UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

# DIPLOMOVÁ PRÁCE

Andrea Krupičková Dostálová

Řešení nestandardních úloh v matematice žáky 5. ročníků na ZŠ s různým přístupem ke vzdělávání

Solving non-standard tasks in mathematics by pupils of the 5th grade at primary school with different approaches to education

Olomouc 2021

Vedoucí práce: doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedených zdrojů a literatury.

V Dolních Studénkách dne ……..... Andrea Krupičková Dostálová

## Poděkování

Děkuji doc. PhDr. Radce Dofkové, Ph.D. za odborné vedení diplomové práce, za podnětné rady a připomínky.

Děkuji také řediteli a kolegyním ZŠ Dolní Studénky za pracovní i osobní podporu ve studiu. Dále děkuji ochotným pedagogům Renatě Balejové, Karolíně Bryczové Vaskové, Evě Černé, Ivetě Krůželové, Žanetě Michkové, Zuzaně Nedomové, Marii Novotné, Haně Slané, Janě Slavíkové, Martině Valíčkové a Janě Vopalecké, díky kterým bylo možné tento výzkum uskutečnit.

## Anotace

Diplomová práce s názvem „Řešení nestandardních úloh v matematice žáky 5. ročníků na ZŠ s různým přístupem ke vzdělávání“ je rozdělena na dvě části, část teoretickou a část praktickou. Teoretická část je věnována především základním teoretickým východiskům, tedy pojmu nestandardní úloha a dvěma vybraným přístupům ke vzdělávání – transmisivnímu a konstruktivistickému přístupu. Praktická část obsahuje výzkumné šetření zaměřené na zjištění rozdílů v úspěšnosti řešení nestandardních úloh žáky s různými přístupy ke vzdělávání.

## Klíčová slova

nestandardní úloha, transmisivní přístup, konstruktivistický přístup

## Anotation

The thesis titled "Solving non-standard tasks in mathematics by pupils of the 5th grade at primary school with different approaches to education" is divided into two parts, the theoretical part and the practical part. The theoretical part is devoted primarily to basic theoretical starting points, i.e. the concept of non-standard role and two selected approaches to education – a transmissive approach and a constructivist approach. The practical part contains a research survey aimed at finding differences in the success of solving non-standard tasks by pupils with different approaches to education.

## Key words

non-standard role, transmission approach, constructivist approach

# OBSAH

ÚVOD 8
TEORETICKÁ ČÁST ..... 9
1. Legislativní rámec ..... 9
1.1. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání ..... 9
1.2. Školní vzdělávací program ..... 10
2. Úlohy v matematice ..... 11
2.1. Nestandardní úlohy ..... 12
2.2. Zdroje nestandardních úloh ..... 14
2.2.1. Matematické soutěže a olympiády ..... 14
2.2.2. Další zdroje nestandardních úloh ..... 16
2.2.3. Internetové zdroje, online zdroje ..... 17
2.2.4. Matematický klokan ..... 19
3. Vybrané přístupy ve výuce matematiky ..... 21
3.1. Transmisivní pojetí výuky ..... 22
3.1.1. Role učitele ..... 22
3.1.2. Metody výuky ..... 23
3.1.3. Role žáka ..... 23
3.2. Konstruktivistické pojetí výuky ..... 25
3.2.1. Role učitele ..... 29
3.2.2. Role žáka ..... 29
3.3. Transmisivní a konstruktivistické pojetí – srovnání ..... 31
VÝZKUMNÁ ČÁST ..... 32
4. Cíl ..... 32
5. Výzkumné otázky ..... 32
6. Metodologie ..... 33
6.1. Výběr úloh ..... 33
6.2. Výzkumný vzorek ..... 33
6.3. Testování žáků ..... 34
6.4. Zpracování dotazníků ..... 34
7. Didaktický test ..... 35

7.1. Úloha 1 ..... 35
7.2. Úloha 2 ..... 35
7.3. Úloha 3 ..... 36
7.4. Úloha 4 ..... 36
7.5. Úloha 5 ..... 36
7.6. Úloha 6 ..... 37
8. Vyhodnocení ..... 38
8.1. Analýza řešení Úlohy 1 ..... 39
8.1.1. Řešení Úlohy 1 - tradiční přístup ke vzdělávání ..... 39
8.1.2. Řešení Úlohy 1 – Hejného metoda ..... 40
8.1.3. Komparace řešení ..... 40
8.2. Analýza řešení Úlohy 2 ..... 42
8.2.1. Řešení Úlohy 2 - tradiční přístup ke vzdělávání ..... 42
8.2.2. Řešení Úlohy 2 - Hejného metoda ..... 43
8.2.3. Komparace řešení ..... 44
8.3. Analýza řešení Úlohy 3 ..... 45
8.3.1. Řešení Úlohy 3 - tradiční přístup ke vzdělávání ..... 45
8.3.2. Řešení Úlohy 3 - Hejného metoda ..... 46
8.3.3. Komparace řešení ..... 46
8.4. Analýza řešení Úlohy 4 ..... 48
8.4.1. Řešení Úlohy 4 - tradiční přístup ke vzdělávání ..... 48
8.4.2. Řešení Úlohy 4 – Hejného metoda ..... 49
8.4.3. Komparace řešení ..... 49
8.5. Analýza řešení Úlohy 5 ..... 51
8.5.1. Řešení Úlohy 5 - tradiční přístup ke vzdělávání ..... 51
8.5.2. Řešení Úlohy 5 – Hejného metoda ..... 53
8.5.3. Komparace řešení ..... 54
8.6. Analýza řešení Úlohy 6 ..... 56
8.6.1. Řešení Úlohy 6 - tradiční přístup ke vzdělávání ..... 56
8.6.2. Řešení Úlohy 6 – Hejného metoda ..... 57
8.6.3. Komparace řešení ..... 57
8.7. Shrnutí ..... 59
8.7.1. Celkové shrnutí ..... 60
8.7.2. Doporučení pro praxi ..... 61

ZÁVĚR 62
Literatura ..... 63
Seznam příloh ..... 66
Seznam tabulek ..... 67
Seznam grafů ..... 68

# ÚVOD

V posledních desetiletích se objevují různá pojetí vzdělávání v matematice. V jednotlivých pojetích se liší přístupy k výuce, role učitele, role žáka, motivace ke vzdělávání. Je otázkou, zda má celkové pojetí vzdělávání vliv na matematické znalosti a schopnosti žáků.

Ve vzdělávání v oblasti matematiky existují nejen klasické standardní úlohy, které je možné vyřešit aplikací známého pravidla či postupu, ale také úlohy nestandardní, které ke svému vyřešení potřebují tvořivý a originální přístup řešitele. Je možné, že existují rozdíly v řešeních nestandardních úloh žáky, kteří se vzdělávají různými přístupy?

Hlavním cílem této diplomové práce bylo porovnání řešení nestandardních úloh v matematice žáky 5. ročníků na ZŠ s různým přístupem ke vzdělávání. Pro porovnání byly vybrány dva přístupy nejčastěji realizované v českém školství, tradiční pojetí výuky (s převahou transmisivního přístupu ke vzdělávání) a Hejného metody VOBS, tedy vyučování orientované na budování schémat (vycházející z konstruktivistického pojetí výuky).

Diplomová práce se skládá z teoretické části vycházející z aktuálních zdrojů věnované základním teoretickým východiskům, tedy pojmu nestandardní úloha a výše uvedeným přístupům ke vzdělávání.

Praktická část navazuje na teoretickou část vytvořením didaktického testu s šesti nestandardními úlohami a následným rozborem úspěšnosti řešení v závislosti na přístupu ke vzdělávání. Rozsáhlá analýza řešení didaktických testů zahrnuje nejen správnost (resp. nesprávnost) řešení, ale poskytuje také vhled do nejčastějších chybných postupů a různých forem řešení jednotlivých úloh.

# TEORETICKÁ ČÁST

## 1. Legislativní rámec

Vyučování předmětu Matematika a její aplikace, stejně jako veškeré další vzdělávání a celý školský systém, má oporu v Zákoně č. 561/2004 Sb, školský zákon (a v jeho novelách). Tento zákon určuje dva základní závazné dokumenty pro každou základní školu.

Prvním dokumentem je **Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání** (RVP ZV), který je zpracován Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky v Národním programu pro vzdělávání (Bílá kniha). RVP ZV vymezuje jednotlivé oblasti vzdělávání, obsahy a formy vzdělávání, konkrétní vzdělávací cíle a prostředky nutné k dosažení těchto cílů.

Z Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání potom vychází **Školní vzdělávací program** (ŠVP), který vydává ředitel školy.

### 1.1. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

RVP ZV tvoří obecně závazný rámec pro tvorbu školních vzdělávacích programů základních škol. V České republice byl zaveden zákonem č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon). RVP ZV je kurikulární dokument státní úrovně, učitelům určuje závazné rámce pro výuku a u každého předmětu uvádí očekávané výstupní úrovně znalostí žáků po dokončení jednotlivých studijních etap (3., 5. a 9. ročník) pro každou ze vzdělávacích oblastí.

RVP ZV vymezuje 6 základních druhů **klíčových kompetencí**, tedy souhrnu „*vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti*“. Získání těchto základních klíčových kompetencí je smyslem a cílem celého procesu vzdělávání. „*V etapě základního vzdělávání jsou za klíčové považovány: kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské, kompetence pracovní.*“ (RVP ZV, 2017, s. 10). Tyto kompetence se vzájemně prolínají a doplňují, k jejich získávání by mělo docházet ve všech vzdělávacích oblastech uvedených v RVP ZV.

RVP ZV v charakteristice vzdělávací oblasti **Matematika a její aplikace** uvádí: „*Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena především na aktivních*

*činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích.*“ (RVP ZV 2017, str. 30).

RVP ZV považuje Nestandardní aplikační úlohy a problémy za důležitou součást matematického vzdělávání. Pro tuto diplomovou práci je uvedený tematický okruh důležitým východiskem.

RVP ZV vymezuje očekávané výstupy za 2. období 1. stupně v tematickém okruhu **Nestandardní aplikační úlohy a problémy** takto (RVP ZV 2017, str. 34): „*Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.*“. Nestandardní aplikační úlohy a problémy by se dle RVP ZV měly „*prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání.“,* tedy zejména v učivu: slovní úlohy, číselné a obrázkové řady, magické čtverce a prostorová představivost.

Aktuální RVP ZV byl novelizován v březnu roku 2017. V rámci nové strategie vzdělávací politiky, která cílí mimo jiné i na zvýšení úrovně matematické gramotnosti, rozvoj kritického myšlení a navýšení počtu vyučovacích hodin matematiky, probíhá v současné době revize stávajícího aktuálního dokumentu.

## 1.2. Školní vzdělávací program

Školní vzdělávací program (ŠVP) je pedagogickým dokumentem, který prezentuje vlastní zaměření konkrétní základní školy. ŠVP zahrnuje identifikační údaje školy, charakteristiku školy, učební plány, učební osnovy, hodnocení žáků a autoevaluaci školy, reflektuje zájmy a potřeby žáků, obce, regionu (Šafránková, 2019, str. 100).

Obsah každého ŠVP je uspořádán podle ucelených částí učiva (předmětů), vymezuje cíle jednotlivých oblastí vzdělávání a určuje i časový plán vzdělávání jednotlivých oblastí. Nedílnou součástí ŠVP jsou tzv. **průřezová témata**, která propojují nejen jednotlivé předměty mezi sebou, ale především školní výuku s praktickým životem

# 2. Úlohy v matematice

Učební úlohu vymezuje Kalhous (2009, s. 329) jako „*širokou škálu všech učebních zadání, a to od úkolů vyžadujících pamětní reprodukci poznatků až po úkoly vyžadující tvořivé myšlení*“. Pro tuto diplomovou práci je však takové toto obecné definování pojmu příliš obecné.

Hejný (2004, s. 188) úlohy dělí podle vlastností a postoje řešitele. Prvním typem jsou úlohy jednoduché, nácvikové, na kterých si řešitel procvičí naučené postupy řešení. Druhým typem jsou potom úlohy, které vyžadují od řešitele hlubší zamyšlení, tedy úlohy tvořivé, které lze považovat za výzvy.

Podobně na úlohy nahlíží Kuřina (2011, s. 185), kdy zavádí nejprve širší pojem: „*Úlohou rozumíme obvykle jakoukoli výzvu k činnosti. Matematická úloha vyzývá řešitele k matematické činnosti*.“. Dále potom úlohy dělí podle určení (úlohy kalkulativní, rozhodovací, určovací, konstrukční a důkazové), podle rolí ve vzdělávacím procesu (úlohy motivační, ilustrační, procvičovací, diagnostické a kontrolní) a podle náročnosti řešení. Zde se potom vyskytuje pojem úloha v užším slova smyslu, kdy Kuřina (2011, s. 187) rozlišuje tři typy úloh: cvičení, úlohy (v užším slova smyslu) a problémy. Cvičení, jako nejjednodušší typ úlohy, lze vyřešit použitím známého postupu, algoritmu. K vyřešení úlohy je obvykle nutné použít kombinaci postupů, algoritmů. Problémové úlohy ale pro své úspěšné řešení vyžadují originální přístup, žák musí vynaložit tvořivé úsilí. Sám autor (Kuřina, 2011, s. 187) ale předkládá tvrzení, že toto rozlišení není klasifikací úloh, neboť: „*Úloha, kterou jeden student vyřeší na základě známého algoritmu nebo známé teorie, může u jiného studenta vyžadovat tvořivé úsilí*.“.

## 2.1. Nestandardní úlohy

Definování pojmu nestandardní úloha je velmi náročné. RVP ZV vymezuje tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy velmi vágně, přesný pojem nezavádí, pouze poukazuje na to, že jsou tyto úlohy součástí konkrétního učiva (viz podkapitola 1.1.).

Pokud bychom se přidrželi rozlišení úloh dle Kuřiny (2011, s. 187), potom nejlépe odpovídají definici nestandardnosti problémové úlohy, tedy ty, které vyžadují při řešení od žáků jistou tvořivost a originalitu postupu řešení.

Stejný postoj lze vyčíst i ze zahraničních zdrojů (National Research Council 2001, str. 126). Rutinní (standardní) úlohy žáci řeší na základě minulých zkušeností, znají správnou metodu řešení a jsou schopni ji použít. V kontrastu s tím pro nestandardní úlohy neexistuje jediné správné řešení, žáci musí přemýšlet, potřebují vhled, porozumění smyslu zadání a teprve poté jsou schopni úlohu vyřešit.

Pojem (ne)standardnost lze tedy, při uvážení teoretických odborných východisek, považovat za určitou (ne)obvyklost řešení.

Lišková, Rezek in Fuchs, Zelendová (2015, str. 107 – 119) definují nestandardní úlohy takto: „*Nestandardními úlohami a problémy na prvním stupni základní školy nerozumíme úlohy složité, ale takové, které jsou pro žáky neobvyklé (jak zadáním, tak způsobem řešení) a jsou vhodné i pro badatelské aktivity*.“ Autoři nadále předkládají konkrétní příklady nestandardních úloh včetně žákovských řešení a metodických komentářů.

Lišková a Rezek konkretizují v návaznosti na očekávané výstupy dle RVP ZV a v návaznosti na Standardy pro ZV v oboru Matematiky a její aplikace tzv. **indikátory**, tedy přesně definované činnosti, které by měl žák daného konkrétního ročníku zvládnout:

*1. Žák vyhledá v textu jednoduché úlohy potřebné údaje a vztahy.*

*2. Žák volí vhodné postupy pro řešení jednoduché úlohy.*

*3. Žák vyhodnotí výsledek úlohy.*

Autoři uvádějí různé příklady úloh v návaznosti na doporučené učivo z RVP ZV – slovní úlohy, číselné a obrázkové řady, magické čtverce a úlohy na prostorovou představivost při dodržení obtížnosti A) minimální, B) optimální a C) excelentní pro každou z uvedených úloh.

Babáková (2007, str. 26) oproti tomu předkládá vlastní klasifikaci nestandardních úloh, kdy uvádí základní tři typy úloh:

- slovní úlohy,
- úlohy řešené na základě objevení a uplatnění číselných vztahů,
- úlohy rozvíjející geometrickou představivost.

I tato klasifikace vychází z RVP ZV, nicméně shrnuje číselné a obrázkové řady a magické čtverce do jednoho typu úloh, tedy do úloh řešených objevením a uplatněním číselného vztahu.

Z této zjednodušené klasifikace vychází praktická část této diplomové práce – výběr nestandardních úloh a tvorba didaktického testu.

## 2.2. Zdroje nestandardních úloh

S nestandardními úlohami se nejčastěji setkávají žáci na různých soutěžích, olympiádách, případně v hodinách matematiky při řešení úloh navíc, pro rychlé či nadané. Vzhledem k tomu, že jsou nestandardní úlohy přímo zakotveny v RVP ZV, nacházíme je nyní také v učebnicích, často ale jako dobrovolné doplňující úlohy s hvězdičkou či vykřičníkem.

Je na přístupu každého učitele, zda je ochoten využít mnoha zdrojů nestandardních úloh, či zda se u svých žáků spokojí s řešením úloh uvedených v učebnici a pracovním sešitě.

Následující výčet zdrojů reflektuje různé možnosti přístupu k nestandardním úlohám a zejména možnosti žáků si tyto úlohy vyzkoušet. Tento výčet rozhodně není úplný, jistě je možné nalézt i další zdroje nestandardních úloh, cílem této diplomové práce není zkompletovat úplný seznam všech zdrojů nestandardních úloh.

### 2.2.1. Matematické soutěže a olympiády

**Matematická olympiáda**[1] (MO) je nejstarší z matematických soutěží v České republice, první ročník byl zahájen v roce 1951, od té doby je pořádána každý školní rok. Cílem je: „*napomáhat vyhledávání talentovaných žáků a systematicky podporovat a rozvíjet jejich odborný růst*“ (Organizační řád MO).

Olympiádu vyhlašuje Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy, na uskutečnění a zajištění se podílí Jednota českých matematiků a fyziků a Matematický ústav Akademie věd ČR. Pojetí MO je v souladu s Mezinárodní matematickou olympiádou[2].

