Univerzita Palackého v Olomouci
Přírodovědecká fakulta
Katedra algebry a geometrie

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Tvorba matematických úloh v programu MathCityMap

Vypracovala:	**Bc. Adéla Pantělejevová**
Studijní program:	Učitelství deskriptivní geometrie pro střední školy
Studijní obor:	7504T045, 7504T089
Forma studia:	prezenční
Vedoucí bakalářské práce:	RNDr. Patrik Peška, Ph.D.
Termín odevzdání práce:	leden 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou bakalářskou práci vypracovala samostatně pod vedením RNDr. Patrika Pešky, Ph.D., a že jsem použila zdrojů, které cituji a uvádím v seznamu použitých pramenů.

V Olomouci dne 5. ledna 2022

. . . .

Bc. Adéla Pantělejevová

Poděkování

Na prvním místě bych ráda poděkovala vedoucímu své diplomové práce panu RNDr. Patriku Peškovi, Ph.D., za jeho vedení, vstřícnost a odbornou pomoc. Jeho rady pro mne byly velmi cenné a jsem mu vděčná za všechen čas, který si na mě ochotně našel. Dále chci poděkovat svým přátelům, kteří si vyhradili čas a posloužili mi jako respondenti při testování a zdokonalování praktické části této práce. Nakonec velký dík patří mému příteli a rodině za pomoc a podporu nejen při tvorbě této diplomové práce, ale i po celou dobu studia.

Bibliografická identifikace

Jméno a příjmení autora	Bc. Adéla Pantělejevová
Název práce	Tvorba matematických úloh v programu MathCityMap
Typ práce	Diplomová
Pracoviště	Katedra algebry a geometrie
Vedoucí práce	RNDr. Patrik Peška, Ph.D.
Rok obhajoby práce	2022
Abstrakt	Diplomová práce se věnuje tvorbě matematických procházek v Olomouci. Slouží především jako praktické využití matematiky v městských parcích, centru města a také jako ukázka využití technologií v hodinách matematiky. Práce je koncipována tak, aby ji mohli využít žáci, učitelé i široká veřejnost. První kapitola provádí čtenáře historií matematiky a jejích úloh, další dvě se potom věnují využitému programu a procházkám samotným. Diplomová práce může tedy sloužit nejen jako zpestření výletu, ale také jako učební materiál.
Klíčová slova	matematika, příklady, matematická procházka, geometrie, tělesa, kombinatorika, matematika v praxi
Počet stran	102
Počet příloh	4
Jazyk	český

Bibliographical identification

Autor's first name and surname	Bc. Adéla Pantělejevová
Title	Mathematical tasks modeling in MathCity-Map software
Type of thesis	Master
Department	Department of Algebra and Geometry
Supervisor	RNDr. Patrik Peška, Ph.D.
The year of presentation	2022
Abstract	This diploma thesis deals with creating mathematical walks in Olomouc. It serves mainly as a practical use of mathematics in city parks, city centers and further as an example of the use of technology in mathematics classes. The thesis is designed in such way that it may be utilized by pupils, teachers as well as the public. The first chapter guides its readers through the history of mathematics and mathematical problems, the following two chapters deal with the program which was used for designing these walks, and also with the walks themselves. Thus, this thesis may serve not only for livening up a school trip but moreover as a teaching material.
Keywords	mathematics, tasks, math routes, geometry, polyhedrons, combinatorics, mathematics practise
Number of pages	102
Number of appendices	4
Language	czech

Obsah

Úvod

Tato diplomová práce se věnuje tvorbě matematických příkladů, resp. matematických procházek po Olomouci. Cílem je ukázat využití matematických příkladů v praxi a také možnosti použití mobilních aplikací a internetu při výuce matematiky.

Procházky jsou určeny především pro žáky základních a středních škol, pro jejich představu matematiky ve svém okolí. Každá procházka je tvořena v jistých předem vytipovaných lokalitách u středních nebo základních škol, pro něž je primárně určena, také v centru Olomouce okolo zajímavých přírodních i architektonických památek. Samozřejmě neméně zajímavá může být i pro učitele jako ukázka nových cest, jak oživit hodiny matematiky, jak ukázat reálné užití příkladů v životě okolo nás, jak znázornit, na co vše se dá dané téma aplikovat a jak je nevšední. Poslední skupinou, pro niž mohou být přínosem, je celá široká veřejnost. Je totiž dobré si neustále oživovat i ty části matematiky, jež nevyužíváme každodenně kvůli konkrétnímu pracovnímu zaměření apod.

Ráda bych tímto způsobem naučila nejen pedagogy více využívat moderní technologie, jejichž prostřednictvím jsou procházky tvořeny i aplikovány, ale také pomáhají žákům spatřovat praktické využití příkladů z hodin. V dnešní době je využití moderních způsobů výuky více než důležité (potřebné) a stále více se rozšiřuje. Pro žáky je MatCityMap dobrou ukázkou, že mobilní telefony nemusejí sloužit jen ke komunikaci a zábavě, nýbrž i ke vzdělávání se, dohledávání libovolných informací a také využívání nových aplikací zjednodušujících učení a práci.

V úvodu práce se zabývám historií matematiky obecně, jak se zrodila, motivací pro vznik některých matematických disciplín. Důležité je se také zmínit o didaktice matematiky a tvorbě úloh. Didaktika matematiky je samostatná neméně důležitá disciplína sloužící pro přenos informací, postupů a úvah na další generaci.

Ve druhé kapitole se věnuji samotné tvorbě procházek a portálu *mathcitymap.eu*, prostřednictvím kterého jsou všechny procházky tvořeny. Zmíním zde, jak tento web funguje, kdo v něm může tvořit, kdo si může procházky vyhledávat a řešit je. Důležitá je také mobilní aplikace, s níž je možno úlohy vyplňovat přímo v terénu. Tato aplikace slouží všem uživatelům chytrých telefonů.

Ve třetí kapitole se již zabývám jednotlivými procházkami. První procházka je realizována v Bezručových sadech. Její úroveň je středoškolská, a to nejen kvůli zaměření mého vzdělání. V jejím okolí se nacházejí tři střední školy a budu ráda, budou-li ji hojně využívat. Má druhá a třetí procházka se rozkládají ve stejné oblasti, centru Olomouce. Obě trasy procházejí pomocí úloh Horní a Dolní náměstí, rozličná je však jejich úroveň. Procházka s přívlastkem „obtížnější“ je úrovní úloh středoškolská a obsahuje náročnější výpočty objemů, vzdáleností a kombinatoriku. „Jednodušší“ je trasa s pirátskou tematikou a úlohami, jež vyřeší i žáci prvního stupně. Tato procházka může sloužit jak pro základní školy nacházející se v historickém centrum a jeho okolí, tak pro rodiny s dětmi jako program pro procházku Olomoucí. Poslední procházku naleznete ve Smetanových sadech. Její obtížnost je opět středoškolská a obsahuje úlohy roličných témat. V jejím okolí se nachází Církevní gymnázium Německého řádu v Olomouci, ale je zde velmi dobrá dochozí vzdálenost téměř odkudkoliv.

K vytvoření diplomové práce bylo užito typografického programu LaTeX a všechny obrázky jsou foceny autorkou nebo vytvořeny v programu GeoGebra.

Kapitola 1

Matematika

Matematika je nezbytnou vědou pro naše každodenní počínání. Setkáváme se s ní v běžném denním životě, pracovním životě a je nutnou složkou našeho vědění a tedy jedním ze základních předmětů školní docházky na celém světě. Tato věda vznikala již ve starověku, samozřejmě tehdy ve zcela jiné podobě. Díky zakladním počtům, tvorbě pojmu čísla a základních prvků geometrie dospěla až na místo, kde je dnes a jak ji známe z našich učebnic my.

„Matematika je věda o kvantitativních vztazích a prostorových formách reálného světa.“ (Friedrich Engels, 1877)

Nahlédneme nejprve na stručný vývoj této vědy, poté na směry, kterými se matematika ubírá (a to především na úrovni středních a základních škol, jejichž úlohy jsou předmětem této práce) a také na didaktiku. Didaktika matematiky je sama o sobě velmi zajímavá disciplína, jelikož předávání znalostí, ale převším zákonitostí a platných vztahů, není jednoduché a samozřejmé. Je nutno k němu přistupovat s respektem, kreativně, s velkou dávkou trpělivosti a umem.

1.1 Stručný historický vývoj

Vývoj matematiky trvá již několik tisíc let, a tak jej dělíme na několik období. Nejzákladnější dělení je na čtyři období, z nichž se každé skládá z dalších několika epoch. V této části budeme mluvit o matematice jakožto exaktní vědě, nikoliv učebním předmětu.

Pojem matematika vznikl z latinského slova *mathematica*, odvozeného od řeckého *mathematikós*, což v překladu znamená milující poznání. Kořenem slova je *mathéma*, tedy věda, vědění, poznání.

1.1.1 Období předvědecké

Období předvědecké je jinak řečeno *obdobím utváření elementárních matematických pojmů*. Matematické představy se začaly vyvíjet již ve starší době kamenné, kdy už lovce napadalo přemýšlet nad tím, kolik má jejich rodina členů, kolik zvířat ulovili, jak velké je jejich obydlí, jaké tvary věcí vidí a které jsou si podobné. Ale z toho nejstaršího období se naneštěstí nedochovalo mnoho dokladů o tom, jak takové úvahy lidé řešili a zda nějak více rozvíjeli své představy a znalosti. Některé poznatky musely být objevovány opětovně. Z důvodu různých katastrof a úmrtí nebyla možnost předávání informací z generace na generaci, tj. jedinou možnou cestou. Toto bylo částečně vyřešeno vznikem hieroglyfů.

Víme, že při prvotním utváření pojmu čísla figurovala nejdříve jen čísla jedna, dvě a mnoho, tedy že lidé rozlišovali, zda vidí jednu věc, dvě věci nebo více. Časem se přidala čísla tři, resp. čtyři jako součet jedné a dvou, resp. dvou a dvou. Číslovky měly spíše kvalitativní charakter a sloužily k základnímu rozlišování, měly tedy praktickou funkci.

Nejstarší přímý doklad početních zápisů je tzv. *Věstonická vrubovka*. Pomocí vrubovek (kostí s vyrytými zářezy), prstů na rukou a vrypů na holích se lidé naučili první početní operace. Nevědomky dokázali přiřazovat prvky jedné množiny (lovené zvěře) prvkům množiny druhé (např. prstům na rukou).

V zemích tzv. *říčních kultur*, tj. v Mezopotámii, Egyptě, Indii a Číně, dochází k většímu rozvoji aritmetických i geometrických pojmů. Nejstarší představou v souvislosti s geometrií bylo uvědomování si oblosti, počtu vrcholů a také podobnosti více útvarů. Přímými doklady dochované geometrie jsou tvary keramických nádob, jejich ozdoby a stavební památky s jejich výzdobou. Z toho vyplývá, že nejstaršími známými útvary byly nejspíše kruh, resp. kružnice, a úsečka, které symbolizovaly tvar Slunce či Měsíce a rovný prut. Úsečku hojně využívali při již zmíněných zářezech při provádění počtů, ale také při tvorbě nových tvarů. Z ornamentů je patrno, že se lidé inspirovali nebeskou oblohou, polohou hvězd a vnímali shodnost a symetrii. Geometrie měla odjakživa veliké praktické využití. Již v této době bylo třeba měřit vzdálenosti, objemy, obsahy a jiné.

Na území Mezopotámie se rozvíjelo především stavitelství. Její obyvatelé dokázali vybudovat zavlažovací a odvodňovací kanály, vytvořit slavné zikkuraty i celá města. Sociální rozvoj si vynucoval i rozvoj politiky a vzdělanosti. Sumeřané vytvořili jedno z nestarších písem – obrázkové, později klínové, které realizovali na hliněných destičkách. Takto se dochovaly i první matematické zápisy. Jelikož se stavitelství, zemědělství, ale i obchod a řemeslo stále zdokonalovaly, rostla potřeba nejen kvalitnějšího jazyka, ale také rozvoje matematiky. Spoustu matematických operací často využívali, rychle si zautomatizovali a rozvíjeli matematiku nadále. Právě odtud pochází velké množství matematických „textů“, a to především díky kvalitě zápisu. Návody vyryté rákosem do hliněných tabulek ukládali prakticky v knihovnách a archivech. S rozvojem písma přišel na řadu i rozvoj vzdělání, tj. vznik škol, kde se vyučovalo čtení, psaní, počítání a kreslení. Od poloviny 3. tisíciletí př. n. l. byl sumerský nepoziční číselný zápis postupně nahrazován akkadským pozičním šedesátkovým a také čteným, pro nás běžně, zleva doprava a shora dolů. I s geometrií si na území mezi řekami Eufrat a Tigris velmi rozuměli. Dokázali například využívat *Pythagorovu větu*, tou dobou ještě neznámou, a jejími principy řešit i stavební problémy. Tento jev je zaznamenán na babylonských hliněných deskách, které se z větší části čitelně dochovaly.

V Egyptě, jak známo i z dochovaných mohutných staveb, znali zákony matematiky a geometrie od pradávna. Pro výstavbu pyramid bylo, kromě zručnosti a stavební techniky, zapotřebí také měření a výpočty. Nejstarší egyptský záznam čísla se datuje do roku 3300 př. n. l., což je o 500 let dříve než stavba prvních pyramid. Dochovanými dokumenty, které nám toto dokládají, jsou *Londýnský papyrus* a *Moskevský papyrus*. Oba jsou nejvýznamnějšími zdroji našich znalostí o starověké egyptské matematice, svým matematickým obsahem znázorňují tehdejší způsoby provedení elementárních početních operací. *Londýnský papyrus*, jinak *Rhindův papyrus* (dle skotského kupce tohoto papyru v Thébách), pochází z 19. století př. n. l. Jeho opis, jenž se nejčastěji datuje do období kolem roku 1650 př. n. l., byl opsán písařem **Ahmosem**. Obsahem papyru je

84 úloh s částečným nebo stručným řešením. *Moskevský papyrus* pochází z období okolo roku 1850 př. n. l. a jeho opis přibližně ze 17. století př. n. l. Tento papyrus je kratší a obsahuje pouze 25 řešených úloh. *Moskevský papyrus* se také nazývá *Goleniščevův* dle ruského egyptologa a sběratele, který jej odeslal do moskevského muzea. Na těchto papyrech je možné vidět, jak vypadal číselný zápis v Egyptě. Čísla se zapisovala nepoziční desítkovou soustavou, číslice 1 až 9 se zapisovaly pomocí čárek a každá z mocnin deseti měla svůj vlastní znak. I když záporná čísla ani nulu ještě neuvažovali, uměli pracovat i se zlomky, mocninami, násobit i dělit.

V Indii se nejstarší doklady související s matematikou vyskytují v knize *Šalvasútra*, tj. *Pravidla provazce*. Vyskytují se zde geometrické konstrukce a také výsledky některých výpočtů. Řadí se do období přibližně 6. století př. n. l. Indové stavěli budovy pomocí základních n-úhelníků a využívali k tomu *mnohoúhelníková čísla*. Naše aritmetika jistě vychází z indického modelu. V Indii byla rozpracována pravidla pro počítání založená na poziční desítkové soustavě a to: umocňování druhou a třetí mocninou a odmocňování pomocí týchž. Časem do numerace přidali i číslovku nula a početní operace, kde figurovala (ale to až později).

Většina nejstarších matematických písemností Číny byla zničena roku 213 př. n. l., kdy tamější císař Š´chuang´ti přikázal spálit všechny knihy. Několik málo zbylých zpráv se získalo při zkoumání kalendáře. Nejstarší zápisy čísel byly spatřeny na magických kostkách pocházejících z období mezi 14. až 11. stoletím př. n. l. a pak také na keramice a bronzových mincích z dob mezi 10. až 3. stoletím př. n. l. Prvním čistě matematickým dokladem je dílo *Matematika v devíti knihách*. Dílo je souhrnem 246 vyřešených úloh a veškerých znalostí mnoha matematiků z 1. tisíciletí př. n. l. Přesná doba vydání ani autoři nejsou známi. Je jen jisté, že knihy z tohoto souboru byly napsány v různých dobách, zaobírají se jinými náměty, a tak jsou na různé odborné úrovni.

Obecně můžeme říci, že se v tomto období velmi rozvinula jak geometrie, tak aritmetika. Lidé získavali představy o přirozených číslech, částech celku (zlomcích), základních početních operacích, také posloupnostech, úrocích a částech algebry. Geometrii lidé používali nejvíce ve stavebnictví a zemědělství, užívali rovinné i prostorové geometrické útvary. Ve velké většině příkladů se jednalo o konkrétní úlohy a postupy. Postupy nezobecňovali a nevytvářeli žádné teorie. Jediné matematické symboly, které byly vytvořeny, byly číslice, pro něž měla každá kultura své vlastní znaky, všechny ostatní zápisy a části úloh byly vždy psány slovně.

1.1.2 Období matematiky konstantních veličin

Období konstantních veličin v matematice je taktéž pokládáno za *klasické období elementární matematiky*. Není možné tato období přímo ohraničit, ale za počátek považujeme vznik matematických a filozofických škol v antickém Řecku, což připadá přibližně na 6. století př. n. l. Období dělíme na dvě rozličné etapy.

Deduktivně budovaná teorie

První etapou je etapa deduktivně budované teorie. Tato etapa probíhala převážně v Řecku mezi 6. a 4. stoletím př. n. l. Řekové navazovali na základy matematiky položené v Egyptě a Mezopotámii, z nichž tvořili zcela novou matematiku vybudovanou a odvozenou teoreticky. Tedy z empiricky vystavěné matematiky na již zmíněných územích se pomocí dedukce, poznatků a zkušeností vytváří závěry na základě logiky. Pro Řeky není podstatné pouze to, že početní úkony fungují a jak fungují, aby je mohli později využít, ale vyžadují už zdůvodnění. Prvním významným matematikem antického Řecka je **Thales z Miletu**. Tento matematik dokázal některé geometrické poznatky, zabýval se matematikou a stereometrií. Thales byl velkou inspirací pro další vzdělance, aby zkoušeli matematiku, už jako začínající vědu, dále rozvíjet. Dalším velmi důležitým matematikem, kterého už pověst předchází, je **Pythagoras ze Samu**.[1] Legendární matematik a filozof založil *Pythágorejské školy*, které se zabývaly studiem geometrie, aritmetiky, astronomie a hudby. Je známo, že Pythagoras byl milovníkem hudby a dokázal hudební harmonie přepsat na matematické vztahy. Jeho dílo je velmi rozsáhlé, a tedy ve zkratce na jeho konto připisujeme figurální čísla, existenci nesouměřitelnosti úseček a jiné. Poslední zmíněná vedla k tzv. *první krizi matematiky.* Východiskem z krize byla řecká geometrická algebra, jež dovedla převádět aritmetický pohled na problém geometrický, tedy celistvost matematiky a její komplexnost. Stručně řečeno, přirozená a racionální čísla už udávala také délky úseček, obsahy rovinných útvarů, objemy těles a opačně bylo zjištěno, že ne všechny délky, obsahy a objemy jsou rovny některému z přirozených či racionálních čísel a je třeba najít tedy jiná čísla, těmto hodnotám odpovídající. V geometrii dokázali myslitelé konstruovat některé další pravidelné n-úhelníky (např. pravidelný pětiúhelník a pravidelný desetiúhelník) a pro nás známá Pythagorova věta byla konečně deduktivně dokázána, a tak získala svůj název.

S rozvojem čísel i z geometrického hlediska se nad nimi začalo přemýšlet více do hloubky. Čísla se pojala spojitě a bylo třeba nastolit a zkoumat pojem nekonečno. Tomuto pojmu věnovali pozornost matematici i filozofové. Jedním z nich byl i **Zenon z Eleje**. Ten patřil k elejské škole a popíral Pythagorovo učení. Pomocí jeho děl 45 *aporií* (logických paradoxů, pro nás známé např. Achilles a želva, Letící šíp, Dichotomie a jiné) dokazoval, že pohyb je pouze klamáním našich smyslů a vyjadřuje tím i vlastnosti nekonečna. Do této doby spadá také např. **Hippokratés z Chia**, po němž je dnes pojmenována Hippokratova přísaha lékařů. Často se ale neví, že Hippokratés byl také matematik, autor geometrických prací, které se nedochovaly. Aplikoval metodu vepisování mnohoúhelníků při výpočtech obsahů a dodnes je spojován s výpočtem obsahů tzv. *Hippokratových měsíčků.* Byl jedním z matematiků, kteří se začali zabývat řešením *třech antických úloh*: trisekcí úhlu, kvadraturou kruhu a rektifikací kružnice. Cílem bylo tyto úlohy zkonstruovat pomocí pravítka a kružítka, tj. euklidovsky. Až v 19. století bylo dokázáno, že tyto konstrukce není možné takto sestrojit. Velký vliv na vývoj matematiky měly také práce **Eudoxida z Knidu**, jež vytvořil Eudoxovu školu. Ta navazovala na pythagorejce a platónce. Byl také přímým předchůdcem Euklida. Mezi jeho nejdůležitější práce patří *Eudoxova teorie proporcí*, tj. teorie poměrů, a *exhaustivní metoda*, metoda výpočtu obsahů a objemů pomocí aproximace známých obrazců.

Dalším významným přdstavitelem této doby je **Demokritos z Abdér**. Demokritos byl řecký filozof, myslitel, vědec a jeden ze zastánců atomistické koncepce. Atomisté si zakládali na představě, že je svět složen z prázdnoty a z malých částí nazvaných „atomy", které jsou již nedělitelné a také neživé. Do této doby se všichni domnívali, že veškerá hmota je živá. Atomy jsou dle jejich teorií různě hmotné, různě velké a nezničitelné. Je možné je propojovat a oddělovat. Atomisté tedy uznávali prázdný prostor, pohyb, změnu, vznik a zánik nových věcí. Z toho samozřejmě vyplývá, že hnutí atomistů je v rozporu s křesťanským založením. Odmítal jej také Platón. Demokritos v geometrických dílech pracoval s myšlenkou, že geometrické body jsou geometrické atomy, tj. prvky prostoru s nějakým konečným objemem a hmotností. Potom tedy jakékoliv

[1]Pythagoras za svůj život učinil spoustu významných objevů a závěrů, určitě by bylo dobré věnovat mu více pozornosti. Jelikož to ale není cílem této diplomové práce, odkazuji například na James A. Philip: Pythagoras and Early Pythagoreanism, Toronto 1966, p. 185f., [5], kde je mu věnován celý článek, nebo je možné přečíst si některý z mnoha článků na internetu.

rovinné a prostorové útvary skládající se z konečného počtu bodů mají také konečný objem a danou hmotnost. Z tohoto úsudku je například možné určovat délky úseček, obsahy rovinných útvarů a objemy těles. To vše s pomocí *metody nedělitelných.*[2]

Velký vliv na vývoj matematiky měli také filozofové a zakladatelé škol, kteří matematiku považovali za velmi důležitou. Konkrétně své zásluhy mají **Sokrates** a jeho žák **Platón**, jenž stál v čele *Akademie.* [5]Platoń také využíval nepřímý důkaz. Akademie vedla žáky ke správnému matematickému myšlení, řešení konstrukčních úloh a zavedla definice a názvy geometrických útvarů. Za největšího filozofa majícího velký vliv na matematiku a také zakladatele logiky pokládáme **Aristotela ze Stageiry**. Do matematiky, matematických věd, klasifikoval aritmetiku, geomerii, ale i optiku a mechaniku. Teprve u jeho žáků nabyl název matematika dnešního významu.

Zlatý věk řecké matematiky

Další část této epochy nazýváme *helénistickým obdobím.* Helénismus započal vládou Alexandra Makedonského a po jeho smrti se říše rozpadla na Egypt, Mezopotámii, Sýrii a Makedonii. Tuto dobu, mezi přibližně 332 př. n. l. až 1. stoletím n. l., též z našeho pohledu nazýváme *zlatým věkem řecké matematiky.* Řecká matematika zaznamenala největší stupeň rozvoje, zásluhu na tom má mnoho matematiků. Jedním z nejvýznamnějších matematiků všech dob, jenž položil základ této vědy, je **Euklides z Alexandrie**. Jeho dílo *Stoichea*, česky *Základy*, je tvořeno 13 knihami, které systematicky popisují všechny dosavadní matematické poznatky. Také je nejstarším zcela dochovaným dílem. Tato geniální památka se věnuje planimetrii, stereometrii, aritmetice a geometrické algebře. Naznačuje první vzor axiomatického přístupu a obsahuje například *Euklidovu větu*, *Euklidův algoritmus* a jiné.

Archimédes ze Syrakus byl významný fyzik a matematik, který napsal řadu knih kombinujících tato vědní pole. Zabýval se aplikací matematiky v mechanice a hydrostatice, uplatňoval funkční myšlení a samozřejmě zformuloval *Archimédův zákon.* Byl po něm také pojmenován *Archimédův šroub*, pomocí něhož vyřešil čerpání vody na pole pro zemědělce. Z geometrického pohledu velmi zajímavý byl také **Apollonios z Pergy**. Apollonios, po němž dnes nazýváme *Apolloniovy úlohy* a také *Apolloniovu kružnici*, vybudoval nauku o kuželosečkách a napsal na toto téma dílo se stejným názvem. Zde při svém výkladu zavedl názvy *elipsa, hyperbola a parabola.*

Díla těchto tří vědců se stala základem matematiky na dlouhou dobu a některé dodnes mají svůj velký význam.

Pod římskou nadvládou byla zpustošena velká část Řecka a také dobyta Alexandrie. Římané zde částečně zničili badatelskou instituci *Múseion*, kde shořela část alexandrijské knihovny, přesto Alexandrie i nadále zůstala centrem středověké matematiky. Předními matematiky tamtéž byli **Nikomachos z Gerasy** se svým dílem *Úvod do aritmetiky* a **Heron z Alexandrie**. Ten se kromě matematiky zabýval fyzikou, vynalézal a jeho nejdůležitějším dílem je *Metrika.* Za zmínku stojí také **Diofantos z Alexandrie**, algebraik, jenž poprvé začal využívat algebraické symboly, napsal také dílo *Aritmetika.* Toto jméno dnes slýcháme spjaté s *diofantovskými rovnicemi.* Posledním antickým matematikem tohoto období, jehož zmíním, je **Pappos z Alexandrie**, autor knihy *Synagoge* a *Pappovy věty.* Tato věta je jedním ze základů projektivní geometrie.

[2]Tato metoda spočívá v rozdělování útvarů na části (destičky) o tloušťce atomu. Na metodě dále pracovali i jiní matematici této doby, např. Archimedes. Upřesněna byla až v 17. století tzv. *Cavalieriho principem.* Více např. Svoboda, K.: Zlomky předsokratovských myslitelů. Praha 1944 nebo v jiné literatuře věnující se vědění atomistů.

Etapa elementární matematiky

Druhou etapou této epochy je etapa elementární matematiky ve středověku a na začátku novověku. Matematika čerpala informace z orientu, především poziční soustavy a aritmetické algoritmy. V Evropě byla situace zcela jiná, matematika a její rozvoj zde skoro celý středověk stagnovaly.

Při úpadku římského impéria se středověká matematika přesunula do Indie. V Indii v 5.–14. století matematika rozkvétala. **Árjabhata I.** aproximoval hodnotu π na čtyři desetinná místa a dokázal řešit neurčité rovnice 1. stupně. Také byl prvním matematikem, jehož dílo *Aryabhatiya* se dochovalo a stalo se základem pro rozvoj exaktních věd v Indii. Věnovali se zde taktéž řešení rovnic, ale připouštěli jen řešení v přirozených číslech a nulu. Číslice více rozpracoval **Bháskara I.** teorií diofantovských rovnic, taktéž se věnoval astronomii. **Mahávíra**, jehož tvorba spadá do 9. století, napsal práci *Krátký kurs matematiky*, což byla první matematická práce v Indii.

Arabská matematika se také ve středověku rozrůstala. Islámské země (všechny arabsky píšící) přejímaly vědecké a kulturní výsledky dalších zemí. Prvním centrem islámské matematiky se stal Bagdád. Založil se zde *Dům moudrosti*, kde byla vybudována knihovna a observatoř. Nejvýraznější osobností zde byl tádžicko-perský **Muhammad Ibn Musa al-Chvárizmí**, který napsal hned několik knih o matematice i astronomii, např. *Aritmetický traktát* a *Algebraický traktát* arabsky *Hisab al-džebr val-muqabala.* Díky druhému jmenovanému algebra získala svůj název. Tehdy vrcholilo *synkopické období*, jež začalo ve 3. století Diofantem. To je období vzniku algebraických symbolů, jež nahrazovaly slova a tedy zkracovaly věty a důkazy. **Al-Battání** se zabýval trigonometrií, znal *Kosinovu větu* pro sférický trojúhelník a sestavil tabulku pro kotangens s intervalem jednoho stupně. Sinovou větu odvodil **Abu-I-Vafá**. Do tohoto období spadá mnohem více významných matematiků, jež bychom mohli jmenovat a zmínit jejich tvorbu, pro stručnost však odkáži na [3]. Shrneme-li však nejdůležitější přínosy islámských matematiků, určitě k nim řadíme: užívání základních číslovek, desítkové poziční číselné soustavy, zavedení slovního označení pro proměnnou a neznámou, systematizování postupu řešení algebraických rovnic, využití vzájemné závislosti veličin (což předcházelo zavedení pojmu *funkce*), řešení praktických úloh, rozvoj trigonometrie, překlad starořeckých děl (některá z nich jsou dnes známa jen díky těmto překladům), propracování a komentáře řecké matematiky.

Elementární matematika v Evropě vzkvétala přibližně od 5. do 16. století, tj. od raného středověku do počátku novověku. Od zániku Římské říše do přibližně 12. až 13. století však nepřinesla nové zprávy. Klášterní matematika obsahovala pouze jednoduchou aritmetiku a primitivní zemědělství její rozvoj také nepodporovalo. Tou dobou vzdělanost udržovali vzdělaní neodborníci: diplomat a filozof **Manlius Severinus Torquatus Boëthius**, církevní matematik **Alkuin z Yorku**, francouzský mnich **Gerbert z Aurillacu** a jiní. Až italský obchodník *Leonardo Pisánský*, řečený **Fibonacci**, se matematice naučil od Arabů. Žil ve 12.–13. století. Napsal *Knihu o abaku*, původním názvem *Liber abaci*, kde předával arabské poznatky evropským matematikům a veřejnosti a také indický způsob počítání a jejich číselnou soustavu. Jeho druhá kniha nese název *Practica geometriae*, tedy *Praxe geometrie*, a zabývá se geometrií a trigonometrií. Všechny vědomosti, které zde předával, získal během obchodních cest po severní Africe. Jeho jméno je dnes známo díky *Fibonacciho posloupnosti* a *Fibonacciho číslu.* Koncem 12. století vzrostl zájem o praktickou matematiku a vnikaly také univerzity (v Bologni, Paříži, Oxfordu, Cambridge, Praze, Krakově, Vídni, Heidelbergu atd.). Mimo univerzity praktickou matematiku učili řemeslní počtáři a teoretickou studovali scholastičtí filozofové. Tím nejvýznamnějším církevním matematikem byl teolog **Nicolas d'Ore-**

sme. Oresme pracoval na lomených mocninách a z praxe zobecnil závisle proměnnou na nezávisle proměnné, resp. šířku na délce, jež můžeme libovolně měnit.

Ke změně ve vývoji dochází po pádu Cařihradu a zániku Byzanské říše. Lidé migrovali na západ a navracel se zájem o původní řecké texty, kulturu i vědní výsledky. Jedním z překladatelů latinských textů byl Němec **Johannes Müller**, nazvaný **Regiomontanus**. Tento počtář byl také tiskařem, tvůrcem přístrojů a v letech 1462–1464 vytvořil *De triangulis omnimodus libri quinque*, česky *O trojúhelnících všelikých knih patero.* Toto dílo vydané až posmrtně a pojednávající o rovinné a sférické trigonometrii bylo prvním takovýmto dílem v Evropě. Dále se věnoval tvorbě tabulek (samozřejmě trigonometrických, ale také astronomických) a astronomii. Na konci svého života si zřídil v Norimberku vlastní observatoř a tiskárnu (pro „čerstvě" vynalezený knihtisk). Na přelomu 15. a 16. století matematika konečně překročila doposud vymyšlené a matematici začali vytvářet nové vědecké teorie. Jednou z prvních matematických knih byla *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita.* Tímto dílem františkánský mnich **Luca Pacioli** shrnul vývoj aritmetiky, geometrie, poměrů a úměrností. Kniha obsahovala také účetnictví a díky ní je Pacioli považován za zakladetele jeho teorie. Jeho další důležitá publikace nese název *De divina proportione*, tj. *O božském poměru.* Ta navazovala na předchozí dílo a rozvinula více *zlatý řez úsečky*, jež Fibonacciho posloupností započal už sám Fibonacci. Řešením algebraických rovnic 3. stupně se zabývalo hned několik italských matematiků, např. **Scipio Del Ferro**, **Niccoló Fontana**, **Gerolamo Cardano** a řešením kubických rovnic **Ludovico Ferrari**. Jejich zásluhou známe vzorce pro řešení rovnic 3. a 4. stupně, *Cardanovy vzorce* (vychází z postupů Cardanovy knihy *Ars magna*) a *Ferrariho vzorec.* Cardano také přemýšlel nad jakýmisi „fiktivními čísly" a navedl **Rafaela Bombelliho** k práci na *komplexních číslech.* Inovace v aritmetice a algebře nalezneme v knize **Michala Stiffela** *Arithmetica integra*, česky *Úplná aritmetika.* Stiffel zavádí název *exponent* ve významu mocnitele, systematicky formuluje pravidla pro počítání s mocninami, vynechává znak násobení při součinu, vysvětluje počítání se zápornými čísly, porovnává členy aritmetických a geometrických posloupností a vynucuje vznik logaritmických tabulek. Podstatnou myšlenkou tohoto myslitele bylo také nalezení řešení kvadratických rovnic s reálnými koeficienty. Je to tedy důležitá osoba pro didaktiku matematiky. Řešením rovnice 45. stupně se zabýval **Adriaen van Roomen**, jenž vyhlásil výzvu vyhledat řešitele konkrétní rovnice. „Otec novodobé algebry" **François Viète** byl jedním z těch, kdo se rovnici pokusil řešit. Řešil ji pomocí funkce sinus. Jako jeden z prvních zavedl nahrazení číslic písmeny v obecných zápisech, což umožňuje dělení na konstanty a proměnné. Zde začíná nová etapa tzv. *symbolického období* ve vývoji algebry. Koncem 16. století **Ludolph van Ceulen** vypočetl π na 34 desetinných míst. Svými pracemi přispěli také matematici **Simon Stevin**, **John Napier**, **Henry Briggs** a holandský zeměměřič **Ezechiel de Decker**.

