot (1-p)^{n-j} \cdot \left[S \cdot u^j \cdot d^{n-j} - X \right]}{V^n}$$

respektive ve tvaru vz. 42 pro put opci

$$SH_P = \frac{\sum_{j=0}^{a} p^j \cdot (1-p)^{n-j} \cdot \left[X - S \cdot u^j \cdot d^{n-j} \right]}{V^n}$$

Předpoklady:

- Neexistují daně a transakční náklady
- Neexistují poplatky spojené s obchodováním
- Trh je efektivní – neexistují arbitrážní příležitosti
- Existuje pouze jediná bezriziková úroková míra
- Neexistují žádná další rizika (měnové, tržní)
- Neexistuje časový rozdíl mezi obchodem a jeho vypořádáním
- Podkladová akcie je neomezeně dělitelná

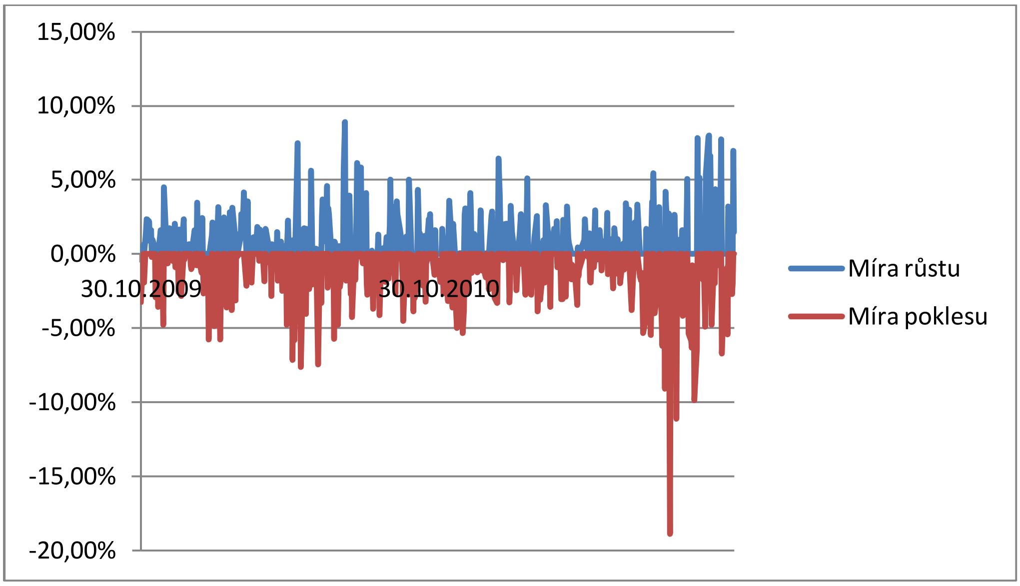
Postup:

Předmětná opce, kterou budeme oceňovat, je již vymezena v úvodu k této kapitole (BP04MH – call warrant na 1 lot[7] akcií Societé Generale; CT0SLV – put warrant na 1 lot akcií Societé Generale). Počáteční cena akcie (S_t) je cena akcie Societé Generale dne 1.9.2009 na burze Euronext. Počet období *n*, po které opci držíme, budeme uvažovat 24 měsíců. Tento parametr se neshoduje se skutečnou dobou těchto reálných opcí. Činíme tak proto, aby byl výsledek porovnatelný s výsledky modelu ARMA. Minimální počet období *a* je počet, kolikrát musí klesnout/vzrůst počáteční cena akcie S_t, aby byla opce v penězích, tedy aby bylo

[7] 1 lot = 100 kusů

výhodné ji uplatnit. Pravděpodobnost růstu *p* je vypočtena jako podíl počtu obchodních dní, kdy závěrečný kurz akcie byl vyšší než kurz předcházející obchodní den, a celkového počtu obchodních dní v období od 28.10.2009 do 28.10.2011 (viz příloha č. 2). Míra růstu *u* byla vypočtena jako geometrický průměr všech koeficientů růstu kurzu mezi jednotlivými obchodními dny. Míra poklesu *d* byla vypočtena obdobně jako geometrický průměr všech měr poklesu kurzu mezi obchodními dny.

Graf 13 Relativní pohyby ceny akcie Societé Generale 2009 – 2011



Zdroj: vlastní tvorba

Bezriziková úroková sazba je odvozena z francouzského vládního dluhopisu typu OAT, jak bylo vysvětleno v úvodu kapitoly. Přehled všech vstupních parametrů je vyobrazen v Tabulce 4.1.1 pro call a v Tabulce 4.1.2 pro put opci.

Tabulka 4.1.1 - CALL opce – vstupní parametry modelu:

Realizační cena opce (*X*):	17,00	EUR
Počáteční cena akcie (S):	47,74	EUR
Cena akcie po "*n*" obdobích (*P*):	20,29	EUR
Počet období (*n*):	24	M
Minimální počet období (*a*):	0	M
Pravděpodobnost růstu (*p*):	0,47	
Pravděpodobnost poklesu (1-*p*):	0,53	
Míra růstu (*u*):	1,020	
Míra poklesu (*d*):	0,978	
Bezriziková úroková sazba (*r*):	5,00	% (p.a.)
Diskontní faktor (*V*):	1,00416667	(*r* převedeno na měsíční bázi)

Zdroj: vlastní tvorba

Tabulka 4.1.2 - PUT opce – vstupní parametry modelu:

Realizační cena opce (*X*):	18,00	EUR
Počáteční cena akcie (S):	47,74	EUR
Cena akcie po "*n*" obdobích (*P*):	20,29	EUR
Počet období (*n*):	24	M
Minimální počet období (*a*):	6	M
Pravděpodobnost růstu (*p*):	0,47	
Pravděpodobnost poklesu (1-*p*):	0,53	
Míra růstu (*u*):	1,020	
Míra poklesu (*d*):	0,978	
Bezriziková úroková sazba (*r*):	5,00	% (p.a.)
Diskontní faktor (*V*):	1,00416667	(*r* převedeno na měsíční bázi)

Zdroj: vlastní tvorba

Výpočet:

$V = 1{+}0{,}05/12$

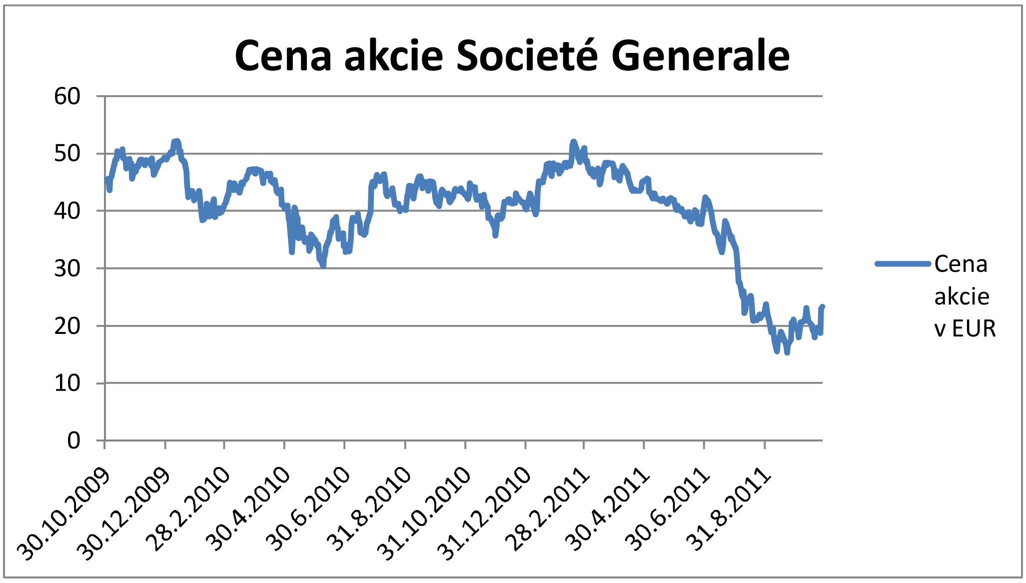
$$SH_C = \frac{\sum_{j=0}^{24} 0,47^j \cdot (1-0,47)^{24-j} \cdot \left[47,74 \cdot 1,020^j \cdot 0,978^{24-j} - 17\right]}{1,00416667^{24}} = 0,004 \quad EUR$$

$$SH_P = \frac{\sum_{j=0}^{6} 0,47^j \cdot (1-0,47)^{24-j} \cdot \left[18 - 47,74 \cdot 1,020^j \cdot 0,978^{24-j}\right]}{1,00416667^{24}} = 0,002 \quad EUR$$

Komentář výsledků:

Cena akcie S_t má zejména v posledním roce v silně klesající trend, jak je patrno na Grafu 13, a proto je cena prodejní opce nižší než cena kupní opce. Při dané realizační ceně a krátké zbývající době do splatnosti je však pravděpodobnost příznivé změny ceny nízká, a proto i cena opce je velmi nízká. Cena opční prémie pro call warrant na jeden lot akcií nám vyšla v ceně 0,4 EUR, pro put dokonce pouhých 0,2 EUR.

Graf 14 Denní vývoj ceny akcie Societé Generale 2009 - 2011



Zdroj: vlastní tvorba

4.1.2 Black-Scholesův model

Black-Scholesův model stojí na podobných předpokladech jako model binomický, avšak na rozdíl od něj považuje vývoj ceny podkladového aktiva za stochastický, nikoliv deterministický. Má za to, že kurz podkladové akcie se mění náhodně, zatímco binomický model kalkuloval s určitými pravděpodobnostmi změny. Předpoklady BS modelu jsou následující.

Předpoklady:

- Vývoj ceny podkladového aktiva je Wienerovým procesem
- Podkladové aktivum je neomezeně dělitelné
- Podkladové aktivum je v každém okamžiku likvidní
- Na trhu neexistují arbitrážní příležitosti
- Zápůjční úroková míra je totožná s bezrizikovou úrokovou míru, ta je konstantní
- Neexistují transakční náklady a daně
- Aktivum je možné prodat se záměrem pozdější koupě

Postup:

Zdroje dat jsou v BS modelu použity identické jako v binomickém modelu. Jediný rozdíl zde je, že počítáme období zbývající do vypršení opce v letech. Navíc zde ve výpočtu používáme směrodatnou odchylku výnosů akcie, která byla vypočtena jako odmocnina z rozptylu rozdílů dvou vždy po sobě jdoucích kurzů v rámci dvou po sobě jdoucích obchodních dní (viz příloha č. 2). Přehled vstupních parametrů je v tabulce 4.2.1 a 4.2.2.

Tabulka 4.2.1 - CALL opce – vstupní parametry modelu:

	1 akcie SG	1 lot akcií SG	
Spotová cena akcie (St):	23,39	2339	EUR
Realizační cena opce (Xt):	17,00	1700	EUR
Bezriziková úroková míra (i):	5,00	5,00	% p.a.
Doba trvání opčního kontraktu (t):	1,92	1,92	roku
Celková životnost opčního kontraktu (T):	2,00	2,00	roku
Standardní odchylka výnosů podkladové akcie (σ):	1,12	1,12	#

Zdroj: vlastní tvorba

Tabulka 4.2.2 - PUT opce – vstupní parametry modelu:

	1 akcie SG	1 lot akcií SG	
Spotová cena akcie (St):	23,39	2339	EUR
Realizační cena opce (Xt):	18,00	1800	EUR
Bezriziková úroková míra (i):	5,00	5,00	% p.a.
Doba trvání opčního kontraktu (t):	1,92	1,92	roku
Celková životnost opčního kontraktu (T):	2,00	2,00	roku
Standardní odchylka výnosů podkladové akcie (σ):	1,12	1,12	#

Zdroj: vlastní tvorba

Výpočet call:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{23{,}39}{17}\right)+\left(0{,}05+\frac{1{,}12^2}{2}\right)\cdot 1{,}92}{1{,}12\cdot\sqrt{1{,}92}} = 1{,}17$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{23{,}39}{17}\right)+\left(0{,}05-\frac{1{,}12^2}{2}\right)\cdot 1{,}92}{1{,}12\cdot\sqrt{1{,}92}} = 0{,}85$$

$$C_t = 23{,}39\cdot N(1{,}17) - 17\cdot e^{-0{,}05(2-1{,}92)}\cdot N(0{,}85) = 6{,}98\ \text{EUR}$$

Výpočet put:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{23,39}{18}\right)+\left(0,05+\frac{1,12^2}{2}\right)\cdot 1,92}{1,12\cdot\sqrt{1,92}} = 0,99$$