Zúčastnit se mohou v kategorii Z5 žáci 5. ročníků základních škol, následně potom žáci každého dalšího ročníku ZŠ (a žáci odpovídajících ročníků víceletých gymnázií), žáci 1. a 2. ročníku SŠ a poté žáci 3. a 4. ročníku SŠ v jedné kategorii A. Soutěž pro žáky pátých ročníků probíhá ve dvou soutěžních kolech – školním a okresním. Vzhledem k náročnosti soutěže se obvykle účastní pouze talentovaní žáci, kteří projevují o matematiku zájem.

**Pythagoriáda**[3] taktéž soutěž se dvěma soutěžními koly - školním a okresním, nicméně je zaměřena pouze na žáky základních škol. Je zacílena na žáky 5. – 8. ročníků

---

[1] Dostupné z: http://www.matematickaolympiada.cz/

[2] Dostupné z: https://www.imo-official.org/default.aspx

[3] Dostupné z: https://www.talentovani.cz/souteze/pythagoriada

(a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií). Cílem soutěže je „*zvýšit zájem o matematiku u co nejširšího počtu žáků*“, zúčastnit se tedy mohou celé třídy, nikoliv jen žáci s matematickým talentem.

**Pangea**[4] soutěž poprvé proběhla v roce 2013 a nabízí možnost zúčastnit se soutěže žákům 4. až 9. ročníků základní školy (a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií). Zajímavostí je, že k řešení předkládá tematické úlohy ze společenskovědních a přírodovědných oborů, např. z architektury, medicíny, sportu, dopravy, stravování, vědy, výtvarného umění. Probíhá ve dvou kolech – školním a finálovém kole. Úlohy z předchozích ročníků jsou uveřejněny na webových stránkách soutěže.

**Logická olympiáda**[5] je soutěž pořádaná Mensou České republiky. Jejím obsahem jsou logické úlohy, jejichž řešení „*vyžaduje samostatný a kreativní přístup*“. Nejedná se o matematickou olympiádu, nicméně ve výčtu zdrojů nestandardních úloh má díky svým logickým úlohám své opodstatněné místo.

Soutěž je vyhlášena v kategoriích MŠ (mateřské školy), A1 (žáci 1. ročníku ZŠ), A2 (žáci 2. ročníku ZŠ), A (žáci 3. – 5. ročníku), B (žáci 6. – 9. ročníku) a C (studenti SŠ). Pro kategorie MŠ, A1 a A2 probíhá pouze jedno kolo soutěže, pro ostatní kategorie potom kola tři: základní, krajské a finále.

Úlohy z minulých let nejsou zveřejňovány, nicméně na stránkách soutěže jsou uvedeny ukázky zadávaných úloh.

**Místní, oblastní matematické soutěže** jsou pořádány jednotlivými školami, spolky, společnostmi. Za zmínku stojí korespondenční soutěž Matýsek[6], Pikomat[7], Soutěž PLUS[8], MASO - internetová MAtematická SOutěž pro žáky 5. tříd[9] případně Matematické putování[10].

---

[4] Dostupné z: https://www.pangeasoutez.cz/

[5] Dostupné z: https://www.logickaolympiada.cz/

[6] Dostupné z: https://www.vospspgs.cz/matematicky-korespondencni-seminar-matysek

[7] Dostupné z: https://pikomat.mff.cuni.cz/

[8] Dostupné z: https://2zskolin.cz/soutez_plus/soutez-plus/

[9] Dostupné z: https://zkousky-nanecisto.cz/5trida/maso-matematicka-soutez

[10] Dostupné z: http://mdisk.pedf.cuni.cz/Putovani/

Každý organizátor vyzdvihuje důležitost, originalitu a přínos své konkrétní matematické či logické soutěže. Všechny matematické soutěže a olympiády přinášejí žákům nový impuls a náhled na (nejen) školní matematiku, pomáhají matematiku popularizovat a snad i zvyšovat její prestiž a důležitost.

### 2.2.2. Další zdroje nestandardních úloh

V návaznosti na předchozí kapitolu je nutné zmínit sborníky nestandardních úloh z matematických soutěží. Ucelené Sborníky úloh dle jednotlivých let (od roku 2004) jsou k dispozici u soutěže Matematický klokan. Stejně tak je možné nahlédnout do zadání úloh v soutěži Matematická olympiáda (od roku 1999) a Pythagoriáda (2017-2019).

V doplňkovém materiálu RVP ZV (2017) **Standardy pro základní vzdělávání** jsou uvedeny vzorové úlohy (úlohy pro 5. a 9 ročník) ke každému z okruhů oblasti Matematika a její aplikace. **Metodické komentáře** potom tyto úlohy analyzují a doplňují o žákovská řešení.

Obsáhlou publikací i s metodickými komentáři je **Rozvíjíme matematické nadání náměty pro 1. stupeň základní školy** (Zelendová, 2017). Publikace obsahuje nejen teoretický rámec (Identifikace nadaných žáků, Edukační potřeby nadaných žáků, Učitel jako spolutvůrce obohacujícího kurikula), ale zejména konkrétní nestandardní úlohy včetně žákovských řešení a metodických komentářů. Publikace navíc odkazuje na mnohé další zdroje nestandardních úloh.

Velmi přínosnou publikací k tématu nestandardních úloh je **Matematika pro bystré a nadané žáky: úlohy pro žáky 1. stupně ZŠ, jejich rodiče a učitele** (Budínová, Blažková, Vaňurová, Drunová, 2016). Publikace je velmi prakticky zaměřená, obsahuje velké množství nestandardních úloh, které autorky dělí podle typu i odpovídajícího ročníku žáka – řešitele.

Rozšiřujícím pracovním materiálem na prvním stupni ZŠ je také řada pracovních sešitů nakladatelství Didaktis Koumák, např. **Koumák pro páťáky: rozšiřující pracovní sešit pro všechny páťáky, kteří chtějí víc vědět a přemýšlet ještě víc...** (Brlicová, Cohorna, Jirčíková, 2018). Pracovní sešity jsou vhodným doplňkem nejen pro nadané, bystré či rychlé žáky, ale rozvíjí i intaktní žáky.

Vzhledem k zařazení nestandardních úloh do RVP ZV (2017) musí na tuto skutečnost samozřejmě reagovat i autoři **učebnic**. Částečné shrnutí přinesla Marika Stanisavljevičová (2013) ve své diplomové práci Nestandardní aplikační úlohy v matematice. Dochází k závěrům, že se nestandardní úlohy v učebnicích nakladatelství Fortuna, Scientia i SPN

se objevují velmi sporadicky (zvláště oproti učebnicím pro nižší ročníky). Je škoda, že autorka neuvedla porovnání i s dalšími nakladatelstvími jako Prodos, Alter, Didaktis, Fraus či H-mat. Vyhodnocení zastoupení nestandardních úloh v učebnicích není předmětem této práce, je tedy důležité zmínit, že se tyto úlohy (dle RVP ZV) v učebnicích vyskytují (často jako doplňující úlohy s hvězdičkou apod.).

Celkově při vyhledávání zdrojů nestandardních úloh je možné najít mnoho **diplomových prací** věnujících se tomuto tématu. Již zmíněná Stanisavljevičová (2013) shrnula výskyt nestandardních úloh v učebnicích 1. stupně ZŠ. Diplomové práce Horkela (2005) a Babákové (2007) se věnují klasifikaci nestandardních úloh a obě přináší rozsáhlé sbírky úloh. Kadlečková (2020) taktéž shrnuje klasifikace nestandardních úloh, věnuje se žákovským řešitelským strategiím a popisu různých matematických soutěží. Autorka v praktické části vytvořila sady nestandardních matematických úloh pro žáky na přelomu prvního a druhého vzdělávacího období 1. stupně ZŠ. Každá vytvořená sada obsahuje jednu základní úlohu a k ní další rozšiřující otázky a úkoly. Obdobně Kostihová (2016) předkládá klasifikaci nestandardních úloh a soutěží a v praktické části sestavuje vlastní sbírku nestandardních úloh. Sebrané nestandardní úlohy z diplomových prací mohou být učitelům na prvním stupni velkou pomocí při zahrnování těchto úloh do výuky matematiky. Nestandardním slovním úlohám a zejména žákovským řešením těchto úloh se věnuje i Surá (2020).

### 2.2.3. Internetové zdroje, online zdroje

Mnoho nestandardních úloh lze nalézt na internetu ve formě metodických materiálů, sbírek, pracovních listů, her či úloh. Většina z těchto úloh je popsána jako úlohy pro nadané, nicméně mnoho z nich se dá využít i v hodinách matematiky pro všechny žáky, nikoliv jen pro vybranou skupinu nadaných.

Na metodickém portálu RVP.cz[11] je ke stažení velmi komplexní sbírka **Nestandardní aplikační úlohy a problémy pro 1. stupeň ZŠ** členěná podle typů úloh do deseti tematických celků. V závěru této sbírky autoři zařazují 9 listů úloh v anglickém jazyce, které jsou vybrány ze starších kanadských učebnic Think! (Přemýšlej!).

---

[11] Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/c/ZVB/3002/NETRADICNI-ULOHY-VE-VYUCE-MATEMATIKY.html/

Na webovém portálu **matika.in**[12] lze nalézt (nejen) nestandardní úlohy roztříděné podle ročníků a typů úloh. Žáci při řešení ihned vidí správné řešení, pro učitele je možnost založit si třídu, zadávat žákům úlohy a zkontrolovat četnost správných či nesprávných odpovědí.

Podobně na webovém portálu **umimematiku.cz**[13] lze z roztříděných nabízených úloh podle typu i náročnosti vybrat ty, které se hodí pro tu konkrétní třídu či žáka. Nevýhodou je omezení počtu příkladů na den, neomezený přístup je nutné zakoupit.

Webový portál **Škola s nadhledem nabízí**[14] velké množství interaktivních cvičení. Cvičení jsou velmi pěkně graficky zpracována, jsou lákavá, motivují k aktivitě, nabízí okamžitou zpětnou vazbu.

Přehledu internetových zdrojů se věnuje i **Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy**, které vytvořilo rozcestník s hashtagem **#NaDálku**[15]. Slouží jako podpora distanční online výuky pedagogům, rodičům i žákům, nabízí seznam možností, které lze nejen v matematice a nejen u nestandardních úloh využít.

Nestandardním úlohám se věnuje webový portál **talentovani.cz**[16] jak ve zmíněné soutěži Pythagoriáda, tak i v dalších materiálech a odkazech uveřejněných na stránkách. Za zmínku stojí minimálně **Metodická příručka a pracovní karty pro nadané žáky 1. stupně,** která předkládá soubor pracovních karet a metodické pokyny k práci s nimi. Tento inspirující materiál lze využít jako pomoc při práci s nadanými žáky, jako oživení hodin matematiky a v neposlední řadě k naplnění a získávání očekávaných výstupů žáků dle RVP ZV (2017).

Organizace **Mensa ČR**[17] vytvořila webové stránky jako podporu pedagogům a rodičům nadaných dětí. Na stránkách shrnuje odkazy na pracovní listy, pracovní sešity, sbírky i on-line úložiště úloh. Vzhledem k zaměření pro nadané děti je většina odkazovaných úloh nestandardní.

---

[12] Dostupné z: www.matika.in

[13] Dostupné z: www.umimematiku.cz

[14] Dostupné z: https://www.skolasnadhledem.cz/

[15] Dostupné z: https://nadalku.msmt.cz/cs/vzdelavaci-zdroje/matematika

[16] Dostupné z: https://www.talentovani.cz/system-podpory-nadani/metodicke-materialy

[17] Dostupné z: https://deti.mensa.cz/

Jako podpora spíše pro pedagogy lze nalézt mnoho odkazů na aktivity a hry v anglickém jazyku – např. Education.com[18] případně Mathsnacks[19] (Matematické občerstvení). Bohužel těmto zdrojům se žáci kvůli jazykové bariéře spíše vyhýbají, nicméně jazyk matematiky je všude stejný, tedy použití zahraničních zdrojů je pro žáky přínosem.

### 2.2.4. Matematický klokan

**Matematický klokan**[20] je mezinárodně koordinovaná matematická soutěž určená pro žáky základních a středních škol. Soutěž vznikla na počátku 80. let z podnětu australského matematika Petera O´Hallorana (Nováková, 2016). První ročník se konal v Evropě v roce 1991 ve Francii, soutěž se poté rozšířila do více než 60 zemí světa. V České republice se Matematický klokan koná od roku 1995. Pořadatelem je Jednota českých matematiků a fyziků ve spolupráci s Katedrou matematiky PdF UP a Katedrou algebry a geometrie PřF UP v Olomouci.

Soutěž je rozdělena do 6 kategorií - Cvrček (2. - 3. ročník ZŠ), Klokánek (4. - 5. ročník ZŠ), Benjamín (6. - 7. ročník ZŠ), Kadet (8. - 9. ročník ZŠ), Junior (1. - 2. ročník SŠ) a Student (3. - 4. ročník SŠ). Účastníci řeší test s uzavřenými úlohami, tedy si mohou vybrat z nabídky odpovědí. Za správnou odpověď získávají body (úlohy jsou seřazeny podle obtížnosti, žáci získávají tedy 3, 4 nebo 5 podle obtížnosti úlohy), za chybnou odpověď se strhává jeden bod. Aby se žáci nedostali do záporného hodnocení, na počátku mají takový počet bodů, jaký je počet úloh v testu.

Soutěž Matematický klokan se od ostatních matematických soutěží odlišuje ve třech zásadních bodech (Nováková, 2016, str. 60, 61):

- Celkové zaměření a smysl soutěže je rozvoj zájmu žáků o matematiku, rozvoj pozitivního vztahu k matematice jako školnímu předmětu, prožití úspěchu.
- Cílovou skupinou nejsou pouze talentovaní, ale předpokládá se i účast žáků s průměrnými či podprůměrnými výsledky. Umožňuje žákům porovnat se se svými vrstevníky v celostátním či mezinárodním měřítku (všichni řeší stejné úlohy).

---

[18] Dostupné z: https://www.education.com/

[19] Dostupné z: https://www.mathsnack.com/

[20] Dostupné z: https://matematickyklokan.net/

- Soutěžní úlohy jsou nestandardní kontextové (slovní) úlohy, kdy je žákům otevřena cesta k experimentování, zkoumání, tvořivému postupu.

Žáci, připravující se na účast v této soutěži, si mohou díky zveřejněným online sborníkům z minulých let vyzkoušet řešení úloh ze všech kategorií.

Matematický klokan svým zaměřením spadá do kapitoly 1.3.1 Matematické soutěže a olympiády, nicméně pro tuto diplomovou práci je tato soutěž a zejména nestandardní úlohy z ní stěžejní, proto je uveden v samostatné podkapitole.

# 3. Vybrané přístupy ve výuce matematiky

V současném školství se díky jednotlivým školním vzdělávacím programům (ŠVP) mohou rozvíjet různé přístupy k **výuce**, tedy k „*hlavní formě výchovně vzdělávací činnosti, při níž učitel a žáci vstupují do určitých vztahů a jejímž cílem je dosahování stanovených cílů*“ (Maňák, 2003, str. 98). Nejen v matematice je možné se setkat s tradičním, transmisivním přístupem, kdy je základním cílem výuky získávání (předávání) znalostí, zapamatování faktů. Existují i novější přístupy zaměřené na získávání, zpracování a kritické posuzování informací, výuka orientovaná badatelsky, případně konstruování poznatků na základě informací získaných z různých zdrojů – konstruktivistické pojetí výuky.

Jednotlivé přístupy lze popsat v ŠVP, podpořit je odpovídajícími materiály, nicméně nejdůležitější je přístup učitele. Každý pedagog přistupuje k výuce i v rámci jednoho směru odlišným způsobem, má svou vlastní **výukovou metodu**, resp. „*koordinovaný systém činnosti učitele a učební aktivity žáků zaměřený na dosahování stanovených výchovně vzdělávacích cílů*“ (Maňák, 2003, str. 98).

Pro účely této diplomové práce jsou níže rozebrána teoretická východiska dvou nejčastějších přístupů výuce – tradiční, transmisivní způsob výuky a konstruktivistický způsob výuky včetně metody VOBS (vyučování orientované na budování schémat). Tato dvě pojetí bývají často označována za protichůdná.

## 3.1. Transmisivní pojetí výuky

„*Transmisivní model se soustřeďuje na zprávu, kterou připraví a předá učitel.*“ (Kalhous, 2009, str. 167) je jedno z nejvýstižnějších shrnutí principu transmisivního pojetí výuky. Již samotný název tohoto způsobu výuky vychází ze základní myšlenky, kdy **transmise** znamená **přenos**, tedy předání.

Transmisivní pojetí výuky je nejstarší formou výuky, která je známá. Hlavní princip spočívá v tom, že učitel jako nositel znalostí, předává hotové poznatky a informace žákům, kteří si vytváří zápisky a snaží se předávaná fakta zapamatovat. Vyučovací hodiny mají většinou podobný průběh – na začátku hodiny opakování z minulé hodiny, výklad nové látky učitelem, následuje zápis do sešitu opis z tabule, učebnice či diktování), procvičování látky, ukončení hodiny. Tempo výuky je soustředěno především na průměrné žáky, ti slabší často nestíhají a selhávají, nadaní se naopak nudí, nedostávají příležitost k rozvoji svých schopností. Z tohoto důvodu nemusí dojít k rozpoznání talentovaných žáků, protože bez správné motivace splynou s žáky průměrnými.

Přestože se v současné době hojně objevuje kritika uvedeného pojetí výuky, stále má svůj velký význam, neboť „*pomocí tradiční výuky má žák látku utříděnou v uceleném systému*“ (Zormanová, 2012, str. 10). Podle Maňáka (Maňák, Švec, 2003, str. 135) patří mezi klady frontální výuky zejména systematičnost, časová ekonomičnost a snadná kontrola chování a práce žáků.

Transmisivní výuka má samozřejmě i dnes své opodstatnění, např. při výuce jazyků, abstraktního učiva či těžko pochopitelného učiva (Zormanová, 2012).