S matematikou zůstávala nadále úzce spjata i další vědní odvětví. Zejména astronomové **Mikuláš Koperník**, **Tycho de Brahe**, **Johannes Kepler** touto dobou zkoumali nové teorie.

1.1.3 Období matematiky proměnných veličin

Toto období, 17. a 18. století, nazýváme také *obdobím klasické vyšší matematiky.* Po přechodu do novověku se věda zrychlila a přicházelo stále více nových objevů na všech vědních polích. Lidé se zlepšovali v obchodování, vytváření nových strojů pro pomoc v zemědělství, stavitelství a dalších odvětvích. Také vznikaly jiné pohledy na matematiku celkově, její sepětí s přírodou, tvorba institucí zabývajících se matematikou a také matematických časopisů.

Již od začátku 17. století dochází k objevu logaritmů kladných čísel, sestavování logaritmických tabulek a jejich využití (násobení a dělení velkých čísel). Objevila je trojice **John Napier** (skotský šlechtic), **Joost Bürgi** (švýcarský jemný mechanik a výpočtář) a Angličan **Henry Briggs**. Uceleným výkladem infinitezimálního počtu zazářil **Bonaventura Cavalieri** v publikaci *Geometria indivisibilibus continuorum.* Své výsledky shrnul *Cavalieriho principem*[3].

Významnou událostí tohoto století byl vznik analytické geometrie. O tento počin se zasloužil **René Descartes**. Nejenže výrazně urychlil vývoj infinitezimálního počtu, matematické analýzy, ale ve svém díle *La Geometria* také poprvé využil souřadnice k vyjádření geometrických útvarů a řešení geometrických problémů v rovině. Descartes dokázal tedy útvary vyjadřovat analyticky pomocí algebraických rovnic, jímž zasvětil velkou část své knihy. Rozebíral řešení algebraických rovnic, zavedl *„Decartovo pravidlo“* určující počet kladných a záporných kořenů a pojem *proměnné veličiny.* Je po něm také pojmenována *kartézská soustava souřadnic.* Dalším, kdo se zasloužil o rozvoj analytické geometrie a to nezávisle na Descartovi, je **Pierre de Fermat**. I když jeho dílo vyšlo později nežli Descartova geometrie, tak základy práce se souřadnicemi vytvářel již dříve. Jméno Fermat je také spojováno s *teorií čísel.* Zde se věnoval hledání prvočísel (malá a velká Fermatova věta, Fermatova čísla, resp. Fermatova prvočísla). Spolu s **Blaisem Pascalem** vytvořili *teorii pravděpodobnosti.* První poznatky tohoto oboru jsou zaznamenány v textech, které si vzájemně posílali. Jedná se o úvod do kombinatoriky a první výsledky pravděpodobnostních počtů. Větším průkopníkem a zakladatelem této teorie byl **Jacob I. Bernoulli** se svým dílem *Ars Conjectandi*, tj. *Umění předvídat.* Později se o významný pokrok v tomto odvětví přičinili i další matematici, jejichž jména a další práce jsou dnes velice známé: **Abraham de Moivre** a **Pierre Simon de Laplace**.

V tomto období rozkvétala také matematická analýza. Tento objev, diferenciální a integrální počet, učinili vědci **Isaac Newton** a **Gottfried Wilhelm Leibniz**. Naprosto nezávisle na sobě a různými postupy došli ke stejným závěrům. To bylo zapříčiněno tím, že Newton nahlížel na matematickou analýzu jako na nástroj pro fyziku, kdežto Leibniz se o toto odvětví zajímal čistě matematicky. I zde se o šíření a tvorbu velmi přičinila rodina Bernouliiů, **Jacob I. Bernoulli**, **Johann I. Bernoulli** a jeho syn **Daniel Bernoulli**[4]. Danielovým přítelem a učněm Johanna byl nejvýznamnější matematik 18. století **Leonhard Euler**, nejplodnější matematik celé historie. Celé Eulerovo dílo je velmi rozsáhlé. Publikoval 865 vědeckých prací, které se zabývaly integrálním počtem, diferenciálním počtem, fukcemi obecně, pravděpodobností a jinými. Jeho zásluhou je také několik označení, jež dnes používáme: π jako označení pro Ludolfovo číslo, značka sumy, integrálu, nekonečna, e jako základ přirozeného logaritmu, imaginární jednotka i[5]. V matematické analýze je třeba vyzdvihnout ještě jména **Jean-Baptiste Le Rond d'Alembert**, **Joseph Louis Lagrange**, **Pierre**

[3]Tento princip říká, že dvě tělesa se stejnou výškou mají stejný objem, právě když jsou si rovinné řezy, vedené ve stejných výškách, rovny v obsahu. Tato vlastnost je hezky znázorněna např. v https://www.geogebra.org/m/eygadwgf.

[4]Dle Jacoba jsou pojmenována *Bernoulliova čísla, Bernoulliova věta* a také *Bernoulliovo schéma*, dle nejmladšího Daniela *Bernoulliho rovnice.* Ten také definoval *Eulerovo číslo* pomocí limity.

[5]Euler je jedním z několika autorů, jež zmiňuji, o kterém vyšlo spoustu publikací znázorňujících pouze jeho osobu, jeho život, jeho práci a přínos. Zvláště známá je kniha Bradley, Robert E.; Sandifer, Charles Edward, eds. (2007). Leonhard Euler: Life, Work and Legacy. Studies in the History and Philosophy of Mathematics.

Simon de Laplace a **Jean-Baptiste Joseph Fourier**. Ti se nezabývali pouze rozvojem matematické analýzy, ale také jejími aplikacemi ve fyzice, mechanice a také spojitostí a využitím v jiných matematických odvětvích.

Druhá krize matematiky byla způsobena vyústěním neúspěšných pokusů a snažení. Matematici používali pojmů a vztahů, jež nebyly přesně definovány a dokázány. Docházelo zde k nepřesnostem a kritikám. Krize byla vyřešena až v 19. století.

Je zřejmé, že matematice se nejlépe v tomto období dařilo ve Francii a Německu. To bylo částečně díky Velké francouzské revoluci a příznivým podmínkám v těchto zemích.

Na počátku 19. století francouzský matematik **Gaspar Monge** založil *deskriptivní geomterii.* Monge byl vědcem působícím na poli matematiky, chemie, mechaniky a jiných. Dalším jeho úspěchem bylo založení (spoluzaložení) Polytechniky v Paříži. Zde se vzdělávali další významní učenci jako například **Victor Poncelet**, zakladatel projektivní geometrie.

1.1.4 Období moderní matematiky

Období přibližně od první poloviny 19. století trvající dosud je dobou, kdy matematika už nabývá současných rysů. Nevzniká již tolik nových odvětví, ale ty už nalezené se precizují, zobecňují, hledají se jednotná pravidla a značení a také se více propojuje matematika s jinými vědními obory. Klade se důraz na aplikace matematiky, praktické využití v běžném životě, fyzice a dalších oblastech.

Současná matematika si zakládá na přesných definicích, tvrzeních ošetřených důkazy. To vše jsme v této etapě získali. Základní matematické pojmy byly zavedeny korektně a nevyvratitelně. **Bernard Bolzano**, pocházející z Prahy, přispěl svou definicí spojitosti funkce, derivace funkce a k upřesnění pojmu limita. Zabýval se také teorií množin, logikou a fyzikálními obory. **Augustin-Louis Cauchy** byl autorem více než 800 děl na polích teorie čísel, matematické fyziky, algebry, mechaniky a především matematické analýzy. Analýzu budoval kompaktně a uceleně na základě pojmu limita[6]. Velký pokrok také zaznamenal při definování pojmu určitý integrál.

O vyřešení *druhé krize matematiky* se zasloužili matematici **Georg Cantor**, **Richard Dedekind** a **Karl Theodor Wilhelm Weierstrass**. Pro zpřesnění pojmů totiž byla potřebná úplnost reálných čísel. Nejlépe se toho zhostili první dva jmenovaní a na základě toho mohl Weierstrass aritmetizovat matematickou analýzu (pomocí definice limity užitím ε a δ) a tím krizi rozřešit.

Velkou personou, jež stála u vzniku moderní algebry na přelomu 18. a 19. století, je **Karl Friedrich Gauss**. Tento všestranný matematik provedl důkaz základní věty algebry (později našel šest důkazů této věty), odvodil několik základních vět teorie čísel, metodu *nejmenších čtverců* v numerické matematice, *Gaussovu křivku* pro normální rozdělení pravděpodobnosti a zajímal se i o geometrii. I když jeho práce neeukleidovské geometrie nebyly nikdy publikovány, byl prvním, kdo takovéto principy nalezl. S vývojem moderní algebry jsou také spjati Francouz **Évariste Galois**[7] a Nor **Niels Henrik Abel**[8].

Geometrii se kromě Gausse v 19. století věnoval ruský matematik **Nikolaj Ivanovič Lobačevskij**. Jak bylo již zmíněno, geometrie, které se matematici v tomto období věnovali, byly neeukleidovské, tj. neplatil zde 5. Eukleidův postulát, nýbrž jeho negace.

[6] Dnes je po něm pojmenována právě jedna z definic pojmu limity funkce.

[7] Zakladatel moderní algebry, *teorie grup.*

[8] Ten dokázal mnoho významných vět jako například neřešitelnost obecné algebraické rovnice 5. stupně.

Lobačevskij vytvořil systém této geometrie a spolu s ním i **János Bolyai** (oba nezávisle na sobě).

Několikrát bylo zdůrazněno, že každá ze zmíněných matematických disciplín musí mít systém základních pojmů, být definována korektně, jednoznačně a nevyvratitelně. Proto se na přelomu 19. a 20. století zvyšovalo úsilí o logickou *axiomatickou výstavbu* těchto disciplín. O výstavbu přirozených čísel se zasloužil Ital **Giuseppe Peano**. Axiomatickou výstavbu eukleidovské geometrie zkompletoval mnohostranný německý matematik **David Hilbert** ve svém díle *Základy geometrie*. Formulací *Hilbertova programu* zdůrazňuje podstatné body pro bezesporný a úplný axiomatický systém. Tyto body se však ukázaly jako nerealizovatelné. Poukázal na to matematik a logik **Kurt Gödel** svými větami o neúplnosti. Hilbert také poukázal na tzv. *23 Hilbertových problémů*, které byly významnými pro další vývoj moderní matematiky.

Toto období také přineslo nové odvětví matematiky, *teorii množin*. Pojem množina a základy této teorie položil již Cantor, ale v první polovině 20. století se v jejím kontextu změnila všechna matematická odvětví. Jelikož pojem množina byl pouze intuitivním pojmem a nikoliv předně definován, vznikaly rozpory. To vedlo ke *třetí krizi matematiky*. Řešením byla práce *Jednotná axiomatizace teorie množin*. Ve 20. století tedy dochází ke strukturalizaci ve všech matematických odvětvích, axiomatizaci teorie pravděpodobnosti, založení statistiky **Karlem Pearsonem** a **Ronaldem Fisherem**, a vzniku dalších odvětví: topologie, teorie grafů, teorie her atd., abstrahování všech doposud vybudovaných teorií a využívání výpočetních technologií. Velký význam mělo také vyřešení několika Hilbertových problémů.

21. století je otevíráno 7 největšími matematickými problémy, jež byly vyhlášeny v roce 2000 *Clayovým matematickým institutem*, které jsou obdobou problémů Hilbertových. Jeden z problémů, *Poincarého domněnka*, byl vyřešen záhy v roce 2002.

1.2 Didaktika matematiky

Didaktika je pedagigockým oborem, teorií vyučování. Předmětem didaktiky je předání informací žákům/studentům a také všechny principy, způsoby a metody tohoto přenosu. Didaktika může být *obecná*, ta se zabývá obecnými problémy výuky, ale také *oborová* – v našem případě *didaktika matematiky*. Možná lehce neobjektivně vyslovíme, že didaktika matematiky je jednou z nejpodstatnějších oborových didaktik. Didaktiky všech předmětů, jež se vyučují, mají své opodstatnění, ale předměty přírodovědné, pro jejichž pochopení je zapotřebí logiky, vzájemných vztahů a zákonitostí, jsou na ni odkázány nejvíce.

Obecná didaktika a didaktika matematiky jsou samostatné, velmi rozsáhlé vědy, které ale mají mnoho společných rysů. Nebudeme se jim proto věnovat dopodrobna. Při větším zájmu čtenáře o tuto problematiku můžeme odkázat na knihy uvedené níže v požité literatuře. Zmíníme pouze několik významných témat v nich obsažených.

1.2.1 Pedagogické aspekty didaktiky matematiky

Námětem této sekce je matematika jako učební předmět nikoliv jako vědecký obor.

Didaktika matematiky se zabývá předmětem *matematika*, jeho vyučováním, metodikou a praxí. Je tedy kombinací matematiky na dané úrovni (základní školy, střední školy) a pedagogických disciplín[10]. Dle [6] je „Didaktika matematiky vědecká disciplína zkoumající zákonitosti vyučování matematice v souladu s cíli vyučování určenými společností.“ Didaktika matematiky se zabývá prvky vyučovacího procesu: cíli vyučování, objektem vyučování, obsahem vyučování a metodami vyučování. Dnešní moderní metody se snaží žáky či studenty už nebrat jako pouhý objekt vyučování, ale intenzivně je do procesu získávání vědomostí zapojovat, velmi aktivně se podílet na tomto procesu, ideálně stejnou měrou jako vyučující[9]. Toto není z důvodů zjednodušení práce učitelů, ale pro lepší pochopení a kvalitnější zpracování učiva žáky. Používáme-li více smyslů, sami si odvozujeme a odůvodňujeme souvislosti, lépe učivu rozumíme a rychleji si ho zapamatujeme. Ozvláštnění výuky také vzbuzuje větší pozornost a zájem, je to pro žáky atraktivnější.

Existuje několik zásad, jimiž by se měl každý při didaktice matematiky řídit. Uvedu alespoň jejich výčet:

1. zásada vědeckosti;
2. zásada uvědomělosti a aktivity žáků;
3. zásada názornosti;
4. zásada soustavnosti;
5. zásada postupnosti;
6. zásada přiměřenosti;
7. zásada trvalosti;
8. zásada spojení teorie s praxí;
9. zásada individuálního přístupu k žákům;
10. zásada zpětné vazby.

Pod mnohými z nich si jistě něco představíte, chcete-li však komplexněji znát, co vše za těmito zásadami stojí doporučuji si dohledat na internetu nebo v literatuře, např. [10] nebo [6].

Cíle při vyučování matematice vycházejí z obecných pedagogických cílů, výchovných cílů a také úlohy matematiky v dnešním světě. Matematika je základem každodenních věcí, ale také hospodářství, technických oborů a vědy. Cíle jsou obecně:

1. rozvoj matematického myšlení žáků;
2. získání hlubokých a teoretických poznatků matematiky;
3. vytvoření dovedností a návyků, aplikace těchto poznatků;
4. výchovné, působením prostřednictvím vyučování matematice.[10]

Další cíle vyučování či jejich podcíle si může už každá instituce, každý pedagog, dodefinovat sám, ty hlavní však zůstávají neměnné. Každá škola může mít další své cíle podle zaměření, ale také podle osnov a typu škol. Základní školy (první stupeň i druhý), střední školy (střední odborné, učiliště i gymnázia) mají různě přizpůsobené konkrétní cíle z těchto kategorií.

Metody výuky matematiky můžeme dělit dle několika kritérií. Základní klasifikací je rozdělení na:

[9] Není možno obsáhnout veškerou pedagogickou terminologii a výklad prvků obecné didaktiky, pro zájemce tedy doporučím některé z [15], [14], [4] nebo [6].

1. Tradiční výukové metody (Mezi tradiční metody patří metody slovní, názorně demonstrační a praktické. Do každé z těchto skupin patří více konkrétních metod.);

2. Aktivizující výukové metody (Do této kategorie patří metody problémového výkladu, heuristicé a průzkumné.);

3. Komplexní výukové metody.

Dále je můžeme dělit například dle forem myšlení. Klíčová je volba metody nebo ideálně kombinací více metod. Není totiž vhodné například celou dobu využívat jen metodu výkladu, jelikož žáci brzy ztratí pozornost. Tím však metodu výkladu nezatracujeme, při uvedení nového učiva je vhodná, ale je dobré ji zkombinovat s heuristickovou nebo výzkumnou metodou, zkrátka zapojit všechny.

V dnešní matematice mají velký prostor také moderní technologie. Internet a počítače můžeme využívat při přípravě hodiny, přímo při hodině nebo pro zadávání úloh. Počítačové programy dnes dokáží rychlé výpočty (s jednoduchými i komplikovanými početními úkony), vytváření přesných grafů i geometrických útvarů (v rovině i prostoru). Při distanční výuce není vždy možné využívat stejných metod jako při výuce prezenční, chybí zde lidský kontakt, reakce, kontrola práce žáka a jistota aktivity. Proto v poslední době (hlavně letech 2020 a 2021) prošly metody[10] jistou reformou. Při hodinách již není nic nezvyklého využívá-li k tvorbě obsahu počítač učitel, ale stále častěji při modernějším pojetí hodin matematiky učitelé zapojují u svých žáků užívání tabletů či mobilů k dohledání informací, řešení pracovních listů a jiných. Dnes velmi častým tématem je konstruktivistické pojetí výuky.[11]

Kromě metod výuky je pro žáky taky důležitý způsob příjmu informací, tedy žákův styl učení matematiky. Styly dělené dle převažujícího smyslového vnímání jsou vizuální, auditivní, taktilní a kinestetický, logický. Podle motivace jsou to povrchový učební styl, hloubkový a utilitaristický. První dva zmíněné již z názvu vypovídají o tom, jak dlouho vydrží informave v paměti a jaký zájem o ně je. Utilitaristický (jinak strategický) styl je styl, jež si jde hlavně za cílem, dobrou známkou, či pochvalou, ale zájem o učivo je nulový nebo malý. Zda je tento styl více povrchový nebo hloubkový záleží na množství učiva a učiteli.

Stejně tak jako v jiných vědách, i v matematice, můžeme poznávací proces[12] rozdělit do částí: induktivní etapu poznávacího procesu a deduktivní etapu[13].

Základními úkoly didaktiky matematiky, což vyplývá už z předchozího, je zkoumání čtyř typů problémů:

1. problémy obsahu vyučování;

2. problémy vyučovacích metod;

3. problémy aktivizace žáků;

4. problémy zaměřené na poznávací procesy u jednotlivých žáků.

K vyřešení problémů dospějeme pomocí následujících postupů:

[10] a nejen ty, také všechny ostatní prvky výukového procesu

[11] Např. zde `http://www.science.upol.cz/uvodni_studie.pdf`.

[12] Poznávacím procesem ve výuce matematiky je myšlenkový psychodidaktický proces, kterým žák získává matematické poznatky.[10]V matematice poznáváme matematicjé věty, pojmy, definice.

[13] Podrobnější rozbor metod a práci s matematickými pojmy naleznete v každé knize o didaktice matematiky.

1. studium a použití historie rozvoje matematiky a matematického vzdělání;
2. studium a použití zkušeností ze současného vyučování matematice;
3. transformace a didaktické zpracování idejí, metod a jazyka matematické vědy;
4. experiment.

Každý žák, student či učitel se potýká s hledáním motivace k učení. Mají-li žáci motivaci, jsou aktivnější a otevřenější učit se něco nového, a také tyto informace zpracovávat. Motivace může být vnitřní nebo vnější. Mnohem účinnější je vnitřní motivace každého žáka, avšak nemá-li ji, je potom velmi těžké ji rozvinout. Motivace vnější je méně účinná, ale jakožto učitelé ji můžeme lépe povzbuzovat - známkami, odměněním či potrestáním slovem, zajímavými úkoly, soutěžemi apod. Naopak demotivace jakéhokoliv druhu může způsobit velkou škodu i pro další předměty či další studia daného žáka. Na motivaci, či demotivaci, má vliv mnoho faktorů: styl vyučování, prostředí, probíraná látka, aktivita žáka, domácí prostředí (rodina, podpora, péče, materiálno), emoce vázané na tento předmět, (ne)vytížení žáka na hodinách a při domácí přípravě. Pro matematiku, jakožto (dle našeho průzkumu) ne až tak oblíbený předmět, je dobrá motivace klíčová a učitel by se měl snažit ji vytvářet. Některými možnostmi jak toho dosáhnout je například aktivizovat žáky, zapojovat je, být na hodinách pozitivně naladěn, vkládat do výuky menší soutěže a motivační úlohy, pěstovat v žácích kreativitu při výuce, dbát na jejich individuální potřeby. Jistě by se našlo spousta dalších konkrétních úkonů, které můžeme pro vytvoření vnější motivace (časem i možná vnitřní) vyzkoušet. Nabízí se také například ve správnou dobu (vzhledem k učivu) vkládat možnosti využití počítačů, interaktivních tabulí a mobilů, to je pro žáky velmi atraktivní. Motivace v průběhu vyučování je dvojího typu: strategická a tematická.

Didaktika matematiky také řeší organizační formy výuky matematiky (do nich spadá řízení učební činnosti žáka, prostředí výuky, časová organizace výuky, tematická organizace, souslednost apod.), hodnocení žákovy práce v hodinách matematiky (vzhledem k času a části roku, verbální, neverbální, tj. hodnocení má různé funce a druhy a dle toho jej volíme), komunikace v hodinách matematiky (správná terminologie, srozumitelnost a přesnost vyjadřování, verbální i neverbální) a samozřejmě učivo.

Specificky pro matematiku je třeba transformovat ty nejdůležitější poznatky do konkrétnější formy, již dokáží žáci 1. stupně, posléze 2. stupně a středních škol (ať už odborných, praktických či gymnázií) pochopit. Matematika je rozsáhlá a často abstraktní věda, její teorie jsou ve formě, které jsou tvořeny často „nestravitelně“ pro děti a dospívající, proto transformujeme teorie do formy učiva pro ně pochopitelného. V ČR je základ stanoven RVP[14], dále na každé škole ŠVP[15] a také samozřejmě přístupem vyučujícího, jak jsme zmínili v předešlých odstavcích. V neposlední řadě je důležité začlenění dostatku aplikací matematiky, využití a názornost v reálných situacích.

[14]Rámcové vzdělávací programy, které jsou přesně vymezeny zákonem č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon). RVP je vždy tvořen zvlášť pro každou úroveň, tj. 1. stupeň ZŠ, 2. stupeň ZŠ, odborné střední školy, odborná učiliště, gymnázia a i víceletá gymnázia. Jsou zde především vytyčeny konkrétní cíle, formy, délka a povinný obsah vzdělávání, a to všeobecného a odborného podle zaměření daného oboru vzdělání, jeho organizační uspořádání, profesní profil, podmínky průběhu a ukončování vzdělávání a zásady pro tvorbu školních vzdělávacích programů podmínky pro vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a nezbytné materiální, personální a organizační podmínky a podmínky bezpečnosti a ochrany zdraví. Viz webové stránky *Národního ústavu pro vzdělávání.*

[15]Školní vzdělávací program je v souladu s RVP, upřesňuje, které učivo RVP spadá do jakého ročníku, v jakém sledu a celcích bude probíráno, o co si svůj program rozšíří atd.

1.2.2 Matematická úloha

Matematická úloha je problém zapsaný v matematické terminologii (pojmech), jenž řešíme pomocí matematických znalostí. Řešení matematických úloh je samostatná disciplína, jelikož každá typová úloha může mít více řešení za pomocí různých matematických aparátů. K jejich řešení je potřeba přistupovat na základě žákových již nabytých znalostí a stále ponechávat prostor kreativitě[16].

Obecně se však řešení úlohy skládá z několika částí:

1. pochopení úlohy žákem;

   Bez správného pochopení nelze úlohu řešit, také nelze vždy předpokládat, že žák úlohu pochopí zcela sám. Ze začátku je třeba žákovi pomoci v porozumění matematickému textu a pointě úlohy. Po prostoru pro jejich zamyšlení se ujišťujeme, že byla úloha správně pochopena. Zde žákům klademe pomocné doplňující otázky: Co je v úloze zadáno? Co není známé? Co je cílem rozřešit? V čem spočívají podmínky řešení? Jsou tyto podmínky nutné nebo postačující?

2. sestavení plánu řešení úlohy (volba vhodné metody řešení);

   Nejdůležitější část, ve které si žák potřebuje uvědomit souvislosti mezi zadanými údaji, spojit je s informacemi, které zná případně si vzpomenout, jak se řešily obdobné příklady v předchozích hodinách. Na tuto cestu ho opět může navést i učitel svými otázkami[17].

3. realizace řešení úlohy;

   Řešíme úlohu, kontrolujeme logickou správnost postupu řešení, ověřujeme, že kroky postupu jsou vědomé a žák je dokáže odůvodnit.

4. kontrola řešení („zkouška“).

   Posledním krokem je analýza výsledku samotného řešení úlohy, ověření, že řešení splňuje všchny podmínky zadáním na něj kladené.

Úlohy můžeme dělit dle obsahu (algebraické, aritmetické, číselně teoretické, geometrické, kombinatorické atd.), jejich využití ve školské praxi, obtížnosti, stanoveného úkolu atd. Z posledního zmíněného hlediska dělíme úlohy do dvou kategorií: určovací úlohy (kalkulativní, rozhodovací, konstrukční a úlohy na vyšetřování množin bodů dané vlastnosti) a úlohy důkazové.

Dále můžeme úlohy dělit podle stanoveného problému a postupu jeho řešení:

1. Standartní matematické úlohy;

   U tohoto typu úlohy máme jak zadánu výchozí situaci, tak žák sám ví, jak ji řešit a dokáže dosáhnout cíle, který je předem jasný.

2. Nestandartní matematické úlohy;

   Situace je předem jasně zadána, ale postup řešení nemusí být žákovi jasný, je třeba jej hledat a více se nad ním zamyslet. Cíl je jasný a po nalezení vhodného řešení jej můžeme lehce dosáhnout.

[16] Samozřejmě v případech, kdy není cílem naučit se určitý konkrétní způsob řešení

[17] Aby žák mohl sám řešit úlohu, učitel úmyslně využívá dotazů, nikoliv sdělení. Přijde-li žák na souvislosti a postup sám či s pomocí dotazů, bude látce rozumět.

3. Otevřené matematické úlohy.

   Úlohy, u nichž jsou pevně zadány jen počáteční informace a nastavení situace. Postupy řešení jsou pro žáka k zamyšlení a i cíl řešení je otevřený. Ten typ úlohy můžeme také nazvat výzkumným problémem.

Formu a druh úloh je vhodné volit v závislosti na typu hodiny (úvodní hodina do dané problematiky, běžná probírací, závěrečná, opakovací) a typu probíraného učiva. Funkce matematmatických úlohou mohou být:

- motivační;
- ilustrační;
- vysvětlující;
- procvičující;
- aplikační;
- diagnostické.

Toto odpovídá i jejich roli v procesu vzdělávání.

Matematické úlohy mohou být jednoduché, složené z více podúloh nebo také se na sebe navzájem řetězit.

Matematika je jako předmět i věda aplikovatelná v běžných životních situacích i školních předmětech. V první části této kapitoly bylo již několikrát zmíněno, že vznikla především kvůli její potřebě ve stavitelství, zemědělství atd. V této části se však budeme bavit o aplikaci učiva matematiky v jiných nematematických oborech a návaznosti matematických úloh na praxi. V matematice se můžeme setkat s úlohou, která představuje reálný problém. Takovou situaci si matematizujeme, tedy zapíšeme ji v matematické terminologii a tak ji přetvoříme na matematický problém Ten už lze řešit matematickým aparátem, který se například probíral v předchozí nebo současné látce (jinak bychom pravděpodobně tuto úlohu nepředkládali). Řešíme matematický problém metodami, které jsme si uvedli a v závěru převede zpět matematické řešení na řešení reálného problému ze zadání. Původní reálná úloha z běžného života byla jednoduše matematicky řešitelná a žáci tak viděli podstatu učiva, které jsme k jejímu řešení využili.

Podobně při úlohách fyzikálních, chemických, environmentálních, finančních a jiných, kde převedení problému na matematický úlohu velmi zjednoduší, vede k prohlubování matematických znalostí a současně propojení předmětů a jejich souvislostí.

Závěrem této části uvedeme moderní a velmi efektivní metody a formy výuky této doby[18]. Několikrát jsme již zmínili, že čím více vtáhneme žáka jeho aktivitou do vzdělávacího procesu, tím více mu bude tento předmět a jeho náplň dávat smysl a bavit ho. Jeden z typů vyučování, který se opírá o metody problémového výkladu, výzkumné a heuristické je *problémové vyučování*. Dalším zajímavým prvkem může být tvorba a využitím matematických her, logických her, hlavolamů a didaktických her s matematickou tematikou. Při výuce za pomocí her býva forma výuky často skupinová či kooperativní. V neposlední řadě právě využití ICT technologií, třeba i v kombinaci se hrami, jelikož i matematických úloh k procvičování a her s těmito úlohami naleznete na internetu a v počítačích spousty.

[18] Jejich podrobné rozebírání není předmětem této diplomové práce, avšak několik jiných diplomových (a bakalářských) prací posledních let se této problematice velmi věnuje.

Tímto bychom navázali na následující kapitolu, kterou chceme přímo zapojení ICT a matematických hry do výuky zapojit.

Kapitola 2

Software MathCityMap

Projekt MathCityMap byl poprvé představen v roce 2012 Prof. Dr. Matthiasem Ludwigem z Goethe Universität Frankfurt. Na projektu pracuje skupina MATIS I právě z Goethe Universität Frankfurt za spolupráce Stiftung Rechnen. Momentálně je projekt součástí MoMaTrE (`http://momatre.eu/`), tj. Mobile Math Trails in Europe, který má stejný cíl, ale širší záběr. MathCityMap vznikl jako prostředek pro správu matematických tras. Je určen pro všechny, kteří chtějí tvořit úlohy, trasy, aplikovat matematiku na okolní objekty a vidí v nich více, než jen budovy a přírodu. Nezáleží na věku či povolání. Je potřeba více přibližovat matematiku širšímu publiku. Cílem je také ukazat, že matematika není jen něco abstraktního a nepředstavitelného, ale je všude kolem nás, je praktická a využíváme ji v životě. Matematika zkoumá vše od velikosti, tvaru, vzdálenosti až po povrch. Nejedná se pouze o aritmetiku a výpočty, ale také geometrii, představivost, odhad, odvozování, logiku a další, jež všechny matematika zastřešuje. Využít software mohou učitelé (pro své běžné hodiny, celodenní výlety, projektové dny), ale také kdokoliv jiný, koho tato tematika zajímá. Zapojení může být individuální i skupinové – kreativitě MathCityMap meze neklade. Dalším důležitým cílem je prostřednictvím portálu a aplikace ukázat, že tvorba není těžká, a tedy pro učitele a studenty je výhodné využívat moderní technologie, které jim dnešní doba nabízí.

Do tohoto evropského projektu se poté zapojilo i několik dalších zemí: Francie, Itálie, Portugalsko, Španělsko, Estonsko a Slovensko. Tento projekt je evropský, avšak první procházka a testování probíhalo v Indonésii. Dnes naleznete procházky téměř po celém světě a v mnoha světových jazycích.

2.1 Webové stránky

Prostředí webových stránek `https://mathcitymap.eu/en/` je z největší části určeno ke tvorbě matematických procházek. Web je aktuálně vytvořen v 16 světových jazycích, kde se kromě základních a nejrozšířenějších světových jazyků (španělštiny a angličtiny) nachází například, pro nás velmi blízká, slovenština. Na webu naleznete portál, různé návody a pomůcky, publikace a také základní kontakty a informace o projektu.

Portál je největší částí této stránky, prostředím, v němž se procházky tvoří. Je potřeba si zde založit uživatelský účet, na který budete své nápady a úlohy nahrávat. Budou se vám zde ukládat všechny informace, které budete zapisovat a chtít prezentovat. Po otevření portálu uvidíte své uživatelské prostředí s ikonami: procházky (trasy), úlohy, skupiny a váš profil. Tyto části budou podrobněji rozebrány níže. Navíc se zde

Obrázek 2.1: Webové prostředí MCM

nachází informační pole, kde je možné pozorovat nejnovější informace o sobě a své komunitě. Číslo označující úroveň, jež je psáno vedle vašeho jména, závisí na počtu vytvořených úloh, procházek, počtu sledujících, stáhnutí procházek, vytvoření digitálních tříd a dalších, tj. na vaší celkové aktivitě.