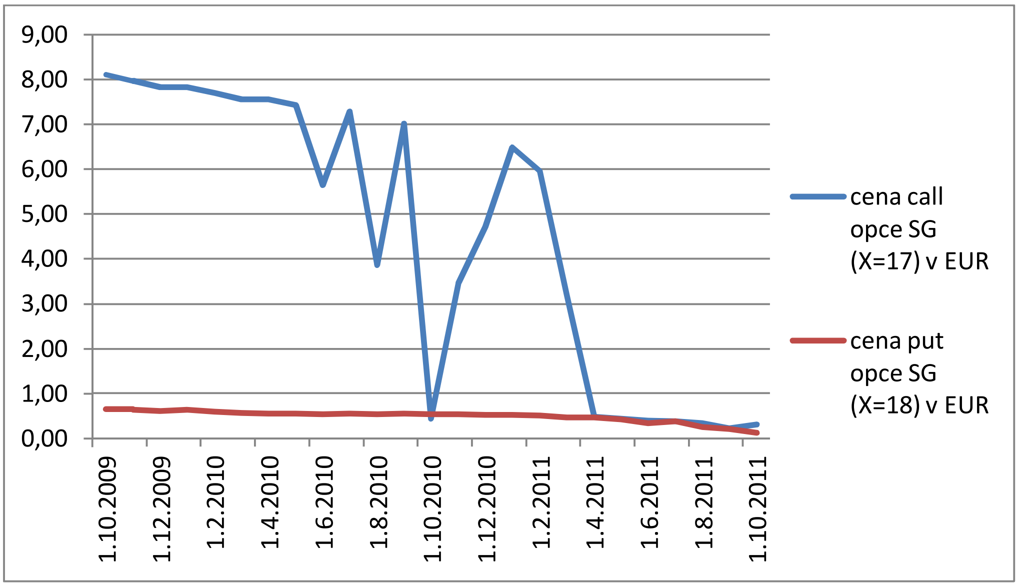
$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{23,39}{18}\right)+\left(0,05-\frac{1,12^2}{2}\right)\cdot 1,92}{1,12\cdot\sqrt{1,92}} = 0,67$$

$$P_t = 18\cdot e^{-0,05(2-1,92)}\cdot N(-0,67) - 23,39\cdot N(-0,99) = 0,74\ \text{EUR}$$

Komentář výsledků:

Výsledky BS modelu přibližně odpovídají kurzům na trhu, viz Graf 15, číselná data příloha č. 7. Oproti skutečným tržním hodnotám sice vykazují určitou míru zpoždění (cca 6 měsíců), nicméně řádově se pohybují podstatně lépe než výsledky předcházejícího binomického modelu. Jedním z faktorů, které na to mohou mít vliv, je přítomnost směrodatné odchylky výnosu, která se v binomickém modelu nevyskytuje. Druhým faktorem potom skutečnost, že spotová cena podkladového aktiva, ze které vycházíme, je jeho cena v okamžiku oceňování opce a nikoliv na začátku životnosti opce. V modelu je díky tomu aktuálnější informace o ceně podkladového aktiva.

Graf 15 Měsíční kurzy opcí/warrantů na akcie SG v letech 2009 - 2011



Zdroj: vlastní tvorba

4.1.3 ARMA model

Pří konstrukci statistického modelu budeme vycházet z teoretického konceptu kapitoly 2.3 a vztahu vz. 11. Na rozdíl od předchozích modelů zde nebudeme používat znalost ekonomické provázanosti mezi jednotlivými parametry, ale budeme tyto vztahy odvozovat na základě statistické významnosti.

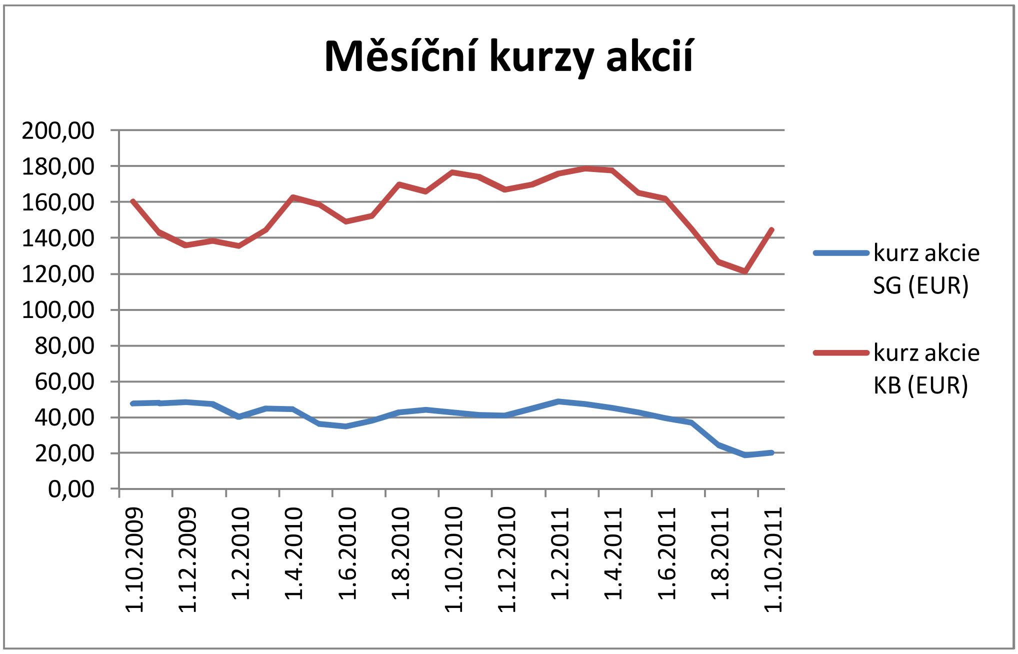
Předpoklady:

- Časové řady jsou stacionární
- Máme k dispozici časovou řadu o minimálně 20 pozorováních

Postup:

Jak jsme mohli vidět na Grafu 15 z minulé kapitoly a na Grafu 16 níže, kurzy cen akcií i opcí (warrantů) jsou zjevně nestacionární. Většinou vykazují klesající trend. Abychom je mohli modelovat ARMA procesem, musíme zajistit jejich stacionaritu[8].

Graf 16 Měsíční kurzy akcií Societé Generale a Komerční banky 2009 - 2011



Zdroj: vlastní tvorba

Jako první krok provedeme logaritmickou transformaci hodnot, poté bude následovat výpočet jejich první diference. Takto upravená data použijeme pro model – Tabulka 4.3.1.

[8] Stacionární časová řada je taková, která má konstantní rozdělení pravděpodobnosti v čase.

Nejprve se pokusíme o konstrukci čistě ARMA modelu, kdy vysvětlujícími parametry pro cenu opce jsou pouze její vlastní zpožděné hodnoty nebo klouzavé průměry.

