



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

URČOVÁNÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ Z POLE PŘETVOŘENÍ V OKOLÍ ODVRTÁVANÉ DÍRY

DETERMINATION OF RESIDUAL STRESSES FROM STRAIN FIELD AROUND DRILLED HOLE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Richard Horák

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Dávid Halabuk, Ph.D.

BRNO 2023

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Richard Horák
Studijní program:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Studijní obor:	Inženýrská mechanika
Vedoucí práce:	Ing. Dávid Halabuk, Ph.D.
Akademický rok:	2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Určování zbytkových napětí z pole přetvoření v okolí odvrtávané díry

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Zbytkové napětí jsou nejčastěji měřeny pomocí odvrtávací metody, která má ale nevýhodu, že napětí vyhodnocuje na základě naměřených přetvoření z několika diskrétních míst. Použití optických metod přináší v tomto ohledu značné zlepšení, neboť ty jsou schopny měřit celé pole deformací a přetvoření v okolí odvrtané díry, a tím zvýšit přesnost určovaných zbytkových napětí.

Cíle diplomové práce:

Cílem práce bude vytvoření algoritmu pro zpracování naměřeného pole přetvoření nebo deformací v okolí odvrtané díry a následné vyhodnocení zbytkových napětí z tohoto pole.

Seznam doporučené literatury:

SCHAJER, Gary S. Practical residual stress measurement methods. John Wiley & Sons, 2013. ISBN 978-1-118-34237-4.

NELSON, D. V. Residual Stress Determination by Hole Drilling Combined with Optical Methods. Experimental Mechanics. 2010, 50(2), 145-158. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/s11340-009-9329-3

HAGARA, M, a kol. Analysis of the aspects of residual stresses quantification performed by 3D DIC combined with standardized hole-drilling method. Measurement. 2019, 137, 238-256. ISSN 02632241. Dostupné z: doi:10.1016/j.measurement.2019.01.028

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá určováním homogenních zbytkových napětí pomocí odvrtávací metody. K měření uvolněných přetvoření je využita optická metoda digitální korelace obrazu (DIC). Aby bylo možné k vyhodnocení zbytkových napětí využít celého pole přetvoření, je potřeba znát funkční závislosti kalibračních konstant na tomto poli. Rozsáhlá část diplomové práce proto zahrnuje nalezení těchto závislostí ve vztahu k rozměrům vrtané díry a souřadnic polohy měřených bodů. Další část práce se zabývá vyhodnocením homogenních zbytkových napětí z poskytnutých experimentálních dat natahované ocelové ploché tyče s průchozí dírou. V závěru práce je provedena citlivostní analýza, zabývající se vlivem vstupních veličin výpočtového algoritmu ve vztahu k vyhodnoceným zbytkovým napětím.

Klíčová slova

zbytková napětí, odvrtávací metoda, digitální korelace obrazu, DIC, kalibrační konstanty, výpočtové modelování, metoda konečných prvků, metoda nejmenších čtverců

Abstract

The master's thesis focuses on determining homogeneous residual stresses using the hole-drilling method. The optical method of digital image correlation (DIC) is used for measuring released strains. In order to evaluate residual stresses using the entire strain field, it is necessary to know the functional dependencies of calibration constants on this field. Therefore, a significant part of the master's thesis includes finding these dependencies in relation to the dimensions of the drilled hole and coordinates of the measured points. Another part of the thesis deals with the evaluation of homogeneous residual stresses based on provided experimental data obtained from the measurement of uniaxially loaded steel flat bar with a through-hole. At the end of the thesis, a sensitivity analysis is performed, which examines the influence of input variables in the calculation algorithm in relation to computed residual stresses.

Key words

residual stresses, hole-drilling method, digital image correlation, DIC, calibration coefficients, numerical simulation, finite element method, least square method

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

HORÁK, Richard. Určování zbytkových napětí z pole přetvoření v okolí odvrátané díry. Brno, 2023. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/149877>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Ing. Dávid Halabuk, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením Ing. Dávida Halabuka, Ph.D. s využitím vlastních znalostí a literatury uvedené v seznamu použitých zdrojů.

V Brně dne 26.5.2023

Richard Horák

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych zde poděkoval svému vedoucímu diplomové práce panu Ing. Dávidovi Halabukovi, Ph.D. za velmi cenné rady, ochotu a odborné vedení během tvorby mé diplomové práce. Velké poděkování patří také mé rodině a přátelům, kteří mě podporovali po celou dobu mého studia.

Obsah

1	Úvod.....	12
2	Analýza problémové situace a cíle diplomové práce.....	13
2.1	Formulace problémové situace.....	13
2.2	Formulace problému.....	13
2.3	Cíle diplomové práce.....	13
3	Zbytková napětí a jejich měření	14
3.1	Zbytková napětí	14
3.2	Metody měření zbytkových napětí	15
3.3	Odvrtávací metoda	16
3.3.1	Historie.....	16
3.3.2	Princip odvrtávací metody	17
3.3.3	Předpoklady použitelnosti odvrtávací metody a nejistoty měření	21
4	Optické metody měření uvolněné deformace	23
4.1	Optické metody vs. tenzometrické měření	23
4.2	Optické metody a metoda DIC	24
4.3	Vyhodnocování homogenních zbytkových napětí metodou DIC	26
5	Kalibrační konstanty pro výpočet homogenních zbytkových napětí	27
5.1	Výpočtový model pro stanovení kalibračních konstant	28
5.1.1	Model geometrie	28
5.1.2	Sít' konečných prvků	29
5.1.3	Model materiálu	30
5.1.4	Model vazeb a zatížení.....	30
5.1.5	Postup vyhodnocování výsledků.....	31
5.2	Analýza kalibračních konstant	31
5.3	Zhodnocení analýzy kalibračních konstant	39
5.4	Postup výpočtu homogenních zbytkových napětí	39
6	Experiment.....	44
6.1	Experimentální sestavy.....	44
6.2	Experimentální vzorky	44
6.3	Vyhodnocení materiálových vlastností a napětí.....	45
6.4	Výpočtový model experimentálního vzorku	48
6.4.1	Model geometrie	48
6.4.2	Sít' konečných prvků	48
6.4.3	Model materiálu	49
6.4.4	Model vazeb a zatížení.....	49
6.5	Analýza vyhodnocených napětí.....	49
7	Citlivostní analýza	54
7.1	Vliv šumu v závislosti na velikosti zbytkových napětí a měřené oblasti.....	54
7.2	Vliv chybného stanovení materiálových konstant.....	56
7.3	Vliv chybného stanovení průměru a středu díry	57
7.4	Zhodnocení citlivostní analýzy	58
8	Dosažené cíle a přínos diplomové práce.....	59

8.1	Dosažené cíle práce	59
8.2	Přínos práce a možnosti dalšího rozvoje	59
9	Závěr.....	61
	Seznam použitých zdrojů.....	63
	Seznam použitých symbolů a zkratk	67
	Seznam obrázků	70
	Seznam tabulek.....	72
	Příloha A – Koeficienty polynomu pro výpočet kalibračních konstant	73
	Příloha B – Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů a_1, \dots, e_5	78

1 Úvod

Problematika zbytkových napětí se v mnohých odvětvích inženýrství stává nedílnou součástí při návrhu, výrobě a následné kontrole vyráběných strojních součástí. Jejich výskyt v jistých případech výrazně ovlivňuje pevnost a životnost namáhané součásti. Zbytková napětí působící v materiálu i bez vnějšího zatížení, mohou mít pozitivní i negativní vliv na chování materiálu, a to v závislosti na jejich orientaci, velikosti a rozložení v materiálu. Tyto parametry je potřeba správně stanovit, aby bylo možné zahrnout vliv zbytkových napětí do posouzení mezních stavů, možných pro dané součásti.

Při práci s kovovými materiály je velmi rozšířenou metodou měření zbytkových napětí odvrtačací metoda. Pomocí této metody vyhodnocujeme zbytková napětí z uvolněné deformace v okolí vyvrtané díry, kterou je možné měřit pomocí tenzometrických růžic, přičemž tento postup je také standardizován normou ASTM E837. Další možností měření uvolněné deformace je měření pomocí metody digitální korelace obrazu (DIC). Navzdory menší přesnosti metody DIC oproti tenzometrickému měření, je její zásadní výhodou poskytnutí velkého množství naměřených dat. S rychlým vývojem kvalitních kamerových systémů se metoda DIC může stát velmi silným nástrojem pro měření zbytkových napětí.

V diplomové práci je představena odvrtačací metoda a její návaznost na metodu DIC ve vztahu k vyhodnocování homogenních zbytkových napětí. Při vyhodnocování homogenních zbytkových napětí z naměřených polí přetvoření u těles, do kterých je vrtána neprůchozí díra, je potřeba stanovit kalibrační konstanty experimentálně nebo numericky. Tyto konstanty jsou závislé na materiálových parametrech, průměru a hloubce díry a vzdálenosti od středu díry. Jejich nalezení je stěžejní částí při vyhodnocování zbytkových napětí. Proto hlavní část diplomové práce pojednává o výpočtovém modelování odvrtačací metody a následném vyhodnocování polí kalibračních konstant z vypočtených polí přetvoření. Z polí kalibračních konstant pro různé rozměry děr jsou poté určeny jejich funkční závislosti. S využitím těchto závislostí je vytvořen výpočetní algoritmus, který je schopen stanovit kalibrační konstanty na celém měřeném poli pro libovolné rozměry děr a posléze pomocí nich vypočítat zbytková napětí z naměřeného pole přetvoření.

Dále je v práci pojednáno o experimentu, ze kterého byla vedoucím práce poskytnuta naměřená pole přetvoření, a ze kterých jsou dle postupů uvedených v této práci vyhodnocena napětí. V neposlední řadě je v diplomové práci zahrnuta citlivostní analýza, zabývající se vlivem vstupních veličin vytvořeného algoritmu pro vyhodnocování zbytkových napětí. Analyzovanými veličinami jsou modul pružnosti v tahu, Poissonův poměr, průměr a poloha středu vrtané díry a také vliv velikosti a polohy vyhodnocované oblasti.

2 Analýza problémové situace a cíle diplomové práce

2.1 Formulace problémové situace

V současné době je vyhodnocování zbytkových napětí pomocí polodestruktivní metody vrtání otvoru prováděno z hodnot přetvoření, které jsou měřeny tenzometrickou ruzicí. Tento postup je standardizován normou ASTM E837. Výraznou nevýhodou ruzice jsou její vysoké nároky na kvalitu povrchu měřené součásti, náročná aplikace ruzice na tento povrch, ale také např. nároky centricity vrtané díry, prostředí a další vlivy. Dalším nedostatkem je také měření přetvoření pouze ve třech nebo šesti diskretních oblastech.

Těmto nedostatkům se lze do jisté míry vyhnout využitím optických metod, ze kterých je v této práci uvedena metoda digitální korelace obrazu (DIC). Využití celého pole přetvoření kolem vrtané díry, které metoda DIC poskytuje, přináší mnoho dodatečných informací, kterými lze výpočet zbytkových napětí zpřesnit. Nutností je však vytvoření algoritmu, který je schopen vyhodnotit zbytková napětí z celého měřeného pole přetvoření a s tím také související popis neznámých funkčních závislostí kalibračních konstant na tomto poli.

2.2 Formulace problému

Vytvoření algoritmu pro zpracování naměřeného pole přetvoření v okolí odvrtané díry a následné vyhodnocení zbytkových napětí z tohoto pole s využitím DIC.

2.3 Cíle diplomové práce

Cíle, kterých má být v diplomové práci dosaženo jsou následující:

- 1) literární rešerše odvrtávací metody pro měření zbytkových napětí,
- 2) aplikace metody DIC pro vyhodnocování zbytkových napětí z pole přetvoření kolem vrtané díry,
- 3) vytvoření výpočtového modelu pro simulaci vrtání neprůchozí díry do tělesa, ve kterém působí homogenní zbytková napětí a následné vyhodnocení kalibračních konstant pomocí tohoto modelu,
- 4) analýza a popis funkčních závislostí kalibračních konstant na geometrických parametrech vrtané díry a aplikace těchto závislostí pro určení zbytkové napjatosti,
- 5) vyhodnocení působícího napětí v experimentálním tělese s průchozí dírou z pole přetvoření, naměřené metodou DIC.

3 Zbytková napětí a jejich měření

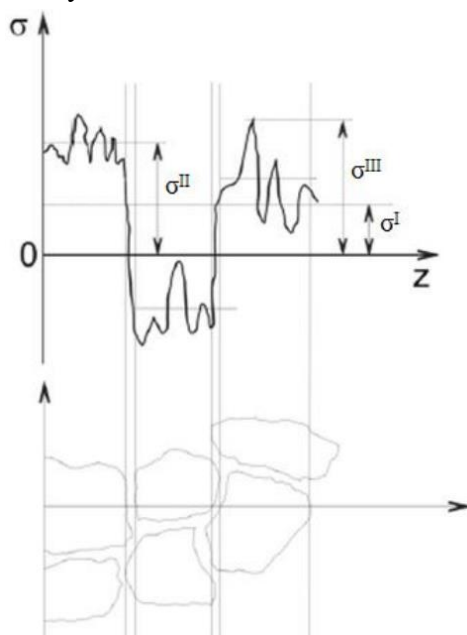
3.1 Zbytková napětí

Zbytková nebo také samorovnovážná napětí jsou napětí, která působí v materiálu i bez přítomnosti vnějšího zatížení. Vznikají v případech, kdy je těleso nerovnoměrně pružně plasticky deformováno nebo prochází nerovnoměrnými teplotními změnami [1]. Mezi nejčastější příčiny vzniku zbytkových napětí jsou technologické procesy jako je odlévání, tváření, obrábění, svařování, lisování a povrchové úpravy (kuličkování a válečkování). Dále tepelné a chemické procesy, které mají vliv na změnu mikrostruktury materiálu. Zbytková napětí mohou také vznikat při daném provozu součásti, dojde-li v materiálu k pružně plastickému stavu vlivem přetížení materiálu nebo cyklického zatěžování.

Zbytková napětí mohou mít pozitivní i negativní vliv na chování materiálu, a to v závislosti na jejich orientaci, velikosti a rozložení v materiálu. Nežádoucí jsou převážně tahová napětí, která mají vliv na rozvoj trhlin, snížení odolnosti vůči křehkému lomu nebo snížení meze únavy. V extrémních případech např. ve svařových spojích, mohou zbytková napětí dosahovat takových hodnot, kdy dojde k porušení součásti i bez dodatečného vnějšího zatížení [2]. Opačným případem jsou tlaková zbytková napětí (často žádoucí), která zanášíme do materiálu záměrně například dříve zmíněným kuličkováním nebo válečkováním. Těmito operacemi zanášíme tlakové zbytkové napětí do povrchové vrstvy součásti, která bývá nejvíce náchylná na iniciaci a růst únavových trhlin, čímž celkově zvyšujeme odolnost materiálu vůči únavovému porušení [3].

V praxi jsou často zbytková napětí v materiálu rozložena nehomogenně, avšak lze je u polykrystalických materiálů rozdělit do skupin [2] v závislosti na velikosti objemu, ve kterém jsou zbytková napětí téměř neměnná co do velikosti a orientace:

1. zbytková napětí I. druhu σ^I (makroskopická) – jsou homogenní v oblasti mnoha zrn materiálu,
2. zbytková napětí II. druhu σ^{II} (mikroskopická) – jsou homogenní v oblasti odpovídající velikosti jednotlivých zrn,
3. zbytková napětí III. druhu σ^{III} (submikroskopická) – jsou nehomogenní i v oblasti srovnatelné s meziatomovými vzdálenostmi.



Obr. 3.1: Zbytková napětí I., II. a III. druhu. Převzato z [2].

Jak uvádí Withers ve své publikaci [3], je vhodné uvažovat charakteristický objem V_0 , ve kterém dosahují jednotlivé skupiny napětí rovnovážného stavu. Je-li měřený objem V větší než charakteristický objem dané skupiny zbytkových napětí, pak nejsme tato napětí schopni měřit, jelikož je jejich střední hodnota na tomto objemu nulová. Pro odvrťovací metodu měření zbytkových napětí z toho vyplývá, že s její pomocí lze měřit pouze zbytková napětí I. druhu, jelikož je touto metodou odebíráno makroskopické množství materiálu ($V > V_{0,II} > V_{0,III}$).

Při konstrukčním návrhu, pevnostních, únavových výpočtech a dalších, je původ zbytkových napětí téměř nepodstatný a podstatným se stává pouze jejich velikost a orientace. Pro přesné měření zbytkových napětí byla v minulosti rozvinuta řada metod (viz následující kapitoly), z nichž bude v této práci detailněji popsána odvrťovací metoda.

3.2 Metody měření zbytkových napětí

Metod měření zbytkových napětí existuje mnoho, přičemž každá z metod má své výhody i nevýhody. Volba nejvhodnější metody závisí na mnoha faktorech, mezi které patří např. finanční náročnost metody, její aplikovatelnost, typ měřeného materiálu, geometrie tělesa nebo hloubka, ve které lze zbytkové napětí vyhodnocovat. Níže uvedený výběr použitelných metod lze rozlišovat nejčastěji podle [2]:

- a) míry narušení celistvosti experimentálního tělesa na:
 - 1) destruktivní – dochází k úplnému porušení tělesa, které nadále není schopno plnit požadovanou funkci,
 - 2) polodestruktivní – dochází k částečnému porušení tělesa, které lze odstranit a neomezuje jeho funkčnost,
 - 3) nedestruktivní – nedochází k porušení tělesa,
- b) principu měření zbytkových napětí na:
 - 1) mechanické metody – řadí se mezi destruktivní nebo polodestruktivní metody. Jejich princip je založen na mechanickém odebírání části materiálu, čímž dojde k přerozdělení zbytkových napětí a vzniká tak deformace, ze které poté určujeme zbytková napětí. Patří sem:
 - odvrťovací metoda – do měřeného tělesa je vyvrtána díra a na základě uvolněné deformace v okolí díry jsou určena zbytková napětí,
 - metoda uvolňování sloupku – do měřeného tělesa je vyfrézovaná drážka ve tvaru mezikruží a na základě uvolněné deformace na vzniklém sloupku jsou určena zbytková napětí,
 - metoda odstraňování povrchové vrstvy materiálu – zbytková napětí jsou určena z uvolněné deformace nebo ze změny křivosti rovinných plechů a válcových těles po odebrání vrstvy materiálu [1, 4],
 - metoda kontur – měřené těleso je rozděleno rovinným řezem na dvě části a na obou dělicích plochách je měřena deformace v normálovém směru k řezu. Posléze je pomocí metody konečných prvků vytvořen model stejného tvaru s deformovaným profilem řezu a zbytková napětí jsou určena jako napětí potřebná k navrácení deformované plochy řezu na rovinnou [1],
 - 2) fyzikální metody – řadí se mezi nedestruktivní metody a jsou založeny na vzájemném vztahu mezi zbytkovým napětím a fyzikálními nebo krystalografickými parametry daného materiálu. Do této kategorie se řadí:
 - metoda rentgenové difrakce – zbytková napětí jsou vyhodnocována ze změny vzdálenosti meziatomových rovin krystalických a polykrystalických materiálů. Napětí lze vyhodnotit pouze na povrchu materiálu a těsně pod ním [5],

- metoda neutronové difrakce – založena na stejném principu jako metoda rentgenové difrakce, avšak interakcí neutronů přímo s jádrem atomu je metoda schopná vyhodnocovat zbytková napětí i do větších hloubek [5],
 - ultrazvuková metoda – založena na skutečnosti, že změny v rychlosti ultrazvukových vln v materiálu jsou ovlivněny velikostí a směrem přítomných zbytkových napětí [6],
 - Barkhausenův šum – zbytková napětí se vyhodnocují měřením magnetických vlastností materiálu, které jsou ovlivněny těmito napětími [6],
- 3) chemické metody – metody využívající k určení zbytkových napětí chemických procesů jako [2]:
- koroze pod napětím,
 - difuze vodíku do povrchové vrstvy.

Z výše uvedených metod měření zbytkových napětí si v této práci představíme odvrtávací metodu. V následujících kapitolách bude představen její základní princip, předpoklady použití a jak lze pomocí této metody vyhodnocovat zbytková napětí z pole uvolněných přetvoření okolo vrтанé díry s využitím metody DIC.

3.3 Odvrtávací metoda

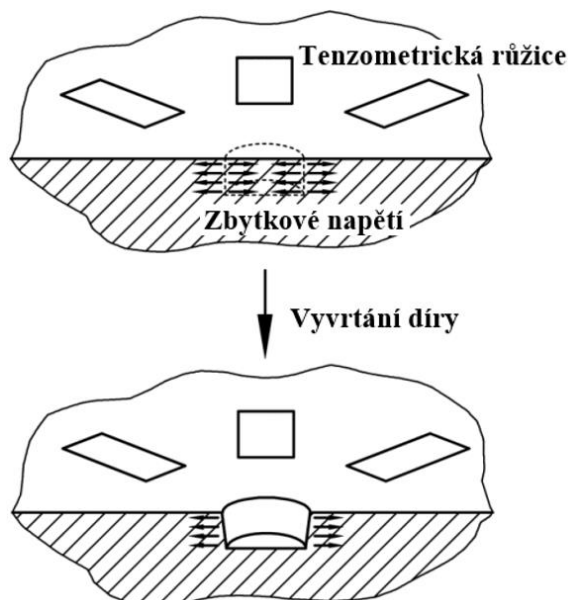
3.3.1 Historie

Odvrtávací metodu poprvé publikoval v roce 1934 J. Mathar [7], který zbytková napětí vyhodnocoval z uvolněné deformace, měřené mechanickými extenzometry. V průběhu následujících let byla tato metoda upravena řadou autorů. V roce 1950 představil Soete využití odporových tenzometrů k měření uvolněné deformace, což vedlo k výraznému zpřesnění odvrtávací metody [8]. Velkého uznání také dosáhl v roce 1981 G. S. Schajer, který ve své publikaci [9] představil aplikaci metody konečných prvků (MKP) pro určování zbytkových napětí. To umožnilo větší flexibilitu volby geometrie experimentálních těles, materiálu a metod, které by nebylo možné využít v případě analytického určování zbytkových napětí. Využití MKP přispělo také k přesnějšímu stanovení zbytkových napětí nehomogenně rozložených po tloušťce experimentálního tělesa. V roce 1981 byla odvrtávací metoda standardizována normou ASTM E837 [8] a dnes je jednou z často používaných metod pro měření zbytkových napětí v malých hloubkách pod povrchem tělesa.

Od 80. let minulého století se také začala objevovat řada optických metod pro měření uvolněné deformace [5], z nichž je v kap. 4.2 podrobněji rozebrána metoda digitální korelace obrazu (angl. „*Digital Image Corellation*“, zkr.: DIC).

3.3.2 Princip odvrtávací metody

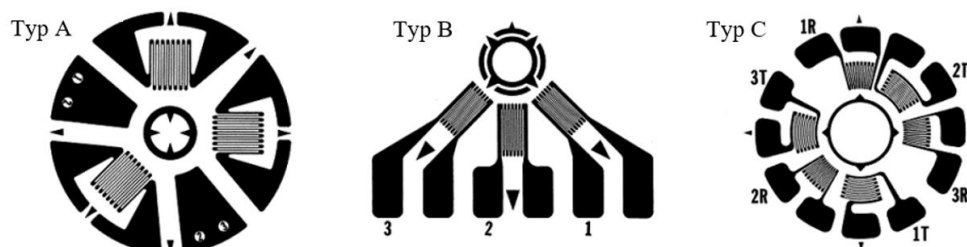
Metoda spočívá ve vyvrtání malého otvoru obvykle o průměru 1 až 4 mm a hloubce poloviční průměru otvoru, tj. 0,5 až 2 mm. Odebráním materiálu dojde k částečnému uvolnění a přerozdělení zbytkových napětí, což vede ke vzniku deformace v okolí odvrtané díry (obr. 3.2) [1].



Obr. 3.2: Princip odvrtávací metody. Převzato a přeloženo z [10].

K měření uvolněných deformací se používají tenzometrické růžice (obr. 3.3), které vyhodnocují deformace jako střední hodnoty přetvoření na třech nebo šesti plochách, definovaných tenzometrickými mřížkami. Geometrické rozměry, uspořádání a použití tenzometrických růžic udává norma ASTM E837. Nejčastější orientace tenzometrických mřížek růžice (typ A a typ B) je v radiálním směru, jelikož uvolněná deformace je po odvrtání díry v tomto směru největší.

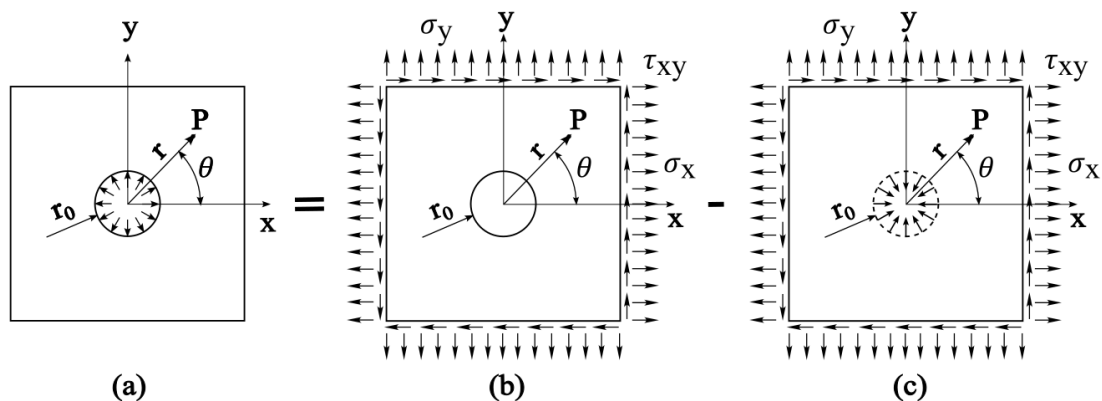
Uspořádání tenzometrických mřížek je po kružnici pod úhly $0^\circ, 90^\circ, 225^\circ$ nebo $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$. V případě růžice typu C je uspořádání $0^\circ, 90^\circ, 225^\circ$ pro radiálně orientované mřížky a $45^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ pro obvodově orientované mřížky [1].



Obr. 3.3: Tenzometrické růžice, standardizované normou ASTM E837. Převzato a přeloženo z [1].

Jiný způsob měření uvolněných deformací přináší optické metody, jako je metoda DIC (viz kap. 4.2), která umožňuje měřit uvolněnou deformaci i ve formě posuvů [5]. Ačkoliv je metoda DIC primárně založena na měření posuvů, bude v následujících částech práce využíváno naměřených přetvoření. Důvodem je zachování jednotné struktury teoretické a praktické části diplomové práce, která se rovněž zabývá vyhodnocováním napětí z experimentální dat (viz kap. 6) ve formě naměřených polí přetvoření, které byly poskytnuty vedoucím práce.

Ať už zbytková napětí vyhodnocujeme z přetvoření nebo posuvů, tak k teoretickému odvození rovnic v následujících odstavcích je využito stejného principu, a to principu superpozice dvou stavů napjatosti (obr. 3.4). Konkrétně se jedná o stavy rovinné napjatosti nekonečně rozměrné stěny. Stav nalevo (obr. 3.4a) představuje výsledná zbytková napětí, která lze vyjádřit jako rozdíl napětí obecně zatížené nekonečně rozměrné stěny s průchozí dírou (obr. 3.4b) a obecně zatížené nekonečně rozměrné stěny bez díry (obr. 3.4c).



Obr. 3.4: Znáornění principu superpozice obecně zatížené nekonečně rozměrné stěny. a) výsledná zbytková napětí, b) obecně zatížená stěna s průchozí dírou, c) obecně zatížená stěna bez díry.

K popisu rovinné napjatosti kolem vyvrtané díry a k odvození rovnic je ve všech třech případech využít uvolněný pootočený elementární prvek, který je označen bodem P s polárními souřadnicemi r a θ , kde r je vzdálenost bodu P od počátku souřadného systému umístěného ve středu díry a θ je úhel natočení bodu P vůči ose x .

Pro stěnu bez díry lze napjatost v bodě P určit pomocí transformační matice tenzoru napětí z kartézského do polárního souřadného systému. Tenzory jsou zde vyjádřeny ve vektorovém tvaru:

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

kde $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ jsou složky tenzoru napětí, působící na pootočený elementární prvek P a $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ jsou složky tenzoru napětí, působící na elementární prvek P v kartézském souřadném systému. V případě nekonečně rozměrné stěny bez díry, složky $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ odpovídají také vnějšímu zatížení stěny. Úpravou rovnic (3.1) s využitím trigonometrických vztahů dostaneme rovnice:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (3.2)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (3.3)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (3.4)$$

K popisu napjatosti elementárního prvku v pootočeném bodě P pro stěnu s dírou, využijeme vztahů, které odvodil v roce 1898 Kirsch [11]. Ty popisují napjatost v bodě obecně zatížené nekonečně rozměrné stěny o malé tloušťce s průchozím otvorem o poloměru r_0 .

Složky napětí, které působí na elementární prvek označíme $\sigma'_r, \sigma'_\theta, \tau'_{r\theta}$ a určíme je následovně:

$$\sigma'_r = \left[1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^2\right] \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left[1 - 4\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 + 3\left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right] \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta\right] \quad (3.5)$$

$$\sigma'_\theta = \left[1 + \left(\frac{r_0}{r}\right)^2\right] \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left[1 + 3\left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right] \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta\right] \quad (3.6)$$

$$\tau'_{r\theta} = \left[1 + 2\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right] \left[\left(-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta\right] \quad (3.7)$$

Složky zbytkové napjatosti pro vyvrtanou díru (označeno $\Delta\sigma_r, \Delta\sigma_\theta, \Delta\tau_{r\theta}$), lze poté určit z rozdílu dříve uvedených složek napětí jako:

$$\Delta\sigma_r = \sigma'_r - \sigma_r \quad (3.8)$$

$$\Delta\sigma_\theta = \sigma'_\theta - \sigma_\theta \quad (3.9)$$

$$\Delta\tau_{r\theta} = \tau'_{r\theta} - \tau_{r\theta} \quad (3.10)$$

Při určování zbytkových napětí vycházíme z naměřených přetvoření, které vyjádříme pomocí Hookova zákona:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_r - \mu\Delta\sigma_\theta) \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_\theta - \mu\Delta\sigma_r) \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2E} \Delta\tau_{r\theta} \quad (3.13)$$

kde E je modul pružnosti v tahu a μ je Poissonův poměr.