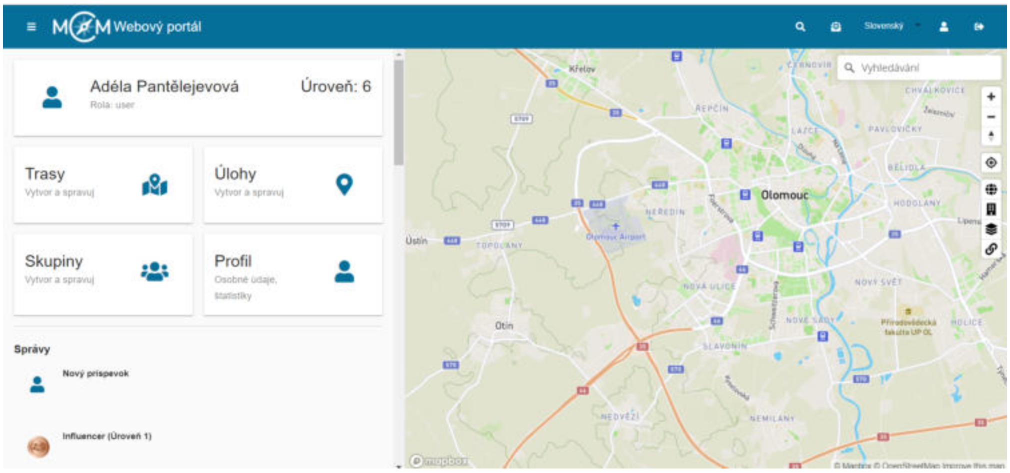
V záložce *publikace* naleznete soubory o matematickém sofwaru MathCityMap, projektech, v rámci kterých vznikal a v nichž je využíván. Můžete zde být informováni o nových možnostech, které díky vývoji software nabízí, o zajímavých procházkách a jejich tvorbě od zkušených autorů apod. Práce jsou zde opět publikovány v jazyku autora. Kromě příspěvků, týkajících se přímo matematických procházek, jsou zde uveřejněny také edukační, didaktické a popularizační studie.

V částech webu *o projektu* a *kontakty* naleznete základní informace, odkud projekt pochází, o zakládajích členech a kontakt (v případě potřeby nebo zájmu) na osoby zodpovědné za různé části tohoto projektu. Důležitá jsou také jména partnerů projektů v každé ze spolupracujících zemí. V těchto zemích máte také jistotu nalezení alespoň několika tras.

Všechny úlohy a procházky, které tvoříte pro české řešitele, zapisujte v českém jazyce. Nezáleží, jaký jazyk si zvolíte jako základní, tj. v jakém jazyce je zobrazena stránka, vždy vyplňujte v jazyce, ve kterém chcete, aby řešitelé vyplňovali. V České republice tedy vyplňujte česky (nejedná-li se o matematiku úmyslně tvořenou v cizím jazyce) a řešitel si sám dále zvolí, zda prostředí bude nadepsáno slovensky, anglicky nebo jinak.

Portál je tedy tvořen čtyřmi hlavními částmi, dlaždicemi. Nejdříve se budeme podrobněji věnovat části *Úlohy*, poté *Trasy* a nakonec *Skupiny* a *Profil*.

Neméně důležitou částí webového portálu je mapa. Na mapě jsou po otevření některé z dlaždic trasy a úlohy vidět ty veřejné ve vašem okolí anebo vaše vytvořené. Mapa disponuje označeními ulic, památek, významných institucí a budov, podniků a jinými. Velmi nápomocné jsou i vrstevnice, které vám pomohou při odhadu terénu dané trasy.

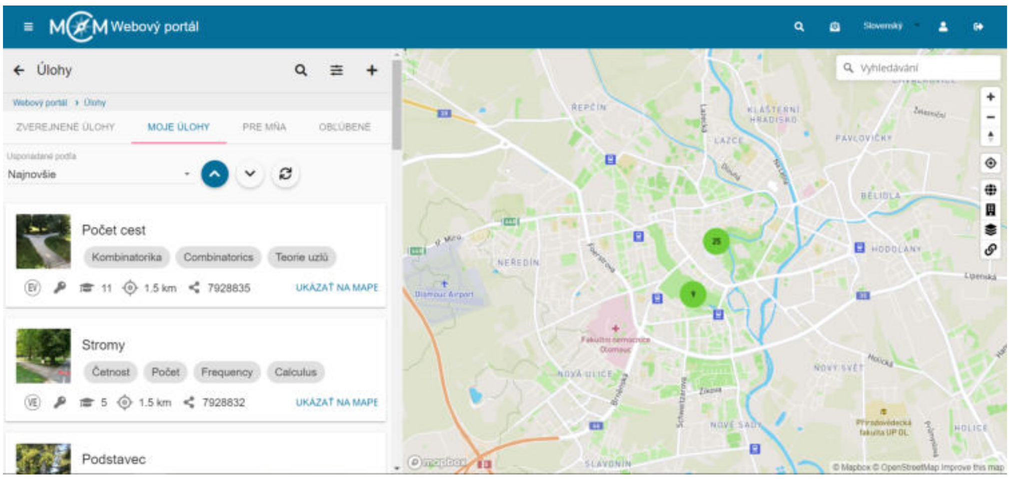


Obrázek 2.2: Portál MCM

2.1.1 Tvorba úloh

Po vstupu do portálu a stisknutí dlaždice *Úlohy (Tasks)* se nacházíte v prostoru, kde vytváříte konkrétní úlohy. V sekci úlohy jsou záložky:

- zveřejněné úlohy - zde naleznete všechny veřejné úlohy od vás i jiných autorů;
- moje úlohy;
- pro mě - úlohy se vám zde nabízí na základě skupin, ve kterých se nacházíte;
- oblíbené - každou úlohu, která se vám líbí, můžete označit a zde ji poté najít.



Obrázek 2.3: Záložka: úlohy

Pomocí tří tlačítek v pravém horním rohu je možné v každé záložce vyhledávat nebo filtrovat. Nejdůležitějším v této liště je znaménko přidat úlohu.[1]

Při tvorbě úlohy postupujeme doplněním všech potřebných údajů do formuláře nové úlohy. Formulář obsahuje:

[1] Značka „+“.

1. **Základní informace** V této části doplňujeme do formuláře základní údaje o úloze, na základě kterých ji definujeme, zaznačíme její přesnou polohu (souřadnicemi a fotkou) a vyřešíme ji.

   Nejprve je potřeba *vložit obrázek*. Obrázek musí přesně definovat objekt, kterého se úloha týká. Je dobré, když je na obrázku vidět ostře objekt i jeho okolí, kvůli orientaci a upřesnění lokace. Obrázek by měl být výstižný, znázorňovat z objektu co nejvíce, ale není ideální, když je možné úlohu vyřešit ihned z obrázku, potom nemají řešité potřebu na toto místo dojít a řešit ji v této lokalitě.

   Dále *název úlohy* a její *přesný popis*. Popis musí být formulován přesně, jednoznačně, korektně a také by měl obsahovat informaci, v jakých jednotkách je odpověď požadována (není-li to zřejmé z typu odpovědi).

   U každé úlohy je nutné na mapě zaznačit její *přesnou polohu*, což umožňuje i zapsání v souřadnicích prostřednictvím GPS. Dle této pozice musí být řešitelé schopni objekt najít.

   Kromě polohy také určujeme, o jaký *typ úlohy* se jedná v závislosti na jejím řešení. Aplikace je neustále ve vývoji a přichází stále nové typy možností řešení. Ty aktuální jsou:

   - *interval* (ten je rozdělen na základní interval, pro nějž je úloha hodnocená jako správně vyřešená, a rozšířenou část, kdy ještě úlohu bereme jako vyřešenou),
   - *přesná hodnota*,
   - *výběr z více odpovědí* (můžeme zde určit, zda je pouze jedna odpověď správná nebo více),
   - *doplnění prázných míst v textu*,
   - *vektor* (taktéž s přesnou hodnou nebo intervalem),
   - *množina*,
   - *informace* (takovou úlohu není potřeba řešit, úloha nás pouze informuje o skutečnosti nebo nastalém jevu),
   - *GPS úloha* (odeslání pozice v GPS souřadnicích po nalezení pozice, která spňuje požadavky úlohy).

   I když výčet možností spadá do kategorie možnosti řešení, jednu z těchto variant volíme v závislosti na typu úlohy. Můžeme tedy říci, že každá typová úloha má předurčenou některou možnost řešení, někdy i více. Pro přesnou hodnotu se vždy hodí jednoznačný číselný výsledek (např. počet dní v týdnu, pravděpodobnost daného jevu se zaokrouhlením na daný počet desetinných míst atd.), kdežto interval může být výhodnější pro mnohem větší spektrum úloh (např. úlohy, kde si řešitel sám měří či odhaduje velikosti a vzdálenosti, zde je potřeba větší rozpětí intervalu, pravděpodobnosti dní v roce, když není řečeno ve kterém, jelikož každý měsíc má v různých letech různě rozložené dny v týdnu atd.). Vyplnění prázných míst je vhodný typ odpovědi pro jakoukoliv slovní odpověď, více zjišťovacích odpovědí (nikoliv komplikovaných výpočtů), odpovědi určovací a také vyhledávací. Matematické procházky můžete samozřemě jakkoliv oživit textem historickým, matematickým, architektonickým nebo jakoukoliv zajímavostí z oblasti, v níž se procházka uskutečňuje. Vektor symbolizuje odpovědi, které mají dvě (i více) různá řešení. Množinu jako odpověď může využít k výčtu několika odpovědí (např. která všechna čísla v popisu jsou dělitelná třemi, které všechny dny mají v muzeu otevřeno atd.), z nichž všechny vyhovují a je nutné je uvést všechny, aby odpověď byla považována za správnou. Informace je typ úlohy, kde není odpověď potřeba. Slouží pouze jako oznámení faktu nebo otázka řečnická. Je vhodné ji využívat jako úlohu, pod kterou vnoříme několik úloh, jež nejsou částečnými úlohami, ale jsou regulerní a tato informační úloha je jen jejich úvodní zprávou a společným štítem. Poslední GPS úloha je skvělou ukázkou využití map a vztahů mezi objekty (např. najděte střed chodníku, budovy) a také jako úlohy orientační (dle plánku v parku nalezněte sochu a poté odešlete svou polohu). Tento typ úloh však není přístupný pro každého tvořitele ihned. Je potřeba mít procházky veřejné.

Každá úloha musí mít zveřejněné *vzorové řešení*. V tomto řešení stačí uvést jediný způsob, jakým je možné dobrat se ke správnému výsledku, avšak můžete také naznačit další možné cesty. Ve formuláři je na výběr, zda zvolíte řešení zapsat textem nebo znázornit obrázkem. Doporučovala bych však kombinaci obojího. Do obrázku můžete vložit pouze fotografii, fotografii s popisem anebo například export z GeoGebry[2]. Čím názornější, tím lepší. Matematické symboly, označení, rovnice a vztahy můžete ve všech částech úlohy, kde matematiku vkládáte, psát ve formátu typografického programu LaTeX. Tento program vysází matematiku tak, jak má být korektně zapisována.

2. **Nápovědy** Ke každé úloze je možné přidat jednu až tři nápovědy, které si řešitel může postupně zobrazit. Nápověda může být řešena formou textu, obrázku či videa. Je vždy dobré alespoň jednu nápovědu u každé úlohy uvést. Pro kompletnost úlohy je třeba nabídnout řešiteli alespoň dvě nápovědy.

   Nápovědy musí být formulovány přesně, výstižně, a přesto neprozrazovat odpověď přímo.

3. **Metadata úlohy** Do sekce *meta údaje o úloze* uvádíte další užitečné informace. Nejdříve doplnit zajímavosti a informace *o objektu*, kterého se zadaná úloha týká. Může zde být zapsána zajímavost, autor, historie nebo cokoliv jiného. Dále uveďte, od kterého *ročníku* je úloha řešitelná, kdy je přibližně potřebné učivo již probráno. V nabídce jsou ročníky 1 až 13, tj. v našem školském systému pro první stupeň a druhý stupeň základní školy, a také střední školy.

   Dále z nabízených možností můžete zvolit, jestli je k úloze třeba některé *pomocné vybavení*, nebo jaké doporučujete. Posledním polem k doplnění jsou *klíčová slova*, která pomáhají určovat typ úlohy, ale především vyhledat úlohy na konkrétní téma. Chcete-li nalézt úlohy na dané téma (např. obsahy rovinných útvarů), zadáte heslo „obsah“ do vyhledávání (třeba i v různých jazycích, ze kterých si úlohy dokážete přeložit) a vyhledávač vám ukáže úlohy na toto téma od jiných autorů z jejich procházek.

   Autor je doplněn automaticky na základě vašich přihlašovacích údajů v portálu, chcete-li však dostávat upozornění na jiný email nebo tvoří-li pod vaším účtem i jiný uživatel, je možné tyto údaje změnit. Údaje autora jsou zde uvedeny kvůli

[2] `Https://www.geogebra.org/` je webová stránka plná aplikací zjednodušujících matematiku a její znázorňování. Můžete zde vytvářet dynamické modely jak ve 3D tak v rovině, obrazce, grafy. Vše zmíněné můžete také vyhledávat anebo využívat materiály zkonstruované jinými autory, kteří je zde poskytují pro potřeby ostatních.

autorským právům a také pro možnost řešitele (či jiných tvůrců procházek) vám úlohu ohodnotit, oznámit nalezené chyby nebo změnu informací, kterých se úloha týká (odstranění sochy, o níž je úloha, změna otevírací doby apod.).

Úlohy je možné tvořit zcela samostatatně a doplnit každou informaci vlastním zjištěním, nápaditostí a bez jiné inspirace. Není to ale vždy nutné. MathCityMap nabízí i chytré nástroje, s jejichž pomocí si můžete tvorbu zrychlit a ulehčit.

Prvním z těchto nástrojů je kopírování cizí úlohy. U každé úlohy si můžete nastavit, zda je kopírovatelná či nikoliv. Kopírovat můžete kromě svých úloh také cizí veřejné úlohy nebo prostřednictvím skupin úlohy s vámi sdílené. Ikona pro kopírování (dva listy papíru) se nachazí u zavřené úlohy ihned v prvním panelu, mezi ikonami klíče (kompletnosti úlohy) a hvězdičky (zde je možné přidat úlohu mezi své oblíbené). Dalším doslova kouzelným nástrojem je *Úloha-Wizard*. Tohoto pomocníka spustíte pomocí kouzelné hůlky v pravém horním rohu při otevření nové úlohy. Objeví se vám zde nabídka, ze které si již vyberete libovolné téma úlohy (z nabízených) a potom její další parametry. Úlohu můžete využít tak, jak je, nebo ji dále upravovat (přepsat přednastavené do češtiny) dle libosti. Nejzajímavější z těchto je GPS úloha, v níž je odpovědí odeslání souřadnic své polohy, které musí splňovat zadání úlohy (tj. například střed dvou míst, daných bodů). Výhodou také je, že vám dokáže úlohy propočítat, pakliže byste na výpočet nepřišli sami. Např. spočítá obsahy, objemy, možnosti chůze po schodech apod.

Každé vytvořené úloze přísluší její vlastní kód, ten naleznete v seznamu úloh a je zpravidla sedmimístý. Naleznete jej i po otevření úlohy jako její název v horní liště.

2.1.2 Tvorba procházek

Při tvorbě procházek, podobně jako při tvorbě úloh, po stisknutí dlaždice Trasy se ocitnete v prostoru, kde vytváříte konkrétní procházku. Jsou zde záložky:

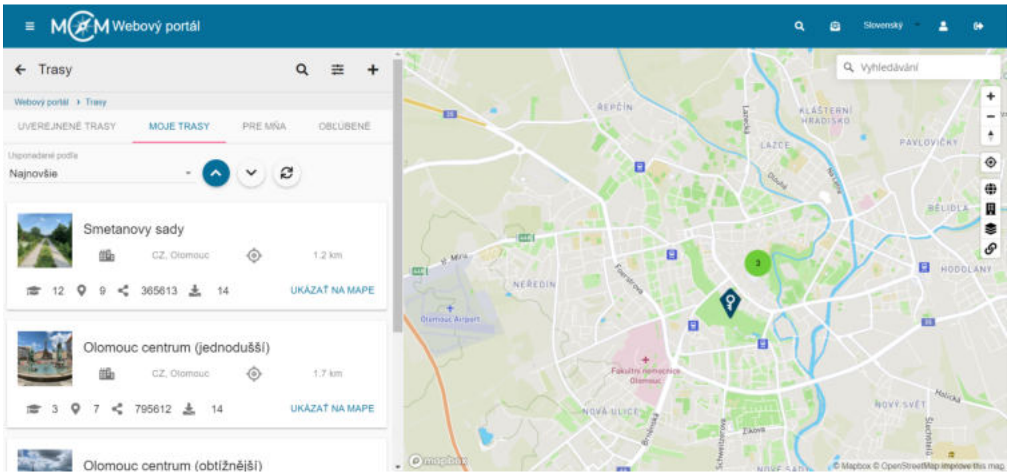
- zveřejněné trasy – všechny vaše veřejné trasy i trasy veřejné od jiných autorů;
- moje trasy;
- pro mě – trasy se nám zde nabízí na základě skupin, ve kterých se nacházíme;
- oblíbené – každou trasu, která se nám líbí, můžeme označit a zde ji poté najít.

Opět je možné v každé záložce vyhledávat, filtrovat a přidat novou trasu.

Formulář pro tvorbu tras vypadá následovně:

1. **Základní informace** Mezi základní údaje patří *titulní fotka* procházky (v ideálním případě odlišná od fotografií jejích úloh) a *název*. Tyto informace by měly být smysluplné vzhledem k obsahu procházky. Dále označení *lokace na mapě*, někde v oblasti úloh a *výstižný popis* procházky. V něm se může nacházet popis prostoru, v němž se procházka odehrává, objektech, na které poukazuje, může zde být specifikována skupina osob, pro niž je procházka primárně určena, a také např. nástrahy, které vás zde mohou potkat.

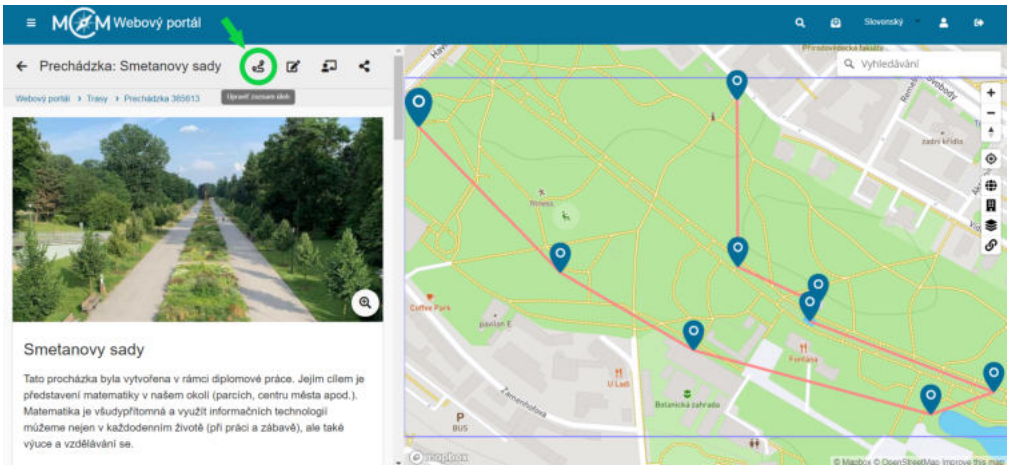
2. **Nastavení** V nastavení si rozvrhnete, jak chcete, aby byla procházka vedena: povolit či zakázat *gamifikaci* (chcete-li úlohu bodovat), zobrazení vzorového řešení, nápověd, kontrolu odpovědí, vyhodnocení odpovědí, příběh (motiv procházky,



Obrázek 2.4: Záložka: trasy

nyní je v nabídce pouze procházka bez motivu nebo s pirátskou tematikou) a zda je nutné nejprve vyřešit podúlohy[3], nežli se přejde k úloze hlavní.

Po vytvoření procházky je do ní možné vložit libovolné, již vytvořené, úlohy. Můžete vkládat své úlohy i jiné zveřejněné, které se nacházejí v blízkém okolí místa, kde trasu tvoříte. Úlohy vložíte a můžete upravovat pomocí ikony cesta v horní liště. Zde v sekci úlohy v blízkosti přidáte všechny úlohy, které chcete využít. Jejich pořadí či smazání je možné upravovat v záložce úlohy v trase. Pořadí úloh je vhodné zvolit tak, aby na sebe úlohy navazovaly v nějakém logickém sledu a řešitel se nemusel neustále vracet. Můžete vytvořit jednosměrnou cestu vpřed nebo je někdy vhodné se posledním úkolem dostat opět na počátek.



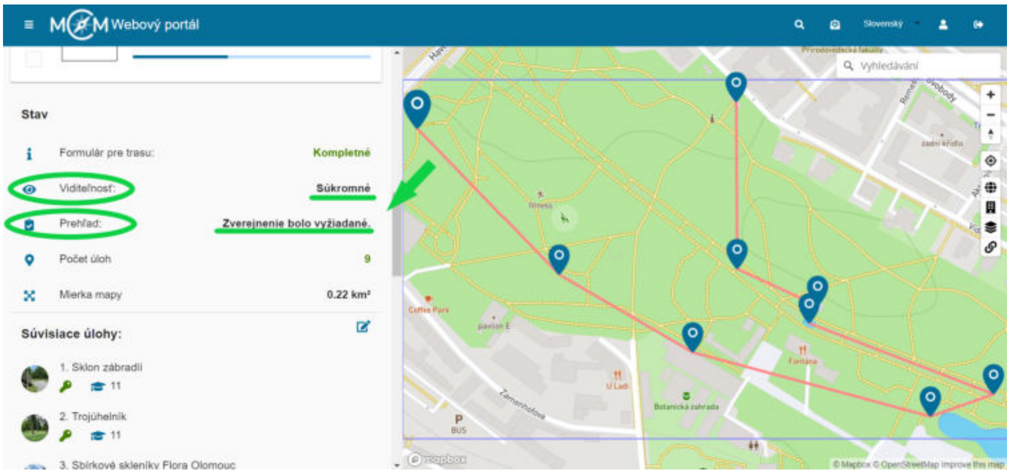
Obrázek 2.5: Ikona vložení úloh do trasy a jejich úprava

Nyní je jasné, že úlohy nejsou na procházkách závislé a je tedy možné je využít do více než jedné procházky. Je nutné mít ale na paměti, že upravíte-li úlohu, upraví se ve všech procházkách a ne pouze v jedné konkrétní. Chcete-li ji poupravit pouze pro jednu trasu z několika, je možnost využít kopírování úlohy a udělat úpravy v její kopiii.

[3] „čiastkové úlohy“

Trasy i úlohy můžeme sdílet a zveřejňovat, chceme-li, aby byly procházeny a sloužily více než jen pro náš soukromý účel. O zveřejnění žádáme u procházek i úloh stejně. Při hotové procházce v části stav je vždy nejprve *viditelnost* psána jako soukromá. Změníme to stisknutím tlačítka *přehled*[4] o řádek níže potvrzením svých práv a žádostí o zveřejnění. Pak už nezbývá než čekat, než vám procházku (nebo úlohu) zkontroluje pověřená osoba.

Pro procházení tras soukromých, ať už z důvodu, že jste je vytvořili jen pro vlastní potřebu nebo čekáte na zveřejnění, existují možnosti sdílení každé úlohy nebo procházky pomocí kódu[5] nebo vložením do vaší skupiny.



Obrázek 2.6: Zveřejnění trasy po zvolení této konkrétní úlohy

Procházky je kromě elektronické podoby také možné řešit úplně offline v podobě pracovních listů. Každá procházka má tuto možnost připravenou pod svým popisem vedle ikony oblíbené (hvězda). Zde si dokonce můžete zvolit ze tří variant: pouze soubor příkladů, pracovní list s vyhrazeným místem pro první tip a také výpočty nebo soubor obsahující krom tohoto všeho i vzorové řešení nahrané na webovou stránku. Mějte na paměti, že nemají-li žáci možnost přístupu k internetu pro řešení úloh, nemají ho ani pro dohledávání informací a je třeba navíc vzít například nějaké učebnice, tabulky nebo i kalkulačky, nemají-li s sebou mobilní telefony.

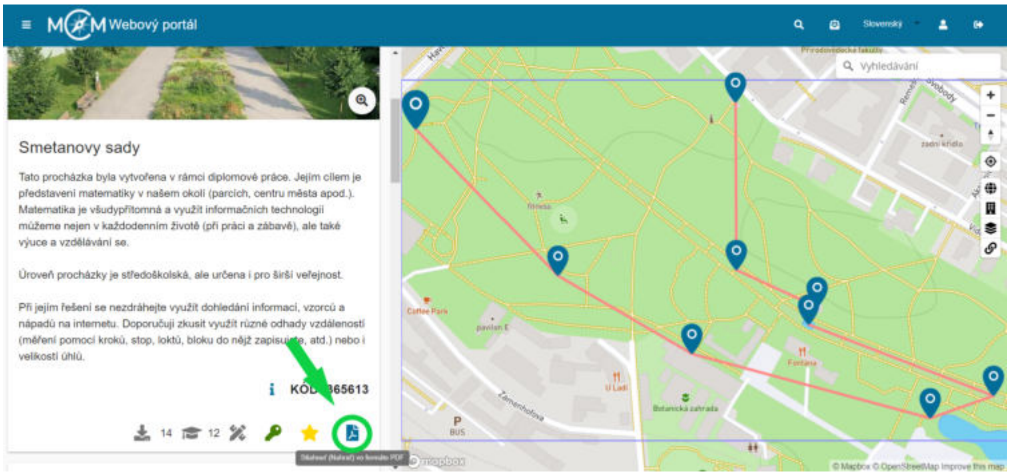
Digitální třída

Velmi vhodným nástrojem pro školní využití (nebo v kroužku či příměstském táboře) je *digitální třída*. Naleznete ji v každé procházce, do které máte přístup, tj. vaší, jiné veřejné nebo s vámi sdílené procházce. Když otevřete trasu na horní liště, naleznete zde piktogram učitele před tabulí, čímž prostředí tříd otevřete. Jakmile otevřete tvorbu nové třídy, vyplníte si vy, jako vedoucí/učitel, název této třídy, datum a čas začátku (tj. můžete si třídu předchystat dopředu), dobu trvání (maximální čas, jaký mohou žáci/řešitélé využít, po uplynutí této doby to již nebude možné).

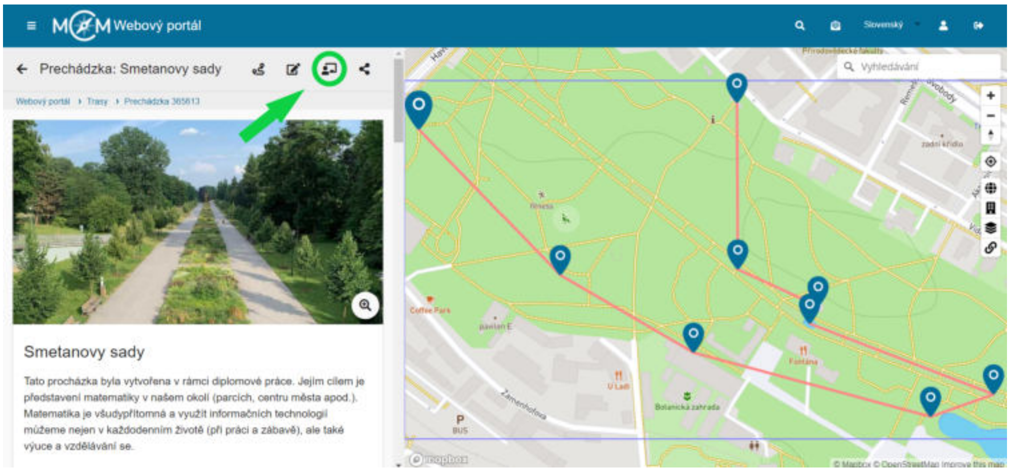
Dále je vhodné vložit uvítací zprávu, která se všem žákům nebo skupinám zobrazí při jejich přihlášení do této třídy, a podobně zprávu, jež se se všemi rozloučí. Do těchto zpráv vepište například specifické požadavky, zda mohou využít internet, co vše jim

[4] V angličtině „review“.

[5] Kód procházky naleznete například v seznamu procházek nebo po otevření přímo v hlavičce pod zadáním úlohy. Je zpravidla šestimístný. Úlohy mají svůj, zpravidla sedmimístný, kód v seznamu úloh po otevření dlaždice úlohy nebo po jejím otevření v horní liště.



Obrázek 2.7: Pracovní listy v pdf



Obrázek 2.8: Lokace digitální třídy pro danou procházku

může pomoci a na závěr poděkování, rozloučení nebo informaci, kam se po vyřešení dostavit.

V nastavení digitální třídy zvolte, zda chce mít aktivní vedení procházky nebo nikoli. Tato možnost ukazuje skupinkám, jak jsou na tom bodově, a porovnává je s ostatními skupinami. Přispívá k soutěživosti. Také lze nastavit, zda chcete řešitelům určit počáteční úlohu, nebo je necháte zvolit si ji individuálně.

Po vytvoření digitální třídy počkáte, až si žáci nahrají kód třídy do aplikace a připojí se. Kód každé třídy se zobrazí po jejím otevření. Ve třídě se vám zobrazí název každé skupiny, která se přihlásí, a také jména jejich členů. Počet skupin a členů není nijak omezen, ale volte v každé skupině takový počet členů, aby měl každý možnost se zapojit, nebýt vyčleněn anebo nepracovat. Jsou-li skupiny připojeny k internetu po celou dobu, vidíte vždy ihned tuto úlohu barevně označenou. Zeleně je-li úloha správně vyřešena (na počtu pokusů při odpovědi nezáleží, zde se pouze strhávají body), oranžově, je-li úloha správně v rámci rozšířených mezí, a šedě, byla-li úloha přeskočena po neúspěšném pokusu o odpověď.

Je možnost kdykoliv v průběhu napsat zprávu všem skupinám (například, že jim zbývá posledních 15 minut, nápovědu navíc, zjištění vlastní chyby a jiné) nebo konkrétní skupině. Všem napíšete prostřednictvím ikony v pravém horním rohu hlavního panelu, pouze jedné skupině po rozkliknutí okna s jejím jménem, ocitnete se ve vašem společném chatu. Vedle chatu je zde také záložka *events*, kde se vždy objeví každá činost, jež skupina v aplikací provádí: přihlášení, správná odpověď, špatná odpověď, zobrazení nápověd.

V digitální třídě si můžete v nastavení také navolit například prodloužení času, vypnout nebo zapnout zabarvování úloh, skrývat neaktivní týmy a příjem zpráv. Události digitální třídy jsou výpisem všech dějů všech skupin chronologicky řazeny.

Nejsou-li skupiny po dobu procházky připojeny stabilně k internetu, zobrazí se vám děj a splnění úloh ihned po jejich připojení.

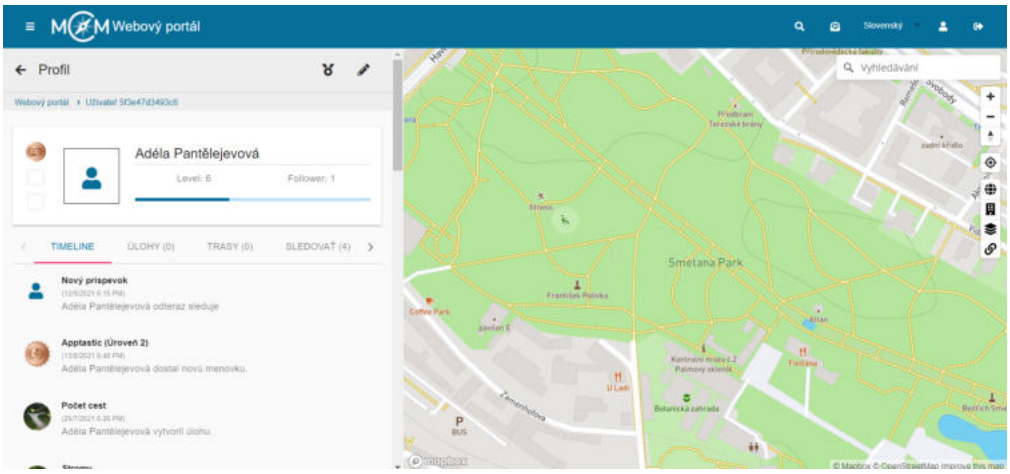
2.1.3 Skupiny a profil

Skupiny jsou sdruženími uživatelů, ve kterých si můžete sdílet procházky zveřejněné i nezveřejněné. Je to praktický a rychlý způsob, jak někomu nasdílet více materiálů bez velkého množství kódů. Skupiny můžete vytvářet, ale také se do dalších přidávat. Skupinu vytvoříte pomocí znaménka + v sekci *skupiny* a pojmenujete ji dle vašeho účelu. Další členové se mohou přidat do skupiny pomocí kódu, který jim sdělíte. Kód naleznete ve skupině v horní lište po stisknutí tlačítka sdílení.

Stejným způsobem se můžete vy přidat do skupiny, stačí zadat kód, který vám jiný člen této skupiny poskytne. Kód zadáte pomocí ikony vstup do skupiny, který se nachází v sekci skupiny na horní liště.

Úlohy a trasy do skupin přidáte pomocí přidání každé této položky zvlášť. Nacházíte-li se v trase (úloze), na horní lište vpravo naleznete ikonku sdílení, poté stačí už jen zvolit skupinu, do níž ji chcete přidat. Díky této funci všichni členové můžou používat vaše trasy a úlohy, ať jsou sdílené či nikoliv. Každou úlohu, která je se členy nasdílena, si mohou zkopírovat.[6]

Sekce *profil* je vaší vizitkou, můžete si zde aktualizovat osobní informace, sledovat ocenění, která získáváte za svoji tvorbu, a také zjistit, kdo jsou vaši sledovatelé. Sledujte své pokroky.