Tabulka 4.3.1 – Kurzy jednotlivých instrumentů v EUR a jejich hodnoty po zlogaritmování a první diferenci (označeny "_D1(LOG)")

	Call	Put	SG	KB	ExRate	SG_D1 (LOG)	KB_D1 (LOG)	Call_D1 (LOG)	Put_D1 (LOG)	ExRate_D1 (LOG)
2009-10	8,11	0,65	47,74	160,24	25,84	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
2009-11	7,97	0,65	47,85	142,87	25,83	0,00	-0,11	-0,02	-0,01	0,00
2009-12	7,83	0,62	48,35	135,76	26,08	0,01	-0,05	-0,02	-0,04	0,01
2010-1	7,83	0,64	47,56	138,51	26,14	-0,02	0,02	0,00	0,03	0,00
2010-2	7,70	0,60	40,36	135,51	25,98	-0,16	-0,02	-0,02	-0,07	-0,01
2010-3	7,56	0,57	44,78	144,48	25,54	0,10	0,06	-0,02	-0,04	-0,02
2010-4	7,56	0,55	44,48	162,76	25,31	-0,01	0,12	0,00	-0,04	-0,01
2010-5	7,42	0,55	36,47	158,58	25,67	-0,20	-0,03	-0,02	0,00	0,01
2010-6	5,64	0,55	34,75	148,95	25,78	-0,05	-0,06	-0,27	0,00	0,00
2010-7	7,29	0,55	38,24	152,14	25,31	0,10	0,02	0,26	0,01	-0,02
2010-8	3,86	0,55	42,93	169,71	24,81	0,12	0,11	-0,63	-0,01	-0,02
2010-9	7,01	0,56	44,14	165,92	24,65	0,03	-0,02	0,60	0,02	-0,01
2010-10	0,44	0,54	42,85	176,55	24,53	-0,03	0,06	-2,77	-0,03	-0,01
2010-11	3,46	0,54	41,34	174,13	24,64	-0,04	-0,01	2,06	-0,01	0,00
2010-12	4,71	0,52	40,92	166,90	25,17	-0,01	-0,04	0,31	-0,02	0,02
2011-1	6,49	0,53	44,79	169,74	24,45	0,09	0,02	0,32	0,02	-0,03
2011-2	5,97	0,51	48,95	175,89	24,28	0,09	0,04	-0,08	-0,04	-0,01
2011-3	3,20	0,47	47,30	178,75	24,39	-0,03	0,02	-0,62	-0,08	0,00
2011-4	0,49	0,47	45,40	177,64	24,29	-0,04	-0,01	-1,88	0,00	0,00
2011-5	0,44	0,43	42,61	165,07	24,38	-0,06	-0,07	-0,11	-0,09	0,00
2011-6	0,40	0,35	39,45	161,83	24,29	-0,08	-0,02	-0,11	-0,22	0,00
2011-7	0,39	0,39	37,15	145,23	24,34	-0,06	-0,11	-0,01	0,12	0,00
2011-8	0,35	0,26	24,46	126,68	24,27	-0,42	-0,14	-0,11	-0,41	0,00
2011-9	0,23	0,21	18,74	121,35	24,56	-0,27	-0,04	-0,42	-0,21	0,01
2011-10	0,31	0,13	20,29	144,48	24,85	0,08	0,17	0,30	-0,48	0,01

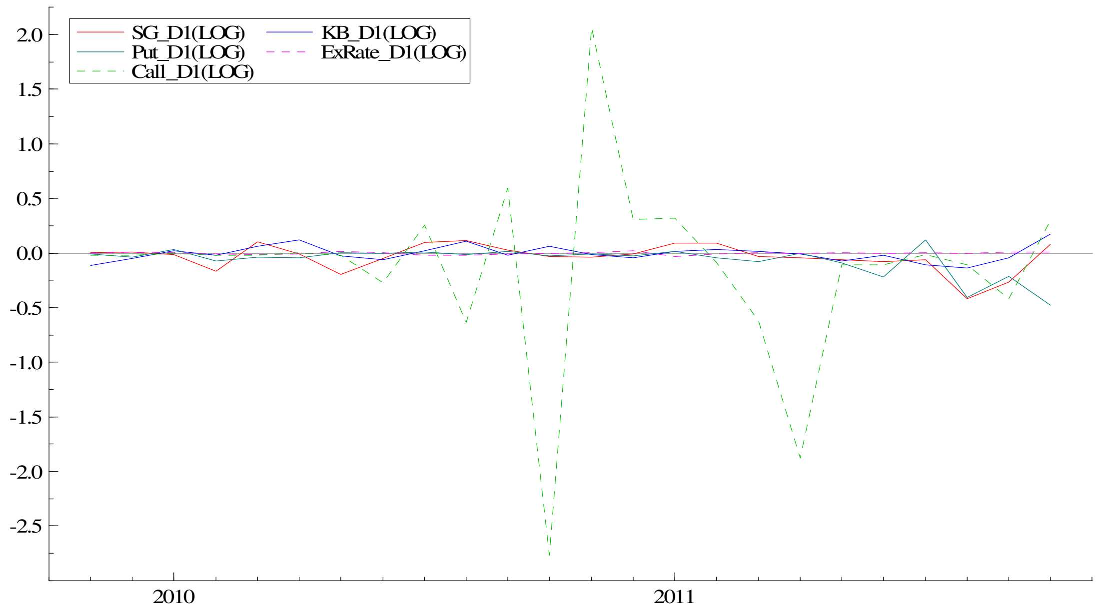
Zdroj: vlastní tvorba na základě Přílohy č. 7

Vzhledem ke skutečnosti, že historické kurzy opcí na akcie SG nejsou na internetu volně dostupné, byly kurzy opcí částečně modelovány. V rámci časové řady byl použit vždy kurz opce s dobou splatnosti v budoucnu, která odpovídá době do vypršení zkoumané opce, se stejnou realizační cenou. Tedy například cena zkoumané opce se splatností v listopadu 2011 k říjnu 2009 byla odhadnuta jako cena opce splatné v prosinci 2013 k listopadu 2011. Jelikož na trhu jsou obchodovány opce se splatností ve čtvrtletních periodách, bylo takto možné modelovat kurz pouze pro každý třetí následující měsíc. Ostatní kurzy opcí byly odhadnuty lineární interpolací podle sousedních čtvrtletních hodnot.

Výpočet ceny call:

Prvním krokem konstrukce ARMA modelu je stacionarizace časových řad (viz předpoklady v kapitole 1.2.3). Hodnoty jsou již vypočteny v Tabulce 4.3.1, pro názornost se podívejme na Graf 17.

Graf 17 Časové řady cen akcií a opcí po stacionarizaci



Zdroj: vlastní tvorba

Pro odhad parametrů použijeme výpočetní systém Give Win2, který nám otestuje nulovou hypotézu o nevýznamnosti parametrů pomocí t-testu. Podívejme se nyní na výsledky t-testu pro jednotlivé varianty modelu (Tabulka 4.3.2) na hladině významnosti 10%.