### 3.1.1. Role učitele

Okoň (1966, str. 10) uvádí základní znak tradičního (transmisivního) pojetí výuky: „*učitel soustřeďuje svou pozornost na učební osnovy, na obsah veškerého vyučování, a ne na žáka a na jeho způsob zvládání učiva*“. Pedagog se snaží žákovi pomoci při řešení typových úloh, ukazuje mu nejen postup řešení, ale také tipy na urychlení či zjednodušení řešení úlohy. Pomáhá žákovi se zapamatováním vzorců a postupů řešení, návodů a schémat, jako nejlehčí a nejrychlejší cestu poznání (Hejný, Novotná, Vondrová, 2004, str. 19). Kalhous a Obst (2009, str. 49) přirovnávají transmisivní vyučování „*k přidávání zboží (znalostí) do skladu (žákovy mysli), kde příliš nezáleží, co už je v sousedních odděleních skladiště*“.

Pedagog v tomto pojetí výuky stanovuje průběh hodiny, probíraná témata, rozděluje učební látku do menších tematických celků (často podle členění v učebnici a pracovním sešitu), zkouší znalosti žáků. Pedagog na začátku hodiny opakuje, případně zkouší znalosti žáků, následuje výklad nového učiva, zápis. Následuje upevňování učiva, kontrola zvládnutí požadovaných znalostí a dovedností, hodnocení úrovně zvládnutí požadovaného učiva, známkování, převedení probraného učiva do kategorie „staré učivo“ a příprava „nového učiva“ (Kolář, Šikulová, 2007).

### 3.1.2. Metody výuky

V transmisivním způsobu výuky je nejčastěji využívána tzv. frontální výuka založená na dominantním postavení učitele, který řídí a usměrňuje společnou práci žáků. Hlavním cílem je, aby si žáci osvojili co nejvíce poznatků (Maňák, Švec, 2003, str. 133).

Pedagog při vyučování používá velmi často metody slovní (vyprávění, přednáška, vysvětlování), metody názorně demonstrační (instruktáž, předvádění), společně s metodami dovednostně praktickými (napodobování). Ve výuce matematiky tedy učitel předkládá žákům (uvedenými metodami) za pomoci frontálního způsobu výuky konkrétní postup řešení úlohy.

### 3.1.3. Role žáka

Základní rolí žáka v transmisivním pojetí výuky je naučení, osvojení a zautomatizování si předložených faktů a postupů (řešení úloh). Podle Okońa (1996, str. 10) se „*děti učí hotovým vědomostem jednak od učitele, jednak z učebnicových textů*,“, tedy transmise může přicházet z různých zdrojů. Podobně potom navazují Kalhoust a Obst (2009, str. 49), že žáci jsou v tomto pojetí „*odsouzení do pasivní role příjemců*“.

Odkazy na žákovu pasivitu nacházíme i v dalších odborných publikacích, např. Hejný, Novotná, Vondrová (2004, str. 19) taktéž vidí žáka pouze jako pasivního příjemce a ukladatele vědomostí do paměti.

Hejný a Kuřina (2015, str. 193) poukazují na zajímavou paradoxní situaci, která může při tomto pojetí výuky nastat: „*Žák umí řešit úlohu, aniž by jí rozuměl. Řeší ji na základě nápodoby, analogie, vzoru, signálu.*“.

Kolář a Šikulová (2007) přehledně a podrobně vymezují činnosti žáka. Žák v tomto pojetí výuky neví, případně jen tuší, co bude náplní hodiny. Téma hodiny se dozví od učitele společně s odkazem na stránky v učebnici, které se tomuto tématu věnují. Žák prokazuje své znalosti (zapamatované) z předchozích hodin, tzv. „staré učivo“, vnímá výklad učitele,

ze kterého si dělá poznámky či zápis do sešitu. Následně prokazuje pochopení a porozumění novému učivu, reprodukuje poznané, aplikuje naučené postupy na upravená zadání. Zjistí informaci o udělené známce, občas i bez zpětné vazby, jak odstranit nedostatky. Učivo přesouvá do kategorie „staré učivo“, kterému není potřeba se nadále věnovat.

Pro toto pojetí výuky je dle výše uvedeného typická velmi omezená role žáka. Žák se přizpůsobuje vedení pedagoga, nemá představu o průběhu hodiny, reaguje na pokyny, prokazuje zvládnutí učiva a (v matematice) znalost postupů řešení úloh, aplikace na obdobně zadané úlohy či nepříliš upravené situace.

## 3.2. Konstruktivistické pojetí výuky

Průcha (2009) vymezuje konstruktivismus jako „*proud teorií zdůrazňující aktivní úlohu subjektu v poznávání světa, význam jeho vnitřních předpokladů v pedagogických a psychologických procesech, důležitost jeho interakce s prostředím a společností*“. Vystihuje tím nejdůležitější princip konstruktivistického pojetí výuky, ve kterém se nejedná o prostý přenos a pasivní příjem informací žákem (vysílaných pedagogem), ale zejména aktivní činnost žáka. V tomto pojetí výuky je to žák, který je aktivní účastník ve výuce, je přímým účastníkem záměrného procesu učení.

Výuka je zaměřena na konstruování nových poznatků tím, že žák aktivně porovnává své původní představy (prekoncepty) s novými informacemi získanými z různých zdrojů (Maňák, Švec, 2003).

Smyslem výuky tedy není předání informace, jediné pravdy, ale spíše se projevuje snaha vybavit žáky schopností se zorientovat v množství informací a poznatků, utřídit je a využít správným způsobem. Výuka je orientována na žáka, na jeho individualitu, na jeho aktivitu v procesu poznání a učení.

**Desatero didaktického konstruktivismu**

Přehledně shrnují principy konstruktivistického přístupu Hejný a Kuřina (2001, str. 194-195):

1. *Aktivita* – autoři matematiku nechápou jen jako shrnutí nebo soubor matematických postupů, definic, vzorců, postupů nebo řešení, ale jako vlastní lidskou činnost, tedy aktivitu.
2. *Řešení úloh* – základní součástí matematické aktivity není opakování a reprodukce viděného, slyšeného, naučeného, ale hlavně a zejména hledání a nalézání souvislostí, na jejichž základě lze dojít k řešení úloh a problémů. Tato aktivita jako proces není vázána jen na matematiku jako předmět, lze ji využít i v dalších předmětech, či v jakékoliv oblasti lidského učení a poznávání.
3. *Konstrukce poznatků* – autoři striktně rozlišují pojmy poznatek a informace. Informace je fakt, který je přenosný, sdělitelný, možný vyčíst z různých zdrojů. Naopak poznatky, jako individuální konstrukty, jsou výsledkem aktivního myšlení člověka, tedy nepřenosné.
4. *Zkušenosti* – konstruovat, tedy vytvářet si vlastní poznatky lze pouze na základě informací a za využití vlastní zkušenosti. Zkušenosti žáci nezískávají pouze ve škole

(vlastní činností, hledáním řešení, …), ale přichází s určitými zkušenostmi již z rodiny, ze svého života.

5. *Podnětné prostředí* – základním důležitým předpokladem pro rozvoj (nejen) matematického vzdělání je prostředí, ve kterém žák nachází podněty pro svou činnost, aktivitu. K tomuto aktivizujícímu prostředí patří i pozitivní tvořivá atmosféra ve třídě, mezi spolužáky.
6. *Interakce* – vzájemné působení, ovlivňování, debaty, diskuze, argumentace, hledání a předkládání důkazů o svém tvrzení napomáhá vlastnímu sestavení neboli konstrukci poznatků. Z tohoto důvodu je evidentní důležitost vzájemné interakce nejen mezi žákem a učitelem, ale zejména mezi žáky.
7. *Reprezentace a strukturování* – získané informace při použití a vytváření vlastních poznatků je třeba utřídit, prozkoumat, prohlédnout, seřadit.
8. *Komunikace* – v matematice při konstruktivistickém vyučování si nevystačíme s matematickou symbolikou. Je třeba ji propojit s vlastním vyjadřováním, přijímáním a chápáním myšlenek, pojmů. Z tohoto důvodu je pro rozvoj matematických dovedností velmi důležitá komunikace.
9. *Vzdělávací proces* – do vzdělávacího procesu nepatří pouze matematické řemeslo jako zvládnutí a použití pravidel a postupů řešení, ale stejně důležitou roli hraje i porozumění a vlastní aplikace matematiky. Zásadní význam má uvědomění si souvislostí, vytváření představ, pochopení a vytváření pojmů.
10. *Formální poznání* - za formální poznání lze považovat zejména předávání informací případně návodů a postupů. Nejedná se o vlastní poznání, pouze o zapamatování, uložení do paměti, kdy je možné následně „poznané“ reprodukovat, často ale dochází k rychlému zapomínání.

V tomto desateru je přehledně shrnut princip pedagogického konstruktivismu s ohledem na učitele, žáka, motivaci, prostředí, vlastní proces vzdělávání.

**Hejného metoda**

V České republice jsou nejznámějšími propagátory konstruktivistického pojetí výuky didaktici matematiky Milan Hejný a František Kuřina. Profesor Milan Hejný ve své metodě výuky orientované na budování schémat vymezuje následující klíčové principy, které popisují podstatu nejen jeho systému výuky, ale ve své podstatě i konstruktivismu.

**12 klíčových principů Hejného metody** [21]:

*1. Budování schémat - Dítě ví i to, co jsme ho neučili.*

Schéma (nejen matematické) je soubor, souhrn znalostí, které jsou vzájemně propojeny a týkají se konkrétního známého prostředí. Podstatou Hejného metody je podpora a budování schémat v matematice – ať už se jedná o pojmy, procesy, situace. Cílem je samostatný vlastní poznávací proces žáka.

*2. Práce v prostředích - Učíme se opakovanou návštěvou.*

Každé dítě má jiný styl učení, jeho mysl funguje originálním způsobem. Jednotlivá prostředí a jejich náměty vycházející ze zkušenosti podporují motivaci najít si svoji vlastní cestu, pochopit souvislosti, porozumět.

*3. Prolínání témat - Matematické zákonitosti neizolujeme.*

Při matematickém poznávání nejsou jednotlivé zákonitosti vyučovány jednotlivě, ale v logických souvislostech. Různé činnosti, shrnutí jednotlivých dílčích poznatků z různých známých prostředí, podporují porozumění procesům a řešitelským strategiím.

*4. Rozvoj osobnosti - Podporujeme samostatné uvažování dětí.*

Žáci jsou vedeni ke konfrontaci svých zkušeností a poznatků se zkušenostmi a poznatky spolužáků. Vede to k porovnávání nejen pochopení obsahu učiva, ale také k rozvoji osobnosti, systému morálních hodnot, věcné kultivované diskuzi, vnímání a pozornosti.

*5. Skutečná motivace - Stavíme na vlastních zážitcích dítěte.*

Klíčovou roli v procesu poznávání hraje motivace. Vnější motivace, spíše stimulace, je nucení k činnosti zvenčí. Potřebu poznávat, vnitřní motivaci, zvídavost má v sobě každé dítě, a právě tuto vnitřní chuť pochopit se učitel snaží u dětí podpořit.

---

[21] Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy

*6. Reálné zkušenosti - Stavíme na vlastních zážitcích dítěte.*

Obecný úsudek si dítě vytvoří na základě vlastní zkušenosti, pochopení situace. Protože se zkušenost nedá převést, nezkracujeme cestu dítěte za poznáním, ale podporujeme jeho vlastní získání zkušenosti.

*7. Radost z matematiky - Výrazně pomáhá při další výuce.*

Při vlastních objevech, kdy převažuje vnitřní motivace, se projevuje radost z činnosti. Důležitá je přiměřená náročnost předkládaných úloh, aby ji žák byl schopen vyřešit, ale zároveň k tomuto řešení musel vynaložit nemalé úsilí. Radost poté spouští motivaci a chuť řešit úlohy další.

*8. Vlastní poznatek - Má větší váhu než ten převzatý.*

Matematiku žák objevuje cestou od vlastní zkušenosti k matematickému pojmu. Díky společnému objevování, diskuzi, vysvětlování se spolužáky, ověření na dalších úlohách rozumí tomu, co v matematice dělá.

*9. Role učitele - Průvodce a moderátor diskusí.*

Učitel v hodinách nic nevysvětluje, pouze organizuje hodinu, řídí diskuze žáků, zadává vhodné úlohy tak, aby všichni pracovali dle svých možností a zkušeností. Snižuje nebo zvyšuje náročnost úloh individuálně podle aktuálních možností jednotlivých žáků.

*10. Práce s chybou - Předcházíme u dětí zbytečnému strachu.*

Chyba je vítaný společník, přirozený jev na cestě učení. Při činnostech neodhalujeme chyby, ale jejich příčiny, úlohou učitele není chybu opravit, ale pomoci žákovi chybu najít a poučit se z ní.

*11. Přiměřené výzvy - Pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně.*

Prioritou v hodinách je odstranit nejen strach, ale také nudu. Díky odstupňovaným úlohám každý žák může zažít úspěch.

*12. Podpora spolupráce - Poznatky se rodí díky diskusi.*

Na základě spolupráce, diskuze, vlastních zkušeností se vytváří vlastní poznatky. Diskuze je důležitou součástí vzdělávání, ať už ve fázi získávání nového poznatku, tak i při ověřování závěrů.

### 3.2.1. Role učitele

Hejný a Kuřina (2015, str. 159) shrnují roli pedagoga takto: „*Základním úkolem učitele je motivovat žáky k aktivitě.*“. Pedagog tedy neřeší úlohy na tabuli a nepředkládá jediný správný postup či řešení, ale motivuje své žáky k aktivitě, činnosti vedoucí k pochopení, řešení a správné interpretaci výsledku.

V konstruktivistickém pojetí výuky není jediným nositelem pravdy či znalosti učitel, naopak, on vybízí žáky ke spolupráci, k předkládání vlastních názorů, ke komunikaci ve skupinách, ke společnému hledání řešení. Učitel bývá spíše moderátorem a řídí diskuzi žáků.

Učitel zde není tím, kdo nejvíce mluví, ale má funkci moderátora a pouze řídí diskuzi žáků, která je na rozdíl od transmisivního přístupu podporována. Tím podněcuje zejména vzájemné učení žáků. Učitel využívá zejména aktivizačních metod výuky, aby žáky motivoval k vlastnímu objevování, k získání touhy vzdělávat se, pochopit, učit se. Jako vhodné metody využívá diskuzi, brainstorming, metody kritického myšlení, problémovou metodu, vrstevnické vyučování nebo kooperativní výuku (Zormanová, 2012, str. 28).

Za velmi důležitý aspekt tohoto pojetí výuky považují Hejný a Kuřina (2015, str. 157) práci s chybou. Chyba není nežádoucí, naopak je brána jako příležitost k vysvětlení a napravení chybného postupu a nalezení správného řešení nejlépe samotnými žáky.

Stehlíková a Cachová (2006, str. 6) stanovují pro učitele tyto základní teze shrnující roli učitele v konstruktivistickém pojetí výuky:

*1. Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání.*

*2. Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy) a vhodně s nimi pracuje.*

*3. Učiteli jde především o žákovu aktivní činnost.*

*4. Učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žákova chápání matematiky a impulz pro další práci.*

*5. Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění spíše než na reprodukci odpovědi.*

### 3.2.2. Role žáka

Konstruktivismus si klade za cíl žáky v hodině přivést k vlastní aktivitě. Při tomto způsobu výuky je to žák, který je aktivním činitelem ve výuce. Žák je přímým účastníkem procesu záměrného učení, využívá svou fantazii, tvůrčí činnost, samostatně myslí, je cílevědomý.

Toto pojetí výuky připravuje žáky pro život, snaží se vštípit žákům, že vzdělávání není činnost odtržená od reality a probíhající pouze ve školním prostředí, ale že je to proces, který nikdy nekončí.

V konstruktivistickém pojetí výuky lze nalézt nejčastěji kombinaci skupinové výuky, práce ve dvojicích a individuální práce žáků, rozvíjí se zejména talent, který bývá mnohdy během transmisivní výuky skryt (Maňák, Švec, 2003).

Žáci se aktivně podílí nejen na vlastním procesu vzdělávání, ale také spolurozhodují o obsahu vzdělávání, při vzájemné spolupráci jsou si žáci partnery (i s učitelem, který je průvodcem vzdělávání), jsou spolutvůrci pravidel chování a jednání ve školní třídě, konstruují si vlastní poznávání svým vlastním způsobem.

## 3.3. Transmisivní a konstruktivistické pojetí – srovnání

Při shrnutí transmisivního a konstruktivistického pojetí v předchozích kapitolách došlo k nutnému zjednodušení pohledů na vlastní principy, učitele i žáka. Toto zjednodušení je podkladem pro vyniknutí rozdílů jednotlivých metod, protože v reálném školním prostředí se často některé principy prolínají – učitel vyučující konstruktivistickým přístupem může občas využít principy transmisivní výuky, stejně tak učitel, který vzdělává žáky transmisivním způsobem, může zařazovat do výuky aktivizační prvky typické spíše pro konstruktivistický přístup.

Přehledné (a opět velmi zjednodušené) porovnání obou přístupů je vidět v následující tabulce (Hejný, 2004, str. 21):

| | *polaritní dipól* | *konstruktivistické vyučování* | *transmisivní vyučování* |
|---|---|---|---|
| *1* | *hodnota poznání* | *kvalita* | *kvantita* |
| *2* | *motivace* | *vnitřní* | *vnější* |
| *3* | *trvanlivost poznání* | *dlouhodobá* | *krátkodobá* |
| *4* | *vztah učitel-žák* | *partnerský* | *submisivní* |
| *5* | *klima* | *důvěry* | *strachu* |
| *6* | *nositel aktivity* | *žák* | *učitel* |
| *7* | *činnost žáka* | *tvořivá* | *imitativní* |
| *8* | *poznatek žáka* | *produktivní* | *reproduktivní* |
| *9* | *nosná otázka* | *CO? a PROČ?* | *JAK?* |

**Tabulka 1 - Porovnání přístupů (Hejný, 2004, str. 21)**

# VÝZKUMNÁ ČÁST

## 4. Cíl

Hlavním cílem této diplomové práce byla komparace řešení nestandardních úloh v matematice žáky 5. ročníků na ZŠ s různým přístupem ke vzdělávání. Na základě vytyčeného cíle byly zadány hlavní výzkumné otázky, které byly východiskem pro zpracování didaktického testu.