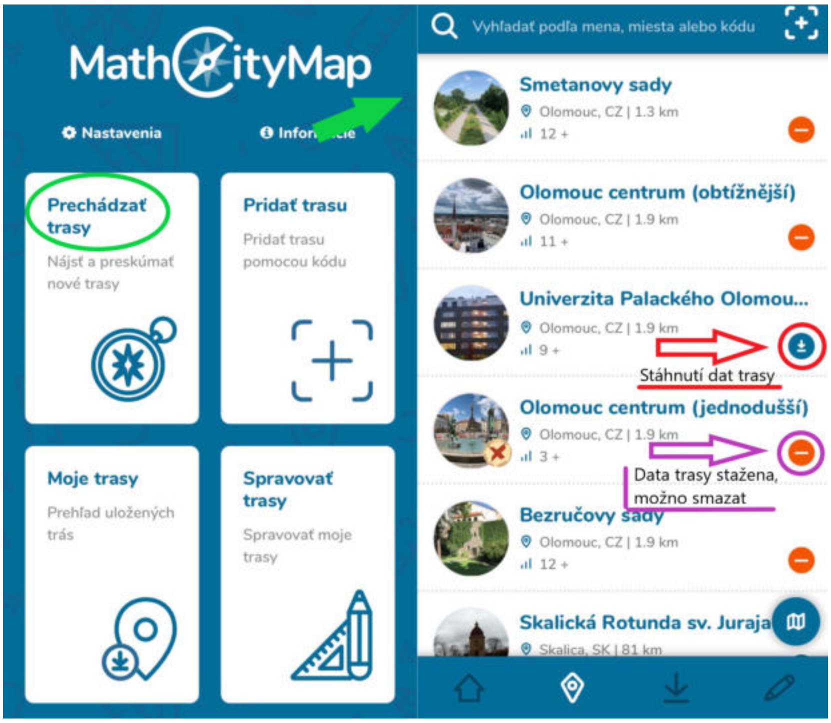


Obrázek 2.9: Náhled profilu

[6]Platí pouze na úlohy sdílené zlášť, na úlohy z procházek nikoliv, musely by být individálně nasdíleny navíc.

2.2 Používání aplikace

Aplikace *MathCityMap* je určena k řešení úloh a procházení tras. Je dostupná na všech chtrých telefonech a tabletech nezávisle na operačním systému. Po stažení aplikace máte možnost ihned trasy procházet a stahovat bez jakékoliv registrace. Aplikace je přeložena v jedenácti světových jazycích, stačí si v nastavení zvolit pro vás ten nejkomfortnější.

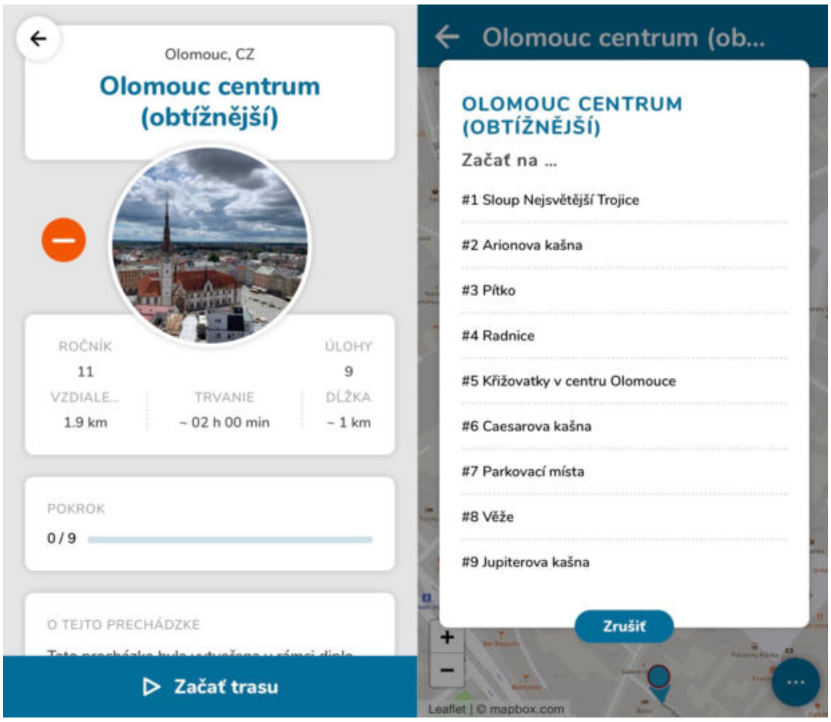


Obrázek 2.10: Prostředí aplikace

Při otevření dlaždice *procházet trasy* uvidíte všechny veřejné trasy v seznamu uspořádané podle polohy od té vám nejbližší. Můžete si trasy zobrazovat místo na seznamu také na mapě, přepněte ikonou mapy v pravém dolním rohu.

Nežli budete trasu procházet, přečtěte si její základí údaje: popis, vzdálenost, délku procházky, jež během ní ujdete, přibližnou dobu trvání, počet úloh, ročník, od nejž jsou všechny úlohy řešitelné (je to tedy ročník nejobtížnější z úloh trasy). Také zde najdete vypsáno pomocné vybavení, které se vám může hodit během řešení. Všechna data k procházce je potřeba si nejdříve stáhnout pomocí ikony nacházející se v seznamu tras u každé z nich vpravo nebo po rozkliknutí vedle titulního obrázku. Poté vám již nic nebrání, běžte řešit.

Nejprve budete tázáni, zda si přejete začít s úlohou, kterou tvůrce procházky naplánoval jako první úlohu nebo si chcete zvolit začínat jinde. Volba je na vás, podle praktičnosti. Zvolíte-li si variantu procházení dle autora, bude se vám dále vždy nabízet pouze jedna úloha, ta navazující. Při otevření každé úlohy spatříte její titulní obrázek, zadání a pole pro odpověď (tu můžete zvolit z možností, vypisovat nebo např. u GPS úloh pouze odeslat polohu, až jste na správném místě dle zadání). Nevíte-li si rady, vždy by vám měly být k dispozici nápovědy (jedna, dvě nebo tři). Využít je můžete pomocí tlačítka žárovky a pouze než odpovíte správně. Po správné odpovědi už se vám dokáže zobrazit jen první nápověda a z ostatních se již informace nedozvíte. Co ale po správné odpovědi můžete získat je vzorové řešení. To se vám nabídne automaticky po



Obrázek 2.11: Procházka a seznam jejích úloh

dokončení úlohy vedle možnosti přejít k další úloze nebo po otevření libovolné již vyplněné úlohy pod políčkem s fajfkou (vedle tlačítka dále). Bonusem je jistě zajímavost, kterou vás autor může potěšit jako přidanou hodnotou. Okénko *věděli jste že*, jež vám tyto informace předá, se nachází ve spodní části úlohy nad kontaktem na autora. Ten neváhejte využít v případě jakýchkoliv potíží, nebo při změně místa či údajů úlohy.

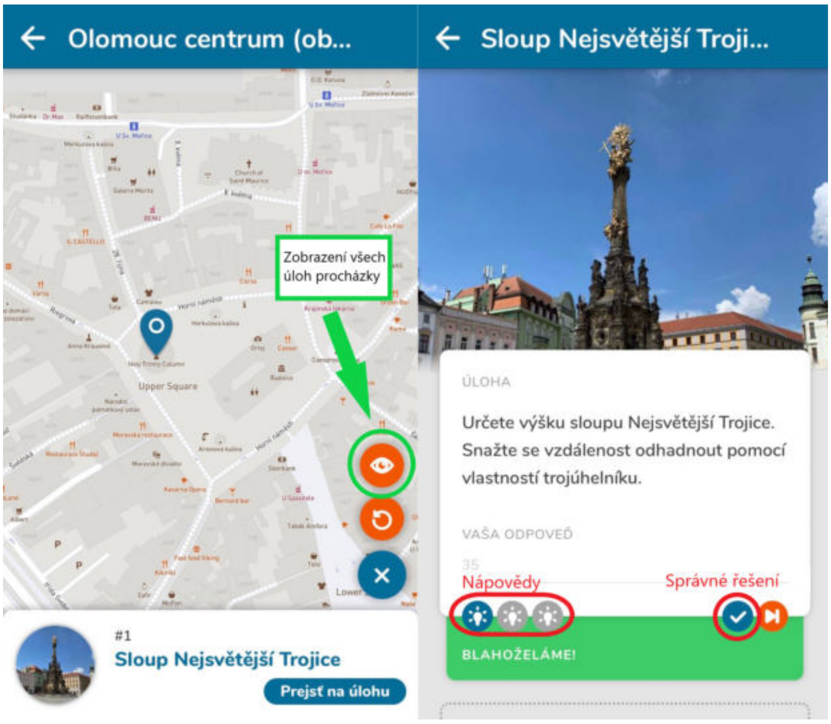
Má-li některá z úloh podúlohy, které je třeba vyřešit, než přejdete k úloze hlavní, vyskočí na vás okénko, které vás k tomuto vyzve pomocí stisknutí ikony seznamu. Po zvolení seznamu úloh vám aplikace bude jednu po druhé otevírat, než je všechny splníte. Ke každé z úloh se můžete vrátit, vidět vaše skóre při jejím řešení, přečíst si znovu zajímavost nebo zadání. Úlohy (nikoliv podúlohy, ty jen pokud to autor pro danou procházku povolí v nastavení), je možno přeskočit nebo vynechat, i přes možnost, kdy na začátku zvolíte trasu dle autora. Zvolte na mapě tři tečky v pravém dolním rohu nebo vlajku a můžete mezi všemi volit na mapě nebo v seznamu[7].

Trasy, které vás nenadchnou a jejichž data by vám zabírala zbytečně kapacitu v mobilním telefonu, můžete opět smazat. Místo ikony stáhnutí dat je u stažených procházek oranžová ikona znaménka mínus, ta slouží právě k odstraňování.

Procházky je možné řešit jak online, tak offline, jelikož po stažení všech dat procházek a úloh již aktivní internetové připojení není nutné. Je však i nadále výhodné řešit úlohy s přístupem k internetu (alespoň občasným), jelikož v dnešní době není nejdůležitější, alespoň dle mého soudu, znát všechny informace po celou dobu studia a vlastně celý život. V dnešní moderní době nalezneme vše, kromě knih, na známých vzdělávacích servrech a i jinde s pomocí vyhledávačů. Stačí tedy znát základní fakta, názvy a souvislosti a zbylé si vše můžete vyhledat.

Chcete-li si otevřít procházku či trasu, která není veřejná, ale byl vám poskytnut

[7] Vždy se v menu v pravém dolním rohu nachází právě jedna z možností oko nebo vlajka. Pro nalezení opačného nejprve zvolte tu dostupnou variantu a poté se vám objeví ta zbylá.



Obrázek 2.12: Úloha procházky na mapě, menu pod zobrazením tří teček / Lokace nápověd a správné odpovědi u dané úlohy

Obrázek 2.13: Podúlohy a jejich ikona

kód, můžete jej zadat pomocí dlaždice *přidat trasu*[8]. Tímto způsobem se můžete přidat i do digitální třídy. Zádáte kód, jenž vám učitel zprostředkuje a vyplníte název vaší

[8] Jiný způsob je také pomocí vyhledávače nebo tlačítka plus v horní lište při vstupu přes procházet trasy.

skupiny a jména všech členů. Pak můžete vyplňovat procházku klasickým způsobem. U digitálních tříd je dále více než vhodné, abyste byli přihlášeni přes člena vaší skupiny, který může mít internet po celou dobu řešení všech úloh. Jedině tak vás učitel může sledovat při vaší cestě, kontrolovat vás, vidět vaše odpovědi, ale také vám zasílat zprávy s informacemi a menší nápovědou nebo radou. I vy se můžete dotazovat vašeho učitele pomocí chatu. Ikonu zprávy naleznete pod třemi tečkami v pravém dolním rohu.

Dolní lišta obsahuje čtyři ikony, domov (vstupní domovská stránka aplikace), umístění (seznamy procházek, případně jejich zobrazení na mapě při přepnutí), stažené (všechy procházky, jejiž data jste si stáhli, ať veřejné nebo přidané soukromé) a tužku (tato sekce by měla být analogií webového portálu, ale ještě není zcela funkční).

Kapitola 3

Matematické procházky

Praktickou částí této diplomové práce jsou matematické procházky vyvořené v centru města Olomouce a okolních parcích. Procházky znázorňují různé typy úloh a jejich odpovědí, které je možné vytvářet, také rozličnost objektů, které můžete využít při tvorbě tras, a samozřejmě i historické, geografické i biologické zajímavosti o místech, do kterých se v procházkách podíváte. Našim cílem bylo ukázat na konkrétních příkladech, jak tvorba vypadá a že je možné ji realizovat v parcích, ale není problém využít i parkoviště, budovy, památníky nebo rozlehlá náměstí. Většina procházek je koncipována pro žáky středních škol, jejichž učitelstvím se mé studium zabývá, a dále jedna trasa je zaměřena na rodiny s dětmi v raném školním věku. Procházky si může však zkoušet celá veřejnost. Nutné znalosti jsou vždy uvedeny v jejím úvodu pomocí ročníku, v němž je většinou probíráno učivo nejtěžší úlohy z dané trasy.

Při procházce se spoléhám na možnost přístupu řešitelů k internetu, kde mohou dohledat data, vzorce, jednotky a jiné, jež není všechny nutné si pamatovat. Úlohy procházek se snaží v řešitelích vyvolávat kreativitu v myšlení. Mnoho z nich lze řešit rutinním výpočtem po změření, ale právě jakousi úvahou a nápadem mohu úlohu vyřešit rychleji, zajímavěji a také třeba bez využití jakýchkoliv pomůcek. Pomůcky a jiné potřebné údaje naleznete u každé z tras v aplikaci vypsané. My však i tak doporučujeme místo metrů, úhloměrů a podobně zapojit měření pomocí bloku (má-li nám známé rozměry A5, A4...), menší vzdálenosti pomocí dlaně nebo mobilu a odhadnout jen jejich vzálenost nebo změřit menším pravítkem, větší vzdálenosti pomocí stop nebo kroků (průměrný lidský krok je dlouhý 63 cm) a dalších nápadů. Pro odhadnutí úhlů uvádíme v nápovědách úloh, kde je to vhodné využít, další chytrou pomůcku. Pro výpočet nemusíte brát kalkulačky, chytré mobily je mají zabudované[1]. Dále můžete mít nebo stáhnout aplikaci měření, která dokáže změřit vzdálenosti i úhly v prostoru[2].

Všechny úlohy, kromě GPS úloh, je možné řešit také v pracovním listu v PDF, který naleznete na portálu `https://mathcitymap.eu/sk/portal-sk/#!/` u každé procházky, na mapě v Olomouci nebo po vyhledání mého jména. Nebudou-li však procházky včas zveřejněny, zkuste je vyhledat pod jejich kódem. Kódy procházek naleznete níže.

[1] U některých zařízení se při otočení na šířku zobrazí rozšířená nabídka funkcí a operací.

[2] Například u zařízení značky Apple se zde nachází „úhloměr“, který přiložíte na požadovaný objekt, třeba schodiště nebo zábradlí, a vidíte jeho sklon.

3.1 Bezručovy sady

První procházka vznikla v Bezručových sadech v blízkosti Střední průmyslové školy stojírenské Olomouc, Slovanského gymnázia Olomouc a Střední školy technické a obchodní, Olomouc, Kosínova 4. Procházka a její úlohy jsou zaměřeny na středoškolské učivo a odpovídá tomu i jejich náročnost.

Naleznete zde úlohy zaměřené na témata obsahu a obvodu rovinného útvaru, povrchu a objemu tělesa (případně hustoty), kombinatoriky, četnosti (pravděpodobnosti), hledání středu a délky, teorii uzlů (varianty cest) a také doplňovací úlohu na základě porozumění textu.

Obrázek 3.1: Titulní fotka procházky: Bezručovy sady

Trasa je dlouhá přibližně 0,6 km a obsahuje 10 úloh. Je zamýšlena ve směru od obnovené fontány u ulice Kosinova směrem k tržnici, procházet ji však můžete libovolně. Na procházku je dobré vzít si s sebou tužku a blok (nebo funce může zastat tablet) a;pro méně odvážné, co se odhadů týče, je vhodný i metr nebo pásmo.

Kód procházky pro zájemce na stažení je: 563091.

3.1.1 Sochy Herkulů

Zadání úlohy:

Vypočtěte obsah čtyřúhelníku ohraničeného sochami, víme-li, že jeho dvě strany jsou spolu rovnoběžné. Obsah uveďte v metrech čtverečních.

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 53\,m; 71{,}75\,m\rangle$. V intervalech $\langle 45\,m; 53\,m)$ a $(71{,}75\,m; 75\,m\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Obrázek 3.2: Úloha 1: Sochy Herkulů

Ukázka řešení:

Útvar je lichoběžník, tedy jeho obsah vypočítáme pomocí vzorce $S = \frac{(a+c)\cdot v}{2}$, kde po změření (odkrokování): $a = 11{,}6\,m$; $c = 7{,}9\,m$; $v = 6{,}35\,m$.

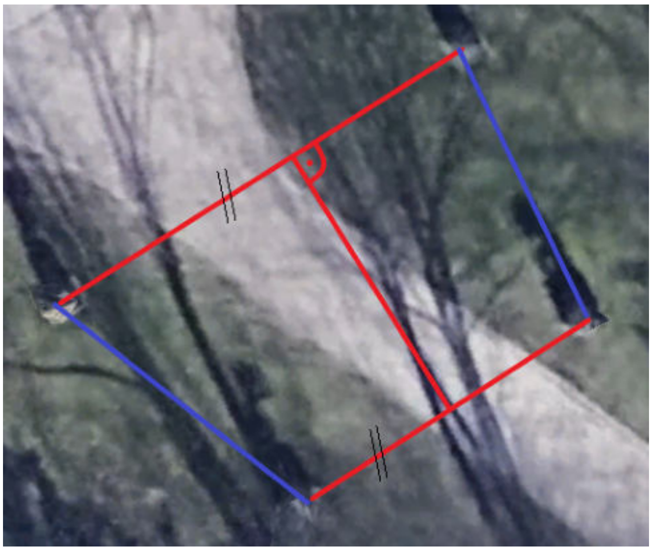
$$S = \frac{(11{,}6 + 7{,}9)\cdot 6{,}35}{2} \doteq 61{,}9\,m^2.$$

Obrázek 3.3: Ukázka řešení úlohy 1

Nápověda 1:

Vzdálenosti je možné odkrokovat, stačí odhadnout krok jako $1\,m$. Při kroku jiné (ale stále stejné) velikosti, počet kroků potom vynásobte jejich velikostí.

Nápověda 2:



Obrázek 3.4: Nápověda 2 úlohy 1

O objektu:

Na pískovcových podstavcích zde stojí čtveřice Herkulů. Každý představuje jedno roční období: jaro, léto, podzim a zimu. Barokní sochy byly do Bezručových sadů přemístěny v roce 1965, původně stávaly na zahradě konviktního dvora v Hejčíně.

Ročník:

9

Podúloha 1 - Čtyřúhelník

Zadání úlohy:

Čtyřúhelník vymezený sochami Herkulů je?

☒ lichoběžník

☐ kosodelník

☐ deltoid

Ukázka řešení:

Čtyřúhelník, jehož dvě strany jsou spolu rovnoběžné a zbylé se všemi různoběžné, se nazývá lichoběžník.

Nápověda 1:

Jsou některé ze stran spolu rovnoběžné?

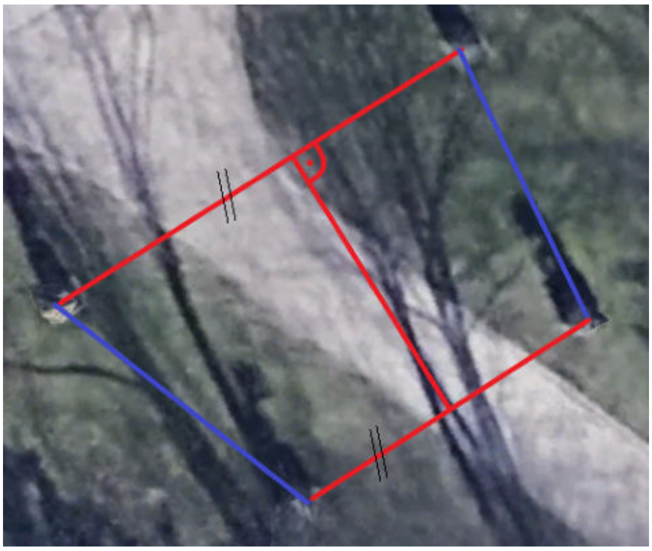
Nápověda 2:

Definujte nebo načrtněte si postupně obrazce z možností a zapište vlastnosti, které je navzájem odlišují.

Podúloha 2 - Nejkratší vzdálenost

Zadání úlohy:

Jakou nejmenší vzdálenost (v metrech) bychom museli ujít, abychom postupně obešli všechny čtyři sochy? (Žádnou nenavštívíme dvakrát).



Obrázek 3.5: Ukázka řešení 1. podúlohy úlohy 1

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 18{,}5\,m; 23{,}5\,m\rangle$. V intervalech $\langle 17{,}5\,m; 18{,}5\,m)$ a $(23{,}5\,m; 24{,}5\,m\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Úlohou je zjistit část obvodu čtyřúhelníku. Abychom postupně navštívili všechny čtyři sochy, půjdeme po třech stranách čtyřúhelníku. Máme-li najít nejmenší vzdálenost, sečteme tři nejkratší strany (resp. nevyužijeme pouze stranu s největší délkou). Tj. $6{,}8\,m + 7{,}9\,m + 7{,}05\,m = 21{,}75\,m$.

Úhlopříčky pro zadanou úlohu nemá smysl uvažovat, jsou delší než tyto tři nejkratší strany.

Obrázek 3.6: Ukázka řešení 2. podúlohy úlohy 1

Nápověda 1:

Změřte část obvodu čtyřúhelníku (nikoliv úhlopříčky, jelikož jsou delší než strany útvaru a zadáním je najít nejkratší vzdálenost).

Nápověda 2:

Chcete-li najít nejmenší číslo splňující zadání, hledejte nejkratší spojnice (strany), které vás ke všem sochám dovedou. Tři nejkratší strany.

3.1.2 Chůze po schodišti

Zadání úlohy:

Kolika možnostmi je možné vyjít schody nahoru, můžete-li stoupnout na každý schod, jít po dvou schodech, po třech i po čtyřech a ještě tyto způsoby kombinovat?

Obrázek 3.7: Úloha 2: Chůze po schodišti

Odpověď:

8

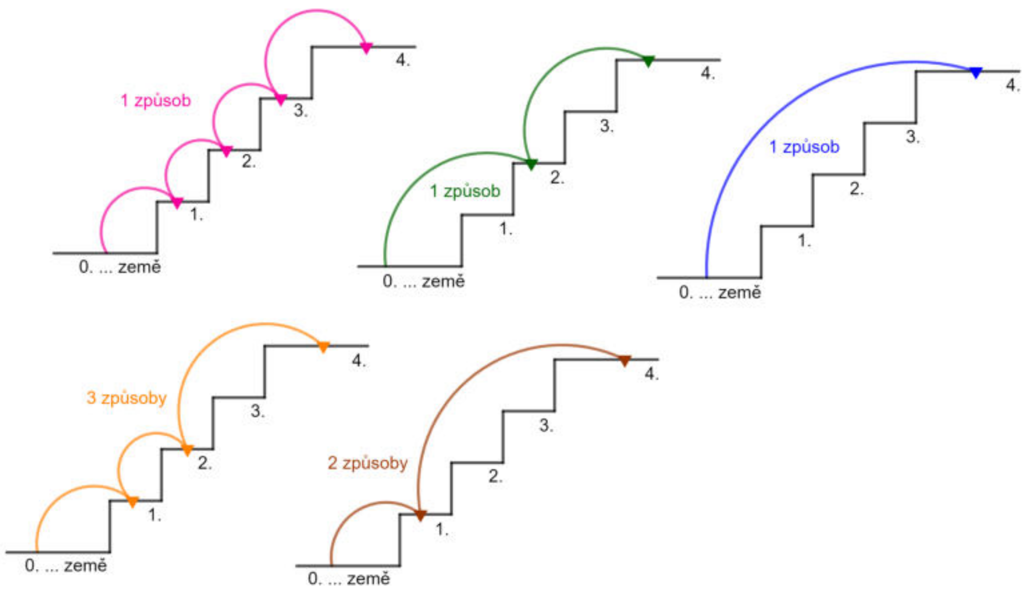
Ukázka řešení:

Jsou zde čtyři schody a země, jako nultý schod.

Z obrázku lze vidět, že jdete-li tak, že stoupnete na každý schod, je jeden způsob (kroky se od sebe navzájem neodlišují). Jdete-li vždy po dvou schodech (celkem 2 kroky), máte opět jeden způsob. Pouze po třech schodech není možné jít, nevycházejí kroky. Po čtyřech schodech je to pouze jeden krok, tj. jeden způsob. Systematicky tyto způsoby zapište: 1-1-1-1, 2-2, 4. Vždy musí být součet čtyři, dle počtu schodů.

Pokud varianty chůze kombinujete, nejprve využijte například stoupnout na dva schody po sobě a potom jednou po dvou (1-1-2), což je možné třemi způsoby (1-1-2, 1-2-1, 2-1-1). Další kombinací je chůze po třech schodech a potom poslední schod (nebo naopak, tj. 3-1 nebo 1-3), tj. 2 způsoby.

Jiné kombinace už nejsou možné (aby byl v systému součet prvků 4), a tedy celkem je 8 způsobů.



Obrázek 3.8: Ukázka řešení úlohy 2

Nápověda 1:

Je potřeba zjistit, zda jde přejít celé schodiště stejným typem chůze (kterými to jde a kterými ne) a jakými kombinacemi tak, ať kroky vycházejí.

Nápověda 2:

U každé možnosti, kterou naleznete, zkuste zaměňovat pořadí kroků, bude-li se stále jednat o stejný způsob, nebo je jich více.

Nápověda 3:

Můžete zkusit možnosti odkrokovat nebo nad úlohou pouze přemýšlet, ale vždy je dobré si nalezené způsoby systematicky zapisovat (např. 1-1-1-1 znamená každý krok zvlášť) nebo zakreslovat do obrázku se schody.

O objektu:

Schodiště je spojkou mezi Bezručovými sady a ulicemi Křižkovského a Wurmova. Při průchodu můžete zabloudit do parkánových zahrad u filozofické fakulty, které jsou ve správě Univerzity Palackého.

Ročník:

10

3.1.3 Klenuté okno

Zadání úlohy:

Vypočtěte povrch jednoho výklenku pro okno. Vyberte nejbližší (zaokrouhlený/nejsprávnější) výsledek.

- ☐ $0{,}8\,m^2$
- ☒ $2\,m^2$
- ☐ $35000\,cm^2$
- ☐ $600\,dm^2$

Obrázek 3.9: Úloha 3: Klenuté okno

Ukázka řešení:

Povrch útvaru získáme jako obvod okna krát jeho hloubka. V našem případě se skládá z poloviny obvodu kružnice, dolní části (průměr zmíněné kružnice) a dvou shodných postranních částí (viz obrázek).

$$S = (\pi r + 2r + 2d) \cdot h = (77\pi + 154 + 150) \cdot 34{,}5 = 18833{,}64\,cm^2,$$

což je přibližně $1{,}88\,m^2$ a nejbližší odpověď (nebo odpověď při zaokrouhlení na celé metry čtvereční) je $2\,m^2$.

Nápověda 1:

Povrch se spočte jako obvod okna krát jeho hloubka.

Nápověda 2:

Tento obvod je složen z půlkružnice, jejího průměru (dolní část) a dvou částí po stranách.

Obrázek 3.10: Ukázka řešení úlohy 3

O objektu:

K rekonstrukci schodiště i těchto prostor došlo v rámci projektu revitalizace parkánových zahrad. Fyzická rekonstrukce probíhala v letech 2010 a 2011.

Ročník:

10

3.1.4 Podstavec

Zadání úlohy:

Vypočtěte hmotnost (v tunách) podstavce památníku Petra Bezruče. Hustota pískovce, z něhož je podstavec vytvořen, je 1900−2700 kg/m^3 (pro výpočet zvolte 2200 kg/m^3).

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 2{,}75\,t; 2{,}9\,t\rangle$. V intervalech $\langle 2{,}6\,t; 2{,}75\,t)$ a $(2{,}9\,t; 3\,t\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Hmotnost tělesa se vypočítá jako součin hustoty a objemu tohoto tělesa. Samozřejmě je nutné dosazovat hodnoty ve správných jednotkách.

$$m = \rho \cdot V$$

Nejdříve spočteme objem. Těleso je komolý jehlan, tj. dosadíme do vzorce $V = \frac{1}{3} \cdot v \cdot \left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}\right)$, kde S_1 a S_2 jsou obsahy dolní a horní podstavy. Velikosti stran těchto podstav jsou zapsány v obrázku. Známe-li hustotu v kg/m^3, budeme údaje dosazovat v metrech, ať nemusíme převádět později.

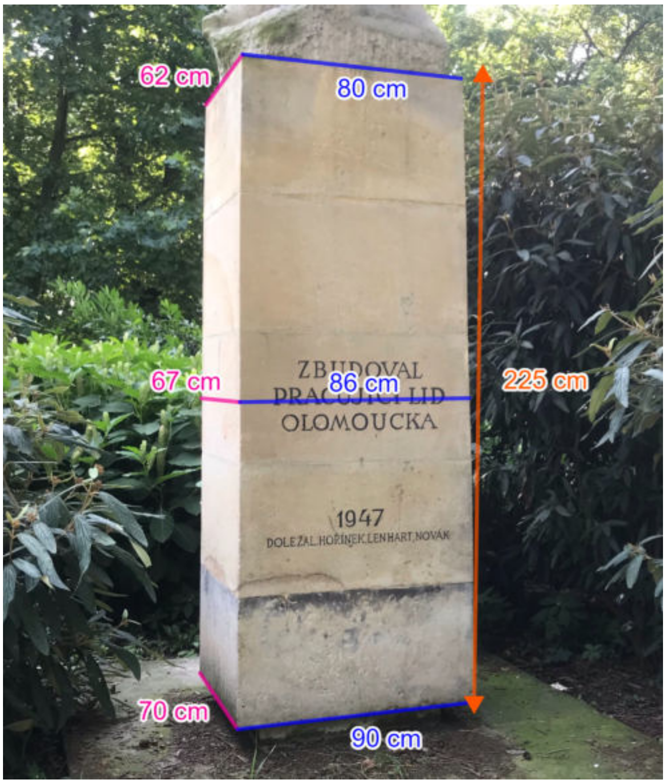
$$V = \frac{1}{3} \cdot 2{,}25 \cdot \left(0{,}9 \cdot 0{,}7 + 0{,}8 \cdot 0{,}62 + \sqrt{(0{,}9 \cdot 0{,}7) \cdot (0{,}8 \cdot 0{,}62)}\right) \doteq 1{,}2964\,m^3$$

Obrázek 3.11: Úloha 4: Podstavec

Hmotnost potom

$$m = \rho \cdot V = 2200 \cdot 1{,}2964 \doteq 2852\, kg,$$

což je 2,8 tuny.



Obrázek 3.12: Ukázka řešení úlohy 4

Nápověda 1:

Pro výpočet hmotnosti je nejdřív potřeba vypočítat hodnoty veličin, které budete do vzorce pro hmotnost dosazovat.

Nápověda 2:

Těleso, jehož objem je třeba spočítat, má tvar komolého jehlanu. Vzorec pro výpočet je možné najít na internetu.

Nápověda 3:

Jelikož stěny komolého jehlanu jsou hodně strmé, je jeho objem velmi podobný kvádru s podstavou o velikosti prostřední části komolého jehlanu.

O objektu:

Socha z roku 1947 ztvárňuje dílo Pěvci Slezských písní, dílo Petra Bezruče. Je památníkou na básníka, jenž v Olomouci zemřel ve věku devadesáti let a jehož jméno nese tento park.

Ročník:

12

3.1.5 Střecha altánu

Zadání úlohy:

Vypočtěte povrch střechy altánu, víte-li, že vzdálenost podstavy střechy od jejího vrcholu je 1,2 m.

Obrázek 3.13: Úloha 5: Střecha altánu

Odpověď:

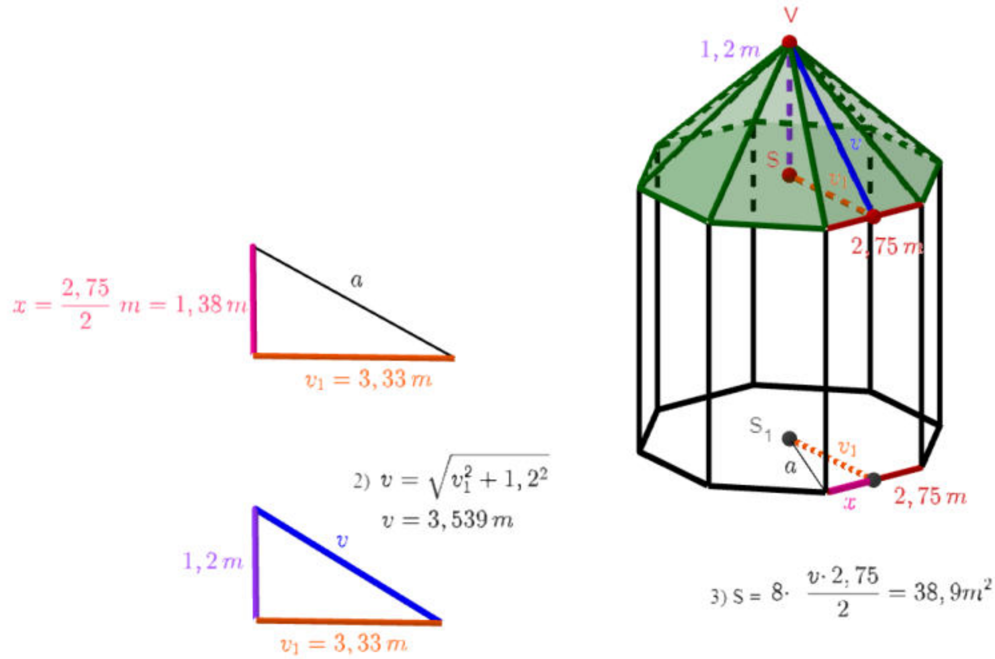
Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 28\,m^2; 41\,m^2\rangle$. V intervalech $\langle 25\,m^2; 28\,m^2)$ a $(41\,m^2; 43\,m^2\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Příklad je možné vyřešit např. pomocí vzdáleností, které jdou změřit přímo ze země bez jakéhokoliv žebříku apod. Uvědomíte-li si, že jehlan zadaný střechou a její podstavou má stejnou podstavu, pravidelný osmiúhelník, jako hranol, který představuje zbytek altánu bez střechy (tedy "podlahu"v altánu). Vše potřebné lze změřit tam.