Dosazením rovnic (3.2) až (3.10) do rovnic (3.11) až (3.13) a následné úpravě, dostaneme vztahy (3.14) až (3.16), popisující uvolněnou deformaci po vyvrtání průchozí díry, kde původně působila zbytková napětí σ_x, σ_y a τ_{xy} :

$$\varepsilon_r = -\frac{(1+\mu)}{2E} \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 (\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2E} \left[4\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3(1+\mu)\left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right] [(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta] \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{(1+\mu)}{2E} \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2E} \left[4\mu\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3(1+\mu)\left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right] [(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta] \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = -\frac{(1+\mu)}{2E} \left[2\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{r_0}{r}\right)^4\right] [(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta - 2\tau_{xy} \cos 2\theta] \quad (3.16)$$

Zavedeme-li konstanty \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} a \bar{D} ve tvaru:

$$\bar{A} = -\frac{(1+\mu)}{2E} \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \quad (3.17)$$

$$\bar{B} = -\frac{1}{2E} \left[4 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3(1+\mu) \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \right] \quad (3.18)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{2E} \left[4\mu \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3(1+\mu) \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \right] \quad (3.19)$$

$$\bar{D} = -\frac{(1+\mu)}{2E} \left[2 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3 \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \right] \quad (3.20)$$

můžeme rovnice (3.14) až (3.16) zapsat ve zjednodušeném tvaru:

$$\varepsilon_r = \bar{A}(\sigma_x + \sigma_y) + \bar{B}[(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta] \quad (3.21)$$

$$\varepsilon_\theta = -\bar{A}(\sigma_x + \sigma_y) + \bar{C}[(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta] \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \bar{D}[(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta - 2\tau_{xy} \cos 2\theta] \quad (3.23)$$

Konstanty \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} a \bar{D} se nazývají kalibrační konstanty [1] a jejich hodnoty jsou závislé na modulu pružnosti E , Poissonově poměru μ , poloměru vrtané díry r_0 a vzdálenosti r od středu díry. V případech, kdy je k měření uvolněných deformací použita tenzometrická růžice, je vzdálenost r definovaná geometrií růžice. Pomocí analyticky stanovených kalibračních konstant, lze vyhodnocovat zbytková napětí pouze pro tenké plechy s průchozí dírou a homogenním zbytkovým napětím. Maximální doporučenou tloušťku plechů udává norma ASTM E837–20 [12] na $0,25D$ pro růžici typu A a B, kde D je střední průměr růžice. Například pro růžice o středním průměru $D = 5,13$ mm odpovídá maximální tloušťka plechu na $t = 1,28$ mm.

Při vyhodnocování zbytkových napětí u těles s větší tloušťkou je místo průchozí díry vrtaná neprůchozí díra. Aby nedocházelo k ovlivňování zbytkových napětí konečnými rozměry tělesa, je minimální doporučená tloušťka tělesa (pro růžice typu A a B) stanovená normou na $0,6D$ [12]. Pro vyhodnocování zbytkových napětí u těles s přechodovou tloušťkou ($0,25D < t < 0,6D$) norma ASTM E837-20 uvádí shodný postup jako u těles s velkou tloušťkou, ale s využitím modifikovaných kalibračních konstant.

Pro tělesa s velkou a přechodovou tloušťkou, do kterých je vrtaná neprůchozí díra, již není možné počítat kalibrační konstanty analyticky, ale musí se určit experimentálně nebo pomocí MKP. Jejich určení se značně komplikuje z důvodů jejich závislosti na dříve zmíněných parametrech. V praxi to znamená, že kalibrační konstanty musíme určit pro všechny geometrické konfigurace růžic, rozměry vrtaných děr a materiály experimentálních těles. Schajer ve své publikaci [9] proto navrhuje zavedení nových bezrozměrných kalibračních konstant, ve snaze eliminovat jejich závislost na materiálu:

$$\bar{a} = \frac{2E}{1+\mu} \bar{A} = -\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \quad (3.24)$$

$$\bar{b} = 2E\bar{B} = -\left[4 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3(1+\mu) \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \right] \quad (3.25)$$

Pomocí takto zavedených kalibračních konstant Schajer docílil jejich nezávislosti na modulu pružnosti E a pouze mírné závislosti kalibrační konstanty \bar{b} na Poissonově poměru μ . Ve své publikaci [9] také uvádí, že pro standardní hodnoty Poissonova poměru 0,25 až 0,35, jsou odchylky kalibračních konstant do 2 %. Z toho vyplývá, že kalibrační konstanty určené pro

daný rozměr díry a růžice, lze použít s malou chybou i pro různé materiály měřených těles. Jelikož optické metody poskytují hodnoty přetvoření ve všech směrech, jsou v této práci pro stanovení zbytkové napjatosti využity všechny tři rovnice (3.21) až (3.23). Analogickým způsobem byla proto navržena úprava zbylých kalibračních konstant \bar{C} a \bar{D} na bezrozměrné kalibrační konstanty \bar{c} a \bar{d} následovně:

$$\bar{c} = 2E\bar{C} = \left[4\mu \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3(1 + \mu) \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \right] \quad (3.26)$$

$$\bar{d} = \frac{2E}{1 + \mu} \bar{D} = - \left[2 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3 \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \right] \quad (3.27)$$

Lze si všimnout, že kalibrační konstanta \bar{A} je použita v rovnicích (3.21) a (3.22). Shodnost této konstanty ovšem platí pouze v případě analytického řešení pro tenkou stěnu s průchozí dírou. Jak bude představeno v kap. 5.2, u tlustých těles s vrtanou neprůchozí dírou k rovnosti kalibrační konstanty \bar{A} v rovnicích (3.21) a (3.22) nedochází. Proto je v této práci navrženo nahrazení kalibrační konstanty \bar{A} v rovnici (3.22) novou kalibrační konstantou. V zájmu hierarchie, je vytvořeno nové označení kalibračních konstant \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , \bar{D} a \bar{E} . resp. \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} a \bar{e} . Implementací nově označených bezrozměrných kalibračních konstant do rovnic (3.21) až (3.23), získáme finální vztahy, které jsou v této práci dále využívány.

$$\varepsilon_r = \bar{a} \frac{(1 + \mu)}{2E} (\sigma_x + \sigma_y) + \bar{b} \frac{1}{2E} [(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta] \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_\theta = -\bar{c} \frac{(1 + \mu)}{2E} (\sigma_x + \sigma_y) + \bar{d} \frac{1}{2E} [(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta] \quad (3.29)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \bar{e} \frac{(1 + \mu)}{2E} [(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta - 2\tau_{xy} \cos 2\theta] \quad (3.30)$$

Standardní postup vyhodnocování zbytkových napětí z hodnot radiálních přetvoření (rov. (3.28)), které jsou naměřeny tenzometrickou růžicí, lze nalézt v normě ASTM E837-20 [12]. Obecný postup vyhodnocování zbytkových napětí z rovnic (3.28) až (3.30) je z důvodu jeho návaznosti na metodu DIC představen v kap. 4.3, která následuje po kapitolách pojednávajících o optických metodách a metodě DIC. Metodě vyhodnocování kalibračních konstant je věnována samostatná kapitola 5.

3.3.3 Předpoklady použitelnosti odvrtávací metody a nejistoty měření

Výše uvedená teorie je v praxi korektně uplatnitelná, jsou-li splněny následující předpoklady [1, 2, 13]:

- měřený materiál je lineárně elastický, homogenní a izotropní,
- zbytková napětí musí být orientovaná v rovině rovnoběžné s povrchem tělesa a napětí kolmá k této rovině jsou nulová nebo mají zanedbatelnou velikost (v tělese je nanejvýš dvojosá napjatost),
- během vrtání díry nejsou do měřeného materiálu zanášena dodatečná napětí,
- při měření uvolněných deformací pomocí tenzometrické růžice, je vrtaný otvor veden centricky vůči středu tenzometrické růžice,
- povrch tělesa v oblasti vrtané díry musí být dostatečně hladký a rovinný,
- vrtaná díra musí být vedena kolmo k povrchu měřeného tělesa a musí mít válcový tvar,
- při vrtání díry nevznikají plastické deformace v okolí této díry,
- při vrtání díry nesmí dojít k výraznému tepelnému ovlivnění okolního materiálu,

- vrtaná díra nesmí být ovlivněna volnými povrchy tělesa, okolními dírami, drážkami a jinými koncentratory napětí,
- kalibrační konstanty, které jsou vyhodnocovány numericky, musí být stanoveny z výpočtového modelu s vysokou věrohodností.

V nelaboratorních podmínkách nelze s dostatečnou přesností dosáhnout některých z těchto předpokladů, čímž do výpočtů zbytkových napětí vstupuje řada nejistot. Těmito nejistotami a jejich korekcí se ve svých publikacích zabývalo mnoho autorů. Z výše vybraných jsou to např. excentricita díry [14], zakřivení povrchu [15] nebo pružně plastická deformace [16]. Ačkoliv jsou dnes některé z těchto nejistot s dostatečnou přesností korigovány, tak použitím optických metod se lze některým nejistotám zcela vyhnout, jak uvádí následující kapitola.

4 Optické metody měření uvolněné deformace

4.1 Optické metody vs. tenzometrické měření

Optické metody mají oproti tenzometrickým různým řadu výhod i nevýhod. Jejich výraznou nevýhodou, a to hlavně pro metodu DIC, je jejich obecně nižší rozlišovací schopnost než u tenzometrického měření. V případě metody DIC však lze její rozlišovací schopnost zvýšit například použitím kamer s větším rozlišením.

Naproti tomu velkou výhodou optických metod je jejich bezkontaktnost s povrchem měřeného tělesa. Tím odpadá také nutnost časově a finančně náročné přípravy povrchu měřeného tělesa a aplikace růžice na tento povrch. Ačkoliv jsou pořizovací náklady pro tenzometrická měření výrazně nižší než pořizovací náklady optických metod, tak náklady jednotlivých tenzometrických měření jsou mnohem vyšší [8]. Při sériovém měření proto může metoda DIC snížit celkové finanční náklady. Protože k měření uvolněných deformací pomocí optických metod není využívána tenzometrická růžice, lze se vyhnout problémům spjatých s jejím používáním, jako je [1, 17]:

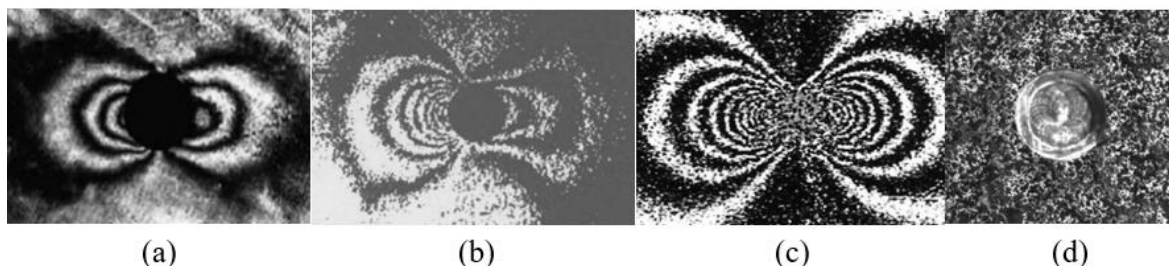
- excentricky vrtaná díra (optické metody umožňují určit střed díry až po vyvrtání),
- omezená volba průměru vrtané díry vzhledem ke geometrii růžice,
- ovlivnění měřených hodnot přírodní kabeláží (jedná-li se z důvodu nedostupnosti o dlouhou přírodní kabeláž),
- ovlivnění měřených hodnot okolním prostředím (např. vlhkost, proměnlivá teplota, vliv magnetického pole a radioaktivního záření nebo hydrostatický tlak),
- nemožnost využití růžice v extrémních podmínkách (např. extrémní teploty, extrémní tlak),
- možnost poškození růžice a přípojné kabeláže odlétávajícími třískami při vrtání díry,
- nesprávná aplikace růžice na měřený povrch.

Jak bylo zmíněno v kap. 3.3.2, hodnoty přetvoření naměřených tenzometrickou růžicí jsou dány jako střední hodnoty přetvoření přes plochy tenzometrické mřížky. Z tohoto důvodu, je při analytickém výpočtu kalibračních konstant potřeba jejich integrace přes účinnou plochu tenzometrické mřížky [18, 19]. Je-li využito optických metod, není jejich integrace potřebná a lze využít jejich analytické definice k popisu celého pole deformace kolem díry.

Optické metody navíc poskytují velké množství naměřených dat, obsahujících celé pole přetvoření kolem vyvrtané díry. To má zásadní vliv na přesnost vyhodnocování zbytkových napětí a také na snížení vlivu šumu. Výhodou dodatečných dat dle Schajera [8] je, že poskytují detailnější informaci o rozložení zbytkových napětí a poskytují možnost zahrnout problémy spjaté s nelineárním chováním materiálu a nehomogenním napětím. Měření celého pole deformací také umožňuje nalezení lokálních diskontinuit v měřených datech a jejich vyloučení při určování zbytkových napětí. Diskontinuitou může být např. lokální nehomogenita materiálu, která by mohla výrazně ovlivnit hodnoty přetvoření, měřených tenzometrickou růžicí. Na druhou stranu, optické metody mohou vnášet do měřených dat další defekty, vzniklé např. konstrukcí a kvalitou měřicí optické soustavy. Obvykle se jedná o vliv lokálních distorzí optických čoček nebo vadných pixelů čipu kamery.

4.2 Optické metody a metoda DIC

Pro měření uvolněných deformací se dle Schajera [8] nejvíce uplatňují optické metody jako metoda Moiré (obr. 4.1a) [20], holografická interferometrie (obr. 4.1b) [17, 21, 22], elektronická spekl interferometrie (ESPI) (obr. 4.1c) [23-26] a v poslední době nejvíce rozšířená metoda digitální korelace obrazu (DIC) (obr. 4.1d) [27-33]. Navzdory menší přesnosti metody DIC oproti ostatním metodám, je její výhodou necitlivost na vibrace a žádná speciální příprava měřeného povrchu [27], vyjma vytvoření stochastického vzoru, který lze aplikovat např. nástřikem barvou. Metoda DIC je proto vhodná i pro měření mimo laboratorní podmínky.



Obr. 4.1: Porovnání vzniklých vzorů na povrchu tělesa po vyvrtání díry, pořízených metodou: a) Moiré [5], b) holografická interferometrie [4], c) ESPI [5], d) DIC [4]. Převzato a upraveno z uvedených literatur.

Metoda DIC je založena na porovnávání digitálních snímků měřeného tělesa v průběhu jeho zatěžování [34]. V případě odvrtávání se jedná o snímky před vyvrtáním díry (referenční snímek) a snímky pro každý přírůstek vrtané díry. Snímky lze pořizovat jednou nebo dvěma kamerami, přičemž poté rozlišujeme mezi metodami 2D a 3D DIC, které mají rozdílnou matematickou formulaci kalibrace kamery a korelace obrazu [35]. Z pohledu praktické aplikace se poté jedná o rozdílné požadavky na sestavení a seřízení měřicí aparatury.

Snímaný povrch měřeného tělesa musí být kontrastní a opatřen stochastickým vzorem. V některých případech je možné měřit povrch tělesa bez jakýchkoliv povrchových úprav, avšak pro zajištění přesného měření je doporučováno vytvoření stochastického vzoru (obr. 4.2) nástřikem barvy, která je kontrastní vůči měřenému materiálu [34]. Pro zajištění kontrastu musí být měřený povrch dostatečně osvětlen např. bílým světlem. U kamer, které mají vyšší citlivost na určitou vlnovou délku světla, lze k zvýšení citlivosti využít monochromatického světla.

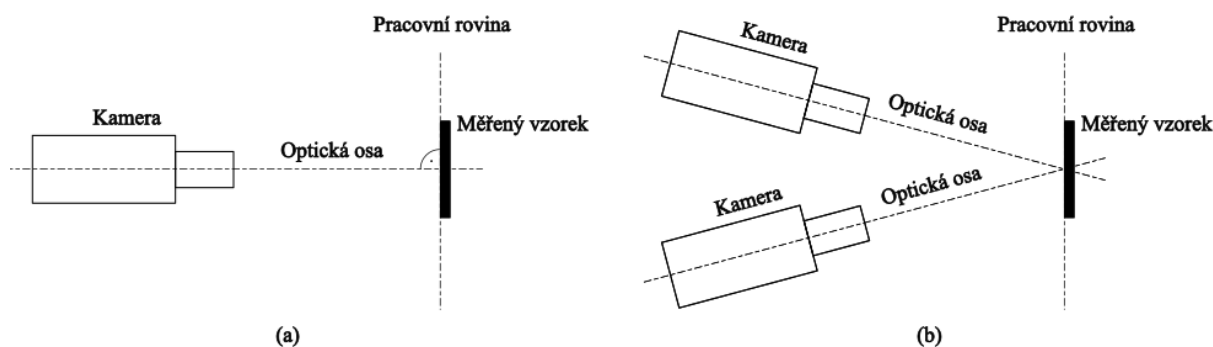


Obr. 4.2: Stochastický vzor, vytvořený nástřikem černé barvy na bílém podkladu. Obrázek pořízen z experimentálních vzorků.

Vyhodnocování deformací měřeného tělesa je následující. V referenčním snímku zvolíme body, u kterých chceme zjistit jejich posuvy. Kolem každého bodu zvolíme oblast pixelů (fazeta), typicky čtvercového tvaru o rozměrech alespoň 10x10 pixelů [29], která zajistí

dostatečný a originální popis daného bodu. V průběhu deformace dochází ke změně polohy (posuvu) měřeného bodu, kterou určíme pomocí korelační funkce. Z výsledných posuvů jsou poté určena přetvoření.

Jak bylo dříve uvedeno, deformaci experimentálního tělesa lze měřit pomocí 2D nebo 3D DIC, z nichž každý má své výhody i nevýhody. Pomocí 2D DIC (obr. 4.3a) je možné měřit pouze rovinné deformace. Musí být proto zajištěno, aby měřený povrch byl rovinný a zůstal rovinný i v průběhu deformace [36]. Rovinu, ve které jsou měřeny deformace, nazýváme pracovní rovinou a kalibraci kamery provádíme taktéž v této rovině. Optická osa kamery musí směřovat kolmo k pracovní rovině. Protože jsou měřeny pouze rovinné deformace, jakýkoliv posuv tělesa mimo pracovní rovinu se projeví zkreslením výsledných deformací. Tomuto efektu se lze s vysokou přesností vyhnout využitím telecentrického objektivu, který vytváří téměř pravoúhlý obraz, bez výrazného perspektivního zkreslení. Ačkoliv telecentrický objektiv poskytuje vysoce kvalitní snímání obrazu, nelze z důvodu jeho konstrukce snímat obraz větší, než je jeho průměr. Telecentrický objektiv má také díky své konstrukci značný úbytek světelnosti a je proto nutné zajistit dostatečné osvětlení měřeného tělesa [37].



Obr. 4.3: Schéma měřicí sestavy: a) 2D DIC, b) 3D DIC.

Druhou možností, která umožňuje porušení předpokladu o rovinnosti, je měření pomocí dvou kamer s využitím 3D DIC (obr. 4.3b). Takto lze měřit i nerovinné povrchy a prostorovou deformaci. Nutností je však správné seřízení optické soustavy a její kalibrace. Využití telecentrických objektivů je v případě 3D DIC do jisté míry omezeno. Je tedy potřeba zvážit, zdali dáme přednost vysoce kvalitnímu obrazu, pořízeným 2D DIC s telecentrickým objektivem, který není schopen postihnout prostorovou deformaci vzorku, nebo použijeme 3D DIC s jinými objektivy, které postihnou prostorovou deformaci, ale za to s nižší kvalitou obrazu.

Volba mezi 2D a 3D DIC by také měla být zohledněna při návrhu vrtacího procesu. Rozsah pracovní vzdálenosti, na kterou lze snímání obrazu spolehlivě zaostřit je fixně stanoven pro různé kombinace použité optiky a rozlišení čipu kamery. Měříme-li pomocí jedné kamery jejíž pracovní vzdálenost je krátká, pak nelze vložit vrtací zařízení mezi měřený vzorek a kameru. Z těchto důvodů je nutné buď vyjmout měřený vzorek a provést vrtání díry na jiném místě nebo přesunout kameru a poté vyvrtat díru. V obou případech však dochází k manipulaci jedno z členů (kamera, vzorek, vrtací zařízení) a nemusí tak být zajištěna souosost dalších úběrů díry. Pokud je manipulováno s kamerou, může také dojít k nepřesnému určení středu vrtané díry v referenčním snímku. Možnou korekcí je vyznačení několika diskretních bodů v dostatečné vzdálenosti od díry, kde je předpokládána nulová deformace. Manipulaci se vzorkem nebo s kamerou lze vyloučit použitím 3D DIC, kde je možné umístit vrtací zařízení mezi kamery.

4.3 Vyhodnocování homogenních zbytkových napětí metodou DIC

Jak již bylo zmíněno, k vyhodnocování zbytkových napětí se podle normy ASTM E837 využívá tři hodnot radiálních přetvoření. Obecně řečeno, tato přetvoření spolu s kalibračními konstantami vstupují do soustavy tří nezávislých rovnic (3.28), po jejíž vyřešení získáme hodnoty tří neznámých zbytkových napětí. S větším počtem hodnot přetvoření poskytnutých metodou DIC, se soustava rovnic (3.28) až (3.30) stává přeuročenou a její řešení lze získat metodou nejmenších čtverců. Soustavu rovnic proto vyjádříme v následujícím maticovém tvaru:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{K}\boldsymbol{\sigma} \quad (4.1)$$

kde $\boldsymbol{\varepsilon}$ je matice hodnot naměřených přetvoření o rozměrech $3n \times 1$, kde n je počet měřených bodů, \mathbf{K} je matice kalibračních konstant, materiálových parametrů a goniometrických funkcí o rozměrech $3n \times 3$ a $\boldsymbol{\sigma}$ je vektor neznámých složek zbytkového napětí o rozměrech 3×1 . Přesné sestavení těchto vektorů a matic je v rovnicích (4.2) až (4.4). Aby bylo zobrazení matice \mathbf{K} v rovnici (4.3) přehlednější, jsou na místo bezrozměrných kalibračních konstant \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} a \bar{e} dosazeny materiálově závislé kalibrační konstanty $\bar{\bar{A}}$, $\bar{\bar{B}}$, $\bar{\bar{C}}$, $\bar{\bar{D}}$ a $\bar{\bar{E}}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{r1} \cdots \varepsilon_{rn} \quad \varepsilon_{\theta1} \cdots \varepsilon_{\theta n} \quad \varepsilon_{r\theta1} \cdots \varepsilon_{r\theta n}]^T \quad (4.2)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}} \cos 2\theta)_1 & (\bar{\bar{A}} - \bar{\bar{B}} \cos 2\theta)_1 & (2\bar{\bar{B}} \sin 2\theta)_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (\bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}} \cos 2\theta)_n & (\bar{\bar{A}} - \bar{\bar{B}} \cos 2\theta)_n & (2\bar{\bar{B}} \sin 2\theta)_n \\ (-\bar{\bar{C}} + \bar{\bar{D}} \cos 2\theta)_1 & (-\bar{\bar{C}} - \bar{\bar{D}} \cos 2\theta)_1 & (2\bar{\bar{D}} \sin 2\theta)_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (-\bar{\bar{C}} + \bar{\bar{D}} \cos 2\theta)_n & (-\bar{\bar{C}} - \bar{\bar{D}} \cos 2\theta)_n & (2\bar{\bar{D}} \sin 2\theta)_n \\ (\bar{\bar{E}} \sin 2\theta)_1 & (-\bar{\bar{E}} \sin 2\theta)_1 & (-2\bar{\bar{E}} \cos 2\theta)_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (\bar{\bar{E}} \sin 2\theta)_n & (-\bar{\bar{E}} \sin 2\theta)_n & (-2\bar{\bar{E}} \cos 2\theta)_n \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}]^T \quad (4.4)$$

Vyřešením přeuročené soustavy, získáme složky zbytkových napětí σ_x , σ_y a τ_{xy} , ze kterých můžeme pomocí Mohrovy kružnice určit velikosti hlavních napětí σ_1 , σ_2 a úhel natočení hlavních směrů napětí α následovně:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.5)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg 2 \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad (4.6)$$

kde funkce $\arctg 2$ je funkce obdobná inverzní funkci tangens, ale zároveň zohledňující znaménka čitatele a jmenovatele [10]. Oproti funkci \arctg , pracuje funkce $\arctg 2$ na oboru hodnot $(-\pi; \pi)$.

5 Kalibrační konstanty pro výpočet homogenních zbytkových napětí

K měření zbytkových napětí v tělese s vrtanou průchozí dírou lze bez problému využít analyticky určených kalibračních konstant a přeřčenou soustavu rovnic (4.1) řešit metodou nejmenších čtverců. Znalost funkčních závislostí kalibračních konstant umožňuje také implementaci rovnic (3.14) až (3.16) do metody DIC. Tato implementace tak umožňuje metodě DIC přímé vyhodnocení zbytkových napětí, namísto vyhodnocování posuvů. Úpravou korelačních funkcí se ve svých publikacích zabývali například autoři Baldi a Gao [31, 32].

Ačkoliv optické metody poskytují celé pole deformace v okolí odvrtné neprůchozí díry, tak řada autorů vyhodnocuje zbytková napětí (a s tím související numericky stanovené kalibrační konstanty) obdobným způsobem, jak udává norma ASTM E837. Do výpočtů zahrnují hodnoty posuvů pouze ze tří nebo většího počtu bodů, které jsou voleny náhodně nebo zvolené pro konkrétní úhly natočení a poloměry od středu díry [27, 33]. V jiných případech využívají bodů v oblastech, odpovídajících tenzometrickým mřížkám růžice a hodnoty přetvoření stanovují integrací přes tyto oblasti [30].

Neznalost funkčních závislostí kalibračních konstant v okolí odvrtné neprůchozí díry, neumožňuje jednoduché využití celého pole deformací a dříve zmíněnou implementaci rovnic do metody DIC. Cílem této práce je proto nalezení funkcí, popisujících kalibrační konstanty na celém měřeném poli deformací a následné stanovení zbytkových napětí dosazením těchto funkcí do soustavy rovnic (4.1) a jejich vyřešením metodou nejmenších čtverců.

Jedním z omezení při určování zbytkových napětí a kalibračních konstant metodou DIC jsou rozměry měřené oblasti. Dle Schajera [1] jsou požadavky na ideální měřenou oblast následující:

- měřená oblast je tvořena mezikruhovou plochou,
- vnitřní průměr měřené oblasti je dostatečně velký vůči průměru díry d_0 , aby byly z korelovaného obrazu vyloučeny poškozené pixely, vzniklé například otřepy po vrtání nebo poškozením snímaného povrchu odlétávajícími třískami. Nicméně by neměl být vnitřní průměr moc velký, aby se neztrácela informace velkých deformací v blízkosti díry. Ideální vnitřní průměr by měl mít rozměry $1,5 - 2,0d_0$,
- vnější průměr měřené oblasti by měl být dostatečně velký, aby pro vyhodnocování zbytkových napětí mohlo být využito velké množství dat a zároveň takový, aby měřená deformace ve větších vzdálenostech od díry nebyla výrazně ovlivněna šumem. Vhodnou velikostí vnějšího průměru měřené oblasti je $3,0 - 4,0d_0$.

Při vyhodnocování kalibračních konstant pomocí numerického modelu, nenastává k mechanickému porušení povrchu tělesa v okolí simulované vrtané díry. Proto je vhodné vyhodnocovat průběhy kalibračních konstant i pro menší vzdálenosti r od středu díry, aby byl dostatečně popsán gradient deformace, který celkově přispívá k lepšímu popisu deformačního pole i ve větších vzdálenostech od díry. Z tohoto důvodu je vnitřní průměr oblasti vyhodnocování kalibračních konstant volen na $1,2d_0$ a vnější průměr je volen dle [1] na $4,0d_0$.

Kalibrační konstanty jsou závislé pouze na rozměrech díry, poloze měřeného bodu a materiálových vlastnostech tělesa, ale nejsou závislé na typu a velikosti homogenní zbytkové napjatosti. Pro jejich určení je proto využito výpočtového modelu, u kterého je v jednom případě vytvořena rovnoměrná dvouosá napjatost ($\sigma_x = \sigma_y = 1, \tau_{xy} = 0$) a v druhém případě vytvořena smyková napjatost ($\sigma_x = -\sigma_y = 1, \tau_{xy} = 0$). Vztahy pro výpočet kalibračních konstant v celém měřeném poli deformací, lze vyjádřit dosazením výše uvedených napjatostí do rovnic (3.28) až (3.30).

Po úpravě získáme rovnice:

$$\bar{a} = \frac{E}{(1 + \mu)} \varepsilon_{rRN} \quad (5.1)$$

$$\bar{b} = \frac{E}{\cos 2\theta} \varepsilon_{rSN} \quad (5.2)$$

$$\bar{c} = -\frac{E}{(1 + \mu)} \varepsilon_{\theta RN} \quad (5.3)$$

$$\bar{d} = \frac{E}{\cos 2\theta} \varepsilon_{\theta SN} \quad (5.4)$$

$$\bar{e} = \frac{E}{(1 + \mu) \sin 2\theta} \varepsilon_{r\theta SN} \quad (5.5)$$

kde indexy *RN* a *SN* označují rovnoměrnou dvouosou a smykovou napjatost, kterým odpovídají příslušná pole přetvoření.