## 5. Výzkumné otázky

Pro splnění hlavního cíle této diplomové práce byly formulovány následující výzkumné otázky:

- Výzkumná otázka 1 (dále VO1): Jaká je úspěšnost řešení nestandardních úloh žáky 5. ročníků na ZŠ s tradičním přístupem ke vzdělávání?
- Výzkumná otázka 2 (dále VO2): Jaká je úspěšnost řešení nestandardních úloh žáky 5. ročníků na ZŠ vyučovaných Hejného metodou?
- Výzkumná otázka 3 (dále VO3): Existuje rozdíl v úspěšnosti řešení nestandardních úloh žáky 5. ročníků na ZŠ vzdělávanými tradičním způsobem a Hejného metodou?

První a druhá výzkumná otázka a zejména odpovědi na ně byly základním východiskem pro odpověď na třetí, klíčovou otázku.

Pro účely této diplomové práce byla za tradiční přístup ke vzdělávání považována výuka dle učebnic nakladatelství Alter, Prodos, SPN, Studio 1+1 a Taktik, ve kterých je učivo předkládáno převážně tradičním transmisivním způsobem – vysvětlení hotového principu řešení určitého typu úloh, následuje procvičení. Za vzdělávání dle Hejného metody (vyučování orientované na budování schémat založené na konstruktivistickém přístupu) bylo považováno vyučování dle učebnice nakladatelství Fraus. Je vysoce pravděpodobné, že při aplikování obou přístupů ke vzdělávání učitelé používají myšlenky a postupy i z jiných přístupů. Stěžejním principem výuky je ale vzdělávací přístup a postup vlastního procesu vzdělávání v učebnici a pracovním sešitu.

# 6. Metodologie

Byl vytvořen didaktický test zaměřený na zjištění a porovnání řešení nestandardních úloh v matematice žáky 5. ročníků na ZŠ s různým přístupem ke vzdělávání (Spáčilová, 2009). Jak uvádí Chráska (1999), test byl navržen, hodnocen a zejména interpretován podle určitých, předem stanovených pravidel. Do testu byly zahrnuty nestandardní úlohy z různých oblastí matematiky, následně byl vybrán výzkumný vzorek žáků vyučovaných různými metodami vzdělávání. Poté proběhlo vlastní testování, resp. vyplnění didaktického testu žáky. Na základě vyhodnocení jednotlivých odpovědí s přihlédnutím ke vzdělávací metodě byly vypracovány odpovědi na jednotlivé výzkumné otázky.

## 6.1. Výběr úloh

V testu byly zohledněny různé oblasti matematiky – geometrie, aritmetika, orientace na ploše i v prostoru. Výběr vhodných nestandardních úloh byl důležitým aspektem při tvorbě didaktického testu.

Do souboru testových úloh byly zahrnuty uvolněné úlohy ze soutěže Matematický klokan z let 2014 – 2017, kategorie Klokánek. Úlohy byly vybrány s ohledem na cíle uvedené v RVP ZV, naplňovaly výstupy pro daný ročník a zároveň zohledňovaly uvedené oblasti matematiky.

## 6.2. Výzkumný vzorek

Třídy (resp. žáci a žákyně, dále jen žáci) byly vybrány s ohledem na problematickou epidemiologickou situaci náhodně pomocí prosby ve dvou různě zaměřených učitelských skupinách na sociální síti Facebook (Náměty a inspirace pro 5. třídu, H-mat – učíme Hejného metodou). Při prosbě o kolegiální spolupráci byla předložena žádost o samostatné splnění úloh žáky bez dopomoci rodičů či sourozenců (vytisknutí, vypracování úlohy a následně zaslání jako fotografie či oskenovaného souboru zpět zadávající učitelce).

Didaktický test vyplnilo celkem 177 žáků 5. ročníků ZŠ, z toho 87 chlapců a 90 dívek. Testování se zúčastnilo 43 chlapců a 51 dívek s tradičním přístupem ke vzdělávání (7 tříd s různým počtem žáků, průměrně 13 žáků/třída, celkem 94 žáků) a 44 chlapců a 39 dívek vzdělávaných metodou Hejného (6 tříd s různým počtem žáků, průměrně 14 žáků/třída, celkem 83 žáků).

## 6.3. Testování žáků

Vlastní testování žáků probíhalo v domácím prostředí, neboť byl didaktický test zadán žákům při distanční online výuce třídní učitelkou. Žáci si test sami vytiskli (případně využili pomoci rodičů), vypracovali a následně zaslali emailem zpět třídní učitelce (jako fotografii či sken).

Je pravděpodobné, že některým žákům byla v domácím prostředí podána pomocná ruka rodičů či sourozenců i při vlastním řešení. Předpokladem je, že uvedená výhoda mohla nastat u obou testovaných skupin, tedy v této diplomové práci nebyla tato skutečnost zohledněna.

## 6.4. Zpracování dotazníků

Zpracování dotazníků je vždy závislé na použitém druhu testu. V případě této diplomové práce a použitého didaktického testu s otevřenými odpověďmi bylo využito kvantitativního zpracování dat interpretovaného tabulkami, grafy a textovými popisky (Šafránková, 2019).

# 7. Didaktický test

Didaktický test použitý v této diplomové práci byl navržen, použit a interpretován podle předem vymezených pravidel (Průcha, 2009, str. 52). Cílem bylo systematické zjištění výsledků výuky (úspěšnost řešení), vyhodnocené dle jednotlivých přístupů k výuce.

Úvodní informace v testu sloužily pro identifikaci žáka, zejména jeho pohlaví a zjištění, podle kterého přístupu se učí (učebnice). Pro případné další vyhodnocení byla zařazena otázka obliby předmětu matematiky a známka, jakou měl žák v pololetí. Pokyny k vyplnění byly zadány stručně a jednoduše.

Do vlastního didaktického testu bylo zařazeno šest různých nestandardních úloh ze soutěže Matematický klokan (2014 – 2017). Vlastní zadání těchto úloh nebylo nijak pozměněno. U všech úloh byl původně uveden výběr pěti možných odpovědí, z nichž právě jedna byla správná. Při tvorbě didaktického testu byl ale tento postup změněn, u jednotlivých úloh není nabídka možných odpovědí.

Smyslem odstranění této nabídky odpovědí byl ten, aby v případě nepochopení úlohy žáci nesáhli k jednoduchému řešení a prostému tipování z nabídnutých odpovědí.

Kompletní didaktický test je uveden v Příloze 1.

## 7.1. Úloha 1

Zadání: Když koala Koko nespí, sní 50 gramů listů za hodinu. Včera spala 20 hodin. Kolik gramů listů včera snědla? (úloha z Matematického klokana z roku 2014)

Úloha 1 je inverzně formulovaná slovní úloha. Nejčastější chybou při řešení inverzně formulované úlohy je pokus řešit ji jako standardní, tedy použít hodnoty uvedené v zadání a s nimi počítat ($50 \cdot 20 = 1\,000$, tedy výsledek 1 000 gramů). V této úloze si žáci musí uvědomit, že se ptáme na údaj, který si musí dopočítat – kolik hodin koala nespí (4 hodiny). Správným řešením je tedy 200 g ($4 \cdot 50$).

## 7.2. Úloha 2

Zadání: Část tabulky je polita inkoustem. Které číslo patří do tabulky na místo otazníku, když víme, že součty čísel v tabulce byly správné? (úloha z Matematického klokana z roku 2017)

| + | 11 | 7 | 2 |
|---|---|---|---|
| 6 | 17 | 13 | 8 |
| [redacted] | | ? | 11 |

Úloha 2 je nestandardně zadaná pomocí neúplné tabulky. Žák se

nejprve musí zorientovat v zadání úlohy, aby byl schopen zjistit odpověď na otázku pomocí standardních aritmetických postupů (sčítání). Řešením je nejprve dopočítání „politého“ sčítance před vlastní tabulkou, tedy 2 + 9 = 11, a následně doplnění spodního řádku tabulky součty 20, 16. Možné (složitější) je i řešení doplnění spodního řádku čísly 3, 20, 16, kdy polity "sčítanec“ před tabulkou se přičítá k hornímu řádku 2 + 6 = 8 a poté 8 + 3 = 11, analogicky potom 7 + 6 = 13 a poté 13 + 3 = 16. Problematickým se může stát i nepozorné čtení zadání, kdy je jasně uvedena otázka: „Které číslo patří na místo otazníku?“ – je tedy nutné uvést pouze jedno číslo. Správným řešením je číslo 16.

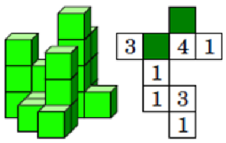
## 7.3. Úloha 3

Zadání: Leoš měl 7 jablek a 2 banány. Dal 2 jablka Janě. Ta mu na oplátku dala několik banánů. Leoš měl potom stejně jablek jako banánů. Kolik banánů dala Jana Leošovi? (úloha z Matematického klokana z roku 2015)

Úloha 3 je slovní úlohou s nutným logickým úsudkem. Pokud se žáci snaží pouze využít zadané hodnoty a s nimi počítat, nemohou dojít ke správnému výsledku. Úlohu lze řešit graficky i početně. Po výměně (7 – 2 = 5) měl Leoš 5 jablek, k původním svým 2 jablkům tedy musel od Jany získat další 3 (2 + 3 = 5). Správné řešení je 5, resp. 5 banánů.

## 7.4. Úloha 4

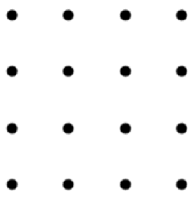
Zadání: Na obrázku je stavba z krychlí a její plánek. Jaký je součet čísel, která patří do vyznačených polí plánku? (úloha z Matematického klokana z roku 2017)



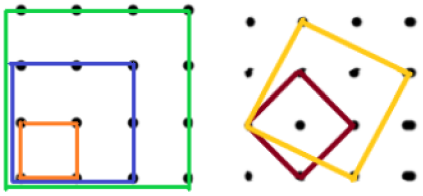

Nestandardní úloha v prostoru (plány staveb, sítě těles). Pro řešení této úlohy je nutná prostorová představivost, aby bylo možné stavbu převést do plánu – tedy do vyznačených polí zapsat čísla 2 a 3. Prostorová představivost je prvním předpokladem správného vyřešení úlohy, druhým předpokladem je pozorné čtení zadání. V otázce je uveden dotaz na součet těchto čísel. Správné řešení je 5.

## 7.5. Úloha 5

Zadání: Na obrázku je vyznačeno 16 bodů. V řádcích a sloupcích jsou od sebe stejně vzdáleny. Maruška kreslí čtverce tak, že všechny vrcholy jsou vyznačené body. Kolik různě velkých čtverců může vytvořit? (úloha z Matematického klokana z roku 2015)



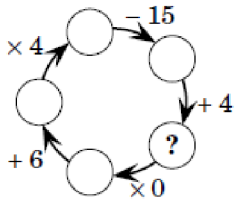
Náročná geometrická úloha, kdy je v obměně čtvercové sítě nutné nalézt 5 čtverců různé velikosti. Nestandardnost úlohy spočívá zejména v nutnosti najít nejen 3 standardní čtverce (malý, střední a velký), ale také další dva, které jsou v uvedeném obrázku otočeny (postaveny na koso na svůj vrchol). Náročnost spočívá také v zadání úlohy, kdy je nutné pozorně číst zadání, resp. otázku. Správné řešení je 5.



**Obrázek 1 - Řešení Úlohy 5**

## 7.6. Úloha 6

Zadání: Které číslo musí být zapsáno do kroužku s otazníkem? (úloha z Matematického klokana z roku 2017)




Nestandardní prvek v Úloze 6 spočívá zejména ve stylu zadání, kdy je úloha zadaná v podobě grafického aritmetického schématu. Při řešení úlohy je nutné najít „počátek“ příkladu – jakékoliv číslo násobené nulou je nula. Nadále už je řešení úlohy jednoduché (0+6=6, 6·4=24, 24-15=9, 9+4=13). Správné řešení je 13.

# 8. Vyhodnocení

Analýza řešení jednotlivých úloh byla rozdělena dle přístupu ke vzdělávání. Nejprve byla vyhodnocena řešení žáků s tradičním přístupem k výuce, následně řešení žáků vzdělávaných Hejného metodou, nakonec byla tato řešení vzájemně porovnána.

Při analýze jednotlivých úloh byly zjištěny počty správných a chybných odpovědí (absolutní i relativní vyjádření).

V řešeních Úlohy 2 a Úlohy 4 byly identifikovány i částečně správné odpovědi. Do této kategorie byly zařazeny odpovědi správně vypočítané, ale chybným způsobem zapsané v odpovědním rámečku. Podmínkou bylo jasné prokázání pochopení úlohy a správné řešení – z postupu řešení, zápisu, náčrtku.

V řešeních Úlohy 5 byly vzhledem k nulovému počtu správných odpovědí podrobněji rozebrány chybné odpovědi.

Toto vyhodnocení testu neodpovídá postupům a vyhodnocením např. přijímacích testů společnosti CERMAT[22] na osmiletá gymnázia, nicméně je tento systém vyhodnocení takto předem zvolen pro přehlednější zhodnocení a naplnění cíle této diplomové práce.

[22] Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/menu/testova-zadani-k-procvicovani

## 8.1. Analýza řešení Úlohy 1

### 8.1.1. Řešení Úlohy 1 - tradiční přístup ke vzdělávání

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 200 | 81 | 86,17 % | správně | 86,17 % |
| 1 200 | 1 | 1,06 % | chybně | 13,83 % |
| 1 000 | 6 | 6,38 % | | |
| 100 | 3 | 3,19 % | | |
| 40 | 1 | 1,06 % | | |
| 10 | 1 | 1,06 % | | |
| Nesnědla nic, protože spala. | 1 | 1,06 % | | |

**Tabulka 2 - Řešení Úlohy 1 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání**

86,17 % žáků odpovědělo a zapsalo svou odpověď správně, 14,89 % žáků odpovědělo chybně.

Nejčastější chybná odpověď byla 1 000 g (6,38 %), kdy žáci počítali pouze s čísly uvedenými v zadání, aniž by vzali v úvahu smysl úlohy. Dokládají to i zápisy řešení, kdy žáci počítali počet gramů listů za 20 hodin, tedy v době, kdy koala spí. Druhá nejčastější chybná odpověď byla 100 g (3,19 %), kdy žáci taktéž počítali pouze s čísly ze zadání a k tomu se dopustili numerické chyby (bez numerické chyby by výsledek byl taktéž 1 000 g).

Další ojedinělé, chybné, nicméně zajímavé úvahy v žákovských řešeních:

- Koala Koko nesnědla nic, protože spala (1,06 %).
- Výsledek 1 200 g – uvědomění si faktu, že den má 24 hodin, ale následné počítání se všemi 24 hodinami, namísto 4 hodin, kdy koala nespí (1,06 %).
- 50 : 20 = 40 zb. 10 - počítání s naprostým nepochopením zadání, pouze použití čísel ze zadání, náhodný výběr operace dělení a numerická chyba při počítání (1,06 %).
- 50 : 24 = 2 zb. 16, 20 : 2 = 10 – výsledek 10 - počítání s naprostým nepochopením zadání, pouze použití čísel ze zadání, náhodný výběr operací včetně numerické chyby (1,06 %).

Při porovnání chybovosti u řešení chlapců a dívek vychází, že chlapci se v této úloze dopustili více než dvou třetin chyb (69,23 %), zatímco dívky necelé třetiny (30,77 %).

### 8.1.2. Řešení Úlohy 1 – Hejného metoda

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 200 | 71 | 85,54 % | správně | 85,54 % |
| 1 000 | 10 | 12,05 % | chybně | 14,46 % |
| 100 | 1 | 1,20 % | | |
| 20 | 1 | 1,20 % | | |

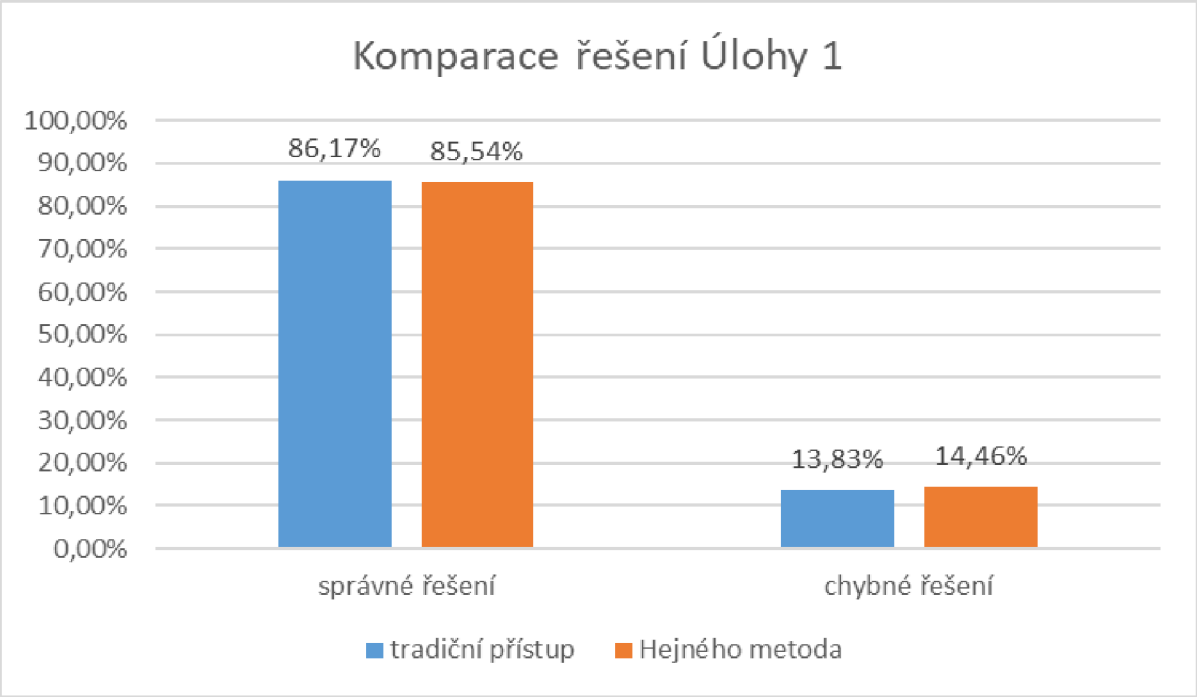
**Tabulka 3 - Řešení Úlohy 1 žáky vzdělávanými Hejného metodou**

85,54 % žáků odpovědělo a zapsalo svou odpověď správně, 14,46 % žáků odpovědělo chybně. Nejčastější chybná odpověď byla 1 000 g (12,05 %), kdy žáci počítali pouze s čísly uvedenými v zadání, aniž by vzali v úvahu smysl úlohy (obdobně jako u žáků s transmisivním přístupem k výuce). Chybná odpověď 100 g (1,20 %) vznikla počítáním s čísly ze zadání v kombinaci s numerickou chybou. Další chybná odpověď 20 (1,20 %) byla uvedena v testu pouze jako číslo bez zápisu postupu.