Podlaha v altánu má osm shodných stran, stačí tedy změřit pouze jednu. Měřte délku vnějšího okraje až za zábradlím, jelikož střecha přesahuje. Další vzdálenost, kterou je třeba změřit, je vzdálenost jednoho vrcholu podstavného osmiúhelníku od jeho středu, jež je v altánu vyznačen nebo vzdálenost středu strany osmiúhelníku od středu osmiúhelníku. Poslední potřebný rozměr, výška jehlanu, je uveden v zadání.

Postup: 1) změříme výšku v_1 jednoho z trojúhelníků v podstavném osmiúhelníku, 2) vypočteme výšku v některém z trojúhelníků střechy altánu, 3) vypočteme povrch střechy jako součet obsahů všech osmi shodných trojúhelníků. Výpočty viz obrázek.



Obrázek 3.14: Ukázka řešení úlohy 5

Nápověda 1:

Úlohou je vypočítat plášť osmibokého jehlanu, jehož výšku máte zadánu.

Nápověda 2:

Dále je nutné změřit výšku v trojúhelníku určeném jednou stranou osmiúhelníku a spojnic se středem.

Nápověda 3:

Povrch pláště jehlanu se počítá jako součet povrchů 8 stejných trojúhelníků, jejichž stranu již znáte (je třeba dopočítat jejich výšku).

O objektu:

Litinový altán pocházející z 20. století sloužil dříve především otevřeným hudebním koncertům. Novou střechu, jejíž povrch počítáte, dostal v roce 2007.

Ročník:

10

3.1.6 Mauzoleum

Zadání úlohy:

Doplňte text týkající se mauzolea. Čísla zapište slovně.

Jihoslovanské mauzoleum slouží pro uložení ostatků ______________ vojínů. V podzemní kryptě jsou ostatky ______________ (kolika) osob v ______________ rakvích. Tehdejší Jugoslávie, nynější Bosna a Hercegovina, Chorvatsko, Srbsko, ______________, ale také Černá Hora a ______________ bojovaly za ______________ světové války na straně Rakouska-Uherska.

Památník je stavba ve stylu ______________. Vstup do podzemní krypty zdobí reliéf truchlící ______________, český lev a znak Království Srbů, ______________ a Slovinců.

Obrázek 3.15: Úloha 6: Mauzoleum

Odpověď:

Jihoslovanské mauzoleum slouží pro uložení ostatků **jugoslávských** vojínů. V podzemní kryptě jsou ostatky **1224** osob v **dřevěných** rakvích. Tehdejší Jugoslávie, nynější Bosna a Hercegovina, Chorvatsko, Srbsko, **Slovinsko**, ale také Černá Hora a **Makedonie** bojovaly za **1.** světové války na straně Rakouska-Uherska.

Památník je stavba ve stylu **neoklasicismu**. Vstup do podzemní krypty zdobí reliéf truchlící **ženy**, český lev a znak Království Srbů, **Chorvatů** a Slovinců.

Ukázka řešení:

Řešením jsou i jiné varianty a formy správných odpovědí.

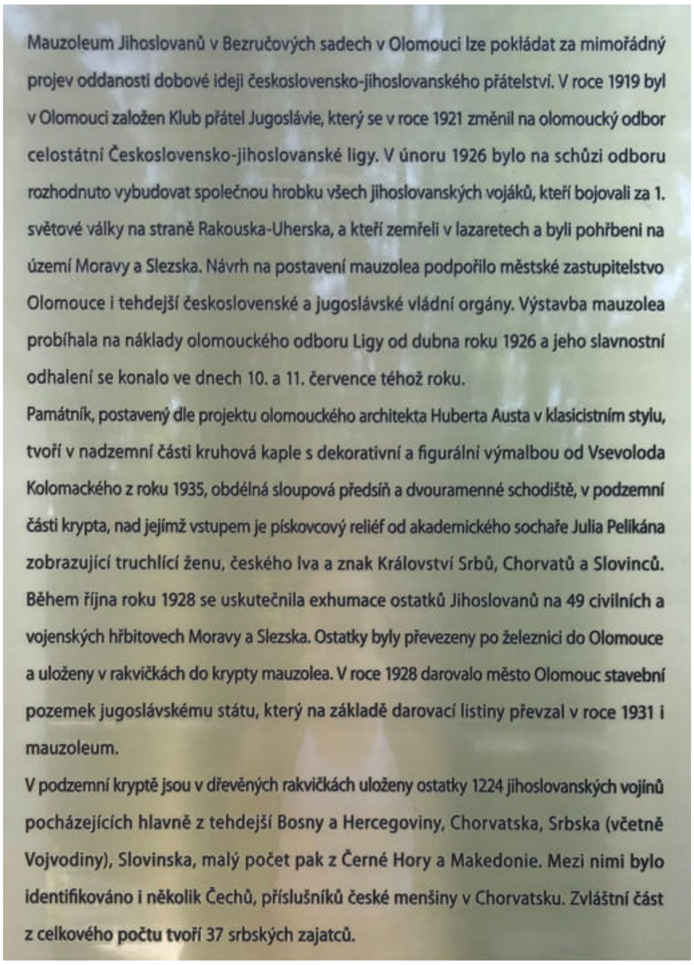
Nápověda 1:

Informace do doplňovačky naleznete na mauzoleu.

Nápověda 2:

Všechny informace jsou napsány na informační desce nebo jsou zde reliéfy dobře viditelné.

O objektu:


Mauzoleum Jihoslovanů v Bezručových sadech v Olomouci lze pokládat za mimořádný projev oddanosti dobové ideji československo-jihoslovanského přátelství. V roce 1919 byl v Olomouci založen Klub přátel Jugoslávie, který se v roce 1921 změnil na olomoucký odbor celostátní Československo-jihoslovanské ligy. V únoru 1926 bylo na schůzi odboru rozhodnuto vybudovat společnou hrobku všech jihoslovanských vojáků, kteří bojovali za 1. světové války na straně Rakouska-Uherska, a kteří zemřeli v lazaretech a byli pohřbeni na území Moravy a Slezska. Návrh na postavení mauzolea podpořilo městské zastupitelstvo Olomouce i tehdejší československé a jugoslávské vládní orgány. Výstavba mauzolea probíhala na náklady olomouckého odboru Ligy od dubna roku 1926 a jeho slavnostní odhalení se konalo ve dnech 10. a 11. července téhož roku.
Památník, postavený dle projektu olomouckého architekta Huberta Austa v klasicistním stylu, tvoří v nadzemní části kruhová kaple s dekorativní a figurální výmalbou od Vsevoloda Kolomackého z roku 1935, obdélná sloupová předsíň a dvouramenné schodiště, v podzemní části krypta, nad jejímž vstupem je pískovcový reliéf od akademického sochaře Julia Pelikána zobrazující truchlící ženu, českého lva a znak Království Srbů, Chorvatů a Slovinců. Během října roku 1928 se uskutečnila exhumace ostatků Jihoslovanů na 49 civilních a vojenských hřbitovech Moravy a Slezska. Ostatky byly převezeny po železnici do Olomouce a uloženy v rakvičkách do krypty mauzolea. V roce 1928 darovalo město Olomouc stavební pozemek jugoslávskému státu, který na základě darovací listiny převzal v roce 1931 i mauzoleum.
V podzemní kryptě jsou v dřevěných rakvičkách uloženy ostatky 1224 jihoslovanských vojínů pocházejících hlavně z tehdejší Bosny a Hercegoviny, Chorvatska, Srbska (včetně Vojvodiny), Slovinska, malý počet pak z Černé Hory a Makedonie. Mezi nimi bylo identifikováno i několik Čechů, příslušníků české menšiny v Chorvatsku. Zvláštní část z celkového počtu tvoří 37 srbských zajatců.

Obrázek 3.16: Ukázka řešení úlohy 6

Mauzoleum podle návrhu architekta Huberta Austa bylo postaveno nákladem Československo-jihoslovanské ligy, aby v něm byly uloženy ostatky 1187 jugoslávských vojáků, kteří zemřeli v olomouckých vojenských nemocnicích během 1. světové války. Později sem byly svezeny ostatky i z jiných částí republiky. Památník byl slavnostně vysvěcen 11. července 1926.

Ročník:
6

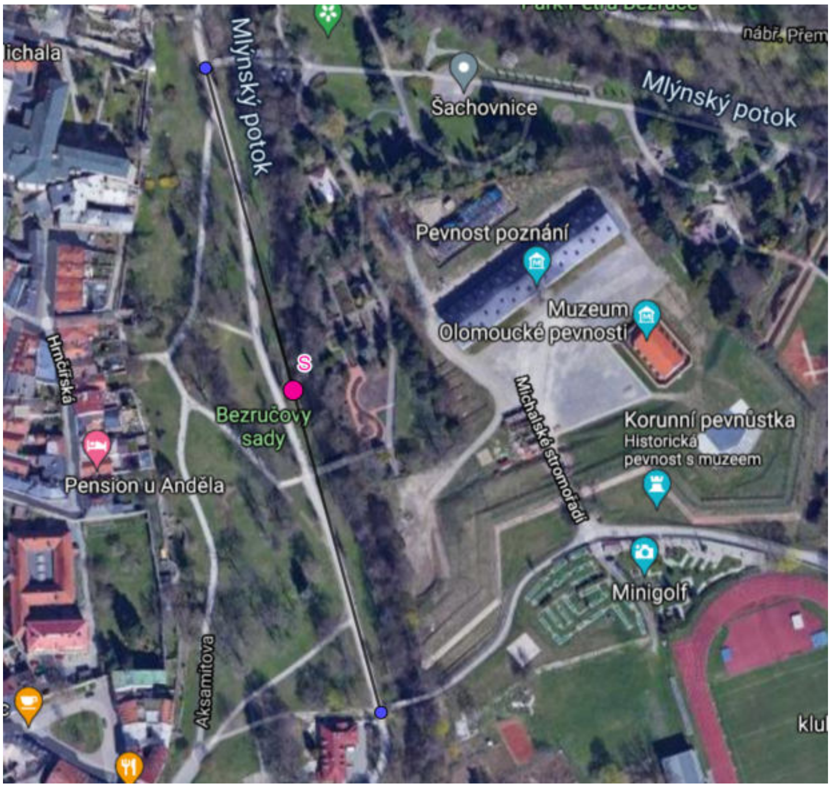
3.1.7 Střed

Zadání úlohy:
Najděte místo (na chodníku), ze kterého je stejně vzdálen most vedoucí do botanické zahrady a most do Korunní pevnůstky.

Ukázka řešení:
Střed celé cesty se nachází mezi vchody na menší cestičky z hlavní cesty.

Nápověda 1:
Zkuste si stoupnout na vámi vytipované místo a zrakem zkontrolovat, zda se jedná o střed.

Obrázek 3.17: Úloha 7: Střed



Obrázek 3.18: Ukázka řešení úlohy 7

Nápověda 2:

Můžete si pomoci použitím map v mobilu. Na menší vzdálenosti je střed lépe odhadnutelný.

Nápověda 3:

Také můžete vzdálenost sami odkrokovat. Jste-li ve skupině, mohou jít dva členové proti sobě a označit místo, kde se sejdou.

O objektu:

Promenádní cesta v Bezručových sadech, po které se právě procházíte, byla vybudována v roce 1835 podél Mlýnského potoka. Parkové prostory v okolí této promenády byly upraveny až v roce 1905. Park nejdříve nesl jméno Michalský výpad (dle kostela sv. Michala, jehož zahrady byly k parku připojeny), po roce 1905 Schillerovy sady, poté Tyršovy sady a od roku 1947 nesou dnešní název Bezručovy sady.

Ročník:

4

3.1.8 Stromy

Zadání úlohy:

Jaký je podíl zastoupení kaštanů a javorů mezi všemi stromy v úseku vymezeném hlavními (asfaltovými) cestami a první příčnou cestičkou? (Cestičkou je myšlena ta, která je znázorněná na fotografii a úsek podle lokace úlohy.) Zapište desetinným číslem.

Obrázek 3.19: Úloha 8: Stromy

Odpověď:

Četnost kaštanů je 0,35. Četnost javorů je 0,3.

Ukázka řešení:

V tomto úseku je celkem 20 stromů, z toho 7 kaštanů a 6 javorů. Četnost kaštanů je tedy $\frac{7}{20} = 0{,}35$ a javorů $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

Nápověda 1: Obrázek 3.20

Obrázek 3.20: Nápověda 1 úlohy 8

Nápověda 2:

Četnost je počet prvků, o které se zajímáte, ku celku, tedy podíl.

Nápověda 3:

Odpovědí je zlomek $\frac{\text{stromy, jejichž četnost chceme znát}}{\text{celek}}$.

O objektu:

V parku roste velmi různorodá flóra. Kromě kaštanů a javorů zde naleznete lípy, břízy a jiné. Další zajímavější druhy rostlin naleznete v botanické zahradě a rozáriu.

Ročník:

5

3.1.9 Schody

Zadání úlohy:

Je-li zábradlí na schodišti zhotoveno nařezáním jedné trubky, jak dlouhá musela alespoň být?

☐ 47 m

☐ 69 m

☒ 96 m

☐ 118 m

Ukázka řešení:

Musíme buď změřit všechny části schodiště a nebo jen některé části a zbylé odhadnout.

V dolní části se nachází u země dvě podpěry o velikosti 85 cm. Vertikální části měří 94 cm až 1 metr. Těchto částí je 18.

První část zábradlí směrem zespodu měří cca 5 metrů (na obou stranách), vždy jsou nad sebou 3 tyče, tj. 15 metrů po obou stranách. Na prvním mezipatře máme horizontálně tyče dlouhé cca třikrát cca 2,5 metru, opět tři nad sebou.

Obrázek 3.21: Úloha 9: Schody

Dále už jen zábradlí po pravé straně, zde každý úsek (kromě nejvyššího), mezi dvěma vedlejšími vertikálními tyčemi, měří 1,4 m až 1,45 m. Celkem devět úseků se třemi tyčemi nad sebou.

Poslední úsek měří třikrát 1,25 m.

$$d = 2 \cdot 0{,}85 + 18 \cdot 0{,}94 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 2{,}5 \cdot 3 + 3 \cdot (9 \cdot 1{,}4 + 1{,}25) = 96{,}87\,m$$

Nápověda 1:

Změřte si některé části, které se opakují a vynásobte počtem.

Nápověda 2:

Pokud se velikost „stejných částí“ (např. vertikálních trubek) liší o pár centimetrů, můžete vzít střední hodnotu nebo se zamyslet nad zadáním. Stojí tam psáno, kolik nejméně.

O objektu:

Schodiště spojuje Bezručovy sady s historickým centrem Olomouce. Vyjdete-li schodištěm vzhůru, vkročíte do ulic Purkrabská a Hrnčířská, na nichž stojí mnoho okouzlujících historických staveb. Dále se ulicí Kapucínskou dostanete ke kostelu Zvěstování Páně a na Dolní náměstí.

Ročník:

9

3.1.10 Počet cest

Zadání úlohy:

Kolika možnými cestami můžete od těchto schodů dojít k mostu vedoucímu do Korunní pevnůstky, nebudete-li zacházet dále než ke vchodu do botanické zahrady a za mateřskou školu? Žádným místem neprojdete dvakrát.

Obrázek 3.22: Úloha 10: Počet cest

Odpověď:

12

Ukázka řešení:

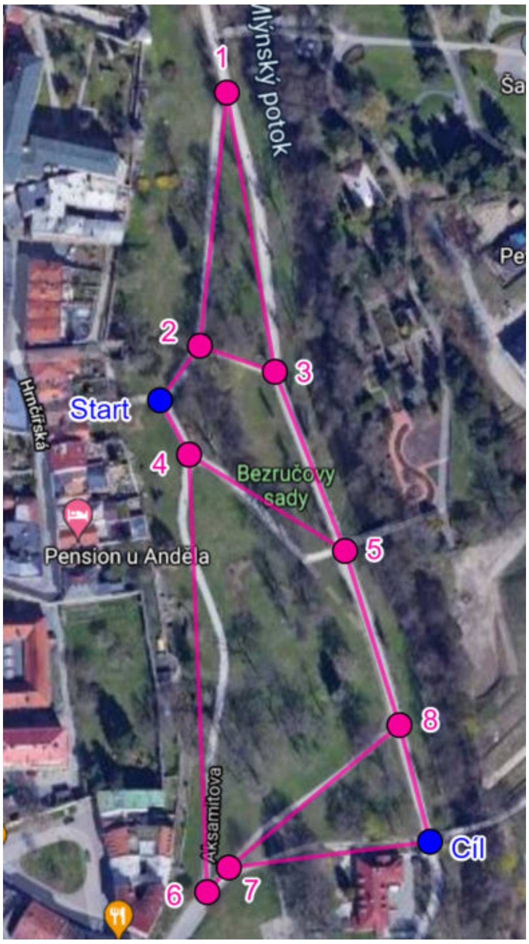
Pro přehlednost si označte všechny křižovatky, kterými je možné projít, číslicemi. Počáteční bod je popsán jako start (S) a koncový jako cíl (C).

Systematicky zapíšeme všechny možnosti tak, ať nevynecháme žádnou možnost.

S-2-1-3-5-8-C
S-2-1-3-5-4-6-7-8-C
S-2-1-3-5-4-6-7-C
S-2-1-3-5-8-7-C
S-2-3-5-8-C
S-2-3-5-4-6-7-8-C
S-2-3-5-4-6-7-C
S-2-3-5-8-7-C
S-4-5-8-C
S-4-5-8-7-C
S-4-6-7-8-C

S-4-6-7-C

Nejdříve všechny s průchodem přes křižovatku 1, potom jen 3, potom jen 5, 8 a poslední cestu. Celkem 12 možností.



Obrázek 3.23: Ukázka řešení úlohy 10

Nápověda 1:
Zkuste si na papír nakreslit mapku s body jako křižovatkami a hledat kombinace.

Nápověda 2:
Může být užitečné si tyto křižovatky označit například čísly nebo písmeny a postupně systematicky zapisovat varianty.

Nápověda 3:
Zde poskytuji obrázek očíslování trasy stejný jako v ukázce řešení.

O objektu:
V Bezručových sadech naleznete spoustu cest, stezek a také cyklostezku vedoucí podél Mlýnského potoka. Bezručovými sady se můžete dostat do centra (několika východy a schodišti přes hradby), na ulici 17. listopadu, do Korunní pevnůstky, k atletickému stadionu Lokomotiva, tenisovým kurtům i na třídu Jiřího z Poděbrad ke Slovanskému gymnáziu, Střední průmyslové škole strojírenské i Pedagogické fakultě Univerzity Palackého.

Ročník:
11

3.2 Olomouc centrum – obtížnější

Procházka „Olomouc centrum - obtížnější“ vznikla pro názornost matematických úloh na náměstích, v okolí budov (klasických či historických).

Obrázek 3.24: Titulní fotka procházky: Olomouc centrum - obtížnější

Chtěli jsme tímto ukázat, že úlohy podobného typu nebo na stejné probírané učivo je možné tvořit nejen kolem parků, rostlin apod., ale můžeme využít libovolné prostředí, třeba i toto diametrálně odlišné od předchozího. Její lokací je přímo centrum Olomouce, konkrétně Horní a Dolní náměstí čítající pět kašen, morové sloupy, radnici s orlojem a mnoho dalších historických budov s freskami a dekorativní výzdobou.

Naleznete zde úlohy zaměřené na témata měření (úhlů, vzdáleností), objemů těles, kombinatoriky, práce s textem a lokace pomocí GPS. Tato procházka je úrovní určená především pro žáky středních škol a starších.

Trasa je dlouhá přibližně 1 km a obsahuje 9 úloh. Začít procházku je možné kdekoliv, ale doporučuji začít dle plánu u Sloupu Nejsvětější Trojice. Na procházku se vám bude jistě hodit blok, tužka a možná i metr. Doporučujeme však využít odhadů, které proces výpočtu a odpovědí velmi urychlí.

Kód procházky: 575587.

3.2.1 Sloup Nejsvětější Trojice

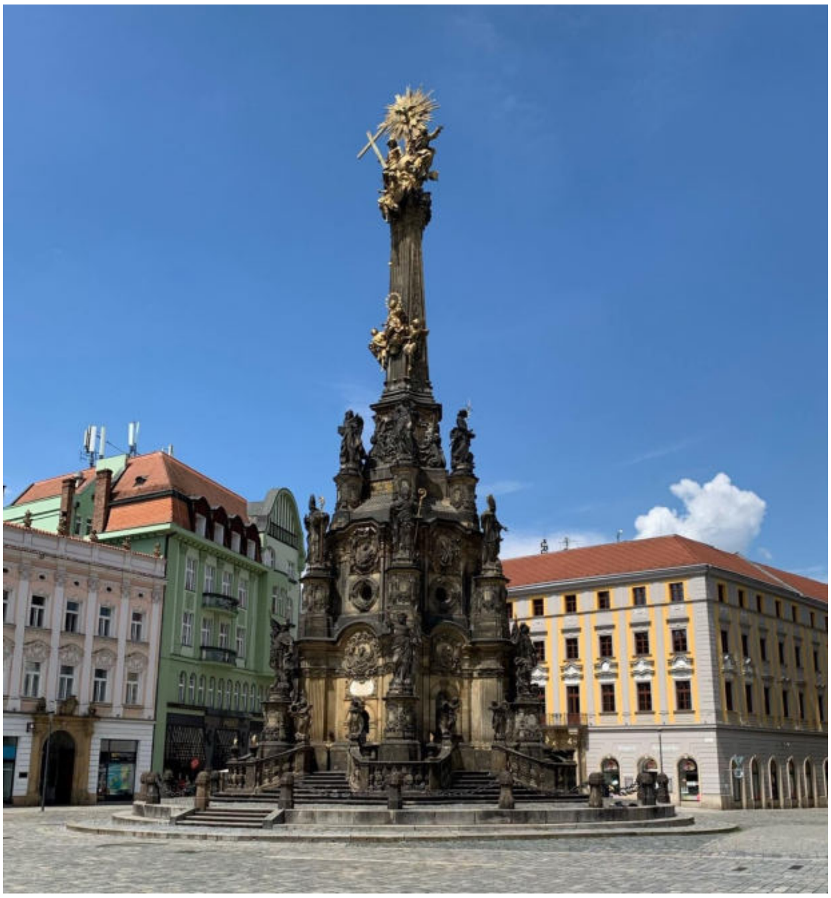
Zadání úlohy:

Určete výšku sloupu Nejsvětější Trojice. Snažte se vzdálenost odhadnout pomocí vlastností trojúhelníku.

Odpověď:

Výška sloupu je $35\,m$. Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 31\,m; 38\,m\rangle$. V intervalech $\langle 28\,m; 31\,m)$ a $(38\,m; 41\,m\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:



Obrázek 3.25: Úloha 1: Sloup Nejsvětější Trojice

K odhadu můžeme využít tangens v pravoúhlém trojúhelníku znázorněném na obrázku. Postavte se do určité vzdálenosti a odhadněte pod jakým úhlem je vidět z tohoto místa vrchol sloupu. Potom dosaďte úhel a vzdálenost do rovnice $\tan\alpha = \frac{x}{\text{naše vzdálenost}}$.

Například pokud stojíte u nejbližší části radnice směrem ke sloupu (viz obrázek), je vzdálenost ke středu sloupu Nejsvětější Trojice cca $38\,m$ a úhel pohledu na vrcholek $43\,^o$. Po dosazení $\tan 43\,^o = \frac{x}{38}$ je $x \doteq 35\,m$.

Je několik dalších možností řešení, např. pomocí jiných vlastností trojúhelníků pravoúhlých nebo obecných.

Úhel, pod kterým vrchol vidíte, je možné odhadnout z jakéhokoliv místa. Stačí natáhnout ruku s pěstí na výšku před sebe, představit si, že pěst nejprve máte položenou na zemi a vrchní bod pěsti je vidět přibližně pod úhlem $10\,^o$.

Nápověda 1:

Použijte goniometrické funkce pro výpočet stran pravoúhlého trojúhelníku (například tangens).

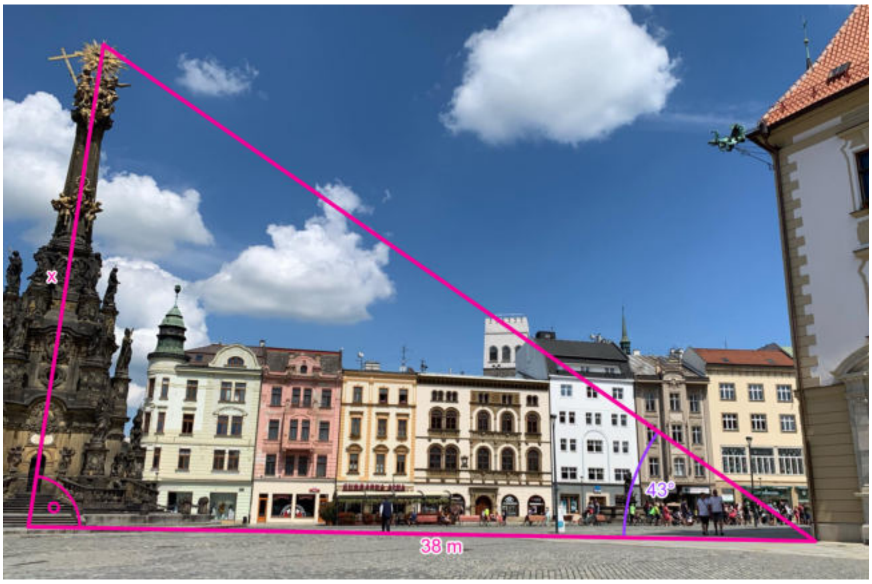
Nápověda 2:

Určete úhel pomocí odhadu rukou*, nebo na chytrých mobilech můžete mít aplikaci Měření nebo Vodováha.

*Natáhněte ruku s pěstí na výšku před sebe, představte si, že pěst nejprve položíte na zem a vrchní bod pěsti vidíme přibližně pod úhlem 10°.

Nápověda 3:

Z nejbližšího rohu radnice je vrchol sloupu vidět pod úhlem $43\,^o$.



Obrázek 3.26: Ukázka řešení úlohy 1

O objektu:

Sloup Nejsvětější trojice je největším sousoším České republiky. Od roku 2000 se nachází na Seznamu světového dědictví UNESCO.

Ročník:

11

3.2.2 Arionova kašna

Zadání úlohy:

Určete obvod kašny. Údaj zapište v metrech.

Obrázek 3.27: Úloha 2: Arionova kašna

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 30\,m; 37\,m \rangle$. V intervalech $\langle 28\,m; 30\,m)$ a $(37\,m; 39\,m\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Obvod se dá změřit pomocí pásma, provázku anebo odkrokovat. Při kroku přibližně $1\,m$ víte výsledek přímo, při kroku menší velikosti, což je obvyklé, musíte počet kroků vynásobit jejich délkou. Průměrný lidský krok měří $63\,cm$. Obvod je roven přibližně $32 - 34\,m$.

Nápověda 1:

Obvod změřte pomocí kroků.

Nápověda 2:

Pokud je váš krok přibližně metr, výsledek je počet kroků. Je-li váš krok menší, což je obvyklé, vynásobte počet kroků jejich délkou.

O objektu:

Plány na budování kašny byly již v 19. století. Realizace ovšem započala až v roce 1995. Kvůli povodním v roce 1997 byla kompletně dokončena až v září roku 2002.

Ročník:

4

3.2.3 Pítko

Zadání úlohy:

Vypočtěte, kolik litrů vody může maximálně obsahovat nadzemní část pítka.

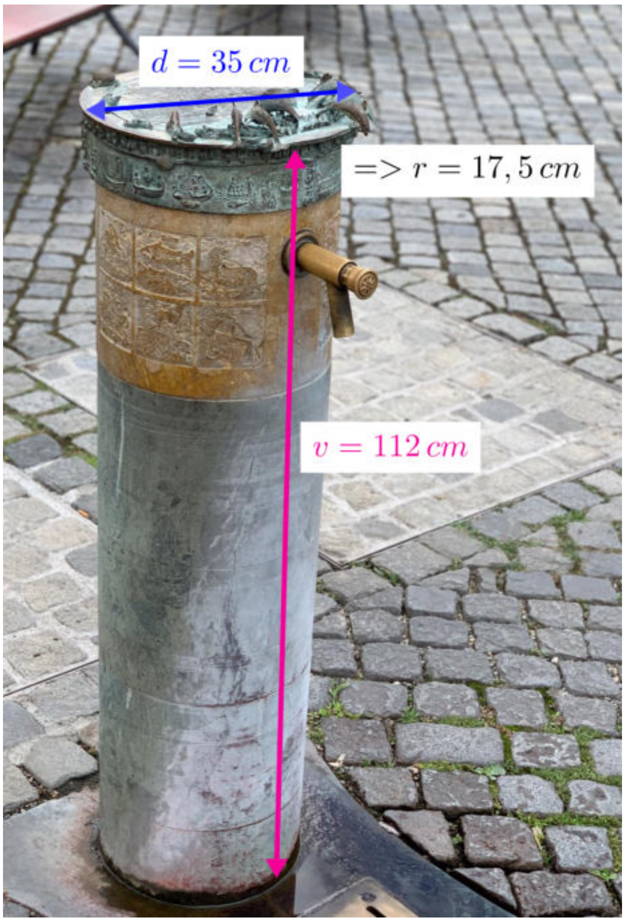
Obrázek 3.28: Úloha 3: Pítko

Odpověď:

Objem válce je přibližně 107,8 l. Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 85\,l; 125\,l\rangle$. V intervalech $\langle 75\,l; 85\,l)$ a $(125\,l; 135\,l\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Pítko je tvaru válce. Jeho objem se počítá pomocí vzorce $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v$. Průměr kružnice horní podstavy je cca 35 cm, tedy poloměr 17,5 cm. Výška válce je 112 cm. $V = \pi r^2 v = \pi \cdot 17{,}5^2 \cdot 112 = 107756{,}628\,cm^3$ což je přibližně 107,8 l.



Obrázek 3.29: Ukázka řešení úlohy 3

Nápověda 1:

Množství vody znamená objem pítka tvaru válce.

Nápověda 2:

Pro dosazení do vzorce změřte (odhadněte) poloměr horní podstavy tvaru kruhu a výšku pítka. Z různých jednotek převeďte na jednu.

Nápověda 3:

$1\,dm^3 = 1\,l$

O objektu:

Pítko je vyrobeno z bronzu a mramoru. Na bronzové hlavici se nachází mapa Středozemí. To vše má na svědomí světoznámý sochař Ivan Theimer, který z Olomouce i pochází.

Ročník:

8

3.2.4 Radnice

Zadání úlohy:

Jak vysoko jsou erby od země? Údaj zapište v metrech. Vzdáleností erbů od země máme na mysli vzdálenost jejich spodního okraje od země.

Obrázek 3.30: Úloha 4: Radnice

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 5\,m; 6\,m\rangle$. V intervalech $\langle 4{,}5\,m; 5\,m)$ a $(6\,m; 6{,}5\,m\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Úlohu je možné řešit více způsoby, uvedu dva.

1) Výšku lze určit pomocí schodů. Jde vidět, že z boční strany k erbům vede 29 schodů (každý měří 18 cm). Pod erby je také 9 cm dlouhý spodní okraj ozdobného zábradlí (stejný je na začátku schodů, kde jej můžeme změřit). $29 \cdot 18 + 9 = 531 \quad cm \doteq \; 5{,}3\,m$.

2) Pomocí vlastností pravoúhlého trojúhelníku (viz obrázek) řešíme rovnici: $\tan 34{,}5^{\,o} \;=\; \frac{x}{7{,}9}$, $x \doteq 5{,}5\,m$, z níž hledanou vzdálenost také jednoduše dopočteme.

Nápověda 1:

Zkuste využít goniometrii. Vymezte si pravoúhlý trojúhelník a dva jeho základní prvky.

Nápověda 2:

Využijte jinou metodu, schody.

Nápověda 3:

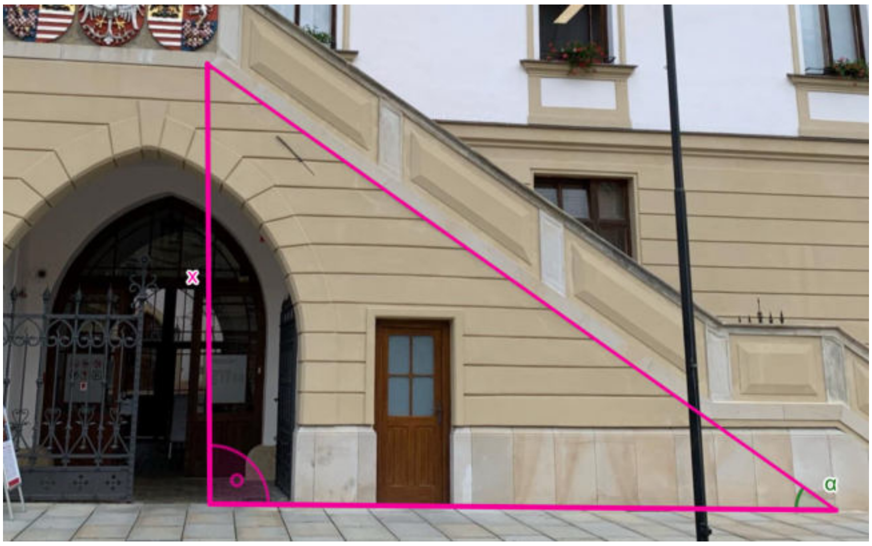
O objektu:

Mezi erby lze spatřit panovnický znak krále Vladislava Jagelonského, erb Uherského a Českého království, Moravského markrabství a Slezského vévodství.