Vrtání neprůchozí díry do těles s velkou tloušťkou je v praxi prováděno na několik úběrů, což poskytuje pole přetvoření pro jednotlivé přírůstky díry. Pro homogenní napjatost norma ASTM E837-20 [12] doporučuje vrtat díru na 10 úběrů. Pro potřeby této práce je voleno 20 úběrů díry, aby byl dosažen dostatečný popis změny kalibračních konstant po hloubce vrtané díry (viz kap. 5.2). Vyhodnocování kalibračních konstant je proto provedeno pro poměry hloubek děr k průměru díry v rozmezí $0,025 \leq h/d_0 \leq 0,5$.

5.1 Výpočtový model pro stanovení kalibračních konstant

Simulace odvrtávací metody byla provedena na konečnoprvkovém modelu, vytvořeném parametricky v programu ANSYS Mechanical APDL. Vrtání díry po jednotlivých úběrech bylo simulováno postupnou deaktivací konečných prvků, resp. snížením jejich tuhosti na zanedbatelnou hodnotu. Kalibrační konstanty byly vyhodnocovány pro geometrie děr uvedených v tab. 1. Celkem bylo provedeno 294 výpočtů.

Tab. 1: Parametry vrtané díry a úběru materiálu.

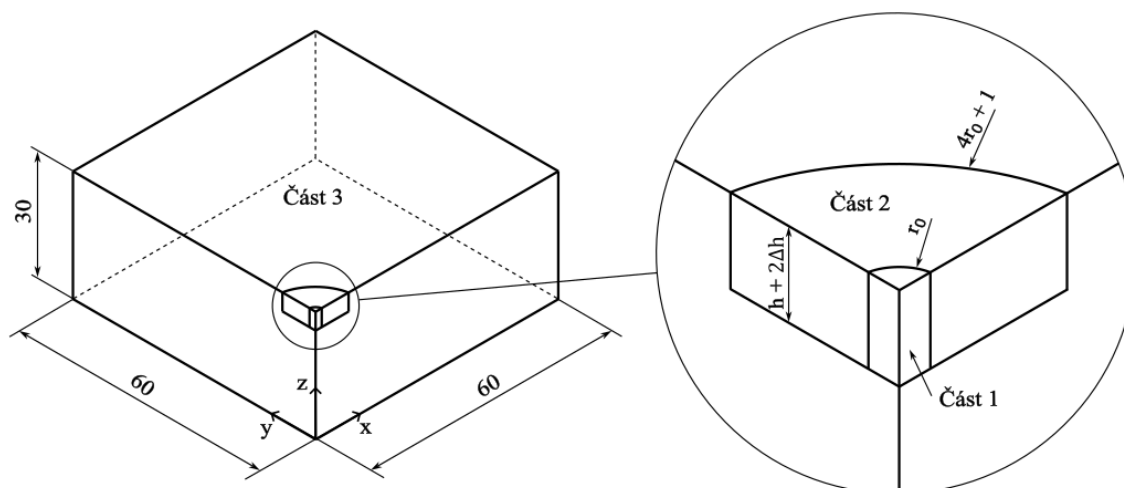
průměr díry	d_0 [mm]	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
hloubka díry	h [mm]	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
počet úběrů díry	i [–]	20	20	20	20	20	20	20
velikost úběru díry	Δh [mm]	0,025	0,0375	0,05	0,0625	0,075	0,0875	0,1

5.1.1 Model geometrie

Vzhledem k symetričnosti geometrie tělesa a vrtané díry, materiálu, vnějšího zatížení a vazeb, lze očekávat symetrické hodnoty vyhodnocovaných veličin. S využitím tohoto poznatku je možné výpočtový model redukovat a modelovat pouze jeho čtvrtinu. Model geometrie se skládá ze tří částí (obr. 5.1) reprezentujících vrtanou díru (část 1), přechodovou část s oblastí vyhodnocování přetvoření na povrchu modelu (část 2) a zbytek tělesa (část 3). Řídicím parametrem pro volbu rozměrů části 1 a 2 je poloměr vrtané díry $r_0 = d_0/2$. Geometrie přechodové oblasti (část 2) je tvořena objemem mezi dvěma válcovými plochami o vnitřním poloměru r_0 a vnějším poloměru o hodnotě $4r_0 + 1$ mm. Přídavek 1 mm k vnějšímu poloměru je volen z důvodu možného ovlivnění vypočtených dat, přechodem jednoho typu sítě

konečných prvků na jiný. Ze stejného důvodu je tloušťka přechodové oblasti volena na $h + 2\Delta h$.

Aby nedocházelo k ovlivňování uvolněných deformací konečnými rozměry modelu, musí být základní rozměry části 3 dostatečně velké. Minimální vzdálenost díry od volného okraje je uváděna v publikaci [38] na 5 až $10d_0$ a minimální tloušťka tělesa $3d_0$. Základní rozměry tělesa, které jsou použity v této práci, jsou převzaty z publikace [10], kde autor modeluje základní těleso pomocí kvádrů s délkou a šířkou 60 mm a tloušťkou 30 mm. Ačkoliv byly tyto rozměry zachovány neměnné i při modelování různých průměrů a hloubek děr (viz tab. 1), lze konstatovat, že základní rozměry, které byly voleny na základě publikace [10], splňují podmínky z publikace [38] i pro největší průměr díry 4 mm.



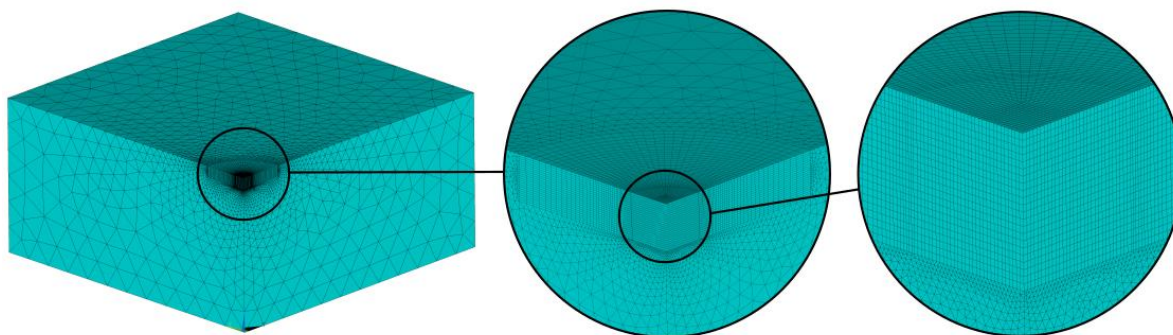
Obr. 5.1: Rozměry výpočtového modelu pro stanovení kalibračních konstant.

5.1.2 Síť konečných prvků

Největší důraz na kvalitu konečných prvků byl kladen na přechodovou oblast, na které byla konečnoprvková síť vytvořena jako první, a ze které vycházela síť konečných prvků v simulované díře a zbytku modelu. Pro definici konečnoprvkové sítě byly voleny kvadratické prvky typu SOLID186.

V přechodové oblasti byla nejprve vygenerována mapovaná síť tvořená hexagonální prvky. Velikost prvků po tloušťce přechodové oblasti byla volena podle velikosti úběru materiálu Δh . V publikaci [10] autor volil velikost konečných prvků u díry na 0,04 mm. Aby bylo dosaženo podobných rozměrů prvků, byla přechodová oblast rozdělena po obvodu na 30 dílů, čímž pro výchozí průměr díry 2 mm bylo dosaženo obvodové velikosti prvků cca 0,05 mm. S další větší vzdáleností od díry dochází k rovnoměrnému nárůstu velikosti prvků.

Na konečnoprvkovou síť přechodové oblasti navazuje z poloměru r_0 mapovaná síť s hexagonálními prvky, která reprezentuje vrtanou díru. Velikost konečných prvků díry vychází z velikosti prvků přechodové oblasti. Z vnějšího poloměru přechodové oblasti byla ve zbytku modelu vygenerována volná síť, tvořena tetraedrickými prvky s narůstající velikostí ve směru k volným povrchům. Největší prvky na okrajích tělesa dosahují velikosti 5 mm a celkový počet konečných prvků všech variant modelu dosahoval nanejvýš 103136 prvků. Výslednou konečnoprvkovou síť modelu lze vidět na obr. 5.2.



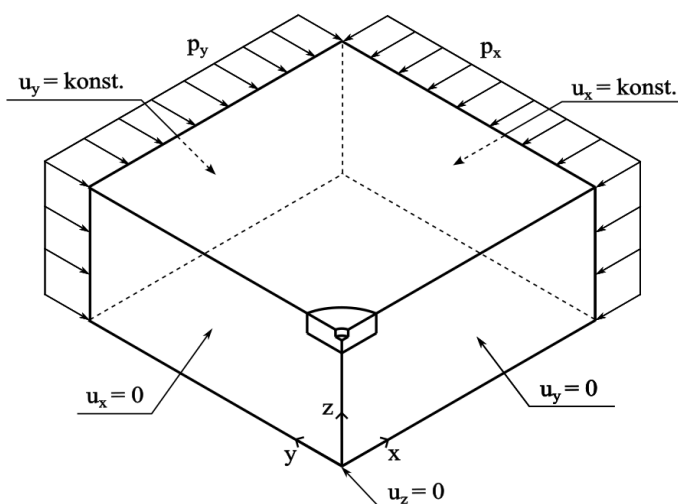
Obr. 5.2: Konečnoprvková síť výpočtového modelu pro stanovení kalibračních konstant.

5.1.3 Model materiálu

Pro stanovení kalibračních konstant je využit lineárně elastický izotropní model materiálu, který je definován modulem pružnosti v tahu E a Poissonovým poměrem μ . Jak bylo uvedeno v kap. 3.3.2, upravené kalibrační konstanty \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} a \bar{e} jsou nezávislé na E a mírně závislé na μ . Pro standardní hodnoty μ z rozmezí 0,25 až 0,35, pro které kalibrační konstanty dosahují výsledné chyby do 2 %, je nejvhodnější volit pro výpočtový model střední hodnotu a to $\mu = 0,3$. Aby model materiálu odpovídal standardní oceli, je voleno $E = 210\,000$ MPa. Tyto materiálové konstanty jsou shodné pro všechny vyhodnocované kalibrační konstanty.

5.1.4 Model vazeb a zatížení

Při výpočtu trojrozměrného modelu je potřeba zamezit jeho pohybu ve třech nezávislých osách. Modelováním čtvrtiny tělesa, bylo využito rovin symetrie k zamezení posuvu ve směru normály k těmto rovinám. Konkrétně se jedná o nulové posuvy u_x a u_y , předepsané na příslušné roviny symetrie. Zamezení posuvu ve třetím směru je realizováno předepsáním nulového posuvu u_z v bodě modelu, nacházejícím se na protější straně modelu vůči díře (obr. 5.3).



Obr. 5.3: Předepsané okrajové podmínky výpočtového modelu pro stanovení kalibračních konstant.

V teoretické části práce byly odvozeny rovnice (3.14) až (3.16) pro určení zbytkových napětí z přetvoření pomocí principu superpozice (obr. 3.4). Stejného principu je využito v případě simulace odvrtávací metody. Homogenní zbytková napětí jsou simulována předepsáním konstantního tlaku p_x a p_y na volné plochy modelu. Aplikací těchto tlaků dochází k počáteční deformaci tělesa, která připomíná deformaci stěny viz obr. 3.4c. Aby aplikované

tlaky a vzniklá deformace po vytvoření díry odpovídala zbytkovému napětí a uvolněné deformaci, je potřeba odečíst počáteční hodnoty přetvoření od hodnot přetvoření jednotlivých úběrů děr stejným způsobem, jak byly odvozeny rovnice (3.14) až (3.16) v kap. 3.3.2.

Pro ještě větší snížení vlivu konečných rozměrů modelu, byly na volných plochách modelu svázány posuvy v normálových směrech (obr. 5.3).

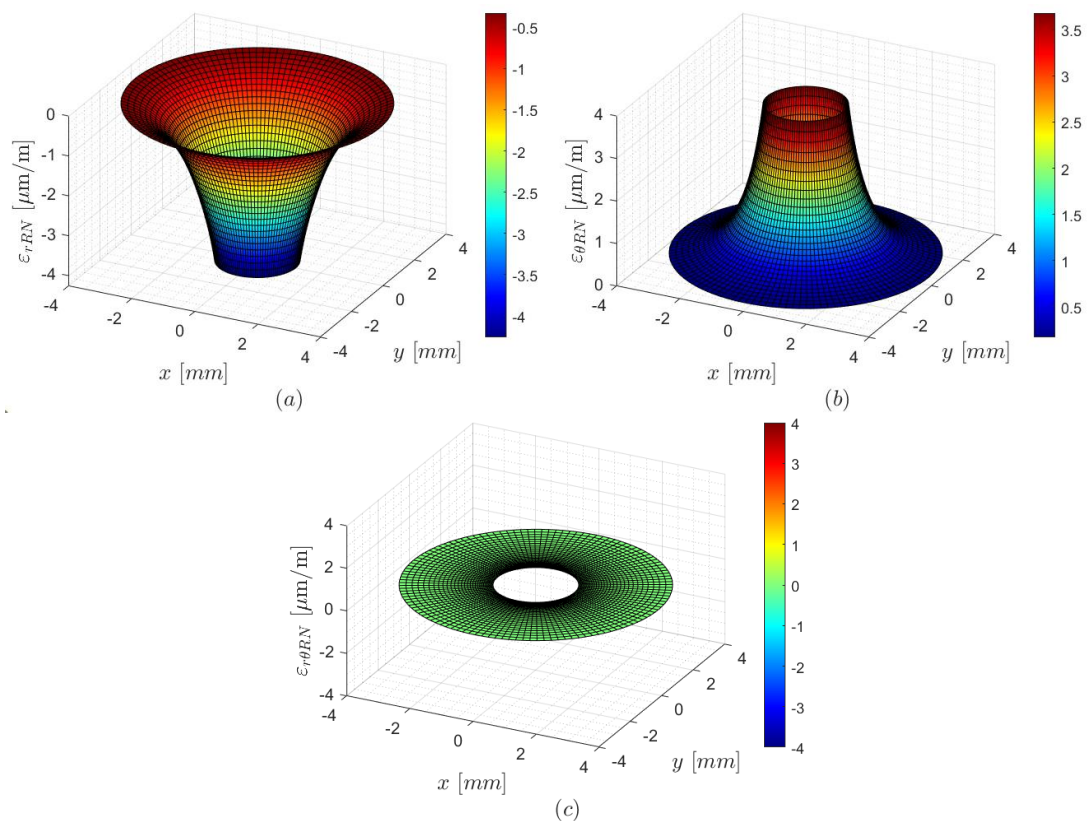
5.1.5 Postup vyhodnocování výsledků

Výstupem výpočtového modelu je vygenerovaný textový soubor, obsahující následující parametry: rozměry modelu a vrtané díry, konkrétní vyvrtané hloubky, předepsané zatížení, počet konečných prvků, souřadnice uzlů konečných prvků a v nich vypočtené přetvoření $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$. Kvůli vysokému počtu uzlů konečnoprvkové sítě v oblasti vyhodnocování přetvoření nebylo možné provést zápis vybraných hodnot přetvoření do textového souboru přímo v ANSYS. Při psaní makra tento postup vyžadoval použití cyklů, které jsou v prostředí ANSYS řešeny velmi pomalu. Z těchto důvodů byla data exportována ze všech uzlů a dále zpracována v programu Matlab.

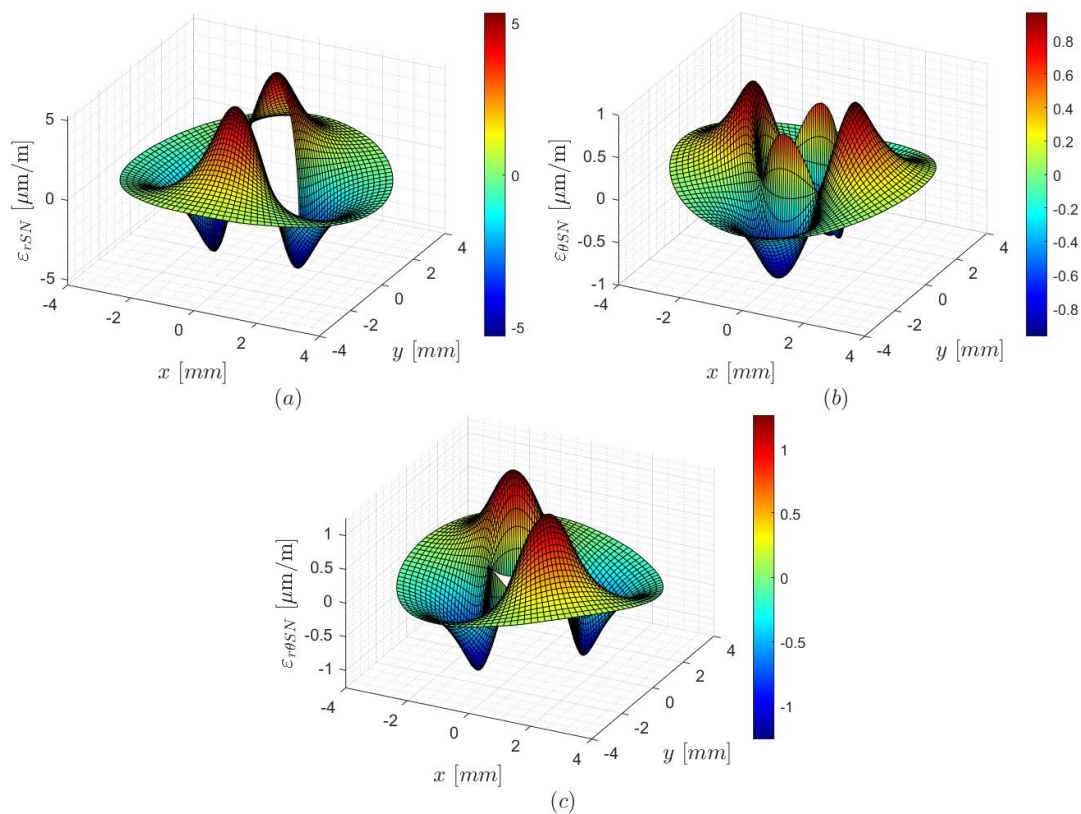
Pro výběr hodnot přetvoření v oblasti vyhodnocování byl vytvořen skript, který odstranil všechna data, která se nenacházela na povrchu modelu, a jejichž vzdálenost r od středu díry se nenacházela v rozmezí $1,2r_0 \leq r \leq 4r_0$. Poté co byla odstraněna přebytečná data, následoval již zmíněný odečet přetvoření. Následně byla přetvoření transformována do polárních souřadnic a výsledná pole uvolněných přetvoření $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ a $\varepsilon_{r\theta}$ sloužila k analýze kalibračních konstant.

5.2 Analýza kalibračních konstant

V předcházejících kapitolách byl uveden postup vyhodnocení polí uvolněných přetvoření získaných z výpočtového modelu. Na následujícím obrázku jsou postupně zobrazeny pole přetvoření $\varepsilon_{rRN}, \varepsilon_{\theta RN}, \varepsilon_{r\theta RN}$ (obr. 5.4) pro rovnoměrnou dvouosou napjatost a $\varepsilon_{rSN}, \varepsilon_{\theta SN}$ a $\varepsilon_{r\theta SN}$ (obr. 5.5) pro smykovou napjatost. Pole přetvoření reprezentují uvolněnou deformaci po odvrtání díry s $d_0 = 2$ mm a $h = 1$ mm. Pro názornější vizualizaci jsou data ze čtvrtiny měřené oblasti rozšířena o patřičné symetrie a interpolována.

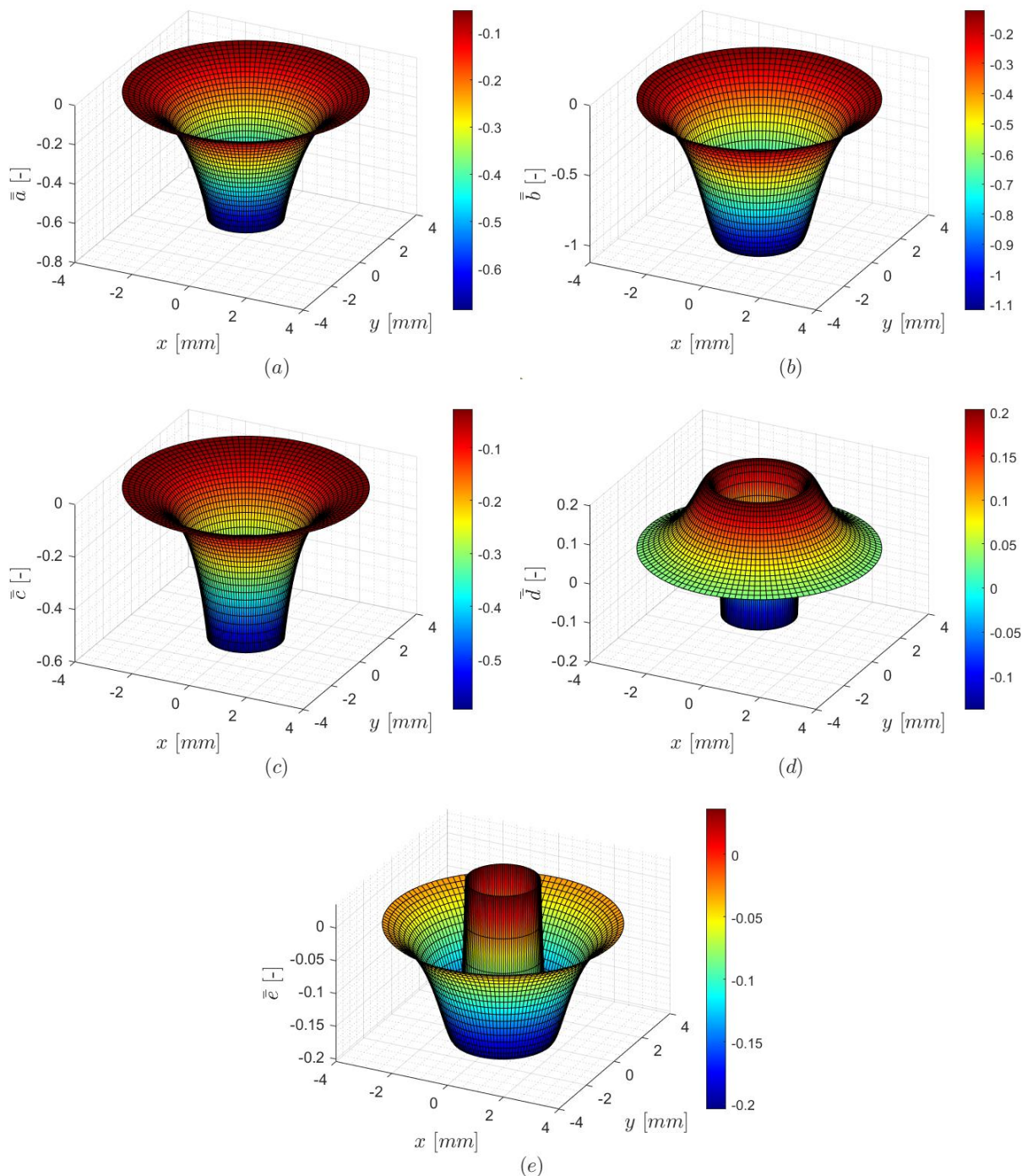


Obr. 5.4: Pole přetvoření rovnoměrné dvouosé napjatosti: a) radiální přetvoření ε_{rRN} , b) tečné přetvoření $\varepsilon_{\theta RN}$, c) úhlové přetvoření $\varepsilon_{r\theta RN}$.



Obr. 5.5: Pole přetvoření smykové napjatosti: a) radiální přetvoření ε_{rsN} , b) tečné přetvoření $\varepsilon_{\theta sN}$, c) úhlové přetvoření $\varepsilon_{r\theta sN}$.

Dosažením hodnot polí jednotlivých přetvoření do rovnic (5.1) až (5.5) byly získány pole bezrozměrných kalibračních konstant. Jejich průběhy jsou na obr. 5.6.

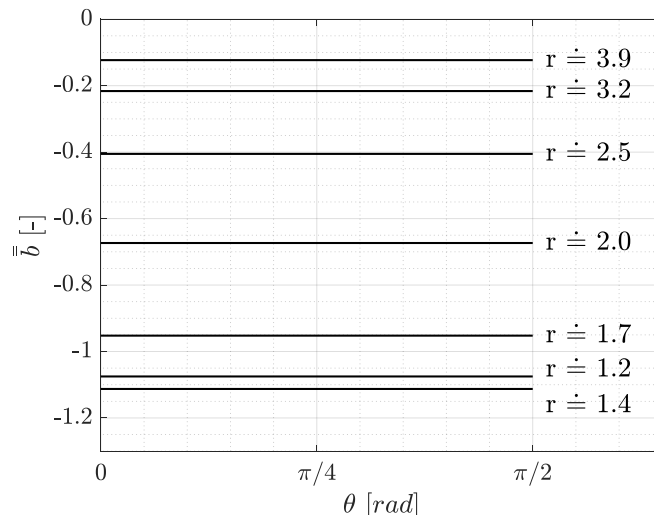


Obr. 5.6: Pole kalibračních konstant: a) \bar{a} , b) \bar{b} , c) \bar{c} , d) \bar{d} , e) \bar{e} .

První analýzou byla zkouška závislosti kalibračních konstant na úhlu natočení θ . Navzdory tomu, že v rovnicích (5.1) až (5.5) u kalibračních konstant \bar{b} , \bar{d} , \bar{e} vystupují goniometrické funkce, tak jejich průběhy na obr. 5.6 tomu nenaznačují. Důvodem je dělení příslušného pole přetvoření, jehož hodnoty jsou po obvodu definovány stejnou goniometrickou funkcí. Ačkoliv je nezávislost kalibračních konstant na úhlu natočení θ patrná z předešlých obrázků, je zde uvedena názorná kontrola na kalibrační konstantě \bar{b} , která byla taktéž provedena

pro zbylé kalibrační konstanty. Vykreslením závislosti kalibrační konstanty \bar{b} na úhlu natočení θ pro jednotlivé vzdálenosti r od středu díry, byly získány její průběhy znázorněné na obr. 5.7.

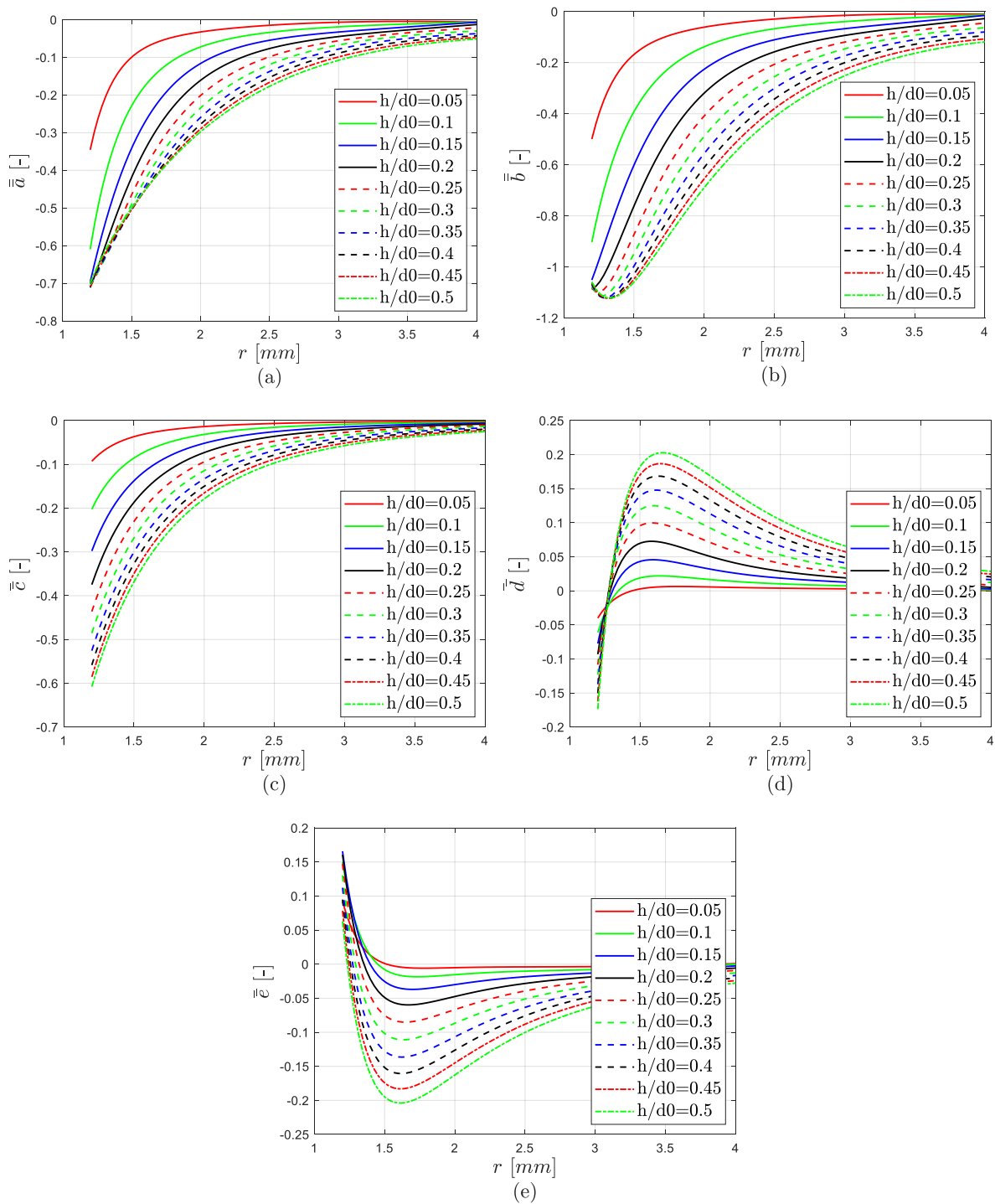
Tímto potvrzením nezávislosti kalibračních konstant na úhlu θ , bylo možné pro další analýzu data redukovat a uvažovat pouze hodnoty kalibračních konstant pro konstantní úhel θ .