Tabulka 4.3.2 – Testy parametrů

ARMA (1,0)	*t-value*	t_α	*P*
AR-1	2,950	2,9200	2

ARMA (1,1)	*t-value*	t_α	*P*
AR-1	0,949	2,3534	3
MA-1	0,342	2,3534	3

ARMA (2,0)	*t-value*	t_α	*P*
AR-1	-1,650	2,3534	3
AR-2	0,144	2,3534	3

ARMA (2,1)	*t-value*	t_α	*P*
AR-1	-1,220	2,1318	4
AR-2	-0,486	2,1318	4
MA-1	0,919	2,1318	4

Zdroj: vlastní tvorba

Z uvedených hodnot vyplývá, že jediná situace, kdy je parametr AR nebo MA významný, je v případě varianty modelu ARMA (1,0), což je tedy pouze proces AR(1). V ostatních případech není možné zamítnout testovanou hypotézu o nevýznamnosti parametru. Model po dosazení do obecného tvaru vz. 11 potom můžeme zapsat jako

$$X_t = -0,3638 X_{t-1} - 0,1478$$

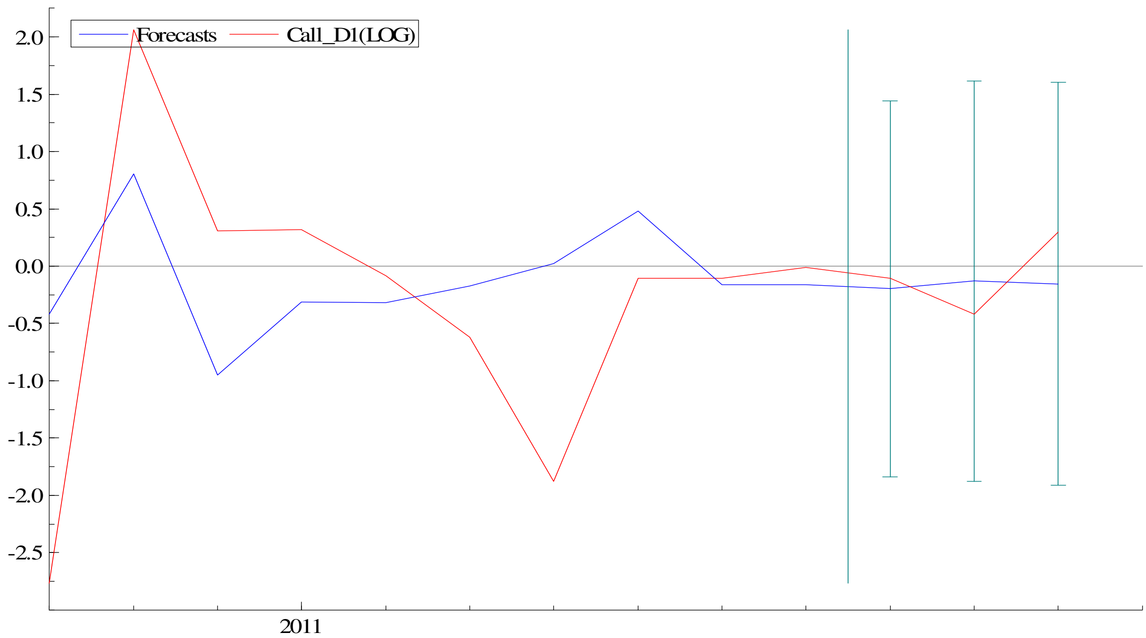
Tabulka předpovědí:

Tabulka 4.3.3 – Předpovědi

	X_t
2011-8	-0,25
2011-9	-0,19
2011-10	-0,22

Zdroj: vlastní tvorba

Graf 18 Předpověď ex post pro logaritmovanou hodnotu opční prémie Call opce



Zdroj: vlastní tvorba

Když porovnáme hodnoty předpovědí na období 08/2011-10/2011, jsou velmi blízké hodnotám skutečným. Můžeme tedy říci, že ač jsme modelovali pouze procesem AR a proces MA jsme nevyužili, model má dobrou vypovídací schopnost.

Výpočet ceny put:

V případě konstrukce ARMA modelu pro put opci vyjdeme rovněž z Box-Jenkinsonovy metodologie, jak bylo popsáno v případě call opce. Přistupme tedy rovnou k vyhodnocení tesů parametrů, která máme rovněž k dispozici z výpočetního systému Give Win2.

Tabulka 4.3.4 – Testy parametrů

ARMA (1,0)	*t-value*	t_α	*p*
AR-1	-1,400	2,9200	2

ARMA (1,1)	*t-value*	t_α	*p*
AR-1	-0,250	2,3534	3
MA-1	-0,294	2,3534	3

ARMA (2,0)	*t-value*	t_α	*p*
AR-1	-1,260	2,3534	3
AR-2	-0,625	2,3534	3

ARMA (2,1)	*t-value*	t_α	*p*
AR-1	-1,55	2,1318	4
AR-2	-1,44	2,1318	4
MA-1	1,08	2,1318	4

Zdroj: vlastní tvorba

V Tabulce 4.3.4 s výsledky testů parametrů vidíme, že v žádné kombinaci procesů AR a MA nejsou parametry statisticky významné. Z toho tedy vyplývá, že auto regresní procesy nejsou vhodné pro modelování ceny put opce. Zkusme se alespoň podívat na korelační matici v Tabulce 4.3.5.

Tabulka 4.3.5 - Korelační matice[9]

	Call	Put	SG	KB	ExRate	Call_L1	Put_L1	Call_L2	Put_L2
Call	1	**0,776**	0,500	-0,047	**0,741**	**0,775**	**0,775**	**0,768**	**0,787**
Put	**0,776**	1	**0,822**	0,313	0,557	**0,788**	**0,965**	**0,808**	**0,961**
SG	0,500	**0,822**	1	0,592	0,152	0,567	**0,795**	0,592	**0,792**
KB	-0,047	0,313	0,592	1	**-0,434**	0,096	0,257	0,147	0,203
ExRate	**0,741**	0,557	0,152	**-0,434**	1	0,676	0,578	0,625	0,620
Call_L1	**0,775**	**0,788**	0,567	0,096	0,676	1	**0,804**	**0,769**	**0,800**
Put_L1	**0,775**	**0,965**	**0,795**	0,257	0,578	**0,804**	1	**0,803**	**0,951**
Call_L2	**0,768**	**0,808**	0,592	0,147	0,625	**0,769**	**0,803**	1	**0,820**
Put_L2	**0,787**	**0,961**	**0,792**	0,203	0,620	**0,800**	**0,951**	**0,820**	1

Zdroj: vlastní tvorba

Z korelační matice je patrná silná pozitivní závislost na ceně akcií Societé Generale a na měnovém kurzu. Částečně i na ceně akcií Komerční banky, avšak tam závislost není tak silná. Když nemělo smysl konstruovat model ARMA, zkusme si alespoň odhadnout parametry standardního regresního modelu, kde jako vysvětlovaná proměnná bude vystupovat opční prémie put opce a jako vysvětlující cena akcie SG, cena akcie KB a měnový kurz.

Pro odhad parametrů použijeme metodu nejmenších čtverců. Parametry odhadnuté výpočetním systémem Give Win2 jsou v následující Tabulce 4.3.6.