Ročník:

5

Obrázek 3.31: Ukázka řešení úlohy 4



Obrázek 3.32: Nápověda 3 úlohy 4

3.2.5 Křižovatky v centru Olomouce

Zadání úlohy:

Na plastickém modelu centra Olomouce nalezněte spojnici nejvíce ulic. Spojnicí myslíme křižovatku či náměstí.

Odpověď:

Nejvíce ulic prochází Horním náměstím, počet ulic je 9.

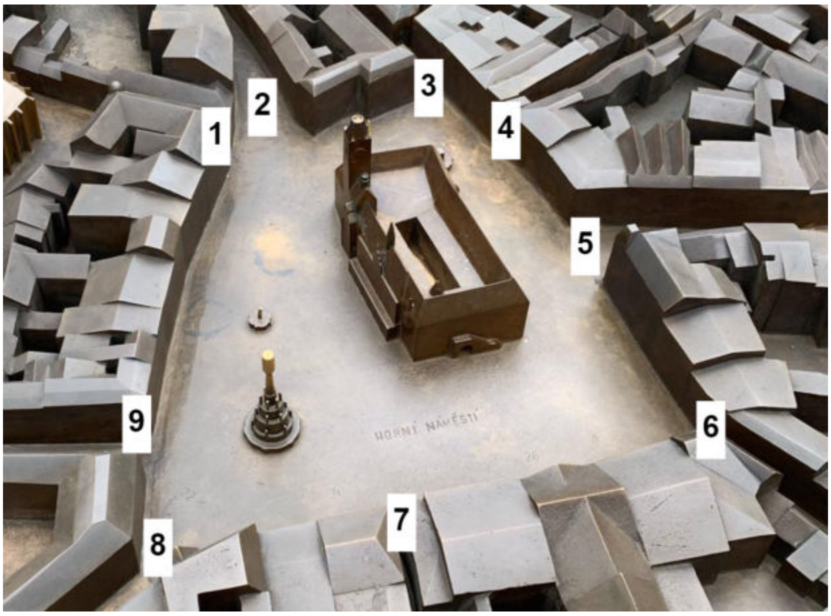
Ukázka řešení:

Na plastickém modelu centra Olomouce je vidět, že více ulic vždy prochází některým náměstím. Nejvíce však Horním náměstím, celkem 9 (Opletalova, Ostružnická, Ztracená, Školní, Dolní náměstí, Pavelčákova, Švédská, Riegrova a 28. října).

Nápověda 1:

Více ulic bude procházet náměstími.

Obrázek 3.33: Úloha 5: Křižovatky v centru Olomouce



Obrázek 3.34: Ukázka řešení úlohy 5

Nápověda 2:
Do počtu počítáme všechny ulice (i menší), které nejsou zastřešené.

O objektu:
Model je vyhotoven v poměru 1:400. Jsou zde znázorněny i objekty, které již neexistují.

Ročník:
2

3.2.6 Caesarova kašna

Zadání úlohy:

Doplňte správně následující tvrzení o Caesarově kašně:

Caesarova kašna je __________ Olomouckou kašnou. Báje praví, že Gaius Julius Caesar byl __________ města Olomouce. Caesar vzhlíží směrem k __________, kde se měl nacházet římský tábor. Na jednom z erbů, které drží ležící muži, je vyobrazena moravská __________.

Obrázek 3.35: Úloha 6: Caesarova kašna

Odpověď:

Caesarova kašna je **největší** Olomouckou kašnou. Báje praví, že Gaius Julius Caesar byl **zakladatelem** města Olomouce. Caesar vzhlíží směrem k **Michalskému návrší**, kde se měl nacházet římský tábor. Na jednom z erbů, které drží ležící muži, je vyobrazena moravská **orlice**.

Ukázka řešení:

Řešením jsou i jiné varianty a formy správných odpovědí.

Nápověda 1:

Pokuste se odpovědi najít v okolí kašny na nápisech, informačních tabulkách. Podívejte se, ke které památce postava směřuje svým pohledem, nebo si zajděte do informačního centra.

Nápověda 2:

Využijte internet.

O objektu:

Kompozice jezdecké sochy byla vytvořena podle Berniniho sochy Konstantina Velikého ve Vatikáně.

Ročník:

3

3.2.7 Parkovací místa

Zadání úlohy:

Kolika způsoby je možné zaparkovat 13 různých aut na parkovací místa (vyhrazená kovovými ohraničeními mezi dlažebními kostkami) u jižní strany radnice?

Obrázek 3.36: Úloha 7: Parkovací místa

Odpověď:

$13! = 6227020800$

Ukázka řešení:

Budete-li postupně obsazovat parkovací místa, první auto má 13 možností (13 parkovacích míst), druhé 12 atd. Dle kombinatorického pravidla součinu je tedy výsledek $13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot ... \cdot 1 = 6227020800$.

Jedná o permutace bez opakování z 13 prvků, tj. $P(13) = 13! = 6227020800$.

Nápověda 1:

Využijte kombinatorické pravidlo součinu a obsazujte místa postupně.

Nápověda 2:

Jedná se o permutace bez opakování, využijte vzorec.

O objektu:

Z těchto míst můžete zahlédnout Arionovu kašnu a Caesarovu kašnu, které se nachází na Horním náměstí, ale také Morový sloup a Neptunovu kašnu na Dolním náměstí.

Ročník:

11

Podúloha

Zadání úlohy:

Kolika způsoby je možné zaparkovat 3 různá auta na parkovací místa (vyhrazená kovovými ohraničeními mezi dlažebními kostkami) u jižní strany radnice?

Odpověď:

1716

Ukázka řešení:

Budete-li postupně obsazovat parkovací místa, první auto má 13 možností (13 parkovacích míst), druhé 12 a třetí 11. Dle kombinatorického pravidla součinu je tedy výsledek $13 \cdot 12 \cdot 11 = 1716$.

Jedná o variace bez opakování 3. třídy z 13 prvků, tj. $V(3{,}13) = 13 \cdot 12 \cdot 11 = 1716$.

Nápověda 1:

Využijte kombinatorické pravidlo součinu a obsazujte místa postupně.

Nápověda 2:

Jedná se o variace bez opakování, využijte vzorec.

3.2.8 Věže

Zadání úlohy:

Najděte místo, které je středem mezi radniční věží a Mariánským sloupem.

Obrázek 3.37: Úloha 8: Věže

Ukázka řešení:

Místo se nachází u cukrárny Madlén.

Nápověda 1:

Toto místo se nachází na Dolním náměstí. Po nalezení odešlete jako odpověď svou polohu.

Nápověda 2:

Z tohoto místa vidíte radniční věž i Mariánský sloup ve stejné vzdálenosti.

O objektu:

Mariánský sloup je morový sloup, který byl vytvořen v roce 1723. Na vrcholu sloupu je socha Panny Marie Immaculaty.

Ročník:

2

3.2.9 Jupiterova kašna

Zadání úlohy:

Vypočtěte kolik litrů vody se nachází v Jupiterově kašně.

Obrázek 3.38: Úloha 9: Jupiterova kašna

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 25000\,l; 28000\,l\rangle$. V intervalech $\langle 23000\,l; 25000\,l)$ a $(28000\,l; 30000\,l\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Výpočet objemu kašny pomocí rozdělení tělesa (jehož část zabírá voda v kašně) na známé útvary. Osmiboký hranol má podstavu nepravidelného osmiúhelníku. Tuto podstavu rozdělíme na rovinné obrazce, jejichž obsah spočteme jednodušeji, např. na rovnoramenné trojúhelníky (se společným bodem – středem kašny), z nich jsou čtyři a čtyři shodné.

Objem každého trojbokého hranolu o podstavě rovnoramenného trojúhelníku vypočteme jako výška (ta je pro všechny hranoly stejná) krát obsah daného trojúhelníka ($S = \frac{a \cdot v_a}{2}$). Viz obrázek.

$$S_1 = \frac{3{,}75 \cdot 3{,}15}{2}\,m^2$$

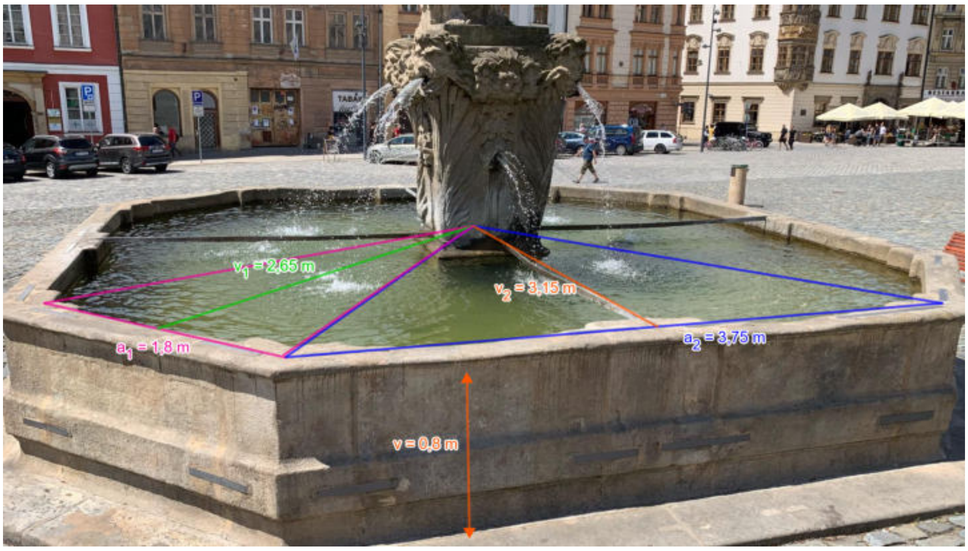
$$S_2 = \frac{1{,}8 \cdot 2{,}65}{2}\,m^2$$

$$V_1 = v \cdot S_1 = 0{,}8 \cdot 5{,}91\,m^3 = 4{,}73\,m^3 = 4730\,l$$

$$V_2 = v \cdot S_2 = 0{,}8 \cdot 2{,}39\,m^3 = 1{,}9\,m^3 = 1900\,l$$

$$V = 4 \cdot V_1 + 4 \cdot V_2 \doteq 26500\,l$$

Podstavu si můžeme také rozdělit na jiné známé útvary např.: tři obdélníky a čtyři trojúhelníky, lichoběžníky a obdélník apod.



Obrázek 3.39: Ukázka řešení úlohy 9

Nápověda 1:

Objem hranolu se spočítá jako součin obsahu podstavy a výšky tělesa.

Nápověda 2:

Podstavu můžeme rozdělit na známé obrazce. Obsah osmiúhelníku (nebo libovolného mnohoúhelníku) lze určit jako součet obsahů trojúhelníků, z nichž je složen.

Nápověda 3:

Podstava je složena z osmi rovnoramenných trojúhelníků, z nichž jsou čtyři a čtyři stejné. Obsah trojúhelníku $S = \frac{a \cdot v}{2}$, kde a je strana a v výška tohoto trojúhelníku nad danou stranou a.

O objektu:

Jupiterova kašna je pojmenována po soše nacházející se uprostřed. Původně zde ale stála socha sv. Floriána, ta byla i s nádrží v roce 1735 přemístěna na nádvoří městského statku ve Skrbni.

Ročník:

7

3.3 Olomouc centrum – jednodušší

Třetí procházka je určena především mladším řešitelům či rodinám s dětmi. Úlohy dokáží vyřešit i žáci prvního stupně a s pirátskou tematikou této trasy bude doplňování i zábavnější.

Stejně jako předchozí procházka se tato realizuje v centru Olomouce na Dolním a Horním náměstí. Obsahuje 7 úloh, ve kterých se řešitel setká s hledáním počtu objektů, rozeznáváním hodin, ciferníků (zde využijí především orientaci, hledání, určování pravé a levé strany), práci s textem a dělitelnost.

Trasa je dlouhá přibližně 500 metrů a obsahuje sedm úloh. Pro žáky budete určitě přínosné přečíst si také zajímavosti uvedené pod každdou úlohou, jelikož se týkají historie Olomouce, jednoho z nejhezčích českých měst. Kód procházky je 795612.

Obrázek 3.40: Titulní fotka procházky: Olomouc centrum – jednodušší

3.3.1 Sloup Nejsvětější Trojice

Zadání úlohy:

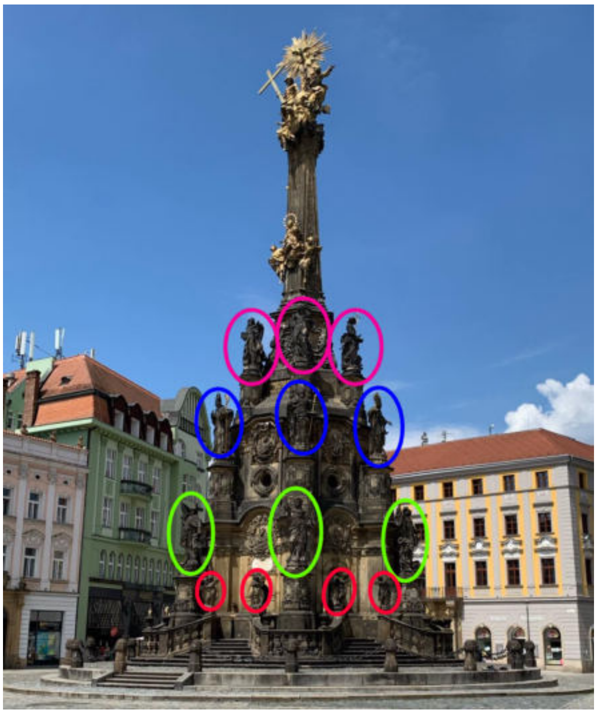
Kolik se na sloupu Nejsvětější Trojice nachází soch stojících na podstavcích?

Obrázek 3.41: Úloha 1: Sloup Nejsvětější Trojice

Odpověď:
30 soch

Ukázka řešení:
Na každé z šesti hran sloupu jsou tři patra větších soch (celkem 18 soch) a ve spodním patře 6 dvojic menších soch světlonošů (12). Dohromady 30 soch.

Na obrázku vidíme polovinu větších soch (dalších 9 je z opačné strany) a pouze třetinu soch světlonošů, ty jsou totiž umístěny vždy mezi hranami sloupu.



Obrázek 3.42: Ukázka řešení úlohy 1

Nápověda 1:
Nepočítáme zlaté sochy na vrcholku sloupu.

Nápověda 2:
Na každé hraně se nachází tři větší sochy, mezi všemi hranami vždy dva světlonoši (luciferi).

O objektu:
Sloup Nejsvětější trojice je největším sousoším České republiky. Od roku 2000 se nachází na Seznamu světového dědictví UNESCO.

Ročník:
1

3.3.2 Plastický model cetra Olomouce

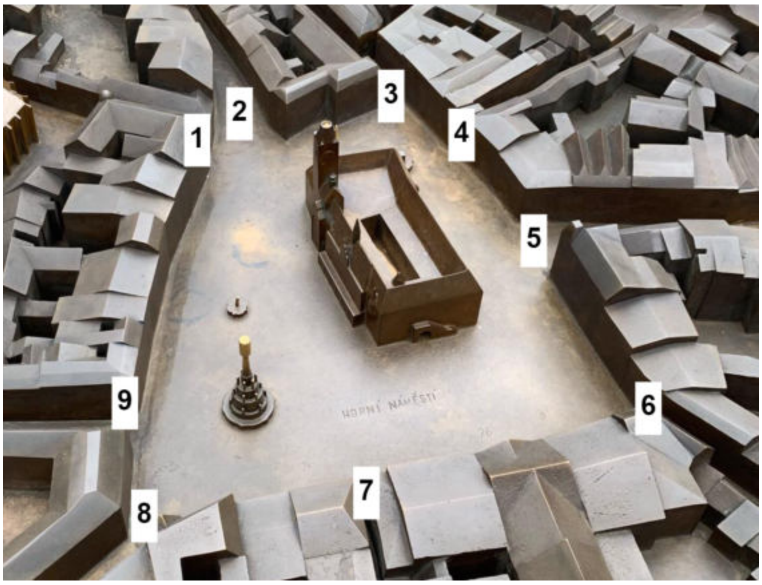
Zadání úlohy:
Najdi křižovatku, kterou prochází nejvíce ulic. Křižovatkou může být také náměstí.

Odpověď:
Nejvíce ulic prochází Horním náměstím.

Obrázek 3.43: Úloha 2: Plastický model cetra Olomouce

Ukázka řešení:

Nejvíce ulic se setkává na Horním náměstí - celkem 9 (Opletalova, Ostružnická, Ztracená, Školní, Dolní náměstí, Pavelčákova, Švédská, Riegrova a 28. října).



Obrázek 3.44: Ukázka řešení úlohy 2

Nápověda 1:

Nejvíce ulic spojují náměstí.

Nápověda 2:

Odpověď je název náměstí, na kterém se nachází významné olomoucké památky.

O objektu:

Model je vyhotoven v poměru 1:400. Jsou zde znázorněny i objekty, které již neexistují.

Ročník:
1

3.3.3 Orloj

Zadání úlohy:
Orloj obsahuje několik ciferníků, mozaiku s obrazy a figury. Odpovězte správně na otázky o těchto prvcích olomouckého orloje.

Obrázek 3.45: Úloha 3: Orloj

Ukázka řešení:
Počátky orloje spadají již do 15. století. V 19. století byl orloj přestavěn v novogotickém stylu, a tím zcela pozměněn, avšak současně vybaven heliocentrickým ciferníkem. Velké poškození této památky bylo zaviněno 2. světovou válkou a orloj byl tedy znovu velmi obměněn. Dnešní podoba zachovává většinu vzhledu z roku 1955 a je ve stylu socialistického realismu.

Nápověda 1:
Na orloji je možné najít odpovědi na všechny úlohy. V případě potřeby můžete využít informačního centra nebo internetu.

Nápověda 2:

O objektu:
Olomoucký orloj, který se nachází na severní stěně radnice na Horním náměstí, je jediným heliocentrickým orlojem v České republice a jedním z mála na celém světě. Jeho současná podoba je dílem Karla Svolinského.

Ročník:
2

Obrázek 3.46: Ukázka řešení úlohy 3

Podúloha 1

Zadání úlohy: Které hodiny (jaký ciferník) ukazují minuty?

☒ vlevo nahoře

☐ vlevo dole

☐ vpravo nahoře

☐ žádný

Ukázka řešení:
Každá hodina má 60 minut. Hodiny, které ukazují minuty jsou tedy ty vlevo nahoře. Viz obrázek.

Nápověda 1:
Je třeba si uvědomit, kolik minut má jedna hodina.

Nápověda 2:
Každá hodina má 60 minut. Číslo 60 musí být i největším číslem daného ciferníku.

Podúloha 2

Zadání úlohy:
Který ciferník ukazuje svátky jmen?

☐ vlevo nahoře

☐ vpravo nahoře

Obrázek 3.47: Ukázka řešení podúlohy 1 úlohy 3

☐ žádný

☒ dole uprostřed

Ukázka řešení:

Svátky jmen (jmeniny) jsou napsány ve velkém ciferníku úplně dole. Uvnitř pruhu jmen se nacházejí čtyři menší kruhy, většinou ciferníky.

Obrázek 3.48: Ukázka řešení podúlohy 2 úlohy 3

Nápověda 1:

Pozorně se podívejte, jména jsou zde slovně vypsána.

Nápověda 2:

Jména jsou napsána v zeleném poli.

Podúloha 3

Zadání úlohy:

Co vše je zaznamenáno ve velkém dolním ciferníku?

☐ dny v měsíci, dny v týdnu, měsíce v roce, měsíční fáze a narozeniny

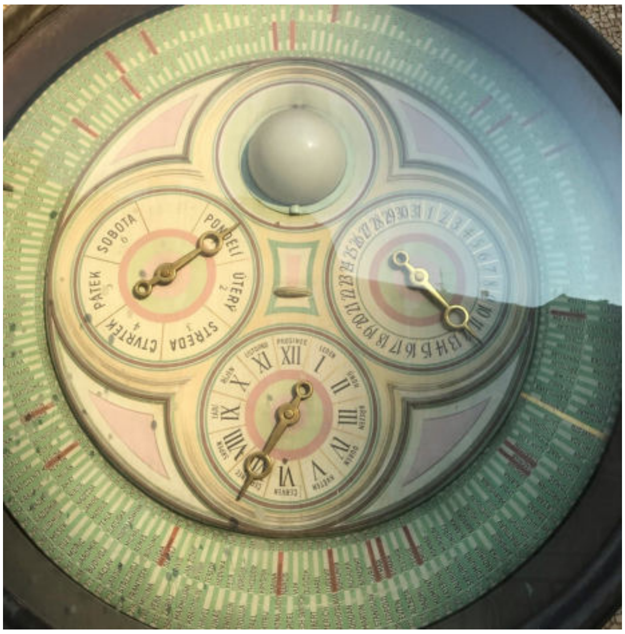
☒ dny v měsíci, dny v týdnu, měsíce v roce, měsíční fáze a svátky

☐ dny v měsíci, dny v týdnu, měsíce v roce, svátky

☐ dny v týdnu, měsíce v roce, měsíční fáze a státní svátky

Ukázka řešení:

V ciferníku jsou dokola zapsány svátky (státní i jmen), v levém menším ciferníku dny v týdnu, v pravém dny v měsíci (28–31), v dolním měsíce (jak římskými číslicemi tak slovně) a v horním měsíc a jeho fáze.



Obrázek 3.49: Ukázka řešení podúlohy 3 úlohy 3

Nápověda 1:

Některé údaje jsou slovně napsány a je možné poznat, co znamenají. Dále se zamyslete – čeho může být až 31? Proč je koule dvoubarevná a takto natočená? (Něco přestavuje.)

Nápověda 2:

Bude to 5 údajů – čtyři ciferníky a svátky zapsané okolo nich.

Podúloha 4

Zadání úlohy:

Kolik se na orloji nachází postaviček vytvořených z mozaiky?

Odpověď:

27

Ukázka řešení:

Ve výklenku je po stranách 12 medailonků (které představují měsíce v roce a nachází se na nich vždy jedna postava), dále jízdu králů (3 osoby na koních), průvod královniček (jichž je 10) a nakonec dole stojí dvě postavy, dělník a chemik. Celkem tedy 12+3+10+2=27.

Obrázek 3.50: Ukázka řešení podúlohy 4 úlohy 3

Nápověda 1:

Postavy se nachází jak po stranách výklenku, tak přímo v čele orloje.

Nápověda 2:

Postavy v čelní části orloje jsou nahoře i dole. Pozorně si všímejte počtu koní a osob na nich sedících, překrývají se.

Podúloha 5

Zadání úlohy:

Doplňte text týkající se střední části olomouckého orloje.

V centrální části orloje mezi otočnými figurami se nachází zlatý __________. Orloj je pohyblivý a hraje zvonkohru přesně ve __________. Figurky, které se sedm minut střídavě během zvonkohry pohybují, znázorňují různá __________.

Odpověď:

V centrální části orloje mezi otočnými figurami se nachází zlatý **kohout**. Orloj je pohyblivý a hraje zvonkohru přesně ve **12:00**. Figurky, které se sedm minut střídavě během zvonkohry pohybují, znázorňují různá **povolání**.

Ukázka řešení:

Řešením jsou i jiné varianty a formy správných odpovědí.

Obrázek 3.51: Ukázka řešení podúlohy 5 úlohy 3

Nápověda 1:
V centrální části (uprostřed) je postava jediného zvířete (zlatá socha).

Nápověda 2:
Zamyslete se, co každá figurka představuje, jak byste ji pojmenovali. Co tyto názvy značí?

3.3.4 Caesarova kašna

Zadání úlohy:
Doplňte správně následující tvrzení o Caesarově kašně:

Caesarova kašna je __________ olomouckou kašnou. Báje praví, že Gaius Julius Caesar byl __________ města Olomouce. Caesar vzhlíží směrem k __________, kde se měl nacházet římský tábor. Na jednom z erbů, které drží ležící muži, je vyobrazena moravská __________.

Obrázek 3.52: Úloha 4: Caesarova kašna

Odpověď:

Caesarova kašna je **největší** olomouckou kašnou. Báje praví, že Gaius Julius Caesar byl **zakladatelem** města Olomouce. Caesar vzhlíží směrem k **Michalskému návrší**, kde se měl nacházet římský tábor. Na jednom z erbů, které drží ležící muži, je vyobrazena moravská **orlice**.

Ukázka řešení:

Řešením jsou i jiné varianty a formy správných odpovědí.

Nápověda 1:

Pokuste se odpovědi najít v okolí kašny na nápisech, informačních tabulkách. Podívejte se, ke které památce postava směřuje svým pohledem, nebo si zajděte do informačního centra.

Nápověda 2:

Využijte internet.

O objektu:

Kompozice jezdecké sochy byla vytvořena podle Berniniho sochy Konstantina Velikého ve Vatikáně.

Ročník:

3

3.3.5 Průchod

Zadání úlohy:

Jak široký je průchod z Horního náměstí na Dolní náměstí? Šířku uveďte v metrech. Průchod počítejte od rohů krajních budov, které oddělují náměstí (budov na obrázku).

Obrázek 3.53: Úloha 5: Průchod

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 23\,m; 28\,m\rangle$. V intervalech $\langle 20\,m; 23\,m)$ a $(28\,m; 31\,m\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Počet metrů mezi rohy budov, které oddělují Horní a Dolní náměstí, je přibližně 25 m. Údaj je možné přesně změřit pásmem nebo také odkrokovat.

Při kroku přibližně 1 metr naleznete údaj ihned. Máte-li krok menší (ale stále stejný), potom je třeba počet kroků vynásobit jejich délkou a tak získat výslednou velikost průchodu.

Běžná (průměrná) velikost lidského kroku je 63 cm.

Nápověda 1:

Vzdálenost je možné odkrokovat.

Nápověda 2:

Při kroku přibližně 1 metr naleznete údaj ihned. Máte-li krok menší (ale stále stejný), potom je třeba počet kroků vynásobit jejich délkou, a tak získat výslednou velikost průchodu. Běžná velikost kroku je 63 cm.

O objektu:

V obou budovách (jejichž vzdálenost hledáme) sídlí banky. Jedna z budov je známa jako měšťanský dům U Zlatého Jelena, jež je historicky také velmi bohatá. Druhá zaujme svou čistě bílou barvou a ozdobnými prvky.

Ročník:

3

3.3.6 Věže

Zadání úlohy:

Najděte místo, které je středem mezi radniční věží a Mariánským sloupem.

Obrázek 3.54: Úloha 6: Věže

Ukázka řešení:
Místo se nachází u cukrárny Madlén.

Nápověda 1:
Toto místo se nachází na Dolním náměstí. Po nalezení odešlete jako odpověď svou polohu.

Nápověda 2:
Z tohoto místa vidíte radniční věž i Mariánský sloup ve stejné vzdálenosti.

O objektu:
Mariánský sloup je morový sloup, který byl vytvořen v roce 1723. Na vrcholu sloupu je socha Panny Marie Immaculaty.

Ročník:
2

3.3.7 Mariánský sloup

Zadání úlohy:
Vypište všechna čísla v popisu Mariánského sloupu (z prosklené informační tabule ležící na zemi směrem k ulici Lafayettova), která jsou dělitelná dvěma.

Obrázek 3.55: Úloha 7: Mariánský sloup

Odpověď:
1724; 1758

Ukázka řešení:

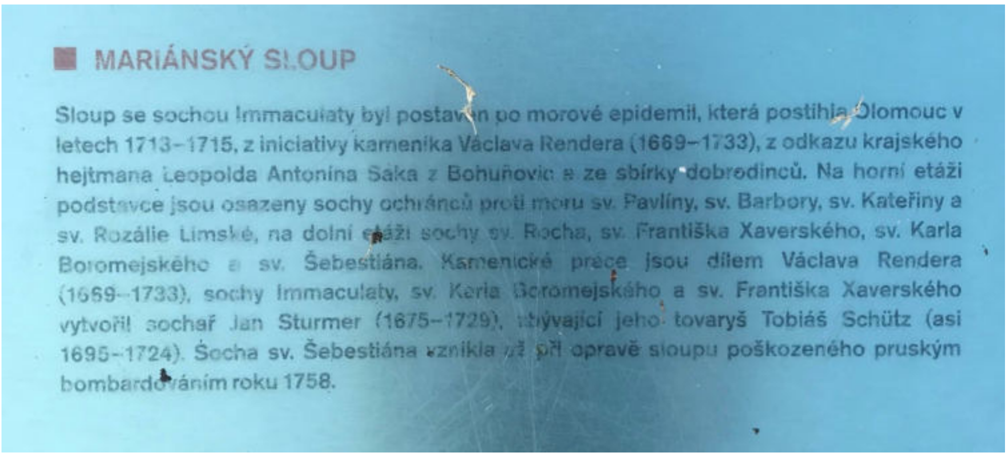
Na popisu je jedenáct letopočtů, ale pouze dva z nich jsou dělitelné dvěma. 1724 a 1758.

Číslo je dělitelné dvěma, je-li jeho poslední cifra dělitelná dvěma nebo 0 (tj. poslední číslice je 0, 2, 4, 6 nebo 8).

Nápověda 1:

Číslo je dělitelné dvěma, je-li jeho poslední cifra dělitelná dvěma nebo 0 (tj. poslední číslice je 0, 2, 4, 6 nebo 8).

Nápověda 2:



Obrázek 3.56: Nápověda 2 úlohy 7

O objektu:

Mariánský sloup je morovým sloupem postaveným v letech 1715–1723 Václavem Renderem. Na sloupu se nachází 9 soch, z nichž na špici je Panna Marie Immaculata.

Ročník:

2

3.4 Smetanovy sady

Procházka „Smetanovy sady“ vás pomocí úloh provede celým tímto parkem. Úlohy trasy jsou převážně středoškolské, a tedy je dobré, ovládáte-li alespoň tuto úroveň matematiky, chcete-li si celou trasu projít.

Tato trasa opět není zaměřená pouze na jediné téma, ale je jakýmsi průřezem středoškolské matematiky a přímo se nabízelo ji zde také využít. Kombinatorika, pravděpodobnost, procenta, odchylka, úhel v pravidelném n-úhelníku, rychlost, vzdálenost a práce s textem jsou náplní devíti úloh této trasy.

Procházka je přibližně 1,1 km dlouhá a za její začátek označujeme úlohu umístěnou u schodiště u pavilonu A Výstaviště Flora Olomouc. Kód čtvrté procházky je 365613.

Obrázek 3.57: Titulní fotka procházky: Smetanovy sady

3.4.1 Sklon zábradlí

Zadání úlohy:

Jaký spád má zábradlí? Odpověď zapište ve stupních.

Obrázek 3.58: Úloha 1: Sklon zábradlí

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 22\,^o; 26\,^o\rangle$. V intervalech $\langle 20\,^o; 22\,^o)$ a $(26\,^o; 29\,^o\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Spád zábradlí je velikost úhlu, který svírá zábradlí se zemí (nebo libovolnou horizontální rovinou, ta je totiž se zemí rovnoběžná). Stačí si najít libovolný pravoúhlý trojúhelník, např. vzdálenost na zemi (nebo na přímce s ní rovnoběžné) a na kolmici vzdálenost koncového bodu předchozí úsečky od zábradlí. Viz obrázek. Úhel spočítáme pomocí funkce tangens.

$$\tan\alpha = \frac{40}{90}$$
$$\alpha = 24\,^o.$$

Můžete také využít vodováhu nebo stejnojmennou aplikaci v mobilním telefonu.

Obrázek 3.59: Ukázka řešení úlohy 1

Nápověda 1:

Spád zábradlí je velikost úhlu, který svírá zábradlí se zemí. Využijte pravoúhlého trojúhelníku nebo aplikace měření v mobilním telefonu.

Nápověda 2:

Nápověda 3:

Délky můžete změřit metrem, ale také například pomocí loktů nebo poznámkového bloku.

O objektu:

Schodiště je jedním jedním ze čtyř vchodů na lávku spojující Smetanovy a Čechovy sady. Lávka je bezbariérová. Pochází z 60. let 20. století a byla renovována v letech 2000–2006.

Ročník:

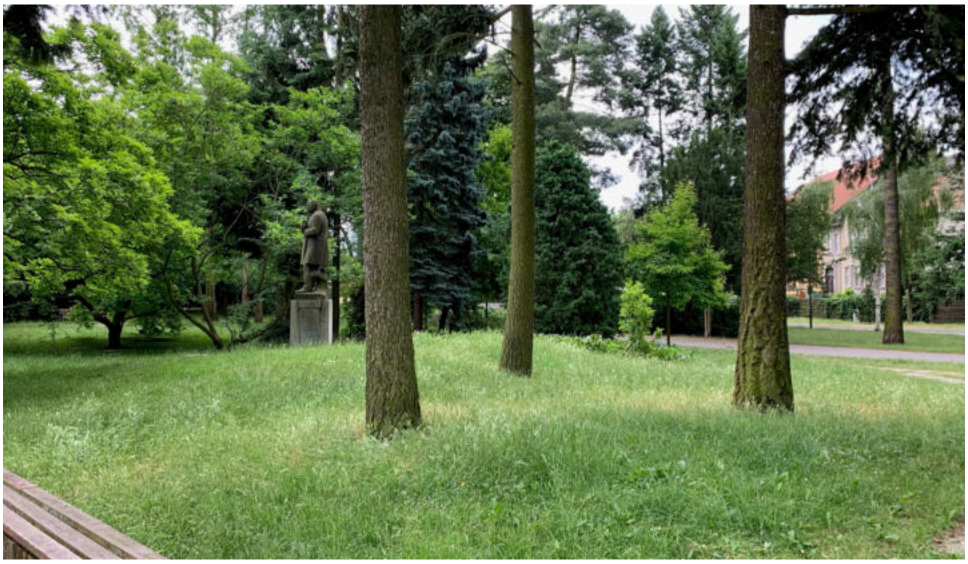
11

Obrázek 3.60: Nápověda 2 úlohy1

3.4.2 Trojúhelník

Zadání úlohy:

V trojúhelníku vyznačeném stromy na obrázku určete velikost jeho nejmenšího úhlu. Výsledek zapište ve stupních.