Obr. 5.7: Závislost kalibrační konstanty \bar{b} na úhlu θ pro vybrané poloměry r .

Po ověření nezávislosti kalibračních konstant na úhlu θ následovala regresní analýza závislosti kalibračních konstant na vzdálenosti r . Dle průběhů kalibračních konstant na vzdálenosti r pro vybrané poměry h/d_0 (obr. 5.8) se ukázalo, že ve vyhodnocovacím intervalu $1,2r_0 \leq r \leq 4r_0$ je nejvhodnější polynomická regrese. Průběhy kalibračních konstant na obr. 5.8 jsou znázorněny pro díru $d_0 = 2$ mm.

V kapitole 3.3.2, bylo navrženo nové označení kalibračních konstant, z důvodu neshodnosti kalibrační konstanty \bar{A} pro neprůchozí díru, která vystupovala v rovnicích (3.21) a (3.22). Nahrazením kalibrační konstanty \bar{A} novými konstantami \bar{A}, \bar{C} a převedením na bezrozměrný tvar byly odvozeny bezrozměrné kalibrační konstanty \bar{a} a \bar{c} . Porovnáme-li jejich průběhy z obr. 5.8a a obr. 5.8c, je zřetelné, že nejsou shodné.



Obr. 5.8: Průběhy kalibračních konstant na vzdálenosti r všech úběrů díry. Kalibrační konstanta: a) \bar{a} , b) \bar{b} , c) \bar{c} , d) \bar{d} , e) \bar{e} .

Při analýze byly testovány polynomy různého stupně a různých tvarů. Při výběru nejvhodnějšího polynomu bylo dbáno na to, aby zvolený polynom měl co nejnižší stupeň a zároveň dokázal aproximovat průběhy všech kalibračních konstant, pro všechny zvolené průměry a hloubky vrtaných děr. Dalším kritériem při volbě polynomu byla hodnota koeficientu determinace R^2 a nulová funkční hodnota polynomu v $r \rightarrow \infty$.

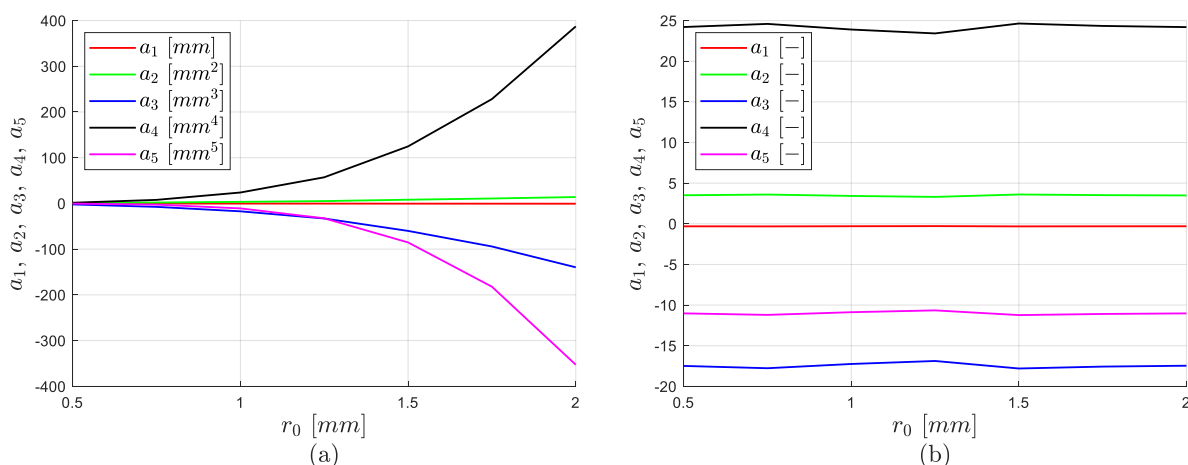
S ohledem na dříve uvedené předpoklady byl vybrán polynom pátého stupně v následujícím tvaru:

$$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}, \bar{e} = k_1 \left(\frac{1}{r}\right) + k_2 \left(\frac{1}{r}\right)^2 + k_3 \left(\frac{1}{r}\right)^3 + k_4 \left(\frac{1}{r}\right)^4 + k_5 \left(\frac{1}{r}\right)^5 \quad (5.6)$$

kde obecné koeficienty k_1, \dots, k_5 představují koeficienty polynomu a_1, \dots, a_5 až e_1, \dots, e_5 , sloužící k výpočtu jednotlivých kalibračních konstant.

Nejlepší aproximace kalibračních konstant bylo dosaženo pro poměry $h/d_0 \geq 0,2$, pro které koeficienty determinace R^2 dosahovaly hodnoty 1. Pro poměry nižší, koeficient determinace mírně poklesl, a to převážně při aproximaci kalibračních konstant \bar{d} a \bar{e} . Celkově však hodnota koeficientu determinace neklesla pod hodnotu $R^2 = 0,9991$, která byla získána při aproximaci kalibrační konstanty \bar{e} , pro díru s $d_0 = 2,5$ mm a nejnižším poměrem $h/d_0 = 0,025$. Protože přesnost aproximace klesá se zmenšujícím se poměrem h/d_0 , nelze zaručit vysokou přesnost polynomu (5.6) při vyhodnocování kalibračních konstant pro hloubky děr s poměrem $h/d_0 \ll 0,025$. Regresní analýzou se také ukázalo, že zvolený polynom pátého stupně (5.6) je nedostačující pro aproximaci hodnot ve vzdálenostech $r < 1,2r_0$. Aby bylo možné využít i data v menších vzdálenostech než $1,2r_0$, bylo by nutné zvýšit stupeň polynomu. Jak bylo již dříve zmíněno, při reálném měření se nedoporučuje uvažovat hodnoty přetvoření v blízkosti vrtané díry, a proto je zvolený polynom, který aproximuje data v rozmezí $1,2r_0 \leq r \leq 4r_0$ dostačující.

Protože koeficienty polynomů kalibračních konstant nabývají konkrétních rozměrů, které jsou dány mocninou průměru vrtané díry d_0 , resp. poloměru r_0 , je jejich použití omezeno pro konkrétní případy průměrů děr. Vykreslením závislosti koeficientů a_1, \dots, a_5 na poloměru díry r_0 (obr. 5.9a) pro konstantní poměry h/d_0 , si lze všimnout jejich funkčních závislostí na poloměru díry r_0 , které odpovídají příslušným mocninám rozměrů koeficientů. Proto první úvahou, která se ověřila jako správná, bylo vytknutí příslušné mocniny poloměru r_0 z koeficientů polynomu, čímž byla zajištěna jejich bezrozměrnost. Po vykreslení závislosti upravených bezrozměrných koeficientů kalibrační konstanty \bar{a} na poloměru r_0 (obr. 5.9b) si lze všimnout jejich téměř konstantního průběhu, a z toho vyplývající nezávislost na poloměru díry. Z důvodu dříve provedené aproximace však nelze zaručit ideálně konstantní průběh. Stejného výsledku bylo také dosaženo pro koeficienty polynomu zbylých kalibračních konstant.

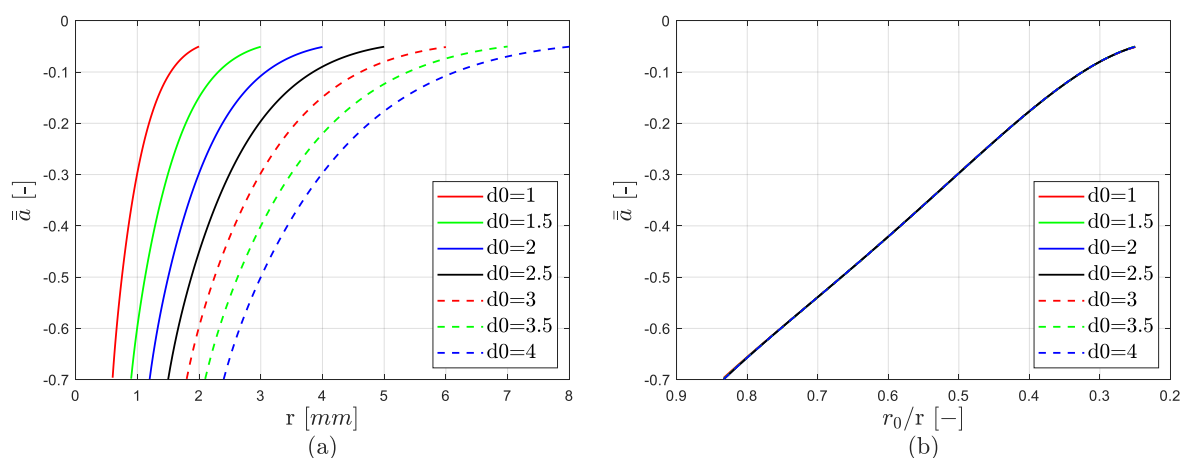


Obr. 5.9: Závislost a) rozměrných, b) bezrozměrných koeficientů polynomu kalibrační konstanty \bar{a} na poloměru díry r_0 .

Úvaha o bezrozměrnosti koeficientů je také potvrzena následujícími grafy, kde na obr. 5.10a jsou zobrazeny průběhy kalibrační konstanty \bar{a} s neupravenými koeficienty v závislosti na vzdálenosti r pro různé průměry děr a na obr. 5.10b jsou zobrazeny průběhy téže kalibrační konstanty, z jejíž koeficientů polynomu byly vytknuty poloměry děr. Průběhy upravených kalibračních konstant jsou vykresleny vůči bezrozměrné vzdálenosti r_0/r . Na obr. 5.10b si lze všimnout, že průběhy kalibračních konstant pro různé průměry děr splývají, čímž byla potvrzena úplná nezávislost koeficientů polynomu na průměru vrtané díry, při zachování konstantního poměru h/d_0 . Můžeme proto polynom (5.6) upravit do následujícího tvaru:

$$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}, \bar{e} = k_1 \left(\frac{r_0}{r}\right) + k_2 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 + k_3 \left(\frac{r_0}{r}\right)^3 + k_4 \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 + k_5 \left(\frac{r_0}{r}\right)^5 \quad (5.7)$$

kde obecné koeficienty polynomu k_1, \dots, k_5 již mají bezrozměrný tvar a jsou nezávislé na průměru vrtané díry.



Obr. 5.10: Závislost kalibrační konstanty \bar{a} na a) vzdálenosti r , b) bezrozměrné vzdálenosti r_0/r pro průměry děr d_0 .

Protože byla zajištěna nezávislost koeficientů polynomu kalibračních konstant také na průměru díry d_0 , byly hodnoty koeficientů polynomu kalibračních konstant $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}, \bar{e}$ určeny znovu pomocí polynomu (5.7) pro všechny průměry děr a následně zprůměrovány. Výsledné zprůměrované hodnoty koeficientů polynomu kalibračních konstant jsou uvedeny v příloze A.

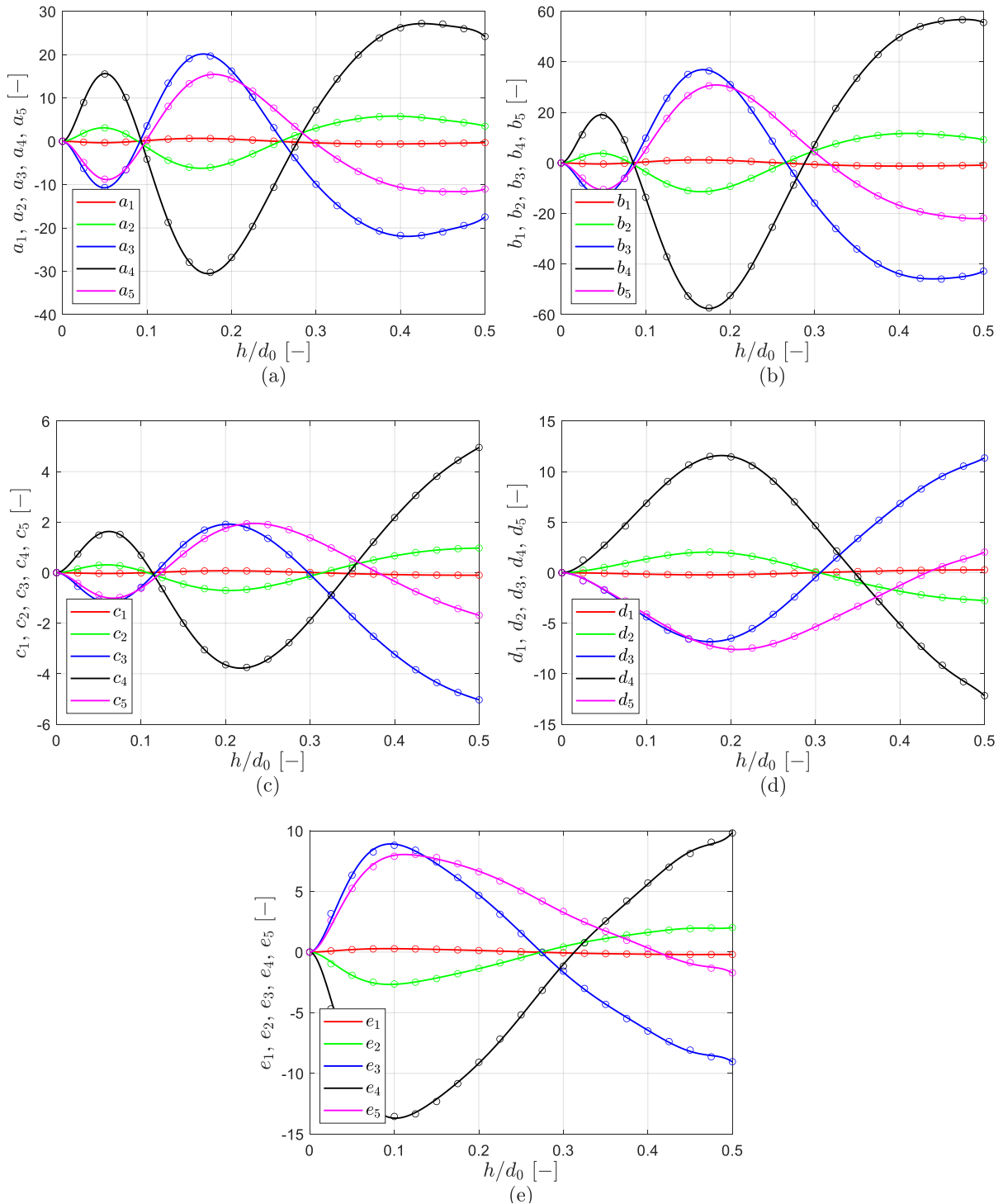
Zbývá již vyřešit závislost těchto koeficientů na hloubce díry, která umožní jejich určení pro různé vyšetřované hloubky děr. Zobražíme-li průběhy koeficientů jednotlivých kalibračních konstant (obr. 5.11), můžeme si všimnout, že k jejich aproximaci by byla opět vhodná polynomičká funkce. Za obdobných podmínek jako byl vytvořen polynom (5.6), byl vytvořen polynom devátého stupně (5.8) v následujícím tvaru:

$$k_1, \dots, k_5 = l_2 \left(\frac{h}{d_0}\right)^2 + l_3 \left(\frac{h}{d_0}\right)^3 + l_4 \left(\frac{h}{d_0}\right)^4 + l_5 \left(\frac{h}{d_0}\right)^5 + l_6 \left(\frac{h}{d_0}\right)^6 + l_7 \left(\frac{h}{d_0}\right)^7 + l_8 \left(\frac{h}{d_0}\right)^8 + l_9 \left(\frac{h}{d_0}\right)^9 \quad (5.8)$$

kde l_2, \dots, l_9 jsou koeficienty polynomu, sloužícího k výpočtům koeficientů k_1, \dots, k_5 . Celkem takto bylo stanoveno 200 koeficientů, které jsou uvedeny v příloze B.

Jak bylo dříve uvedeno, přesnost aproximace především kalibračních konstant \bar{a} a \bar{e} klesala se zmenšujícím se poměrem h/d_0 . Tento efekt lze také pozorovat na obr. 5.11d a obr. 5.11e, kde pro poměr $h/d_0 = 0,025$ polynom neprochází aproximovanými body. Jednou z možností, jak zpřesnit aproximaci koeficientů polynomu (5.8) by bylo rozšíření polynomu (5.7)

na šestý stupeň a zpřesnění tak aproximace kalibrační konstanty \bar{d} a \bar{e} . Zvýšení stupně polynomu (5.7) však nepřináší žádné dodatečné informace pro zbylé kalibrační konstanty, a proto bylo nadále uvažováno s možnou chybou, vzniklou aproximací polynomu (5.7) a (5.8).



Obr. 5.11: Závislosti koeficientů polynomu kalibrační konstanty: a) \bar{a} , b) \bar{b} , c) \bar{c} , d) \bar{d} , e) \bar{e} na poměru h/d_0 .

5.3 Zhodnocení analýzy kalibračních konstant

V předchozí podkapitole byly sestaveny polynomy, pomocí kterých je možné popsat kalibrační konstanty $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}, \bar{e}$ na celém měřeném poli deformací. Jediným nalezeným kritériem, které může omezovat použitelnost sestavených polynomů je poměr h/d_0 . Zde se ukázalo, že nejlepší aproximace kalibračních konstant bylo dosaženo pro poměry $h/d_0 > 0,2$. Pro poměry nižší byla aproximace sice dostačující, ale její přesnost klesala se snižujícím se poměrem h/d_0 . Ačkoliv mohou být sestavené polynomy pro poměry $h/d_0 \ll 0,025$ nedostačující, tak v praxi se běžně vrtání díry provádí po přírůstcích, které jsou větší. Ve srovnání s normou ASTM E837–20 [12], která doporučuje při vyhodnocování homogenních napětí vrtat díru po přírůstcích odpovídajících $\Delta h = 0,02D$ pro standardně používané rúžice typu A a B, můžeme dle jejich typického středního průměru $D = 2,57$ a $5,13$ mm určit přírůstek díry na $\Delta h = 0,05$ a $0,10$ mm. Maximální průměry děr, které lze vrtat s využitím těchto rúžic jsou $d_0 = 1,01$ a $2,54$ mm. Uvedením Δh a d_0 do poměru lze dosáhnout nejmenší hodnoty $h/d_0 \doteq 0,04$ a nepředpokládá se, že by v praxi docházelo k vrtání hloubek děr menších. Z tohoto důvodu můžeme považovat sestavené polynomy i pro malé poměry h/d_0 za dostačující. V opačném případě je vyloučeno vyhodnocování kalibračních konstant pro poměry $h/d_0 > 0,5$, jelikož pro větší poměry h/d_0 nebyla k aproximaci použita žádná data a chování polynomu devátého stupně je za touto hranicí nerepresentující.

Druhým omezením je použitelnost polynomů pouze pro vzdálenosti $1,2r_0 \leq r \leq 4r_0$, pro které byly polynomy vyhodnocovány. Avšak jak bylo dříve zmíněno, doporučená oblast měření přetvoření by neměla být větší než uvedené meze.

Shrnutím předešlé analýzy lze uvést, že byly stanoveny koeficienty polynomů l_2, \dots, l_9 , kterých je celkem 200, a které jsou uvedeny v příloze B. Pomocí těchto koeficientů lze poté vypočítat kalibrační konstanty $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}, \bar{e}$, popisující celé deformační pole v okolí odvrtné díry, pro měřenou oblast v intervalu $1,2r_0 \leq r \leq 4r_0$ a poměry hloubek k průměru díry $0 \leq h/d_0 \leq 0,5$.

5.4 Postup výpočtu homogenních zbytkových napětí

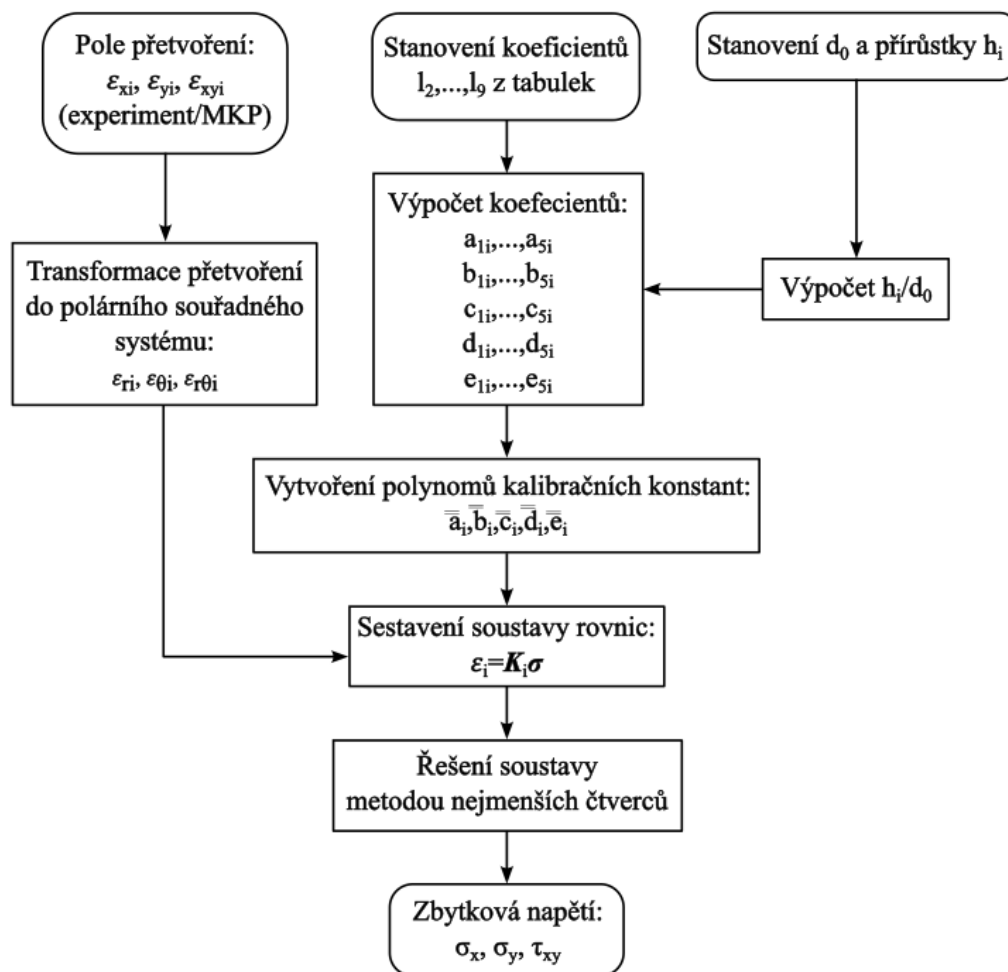
V rámci této kapitoly je představen postup vyhodnocování homogenních zbytkových napětí s využitím funkčních závislostí kalibračních konstant, které byly představeny v předešlé kapitole. Tato kapitola také slouží jako ověření správnosti volby polynomů a jejich vypočtených koeficientů. Exaktní kontrola by měla být provedena na experimentálních datech, ale z důvodu neuskutečněného měření tělesa s neprůchozí dírou, jsou pole přetvoření získána z výpočtového modelu.

Ačkoliv lze vyhodnocení homogenní zbytkové napjatosti provést pro jakýkoliv úběr díry, tak aby se minimalizovala chyba měření, jsou výsledná homogenní zbytková napětí určena z váženého součtu hodnot přetvoření jednotlivých úběrů díry [5]. Tento postup norma ASTM E837-20 [12] uvádí pouze pro nepřeurčenou soustavu tří rovnic (3.28), ze které lze jednotlivé složky zbytkové napjatosti vyjádřit analyticky ve formě zbytkových napětí $P = (\sigma_y + \sigma_x)/2$, $Q = (\sigma_y - \sigma_x)/2$, $T = \tau_{xy}$. V případě přeurčené soustavy rovnic (4.1), lze výše uvedený vážený součet nahradit rozšířením soustavy (4.1) do tvaru:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_i \end{bmatrix} \sigma \quad (5.9)$$

kde i označuje počet úběrů díry. Dimenze vektorů a matic, která byla původně $3n$ se nyní rozšiřuje na $3n \cdot i$.

Algoritmus vyhodnocování homogenních zbytkových, který je cílem diplomové práce je představen v následujícím blokovém diagramu.



Obr. 5.12: Blokový diagram algoritmu výpočtu zbytkových napětí z naměřeného pole přetvoření.

Algoritmus představený v blokovém diagramu (obr. 5.12) vyhodnocuje homogenní zbytková napětí v následujících krocích:

1. zadání vstupních veličin: koeficienty polynomu l_2, \dots, l_9 , průměr vrtané díry d_0 a naměřená pole přetvoření $\varepsilon_{xi}, \varepsilon_{yi}, \varepsilon_{xyi}$ pro i -té hloubky děr h_i ,
2. výpočet poměrů h_i/d_0 a následné stanovení koeficientů a_{1i}, \dots, e_{5i} z polynomu (5.8),
3. sestavení polynomů (5.7) kalibračních konstant $\bar{a}_i, \bar{b}_i, \bar{c}_i, \bar{d}_i, \bar{e}_i$,
4. sestavení soustavy rovnic (5.9), dosazením polynomů kalibračních konstant do matice \mathbf{K}_i a dosazením transformovaných polí přetvoření ve tvaru uvedeném v rov. (5.9),
5. řešení přeúčené soustavy (5.9) metodou nejmenších čtverců,
6. výstupní veličiny: složky zbytkových napětí $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$.

Ačkoliv výše uvedený postup využívá transformace naměřených polí přetvoření do polárních souřadnic, lze místo transformace polí přetvoření transformovat soustavu (5.9) do kartézského souřadného systému a naměřené pole přetvoření dosazovat bez transformace.

Kontrolní výpočet byl proveden na datech získaných z výpočtového modelu, uvedeném v kap. 5.1. Hodnoty složek simulovaných zbytkových napětí byly voleny $\sigma_x = 50$ MPa a $\sigma_y = -30$ MPa. Průměr díry volen $d_0 = 2,2$ mm a celková hloubka $h = 1$ mm. Vrtání díry bylo simulováno na 6 úběřů. Porovnáme-li zvolený průměr díry s průměry v tab. 1, je patrné, že

kontrolní průměr není shodný s průměry, pro které byly počítány kalibrační konstanty, čímž je docíleno maximální kontroly zvolených polynomů. Totéž platí pro poměry h_i/d_0 . Aby bylo aspoň mírně dosaženo reálných podmínek, byl poté ještě k vypočteným polím přetvoření přičten šum kamery, jehož zpracování je představeno v kap. 6.3.

Aplikací výše uvedených kroků a vyřešení přeúřčené soustavy metodou nejmenších čtverců byly získány složky zbytkového napětí σ_x, σ_y , které jsou uvedeny v následujících tabulkách. Pro srovnání přesnosti vypočtených zbytkových napětí, byl proveden výpočet nejprve pro samostatné úběry (tab. 2) a poté kumulativně pro více úběrů (tab. 4). Relativní chyby, odpovídající vypočteným napětím jsou ve stejném smyslu uvedeny v tab. 3 a tab. 5.

Tab. 2: Porovnání vypočtených zbytkových napětí pro jednotlivé přírůstky díry.

Zbytkové napětí [MPa]		Přírůstek díry [–]					
		1	2	3	4	5	6
σ_x	bez šumu	49,3	50,8	49,6	49,9	49,7	49,9
σ_x	se šumem	48,2	49,9	48,8	49,1	48,9	49,2
σ_y	bez šumu	–29,6	–30,5	–29,8	–29,9	–29,8	–29,9
σ_y	se šumem	–31,6	–31,7	–30,8	–30,9	–30,8	–31,1

Tab. 3: Relativní chyby vypočtených zbytkových napětí pro jednotlivé přírůstky díry.

Relativní chyba zbytkového napětí [%]		Přírůstek díry [–]					
		1	2	3	4	5	6
σ_x	bez šumu	–1,3	1,6	–0,7	–0,3	–0,6	–0,2
σ_x	se šumem	–3,7	–0,1	–2,5	–1,8	–2,2	–1,6
σ_y	bez šumu	–1,4	1,6	–0,8	–0,4	–0,6	–0,3
σ_y	se šumem	5,5	5,7	2,5	3,0	2,7	3,6

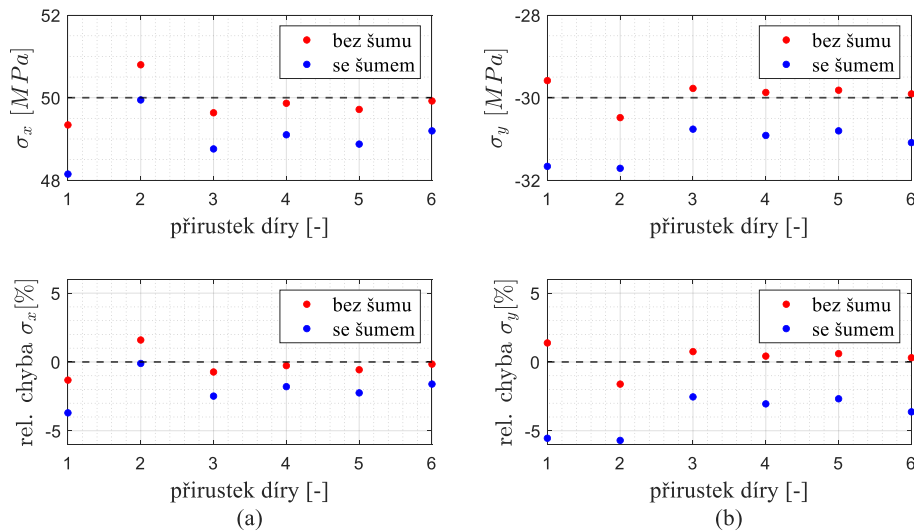
Tab. 4: Porovnání vypočtených zbytkových napětí pro kumulativně více přírůstků díry.