Tabulka 4.3.6 – Koeficienty regresního modelu

	Coefficient	*t-value*	t_α	*P*
SG	0,0057	3,05	2,1318	4
KB	0,0021	2,49	2,1318	4
ExRate	0,1249	7,02	2,1318	4

Zdroj: vlastní tvorba

Model potom můžeme zapsat ve tvaru

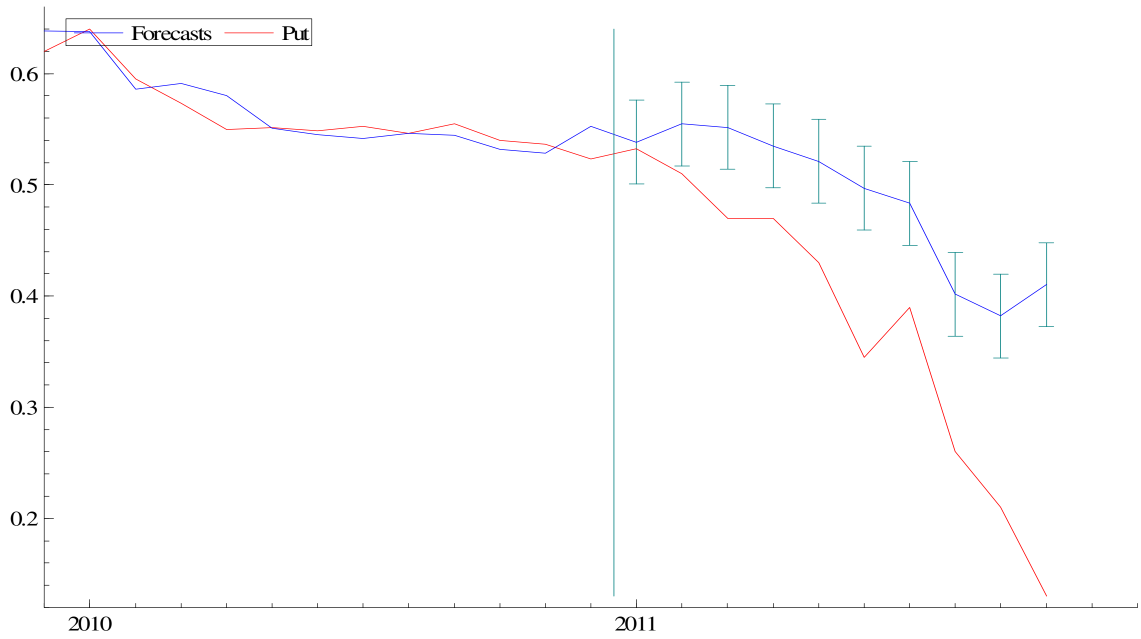
$$P_{PUT} = 0{,}0057 \cdot P_{SG} + 0{,}0021 \cdot P_{KB} + 0{,}1249 \cdot ER$$

[9] Korelační koeficient vypočten výpočetním systémem MS Excel 2007, obecně podle

$$r_{xy} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{s_x \cdot s_y} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}}{s_x \cdot s_y}$$

Předpovědi ex post můžeme vidět v Grafu 19.

Graf 19 Předpověď ex post pro regresní model opční prémie Put opce



Zdroj: vlastní tvorba

Komentář výsledků:

Jak vidíme z grafu předpovědí (Graf 19), ani regresní model nám v odhadu opční prémie příliš nepomáhá. Jeho nepřesnost roste zejména se vzdáleností předpovědi do budoucna. Model poměrně dobře popisuje vývoj ceny opce během první poloviny její životnosti, ostatně determinační index[10] na úrovni 83,29% je poměrně vysokou hodnotou. Problémy s výpovědní schopností nastávají ke konci života opce, kdy její cena zejména vlivem prudkého poklesu časové hodnoty rychle klesá. Model je tedy možné použít pro krátkodobé předpovědi, nejlépe v období kolem poloviny životnosti opce, ale pro předpovědi ke konci životnosti nebo pro dlouhodobější předpovědi se jako použitelný nejeví.

[10] Determinační index je definován jako podíl residuálního součtu čtverců modelem odhadnutých a skutečných hodnot. $I^2 = \frac{S_{\hat{Y}}^2}{S_Y^2}$

4.2 Návrhy a doporučení

Pokud se drobní investoři z řad domácností rozhodují, zda investovat do opcí, popřípadě finančních derivátů obecně, je třeba upozornit, že se jedná o nástroje, které pracují s významnou finanční pákou. Za malé množství vloženého kapitálu lze mnoho získat, ale i ztratit. Na druhou stranu jde o zajímavé nástroje, jak schránit své úspory (investice) před potenciálním znehodnocením. V závislosti na jejich znalostech a zkušenostech doporučuji pro rozhodování využít buď některého z oceňovacích modelů, nebo využít profesionality investičních a kapitálových společností – fondů. Ty sice v současné době nabízejí spíše akciové, indexové či dluhové instrumenty, ale já věřím, že s ohledem na pokračující integraci finančních trhů a volatilitu cen aktiv na světových burzách se brzy dočkáme nabídky i méně-objemových opčních kontraktů, případně jejich zprostředkování skrze tyto společnosti.

Pokud se investor rozhodne pro nákup opcí nebo warrantů samostatně, má k dispozici širokou paletu oceňovacích nástrojů, díky kterým se může o své investici kvalifikovaně rozhodnout. K ocenění doporučuji využití fundamentálních oceňovacích modelů, především Black-Scholesův model popsaný v této práci. Tento model disponuje velkou vypovídací schopností bez potřeby větší datové základny. V neposlední řadě je jeho velkou výhodou relativní výpočtová nenáročnost. Binomický model lze doporučit jako vhodný mezistupeň při studiu oceňování opcí. K samotnému ocenění ho však příliš doporučit nelze.

Pokud se investor uchýlí k využití statistického modelování, je třeba mít na zřeteli potřebu zajistit dostatečné množství historických dat. I tak je vhodné používat modely pouze pro krátkodobé predikce. Vzhledem k současné vysoké volatilitě trhů nejsou ani fundamentální modely v dlouhodobějších předpovědích přesné. Jako další zdroje informací doporučuji Haug (2007) [10] nebo Košťál (2004) [11].

Závěr

Hlavním cílem této práce bylo zjistit rozdílnosti mezi fundamentálními oceňovacími modely a statistickým oceňováním. Výsledek není úplně jednoznačný, nicméně spíše neodpovídá původním předpokladům při formulaci hypotézy.

Ze všech tří zkoumaných modelů se jako nejvhodnější jeví Black-Scholesův model. Jeho hlavní předností je relativní výpočtová nenáročnost a zároveň vysoká vypovídací schopnost. Tento model se ve svých výsledcích předpovědí nejvíce přiblížil skutečným hodnotám.