Obrázek 3.61: Úloha 2: Trojúhelník

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 42\,^o; 50\,^o\rangle$. V intervalech $\langle 40\,^o; 42\,^o)$ a $(50\,^o; 52\,^o\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

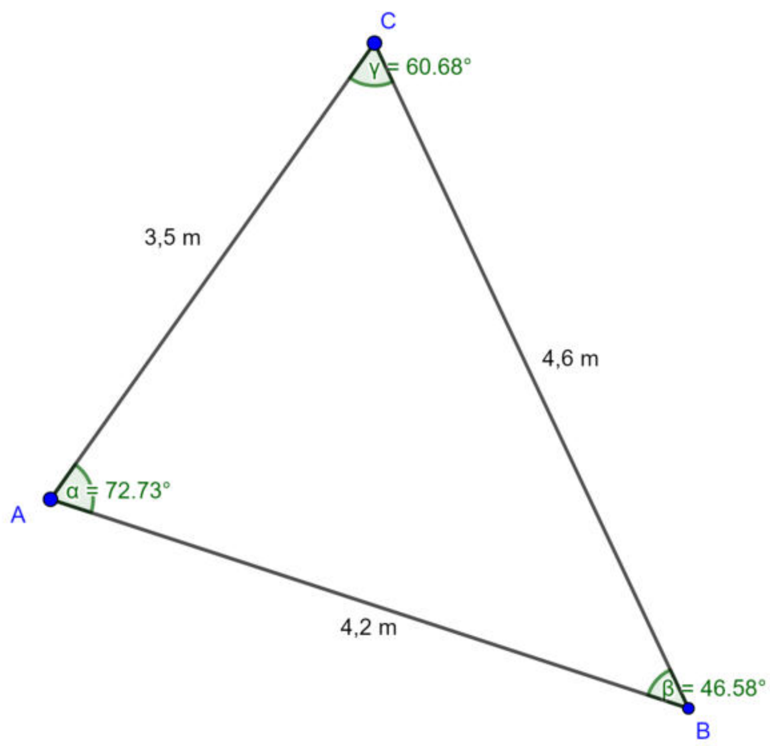
Ze sinové věty vyplývá, že proti straně s nejmenší délkou bude ležet úhel trojúhelníku s nejmenší velikostí. Tohoto mohu využít a velikost tohoto úhlu dopočíst kosinovou větou.

Nejprve si změřte (odkrokujte) strany trojúhelníku. Potom dosaďte do kosinové věty pro úhel beta:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$

$$(3{,}5)^2 = (4{,}6)^2 + (4{,}2)^2 - 2 \cdot 4{,}6 \cdot 4{,}2 \cdot \cos(\beta)$$
$$26{,}55 = 38{,}64 \cdot \cos(\beta)$$
$$\beta = 46\,^o35.$$

Alternativní postup je např. využít pouze kosinové věty postupně pro všechny úhly a odpovědí bude ten s nejmenší velikostí, nebo úhel odhadnout[3]. Výpočet úhlu nezávisí na jednotce: je možné dosazovat metry, kroky stopy, záleží pouze na řešiteli.



Obrázek 3.62: Ukázka řešení úlohy 2

Nápověda 1:

Změřte strany trojúhelníku (pásmem, kroky, stopami apod.) a zjistěte, jakým vztahem je možné najít velikost úhlu v obecném trojúhelníku.

Nápověda 2:

Využijte kosinové věty (nebo zkombinujte s úvahou nad větou sinovou). Také můžete využít dosazení libovolné jednotky (stop, předloktí, bloku, kroků apod.), důležitý je totiž poměr.

Nápověda 3:

Můžete zkusit úhel odhadnout*.

*Natáhnete ruku s pěstí na šířku před sebe, představíte si, že pěst nejprve přiložíte k jednomu stromu (jakoby se o něj opírala) a bod na druhé straně pěsti vidíte přibližně pod úhlem 10°.

[3]Natáhneme ruku s pěstí na šířku před sebe, představíme si, že pěst nejprve přiložíme k jednomu stromu (jakoby se o něj opírala) a bod na druhé straně pěsti vidíme přibližně pod úhlem 10°. Pěsti přikládáme za sebe zjistíme, že mezi stromy se vejde přibližně 4,5 pěsti, tj. 45°.

O objektu:

Trojúhelník je ohraničen třemi stromy v blízkosti sochy Františka Polívky. Socha tohoto středoškolského profesora a ředitele byla odhalena v roce 1933, deset let po jeho úmrtí v Olomouci.

Ročník:

11

3.4.3 Sbírkové skleníky Flora Olomouc

Zadání úlohy:

Jaká je pravděpodobnost, že bude ve sklenících otevřeno, jestliže sem půjdete v 17:30 v libovolný den v (nepřestupném) roce? Státní svátky nebereme v úvahu.

Obrázek 3.63: Úloha 3: Sbírkové skleníky Flora Olomouc

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 0{,}49; 0{,}51 \rangle$. V intervalech $\langle 0{,}48; 0{,}49)$ a $(0{,}51; 0{,}52\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Pravděpodobnost se počítá jako podíl jevů příznivých a všech možných. Příznivé jsou pro nás dny, kdy je v tuto dobu otevřeno (tj. Út-Ne od dubna do října) a všechny možné jevy, které mohou nastat, jsou dny, kdy je buď zavřeno nebo otevřeno, tedy všechny dny v roce (365).

Duben má 30 dní, z nichž čtyři až pět dní jsou pondělky, nepříznivé jevy. Z měsíce dubna vyhovuje 26 (nebo 25) dní s otevírací dobou déle než do 17:30.

Květen má 31 dní, z nichž čtyři až pět dní jsou pondělky, tj. 27 nebo 26 dní příznivých.

V měsících červen až říjen postup opakujeme (vždy mají buď 30 dní jako již spočítaný duben, resp. 31 jako květen).

Například pro letošní rok (2021) platí:

$$P = \frac{26 + 26 + 26 + 27 + 26 + 26 + 27}{365}$$

$$P \doteq 0.5041$$

Správně je ovšem výsledek pro kterýkoliv nepřestupný rok.

Obrázek 3.64: Ukázka řešení úlohy 3

Nápověda 1:

Pravděpodobnost se počítá jako podíl jevů příznivých a všech možných. Příznivé jsou pro nás dny, kdy je v tuto dobu otevřeno.

Nápověda 2:

Příznivé jevy jsou všechny dny od dubna do října kromě pondělků. Všechny možnosti jsou dny, kdy je buď otevřeno nebo zavřeno (v tuto dobu).

O objektu:

Sbírkové skleníky mohou nabídnout palmový skleník, kaktusový skleník, skleník tropický a skleník subtropický. Více na www.flora-ol.cz/areal/sbirkove-skleniky.

Ročník:

12

Podúloha

Zadání úlohy:

Kolik procent (nepřestupného) roku mají skleníky otevřeno? Státní svátky neuvažujeme.

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 58{,}36; 60{,}55\rangle$. V intervalech $\langle 57; 58{,}36)$ a $(60{,}55; 62\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Můžeme řešit například pomocí trojčlenky. 100 % bude odpovídat 365 dní v roce. Teď sečteme všechny dny, kdy je aspoň po nějakou dobu otevřeno.

V únoru je otevřeno v (nepřestupném) roce 8 dní (pouze víkendy). Březen má 31 dní, z nichž čtyři až pět dní jsou pondělky, tj. po 26 nebo 27 dní je otevřeno. Duben má 30 dní, z nichž čtyři až pět dní jsou pondělky, tj. 25 nebo 26 dní, kdy je otevřeno. Podobně pro květen až říjen.

Například pro letošní rok (2021) platí, že je otevřeno $8 + 26 + 26 + 26 + 26 + 27 + 26 + 26 + 27 = 218$ dní.

$$x\% \ldots\ldots\ldots\ldots 218\ dni$$

$$100\% \ldots\ldots\ldots\ldots 365\ dni$$

$$x = 100 \cdot \frac{218}{365}$$

$$x \doteq 59{,}73\%$$

Správně je ovšem výsledek pro kterýkoliv nepřestupný rok.

Nápověda 1:

Nejdříve je potřeba sečíst všechny dny v roce, kdy je otevřeno.

Nápověda 2:

Můžete využít trojčlenku nebo podíl části ku celku a vyjádřit procenty.

3.4.4 Jezírko

Zadání úlohy:

Jak rychle byste museli běžet, abyste oběhli jezírko (po asfaltové cestě) za minutu? Výsledek zapište v m/s.

Obrázek 3.65: Úloha 4: Jezírko

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 4{,}69; 4{,}97\rangle$. V intervalech $\langle 4{,}49; 4{,}69)$ a $(4{,}97; 5{,}26\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Pro výpočet rychlosti je třeba znát vzdálenost a čas. Čas je 1 minuta (tj. 60 sekund) a vzdálenost je třeba změřit. Měřit můžeme pásmem, ale nejsnadnější bude vzdálenost odkrokovat. Jeden krok je průměrně 65 cm, ale přesnější bude změřit si délku svého kroku. Počet kroků krát jejich délka je obvod jezírka. Je potřeba jej však převést na metry. Vzdálenost je přibližně 290 m.

Rychlost se vypočítá dosazením do vzorce pro výpočet této veličiny.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{290}{60}\, m/s = 4{,}83\, m/s$$

Nápověda 1:

Vzdálenost můžete například odkrokovat. Průměrná délka jednoho kroku je 65 cm. Změřte si délku svého kroku.

Nápověda 2:

Počet kroků krát jejich délka je vaše hledaná vzdálenost.

O objektu:

Jezírko je největší vodní plochou v olomouckých parcích. Nachází se v něm fontána, ostrov a také sezónně chobotnice. Naleznete zde klidné stinné místo na odpočinek nebo čtení. Nejstarší nalezená fotografie jezírka se datuje do roku 1930.

Ročník:

7

3.4.5 Smetanovy sady

Zadání úlohy:

Doplňte text týkající se Smetanových sadů. Čísla zapisujte slovně.

V Rudolfově aleji se nachází socha ______ ________, jehož jméno dnes nese právě tento park. V parku se také nacházejí ______________ fontány, jedna přímo před restaurací ______________, druhá v jezírku nedaleko pomníku, u nějž stojíte. Smetanovy sady jsou jedněmi ze ______________ sadů, které Statutární město Olomouc spravuje. Nachází se zde také ______________, které má několik výstavních pavilonů.

Odpověď:

V Rudolfově aleji se nachází socha **Bedřicha Smetany**, jehož jméno dnes nese právě tento park. V parku se také nacházejí **dvě** fontány, jedna přímo před restaurací **Fontána**, druhá v jezírku nedaleko pomníku, u nějž stojíte. Smetanovy sady jsou jedněmi ze **tří** sadů, které Statutární město Olomouc spravuje. Nachází se zde také **Výstaviště Flora Olomouc**, které má několik výstavních pavilonů.

Ukázka řešení:

Řešením jsou i jiné varianty a formy správných odpovědí.

Nápověda 1:

Údaje si zkuste v parku najít.

Nápověda 2:

Obrázek 3.66: Úloha 5: Smetanovy sady

Vše naleznete také na internetu.

O objektu:

Smetanovy sady jsou nejstarší parkovou plochou v Olomouci. Tento park s největší rozlohou nejprve tvořila právě Rudolfova alej založená roku 1820. Po válce musela být alej znovu vysázena a předčila svou délkou alej původní. Novou, 710 metrů dlouhou alej tvořily pouze lípy a jírovce.

Ročník:

4

3.4.6 Fontána

Zadání úlohy:

Kolika způsoby může tryskat tato fontána?

☐ 11! (tj. 39916800)

☐ $\binom{11}{11}$ (tj. 1)

☐ $11 + 11 \cdot 10 + 11 \cdot 10 \cdot 9 + \cdots + 11!$ (tj. 108505111)

☒ $\binom{11}{1} + \binom{11}{2} + \binom{11}{3} + \cdots + \binom{11}{10} + \binom{11}{11}$ (tj. 2047)

Ukázka řešení:

Správným výsledkem je pouze poslední možnost. Aby fontána tryskala, musí tryskat alespoň jedna tryska (tedy 1, nebo 2, nebo 3, ... až všech 11). Výsledkem je součet všech těchto možností.

$$\binom{11}{1}+\binom{11}{2}+\binom{11}{3}+\binom{11}{4}+\binom{11}{5}+\binom{11}{6}+\binom{11}{7}+\binom{11}{8}+\binom{11}{9}+\binom{11}{10}+\binom{11}{11} = 2047$$

Obrázek 3.67: Úloha 6: Fontána

Tedy tryská pouze jedna tryska (ale má 11 možností, na kterém místě), 2 trysky ($\binom{11}{2}$ možností), atd.

Dle kombinatorické identity je tento součet také roven $2^{11}-1$, kde odečítáme jedinou možnost, když nestříká žádná tryska.

Obrázek 3.68: Ukázka řešení úlohy 6

Nápověda 1:

Výsledek odpovídá součtu všech jednotlivých možností dle toho, kolik trysek může stříkat.

Nápověda 2:

Nezáleží na pořadí, trysky stříkají naráz (pokud stříkají např. pouze pravá a levá tryska, to jestli pravá první nebo levá první je pro nás stále pouze jeden případ).

O objektu:

Fontána se nachází v centrální části Smetanových sadů v Rudolfově aleji. Obklopují ji hudební pavilon a restaurace Fontána.

Ročník:

12

3.4.7 Hudební pavilon

Zadání úlohy:

Jak velký je vnitřní úhel rovinného obrazce určeného podstavou altánu? Odpověď zapište ve stupních.

Obrázek 3.69: Úloha 7: Hudební pavilon

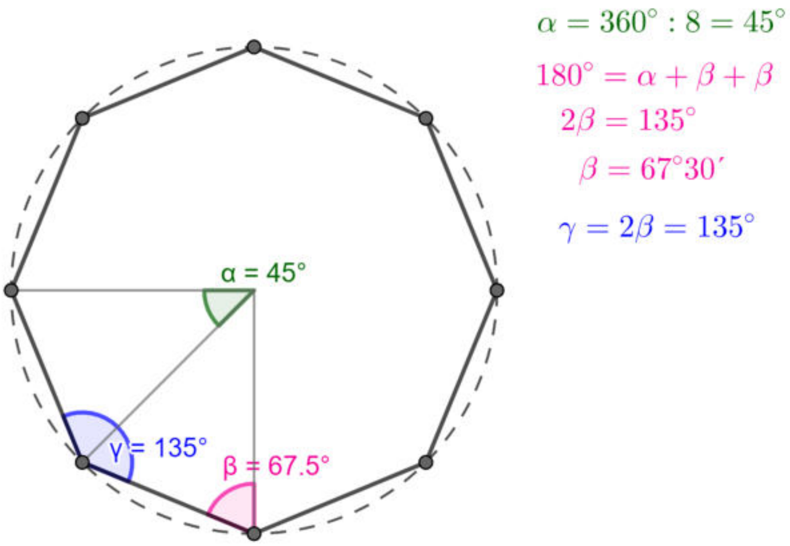
Odpověď:

135^o

Ukázka řešení:

Půdorys altánu je tvaru pravidelného osmiúhelníku, vnitřní úhly jsou stejné. Pravidelnému n-úhelníku je možné opsat kružnici. Střed kružnice je také středem osmiúhelníku. Středový úhel pro dva sousední vrcholy je 360 : 8, viz obrázek. Dva vedlejší vrcholy zadaného obrazce spolu se středem tvoří rovnoramenný trojúhelník, a tedy součet velikostí úhlu v trojúhelníku bude $180 = \alpha + 2 \cdot \beta$. Nakonec vidíme, že $\gamma = 2 \cdot \beta$. Velikost zadaného úhlu je 135°.

Jiný postup může být například využití vztahu pro výpočet velikosti vnitřního úhlu pro pravidelný n-úhelník, ten zní $(n-2) \cdot \frac{180}{2}$.



Obrázek 3.70: Ukázka řešení úlohy 7

Nápověda 1:
Tento útvar je pravidelný n-úhelník a je možné mu opsat kružnici.

Nápověda 2:
Osmiúhelník je možné rozdělit na menší útvary, jejichž úhly dokážeme jednoduše spočítat, například trojúhelníky. Také je možné vzít v úvahu středový úhel dvou vedlejších vrcholů.

O objektu:
Altán slouží jako hudební pavilon, který byl určen koncertům pod širým nebem. Byl vytvořen koncem 19. století v secesním stylu a je jednou z dominant Rudolfovy aleje.

Ročník:
9

3.4.8 Střed

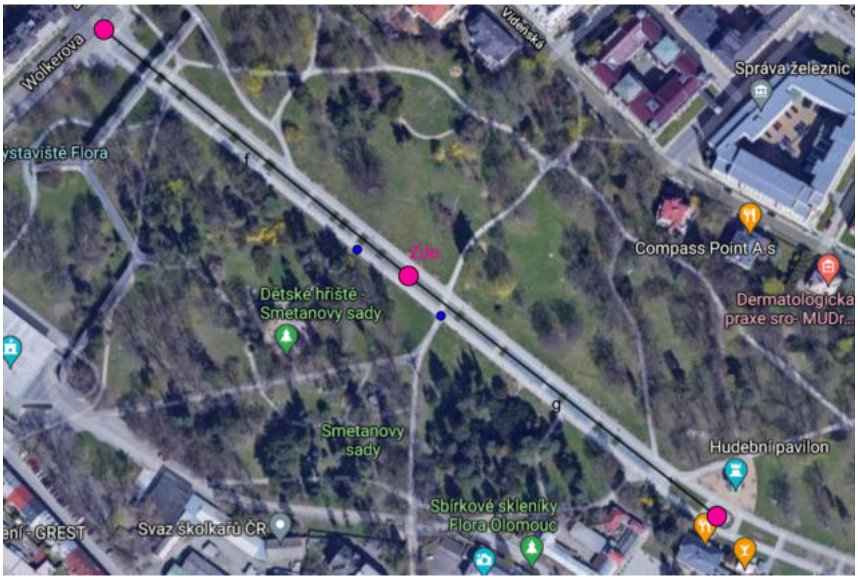
Zadání úlohy:
Nalezněte střed části Rudolfovy aleje vedoucí od fontány po most do Čechových sadů.

Ukázka řešení:
Střed se nachází přibližně v polovině mezi východem z dětského hřiště a cesty vedoucí od botanické zahrady, oba východy jsou na mapce zaznačeny modře.

Nápověda 1:
Svou aktuální pozici odešlete stisknutím tlačítka.

Nápověda 2:
Vzdálenost je možné odkrokovat, odpočítat záhonky uprostřed (pozor na velikost) nebo změřit na mapě.

Obrázek 3.71: Úloha 8: Střed



Obrázek 3.72: Ukázka řešení úlohy 8

Nápověda 3:

Zkuste se z vytipovaného středu rozhlédnout na oba objekty a zkontrolovat, zda stojíte uprostřed.

O objektu:

Rudolfova alej, pojmenována po svém zakladateli, tehdejším olomouckém arcibiskupovi Rudolfu Janu Habsburském, byla první olomouckou parkovou plochou.

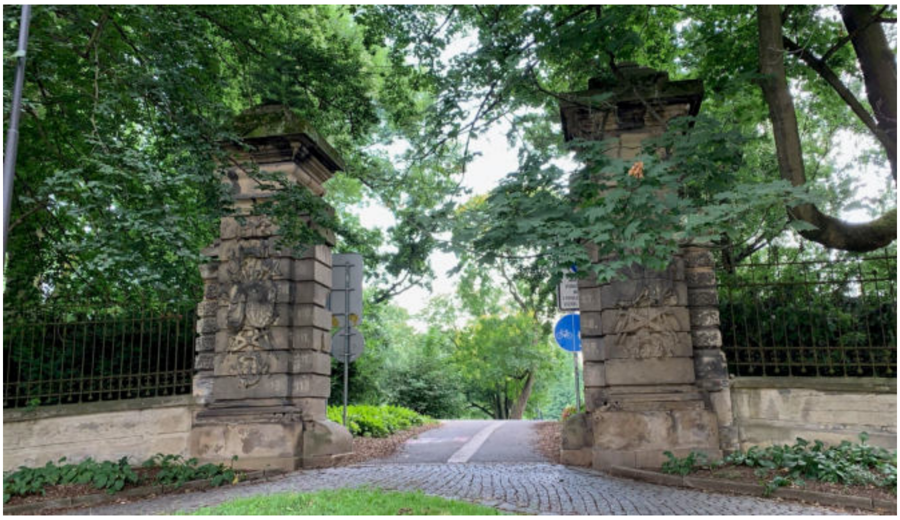
Ročník:

2

3.4.9 Výška brány

Zadání úlohy:

Určete výšku sloupů předbraní. Výsledek zapište v metrech.



Obrázek 3.73: Úloha 9: Výška brány

Odpověď:

Správná odpověď se nachází v intervalu $\langle 4{,}3\,m; 4{,}7\,m\rangle$. V intervalech $\langle 3{,}5\,m; 4{,}3\,m)$ a $(4{,}7\,m; 5{,}5\,m\rangle$ hodnotíme odpovědi jako ještě v mezích dobré.

Ukázka řešení:

Výšku je možné změřit více způsoby: pomocí odhadu z určité vzdálenosti vidíme objekt pod daným úhlem (dále využití funkce tangens v pravoúhlém trojúhelníku)*, dále přiměřením výšky člena týmu a jiné. Výška je rovna přibližně 4,5m.

*Natáhneme ruku s pěstí na výšku před sebe, představíme si, že pěst nejprve položíme na zem a vrchní bod pěsti vidíme přibližně pod úhlem 10°.

Nápověda 1:

Odhadněte výšku pomocí velikosti osoby stojící vedle sloupu. Víte-li, jak je osoba vysoká a kolikrát je třeba tuto výšku sčítat do velikosti sloupu brány, víte, jak je sloup vysoký.

Nápověda 2:

Určování úhlu pomocí odhadu rukou* nebo na chytrých mobilech aplikací Měření.

*Natáhneme ruku s pěstí na výšku před sebe, představíme si, že pěst nejprve položíme na zem a vrchní bod pěsti vidíme přibližně pod úhlem 10°.

O objektu:

Tyto sloupy jsou pozůstatkem předbraní Terezské brány, které bylo do Smetanových sadů přemístěno v roce 1898 z důvodu bourání opevnění (po roce 1888). Dnes jej můžete vidět jako vstup do parku z ulice Vídeňská.

Ročník:

7

Závěr

Tato diplomová práce pojednává o využití matematických úloh ke tvorbě procházek prostřednictvím webových stránek MathCityMap. Tento web slouží komukoliv, kdo chce tvořit matematické trasy, ale především učitelům a žákům k ozvláštnění hodin matematiky. Využití interaktivních a aktivizačních metod ve výuce není pouze moderní způsob výuky, ale zprostředkovává žákům aktivní zapojení do výuky, jednodušší pochopení látky a náhled na její praktické využití. V současné době je nezbytné, aby učitelé i žáci středních škol dokázali dobře pracovat s technologiemi, a to především v souvislosti s prací a vzděláváním se, tvorba procházek a jejich procházení tomu přispívá.

Teoretická část je rozdělena na první kapitolu, souhrn historie matematiky a didaktiky matematiky, a druhou kapitolu, zabývající se přímo MathCityMap. Slouží jako návod a průvodce jak webovým portálem pro zájemce o tvorbu, tak také stejnojmennou mobilní aplikací pro řešitele.

Třetí kapitola je praktickou částí této diplomové práce. Její náplní jsou čtyři části věnované konkrétní procházce vytvořené pro tuto práci. Ke třem z tras jsou zapotřebí znalosti středoškolské matematiky, jež spadá do mého zaměření, a poslední trasa je zaměřena na rodiny s dětmi, řešitele již od prvního stupně základní školy, a tedy je ukázkou zábavné volnočasové matematiky. Všechny jsou situovány v centru města Olomouce a jeho parcích, v jejichž okolí se nachází také několik základních a středních škol.

Přílohami této práce jsou pracovní listy v pfd, které je možné využít při offline vyplňování procházek. Pracovní listy je možné stáhnout ve třech formách: s řešením, bez řešení s vyhrazeným místem pro výpočty a obyčejnou. Přikládáme pouze jedinou z nich, zbylé naleznete na webu u každé z tras.

Našim záměrem byla nejen tvorba těchto procházek a návodu pro ty, které to neméně nadchne a budou tvořit sami pro své osobní účely nebo veřejně, ale také rozšířit povědomí o možnostech, které MathCityMap nabízí. Původní nápad zprostředkování informací pomocí krátkých přednášek nebo seminářů jsme přehodnotili a to nejen na základě situace s Covid-19 a shromažďováním osob. Efektivnější metodou nacházíme rozmluvy o mé diplomové práci s mým okolím a známými. Především těmi, kteří se pohybují v oblasti školství, tj. mí spolužáci, bývalí učitelé, vedoucí praxí apod. U těchto lidí ihned dokáži vyhodnotit jejich zájem i to, kdo ocení podrobnější vysvětlení a ukázku. Mám pocit, že se nám povedlo začlenit využití procházek již do výuky několika ze zmíněných a vzbudit zájem u dalších. Využití procházek se promítá i do jiných předmětů, a tedy se opět dostáváme k mezipředmětové vazbě s fyzikou, zeměpisem, informatikou, biologií a dalšími.

Každá z tras byla stažena a projita několika respondenty, jak z oblasti matematiky tak jinými žáky velké věkové škály. Nyní je nám známo přes padesát stažení a počet stále roste.

Literatura

[1] BĚLOUN, F. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu.* 8. upravené vydání. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-104-3.

[2] CALDA, E., DUPAČ, V. *Matematika pro gymnázia.* 5. vydání. Praha: Prometheus, 2008. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-365-3.

[3] JUŠKEVIČ, A. P. *Dějiny matematiky ve středověku.* Praha: Academia, 1978.

[4] KALHOUS, Z., OBST, O. *Školní didaktika.* 2. vydání. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-571-4.

[5] KOLMAN, A. *Dějiny matematiky ve starověku.* Praha: Academia, 1968.

[6] KVĚTOŇ, P. *Kapitoly z didaktiky matematiky.* Ostrava: Pedagogická fakulta, 1982.

[7] ODVÁRKO, O. *Matematika pro gymnázia.* 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-359-2.

[8] PETÁKOVÁ, J. *Matematika - příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy.* Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-099-3.

[9] POLÁK, J. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně.* Plzeň: Fraus, 2014. ISBN 978-80-7238-449-5.

[10] POLÁK, J. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně.* Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 978-80-7489-326-1.

[11] POLÁK, J. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně.* Plzeň: Fraus, 2016. ISBN 978-80-7489-327-8.

[12] POMYKALOVÁ, E. *Matematika pro gymnázia.* 4. vydání. Praha: Prometheus, 2009. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-389-9.

[13] ROBOVÁ, J. *Sbírka aplikačních úloh ze středoškolské matematiky.* Praha: Prometheus, 2014. ISBN 978-80-7196-445-2.

[14] VALIŠOVÁ, A., KASÍKOVÁ, H., BUREŠ, M. *Pedagogika pro učitele.* 2. rozšířené a aktualizované vydání. Praha: Grada, 2011. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-3357-9.

[15] ZORMANOVÁ, L. *Obecná didaktika: pro studium a praxi.* Praha: Grada, 2014. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4590-9.

[16] BAUMANN-WEHNER, M., GURJANOW, I., MILICIC, G., LUDWIG, M. *Analysis of Student-Teacher Chat Communication during Outdoor Learning within the MCM Digital Classroom.* In M. Ludwig, S. Jablonski, A. Caldeira, A A. Moura (Eds.), Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age, 63-70. Dostupné z: https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.08

[17] CAHYONO, A. N., LUDWIG, M. *Examining motivation in mobile app-supported math trail environments.* Accepted to be presented at 10th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 10), Dublin (Ireland), 2017.

[18] CAHYONO, A. N., LUDWIG, M. *MathCityMap: Exploring mathematics around the city.* Presented at 13th International Congress on Mathematics Education (ICME-13), Hamburg (Germany), 2016.

[19] GURJANOW, I., LUDWIG, M. *Using the MathCityMap-app to examine the impact of gamification on intrinsic motivation.* Presented at 13th International Congress on Mathematics Education (ICME-13), Hamburg (Germany), 2016.

[20] GURJANOW, I., LUDWIG, M., ZENDER, J. *Why do in-service teachers and student teachers use MathCityMap and why don't - A short survey on acceptance and user behavior of MathCityMap.* Accepted to be presented at 10th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 10), Dublin (Ireland), 2017.

[21] GURJANOW, I., ZENDER, J., LUDWIG, M. *MathCityMap – Popularizing Mathematics around the Globe with Math Trails and Smartphone.* In M. Ludwig, S. Jablonski, A. Caldeira, a A. Moura (Eds.), Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age, 103- 110. Dostupné z: https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.13

[22] JESBERG, J., LUDWIG, M. *MathCityMap - Make mathematical experiences in out-of-school activities using mobile technology.* Proceedings of the International Conference on Mathematics Education 12. Seoul, 2012.

[23] LAVICZA, Z., HAAS, B., KREIS, Y. *Discovering Everyday Mathematical Situations Outside the Classroom with MathCityMap and GeoGebra 3D.* In M. Ludwig, S. Jablonski, A. Caldeira, A. Moura (Eds.), Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020,23-30. Dostupné z: https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.03

[24] LUDWIG, M., JABLONSKI, S. *Doing Math Modelling Outdoors - A Special Math Class Activity designed with MathCityMap.* In: 5th International Conference on Higher Education Advances (HEAd'19) Universitat Polit'ecnica de Val'encia, Val'encia, 2019, 901-909.

[25] LUDWIG, M., JESBERG, J. *Using Mobile technologiy to provide Outdoor Modelling Tasks- The MathCityMap-Project.* In Procedia Proceedings of WCES: Elsevier, 2015, 2776–2781. Dostupné z: https://doi:10.1016/j.sbspro.2015.04.517

Přílohy

Bezručovy sady

Code: 563091

Adéla Pantělejevová

12.12.21

Informácie o tejto trase

Počet úloh:	10
Očakávaná dĺžka trvania:	~ 02 h 10 min
Dĺžka:	~ 0.6 km
Odporúčané pre ročník:	12
Odporúčané pomôcky:	• Kalkulačka • Skladací meter
Označenia, Tagy:	Obsah, Area, Čtyřúhelník, Quadrilateral, Tetragon, Obvod, Perimeter, Kombinatorika, Combinatorics, Jehlan, Pyramid, Povrch, Surface area, Délka, Length, Stairs, Schody, Geometrie, Historická úloha, Historical task, Doplňovačka, GPS, Úsečka, Střed, Center, Line, Line segment, Hmotnost, Mass, Hustota, Density, Četnost, Počet, Frequency, Calculus, Teorie uzlů, Knot theory

Tato procházka byla vytvořena v rámci diplomové práce. Jejím cílem je představení matematiky v našem okolí (parcích, centru města apod.), využití informačních technologií nejen v každodenním životě (při práci a zábavě), ale také výuce a vzdělávání se. Trasa je určena především pro žáky středních škol. Při jejím řešení se nezdráhejte využít dohledání informací, vzorců a nápadů na internetu. Vše je možné vyřešit s mobilem a odhady, chcete-li mít úlohy přesněji nebo neumíte dobře odhadnout vzdálenosti, je vždy lepší mít s sebou papír, tužku a metr.

Na Hradě
bývalý jezuitský Konvikt
UPOL - Filozofická fakulta
UPOL - Filozofická fakulta
Univerzitní
Vila Primavesi
Mlýnský potok
Mlýnský potok
Mlýnský potok
Bulharská zahrada
Brněnská zahrada
letničkové kruhy
Bezruč Park
Gruzínská zahrada
expozice nízkých dřevin
Barokní prachárna
©2022 MapQuest © OpenStreetMap © Mapbox

1. Úloha: Sochy Herkulů

Úloha

Vypočtěte obsah čtyřúhelníku ohraničeného sochami, víme-li, že jeho dvě strany jsou spolu rovnoběžné. Obsah uveďte v metrech čtverečních.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

1. Úloha: Sochy Herkulů

1. Čiastková úloha: Čtyřúhelník

Úloha

Čtyřúhelník vymezený sochami Herkulů je?

A) ☐ lichoběžník

B) ☐ kosodelník

C) ☐ deltoid

Výpočet:

Výsledok

1. Úloha: Sochy Herkulů

2. Čiastková úloha: Nejkratší vzdálenost

Úloha

Jakou nejmenší vzdálenost (v metrech) bychom museli ujít, abychom postupně obešli všechny čtyři sochy? (Žádnou nenavštívíme dvakrát.)

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

4. Úloha: Chůze po schodišti

Úloha

Kolika možnostmi je možné vyjít schody nahoru, můžete-li stoupnout na každý schod, jít po dvou schodech, po třech i po čtyřech a ještě tyto způsoby kombinovat?

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

5. Úloha: Klenuté okno

Úloha

Vypočtěte povrch jednoho výklenku pro okno. Vyberte nejbližší (zaokrouhlený/nejsprávnější) výsledek.