Zbytkové napětí [MPa]		Kumulativní přírůstek díry [–]				
		1 ÷ 2	1 ÷ 3	1 ÷ 4	1 ÷ 5	1 ÷ 6
σ_x	bez šumu	50,4	50,0	49,9	49,9	49,9
σ_x	se šumem	49,3	49,2	49,0	49,0	49,0
σ_y	bez šumu	–30,3	–30,0	–29,9	–29,9	–29,9
σ_y	se šumem	–31,6	–31,3	–31,2	–31,1	–31,1

Tab. 5: Relativní chyby vypočtených zbytkových napětí pro kumulativně více přírůstků díry.

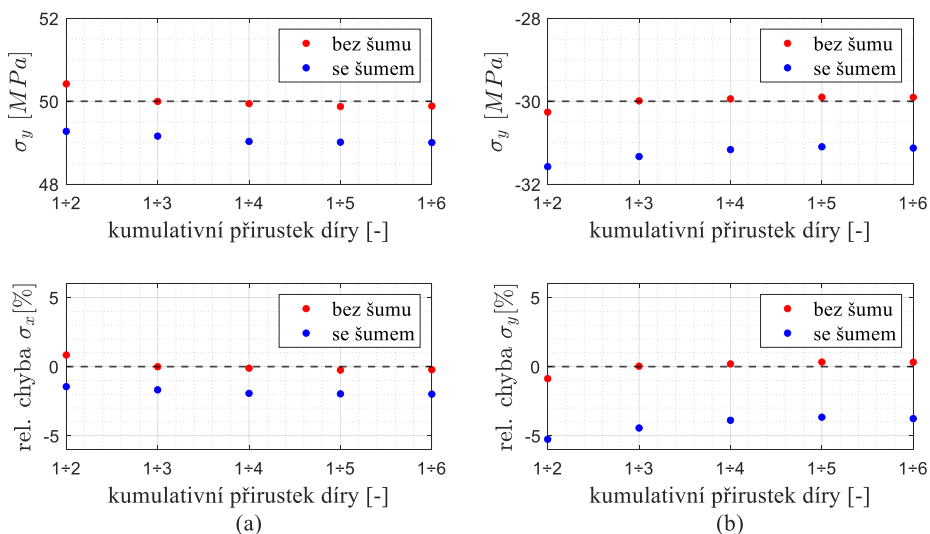
Relativní chyba zbytkového napětí [%]		Kumulativní přírůstek díry [–]				
		1 ÷ 2	1 ÷ 3	1 ÷ 4	1 ÷ 5	1 ÷ 6
σ_x	bez šumu	0,8	0,0	–0,1	–0,3	–0,2
σ_x	se šumem	–1,5	–1,6	–1,9	–2,0	–2,0
σ_y	bez šumu	0,9	0,0	–0,2	–0,3	–0,3
σ_y	se šumem	5,3	4,4	3,9	3,7	3,8

Jak lze vidět na hodnotách a relativních chybách vypočtených zbytkových napětí, které jsou vykresleny na obr. 5.13, tak pro větší hloubky díry je výpočet zbytkových napětí obecně přesnější. Důvodem je právě dosažení přesnější aproximace kalibračních konstant pro tyto hloubky. Ačkoliv se chyba výpočtu zmenšuje pro větší hloubky díry, tak nedochází k výraznému ustálení chyby. Z tohoto důvodu nelze konstatovat, že čím větší je hloubka díry, tím přesnější je aproximace kalibračních konstant. Důvodem může být například to, že vypočtené kalibrační konstanty byly v blízkém okolí původních aproximovaných bodů, čímž bylo dosaženo jejich přesné predikce a naopak.



Obr. 5.13: Hodnoty a relativní chyby vypočtených zbytkových napětí a) σ_x , b) σ_y pro jednotlivé přírůstky díry.

Aby byl zajištěn přesnější výpočet zbytkových napětí, je výhodnější počítat zbytková napětí z více hloubek najednou, což představují hodnoty vykreslené na obr. 5.14. Zde si můžeme všimnout přesného výpočtu zbytkových napětí již při uvažování prvních tří přírůstků díry. Výpočtem zbytkových napětí z více hloubek díry lze výrazně redukovat chybu vzniklou jak z měření přetvoření, tak i z aproximace kalibračních konstant polynomy (5.7) a (5.8).



Obr. 5.14: Hodnoty a relativní chyby vypočtených zbytkových napětí a) σ_x , b) σ_y pro kumulativně více přírůstků díry.

Další zajímavou skutečností je, že při aplikaci šumu k vygenerovaným polím přetvoření došlo k poklesu vypočtených zbytkových napětí. Jak bude představeno v kap. 6.5, tento jev je způsoben nenulovou střední hodnotou šumu. Z obr. 5.13b a obr. 5.14b je také patrný větší vliv šumu na zbytkové napětí σ_y , který způsobuje větší rozdíly mezi vypočtenými zbytkovými napětími před a po aplikaci šumu. Lze proto předpokládat, že vliv šumu je na vypočtená zbytková napětí tím výraznější, čím je velikost uvolněných přetvoření menší, a tím také hodnoty působícího zbytkového napětí. O tom jak moc šum ovlivňuje vypočtená zbytková napětí v závislosti na jejich velikosti pojednává kap. 7.1.

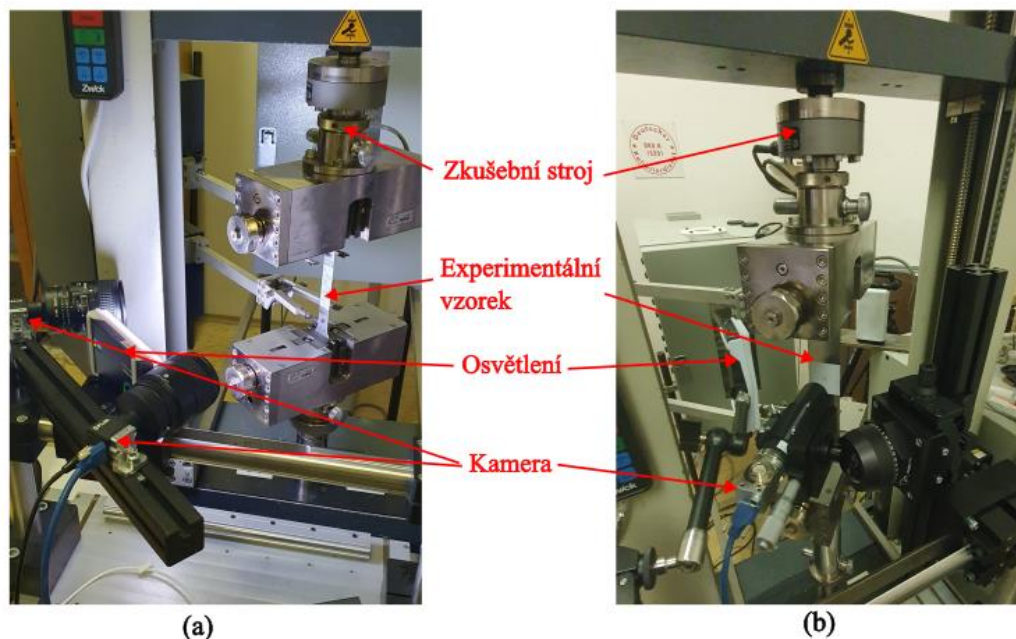
6 Experiment

Postup vyhodnocování homogenních zbytkových napětí uvedený v kap. 4.3 bylo možné ověřit experimentálními daty, které byly z experimentu poskytnuty vedoucím práce.

Experiment zahrnoval měření materiálových vlastností vzorku pomocí DIC a poté samostatná měření vzorku s vyvrtanou průchozí dírou o stejných materiálových vlastnostech. V následujících kapitolách budou představeny experimentální sestavy, měřené vzorky a vyhodnocená napětí.

6.1 Experimentální sestavy

Experiment byl proveden na zkušebním stroji ZWICK Z 020-TND, nacházejícím se ve společné laboratoři mechanických zkoušek materiálů ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky a ústavu materiálových věd a inženýrství. Experimentální sestavu tvořilo zkušební zařízení, zkušební vzorky, kamerový systém a osvětlení. Na obr. 6.1a je znázorněna experimentální sestava pro měření materiálových vlastností vzorku pomocí 3D DIC. Na obr. 6.1b je poté znázorněna experimentální sestava pro měření pole přetvoření kolem průchozí díry pomocí 2D DIC.

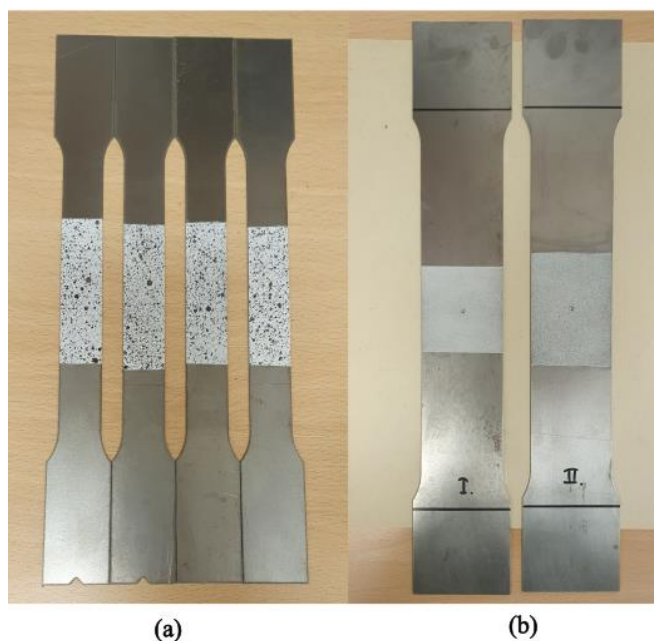


Obr. 6.1: Experimentální sestava pro: a) měření materiálových vlastností experimentálního vzorku, b) měření pole přetvoření kolem průchozí díry experimentálního vzorku.

K měření materiálových vlastností byly využity dvě 8,9Mpx kamery typu BFS-U3-88S6M-C, osazené objektivy typu 60mm f/2,8D AF Micro Nikkor. Pro měření pole přetvoření byla použita 16,1Mpx kamera typu a2A5320-23umPRO, osazená telecentrickým objektivem typu TC3MHR016-C.

6.2 Experimentální vzorky

Měření materiálových vlastností bylo provedeno na plochých tyčích z oceli ČSN 11 321, opatřených stochastickým vzorem (obr. 6.2a). Měření pole přetvoření kolem průchozí díry bylo realizováno na plochém vzorku o rozměrech 154x50x1 mm a průměru díry 2,06 mm (obr. 6.2b). Vzorek byl vyroben ze stejné oceli a opatřen stochastickým vzorem.



Obr. 6.2: Experimentální vzorky pro: a) měření materiálových vlastností b) měření pole přetvoření kolem průchozí díry.

6.3 Vyhodnocení materiálových vlastností a napětí

U experimentálních vzorků pro stanovení materiálových vlastností byla provedena standardní tahová zkouška a pomocí 3D DIC byl vyhodnocen modul pružnosti $E = 190$ GPa a Poissonův poměr $\mu = 0,3$.

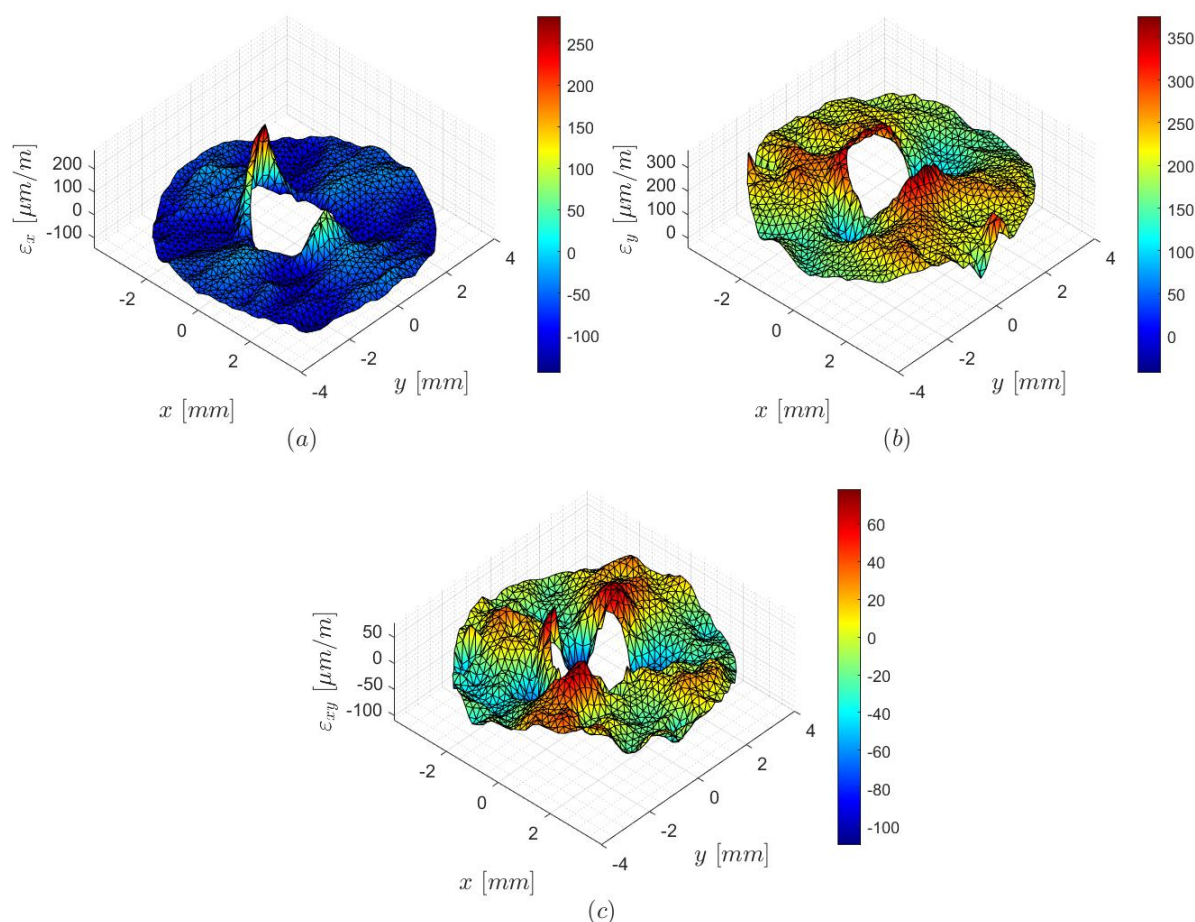
Vzorky, které sloužily pro vyhodnocování pole přetvoření kolem průchozí díry, byly zatíženy silou odpovídající působícímu napětí o hodnotě 40 MPa. Protože se jedná o tažený vzorek s již vyvrtanou průchozí dírou, nelze využít analyticky stanovených rovnic (3.14) až (3.16) pro určení zbytkové napjatosti, ale je potřeba využít rovnic odvozených pro obecně zatíženou rovinnou stěnu s průchozí dírou (3.5) až (3.7). Dosazením rovnic (3.5) až (3.7) do Hookova zákona a následnou úpravou, získáme vztahy pro určení působícího napětí z pole přetvoření v okolí průchozí díry:

$$\varepsilon_r = \frac{1 + \mu}{2E} \left[\frac{1 - \mu}{1 + \mu} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right] (\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1 + \mu}{2E} \left[1 - \frac{4}{1 + \mu} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{r_0}{r} \right)^4 \right] [(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta] \quad (6.1)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1 + \mu}{2E} \left[\frac{1 - \mu}{1 + \mu} + \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right] (\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1 + \mu}{2E} \left[1 - \frac{4\mu}{1 + \mu} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 + 3 \left(\frac{r_0}{r} \right)^4 \right] [(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta + 2\tau_{xy} \sin 2\theta] \quad (6.2)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = -\frac{1 + \mu}{2E} \left[1 + 2 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 3 \left(\frac{r_0}{r} \right)^4 \right] [(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta - 2\tau_{xy} \cos 2\theta] \quad (6.3)$$

Působící napětí bylo vyhodnocováno z celé měřené oblasti, tj. z oblasti v rozmezí $1,2r_0 \leq r \leq 3,9r_0$. Pole přetvoření získaných metodou DIC lze vidět na obr. 6.3. Aby tato pole korespondovala s rovnicemi (6.1) až (6.3), byla pole přetvoření transformována do polárních souřadnic.



Obr. 6.3: Naměřená pole přetvoření v kartézském souřadném systému. a) přetvoření ε_x , b) přetvoření ε_y , c) přetvoření ε_{xy} .

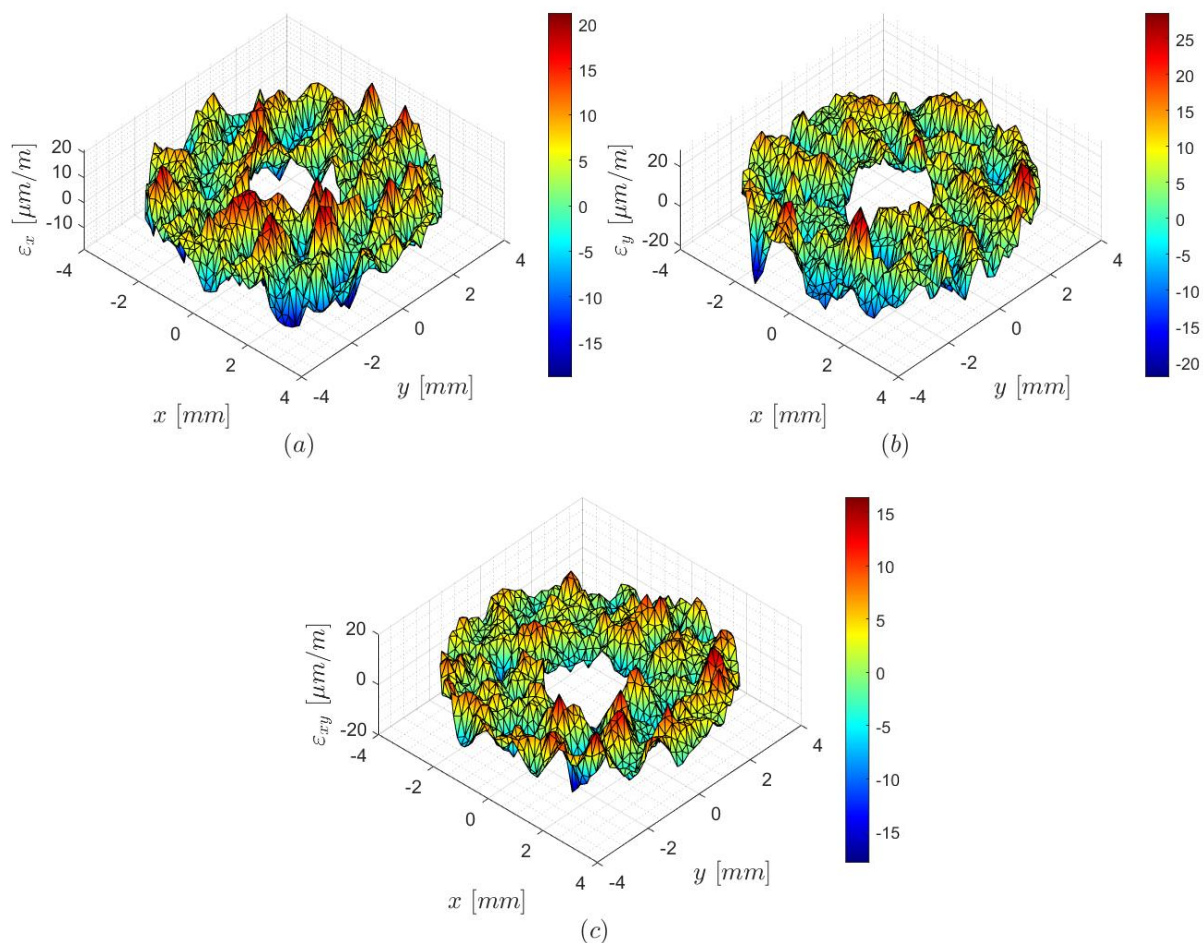
Vytvořením přeúrcené soustavy rovnic stejným způsobem, jak je uvedeno v kap. 4.3, bylo pomocí metody nejmenších čtverců vypočteno působící napětí. Velikosti složek působícího napětí jsou $\sigma_x = -2,0$ MPa, $\sigma_y = 37,6$ MPa, $\tau_{xy} = -0,5$ MPa. Přepočtem z Mohrovy kružnice byly získány velikosti hlavních napětí $\sigma_1 = 37,6$ MPa, $\sigma_2 = -2,0$ MPa, které jsou pootočené o úhel $\alpha = 0,7^\circ$. Relativní chyba, které se dopouštíme u stanoveného prvního hlavního napětí je 6,0 %. Možné příčiny této chyby jsou analyzovány v následujících kapitolách, přičemž jejich obecný souhrn je uveden v následujících odstavcích.

V průběhu vyhodnocování pole přetvoření metodou DIC byly zjištěny nejistoty měření, které souvisely s počáteční křivostí vzorku a kroucením vzorku v průběhu jeho zatěžování. Korekce těchto nejistot není v této práci obsažena, avšak je potřeba uvažovat jejich možný vliv na vyhodnocená působící napětí.

Dalšími nejistotami měření, kterými už se diplomová práce zabývá, je v první řadě vliv konečných rozměrů vzorku. Pro tento případ byl vytvořen výpočtový model, který je představen v kap. 6.4. Dále jsou z porovnaných naměřených a vypočtených polí přetvoření vyhodnocovány vlivy vzniklých artefaktů ve vyhodnocovaném obraze.

V kap. 7, která pojednává o citlivostní analýze, je analyzován vliv vstupních veličin do výpočtového algoritmu v závislosti na vyhodnoceném napětí. Konkrétně se jedná o vliv šumu kamery v závislosti na velikosti napětí a velikosti a vzdálenosti vyhodnocovací oblasti od středu díry. Dále vliv chybného stanovení modulu pružnosti, Poissonova poměru, průměru a středu díry.

Šum kamery, který je využit v následujících analýzách, byl naměřen na experimentálních vzorcích v jejich nezátženém stavu. Naměřená pole šumu lze vidět na obr. 6.4.

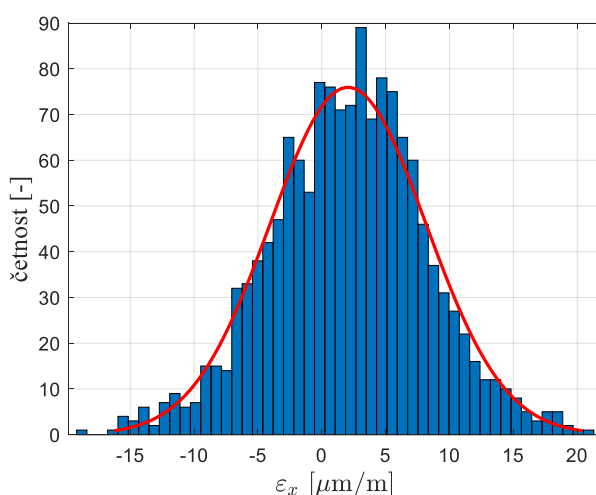


Obr. 6.4: Pole šumu kamery pro přetvoření: a) ε_x , b) ε_y , c) ε_{xy} .

Z jednotlivých polí šumu, jejichž hodnoty vykazují normální rozdělení (obr. 6.5), byly vypočteny střední hodnoty a směrodatné odchylky, uvedené v tab. 6. Následně při analýzách, kde je využit šum kamery, je k vypočteným polím přetvoření přičten náhodně vygenerovaný šum o stejných parametrech rozdělení.

Tab. 6: Parametry šumu kamery s normálním rozdělením.

Přetvoření	μ [$\mu\text{m}/\text{m}$]	s [$\mu\text{m}/\text{m}$]
ε_x	2	6
ε_y	3	7
ε_{xy}	1	5

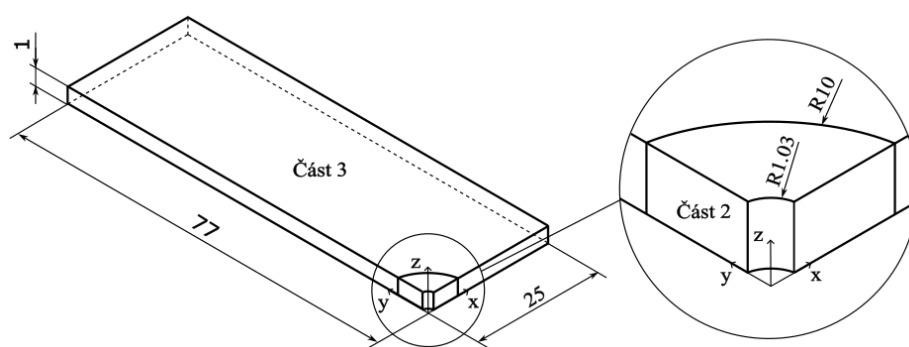
Obr. 6.5: Histogram šumu kamery pro přetvoření ε_x .

6.4 Výpočtový model experimentálního vzorku

Výpočtovým modelem byl zkoumán vliv konečných rozměrů experimentálního tělesa na výsledná napětí, jelikož teoreticky odvozené rovnice předpokládají s rozložením napětí v nekonečně rozměrné stěně. Na rozdíl od výpočtového modelu (viz. kap. 5.1), který simuloval vrtání díry, byla u tohoto modelu vytvořena již průchozí díra, čímž odpadla potřeba deaktivace konečných prvků v díře.

6.4.1 Model geometrie

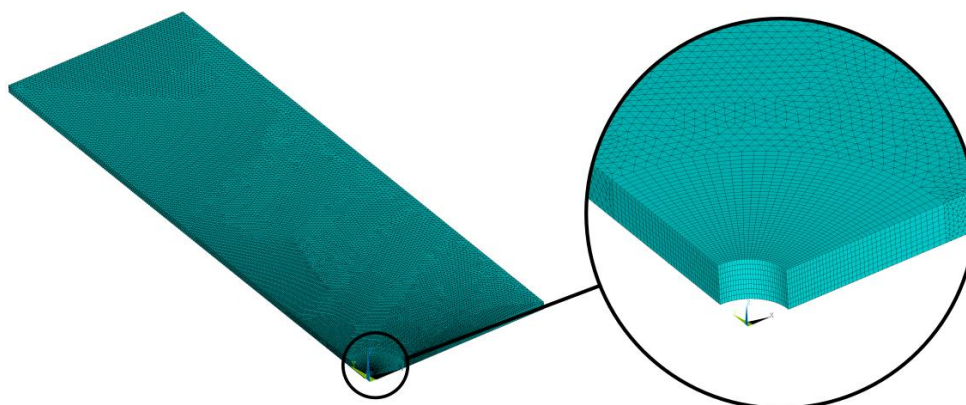
Analogicky k výpočtovému modelu v kap. 5.1.1, byl tento model tvořen pouze dvěma částmi, reprezentující přechodovou oblast s oblastí vyhodnocování přetvoření (část 2) a zbytek tělesa (část 3) (obr. 6.6). Základní těleso má rozměry shodné s experimentálním vzorkem. S využitím symetrie byl model redukován na čtvrtinu tvořenou kvádrem o základních rozměrech 77x25x1 mm. Místo části 1 byla vytvořena průchozí díra o průměru $d_0 = 2,06$ mm. Vnější poloměr přechodové oblasti byl volen na 10 mm.



Obr. 6.6: Rozměry výpočtového modelu experimentálního vzorku.

6.4.2 Síť konečných prvků

Pro síť konečných prvků byly voleny kvadratické prvky typu SOLID186 a konečnoprvková síť byla vytvořena analogickým postupem jako u prvního modelu (viz. kap. 5.1.2). Ve snaze o zajištění aspoň čtyř prvků po tloušťce modelu a zároveň zachování kvality konečných prvků, narostl jejich počet na 359454 prvků. V přechodové oblasti bylo voleno osm prvků po tloušťce. Síť konečných prvků lze vidět na obr. 6.7.



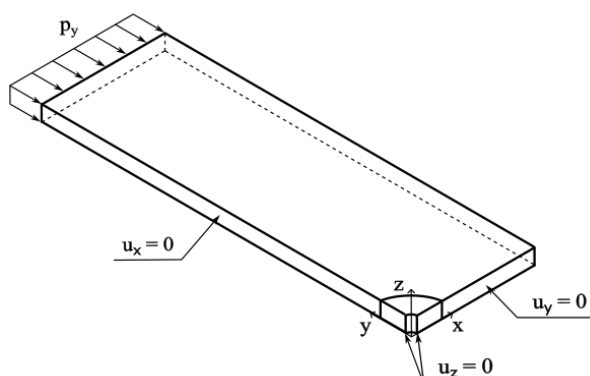
Obr. 6.7: Síť konečných prvků výpočtového modelu experimentálního vzorku.

6.4.3 Model materiálu

Model materiálu volen izotropní lineárně pružný s materiálovými konstantami určenými z experimentu: $E = 190\,000$ MPa a $\mu = 0,3$.

6.4.4 Model vazeb a zatížení

Zamezení posuvů tělesa v prostoru bylo zajištěno předepsáním nulových posuvů u_x a u_y na rovinách symetrie (obr. 6.8) a nulového posuvu u_z v uzlech, ležících na okrajích spodní hrany průchozí díry. Tažení vzorku bylo simulováno tlakem $p_y = -40$ MPa, předepsaným na boční stěnu modelu.



Obr. 6.8: Předepsané okrajové podmínky výpočtového modelu experimentálního vzorku.