Naopak za nejméně vhodný model považuji model binomický. Jeho výsledky se velmi vzdalují od reality. Jeho předpoklady jsou až příliš zjednodušující, což zejména v dnešní době volatilních trhů zmítaných finanční krizí není možné akceptovat. Jeho úlohu spatřuji zejména na úrovni didaktického aparátu při studiu oceňování opcí. Jeho jednoduchá konstrukce umožňuje lidem, kteří nejsou s problematikou příliš obeznámeni, pochopit, jak v principu oceňování opcí funguje a co má na cenu opcí vliv. Následně jim pak usnadní cestu k pochopení komplexnějšího Black-Scholesova modelu.

Při konstrukci ARMA modelu jsem zjistil, že není jednoduché splnit podmínky pro jeho konstrukci, aby parametry byly dostatečně významné. V případě call opce byl jen těsně obhájen proces AR (1), u put opce se model nepodařilo zkonstruovat vůbec. Jako hlavní příčiny těchto skutečností vidím zejména krátký časový horizont zkoumaných dat. Vzhledem k obvyklým dobám životnosti opcí není zkrátka k dispozici dostatečně dlouhá řada hodnot, která by umožňovala modelu tvořit kvalitní předpovědi. Navíc v podmínkách, kdy ceny opcí jsou poměrně volatilní.

Vypovídací schopnost procesu AR(1) byla vysoká, avšak problém konstrukce tohoto modelu spočívá v tenké hranici pro získání významnosti parametrů a tedy k tomu, aby mělo smysl model konstruovat. Naopak při konstrukci regresního modelu pro cenu put opce nebyl problém s potvrzením významnosti parametrů, ale následně s tvorbou předpovědí. Předpovědi bylo možné použít pouze na jedno až dvě období dopředu, více již byly nepřesné hodnoty.

Seznam grafů

Použitá literatura a zdroje

[1] KOHOUT, P. (1997): Nobelova cena za ekonomii 1997: Oceňování opcí, Druhý seminář České společnosti ekonomické v řadě „Ekonomické teorie a česká ekonomika“

[2] CIPRA, TOMÁŠ (2000): Matematika cenných papírů, HZ Praha spol. s r. o., ISBN 80-86009-35-1

[3] CIPRA, TOMÁŠ, Prof. RNDr., DrSc.: Finanční a pojistné vzorce, Grada publishing a.s., 2006, ISBN 80-247-1633-X

[4] AMBROŽ, LUDĚK: Oceňování opcí, C.H.Beck 2002, ISBN 80-7179-531-3

[5] ARLT, JODSEF: Moderní metody modelování ekonomických časových řad, Grada publishing a.s., 1999, ISBN 80-7169-539-4

[6] HEJNÝ, JAROSLAV: Teoretické dopady důsledků speciální teorie relativity na výsledky finanční matematiky, bakalářská práce, Vysoká škola ekonomická v Praze, 2007

[7] ZEMÁNEK, JOSEF: Hypoteční krize v USA. Příčiny, průběh, následky (1.-3.díl), 2008, [on-line] Citováno dne 15.11.2011 dostupné na <http://www.euroekonom.cz/analyzy-clanky.php?type=jz-usa-hypoteky>

[8] KOMERČNÍ BANKA, a.s., 2010, Citováno dne 6.4.2011 dostupné na <http://www.kb.cz/cs/o-bance/o-nas/zakladni-informace.shtml>

[9] MÁLEK, JIŘÍ. Opce a futures, Oeconomica, 2003, ISBN 80-245-0488-X

[10] HAUG, GAARDER, ESPEN: Derivatives, Models on Models, John Wiley & Sons, Ltd., 2007, ISBN 978-0-470-01322-9

[11] KOŠŤÁL, JOSEF: Opce chytrý nástroj akciového investora, OptionsLOCK, 2004, ISBN 978-80-251-2919-7

Další zdroje

www.finance-management.cz

www.riskglossary.com

www.cme.com

www.euronext.com

www.atf.gouv.fr

www.eurexchange.com

www.akcie.cz

www.forex.com

http://iastat.vse.cz

www.cnb.cz

Seznam příloh

Příloha č. 1 – Tabulka kritických hodnot pro t-test

Tabulka kritických hodnot rozdělení pro t-test

hladina významnosti / stupně volnosti	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	6.3138	12.7060	25.4521	63.6570	127.321
2	2.9200	4.3027	6.2053	9.9248	14.089
3	2.3534	3.1825	4.1765	5.8409	7.4533
4	2.1318	2.7764	3.4954	4.6041	5.5976
5	2.0150	2.5706	3.1634	4.0321	4.7733
6	1.9432	2.4469	2.9687	3.7074	4.3168
7	1.8946	2.3646	2.8412	3.4995	4.0293
8	1.8595	2.3060	2.7515	3.3554	3.8325
9	1.8331	2.6222	2.6850	3.2498	3.6897
10	1.8125	2.2281	2.6338	3.1693	3.5814
11	1.7959	2.2010	2.5931	3.1058	3.4966
12	1.7823	2.1788	2.5600	3.0545	3.4284
13	1.7709	2.1604	2.5326	3.0123	3.3725
14	1.7613	2.1448	2.5096	2.9768	3.3257
15	1.7530	2.1315	2.4899	2.9467	3.2860
16	1.7459	2.1199	2.4729	2.9208	3.2520
17	1.7396	2.1098	2.4581	2.8982	3.2225
18	1.7341	2.1009	2.4450	2.8784	3.1966
19	1.7291	2.0903	2.4334	2.8609	3.1737
20	1.7247	2.0860	2.4231	2.8453	3.1534
21	1.7207	2.0796	2.4138	2.8314	3.1352
22	1.7171	2.0739	2.4055	2.8188	3.1188
23	1.7139	2.0687	2.3979	2.8073	3.1040
24	1.7109	2.0639	2.3910	2.7969	3.0905
25	1.7081	2.0595	2.3846	2.7874	3.0782
26	1.7056	2.0555	2.3788	2.7787	3.0669
27	1.7033	2.0518	2.3734	2.7707	3.0565
28	1.7011	2.0484	2.3685	2.7633	3.0469
29	1.6991	2.0452	2.3638	2.7564	3.0380
30	1.6973	2.0423	2.3596	2.7500	3.0298
40	1.6839	2.0211	2.3289	2.7045	2.9712
60	1.6707	2.0030	2.2991	2.6603	2.9146
120	1.6577	1.9799	2.2699	2.6174	2.8599
nekonečno	1.6449	1.9600	2.2414	2.5758	2.8070

Zdroj: Likeš, J., Laga, J.: Základní statistické tabulky, Praha, 1978

Příloha č. 2 – Přehled historických kurzů akcií Societé Generale[11]