Chlapci a dívky vzdělávaní Hejného metodou při řešení Úlohy 1 měli stejný počet chybných řešení (50,00 % a 50,00 %).

### 8.1.3. Komparace řešení

Úlohu 1 řešili žáci s oběma přístupy k výuce se srovnatelnou úspěšností 86,17 % a 85,54 % (Graf 1). Obě skupiny žáků řešily úlohy s obdobnými chybami, mezi které nejčastěji patřilo nepozorné čtení zadání v kombinaci se špatnou úvahou o postupu řešení, numerické chyby. V řešení obou skupin se vyskytlo pouhé tipování výsledku, stejně tak náhodné matematické operace s náhodně vybranými a použitými čísly ze zadání. Při porovnání řešení tedy nebylo možné určit, že by některý způsob vzdělávání vedl k větší úspěšnosti při řešení této nestandardní úlohy.




**Graf 1 - Komparace řešení Úlohy 1**

## 8.2. Analýza řešení Úlohy 2

### 8.2.1. Řešení Úlohy 2 - tradiční přístup ke vzdělávání

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 16 | 61 | 64,89 % | správně | 64,89 % |
| zapsán celý řádek | 6 | 6,38 % | částečně správně | 7,44 % |
| výpočet správně, zapsáno číslo 9 | 1 | 1,06 % | | |
| 26 | 2 | 2,13 % | chybně | 27,66 % |
| 24 | 1 | 1,06 % | | |
| 21 | 1 | 1,06 % | | |
| 20 | 5 | 5,32 % | | |
| 19 | 3 | 3,19 % | | |
| 14 | 1 | 1,06 % | | |
| 10 | 1 | 1,06 % | | |
| 9 | 2 | 2,13 % | | |
| 6 | 4 | 4,26 % | | |
| 3 | 2 | 2,13 % | | |
| nevyplněno | 4 | 4,26 % | | |

**Tabulka 4 - Řešení Úlohy 2 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání**

Úlohu 2 správně vypočítalo a zapsalo 64,89 % žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání.

6,38 % žáků zadanou úlohu správně pochopilo a správně vypočítalo, ale do odpovědního rámečku zapsalo celý řádek. Tato odpověď byla vyhodnocena jako částečně správná, podobně jako následující odpověď (9), kde byl ale vypočítán a doplněn do obrázku v testu správný výsledek, ale do rámečku zapsané z nepozornosti jiné číslo (sčítanec před tabulkou).

V případě, že by byl test vyhodnocován jako srovnávací test 5. ročníků, matematická olympiáda, případně jako přijímací testy, tyto částečně správné odpovědi by byly vyhodnoceny jako chybné.

Úlohu 2 tedy celkově správně (včetně částečně správné odpovědi) vypočítalo 72,34 % žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání.

Ostatní odpovědi byly velmi různorodé, od nevyplněné odpovědi, přes pouhé tipy bez výpočtů až po sčítání a odčítání různých kombinací uvedených čísel.

Při porovnání chybovosti u řešení chlapců a dívek vyšlo, že dívky se v této úloze dopustili více než dvou třetin chyb (73,08 %), zatímco chlapci necelé třetiny (26,92 %).

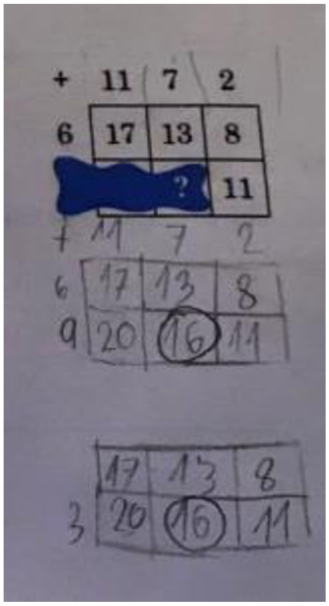
## 8.2.2. Řešení Úlohy 2 - Hejného metoda

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 16 | 76 | 91,57 % | správně | 95,18 % |
| zapsán celý řádek | 3 | 3,61 % | částečně správně | 3,61 % |
| 15 | 1 | 1,20 % | chybně | 4,82 % |
| 9 | 1 | 1,20 % | | |
| nevyplněno | 2 | 2,41 % | | |

**Tabulka 5 - Řešení Úlohy 2 žáky vzdělávanými Hejného metodou**

Úlohu 2 správně vypočítalo a zapsalo 95,18 % žáků vzdělávaných Hejného metodou. Ve výsledcích se podobně jako u žáků s tradičním přístupem k výuce objevila částečně správná odpověď zapsaná jako celý řádek (se správným výpočtem a zakreslením do obrázku). Celkem 4,82 % žáků odpovědělo chybně, případně nezapsali odpověď žádnou.

Velmi zajímavé řešení předvedla dívka (známka 1, oblíbenost matematiky 3), kdy při řešení úlohy zapsala dvě možnosti řešení (Obrázek 2). Jako první variantu řešení umístila před tabulku číslo 9 (11 – 2), ve druhé variantě potom umístila před tabulku číslo 3, kdy kombinací dvou operací sčítání $2 + 6 = 8$ a dále pak $8 + 3 = 11$ došla obdobně k výsledku „pod otazníkem“, tedy $7 + 6 = 13$, následně pak $13 + 3 = 16$. Druhá varianta řešení byla složitější, nicméně vedla ke správnému výsledku.

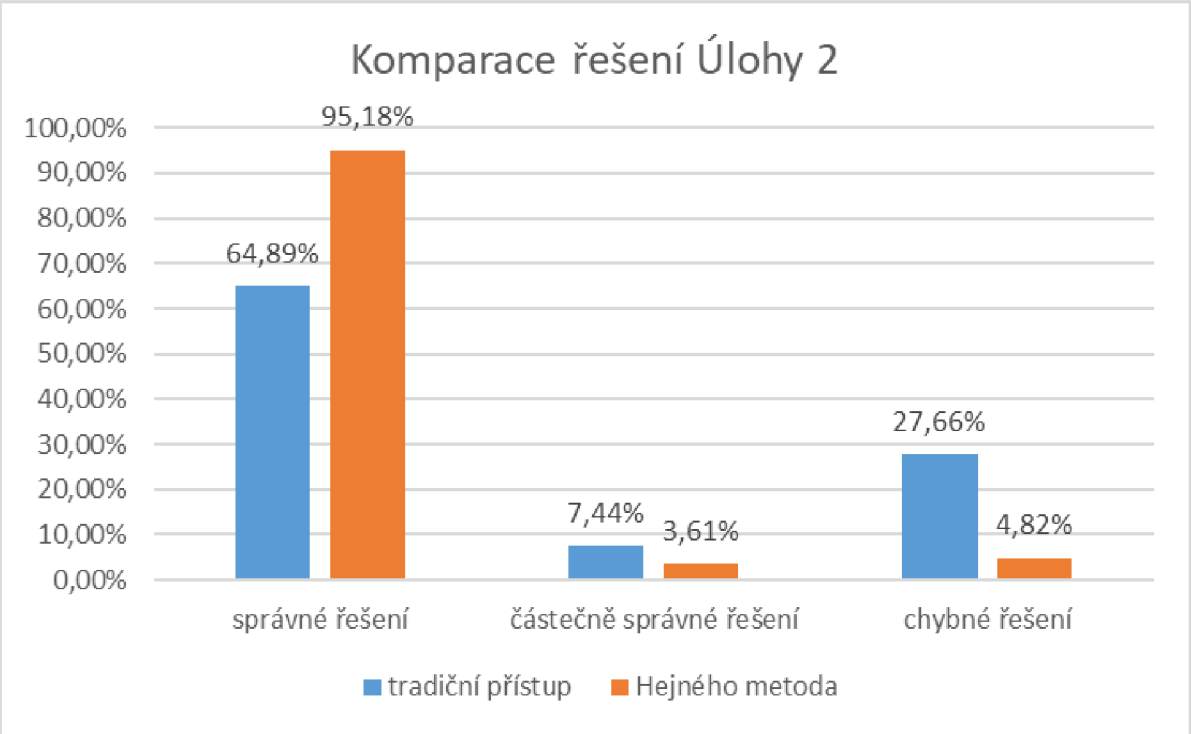



**Obrázek 2 - Úloha 2 - dvě možnosti řešení**

Zajímavostí u této úlohy je fakt, že všechna (100,00 %) chybná řešení vypracovali chlapci. Zároveň i všechny odpovědi, které byly i přes chybný zápis uznány jako správné (zapsán celý řádek), jsou odpověďmi chlapců.

### 8.2.3. Komparace řešení

V řešení Úlohy 2 jsou v porovnávaných skupinách velké rozdíly. 64,89 % žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání odpovědělo správně oproti 95,18 % žáků vzdělávaných Hejného metodou. Procentuální rozdíl je tedy 30,29 %. Částečně správné řešení uvedlo 7,44 % žáků vzdělávaných tradičním způsobem oproti 3,61 % žáků vzdělávaných Hejného metodou. Úlohy chybně vyřešilo 27,66 % žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání a 4,82 % žáků vzdělávaných Hejného metodou (Graf 2).




**Graf 2 - Komparace řešení Úlohy 2**

## 8.3. Analýza řešení Úlohy 3

### 8.3.1. Řešení Úlohy 3 - tradiční přístup ke vzdělávání

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 82 | 87,23 % | správně | 88,30 % |
| 3, zapsáno mimo rámeček | 1 | 1,06 % | | |
| 10 | 1 | 1,06 % | chybně | 11,70 % |
| 7 | 1 | 1,06 % | | |
| 5 | 8 | 8,51 % | | |
| nevyplněno | 1 | 1,06 % | | |

**Tabulka 6 - Řešení Úlohy 3 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání**

Úlohu 3 správně vypočítalo a zapsalo 88,30 % žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání. Správně vypočítaná úloha s odpovědí zapsanou mimo rámeček (Příloha 3) byla taktéž uznána jako správná. Nejčastější chybná odpověď byla 5 (8,51 %), kdy se žáci správně dopočítali počtu jablek po výměně, nicméně nedošlo k dalšímu kroku dopočítání „směny banánů“. Další chybné odpovědi „10“, „7“ a „nevyplněno“ se objevovaly pouze sporadicky.

Při porovnání chybovosti u řešení chlapců a dívek bylo možné vidět, že tato úloha byla náročnější pro dívky (81,82 % chybných řešení) než pro chlapce (18,18 % chybných řešení).

### 8.3.2. Řešení Úlohy 3 - Hejného metoda

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 79 | 95,18 % | správně | 95,18 % |
| 5 | 2 | 2,41 % | chybně | 4,82 % |
| 5 jablek, 5 banánů | 1 | 1,20 % | | |
| 2 | 1 | 1,20 % | | |

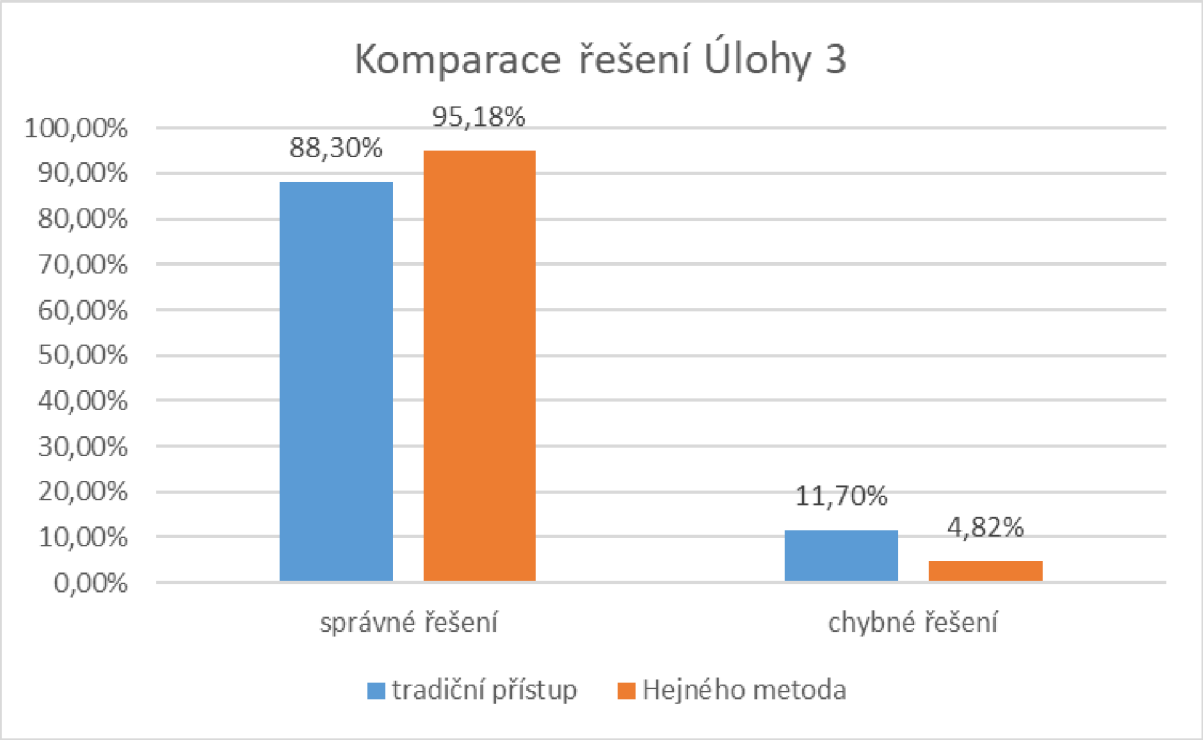
**Tabulka 7 - Řešení Úlohy 3 žáky vzdělávanými Hejného metodou**

Úlohu 3 správně vypočítalo a zapsalo 95,18 % žáků vzdělávaných Hejného metodou. V žákovských řešeních se v této úloze neobjevilo žádné řešení, kdy by bylo možné rozpoznat správnost úsudku a výpočtu, ale zápis do odpovědního rámečku byl chybný. Chybné odpovědi „5“, „5 jablek, 5 banánů“ a „2“ se v řešeních objevily s velmi nízkým výskytem.

Zajímavostí u této úlohy byl fakt, že všechna (100,00 %) chybná řešení vypracovali, obdobně jako u Úlohy 2, pouze chlapci (jednalo se o jiné žáky, než v Úloze 2).

### 8.3.3. Komparace řešení

V řešení Úlohy 3 existují v porovnávaných skupinách rozdíly. 88,30 % žáků s tradičním přístupem odpovědělo správně oproti 95,18 % žáků vzdělávaných Hejného metodou (Graf 3). Procentuální rozdíl je tedy 6,88 %.




**Graf 3 - Komparace řešení Úlohy 3**

## 8.4. Analýza řešení Úlohy 4

### 8.4.1. Řešení Úlohy 4 - tradiční přístup ke vzdělávání

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 42 | 44,68 % | správně | 44,68 % |
| 2 a 3 | 12 | 12,77 % | částečně správně | 18,09 % |
| 19 | 4 | 4,26 % | | |
| 18 (zakresleno správně) | 1 | 1,06 % | | |
| 14 | 17 | 18,09 % | chybně | 37,23 % |
| nevyplněno | 8 | 8,51 % | | |
| 18 | 2 | 2,13 % | | |
| 1 | 1 | 1,06 % | | |
| 2 a 4 | 1 | 1,06 % | | |
| 4 | 1 | 1,06 % | | |
| 7 | 1 | 1,06 % | | |
| 16 | 1 | 1,06 % | | |
| 23 | 1 | 1,06 % | | |
| 38 | 1 | 1,06 % | | |
| Do plánku patří 3 čísla. | 1 | 1,06 % | | |

**Tabulka 8 - Řešení Úlohy 4 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání**

Správné a úplné řešení této úlohy vyznačila necelá polovina testovaných žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání – 44,68 % žáků.

Tři další vyskytující se odpovědi lze považovat za částečně správné řešení:

- „2 a 3“ (12,77 %) – žáci správně odečetli z nákresu stavby správný počet kostek, neprovedli ale součet,
- „19“ (4,26 %) - žáci správně odečetli z nákresu stavby správný počet kostek, provedli ale součet všech kostek,
- „18“ (1,06 %) – správně zaznačený počet kostek do plánu, při součtu všech kostek došlo k numerické chybě,

tedy celkově 18,09 % odpovědí bylo evidováno jako částečně správné.

37,23 % odpovědí žáků bylo chybných. Nejčastěji se objevovala odpověď „14“, kdy žáci pouze sečetli již vyznačený počet kostek z plánku, nebyli schopni tedy propojit nákres stavby a plán, reagovali pouze (nesprávně) na otázku: „Jaký je součet čísel … ?“. 8,51 % žáků

neuvedlo žádnou odpověď, ostatní chybné odpovědi se vyskytovaly pouze u jednotlivců a téměř se neopakovaly.