A) ☐ $0{,}8\,m^2$

B) ☐ $2\,m^2$

C) ☐ $35000\,cm^2$

D) ☐ $600\,dm^2$

Výpočet:

Výsledok

6. Úloha: Podstavec

Úloha

Vypočtěte hmotnost (v tunách) podstavce památníku Petra Bezruče. Hustota pískovce, z něhož je podstavec vytvořen, je $1900 - 2700$ kg/m^3 (pro výpočet zvolte $2200\, kg/m^3$).

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

7. Úloha: Střecha altánu

Úloha

Vypočtěte povrch střechy altánu, víte-li, že vzdálenost podstavy střechy od jejího vrcholu je $1{,}2\,m$.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

8. Úloha: Mauzoleum

Úloha

Doplňte text týkající se mauzolea. Čísla zapište slovně.

Jihoslovanské mauzoleum slouží pro uložení ostatků _______ vojínů. V podzemní kryptě jsou ostatky _______ (kolika) osob v _______ rakvích. Tehdejší Jugoslávie, nynější Bosna a Hercegovina, Chorvatsko, Srbsko, _______ , ale také Černá Hora a _______ bojovaly za _______ světové války na straně Rakouska-Uherska.

Památník je stavba ve stylu _______ . Vstup do podzemní krypty zdobí reliéf truchlící _______ , český lev a znak Království Srbů, _______ a Slovinců.

Výpočet:

Výsledok

9. Úloha: Střed

Úloha

Najděte místo (na chodníku), ze kterého je stejně vzdálen most vedoucí do botanické zahrady a most do Korunní pevnůstky.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

10. Úloha: Stromy

Úloha

Jaký je podíl zastoupení kaštanů a javorů mezi všemi stromy v úseku vymezeném hlavními (asfaltovými) cestami a první příčnou cestičkou? (Cestičkou je myšlena ta, která je znázorněná na fotografii a úsek podle lokace úlohy.) Zapište desetinným číslem.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

11. Úloha: Schody

Úloha

Je-li zábradlí na schodišti zhotoveno nařezáním jedné trubky, jak dlouhá musela alespoň být?

A) ☐ $47\,m$

B) ☐ $69m$

C) ☐ $96m$

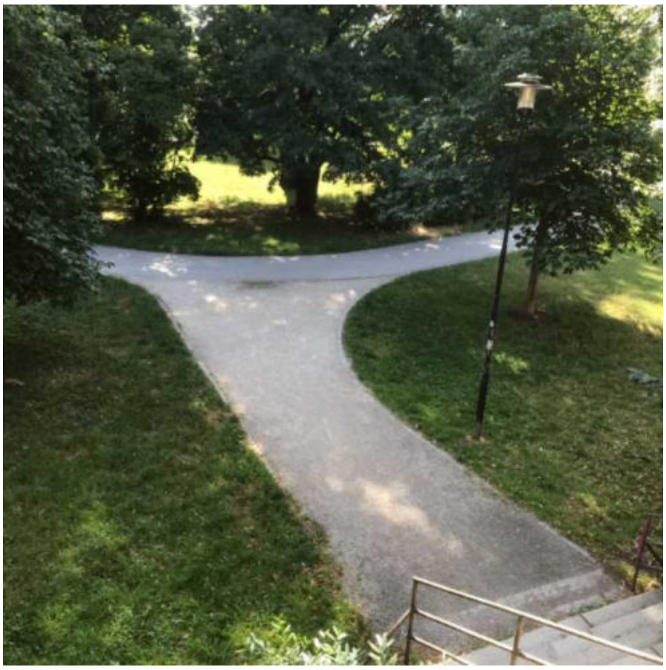
D) ☐ $118\,m$

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová

12. Úloha: Počet cest



Úloha

Kolika možnými cestami můžete od těchto schodů dojít k mostu vedoucímu do Korunní pevnůstky, nebudete-li zacházet dále než ke vchodu do botanické zahrady a za mateřskou školu? Žádným místem neprojdete dvakrát.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Olomouc centrum (obtížnější)

Code: 575587

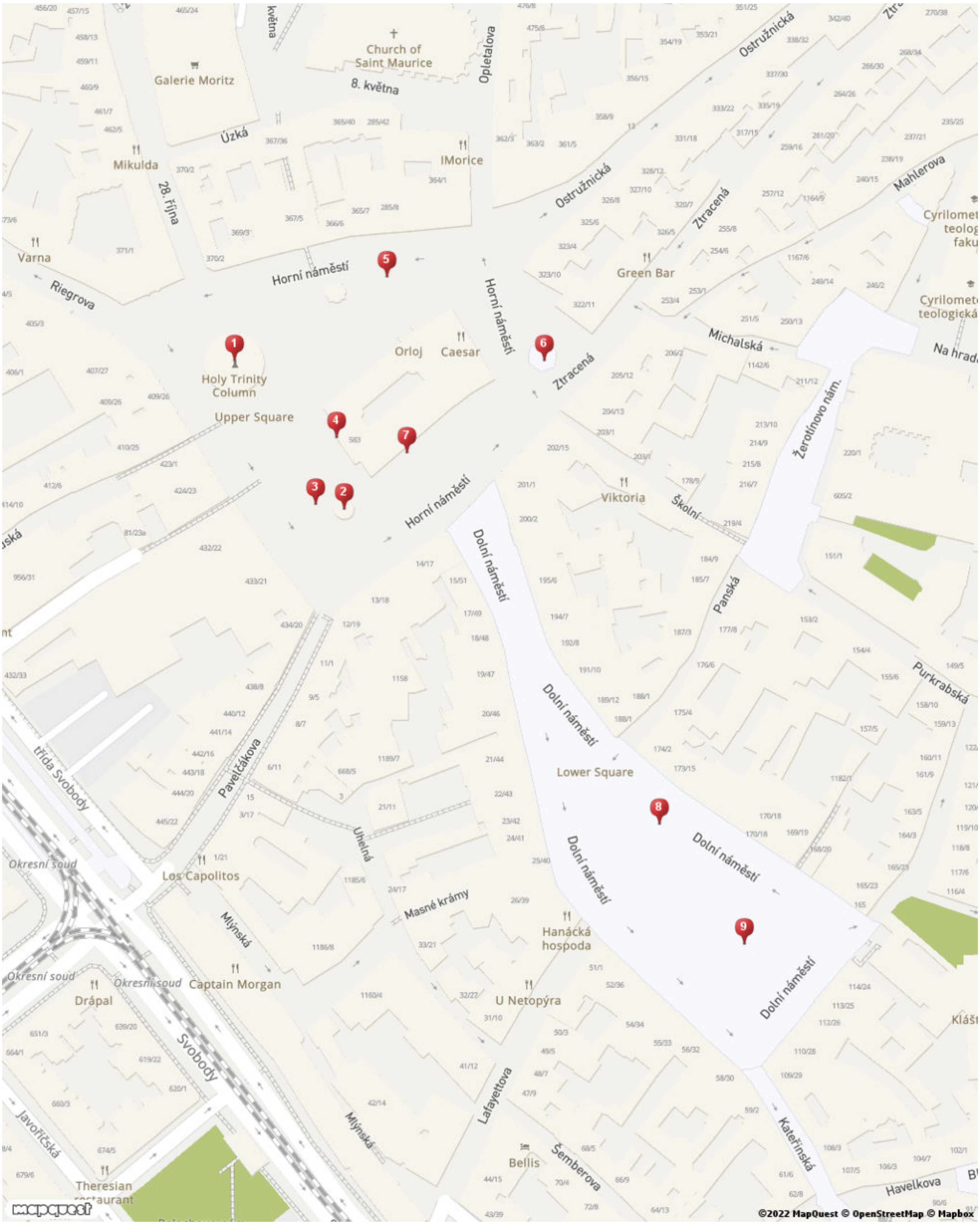
Adéla Pantělejevová

12.12.21

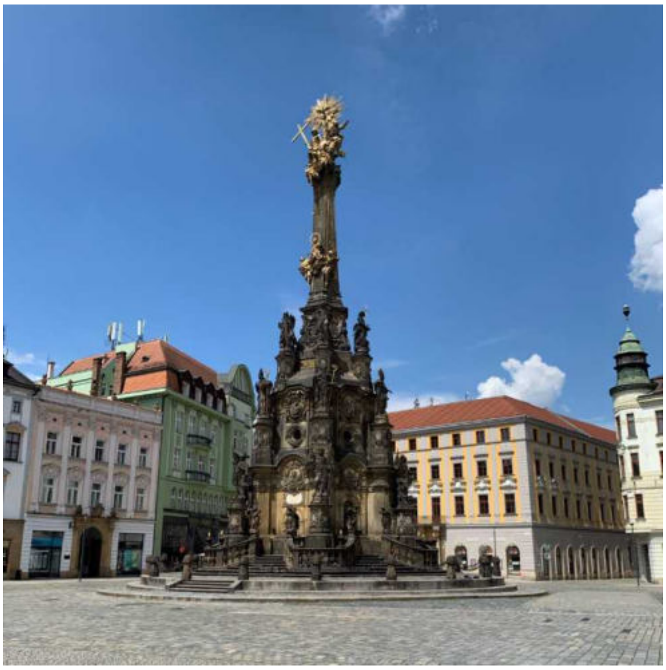
Informácie o tejto trase

Počet úloh:	9
Očakávaná dĺžka trvania:	~ 02 h 00 min
Dĺžka:	~ 1 km
Odporúčané pre ročník:	11
Odporúčané pomôcky:	• Goniometria • Kalkulačka • Meracie pásmo • Skladací meter
Označenia, Tagy:	Goniometrie, Trojúhelník, Výškový úhel, Triangle, Trigonometry, Obvod, Planimetrie, Elipsa, Circuit, Ellipse, Planimetrics, Výška, Tigonometry, Height, Mnohoúhelník, Obsah, Objem, Polygon, Area, Volume, Objem, Pítko, Drinking fountain, Počet, Teorie uzlů, Knot theory, Calculus, Doplňovačka, Historická úloha, Cloze, Historical task, Kombinatorika, Permutace, Combinatorics, Permutation, GPS, Stejnolehlost, Orientace v prostoru, Homothety, Orientation

Tato procházka byla vytvořena v rámci diplomové práce, jako ukázka aplikace matematiky v našem okolí, využití informačních technologií ve výuce a celém procesu vzdělávání se. K procházce naleznete i alternativu (jednodušší procházku ve stejné lokaci) například pro mladší řešitele. K řešení úloh neváhejte využít mobilních aplikací (kalkulačka, měření apod.), odhadů, dohledání vzorců na internetu. Poznámkový blok, tužka a metr Vám také nebudou na škodu.


Church of Saint Maurice
8. května
Opletalova
Galerie Moritz
Úzká
Mikulda
28. října
IMorice
Ostružnická
Mahlerova
Ztracená
Green Bar
Varna
Riegrova
Horní náměstí
Cyrilometodějská teologická fakulta
Michalská
Na hradě
Holy Trinity Column
Orloj
Caesar
Upper Square
Žerotínovo nám.
Viktoria
Školní
Dolní náměstí
Panská
Purkrabská
Lower Square
Pavelčákova
třída Svobody
Uhelná
Okresní soud
Los Capolitos
Masné krámy
Mlýnská
Hanácká hospoda
Captain Morgan
Drápal
U Netopýra
Svobody
Lafayettova
Kateřinská
Javořičská
Bellis
Šemberova
Theresian restaurant
Havelkova
©2022 MapQuest © OpenStreetMap © Mapbox

1. Úloha: Sloup Nejsvětější Trojice



Úloha

Určete výšku sloupu Nejsvětější Trojice. Snažte se vzdálenost odhadnout pomocí vlastností trojúhelníku.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

2. Úloha: Arionova kašna

Úloha

Určete obvod kašny. Údaj zapište v metrech.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

3. Úloha: Pítko

Úloha

Vypočtěte, kolik litrů vody může maximálně obsahovat nadzemní část pítka.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

4. Úloha: Radnice

Úloha

Jak vysoko jsou erby od země? Údaj zapište v metrech. Vzdáleností erbů od země máme na mysli vzdálenost jejich spodního okraje od země.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

5. Úloha: Křižovatky v centru Olomouce

Úloha

Na plastickém modelu centra Olomouce nalezněte spojnici nejvíce ulic. Spojnicí myslíme křižovatku či náměstí.

Nejvíce ulic prochází _______ , počet ulic je _______ .

Výpočet:

Výsledok

6. Úloha: Caesarova kašna

Úloha

Doplňte správně následující tvrzení o Caesarově kašně.

Caesarova kašna je _______ olomouckou kašnou. Báje praví, že Gaius Julius Caesar byl _______ města Olomouce. Caesar vzhlíží směrem k _______ , kde se měl nacházet římský tábor. Na jednom z erbů, které drží ležící muži, je vyobrazena moravská _______ .

Výpočet:

Výsledok

7. Úloha: Parkovací místa

Úloha

Kolika způsoby je možné zaparkovat 13 různých aut na parkovací místa (vyhrazená kovovými ohraničeními mezi dlažebními kostkami) u jižní strany radnice?

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová

7. Úloha: Parkovací místa

1. Čiastková úloha: Parkovací místa

Úloha

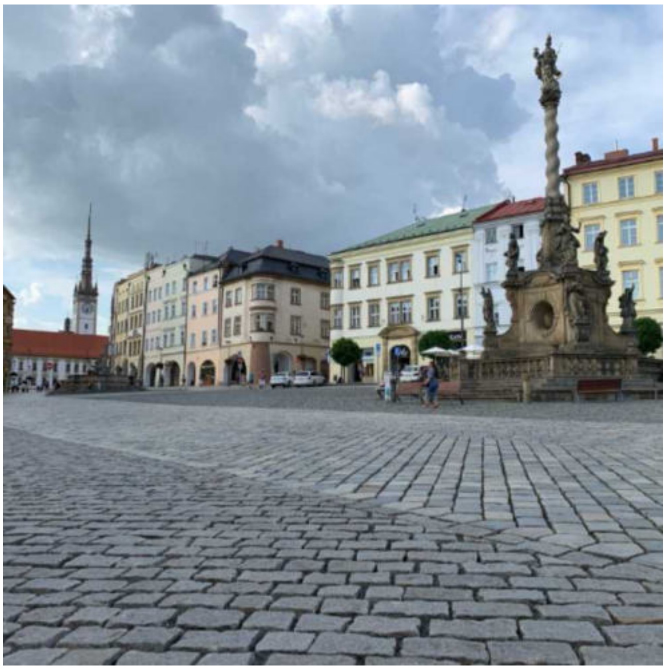
Kolika způsoby je možné zaparkovat 3 různá auta na parkovací místa (vyhrazená kovovými ohraničeními mezi dlažebními kostkami) u jižní strany radnice?

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

9. Úloha: Věže



Úloha

Najděte místo, které je středem mezi radniční věží a Mariánským sloupem.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

10. Úloha: Jupiterova kašna

Úloha

Vypočtěte kolik litrů vody se nachází v Jupiterově kašně.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Olomouc centrum (jednodušší)

Code: 795612

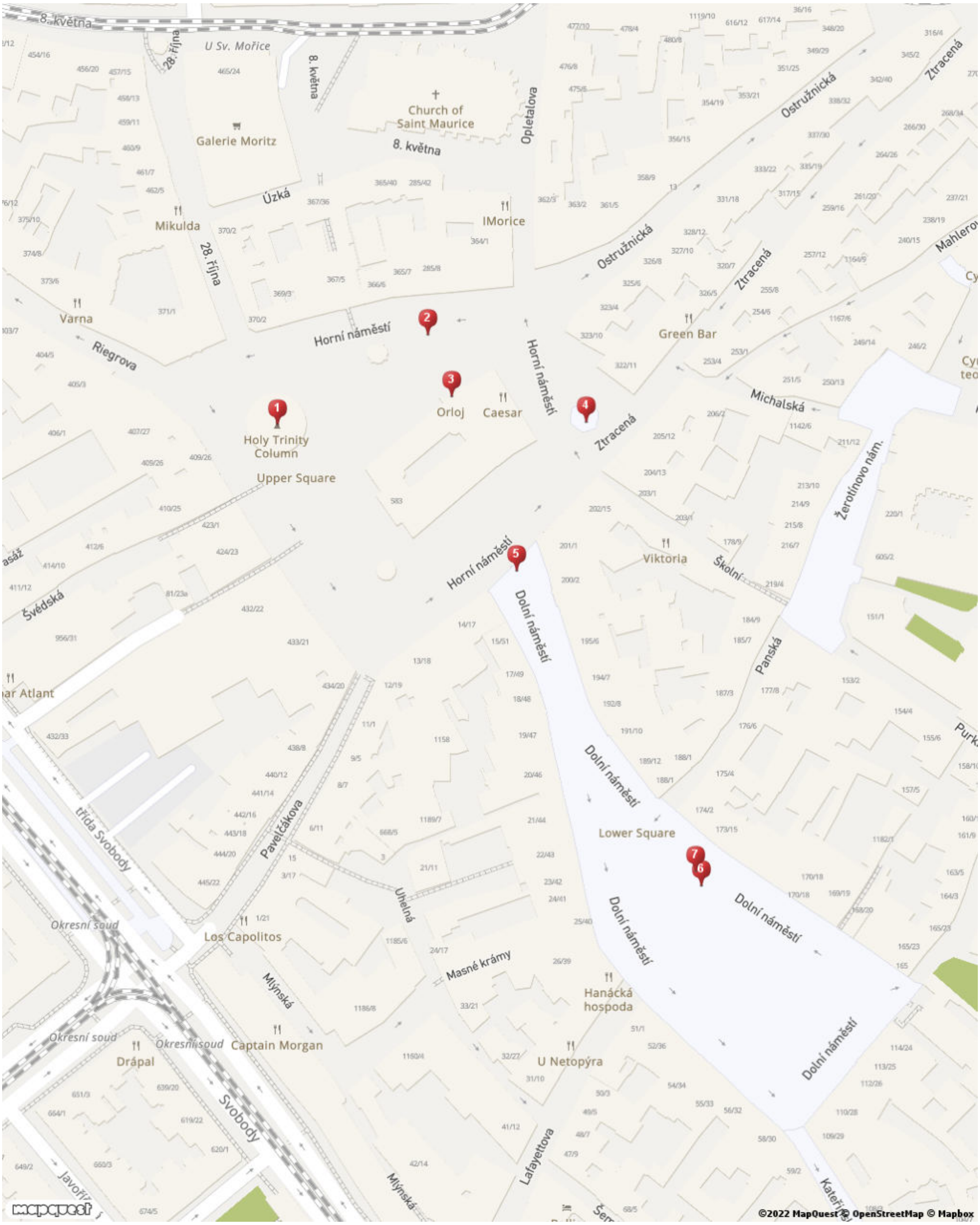
Adéla Pantělejevová

12.12.21

Informácie o tejto trase

Počet úloh:	7
Očakávaná dĺžka trvania:	~ 01 h 30 min
Dĺžka:	~1 km
Odporúčané pre ročník:	3
Odporúčané pomôcky:	•
Označenia, Tagy:	Sčítání, Addition, Počet, Teorie uzlů, Knot theory, Calculus, Doplňovačka, Historická úloha, Cloze, Historical task, Postřeh, Pozornost, Attention, Dělitelnost, Divisor, Vzdálenost, Distance, GPS, Stejnolehlost, Orientace v prostoru, Homothety, Orientation

Procházka vznikla v rámci diplomové práce, která má za cíl ukázat matematiku okolo nás, využití matematického softwaru MathCityMap a také využití informačních technologií ve výuce. Tato konkrétní procházka je jednodušší alternativou stejnojmenné procházky a je určena pro veřejnost, pro mladší řešitele a také rodiny. K řešení procházky se Vám bude hodit tužka, blok a metr. Nechcete-li využívat metr, popusťte uzdu kreativitě. Měřit můžete kroky, stopami, lokty nebo například délkou poznámkového bloku.


8. května
U Sv. Mořice
28. října
Church of Saint Maurice
Galerie Moritz
Opletalova
Úzká
Mikulda
IMorice
Ostružnická
Ztracená
Varna
Riegrova
Horní náměstí
Green Bar
1
2
3
4
5
6
7
Holy Trinity Column
Orloj
Caesar
Michalská
Upper Square
Žerotínovo nám.
Viktoria
Školní
Švédská
Dolní náměstí
Panská
ar Atlant
třída Svobody
Pavelčákova
Lower Square
Uhelná
Okresní soud
Los Capolitos
Masné krámy
Mlýnská
Hanácká hospoda
Drápal
Captain Morgan
U Netopýra
Svobody
Lafayettova
©2022 MapQuest © OpenStreetMap © Mapbox

1. Úloha: Sloup Nejsvětější Trojice

Úloha

Kolik se na sloupu Nejsvětější Trojice nachází soch stojících na podstavcích?

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

2. Úloha: Plastický model centra Olomouce

Úloha

Najdi křižovatku, kterou prochází nejvíce ulic. Křižovatkou může být také náměstí.

Nejvíce ulic prochází _______ .

Výpočet:

Výsledok

3. Úloha: Orloj

Úloha

Orloj obsahuje několik ciferníků, mozaiku s obrazy a figury. Odpovězte správně na otázky o těchto prvcích olomouckého orloje.

Výsledok

3. Úloha: Orloj

1. Čiastková úloha: Orloj 1

Úloha

Které hodiny (jaký ciferník) ukazují minuty?

A) ☐ vlevo nahoře

B) ☐ vlevo dole

C) ☐ vpravo nahoře

D) ☐ žádné

Výpočet:

Výsledok

3. Úloha: Orloj

2. Čiastková úloha: Orloj 2

Úloha

Který ciferník ukazuje svátky jmen?

A) ☐ vlevo nahoře

B) ☐ vpravo nahoře

C) ☐ žádný

D) ☐ dole uprostřed

Výpočet:

Výsledok

3. Úloha: Orloj

3. Čiastková úloha: Orloj 3

Úloha

Co vše je zaznamenáno ve velkém dolním ciferníku?

A) ☐ dny v měsíci, dny v týdnu, měsíce v roce, měsíční fáze a narozeniny

B) ☐ dny v měsíci, dny v týdnu, měsíce v roce, měsíční fáze a svátky

C) ☐ dny v měsíci, dny v týdnu, měsíce v roce, svátky

D) ☐ dny v týdnu, měsíce v roce, měsíční fáze a státní svátky

Výpočet:

Výsledok

3. Úloha: Orloj

4. Čiastková úloha: Orloj 4

Úloha

Kolik se na orloji nachází postaviček vytvořených z mozaiky?

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

3. Úloha: Orloj

5. Čiastková úloha: Orloj 5

Úloha

Doplňte text týkající se střední části olomouckého orloje.

V centrální části orloje mezi otočnými figurami se nachází zlatý _______ . Orloj je pohyblivý a hraje zvonkohru přesně ve _______ . Figurky, které se sedm minut střídavě během zvonkohry pohybují, znázorňují různá _______ .

Výpočet:

Výsledok

9. Úloha: Caesarova kašna

Úloha

Doplňte správně následující tvrzení o Caesarově kašně.

Caesarova kašna je _______ olomouckou kašnou. Báje praví, že Gaius Julius Caesar byl _______ města Olomouce. Caesar vzhlíží směrem k _______ , kde se měl nacházet římský tábor. Na jednom z erbů, které drží ležící muži, je vyobrazena moravská _______ .

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová

10. Úloha: Průchod

Úloha

Jak široký je průchod z Horního náměstí na Dolní náměstí? Šířku uveďte v metrech. Průchod počítejte od rohů krajních budov, které oddělují náměstí (budov na obrázku).

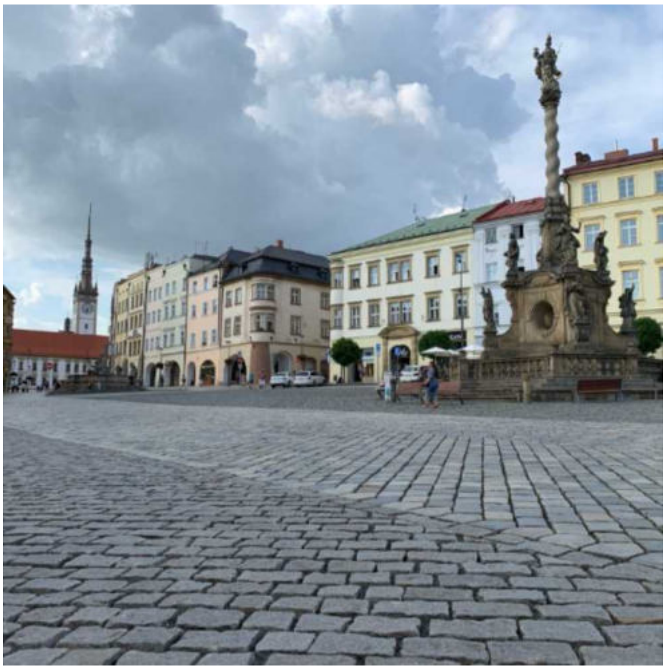
Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová

11. Úloha: Věže



Úloha

Najděte místo, které je středem mezi radniční věží a Mariánským sloupem.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

12. Úloha: Mariánský sloup

Úloha

Vypište všechna čísla v popisu Mariánského sloupu (z prosklené informační tabule ležící na zemi směrem k ulici Lafayettova), která jsou dělitelná dvěma.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Smetanovy sady

Code: 365613

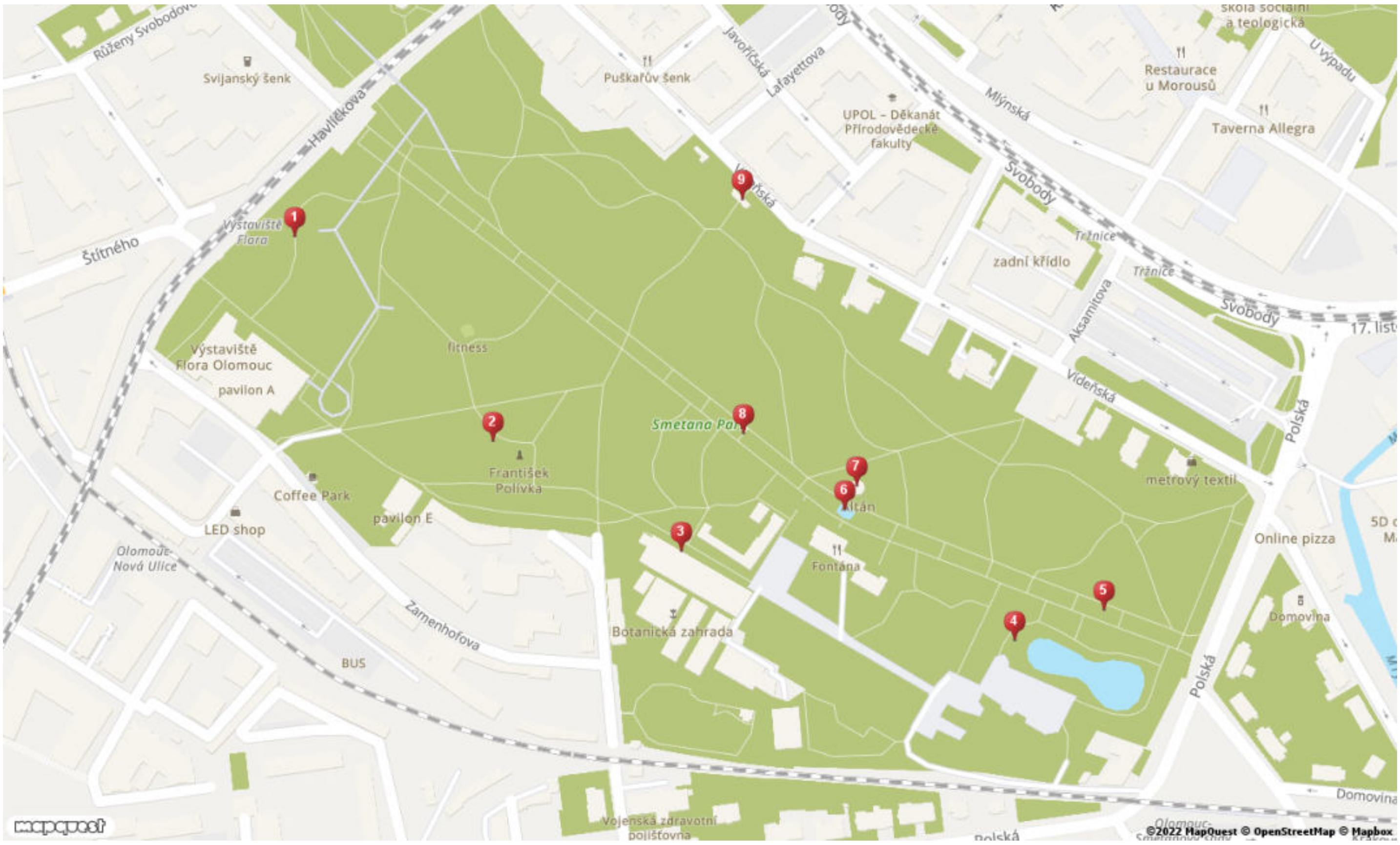
Adéla Pantělejevová

12.12.21

Informácie o tejto trase

Počet úloh:	9
Očakávaná dĺžka trvania:	~ 01 h 30 min
Dĺžka:	~ 1.1 km
Odporúčané pre ročník:	12
Odporúčané pomôcky:	• Kalkulačka • Skladací meter
Označenia, Tagy:	Kosinová věta, Sinová věta, Trojúhelník, Obecný trojúhelník, Triangle, Law of cosines, Law of sines, Pravděpodobnost, Probability, Kombinatorika, Combinatorics, Úhel, Angle, Central angle, Středový úhel, Velikost úhlu, Doplňovačka, Historická úloha, Cloze, Rychlost, Velocity, Dráha, Distance, Čas, Time, Výška, Vzdálenost, Height, Goniometrie, Výškový úhel, Trigonometry, Spád, Stairs, Schody, GPS, Lokace, Location, Úsečka, Střed, Line, Center

Tato procházka byla vytvořena v rámci diplomové práce. Jejím cílem je představení matematiky v našem okolí (parcích, centru města apod.). Matematika je všudypřítomná a využít informačních technologií můžeme nejen v každodenním životě (při práci a zábavě), ale také výuce a vzdělávání se. Úroveň procházky je středoškolská, ale určena i pro širší veřejnost. Při jejím řešení se nezdráhejte využít dohledání informací, vzorců a nápadů na internetu. Doporučuji zkusit využít různé odhady vzdáleností (měření pomocí kroků, stop, loktů, bloku do nějž zapisujete, atd.) nebo i velikostí úhlů.


Svijanský šenk
Havlíčkova
Puškařův šenk
Javořičská
Lafayettova
UPOL - Děkanát Přírodovědecké fakulty
Mlýnská
Restaurace u Morousů
Taverna Allegra
Svobody
Tržnice
zadní křídlo
Aksamitova
Štítného
Výstaviště Flora
Výstaviště Flora Olomouc
pavilon A
fitness
Smetana Park
František Pavlíček
Coffee Park
LED shop
pavilon E
Olomouc-Nová Ulice
Zamenhofova
Botanická zahrada
Fontána
BUS
metrový textil
Online pizza
Domovina
Polská
Vídeňská
Vojenská zdravotní pojišťovna
©2022 MapQuest © OpenStreetMap © Mapbox

1. Úloha: Sklon zábradlí

Úloha

Jaký spád má zábradlí? Odpověď zapište ve stupních.

Prvý odhad:

Výpočet:

2. Úloha: Trojúhelník

Úloha

V trojúhelníku vyznačeném stromy na obrázku určete velikost jeho nejmenšího úhlu. Výsledek zapište ve stupních.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

3. Úloha: Sbírkové skleníky Flora Olomouc

Úloha

Jaká je pravděpodobnost, že bude ve sklenících otevřeno, jestliže sem půjdete v 17:30 v libovolný den v (nepřestupném) roce? Státní svátky nebereme v úvahu.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

3. Úloha: Sbírkové skleníky Flora Olomouc

1. Čiastková úloha: Otevírací doba

Úloha

Kolik procent (nepřestupného) roku mají skleníky otevřeno? Státní svátky neuvažujeme.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

5. Úloha: Jezírko

Úloha

Jak rychle byste museli běžet, abyste oběhli jezírko (po asfaltové cestě) za minutu? Výsledek zapište v m/s.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová
PDF dokument vygenerovaný pomocou mathcitymap.eu, Pracovná skupina MATIS I, Goeteho Univerzita Frankfurt

6. Úloha: Smetanovy sady

Úloha

Doplňte text týkající se Smetanových sadů. Čísla zapisujte slovně.

V Rudolfově aleji se nachází socha _______ _______ , jehož jméno dnes nese právě tento park. V parku se také nacházejí _______ fontány, jedna přímo před restaurací _______ , druhá v jezírku nedaleko pomníku, u nějž stojíte. Smetanovy sady jsou jedněmi ze _______ sadů, které Statutární město Olomouc spravuje. Nachází se zde také _______ , které má několik výstavních pavilonů.

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová

7. Úloha: Fontána

Úloha

Kolika způsoby může tryskat tato fontána?

A) ☐ $11!$ (tj. 39916800)

B) ☐ $\binom{11}{11}$ (tj. 1)

C) ☐ $11 + 11 \cdot 10 + 11 \cdot 10 \cdot 9 + \cdots + 11!$ (tj. 108505111)

D) ☐ $\binom{11}{1} + \binom{11}{2} + \binom{11}{3} + \cdots + \binom{11}{10} + \binom{11}{11}$ (tj. 2047)

Výpočet:

Výsledok

8. Úloha: Hudební pavilon

Úloha

Jak velký je vnitřní úhel rovinného obrazce určeného podstavou altánu? Odpověď zapište ve stupních.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

Autor: Adéla Pantělejevová

9. Úloha: Střed

Úloha

Nalezněte střed části Rudolfovy aleje vedoucí od fontány po most do Čechových sadů.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok

10. Úloha: Výška brány

Úloha

Určete výšku sloupů předbraní. Výsledek zapište v metrech.

Prvý odhad:

Výpočet:

Výsledok