Datum	kurz akcie SG (EUR)
1.10.2009	47,74
1.11.2009	47,85
1.12.2009	48,35
1.1.2010	47,56
1.2.2010	40,36
1.3.2010	44,78
1.4.2010	44,48
1.5.2010	36,47
1.6.2010	34,75
1.7.2010	38,24
1.8.2010	42,93
1.9.2010	44,14
1.10.2010	42,85
1.11.2010	41,34
1.12.2010	40,92
1.1.2011	44,79
1.2.2011	48,95
1.3.2011	47,30
1.4.2011	45,40
1.5.2011	42,61
1.6.2011	39,45
1.7.2011	37,15
1.8.2011	24,46
1.9.2011	18,74
1.10.2011	20,29

[11] Zdroj (dostupné dne 9.11.2011): http://fr.finance.yahoo.com/q/hp?s=GLE.PA (měsíční průměry)

Příloha č. 3 - Přehled historických kurzů akcií Komerční banky[12]

Datum	kurz akcie KB (EUR)
1.10.2009	160,24
1.11.2009	142,87
1.12.2009	135,76
1.1.2010	138,51
1.2.2010	135,51
1.3.2010	144,48
1.4.2010	162,76
1.5.2010	158,58
1.6.2010	148,95
1.7.2010	152,14
1.8.2010	169,71
1.9.2010	165,92
1.10.2010	176,55
1.11.2010	174,13
1.12.2010	166,90
1.1.2011	169,74
1.2.2011	175,89
1.3.2011	178,75
1.4.2011	177,64
1.5.2011	165,07
1.6.2011	161,83
1.7.2011	145,23
1.8.2011	126,68
1.9.2011	121,35
1.10.2011	144,48

[12] Zdroj (dostupné dne 9.11.2011): http://www.pse.cz/Cenne-Papiry/Detail.aspx?isin=CZ0008019106#KL (přepočet CZK do EUR podle Přílohy č. 4)

Příloha č. 4 - Přehled historických měnových kurzů CZK/EUR [13]

Datum	Kurz CZK/EUR
1.10.2009	25,836
1.11.2009	25,827
1.12.2009	26,076
1.1.2010	26,136
1.2.2010	25,976
1.3.2010	25,54
1.4.2010	25,313
1.5.2010	25,666
1.6.2010	25,78
1.7.2010	25,305
1.8.2010	24,807
1.9.2010	24,651
1.10.2010	24,526
1.11.2010	24,637
1.12.2010	25,165
1.1.2011	24,449
1.2.2011	24,276
1.3.2011	24,392
1.4.2011	24,291
1.5.2011	24,383
1.6.2011	24,285
1.7.2011	24,341
1.8.2011	24,273
1.9.2011	24,557
1.10.2011	24,848

[13] Zdroj (dostupné dne 9.11.2011):
http://www.cnb.cz/cs/financni_trhy/devizovy_trh/kurzy_devizoveho_trhu/prumerne_mena.jsp?mena=EUR

Příloha 6 Finanční výsledky Komerční banky [14]

Podle Mezinárodních standardů pro finanční výkaznictví (IFRS)

Konsolidované údaje mil Kč	2010	2009[1]	2008[1]
FINANČNÍ VÝSLEDKY			
Celkové provozní výnosy	32 662	32 195	32 927
z toho: čisté úrokové výnosy	21 431	21 242	20 474
z toho: čisté poplatky a provize	8 038	7 839	8 119
Provozní náklady celkem	-12 942	-13 521	-14 024
Čistý zisk náležející akcionářům	13 330	11 007	13 161
ROZVAHA			
Bilanční suma	698 014	695 075	699 083
Úvěry klientům (čisté)	384 593	372 303	364 040
Vklady klientů	538 051	551 809	554 570
Vlastní kapitál celkem	76 078	68 792	63 013

Konsolidované údaje %	2010	2009[1]	2008[1]
POMĚROVÉ UKAZATELE			
Rentabilita průměrného kapitálu (ROAE)[2]	18,7	17,0	23,6
Rentabilita průměrných aktiv (ROAA)	1,9	1,6	1,9
Kapitálová přiměřenost[3]	15,3	14,1	12,1
Čistá úroková marže	3,3	3,3	3,2
Poměr provozních nákladů k provozním výnosům	39,6	42,0	42,6

Nekonsolidované údaje	2010	2009[1]	2008[1]
OSTATNÍ ÚDAJE[4]			
Průměrný přepočtený počet zaměstnanců	7 747	7 958	7 981
Počet obchodních míst	395	398	394
Počet klientů (tisíce)	1 590	1 620	1 629
Počet bankomatů	677	685	673

Ratingové hodnocení	Krátkodobý	Dlouhodobý
Fitch	F1	A
Moody's	Prime-1	A1
Standard & Poor's	A-1	A+

1) Po reklasifikaci, přepočteno podle metodiky roku 2010
2) Čistý zisk náležející akcionářům/ průměrný vlastní kapitál bez menšinových podílů
3) Podle metodiky České národní banky, Basel II od roku 2008
4) KB v České republice

[14] Zdroj (dostupné dne 25.11.2011): http://www.kb.cz/cs/o-bance/o-nas/zakladni-financni-udaje.shtml

Příloha č. 7 – Přehled historických kurzů opcí na akcie Societé Generale[15]

Datum	cena call opce SG (X=17) v EUR	cena put opce SG (X=18) v EUR
1.10.2009	8,11	0,65
1.11.2009	7,97	0,65
1.12.2009	7,83	0,62
1.1.2010	7,83	0,64
1.2.2010	7,70	0,60
1.3.2010	7,56	0,57
1.4.2010	7,56	0,55
1.5.2010	7,42	0,55
1.6.2010	5,64	0,55
1.7.2010	7,29	0,55
1.8.2010	3,86	0,55
1.9.2010	7,01	0,56
1.10.2010	0,44	0,54
1.11.2010	3,46	0,54
1.12.2010	4,71	0,52
1.1.2011	6,49	0,53
1.2.2011	5,97	0,51
1.3.2011	3,20	0,47
1.4.2011	0,49	0,47
1.5.2011	0,44	0,43
1.6.2011	0,40	0,35
1.7.2011	0,39	0,39
1.8.2011	0,35	0,26
1.9.2011	0,23	0,21
1.10.2011	0,31	0,13

[15] Zdroj (dostupné dne 9.11.2011): http://fr.finance.yahoo.com/q/wa?s=GLE.PA&r=1

Příloha č. 8 – Prospekt dluhopisu OAT[16]

Samostatná příloha na následující straně.

[16] Zdroj (dostupné dne 18.11.2011): http://www.aft.gouv.fr/aft_en_21/debt_management_51/products_248/general_information_249/index.html