### 8.4.2. Řešení Úlohy 4 – Hejného metoda

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 61 | 74,70 % | správně | 74,70 % |
| 2 a 3 | 7 | 7,24 % | částečně správně | 19,30 % |
| 19 | 10 | 12,06 % | | |
| 2 a 2 | 1 | 1,20 % | chybně | 6,00 % |
| 3 a 1 | 1 | 1,20 % | | |
| 23 | 1 | 1,20 % | | |
| 16 | 1 | 1,20 % | | |
| 14 | 1 | 1,20 % | | |

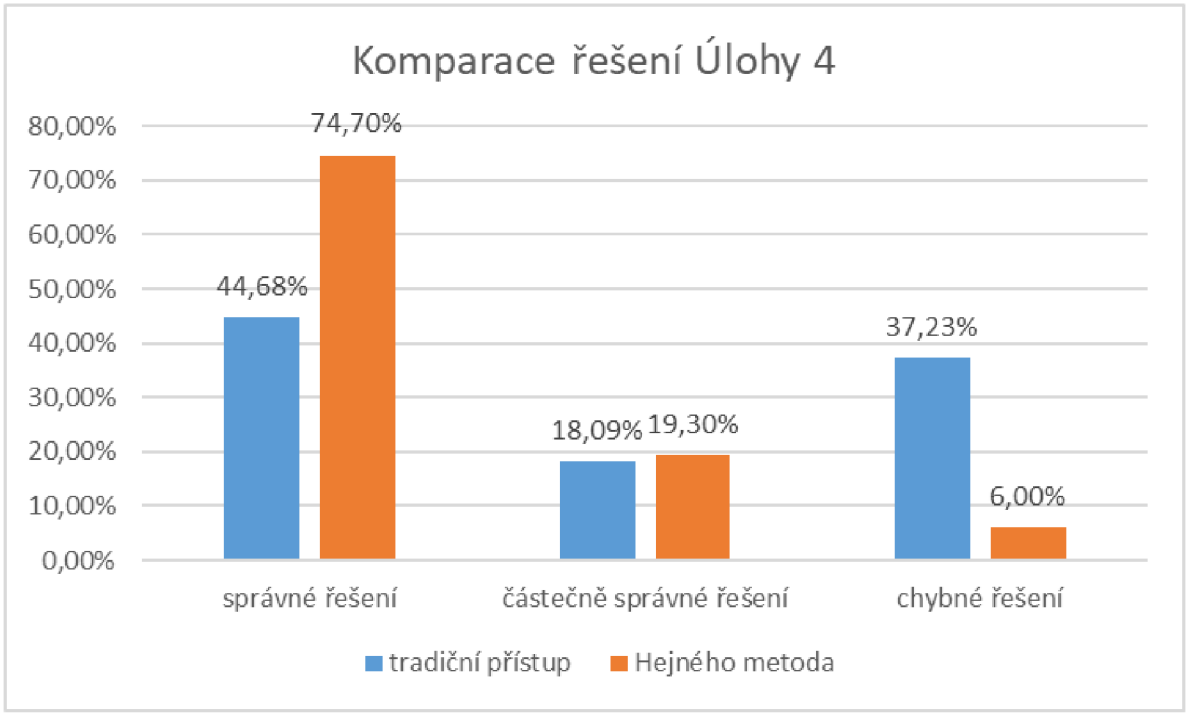
**Tabulka 9 - Řešení Úlohy 4 žáky vzdělávaných Hejného metodou**

Úlohu 4 správně vypočítalo a zapsalo 74,70 % žáků vzdělávaných Hejného metodou. Obdobně jako u žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání se i u této skupiny žáků objevují odpovědi, které se daly klasifikovat jako částečně správné: „2 a 3“ - správný odečet z nákresu stavby, v odpovědi nebyl proveden součet (7,24 %) a „19“ – správný odečet z nákresu stavby, proveden součet všech kostek (12,06 %). Celkově uvedlo částečně správnou odpověď 19,30 % žáků.

Chybnou odpověď uváděli jednotlivci a jednotlivé nesprávné odpovědi se neopakovaly. Celkově bylo evidováno 6,00 % chybných odpovědí.

### 8.4.3. Komparace řešení

Obě skupiny dosáhly obdobných výsledků u částečně správných odpovědí – 18,09 % žáci s tradičním přístupem ke vzdělávání a 19,30 % žáci vzdělávání Hejného metodou. Velký rozdíl 30,02 % nastal při porovnání správných řešení, kdy žáci s tradičním přístupem ke vzdělávání uvedli 44,68 % správných řešení oproti žákům vzdělávaným Hejného metodou, kteří uvedli 74,70 % správných odpovědí (Graf 4).




**Graf 4 - Komparace řešení Úlohy 4**

## 8.5. Analýza řešení Úlohy 5

### 8.5.1. Řešení Úlohy 5 - tradiční přístup ke vzdělávání

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 0 | 0 % | správně | 0 % |
| 2 | 4 | 4,26 % | chybně | 100,00 % |
| 3 | 13 | 13,83 % | | |
| 5 | 3 | 3,19 % | | |
| 8 | 1 | 1,06 % | | |
| 9 | 3 | 3,19 % | | |
| 10 | 7 | 7,45 % | | |
| 11 | 3 | 3,19 % | | |
| 13 | 3 | 3,19 % | | |
| 14 | 50 | 53,19 % | | |
| 15 | 3 | 3,19 % | | |
| 16 | 1 | 1,06 % | | |
| 17 | 3 | 3,19 % | | |

**Tabulka 10 - Řešení Úlohy 5 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání**

Úloha 5 byla pro všechny žáky velmi náročná. Přestože se v odpovědním rámečku v několika případech (3,19 %) objevila správná odpověď „5“, nebylo možné ji uznat za správnou ve smyslu pochopení a vyřešení této úlohy. Grafické řešení žáků – autorů „správné“ odpovědi dokládá nepochopení zadání (Příloha 4). Počet správných odpovědí je tedy 0 %, počet chybných odpovědí je 100 %.

Nejčastější vyskytující se chybná odpověď (odpověď více než poloviny všech žáků – 53,19 %) byla „14“, kdy žáci sečetli počty jednotlivých čtverců (9 malých, 4 středních a 1 velkého čtverce). Následně se objevovaly různé odpovědi včetně tipů bez nákresu.

| | Odpověď | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí |
|---|---|---|---|
| Různá velikost čtverců | 3 | 4 | 4,26 % |
| Různá velikost čtverců * | 3 | 13* | 13,83 %* |
| Nalezeny čtverce „na vrcholu“ | 17 | 1 | 1,06 % |

**Tabulka 11 - Úloha 5 - chybná řešení žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání**

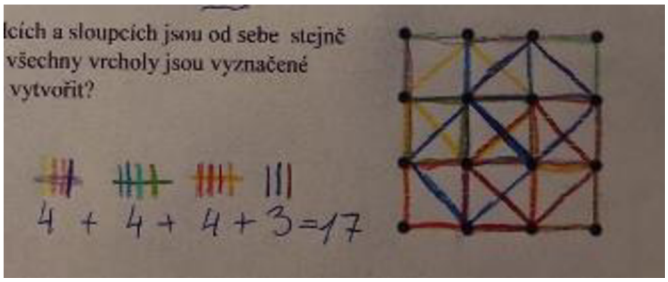
Z důvodu nulového počtu správných odpovědí byly nesprávné odpovědi zkoumány podrobněji.

### Různá velikost čtverců

Jako první bylo zkoumáno, zda žáci pochopili ze zadání slovní obrat „různě velké čtverce“. Pouze u 4,26 % žáků mohlo být bezpečně dle nákresu potvrzeno, že vzali tento slovní obrat v úvahu a úlohu dle tohoto zadání vyřešili. Existovala možnost, že i ostatní žáci, kteří odpověděli „3“ (13,83 %), tuto myšlenku pochopili, nicméně bez nákresu tuto domněnku nebylo možné potvrdit (proto byla čísla a procentuální vyjádření uvedena v tabulce s hvězdičkou*).

### Čtverce postavené „na vrchol“

V jednom jediném případě (1,06 %) nalezla žákyně i čtverce postavené „na vrchol“. Bohužel nevzala v úvahu „různě velké čtverce“ a snažila se sečíst všechny nalezené čtverce, přičemž jeden čtverec přehlédla a došla k součtu 17. Nicméně tento jediný případ nalezení čtverců postavených „na vrchol“ z celkových 94 všech řešení rozhodně stojí za zmínku.




**Obrázek 3 - Úloha 5 - čtverce postavené "na vrchol"**

## 8.5.2. Řešení Úlohy 5 – Hejného metoda

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 0 | 0,00 % | správně | 0 % |
| 1 | 1 | 1,20 % | chybně | 100,00 % |
| 2 | 1 | 1,20 % | | |
| 3 | 37 | 44,58 % | | |
| 4 | 6 | 7,23 % | | |
| 5 | 1 | 1,20 % | | |
| 6 | 1 | 1,20 % | | |
| 7 | 1 | 1,20 % | | |
| 9 | 1 | 1,20 % | | |
| 13 | 1 | 1,20 % | | |
| 14 | 31 | 37,35 % | | |
| 18 | 1 | 1,20 % | | |
| nevyplněno | 1 | 1,20 % | | |

**Tabulka 12 - Řešení Úlohy 5 žáky vzdělávaných Hejného metodou**

Úloha 5 byla velmi náročná pro všechny žáky. Ani žáci vzdělávaní Hejného metodou nebyli schopni tuto úlohu zdárně vyřešit, počet správných odpovědí je 0. V jednom případě (1,20 %) byla sice v odpovědním rámečku zapsaná správná odpověď „5“, nicméně pouze jako tip bez pochopení zadání (Příloha 5).

Nejčastější chybná řešení byly odpovědi:

- „3“, objevilo se ve 44,58 % odpovědí (malý, střední a velký čtverec),
- „14“, objevilo se ve 37,35 % odpovědí (součet 9 malých, 4 středních a 1 velkého čtverce).

Ostatní chybné odpovědi se objevují sporadicky jako náhodné tipy celkem v 18,03 % řešení.

| | Odpověď | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkem |
|---|---|---|---|---|
| Různá velikost čtverců | 3 | 29 | 38,67 % | 43,61 % |
| | 4 | 6 | 4,94 % | |
| Různá velikost čtverců * | 3 | 37* | 44,58 %* | 49,52 %* |
| | 4 | 6 | 4,94 % | |
| Nalezeny čtverce „na vrcholu“ | 4 | 6 | 4,94 % | 4,94 % |

**Tabulka 13 - Úloha 5 - chybná řešení žáků vzdělávaných Hejného metodou**

Chybné odpovědi byly zkoumány i u skupiny žáků vzdělávaných Hejného metodou.

**Různá velikost čtverců**

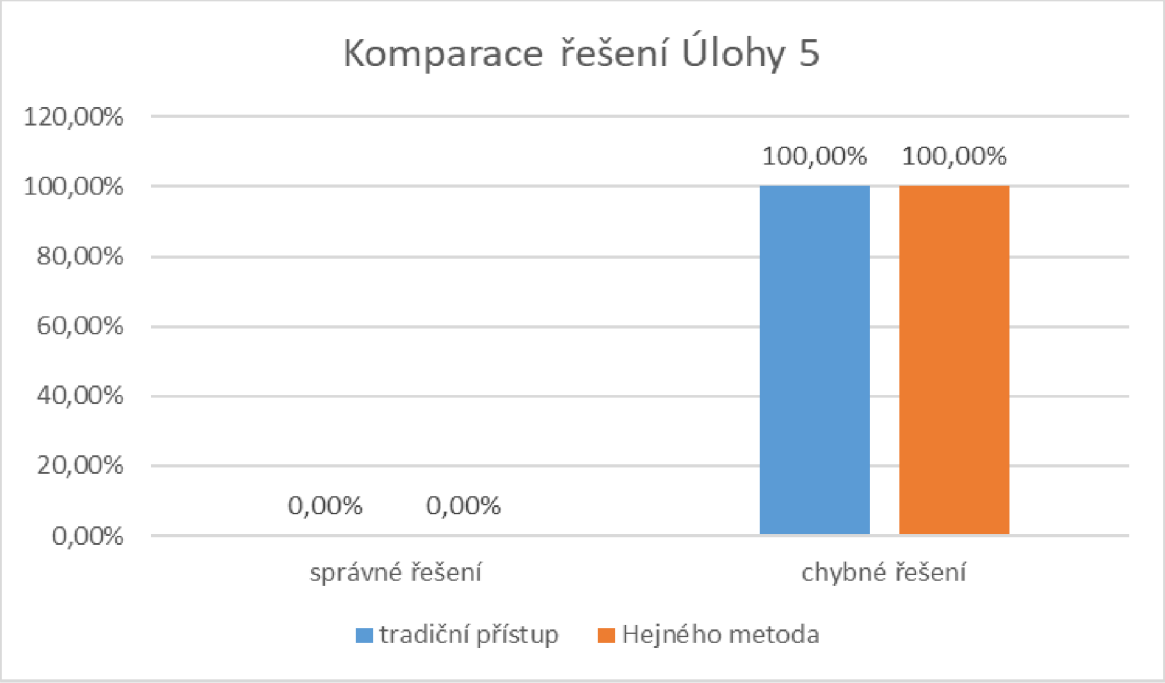
Slovní obrat „různá velikost čtverců“ bezpečně pochopilo a vyznačilo do obrázku celkem 43,61 % žáků. I zde se vyskytla u některých žáků odpověď „3“, která indikovala pochopení tohoto slovního obratu, nicméně neexistoval potvrzující nákres. Absolutní čísla i procentuální vyjádření předpokládaného pochopení (49,52 %) tedy bylo, podobně jako u žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání, vyznačeno v tabulce hvězdičkou*.

**Čtverce postavené „na vrchol“**

Celkem 4,94 % žáků nalezlo otočené čtverce postavené „na vrchol“. Jako zajímavost lze uvést, že všichni tito žáci pochopili i slovní obrat „různá velikost čtverců“, protože nalezené čtverce jsou vždy v odpovědi „4“.

### 8.5.3. Komparace řešení

Obě skupiny dosáhly téhož výsledku v počtu správných řešení – 0 % (Graf 5).



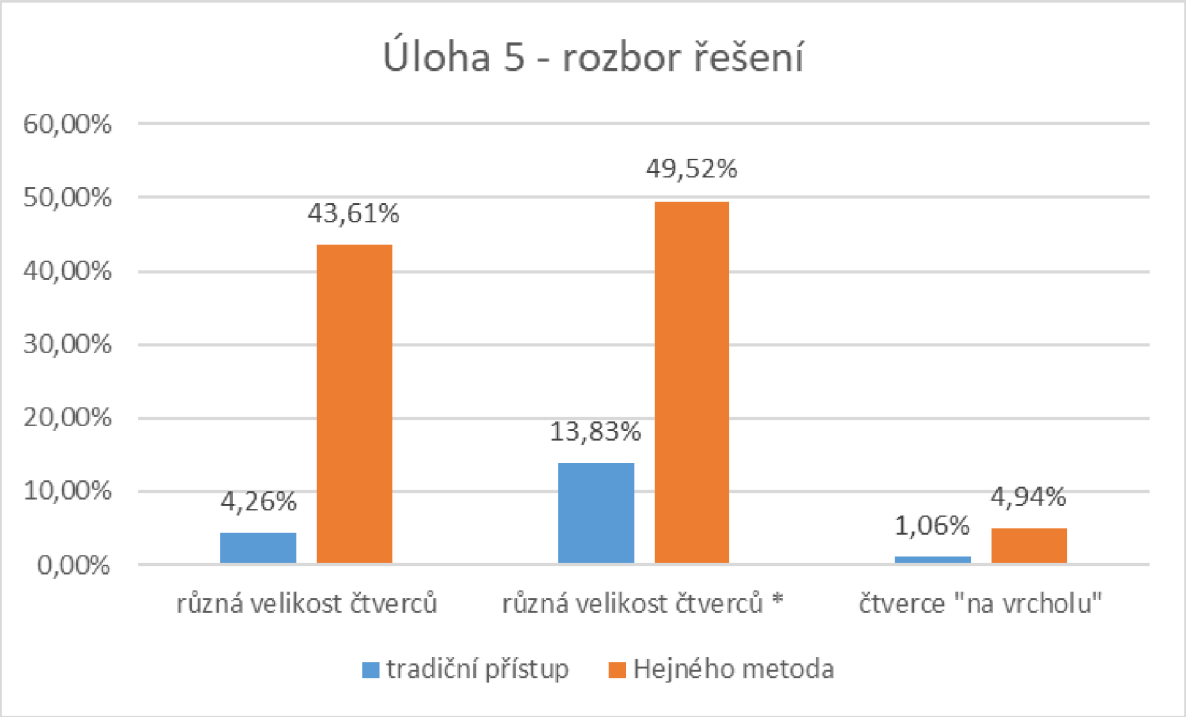

**Graf 5 - Komparace řešení Úlohy 5**

V chybně uvedených řešeních ale bylo možné porovnat alespoň pochopení slovního obratu „různá velikost čtverců“ a také nalezení otočených čtverců postavených „na vrchol“.

Při porovnání pochopení pojmu „různě velké čtverce“ u žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání (4,26 %) a u žáků vzdělávaných Hejného metodou (43,61%) byl zjištěn obrovský rozdíl 39,35 %. Pokud bychom vzali v úvahu všechna uvedená řešení odpovídající

pochopení slovního obratu „různě velké čtverce“ i bez potvrzujícího nákresu, potom rozdíl mezi žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání (13,83%*) a žáky vzdělávanými Hejného metodou (49,55%*) činil 35,72%*.

Otočené čtverce postavené „na vrchol“ našlo 1,06 % žáků vzdělávaných tradičním způsobem oproti 4,94 % žáků vzdělávaných Hejného metodou, rozdíl vyšel 3,88 % (Graf 6).