6.5 Analýza vyhodnocených napětí

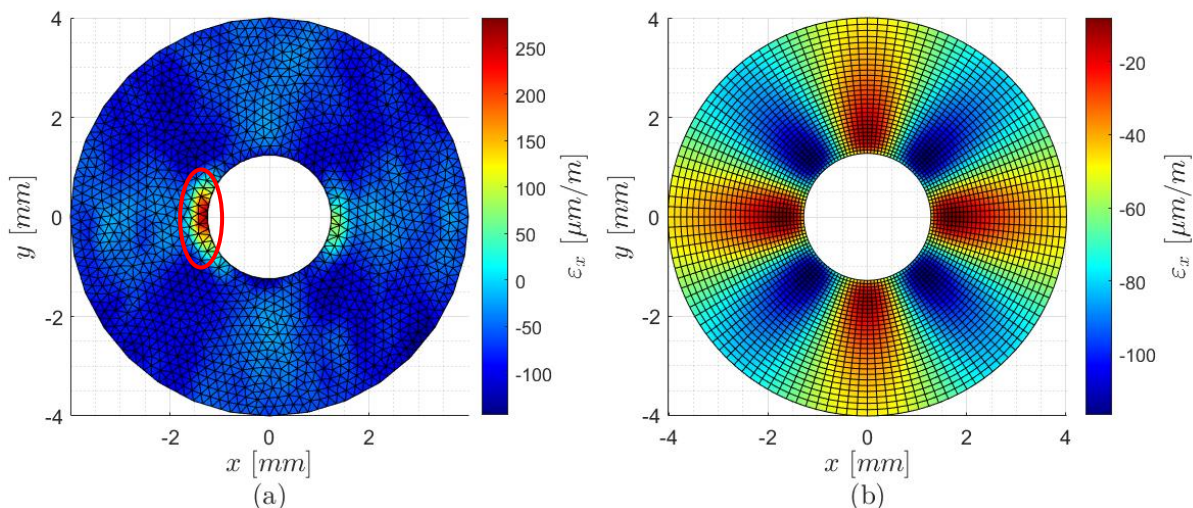
Hodnoty přetvoření byly exportovány a upraveny obdobným způsobem, jak uvádí kap. 5.1.5. Dosazením hodnot přetvoření do soustavy rovnic (6.1) až (6.3) a následném vyřešení metodou nejmenších čtverců, byly získány složky působícího napětí. Ty byly poté přepočteny na hlavní napětí a spolu s vypočtenými hlavními napětími z experimentu zapsány do tab. 7.

Tab. 7: Porovnání vypočtených napětí z experimentu a MKP.

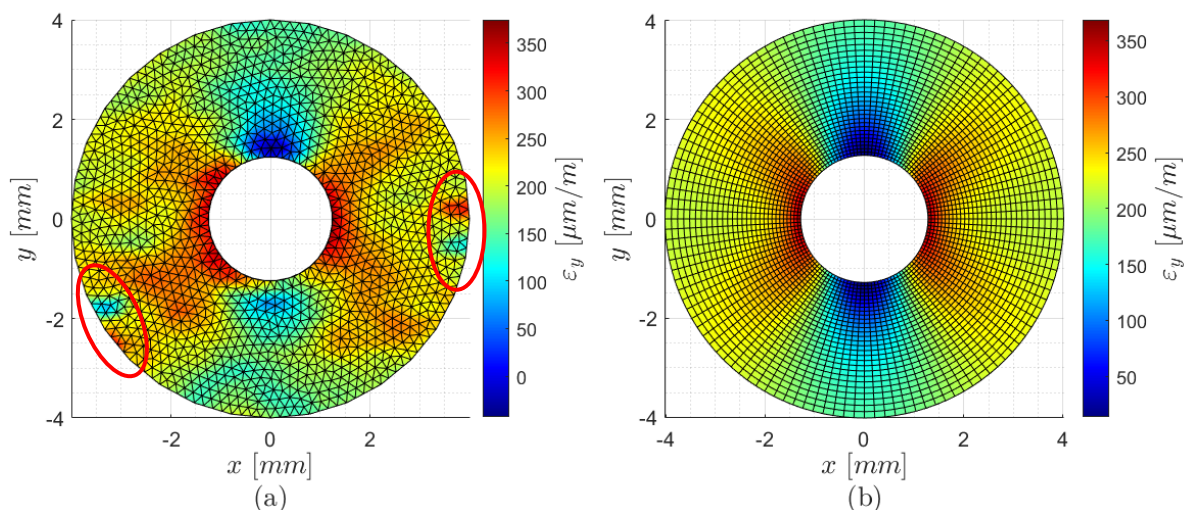
	Experiment	MKP
σ_1 [MPa]	37,6	40,0
σ_2 [MPa]	-2,0	0,0
α [°]	0,7	0

Jak vidíme na hodnotách hlavních napětí, stanovených pomocí dat z výpočtového modelu, tak vyhodnocená hlavní napětí z experimentu by neměla být ovlivněna konečnými rozměry vzorku.

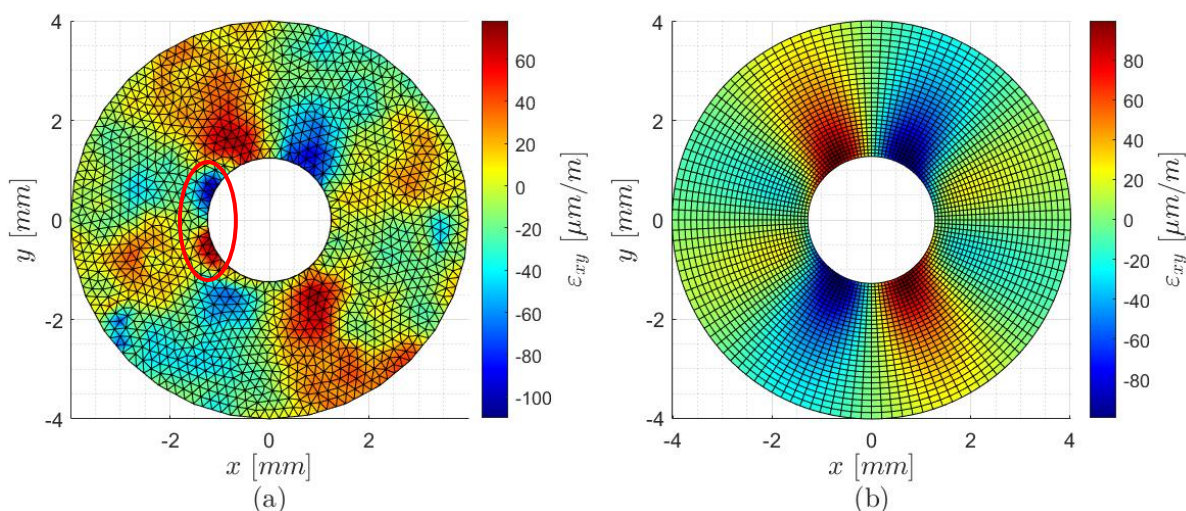
Kromě dalších vlivů, které jsou analyzovány v kap. 7, může dojít k ovlivnění vypočtených dat nevypovídajícími naměřenými hodnotami přetvoření. Toho si lze všimnout na následujících obrázcích, kde jsou porovnány jednotlivá pole naměřených a vypočtených přetvoření $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$. Ačkoliv mají naměřená pole přetvoření (vpravo) obdobný průběh s vypočtenými poli přetvoření (vlevo), lze si všimnout vzniklých artefaktů. Některé tyto artefakty, označené červenou hranicí, jsou v následujících úvahách zohledněny.



Obr. 6.9: Porovnání pole přetvoření ε_x , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.

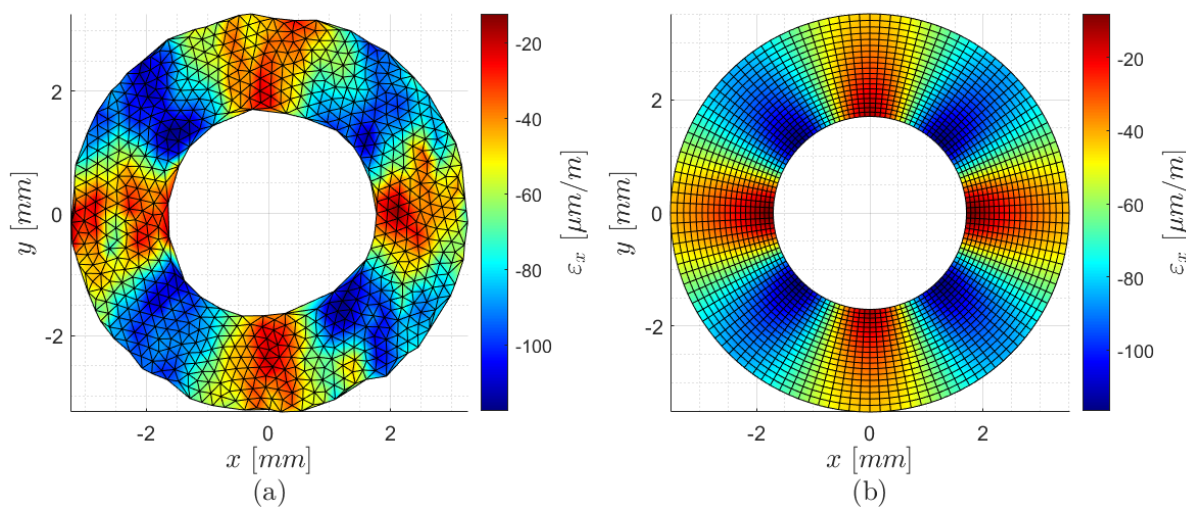


Obr. 6.10: Porovnání pole přetvoření ε_y , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.

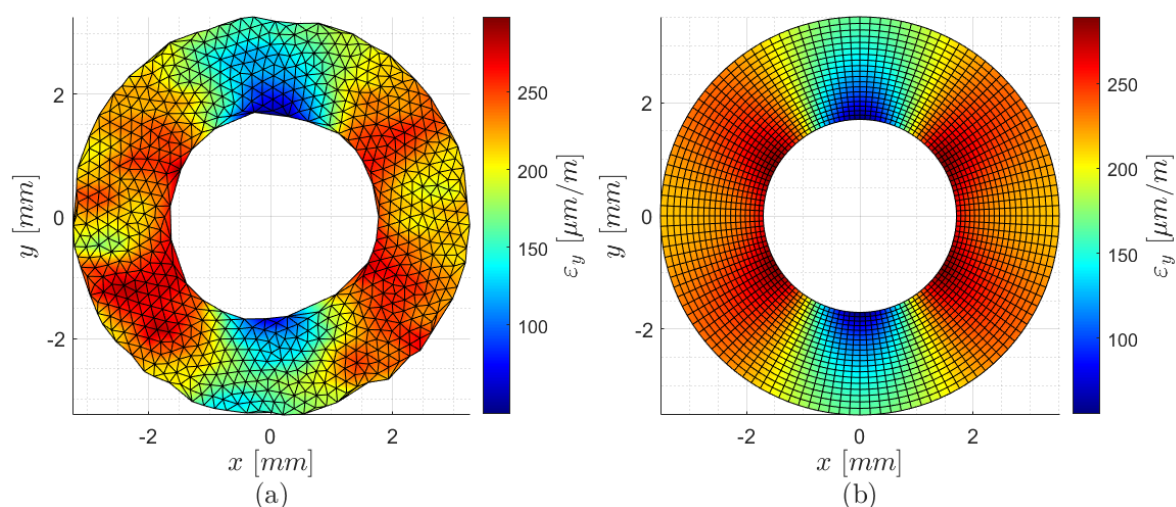


Obr. 6.11: Porovnání pole přetvoření ε_{xy} , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.

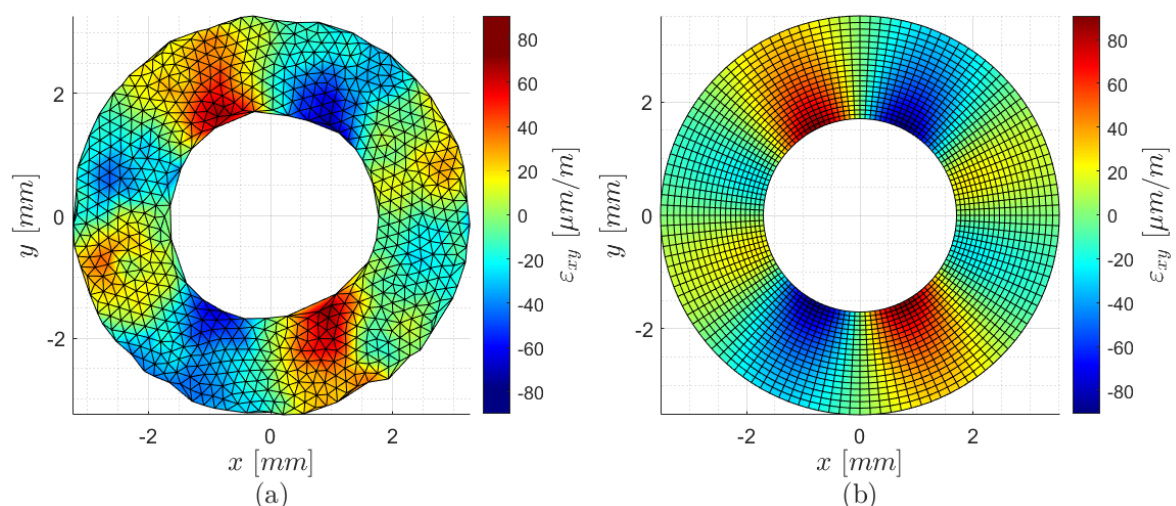
Jak bylo v teoretické části uvedeno, výhodou metody DIC je právě možnost nalezení vyznačených artefaktů a jejich vyloučení z následného výpočtu napětí. Protože se nejvýraznější artefakty nacházejí na hranicích měřené oblasti, jejich vyloučení bylo dosaženo zmenšením oblasti vyhodnocování z intervalu $1,2r_0 \leq r \leq 3,9r_0$ na interval $1,6r_0 \leq r \leq 3,2r_0$. Hodnoty nově vypočtených hlavních napětí poté nabývají $\sigma_1 = 38,6$ MPa, $\sigma_2 = -1,2$ MPa a úhel $\alpha = 0,7^\circ$. Relativní chyba prvního hlavního napětí je 3,5 %. Vyhodnocovaná pole přetvoření jsou opět pro porovnání zobrazena na následujících obrázcích.



Obr. 6.12: Porovnání upraveného pole přetvoření ε_x , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.



Obr. 6.13: Porovnání upraveného pole přetvoření ε_y , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.



Obr. 6.14: Porovnání upraveného pole přetvoření ε_{xy} , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.

Upravená naměřená pole přetvoření na obr. 6.12a až obr. 6.14a, již mají shodnější průběh i hodnoty, které jsou reprezentovány barevným sloupcem. Ačkoliv po odstranění artefaktů nedošlo k výraznému zpřesnění vyhodnocených napětí, bylo dokázáno, že jejich vyloučením z analýzy, lze výpočet působících napětí do jisté míry zpřesnit. Nastává však otázka, z jakých důvodů tyto artefakty vznikly a jak je lze z vyhodnocovaného obrazu automaticky vyloučit.

Jednou z možností jsou artefakty způsobené vadami objektivu. Jejich šetření by mělo být provedeno samostatným měřením, například měřením přesně vyrobené kalibrační mřížky, pomocí které by bylo možné nalézt lokální distorze objektivu a jejich vliv odstranit vhodnou kalibrací. Další možností vzniklých artefaktů může být zvolení příliš malého vnitřního průměru vyhodnocovací oblasti při vyhodnocování pole přetvoření metodou DIC. Ačkoliv byla data v blízkém okolí díry v následném zpracování odstraněna, není zaručeno, že tato data neovlivňovala vypočtené hodnoty přetvoření v sousedních bodech. Vhodným ověřením, zdali naměřené hodnoty v blízkém okolí díry výrazně ovlivňují hodnoty v sousedních bodech, je provedení nového vyhodnocení pole přetvoření s uvažováním vnitřního průměru většího, než byl prvotně volen na $1,2r_0$. Dále se také může jednat o artefakty vzniklé lokální nehomogenitou

materiálu. V těchto případech metoda DIC přináší významný přínos oproti tenzometrickému měření, které není schopno tuto nehomogenitu postihnout.

Dalším faktorem ovlivňující vyhodnocená napětí je vliv šumu kamery. Jak bylo představeno v kap. 5.4 na obr. 5.13 a obr. 5.14, tak šum má tendenci posouvat vyhodnocená zbytková napětí směrem k nižším hodnotám, a to v extrémním případě až o 2 MPa. Tato skutečnost nastává z důvodu nenulové střední hodnoty šumu. Pro srovnání jsou uvedeny vypočtené hodnoty působícího napětí, které byly získány z experimentálních dat přetvoření po odstranění artefaktů a z přetvoření získaných z výpočtového modelu. K přetvořením z výpočtového modelu je následně přičten šum s nenulovou a poté s nulovou střední hodnotou. Výsledné hodnoty napětí jsou zapsány v tab. 8.

Tab. 8: Porovnání vypočtených napětí z experimentu a MKP s uvažováním vlivu šumu kamery.

	Experiment	MKP	MKP + šum s $\mu \neq 0$	MKP + šum s $\mu = 0$
σ_1 [MPa]	38,6	40,0	40,8	40,1
σ_2 [MPa]	-1,2	0,0	0,5	0,0
α [°]	0,7	0,0	-0,1	0,0

Jak můžeme vidět na hodnotách hlavních napětí v tab. 8, tak má-li šum nulovou střední hodnotu, je jeho vliv téměř zanedbatelný. Problematická je však jeho nenulová střední hodnota, která v případě natahovaného tělesa způsobuje nárůst napětí. Oproti poklesu napětí, který byl představen v kap. 5.4, je tento nárůst dán faktem, že se jedná o tažené těleso, u kterého přičtení šumu s kladnou střední hodnotou způsobuje nárůst hodnot přetvoření, a tím i nárůst vyhodnoceného napětí. V případě vyhodnocování zbytkových napětí má šum s kladnou střední hodnotou za následek pokles vyhodnocených zbytkových napětí. Lze tedy očekávat, že vyhodnocená působící napětí z experimentálních dat přetvoření jsou nepatrně nižší než výše uvedená.

7 Citlivostní analýza

Tato kapitola pojednává o vlivu šumu kamery na výsledná zbytková napětí v závislosti na jejich velikosti a vzdálenosti měřené oblasti od středu díry. Dále je analyzován vliv chybného určení modulu pružnosti, Poissonova poměru, poloměru a středu vrtané díry. Protože se diplomová práce zabývá vyhodnocováním zbytkových napětí, jsou k následujícím analýzám využity rovnice (3.14) až (3.16), avšak uvedené postupy lze aplikovat také na rovnice (6.1) až (6.3) a dosažené výsledky použít při hodnocení experimentu.

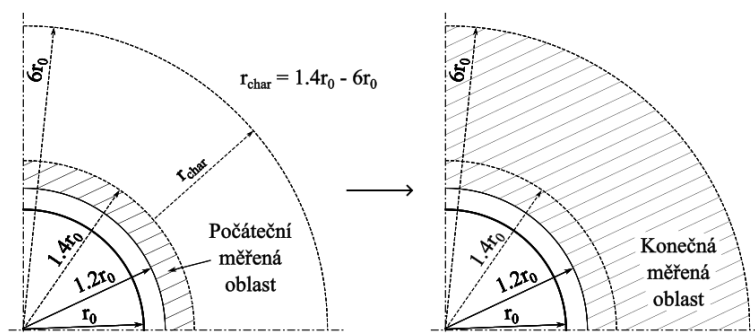
Jelikož jsou v této kapitole analyzovány pouze odchylky od vyhodnocovaných zbytkových napětí a není zde uvažován vliv konečných rozměrů tělesa, vystačíme si s polí přetvoření, vygenerovanými pomocí analytických rovnic (3.14) až (3.16).

7.1 Vliv šumu v závislosti na velikosti zbytkových napětí a měřené oblasti

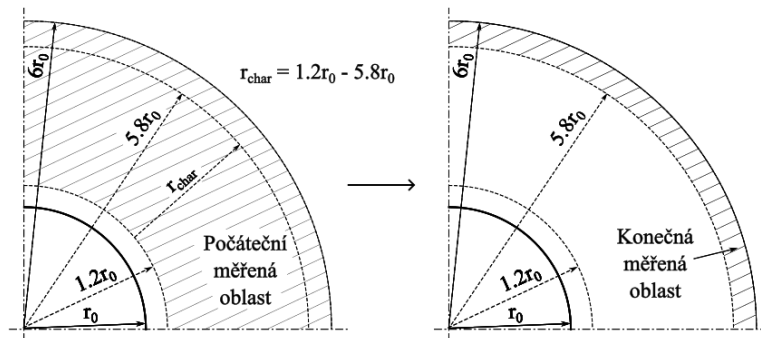
V teoretické části práce byly uvedeny doporučené rozměry měřené oblasti v závislosti na průměru vrtané díry d_0 . Protože předem neznáme velikosti zbytkových napětí, může se stát, že při měření malých zbytkových napětí zvolíme vnitřní poloměr měřené oblasti příliš velký, čímž dojde ke znehodnocení vypočtených zbytkových napětí vlivem výrazného šumu. Totéž může nastat v případě, kdy zvolíme vnější poloměr měřené oblasti příliš velký, čímž do výpočtu zahrnujeme velký počet naměřených přetvoření, které jsou výrazně ovlivněny šumem.

V následující analýze proto budou testovány tři případy volby poloměrů měřené oblasti a z nich stanoveny relativní chyby vypočtených zbytkových napětí vůči zbytkovému napětí, které bylo využito ke generování polí přetvoření. Hodnoty jednoosých zbytkových napětí pro generování polí přetvoření byly voleny v rozmezí 10 až 150 MPa. Průměr díry byl volen $d_0 = 2,06$ mm, modul pružnosti $E = 190$ GPa a Poissonův poměr $\mu = 0,3$. Případy měřených oblastí jsou:

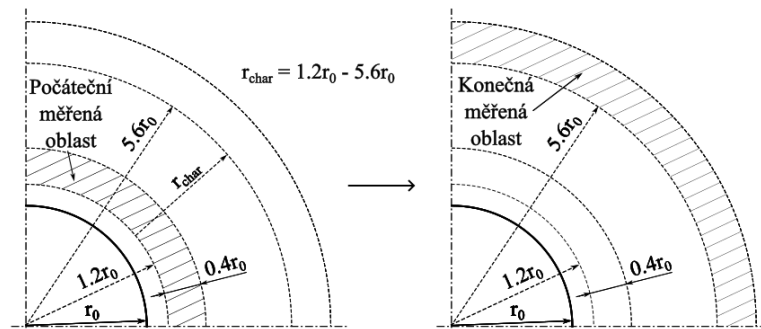
1. vnitřní poloměr měřené oblasti $1,2r_0$ je konstantní a vnější poloměr se pohybuje v rozmezí $1,4r_0$ až $6r_0$ (obr. 7.1),
2. vnitřní poloměr měřené oblasti je v rozmezí $1,2r_0$ až $5,8r_0$ a vnější poloměr $6r_0$ je konstantní (obr. 7.2),
3. měřená oblast je tvořena mezikružím o konstantní šířce $0,4r_0$, jehož vnitřní poloměr se pohybuje v rozmezí $1,2r_0$ až $5,6r_0$ (obr. 7.3).



Obr. 7.1: Rozměry měřené oblasti pro případ 1.

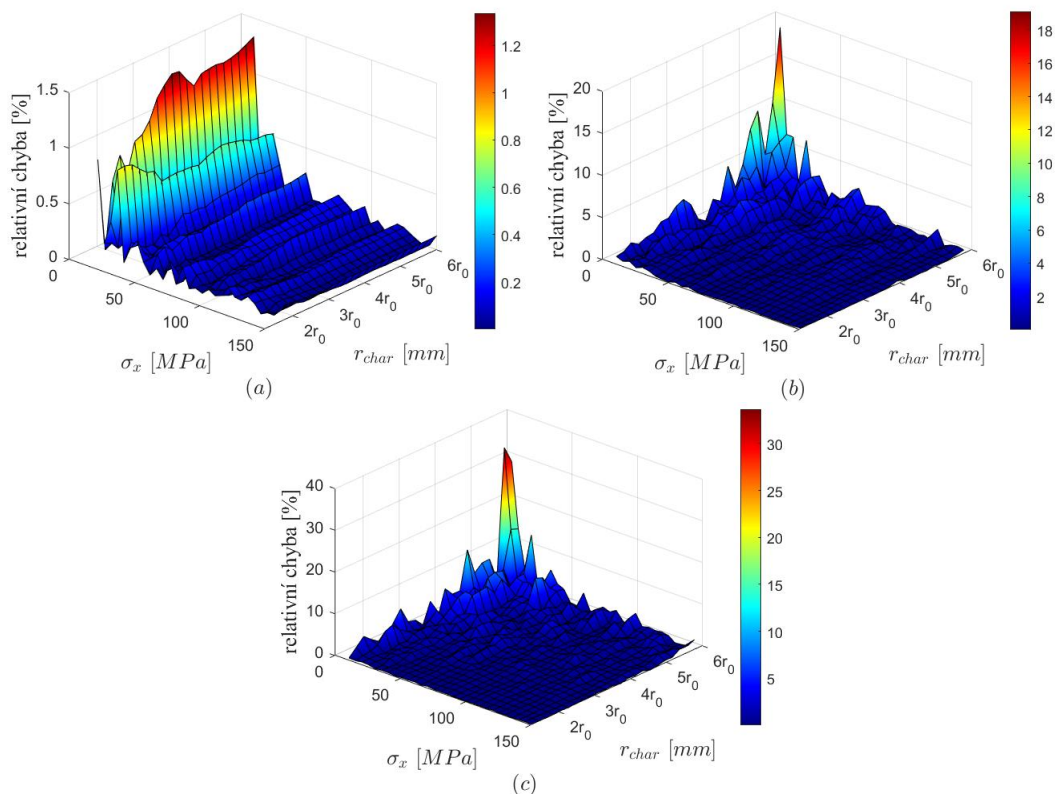


Obr. 7.2: Rozměry měřené oblasti pro případ 2.



Obr. 7.3: Rozměry měřené oblasti pro případ 3.

Vytvořením Matlab skriptu pro všechny tři případy byly získány grafy relativních chyb vyhodnocených zbytkových napětí (obr. 7.4) v závislosti na změně charakteristického rozměru měřené oblasti r_{char} a velikosti zbytkového napětí.



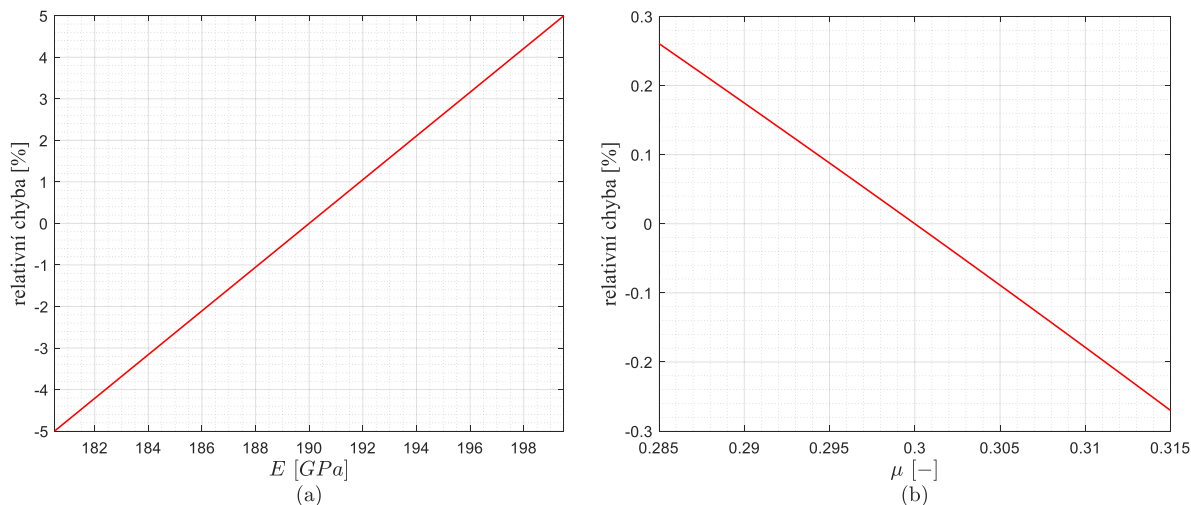
Obr. 7.4: Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí v závislosti na změně měřené oblasti: a) pro případ 1, b) pro případ 2, c) pro případ 3.

Na všech třech grafech (obr. 7.4) lze pozorovat pokles relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí, jsou-li vyhodnocovány větší hodnoty zbytkových napětí. Na obr. 7.4a byl vyhodnocován vliv změny vnějšího poloměru měřené oblasti. Lze si všimnout, že pokud jsou stále uvažovány hodnoty přetvoření v blízkosti díry, které nejsou výrazně ovlivněny šumem, pak další rozšiřování měřené oblasti nemá až tak podstatný vliv. Chyby, které se dopustíme při volbě malého vnějšího poloměru jsou do 1,5 %. Naopak zvětšujeme-li vnitřní poloměr měřené oblasti, což je případ na obr. 7.4b a obr. 7.4c, dopouštíme se výrazně větších chyb. Z analýzy vyplývá, že pro námi definované parametry šumu a relativní chybu do 5 %, je potřeba volit vnitřní poloměr měřené oblasti maximálně $3r_0$ a vyhodnocovat zbytková napětí o velikosti alespoň 35 MPa. Tyto hodnoty je však potřeba považovat za přibližné, jelikož opakovaným náhodným generováním šumu byly získány různé hodnoty, které se ale pohybovaly kolem výše uvedených hodnot.

7.2 Vliv chybného stanovení materiálových konstant

Při výpočtu zbytkových napětí vstupují do rovnic (3.14) až (3.16) materiálové parametry E a μ . Tyto parametry je potřeba vyčíst z materiálových listů nebo si je samostatně změřit. V obou případech jsou však jejich hodnoty zatíženy jistou chybou, která má vliv na výsledná vyhodnocená zbytková napětí.

Vliv modulu pružnosti a Poissonova poměru byl posuzován na vygenerovaných polích přetvoření bez přičteného šumu. Pole přetvoření byla generována s materiálovými parametry a průměrem díry shodným s experimentem. Vyhodnocovány byly relativní chyby vypočtených zbytkových napětí (obr. 7.5), pro proměnlivé hodnoty materiálových parametrů, nezávisle na sobě. Mezní hodnoty byly voleny v rámci ± 5 %.