**Graf 6 - Úloha 5 - rozbor řešení**

## 8.6. Analýza řešení Úlohy 6

### 8.6.1. Řešení Úlohy 6 - tradiční přístup ke vzdělávání

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 13 | 63 | 67,02 % | správně | 67,02 % |
| nevyplněno | 9 | 9,57 % | chybně | 32,98 % |
| -1 | 2 | 2,13 % | | |
| 0 | 1 | 1,06 % | | |
| 4 | 1 | 1,06 % | | |
| 11 | 1 | 1,06 % | | |
| 14 | 2 | 2,13 % | | |
| 15 | 3 | 3,19 % | | |
| 17 | 2 | 2,13 % | | |
| 18 | 3 | 3,19 % | | |
| 20 | 2 | 2,13 % | | |
| 21 | 1 | 1,06 % | | |
| 29 | 1 | 1,06 % | | |
| 36 | 1 | 1,06 % | | |
| 39 | 1 | 1,06 % | | |
| 60 | 1 | 1,06 % | | |

**Tabulka 14 - Řešení Úlohy 6 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání**

Úlohu 5 pochopilo, správně vyřešilo a do odpovědního rámečku zapsalo 67,02 % žáků.

Z celkových 32,98 % chybných odpovědí byl nejčastější variantou nevyplněný rámeček (neřešení úlohy) – 7,24 % žáků. Ostatní chybné výsledky se objevovaly pouze jednotlivě – použití značky x jako značky plus pro sčítání, numerické chyby v různých krocích schématu (Příloha 6). U této úlohy nebyl předložen rozbor chybných řešení, protože každé z nich bylo unikátní a nebyla v nich vidět souvislost.

### 8.6.2. Řešení Úlohy 6 – Hejného metoda

| Řešení | Absolutní počet odpovědí | Relativní počet odpovědí | Celkový relativní počet chybných/správných odpovědí | |
|---|---|---|---|---|
| 13 | 71 | 85,55 % | správně | 86,75 % |
| 13, zapsáno mimo | 1 | 1,20 % | | |
| nevyplněno | 6 | 7,24 % | chybně | 13,25 % |
| ústní odpověď | 2 | 2,41 % | | |
| 2 | 1 | 1,20 % | | |
| 8 | 1 | 1,20 % | | |
| 11 | 1 | 1,20 % | | |

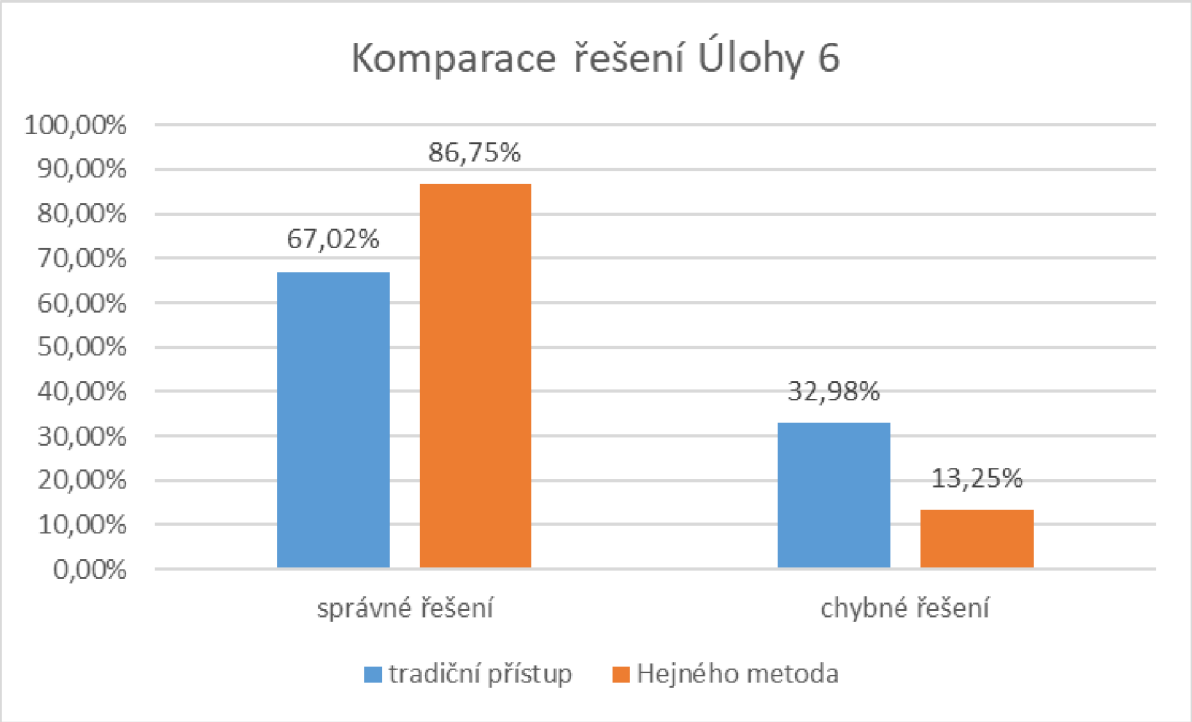
**Tabulka 15 - Řešení Úlohy 6 žáky vzdělávaných Hejného metodou**

Úlohu 6 správně vypočítalo a zapsalo 86,75 % žáků vzdělávaných Hejného metodou, kdy 85,55 % žáků úlohu pochopilo, správně vyřešilo a do odpovědního rámečku zapsalo správný výsledek a 1,20 % žáků zapsalo správný výsledek mimo odpovědní rámeček.

Celkem 13,25 % žáků vyřešilo tuto úlohu chybně, nejčastější chybné řešení (7,24 %) je absence jakéhokoliv pokusu o řešení. Ostatní chybná řešení byla unikátní – slovní řešení „Nic mě nenapadlo a když jo, tak to bylo špatně.“ případně „Toto jsme se neučili.“, tipování či numerické chyby (9 + 4 = 8) (Příloha 7).

### 8.6.3. Komparace řešení

Obě skupiny dosáhly obdobného poměru mezi správně a chybně vyřešenou úlohou. Rozdíl v úspěšnosti řešení činil 19,73 %, kdy více správných řešení bylo evidováno ve skupině žáků vzdělávaných Hejného metodou (86,75 %) oproti skupině žáků vzdělávané tradičním způsobem (67,02%) (Graf 7).




**Graf 7 - Komparace řešení Úlohy 6**

## 8.7. Shrnutí

Analýza řešení didaktického testu přinesla odpovědi na předem formulované výzkumné otázky. Výsledné odpovědi na VO1 (Jaká je úspěšnost řešení nestandardních úloh žáky 5. ročníků na ZŠ s tradičním přístupem ke vzdělávání?) a VO2 (Jaká je úspěšnost řešení nestandardních úloh žáky 5. ročníků na ZŠ vyučovaných Hejného metodou?) poskytly podklad pro odpověď na VO3 (Existuje rozdíl v úspěšnosti řešení nestandardních úloh žáky 5. ročníků na ZŠ vzdělávanými tradičním způsobem a Hejného metodou?).

**Rozdíl v úspěšnosti** řešení **Úlohy 1** žáky 5. ročníků na ZŠ vzdělávanými tradičním způsobem a Hejného metodou **neexistuje**. Oba dva přístupy přinesly žákům obdobnou úspěšnost řešení této úlohy (86,17 % tradiční způsob, 85,54 % Hejného metoda).

**Rozdíl v úspěšnosti** řešení **Úlohy 2** žáky 5. ročníků na ZŠ vzdělávanými tradičním způsobem a Hejného metodou **existuje**. Žáci vzdělávaní Hejného metodou (95,18 % + 3,61 %) jsou v řešení této úlohy o 26,46 % úspěšnější, než žáci vzdělávaní tradičním způsobem (64,89 % + 7,44 %).

**Rozdíl v úspěšnosti** řešení **Úlohy 3** žáky 5. ročníků na ZŠ vzdělávanými tradičním způsobem a Hejného metodou **existuje**. Žáci vzdělávaní Hejného metodou (95,18 %) jsou o 6,88 % úspěšnější, než žáci vzdělávaní tradičním způsobem (88,30 %).

**Rozdíl v úspěšnosti** řešení **Úlohy 4** žáky 5. ročníků na ZŠ vzdělávanými tradičním způsobem a Hejného metodou **existuje**. Žáci vzdělávaní Hejného metodou (74,70 % + 19,30 %) jsou o 31,23 % úspěšnější, než žáci vzdělávaní tradičním způsobem (44,68 % + 18,09 %). Obě skupiny mají srovnatelný počet částečně správných odpovědí.

Žádný žák Úlohu 5 nevyřešil správně, bez ohledu na přístup, kterým byl vzděláván. **Rozdíl v úspěšnosti** řešení **Úlohy 5** žáky 5. ročníků na ZŠ vzdělávanými tradičním způsobem a Hejného metodou tedy **neexistuje**. Při vyhodnocení se ale projevil výrazný rozdíl 39,35 %, resp. 35,69 %* v pochopení pojmu „různá velikost čtverců“ ve prospěch žáků vzdělávaných Hejného metodou (43,61 %, resp. 49,52 %) oproti žákům vzdělávaným tradičním způsobem (4,26 %, resp. 13,83 %*).

**Rozdíl v úspěšnosti** řešení **Úlohy 6** žáky 5. ročníků na ZŠ vzdělávanými tradičním způsobem a Hejného metodou **existuje**. Žáci vzdělávaní Hejného metodou (86,75 %) měli o 19,73 % více správných odpovědí než žáci vzdělávaní tradičním způsobem (67,02 %).

### 8.7.1. Celkové shrnutí

Porovnání řešení šesti nestandardních úloh v předloženém didaktickém testu v návaznosti na zvolený přístup ke vzdělávání vede k závěru, že **existuje** rozdíl v úspěšnosti řešení.

V Úloze 1 nezáleží na přístupu ke vzdělávání, žáci chybovali obdobným způsobem nezávisle na pojetí výuky matematiky, kterým se ve své třídě vzdělávají.

Ve třech úlohách ze šesti je rozdíl v úspěšnosti řešení velmi značný (Úloha 2 – 26,46 %, Úloha 4 – 31,23 % a Úloha 6 – 19,73 %), v jedné úloze (Úloha 3 – 6,88%) je rozdíl úspěšnosti řešení pouze znatelný, nikoliv velmi výrazný.

V Úloze 5 dochází k překvapivé situaci, žádný z žáků nezávisle na pojetí výuky, kterou je vzděláván, nebyl schopen tuto úlohu vyřešit. Vyhodnoceny jsou alespoň částečné dílčí kroky vedoucí ke správnému řešení (pochopení slovního obratu různě velké čtverce). U tohoto dílčího kroku taktéž existuje rozdíl v úspěšnosti řešení v návaznosti na pojetí výuky.

| | Tradiční přístup | Hejného metoda | Rozdíl v úspěšnosti řešení (ve prospěch Hejného metody) |
|---|---|---|---|
| Úloha 1 | 86,17 % | 85,54 % | - 0,63 % |
| Úloha 2 | 64,89 % | 95,18 % | 30,29 % |
| Úloha 2 – částečně správně | 7,44 % | 3,61 % | - 3,83 % |
| Úloha 3 | 88,30 % | 95,18 % | 6,88 % |
| Úloha 4 | 44,68 % | 74,70 % | 30,02 % |
| Úloha 4 – částečně správně | 18,09 % | 19,30 % | 1,21 % |
| Úloha 5 | 0 % | 0 % | 0 % |
| Úloha 5 – částečně správně | 13,83 % | 49,52 % | 35,69 % |
| Úloha 6 | 67,02 % | 86,75 % | 19,73 % |

**Tabulka 16 - Celkové shrnutí výsledků**

### 8.7.2. Doporučení pro praxi

Analýzou dvou skupin žákovských řešení v závislosti na přístupu ke vzdělávání bylo zjištěno, že existují rozdíly v úspěšnosti řešení nestandardních úloh v závislosti na vzdělávacím přístupu. Vzhledem k výsledkům výzkumu této diplomové práce je pro řešení nestandardních úloh vhodné přistupovat ke vzdělávání v této oblasti spíše konstruktivisticky, nežli tradičně, transmisivně.

Nemusí jít o celkovou změnu v přístupu ke vzdělávání, protože vyhodnocováno bylo pouze řešení nestandardních úloh, cílem této práce nebylo vyhodnocení celkové matematické gramotnosti, znalosti funkčních matematických postupů či obratnosti v počítání. Analýza se týkala pouze řešení nestandardních úloh.

Pro úspěšné řešení nestandardních úloh je vhodné se soustředit nejen na typové úlohy, které je možné řešit zautomatizovaným postupem, ale zařazovat systematicky také nestandardní typy úloh. Lze využít mezipředmětových vztahů, s ohledem na individuality žáků využívat skupinové či párové řešení úloh. Samozřejmostí je postup od jednoduchého ke složitému, velmi výhodné je propojení teorie s praxí, využití principu názornosti, přiměřenosti a soustavnosti. Jako motivaci je možné zařadit úlohy, které posilují sebedůvěru a víru ve vlastní matematické a logické schopnosti, různé hry, tangramy, sudoku apod.

# ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo porovnání úspěšnosti řešení nestandardních úloh žáky 5. ročníku ZŠ, kteří jsou vzděláváni různým vzdělávacím přístupem.

V teoretické části byly vymezeny základní teoretické podklady, zejména ukotvení předmětu Matematiky a její aplikace v českém vzdělávacím systému, důležitost závazných dokumentů RVP ZV a ŠVP. Byl vysvětlen a charakterizován pojem nestandardní úloha, uvedeny příklady, kde se žák může s nestandardní úlohou setkat. Poslední kapitola teoretické části charakterizuje dva současné nejčastější vzdělávací přístupy – transmisivní a konstruktivistický, soustřeďuje se na vlastní popis principů, roli učitele a žáka a v neposlední řadě vymezuje rozdíly mezi těmito přístupy.

Praktická část diplomové práce je věnována vlastnímu výzkumu – vytvoření dvou základních výzkumných otázek a jedné komplexní otázce, tvorbě didaktického testu, zadání a následně vyhodnocení úspěšnosti řešení žáků v závislosti na přístupu, kterým jsou žáci vzděláváni.

Vyhodnocení žákovských řešení přineslo zajímavý vhled do úspěšnosti řešení nestandardních úloh dvěma skupinami žáků v návaznosti na jejich vzdělávací přístup. Při analýze řešení úloh byl kladen důraz nejen na vyhodnocení správnosti konečného řešení úloh, ale také na vlastní postup a případnou správnost některého z mezikroků řešení. Při této analýze se projevila rozdílná úspěšnost řešení – jako odpověď na třetí, komplexní výzkumnou otázku. Žáci vzdělávaní Hejného metodou byli při řešení nestandardních úloh oproti žákům vzdělávaným tradičním přístupem výrazně úspěšnější.

# Literatura


BABÁKOVÁ, Veronika. *Sbírka nestandardních typů úloh pro výuku matematiky na 1. stupni ZŠ*. České Budějovice, 2007. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Vedoucí práce Doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.

BRLICOVÁ, Věra, COHORNA, Lukáš, JIRČÍKOVÁ, Martina, et al. *Koumák pro páťáky: rozšiřující pracovní sešit pro všechny páťáky, kteří chtějí víc vědět a přemýšlet ještě víc...* Ilustroval Petr PALMA. Brno: Didaktis, [2018]. ISBN 978-80-7358-289-0.

BUDÍNOVÁ, Irena, BLAŽKOVÁ, Růžena, VAŇUROVÁ, Milena a DURNOVÁ, Helena. *Úlohy z matematiky pro bystré a nadané děti prvního stupně ZŠ, jejich učitele a rodiče: škály pro identifikaci nadání, zkušenosti s nadanými žáky*. Brno: Edika, 2016. ISBN 978-80-266-1012-0.

FUCHS, Eduard, ZELENDOVÁ, Eva. *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání.* Praha: NÚV, 2015. ISBN 978-80-7481-140-1

HAVEL, Jiří a NAJVAROVÁ, Veronika. *Rozvíjení gramotnosti ve výuce na 1. stupni ZŠ*. Brno: Masarykova univerzita, 2011. ISBN 978-80-210-5714-2.

HEJNÝ, Milan a KUŘINA, František. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Třetí vydání. Praha: Portál, 2015. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-262-0901-0.

HEJNÝ, Milan, NOVOTNÁ, Jarmila a VONDROVÁ, Naďa, ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3.

HORKEL, Jan. *Nestandardní úlohy v matematice.* Praha, 2005. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce Mgr. Marie Tichá, CSc., odb. as. KMDM.

CHRÁSKA, Miroslav. *Didaktické testy: příručka pro učitele a studenty učitelství*. Brno: Paido, 1999. Edice pedagogické literatury. ISBN 80-85931-68-0.

CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. 2., aktualizované vydání. Praha: Grada, 2016. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-5326-3.

KADLEČKOVÁ, Kateřina. *Úlohy do třídní matematické soutěže a jejich řešení žáky*. Brno, 2020. Dipomová práce. Masarykova univerzita v Brně. Vedoucí práce Mgr. Eva Nováková, Ph.D.

KALHOUS, Zdeněk a OBST, Otto. *Školní didaktika*. Vyd. 2. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-571-4.

KOLÁŘ, Zdeněk a ŠIKULOVÁ, Renata. *Vyučování jako dialog*. Praha: Grada, 2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1541-4.

KOSTIHOVÁ, Klára. *Nestandardní slovní úlohy*. Brno, 2016. Diplomová práce. Masarykova univerzita v Brně. Vedoucí práce RNDr. Růžena Blažková, CSc.

KUŘINA, František. *Matematika a řešení úloh*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2011. ISBN 978-80-7394-307-3.

MAŇÁK, Josef. *Nárys didaktiky*. 3. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2003. ISBN 80-210-3123-9.

MAŇÁK, Josef a ŠVEC, Vlastimil. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.

National Research Council 2001. *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* [online]. Washington, DC: The National Academies Press, 2001 [cit. 15.05.2021]. ISBN 978-0-309- 13284-8. Dostupné z: doi:10.17226/9822

Netradiční úlohy ve výuce matematiky. Metodický portál RVP - Modul Články [online]. Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/c/ZVB/3002/NETRADICNI-ULOHY-VE-VYUCE-MATEMATIKY.html/

NOVÁK, Bohumil. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 1: pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003. ISBN 80-244-0691-8.