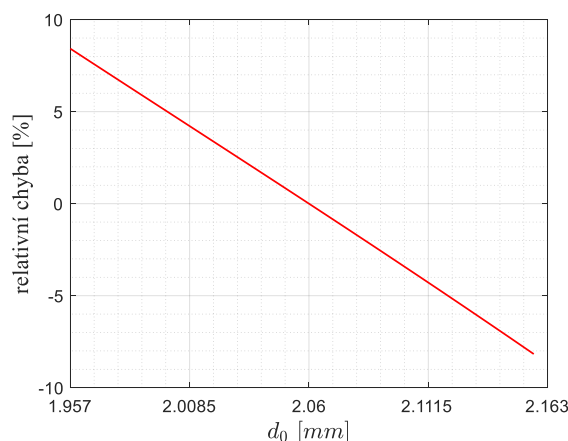


Obr. 7.5: Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí v závislosti na změně: a) modulu pružnosti, b) Poissonově poměru.

Relativní chyba, způsobená proměnlivostí modulu pružnosti, má lineární závislost na modulu pružnosti, přičemž z obr. 7.5a, ale také přímo z rovnic (3.14) až (3.16) vyplývá její přímá úměra na modulu pružnosti. Při hodnocení zbytkových napětí s vlivem proměnlivosti Poissonova poměru v rámci ± 5 %, se můžeme dopustit relativní chyby maximálně 0,29 %. Jak lze vidět na relativních chybách, proměnlivost Poissonova poměru má o řád nižší vliv než proměnlivost modulu pružnosti.

7.3 Vliv chybného stanovení průměru a středu díry

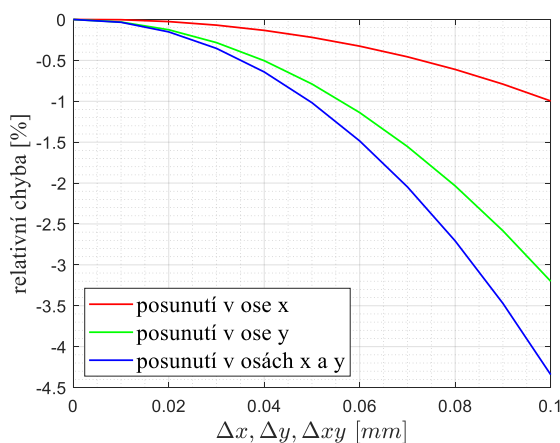
Jak bylo v kapitole 5 uvedeno, při reálném měření se díra vrtá na několik úběrů. Protože může být mezi jednotlivými úběry manipulováno se vzorkem nebo s vrtacím zařízením, není zaručena dokonalá sousost vrtané díry. I v případech, kdy je do tenkých těles vrtaná průchozí díra na jeden úběr, může dojít vlivem vibrací a oscilací vrtáku k vyvrtání různě velké díry. Před vyhodnocováním zbytkových napětí je proto nutné nejprve změřit průměr díry d_0 . V závislosti na metodě měření průměru díry se můžeme dopustit různě velké chyby, jejíž vliv je na výsledná zbytková napětí analyzován stejným způsobem jako v předchozí kapitole. Jelikož velikost odchylky měřeného průměru závisí na metodě měření, je v této kapitole opět využita odchylka do $\pm 5\%$. Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí jsou zobrazeny na obr. 7.6.



Obr. 7.6: Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí v závislosti na změně průměru vrtané díry.

Z grafu relativní chyby na obr. 7.6, lze usoudit patrně silnou závislost chyby vyhodnocených zbytkových napětí vůči přesnosti měřeného průměru. Ačkoliv se v praxi neočekává, že by odchylka naměřeného průměru přesahovala 0,1 mm, což pro průměr díry 2,06 mm odpovídá 5 %, tak v případě měření menších průměrů k této chybě může dojít. Při vyhodnocování zbytkových napětí se 5% chyba měření průměru může projevit až 8% chybou ve vyhodnocených zbytkových napětí.

Druhou chybou, které se můžeme dopustit, je nepřesné stanovení středu díry, a tím také nepřesné stanovení souřadnic bodů, v nichž jsou vyhodnocována přetvoření. Vliv středu díry je analyzován pro posunutá data v rozmezí 0 až 0,1 mm od středu díry. Posunutí je nejprve provedeno zvlášť v ose x a v ose y a poté současně. Výsledné relativní chyby jsou zobrazeny na obr. 7.7.



Obr. 7.7: Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí v závislosti na posunutí středu vrtané díry.

Jak vyplývá z obr. 7.7, relativní chyby vzniklé nepřesným určením středu vrtané díry jsou převládající, pokud dochází k posunutí středu souřadného systému ve směru kolmém k hlavnímu napětí. V obr. 7.7 tuto chybu představuje zelená křivka, která odpovídá posunutí středu ve směru osy y . Jednoosé zbytkové napětí, kterým byla generována pole přetvoření, působilo v ose x . Dojde-li k posunutí středu díry v obou osách, vyhodnocená chyba dále narůstá.

7.4 Zhodnocení citlivostní analýzy

V předcházejících podkapitolách byly uvedeny některé vybrané zdroje nejistot při vyhodnocování zbytkových napětí metodou DIC. V první řadě byl analyzován vliv šumu kamery v závislosti na velikosti zbytkových napětí a měřené oblasti. Zde se ukázalo, že pokud zvolíme vnitřní poloměr měřené oblasti dostatečně malý, zajistíme tak výrazné snížení vzniklé chyby ve vyhodnocených zbytkových napětí. Maximální vnitřní poloměr, pro který relativní chyba ve vyhodnocených zbytkových napětí nepřesahovala 5 % byl roven $3r_0$, ale ve skutečnosti jsme schopni využít data ze vzdáleností mnohem menších, čímž výrazně snížíme chybu vzniklou šumem. Na druhou stranu je potřeba posoudit, zdali jsou vyhodnocená zbytková napětí dostatečně velká, aby i při volbě nejmenšího možného průměru měřené oblasti, nedocházelo k výraznému ovlivnění měřených přetvoření šumem kamery.

Vliv naměřeného průměru a polohy středu vrtané díry se taktéž ukázal jako velmi podstatný. Avšak vyhodnocujeme-li střed díry přímo metodou DIC, jejíž přesnost je při správné kalibraci mnohem vyšší než u např. posuvných měřítek, nedopustíme se výrazných chyb.

Největší chyby se proto můžeme dopustit při nesprávném stanovení materiálových konstant, a to hlavně modulu pružnosti. Nemáme-li možnost provést vlastní materiálovou zkoušku, jsme odkázáni na přesnost udávanou v materiálových listech. V závislosti na odchylkách měřeného modulu pružnosti, které mohou dosahovat až ± 10 GPa, se při výpočtu zbytkových napětí můžeme dopustit až 5% chyby.

8 Dosažené cíle a přínos diplomové práce

8.1 Dosažené cíle práce

Diplomová práce podává stručný přehled o využití metody digitální korelace obrazu, při měření homogenních zbytkových napětí pomocí odvrťovací metody. V úvodní části práce byla provedena stručná rešeršní studie zbytkových napětí a jejich měření pomocí odvrťovací metody (kap. 3). V téže kapitole byly představeny teoretické základy odvrťovací metody a její předpoklady použití. V návaznosti na odvrťovací metodu byla představena metoda digitální korelace obrazu a její využití při vyhodnocování homogenních zbytkových napětí z pole přetvoření v okolí odvrtné díry (kap. 4). Silnou stránkou metody DIC je její schopnost vyhodnocovat deformace ve velkém množství měřených bodů, což v případě výpočtu homogenních zbytkových napětí vede na řešení přeúčené soustavy rovnic. Sestavení soustavy rovnic v maticovém tvaru a její následné řešení pomocí metody nejmenších čtverců bylo taktéž představeno v této části práce.

Stěžejní částí práce byla analýza kalibračních konstant, popisujících deformační pole v okolí neprůchozí vrtné díry u těles, v nichž působí homogenní zbytková napětí. Této části byla věnována kap. 5. Stanovení kalibračních konstant bylo realizováno pomocí parametricky vytvořeného výpočtového modelu, jehož model geometrie, model materiálu, síť konečných prvků a aplikované okrajové podmínky jsou uvedeny v kap. 5.1. Na výsledných polích bezrozměrných kalibračních konstant byly nalezeny funkční závislosti, popisující bezrozměrné kalibrační konstanty jako funkci polohy měřeného bodu v polárním souřadném systému, průměru a hloubky díry. K popisu posloužily polynomy pátého a devátého stupně, přičemž polynom devátého stupně sloužil k výpočtu koeficientů polynomu pátého stupně. U polynomu pátého stupně byla nalezena úplná nezávislost koeficientů na úhlové souřadnici a také na průměru díry, což výrazným způsobem rozšiřuje využití vytvořeného polynomu pro různé průměry děr. Jedinou závislostí stanovených koeficientů se ukázala závislost na hloubce díry. Jak již bylo zmíněno, pro popis této závislosti byl vytvořen polynom devátého stupně, u kterého bylo stanoveno celkem 200 koeficientů, a které jsou uvedeny v příloze B.

Předposlední kapitola práce je zaměřena na ověření vytvořeného výpočtového algoritmu experimentálními daty přetvoření. Z principu realizovaného experimentu, bylo k ověření výpočtového algoritmu využito analyticky stanovených rovnic pro popis napjatosti obecně zatížené nekonečně rozměrné stěny. V této části byla také ukázána významnost metody DIC, která oproti tenzometrickému měření umožňuje nalezení lokálních diskontinuit v naměřeném poli přetvoření. Vyloučením těchto diskontinuit z následné analýzy bylo možné zpřesnit výsledná vyhodnocená napětí.

Nad rámec stanovených cílů práce byla v poslední kap. 7 provedena citlivostní analýza, zabývající se některými zdroji nejistot. V první řadě byl analyzován vliv šumu kamery na výsledná zbytková napětí v závislosti na jejich velikosti a také na velikosti měřené oblasti. Dále byl analyzován vliv modulu pružnosti v tahu, Poissonova poměru, průměru vrtné díry a stanovení středu vrtné díry.

Cíle práce (uvedené v kap. 2.3), stanovené vedoucím práce byly proto v plném rozsahu splněny.

8.2 Přínos práce a možnosti dalšího rozvoje

Přínosem práce je možnost aplikace vytvořených polynomů, popisujících kalibrační konstanty na celém měřeném poli přetvoření pro výpočet zbytkových napětí. Tím je také umožněno jednoduché využití velkého množství naměřených dat, které metoda DIC poskytuje. Metoda DIC byla a stále je předmětem mnoha studií, přičemž s rychlým rozvojem kamerových systémů

se může v budoucnu stát ekvivalentní k standardnímu měření pomocí tenzometrických růžic. Jedním z kroků, jak tomu pomoci, je právě možnost využití celého měřeného pole deformace, kterým se diplomová práce zabývá.

Ačkoliv byly vytvořené polynomy ověřeny na vypočtených datech s přičteným šumem, předmětem dalších studií by mohlo být ověření těchto polynomů experimentálními daty a po jejich validaci by bylo možné rozšíření metody vyhodnocování zbytkových napětí z celého měřeného pole také pro nehomogenní zbytková napětí. Případně navázání dosažených výsledků pro vyhodnocování zbytkových napětí s vlivem plastické deformace nebo zakřivených povrchů. Stejného postupu by mohlo být také dosaženo při analýze posuvů, u kterých by v případě vyhodnocování funkčních závislostí kalibračních konstant mohlo dojít k zjednodušení.

Vyhodnocování bezrozměrných kalibračních konstant bylo v této práci provedeno také pro kalibrační konstanty \bar{c} , \bar{d} , \bar{e} vystupující v rovnicích pro tečné a úhlové přetvoření, u kterých doposud nebyla zkoumána závislost na materiálových parametrech, která je v případě kalibračních konstant \bar{a} , \bar{b} známá. Z těchto důvodů není znám přesný vliv materiálových parametrů na tyto konstanty. Předmětem další studie proto může být analýza závislosti kalibračních konstant \bar{C} , \bar{D} , \bar{E} na materiálových parametrech a nalezení jejich exaktního bezrozměrného tvaru.

Jak bylo v kap. 5 zmíněno, někteří autoři se zabývali implementací analyticky stanovených rovnic pro výpočet zbytkových napětí do metody DIC, což umožnilo přímé vyhodnocení zbytkových napětí namísto posuvů. Nalezené funkční závislosti kalibračních konstant mohou být z tohoto ohledu také přínosné, jelikož mohou umožnit dříve zmíněnou implementaci i pro vyhodnocování zbytkových napětí u těles, do kterých je vrtaná neprůchozí díra.

Další oblastí studia by mohlo být zkoumání vlivu a zdrojů artefaktů vzniklých v naměřených datech pomocí metody DIC. Obzvláště se pak jedná o artefakty vzniklé lokálními distorzemi objektivu, pro jejichž nalezení a kalibraci by se mohla věnovat samostatná studie.

9 Závěr

Odvrtávací metoda je jednou z velmi rozšířených metod měření zbytkových napětí. K vyhodnocení zbytkových napětí se standardně využívá tři hodnot přetvoření, které jsou měřeny pomocí tenzometrické růžice. Oproti standardnímu tenzometrickému měření, jsou využívány také optické metody, z nichž je v této práci představena metoda digitální korelace obrazu. Metoda DIC, ale také ostatní optické metody přináší řadu výhod oproti tenzometrickému měření, z nichž nejvýraznější je schopnost měřit uvolněnou deformaci v celém okolí odvrtné díry.

V případě měření homogenních zbytkových napětí v tenkých tělesech, do kterých je vrtána průchozí díra, je průběh přetvoření v okolí této díry dán analytickými vztahy. Pro tento případ je proto možné dosazení naměřených hodnot přetvoření do analyticky známé soustavy rovnic. Přeurčenou soustavu rovnic lze poté řešit např. metodou nejmenších čtverců.

V případech, kdy není známé analytické řešení, což odpovídá stavu, kdy je do experimentálního tělesa vrtána neprůchozí díra, je potřeba určit kalibrační konstanty buď experimentálně nebo numericky. Měříme-li přetvoření pomocí tenzometrické růžice, stačí nám znalost pouze hodnot kalibračních konstant v místech tenzometrických mřížek růžice. Využíváme-li k vyhodnocení zbytkových napětí metody DIC, je potřeba znát hodnoty kalibračních konstant ve všech měřených bodech. Na rozdíl od tenzometrické růžice, jejíž geometrická konfigurace je standardizována, a tedy známa i poloha vyhodnocování kalibračních konstant, tak při použití metody DIC je volba měřených bodů různorodá. Nejvýhodnější je proto nalezení funkčních závislostí popisujících kalibrační konstanty na celém měřeném poli přetvoření. Cílem diplomové práce proto bylo nalezení těchto závislostí pro případ homogenní zbytkové napjatosti a posléze vytvoření algoritmu, který tyto závislosti využije k výpočtu homogenních zbytkových napětí.

Pro analýzu funkčních závislostí kalibračních konstant byl pomocí metody konečných prvků vytvořen parametrický výpočtový model, simulující odvrtačnou metodu. Pomocí výpočtového modelu byly simulovány různé případy geometrie vrtané díry, pro které byla z vypočtených polí přetvoření vyhodnocena pole kalibračních konstant. Hodnoty kalibračních konstant jsou závislé na materiálových vlastnostech, průměru díry, hloubce díry a polohy vyhodnocovaného bodu. Z tohoto důvodu byly hledány závislosti kalibračních konstant na těchto parametrech. První závislostí, kterou bylo možné vyloučit, byla závislost na materiálových parametrech. Ta byla vyloučena převedením kalibračních konstant do jejich bezrozměrného tvaru. Dále byla dokázána úplná nezávislost kalibračních konstant na úhlové souřadnici. V závislosti na poloze vyhodnocovaného bodu, který byl poté charakterizován pouze vzdáleností r od středu díry, bylo možné sestavení polynomu pátého stupně, který dostatečně aproximoval všechny kalibrační konstanty. Do členů polynomu bylo možné také zakomponovat poloměr vrtané díry, čímž byla také dokázána nezávislost koeficientů vytvořeného polynomu na průměru díry, což výrazným způsobem rozšiřuje oblast jeho využití. Zbývající analyzovanou závislostí byla závislost na hloubce vrtané díry. Pro tento případ se ukázala nejvýhodnější aproximace koeficientů polynomu pátého stupně polynomem devátého stupně. Z důvodů zajištění bezrozměrnosti koeficientů nového polynomu, byly členy tohoto polynomu vyjádřeny pomocí poměru hloubky díry k průměru díry. Celkově tedy bylo stanoveno 200 koeficientů, pomocí kterých bylo možné určit průběhy všech kalibračních konstant, pro různé geometrické konfigurace děr.

V rámci diplomové práce bylo možné ověření vytvořeného výpočtového algoritmu na poskytnutých experimentálních datech, naměřených metodou DIC. Jelikož nebyl experiment realizován vrtáním díry do vzorku s působícím zbytkovým napětím, ale byl realizován tažením ocelové ploché tyče s předem vyvrtanou průchozí dírou, byly rovnice vstupující do výpočtového algoritmu upraveny. Z naměřených polí přetvoření bylo vyhodnoceno působící

napětí, u kterého byla stanovena relativní chyba na 6 %. Výhodou metody DIC, která poskytuje celé naměřené pole přetvoření, byla možnost nalezení artefaktů, které znehodnocovaly vypočtené působící napětí. Jejich odstraněním došlo ke snížení relativní chyby vypočteného napětí na 3,5 %. Dále byl v rámci experimentu analyzován vliv střední hodnoty naměřeného šumu kamery. Zde se ukázalo, že nenulová kladná střední hodnota šumu, která byla naměřena a vyhodnocena, způsobuje nárůst vyhodnocených napětí. Z tohoto důvodu lze očekávat, že reálná vyhodnocená působící napětí jsou o něco nižší, a tedy relativní chyba o něco vyšší.

V závěru práce byla provedena citlivostní analýza, která se zabývala vlivem parametrů vstupujících do výpočtového algoritmu. Mezi analyzovanými parametry byly rozměry měřené oblasti, modul pružnosti v tahu, Poissonův poměr, průměr díry a poloha středu díry. Zde se jako nejpodstatnější ukázal vliv proměnlivosti modulu pružnosti v tahu, jehož 5% chyba způsobila 5% chybu ve vyhodnocených zbytkových napětích. Dalším poměrně důležitým parametrem byl průměr vrtané díry, u kterého jeho 5% chyba vyvolala až 8% chybu ve vyhodnocených zbytkových napětích. Ačkoliv vliv chybného stanovení průměru díry je převládající, tak v případech, kdy je do tělesa vrtána díra větších rozměrů, je chyba měření průměru mnohem menší. U modulu pružnosti tomu tak není a mnohdy jsme odkázáni na materiálové listy. Z toho důvodu byl vliv modulu pružnosti stanoven jako nejpodstatnější.

Cíle diplomové práce byly takto v plném rozsahu splněny. Dále byly představeny možnosti dalšího rozvoje využití vytvořených polynomů. Na základě této diplomové práce je možné určit homogenní zbytková napětí z celého měřeného pole přetvoření pro různé geometrie vrtané díry. Z tohoto důvodu lze dosažené postupy a výsledky považovat za velmi přínosné jak pro praxi, ale také pro budoucí výzkum.

Seznam použitých zdrojů

- [1] SCHAJER, G. S. a P. S. WHITEHEAD. Hole-Drilling Method for Measuring Residual Stresses. *Synthesis SEM Lectures on Experimental Mechanics* [online]. 2018, **1**(1), 1-186 [cit. 2023-03-08]. ISSN 2577-6053. Dostupné z: doi:10.2200/S00818ED1V01Y201712SEM001
- [2] VLK, M. a kol. *Experimentální mechanika* [online]. Brno, 2003 [cit. 2023-01-25]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/cs/studium/studijni-materialy.html>
- [3] WITHERS, P.J. a H.K.D.H. BHADESHIA. Residual stress. Part 1 - Measurement techniques. *Materials science and technology* [online]. Leeds: Taylor & Francis, 2001, **17**(4), 355-365 [cit. 2023-04-15]. ISSN 0267-0836. Dostupné z: doi:10.1179/026708301101509980
- [4] HUANG, X., Z. LIU a H. XIE. Recent Progress in Residual Stress Measurement Techniques. *Acta mechanica solida Sinica* [online]. Singapore: Elsevier, 2013, **26**(6), 570-583 [cit. 2023-04-15]. ISSN 0894-9166. Dostupné z: doi:10.1016/S0894-9166(14)60002-1
- [5] SCHAJER, G. S., ed. *Practical Residual Stress Measurement Methods* [online]. Wiley, 2013 [cit. 2023-04-10]. ISBN 9781118342374. Dostupné z: doi:10.1002/9781118402832
- [6] KANDIL, F. A., J. D. LORD a A. T. FRY. A Review of Residual Stress Measurement Methods - A Guide to Technique Selection [online]. 2001 [cit. 2023-01-25]. ISSN 1473-2734. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/236860729>
- [7] MATHAR, J. Determination of Initial Stresses by Measuring the Deformations Around Drilled Holes. *Journal of Fluids Engineering* [online]. 1934, **56**(3), 249-254 [cit. 2023-04-15]. ISSN 0097-6822. Dostupné z: doi:10.1115/1.4019712
- [8] SCHAJER, G. S. Hole-Drilling Residual Stress Measurements at 75: Origins, Advances, Opportunities. *Experimental Mechanics* [online]. 2010, **50**(2), 245-253 [cit. 2023-04-15]. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/s11340-009-9285-y
- [9] SCHAJER, G. S. Application of Finite Element Calculations to Residual Stress Measurements. *Journal of Engineering Materials and Technology* [online]. 1981, **103**(2), 157-163 [cit. 2023-04-15]. ISSN 0094-4289. Dostupné z: doi:10.1115/1.3224988
- [10] HALABUK, D. *Numerická simulace odvrťovací metody pro zjišťování zbytkové napjatosti*. Brno, 2022. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce: doc. Ing. Tomáš Návrat, Ph.D. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/137784>
- [11] KIRSCH, G. *Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre*. Springer, 1898.
- [12] ASTM E837–20. *Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method*. West Conshohocken, PA: ASTM International, 2020. Dostupné z: doi:10.1520/E0837-20

- [13] AJOVALASIT, A. a kol. *The hole-drilling strain gauge method for the measurement of uniform or non-uniform residual stresses* [online]. 2010 [cit. 2023-01-25]. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/259632742>
- [14] BARSANESCU, P. a P. CARLESCU. *Residual Stress Measurement by the Hole-Drilling Strain-Gage Method: Influence of Hole Eccentricity* [online]. 2007 [cit. 2023-01-25]. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/237121684>
- [15] MONTAY, G., A. CHEROUAT, C. GARNIER a J. LU. Determining Residual Stress in Spherical Components: A New Application of the Hole-Drilling Method. *Journal of Testing and Evaluation* [online]. 2004, **32**(1), 73-79 [cit. 2023-01-25]. ISSN 0090-3973. Dostupné z: doi:10.1520/JTE11627
- [16] ŠVARŤÍČEK, K. a M. VLK. Rozvoj metody vrtání otvoru do oblasti pružně plastických deformací v tenké stěně. In *43. konf. EAN* [online]. Skalský Dvůr, 2005, 87-88 [cit. 2023-01-25]. Dostupné z: <http://experimentalni-mechanika.cz/cs/konference/konference/2005.html>
- [17] MAKINO, A. a D. NELSON. Residual-stress determination by single-axis holographic interferometry and hole drilling—Part I: Theory. *Experimental Mechanics* [online]. 1994, **34**(1), 66-78 [cit. 2023-02-13]. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/BF02328443
- [18] KABIRI, M. Toward more accurate residual-stress measurement by the hole-drilling method: Analysis of relieved-strain coefficients. *Experimental Mechanics* [online]. 1986, **26**(1), 14-21 [cit. 2023-02-13]. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/BF02319950
- [19] BOITEN, R. G. a W. T. CATE. A routine method for the measurement of residual stresses in plates. *Applied Scientific Research* [online]. 1952, **3**(5), 317-343 [cit. 2023-02-13]. ISSN 0003-6994. Dostupné z: doi:10.1007/BF03184577
- [20] CÁRDENAS-GARCÍA, J. F. a S. PREIDIKMAN. Solution of the moiré hole drilling method using a finite-element-method-based approach. *International Journal of Solids and Structures* [online]. 2006, **43**(22-23), 6751-6766 [cit. 2023-02-26]. ISSN 00207683. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijsolstr.2006.02.010
- [21] NELSON, D. V., A. MAKINO a E. A. FUCHS. The holographic-hole drilling method for residual stress determination. *Optics and Lasers in Engineering* [online]. 1997, **27**(1), 3-23 [cit. 2023-02-26]. ISSN 01438166. Dostupné z: doi:10.1016/S0143-8166(97)89899-5
- [22] MAKINO, A., D. V. NELSON, E. A. FUCHS a D. R. WILLIAMS. Determination of Biaxial Residual Stresses by a Holographic-Hole Drilling Technique. *Journal of Engineering Materials and Technology* [online]. 1996, **118**(4), 583-588 [cit. 2023-02-26]. ISSN 0094-4289. Dostupné z: doi:10.1115/1.2805960
- [23] STEINZIG, M. a E. PONSLET. Residual stress measurement using the hole drilling method and laser speckle interferometry: Part 1. *Experimental Techniques* [online]. 2003, **27**(3), 43-46 [cit. 2023-02-26]. ISSN 0732-8818. Dostupné z: doi:10.1111/j.1747-1567.2003.tb00114.x

- [24] PONSLET, E. a M. STEINZIG. Residual stress measurement using the hole drilling method and laser speckle interferometry. Part II: Analysis technique. *Experimental Techniques* [online]. 2003, **27**(4), 17-21 [cit. 2023-02-26]. ISSN 0732-8818. Dostupné z: doi:10.1111/j.1747-1567.2003.tb00117.x
- [25] FOCHT, G. a K. SCHIFFNER. Determination of residual stresses by an optical correlative hole-drilling method. *Experimental Mechanics* [online]. 2003, **43**(1), 97-104 [cit. 2023-03-02]. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/BF02410490
- [26] SCHAJER, G. S. a M. STEINZIG. Full-field calculation of hole drilling residual stresses from electronic speckle pattern interferometry data. *Experimental Mechanics* [online]. 2005, **45**(6), 526-532 [cit. 2023-03-02]. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/BF02427906
- [27] LORD, J. D., D. PENN a P. WHITEHEAD. The Application of Digital Image Correlation for Measuring Residual Stress by Incremental Hole Drilling. *Applied Mechanics and Materials* [online]. 2008, **13-14**, 65-73 [cit. 2023-03-12]. ISSN 1662-7482. Dostupné z: doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.13-14.65
- [28] BRYNK, T., A. T. KRAWCZYŃSKA, D. SETMAN a Z. PAKIEŁA. 3D DIC-assisted residual stress measurement in 316 LVM steel processed by HE and HPT. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* [online]. 2020, **20**(3) [cit. 2023-03-12]. ISSN 1644-9665. Dostupné z: doi:10.1007/s43452-020-00068-4
- [29] NELSON, D. V. Residual Stress Determination by Hole Drilling Combined with Optical Methods. *Experimental Mechanics* [online]. 2010, **50**(2), 145-158 [cit. 2023-03-14]. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/s11340-009-9329-3
- [30] HAGARA, M., F. TREBUŇA, M. PÁSTOR, R. HUŇADY a P. LENGVARSKÝ. Analysis of the aspects of residual stresses quantification performed by 3D DIC combined with standardized hole-drilling method. *Measurement* [online]. 2019, **137**, 238-256 [cit. 2023-03-14]. ISSN 02632241. Dostupné z: doi:10.1016/j.measurement.2019.01.028
- [31] BALDI, A. Residual Stress Measurement Using Hole Drilling and Integrated Digital Image Correlation Techniques. *Experimental Mechanics* [online]. 2014, **54**(3), 379-391 [cit. 2023-03-14]. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/s11340-013-9814-6
- [32] GAO, J. a H. SHANG. Deformation-pattern-based digital image correlation method and its application to residual stress measurement. *Applied Optics* [online]. 2009, **48**(7) [cit. 2023-03-14]. ISSN 0003-6935. Dostupné z: doi:10.1364/AO.48.001371
- [33] NELSON, D. V., A. MAKINO a T. SCHMIDT. Residual Stress Determination Using Hole Drilling and 3D Image Correlation. *Experimental Mechanics* [online]. 2006, **46**(1), 31-38 [cit. 2023-03-16]. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/s11340-006-5859-0
- [34] MCCORMICK, N. aj. LORD. Digital Image Correlation. *Materials Today* [online]. 2010, **13**(12), 52-54 [cit. 2023-03-16]. ISSN 13697021. Dostupné z: doi:10.1016/S1369-7021(10)70235-2

- [35] SUTTON, M. A., S. R. MCNEILL, J. D. HELM a Y. J. CHAO. Advances in Two-Dimensional and Three-Dimensional Computer Vision. In: RASTOGI, Pramod K., ed. *Photomechanics* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2000, 323-372 [cit. 2023-03-18]. ISBN 978-3-540-65990-7. Dostupné z: doi:10.1007/3-540-48800-6_10
- [36] MURIENNE, B. J. a T. D. NGUYEN. A comparison of 2D and 3D digital image correlation for a membrane under inflation. *Optics and Lasers in Engineering* [online]. 2016, **77**, 92-99 [cit. 2023-03-20]. ISSN 01438166. Dostupné z: doi:10.1016/j.optlaseng.2015.07.013
- [37] *Telecentrický objektiv – přednosti a charakteristiky* [online]. Kinalisoft s.r.o, 2017. [cit. 2023-03-25]. Dostupné z: <http://www.prumysloveobjektivy.cz/pages/view/telecentricky-objektiv-prednosti-a-charakteristiky>
- [38] SOBOLEVSKI, E. G., A. NAU a B. SCHOLTES. Residual Stress Analysis Using the Hole-Drilling Method and Geometry-Specific Calibration Functions. *Materials Science Forum* [online]. 2011, **681**, 159-164 [cit. 2023-04-02]. ISSN 1662-9752. Dostupné z: doi:10.4028/www.scientific.net/MSF.681.159

Seznam použitých symbolů a zkratek

Symbol	Jednotka	Význam
α	[rad]	úhel natočení hlavních směrů napětí
ϵ	[–]	matice naměřených přetvoření
ϵ_i	[–]	matice naměřených přetvoření pro i -tý přírůstek hloubky díry
$\epsilon_r, \epsilon_\theta$	[–]	délkové přetvoření v radiálním a tečném směru
$\epsilon_{r\theta}$	[–]	úhlové přetvoření
$\epsilon_{ri}, \epsilon_{\theta i}$	[–]	délkové přetvoření v radiálním a tečném směru pro i -tý přírůstek hloubky díry
$\epsilon_{r\theta i}$	[–]	úhlové přetvoření pro i -tý přírůstek hloubky díry
$\epsilon_{rn}, \epsilon_{\theta n}$	[–]	délkové přetvoření v radiálním a tečném směru v n -tém měřeném bodě
$\epsilon_{r\theta n}$	[–]	úhlové přetvoření v n -tém měřeném bodě
$\epsilon_{rRN}, \epsilon_{\theta RN}$	[–]	vektory délkových přetvoření v radiálním a tečném směru rovnoměrné dvouosé napjatosti
$\epsilon_{r\theta RN}$	[–]	vektor úhlových přetvoření rovnoměrné dvouosé napjatosti
$\epsilon_{rSN}, \epsilon_{\theta SN}$	[–]	vektory délkových přetvoření v radiálním a tečném směru smykové napjatosti
$\epsilon_{r\theta SN}$	[–]	vektor úhlových přetvoření smykové napjatosti
ϵ_x, ϵ_y	[–]	délkové přetvoření v ose x a y
ϵ_{xy}	[–]	úhlové přetvoření v rovině xy
$\epsilon_{xi}, \epsilon_{yi}$	[–]	délkové přetvoření v ose x a y pro i -tý přírůstek hloubky díry
ϵ_{xyi}	[–]	úhlové přetvoření v rovině xy pro i -tý přírůstek hloubky díry
θ	[rad]	úhlová souřadnice
μ	[–]	Poissonův poměr
μ	[$\mu\text{m}/\text{m}$]	Střední hodnota šumu kamery
σ	[MPa]	vektor složek zbytkového napětí
σ_1, σ_2	[MPa]	první a druhé hlavní zbytkové napětí; první a druhé hlavní napětí
$\sigma^I, \sigma^{II}, \sigma^{III}$	[MPa]	zbytkové napětí I., II. a III. druhu
σ_r, σ_θ	[MPa]	normálová napětí v radiálním a tečném směru
$\sigma'_r, \sigma'_\theta$	[MPa]	normálová napětí v radiálním a tečném směru v tělese s průchozí dírou
$\Delta\sigma_r, \Delta\sigma_\theta$	[MPa]	změna normálového napětí v radiálním a tečném směru po vyvrtání díry
σ_x, σ_y	[MPa]	normálová zbytková napětí působící v ose x a y ; normálová napětí v ose x a y

$\tau_{r\theta}$	[MPa]	smykové napětí v rovině kolmé na radiální směr, působící v tečném směru
$\tau'_{r\theta}$	[MPa]	smykové napětí v rovině kolmé na radiální směr, působící v tečném směru v tělese s průchozí dírou
$\Delta\tau_{r\theta}$	[MPa]	změna smykové napětí v rovině kolmé na radiální směr, působící v tečném směru po vyvrtání díry
τ_{xy}	[MPa]	smykové zbytkové napětí působící v rovině xy ; smykové napětí působící v rovině xy
$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$	[–]	bezrozměrné kalibrační konstanty
$\bar{\bar{a}}, \bar{\bar{b}}, \bar{\bar{c}}, \bar{\bar{d}}, \bar{\bar{e}}$	[–]	upravené bezrozměrné kalibrační konstanty
$\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}, \bar{\mathbf{d}}, \bar{\mathbf{e}}$	[–]	vektory upravených bezrozměrných kalibračních konstant
$\bar{\bar{\mathbf{a}}}_i, \bar{\bar{\mathbf{b}}}_i, \bar{\bar{\mathbf{c}}}_i, \bar{\bar{\mathbf{d}}}_i, \bar{\bar{\mathbf{e}}}_i$	[–]	vektory upravených bezrozměrných kalibračních konstant pro i -tý přírůstek hloubky díry
$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$	[MPa ⁻¹]	kalibrační konstanty
$\bar{\bar{A}}, \bar{\bar{B}}, \bar{\bar{C}}, \bar{\bar{D}}, \bar{\bar{E}}$	[MPa ⁻¹]	upravené kalibrační konstanty
a_1, a_2, a_3, a_4, a_5	[–]	koeficienty polynomu pro výpočet bezrozměrné kalibračních konstanty \bar{a}
b_1, b_2, b_3, b_4, b_5	[–]	koeficienty polynomu pro výpočet bezrozměrné kalibračních konstanty \bar{b}
c_1, c_2, c_3, c_4, c_5	[–]	koeficienty polynomu pro výpočet bezrozměrné kalibračních konstanty \bar{c}
d_1, d_2, d_3, d_4, d_5	[–]	koeficienty polynomu pro výpočet bezrozměrné kalibračních konstanty \bar{d}
d_0	[mm]	průměr vrtané díry
D	[mm]	střední průměr tenzometrické růžice
e_1, e_2, e_3, e_4, e_5	[–]	koeficienty polynomu pro výpočet bezrozměrné kalibračních konstanty \bar{e}
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
h	[mm]	hloubka vrtané díry
h_i	[mm]	hloubka pro i -tý přírůstek díry
Δh	[mm]	velikost úběru díry
i	[–]	počet přírůstků hloubky díry
k_1, k_2, k_3, k_4, k_5	[–]	obecné koeficienty polynomu pro výpočet bezrozměrných kalibračních konstant
\mathbf{K}	[MPa ⁻¹]	matice kalibračních konstant, materiálových parametrů a goniometrických funkcí
\mathbf{K}_i	[MPa ⁻¹]	matice kalibračních konstant, materiálových parametrů a goniometrických funkcí i -tý přírůstek hloubky díry
$l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7, l_8, l_9$	[–]	obecné koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů polynomů bezrozměrných kalibračních konstant

n	[-]	počet měřených bodů
p_x, p_y	[MPa]	tlak ve směru osy x a y
P, Q, T	[MPa]	zbytková napětí
r	[mm]	radiální souřadnice; poloměr
r_0	[mm]	poloměr vrtané díry
r_{char}	[mm]	charakteristický rozměr měřené oblasti
R^2	[-]	koeficient determinace
s	[$\mu\text{m}/\text{m}$]	směrodatná odchylka šumu kamery
t	[mm]	tloušťka tělesa
u_x, u_y, u_z	[mm]	posuvy ve směru osy x, y a z
V	[m^3]	objem odebíraného materiálu
$V_{0,I}, V_{0,II},$ $V_{0,III}$	[m^3]	charakteristický objem rovnovážného stavu zbytkových napětí I., II. a III. druhu
$\Delta x, \Delta y,$ Δxy	[mm]	posunutí souřadného systému ve směru osy x, y a ve směru os x a y

Zkratka	Význam
DIC	digitální korelace obrazu
ESPI	elektronické spekl interferometrie
MKP	metoda konečných prvků

Seznam obrázků

Obr. 3.1: Zbytková napětí I., II. a III. druhu. Převzato z [2].	14
Obr. 3.2: Princip odvrťovací metody. Převzato a přeloženo z [10].	17
Obr. 3.3: Tenzometrické růžice, standardizované normou ASTM E837. Převzato a přeloženo z [1].	17
Obr. 3.4: Znázornění principu superpozice obecně zatížené nekonečně rozměrné stěny. a) výsledná zbytková napětí, b) obecně zatížená stěna s průchozí dírou, c) obecně zatížená stěna bez díry.	18
Obr. 4.1: Porovnání vzniklých vzorů na povrchu tělesa po vyvrtání díry, pořízených metodou: a) Moiré [5], b) holografická interferometrie [4], c) ESPI [5], d) DIC [4]. Převzato a upraveno z uvedených literatur.	24
Obr. 4.2: Stochastický vzor, vytvořený nástřikem černé barvy na bílém podkladu. Obrázek pořízen z experimentálních vzorků.	24
Obr. 4.3: Schéma měřicí sestavy: a) 2D DIC, b) 3D DIC.	25
Obr. 5.1: Rozměry výpočtového modelu pro stanovení kalibračních konstant.	29
Obr. 5.2: Konečnoprvková síť výpočtového modelu pro stanovení kalibračních konstant.	30
Obr. 5.3: Předepsané okrajové podmínky výpočtového modelu pro stanovení kalibračních konstant.	30
Obr. 5.4: Pole přetvoření rovnoměrné dvouosé napjatosti: a) radiální přetvoření ε_{rRN} , b) tečné přetvoření $\varepsilon_{\theta RN}$, c) úhlové přetvoření $\varepsilon_{r\theta RN}$.	32
Obr. 5.5: Pole přetvoření smykové napjatosti: a) radiální přetvoření ε_{rSN} , b) tečné přetvoření $\varepsilon_{\theta SN}$, c) úhlové přetvoření $\varepsilon_{r\theta SN}$.	32
Obr. 5.6: Pole kalibračních konstant: a) \bar{a} , b) \bar{b} , c) \bar{c} , d) \bar{d} , e) \bar{e} .	33
Obr. 5.7: Závislost kalibrační konstanty \bar{b} na úhlu θ pro vybrané poloměry r .	34
Obr. 5.8: Průběhy kalibračních konstant na vzdálenosti r všech úběrů díry. Kalibrační konstanta: a) \bar{a} , b) \bar{b} , c) \bar{c} , d) \bar{d} , e) \bar{e} .	35
Obr. 5.9: Závislost a) rozměrných, b) bezrozměrných koeficientů polynomu kalibrační konstanty \bar{a} na poloměru díry r_0 .	36
Obr. 5.10: Závislost kalibrační konstanty \bar{a} na a) vzdálenosti r , b) bezrozměrné vzdálenosti r_0/r pro průměry děr d_0 .	37
Obr. 5.11: Závislosti koeficientů polynomu kalibrační konstanty: a) \bar{a} , b) \bar{b} , c) \bar{c} , d) \bar{d} , e) \bar{e} na poměru h/d_0 .	38
Obr. 5.12: Blokový diagram algoritmu výpočtu zbytkových napětí z naměřeného pole přetvoření.	40
Obr. 5.13: Hodnoty a relativní chyby vypočtených zbytkových napětí a) σ_x , b) σ_y pro jednotlivé přírůstky díry.	42
Obr. 5.14: Hodnoty a relativní chyby vypočtených zbytkových napětí a) σ_x , b) σ_y pro kumulativně více přírůstků díry.	42
Obr. 6.1: Experimentální sestava pro: a) měření materiálových vlastností experimentálního vzorku, b) měření pole přetvoření kolem průchozí díry experimentálního vzorku.	44
Obr. 6.2: Experimentální vzorky pro: a) měření materiálových vlastností b) měření pole přetvoření kolem průchozí díry.	45
Obr. 6.3: Naměřená pole přetvoření v kartézském souřadném systému. a) přetvoření ε_x , b) přetvoření ε_y , c) přetvoření ε_{xy} .	46
Obr. 6.4: Pole šumu kamery pro přetvoření: a) ε_x , b) ε_y , c) ε_{xy} .	47
Obr. 6.5: Histogram šumu kamery pro přetvoření ε_x .	48
Obr. 6.6: Rozměry výpočtového modelu experimentálního vzorku.	48

Obr. 6.7: Síť konečných prvků výpočtového modelu experimentálního vzorku.	49
Obr. 6.8: Předepsané okrajové podmínky výpočtového modelu experimentálního vzorku. ...	49
Obr. 6.9: Porovnání pole přetvoření ϵ_x , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.	50
Obr. 6.10: Porovnání pole přetvoření ϵ_y , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.	50
Obr. 6.11: Porovnání pole přetvoření ϵ_{xy} , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.	51
Obr. 6.12: Porovnání upraveného pole přetvoření ϵ_x , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.	51
Obr. 6.13: Porovnání upraveného pole přetvoření ϵ_y , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.	52
Obr. 6.14: Porovnání upraveného pole přetvoření ϵ_{xy} , získaného z: a) experimentu, b) výpočtového modelu.	52
Obr. 7.1: Rozměry měřené oblasti pro případ 1.	54
Obr. 7.2: Rozměry měřené oblasti pro případ 2.	55
Obr. 7.3: Rozměry měřené oblasti pro případ 3.	55
Obr. 7.4: Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí v závislosti na změně měřené oblasti: a) pro případ 1, b) pro případ 2, c) pro případ 3.	55
Obr. 7.5: Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí v závislosti na změně: a) modulu pružnosti, b) Poissonově poměru.	56
Obr. 7.6: Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí v závislosti na změně průměru vrtané díry.	57
Obr. 7.7: Relativní chyby vyhodnocených zbytkových napětí v závislosti na posunutí středu vrtané díry.	57

Seznam tabulek

Tab. 1: Parametry vrtané díry a úběru materiálu.....	28
Tab. 2: Porovnání vypočtených zbytkových napětí pro jednotlivé přírůstky díry.	41
Tab. 3: Relativní chyby vypočtených zbytkových napětí pro jednotlivé přírůstky díry.....	41
Tab. 4: Porovnání vypočtených zbytkových napětí pro kumulativně více přírůstků díry.	41
Tab. 5: Relativní chyby vypočtených zbytkových napětí pro kumulativně více přírůstků díry.	41
Tab. 6: Parametry šumu kamery s normálním rozdělením.	47
Tab. 7: Porovnání vypočtených napětí z experimentu a MKP.....	49
Tab. 8: Porovnání vypočtených napětí z experimentu a MKP s uvažováním vlivu šumu kamery.	53

Příloha A – Koeficienty polynomu pro výpočet kalibračních konstantTab. A.1: Koeficienty polynomu pro stanovení kalibrační konstanty \bar{a} v rozmezí měřené oblasti $1,2r_0$ až $4r_0$.

h/d_0 [–]	Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{a} [–]				
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
0,025	-0,19994	1,8445	-6,2565	8,9508	-4,8842
0,050	-0,33106	3,0911	-10,690	15,529	-8,7447
0,075	-0,17337	1,7181	-6,5761	10,101	-6,5068
0,100	0,17287	-1,4201	3,5244	-4,1421	0,47961
0,125	0,49170	-4,3901	13,406	-18,714	8,0581
0,150	0,65361	-5,9956	19,081	-27,919	13,297
0,175	0,63990	-6,0231	19,684	-30,262	15,288
0,200	0,49342	-4,8218	16,192	-26,828	14,416
0,225	0,27394	-2,9087	10,186	-19,623	11,570
0,250	0,03423	-0,75326	3,1501	-10,609	7,6627
0,275	-0,18805	1,3006	-3,7937	-1,3234	3,4355
0,300	-0,37047	3,0401	-9,9227	7,2053	-0,59668
0,325	-0,50276	4,3594	-14,848	14,382	-4,1196
0,350	-0,58318	5,2296	-18,425	19,942	-6,9750
0,375	-0,61545	5,6720	-20,678	23,849	-9,1161
0,400	-0,60615	5,7363	-21,726	26,208	-10,567
0,425	-0,56317	5,4855	-21,741	27,200	-11,393
0,450	-0,49452	4,9864	-20,912	27,046	-11,681
0,475	-0,40770	4,3029	-19,427	25,970	-11,525
0,500	-0,30935	3,4926	-17,461	24,185	-11,018

Tab. A.2: Koeficienty polynomu pro stanovení kalibrační konstanty \bar{b} v rozmezí měřené oblasti $1,2r_0$ až $4r_0$.

h/d_0 [–]	Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{b} [–]				
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
0,025	-0,25015	2,3056	-7,8978	11,148	-6,0120
0,050	-0,39872	3,7255	-13,087	18,727	-10,464
0,075	-0,13444	1,3986	-6,0429	9,0885	-6,1638
0,100	0,40827	-3,5369	9,8504	-13,618	5,1858
0,125	0,91566	-8,2755	25,604	-37,134	17,606
0,150	1,1858	-10,956	35,033	-52,654	26,593
0,175	1,1769	-11,133	36,430	-57,371	30,507
0,200	0,94436	-9,2462	30,968	-52,478	29,699
0,225	0,57644	-6,0522	20,933	-40,820	25,400
0,250	0,15654	-2,2877	8,6323	-25,413	18,993
0,275	-0,25163	1,4697	-4,0694	-8,7718	11,674
0,300	-0,60647	4,8312	-15,872	7,2854	4,3356
0,325	-0,88558	7,5747	-25,989	21,601	-2,4304
0,350	-1,0808	9,6050	-34,036	33,547	-8,2769
0,375	-1,1937	10,916	-39,913	42,883	-13,043
0,400	-1,2317	11,557	-43,713	49,632	-16,697
0,425	-1,2057	11,610	-45,635	53,982	-19,290
0,450	-1,1274	11,171	-45,939	56,209	-20,924
0,475	-1,0087	10,337	-44,905	56,632	-21,723
0,500	-0,86065	9,2022	-42,805	55,573	-21,821

Tab. A.3: Koeficienty polynomu pro stanovení kalibrační konstanty \bar{c} v rozmezí měřené oblasti $1,2r_0$ až $4r_0$.

h/d_0 [–]	Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{c} [–]				
	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
0,025	-0,01575	0,14649	-0,53930	0,73637	-0,42758
0,050	-0,03079	0,28875	-1,0848	1,4873	-0,88648
0,075	-0,02852	0,27370	-1,1227	1,5150	-0,98182
0,100	-0,00740	0,08372	-0,57812	0,68652	-0,62222
0,125	0,02261	-0,19365	0,27632	-0,63793	0,02881
0,150	0,05024	-0,45624	1,1087	-1,9972	0,74456
0,175	0,06811	-0,63507	1,6866	-3,0530	1,3501
0,200	0,07369	-0,70382	1,9116	-3,6458	1,7543
0,225	0,06761	-0,66546	1,7814	-3,7495	1,9317
0,250	0,05248	-0,54111	1,3548	-3,4253	1,9011
0,275	0,03137	-0,35721	0,71105	-2,7688	1,7013
0,300	0,00732	-0,14063	-0,06568	-1,8870	1,3788
0,325	-0,01711	0,08539	-0,90061	-0,87869	0,97842
0,350	-0,03999	0,30291	-1,7341	0,17477	0,53835
0,375	-0,06003	0,49922	-2,5220	1,2106	0,08905
0,400	-0,07633	0,66541	-3,2319	2,1809	-0,34559
0,425	-0,08848	0,79661	-3,8441	3,0541	-0,74891
0,450	-0,09644	0,89137	-4,3498	3,8128	-1,1107
0,475	-0,10030	0,94961	-4,7450	4,4466	-1,4242
0,500	-0,10035	0,97317	-5,0322	4,9539	-1,6869

Tab. A.4: Koeficienty polynomu pro stanovení kalibrační konstanty \bar{d} v rozmezí měřené oblasti $1,2r_0$ až $4r_0$.

h/d_0 [–]	Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{d} [–]				
	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
0,025	-0,02596	0,24286	-0,79307	1,2470	-0,77988
0,050	-0,05693	0,53151	-1,7307	2,7192	-1,6731
0,075	-0,09727	0,90667	-2,9529	4,6230	-2,7912
0,100	-0,14332	1,3381	-4,3747	6,8630	-4,1042
0,125	-0,18413	1,7286	-5,6868	9,0240	-5,4177
0,150	-0,20922	1,9817	-6,5726	10,661	-6,5111
0,175	-0,21319	2,0456	-6,8493	11,499	-7,2388
0,200	-0,19578	1,9132	-6,4775	11,452	-7,5449
0,225	-0,16032	1,6109	-5,5258	10,587	-7,4464
0,250	-0,11170	1,1800	-4,1154	9,0447	-7,0011
0,275	-0,05538	0,66801	-2,3921	7,0082	-6,2886
0,300	0,00378	0,11827	-0,49246	4,6540	-5,3890
0,325	0,06178	-0,43248	1,4643	2,1412	-4,3766
0,350	0,11556	-0,95554	3,3825	-0,39903	-3,3143
0,375	0,16292	-1,4297	5,1884	-2,8626	-2,2531
0,400	0,20258	-1,8413	6,8323	-5,1750	-1,2314
0,425	0,23383	-2,1823	8,2807	-7,2835	-0,27708
0,450	0,25659	-2,4501	9,5187	-9,1594	0,59263
0,475	0,27107	-2,6448	10,540	-10,785	1,3660
0,500	0,27778	-2,7696	11,348	-12,159	2,0389

Tab. A.5: Koeficienty polynomu pro stanovení kalibrační konstanty \bar{e} v rozmezí měřené oblasti $1,2r_0$ až $4r_0$.

$h/d_0 [-]$	Koeficienty polynomu kalibrační konstanty $\bar{e} [-]$				
	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
0,025	0,10389	-0,95917	3,1739	-4,6747	2,5977
0,050	0,20647	-1,9117	6,3410	-9,3988	5,2499
0,075	0,26583	-2,4766	8,2537	-12,414	7,0513
0,100	0,27923	-2,6255	8,8059	-13,547	7,8997
0,125	0,26109	-2,4853	8,3978	-13,335	8,0571
0,150	0,22527	-2,1794	7,4247	-12,317	7,7932
0,175	0,18042	-1,7855	6,1362	-10,836	7,2816
0,200	0,13146	-1,3474	4,6736	-9,0841	6,6201
0,225	0,08123	-0,89073	3,1186	-7,1712	5,8630
0,250	0,03183	-0,43411	1,5300	-5,1729	5,0468
0,275	-0,01514	0,00786	-0,04547	-3,1497	4,2001
0,300	-0,05831	0,42253	-1,5662	-1,1561	3,3484
0,325	-0,09661	0,79941	-2,9968	0,76029	2,5142
0,350	-0,12924	1,1306	-4,3092	2,5603	1,7166
0,375	-0,15575	1,4110	-5,4831	4,2140	0,97075
0,400	-0,17597	1,6378	-6,5057	5,7004	0,28783
0,425	-0,18992	1,8101	-7,3705	7,0063	-0,32436
0,450	-0,19787	1,9293	-8,0767	8,1266	-0,86169
0,475	-0,20021	1,9978	-8,6289	9,0624	-1,3230
0,500	-0,19747	2,0196	-9,0355	9,8206	-1,7099

Příloha B – Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů a_1, \dots, a_5 Tab. B.1: Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů a_1, \dots, a_5 pro poměry hloubky díry k průměru díry v rozmezí $0 \leq h/d_0 \leq 0,5$.

		Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{a} [–]		
		a_1	a_2	a_3
Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů a_1, \dots, a_5 [–]	l_2	-6,8043708E+02	6,2057605E+03	-2,0609791E+04
	l_3	1,7861342E+04	-1,6122916E+05	5,2681179E+05
	l_4	-1,7783968E+05	1,5921534E+06	-5,1464376E+06
	l_5	9,2152503E+05	-8,1978162E+06	2,6294240E+07
	l_6	-2,7562405E+06	2,4399050E+07	-7,7818486E+07
	l_7	4,8194407E+06	-4,2499242E+07	1,3497685E+08
	l_8	-4,5906234E+06	4,0357404E+07	-1,2776131E+08
	l_9	1,8436895E+06	-1,6167976E+07	5,1054429E+07
			Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{a} [–]	
		a_4	a_5	
	l_2	2,9044556E+04	-1,5292989E+04	
	l_3	-7,3141551E+05	3,7441682E+05	
	l_4	7,0540032E+06	-3,5498751E+06	
	l_5	-3,5693371E+07	1,7770807E+07	
	l_6	1,0486847E+08	-5,1846237E+07	
	l_7	-1,8087490E+08	8,8999122E+07	
	l_8	1,7044340E+08	-8,3588666E+07	
	l_9	-6,7863906E+07	3,3203028E+07	

Tab. B.2: Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů b_1, \dots, b_5 pro poměry hloubky díry k průměrům díry v rozmezí $0 \leq h/d_0 \leq 0,5$.

		Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{a} [–]		
		b_1	b_2	b_3
Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů b_1, \dots, b_5 [–]	l_2	-9,0441900E+02	8,2309132E+03	-2,7415469E+04
	l_3	2,4181393E+04	-2,1773894E+05	7,1187557E+05
	l_4	-2,3897547E+05	2,1323488E+06	-6,8884705E+06
	l_5	1,2190966E+06	-1,0798436E+07	3,4585554E+07
	l_6	-3,5819517E+06	3,1542274E+07	-1,0038960E+08
	l_7	6,1532843E+06	-5,3926876E+07	1,7081906E+08
	l_8	-5,7635471E+06	5,0311094E+07	-1,5877924E+08
	l_9	2,2789568E+06	-1,9826615E+07	6,2388479E+07
			Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{b} [–]	
		b_4	b_5	
Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů b_1, \dots, b_5 [–]	l_2	3,8268769E+04	-1,9927388E+04	
	l_3	-9,8057730E+05	4,9669164E+05	
	l_4	9,3553732E+06	-4,6507801E+06	
	l_5	-4,6438051E+07	2,2794760E+07	
	l_6	1,3356537E+08	-6,4973091E+07	
	l_7	-2,2556416E+08	1,0898530E+08	
	l_8	2,0833332E+08	-1,0012734E+08	
	l_9	-8,1409090E+07	3,8958279E+07	

Tab. B.3: Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů c_1, \dots, c_5 pro poměry hloubky díry k průměrům díry v rozmezí $0 \leq h/d_0 \leq 0,5$.

		Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{c} [–]		
		c_1	c_2	c_3
Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů c_1, \dots, c_5 [–]	l_2	-4,4867628E+01	4,1166100E+02	-1,4511390E+03
	l_3	9,5911658E+02	-8,6833604E+03	2,9719733E+04
	l_4	-7,7334161E+03	6,9156038E+04	-2,3481098E+05
	l_5	3,2446425E+04	-2,8700148E+05	9,7680201E+05
	l_6	-7,8692260E+04	6,8913789E+05	-2,3714979E+06
	l_7	1,1160233E+05	-9,6780154E+05	3,3961690E+06
	l_8	-8,5997254E+04	7,3803955E+05	-2,6658251E+06
	l_9	2,7757981E+04	-2,3540461E+05	8,8518275E+05
			Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{c} [–]	
		c_4	c_5	
	l_2	1,9814636E+03	-1,0992065E+03	
	l_3	-4,0132514E+04	2,1411992E+04	
	l_4	3,0932301E+05	-1,6245097E+05	
	l_5	-1,2523560E+06	6,5758944E+05	
	l_6	2,9513395E+06	-1,5680902E+06	
	l_7	-4,0841795E+06	2,2200801E+06	
	l_8	3,0768298E+06	-1,7312868E+06	
	l_9	-9,7090659E+05	5,7344152E+05	

Tab. B.4: Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů d_1, \dots, d_5 pro poměry hloubky díry k průměrům díry v rozmezí $0 \leq h/d_0 \leq 0,5$.

		Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{d} [-]		
		d_1	d_2	d_3
Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů d_1, \dots, d_5 [-]	l_2	-3,9375582E+01	3,7386712E+02	-1,2311932E+03
	l_3	5,1364373E+02	-5,0329998E+03	1,6993187E+04
	l_4	-4,7996836E+03	4,7818731E+04	-1,6466301E+05
	l_5	3,1035252E+04	-3,0657429E+05	1,0548852E+06
	l_6	-1,1813375E+05	1,1528510E+06	-3,9396420E+06
	l_7	2,5290950E+05	-2,4444252E+06	8,2986000E+06
	l_8	-2,8361220E+05	2,7219581E+06	-9,1927374E+06
	l_9	1,2999154E+05	-1,2411968E+06	4,1751082E+06
			Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{d} [-]	
		d_4	d_5	
	l_2	2,0001412E+03	-1,3087968E+03	
	l_3	-2,8995091E+04	2,0389121E+04	
	l_4	2,8427394E+05	-2,0020170E+05	
	l_5	-1,7749534E+06	1,2033739E+06	
	l_6	6,4632471E+06	-4,2363756E+06	
	l_7	-1,3367324E+07	8,5546544E+06	
	l_8	1,4619594E+07	-9,2027498E+06	
	l_9	-6,5799471E+06	4,0940312E+06	

Tab. B.5: Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů e_1, \dots, e_5 pro poměry hloubky díry k průměru díry v rozmezí $0 \leq h/d_0 \leq 0,5$.

		Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{e} [–]		
		e_1	e_2	e_3
Koeficienty polynomu pro stanovení koeficientů e_1, \dots, e_5 [–]	l_2	2,2976358E+02	-2,1136759E+03	6,9732962E+03
	l_3	-4,5039212E+03	4,1260906E+04	-1,3561188E+05
	l_4	3,9927924E+04	-3,6547351E+05	1,1996700E+06
	l_5	-2,0174868E+05	1,8469905E+06	-6,0615934E+06
	l_6	6,1402775E+05	-5,6233869E+06	1,8456210E+07
	l_7	-1,1125800E+06	1,0192879E+07	-3,3457227E+07
	l_8	1,1052104E+06	-1,0128688E+07	3,3251033E+07
	l_9	-4,6329786E+05	4,2471514E+06	-1,3944844E+07
			Koeficienty polynomu kalibrační konstanty \bar{e} [–]	
		e_4	e_5	
	l_2	-1,0187834E+04	5,5962652E+03	
	l_3	1,9639178E+05	-1,0681166E+05	
	l_4	-1,7365773E+06	9,4506711E+05	
	l_5	8,7836472E+06	-4,7908978E+06	
	l_6	-2,6775391E+07	1,4637304E+07	
	l_7	4,8589718E+07	-2,6616553E+07	
	l_8	-4,8335784E+07	2,6524504E+07	
	l_9	2,0287962E+07	-1,1150272E+07	