NOVÁK, Bohumil. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 2: (pro studium učitelství pro 1. stupeň ZŠ)*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. Texty k distančnímu vzdělávání v rámci kombinovaného studia. ISBN 80-244-1068-0.

NOVÁK, Bohumil, EBEROVÁ, Jindřiška a STOPENOVÁ, Anna. *Základy elementární matematiky v úlohách*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2004. ISBN 80-244-0853-8.

NOVÁKOVÁ, Eva. *Analýza úloh ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení žáky primární školy: shrnutí výsledků výzkumného šetření*. Brno: Masarykova univerzita, 2016. Matematika a didaktika matematiky. ISBN 978-80-210-8482-7.

PRŮCHA, Jan, WALTEROVÁ, Eliška a MAREŠ, Jiří. *Pedagogický slovník*. 6.,aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-647-6.

RVP ZV 2017.pdf, Národní pedagogický institut České republiky (dříve Národní ústav pro vzdělávání). Národní pedagogický institut České republiky (dříve Národní ústav pro vzdělávání) [online]. [cit. 15.05.2021]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/file/4986/

SPÁČILOVÁ, Hana. *Pedagogická diagnostika v primární škole*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2009. ISBN 978-80-244-2264-0.

STANISAVLJEVIČOVÁ, Marika. *Nestandardní aplikační úlohy v matematice*. Plzeň, 2013. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni. Vedoucí práce PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.

STEHLÍKOVÁ, Naďa, CACHOVÁ Jana. *Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe*. In Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP : Studijní materiály k projektu. 1. vyd. Praha : JČMF, 2006. počet stran. CD ROM, ISBN 80-7015-097-1. ISBN 80-7015-085-8.

SURÁ, Michaela. *Nestandardní slovní úlohy a jejich řešení*. Olomouc, 2020. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci. Vedoucí práce doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.

ŠAFRÁNKOVÁ, Dagmar. *Pedagogika. 2., aktualizované a rozšířené vydání*. Praha: Grada Publishing, 2019. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-5511-3.

ZELENDOVÁ, Eva, LIŠKOVÁ, Hana a NOVÁKOVÁ, Eva. *Rozvíjíme matematické nadání žáků: náměty pro 1. stupeň základní školy*. Praha: NÚV, 2017. ISBN 978-80-7481-190-6.

ZORMANOVÁ, Lucie. *Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod*. Praha: Grada, 2012. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4100-0

# Seznam příloh

Příloha 1 – Didaktický test

Příloha 2 – Chybná řešení Úlohy 1 žáky s tradičním přístupem k výuce

Příloha 3 – Správné řešení v Úloze 3 zapsané mimo odpovědní rámeček

Příloha 4 – Nesprávné řešení Úlohy 5 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání

Příloha 5 – Nesprávné řešení Úlohy 5 žákem vyučovaným Hejného metodou

Příloha 6 – Chybná řešení Úlohy 6 žáky s tradičním způsobem výuky

Příloha 7 – Chybná řešení Úlohy 6 žáky vyučované Hejného metodou

# Seznam tabulek

Tabulka 1 - Porovnání přístupů (Hejný, 2004, str. 21) ..... 31

Tabulka 2 - Řešení Úlohy 1 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání ..... 39

Tabulka 3 - Řešení Úlohy 1 žáky vzdělávanými Hejného metodou ..... 40

Tabulka 4 - Řešení Úlohy 2 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání ..... 42

Tabulka 5 - Řešení Úlohy 2 žáky vzdělávanými Hejného metodou ..... 43

Tabulka 6 - Řešení Úlohy 3 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání ..... 45

Tabulka 7 - Řešení Úlohy 3 žáky vzdělávanými Hejného metodou ..... 46

Tabulka 8 - Řešení Úlohy 4 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání ..... 48

Tabulka 9 - Řešení Úlohy 4 žáky vzdělávaných Hejného metodou ..... 49

Tabulka 10 - Řešení Úlohy 5 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání ..... 51

Tabulka 11 - Úloha 5 - chybná řešení žáků s tradičním přístupem ke vzdělávání ..... 51

Tabulka 12 - Řešení Úlohy 5 žáky vzdělávaných Hejného metodou ..... 53

Tabulka 13 - Úloha 5 - chybná řešení žáků vzdělávaných Hejného metodou ..... 53

Tabulka 14 - Řešení Úlohy 6 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání ..... 56

Tabulka 15 - Řešení Úlohy 6 žáky vzdělávaných Hejného metodou ..... 57

Tabulka 16 - Celkové shrnutí výsledků ..... 60

# Seznam grafů

Graf 1 - Komparace řešení Úlohy 1.....41

Graf 2 - Komparace řešení Úlohy 2.....44

Graf 3 - Komparace řešení Úlohy 3.....47

Graf 4 - Komparace řešení Úlohy 4.....50

Graf 5 - Komparace řešení Úlohy 5.....54

Graf 6 - Úloha 5 - rozbor řešení .....55

Graf 7 - Komparace řešení Úlohy 6.....58

## Příloha 1 – Didaktický test

Jméno a příjmení: _____
Škola: _____
Město: _____
Učebnice, podle které se učím (název, nakladatelství):
_____
Známka, kterou jsem měl/a na pololetním vysvědčení z matematiky (zakroužkuj):

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|

Matematika ve škole mě (zakroužkuj):

| vůbec nebaví | nebaví | normálně | baví | hodně baví |
|---|---|---|---|---|

**Didaktický test**

Pokyny k vyplnění:

1. Řeš následující úlohy. U každé úlohy máš místo na své poznámky, výpočty. Výpočty negumuj, neškrtej.
2. Vždy se alespoň pokus úlohy vyřešit (pomocí nákresu, popisu, odhadu).
3. Výsledky piš čitelně do vyznačeného místa.
4. Test vypracuj sám/sama, není to na známky.

## Úloha 1

Když koala Koko nespí, sní 50 gramů listů za hodinu. Včera spala 20 hodin. Kolik gramů listů včera snědla?

Výsledek:

## Úloha 2

Část tabulky je polita inkoustem. Které číslo patří do tabulky na místo otazníku, když víme, že součty čísel v tabulce byly správné?

| + | 11 | 7 | 2 |
|---|---|---|---|
| 6 | 17 | 13 | 8 |
| [redacted] | | ? | 11 |

Výsledek:

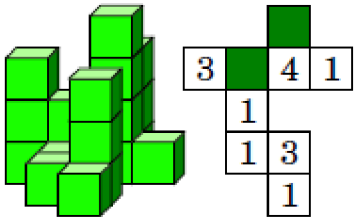
## Úloha 3

Leoš měl 7 jablek a 2 banány. Dal 2 jablka Janě. Ta mu na oplátku dala několik banánů. Leoš měl potom stejně jablek jako banánů. Kolik banánů dala Jana Leošovi?

Výsledek:

## Úloha 4

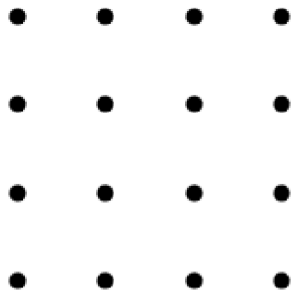
Na obrázku je stavba z krychlí a její plánek. Jaký je součet čísel, která patří do vyznačených polí plánku?




Výsledek:

## Úloha 5

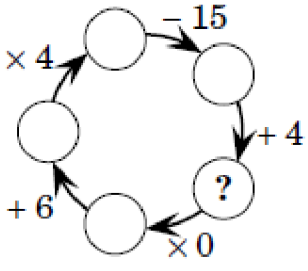
Na obrázku je vyznačeno 16 bodů. V řádcích a sloupcích jsou od sebe stejně vzdáleny. Maruška kreslí čtverce tak, že všechny vrcholy jsou vyznačené body. Kolik různě velkých čtverců může vytvořit?



Výsledek:

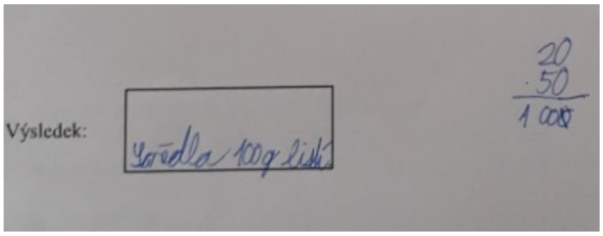
## Úloha 6

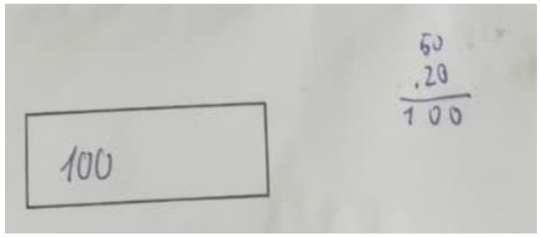
Které číslo musí být zapsáno do kroužku s otazníkem?

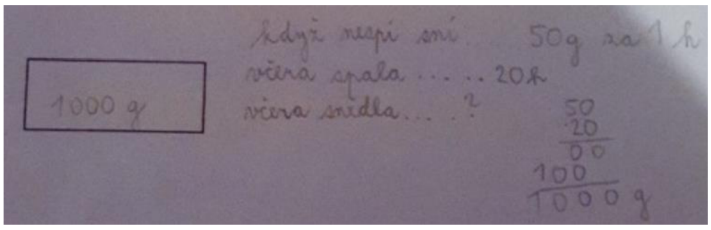


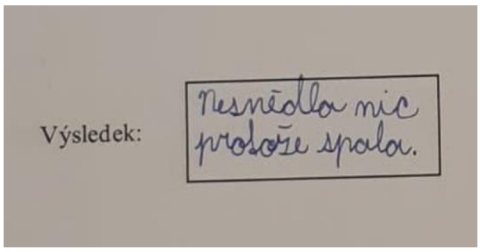

Výsledek:

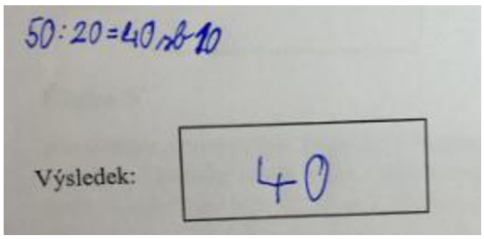
**Příloha 2 – Chybná řešení Úlohy 1 žáky s tradičním přístupem k výuce**

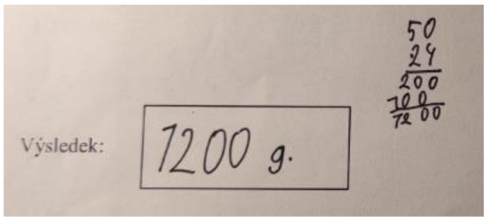


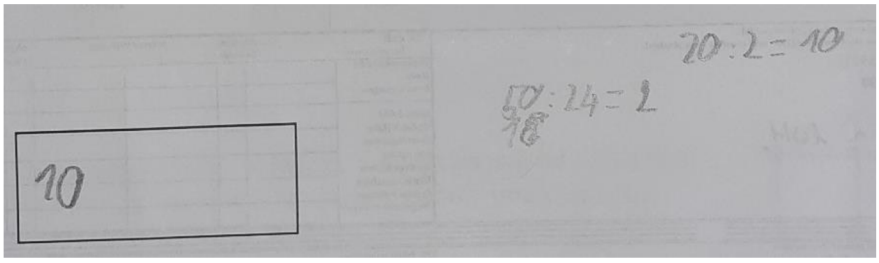



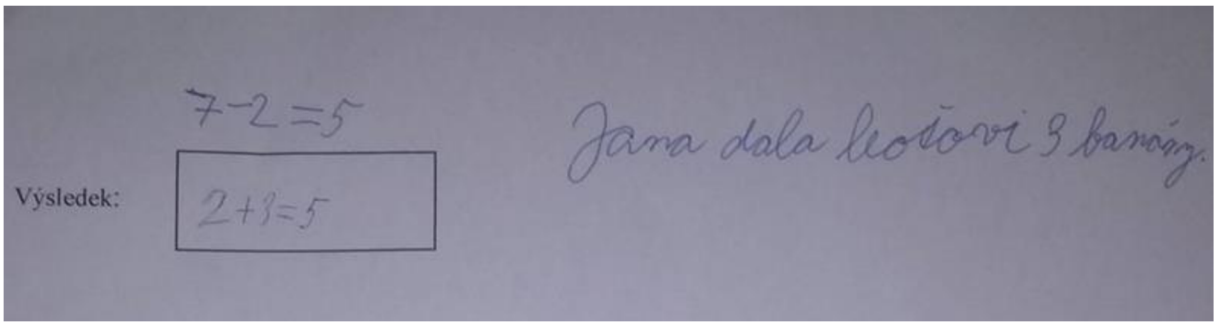



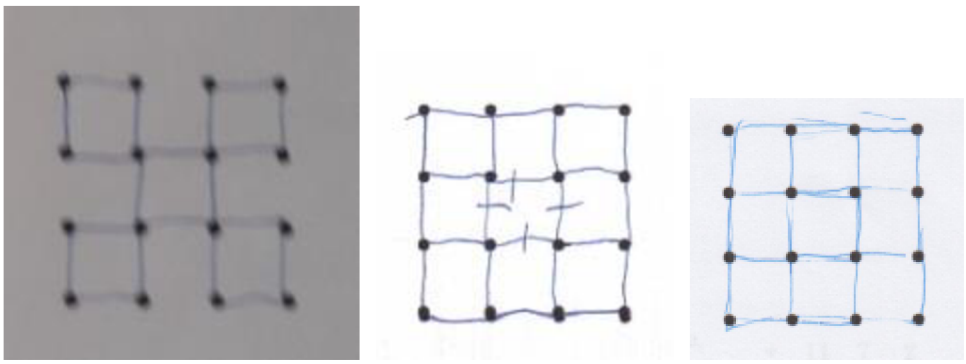



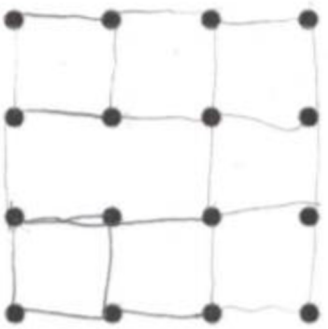
**Příloha 3 – Správné řešení v Úloze 3 zapsané mimo odpovědní rámeček**



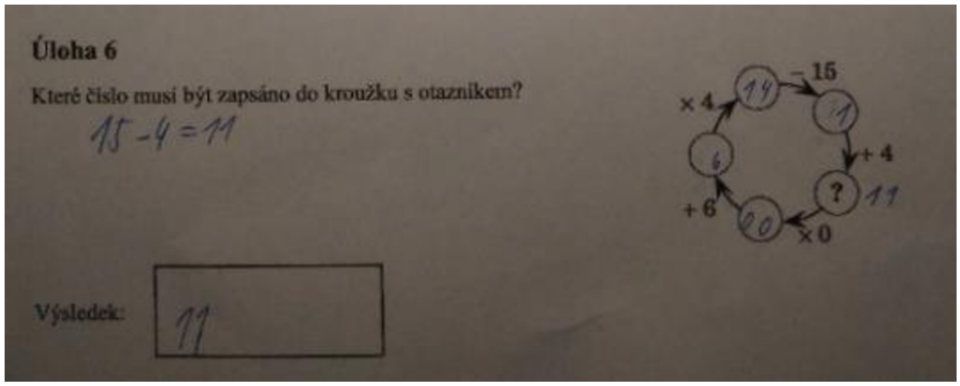

**Příloha 4 – Nesprávné řešení Úlohy 5 žáky s tradičním přístupem ke vzdělávání**

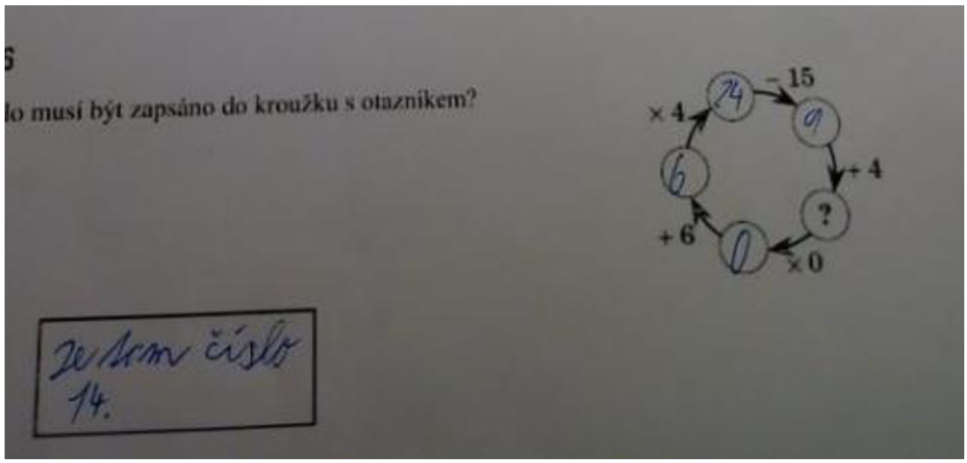


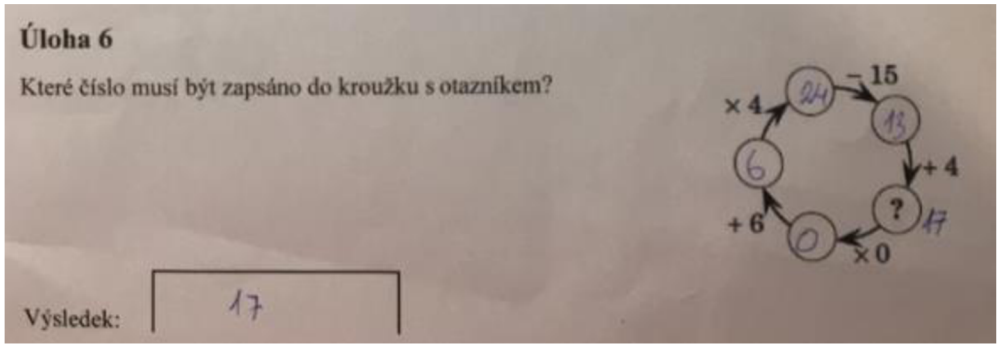
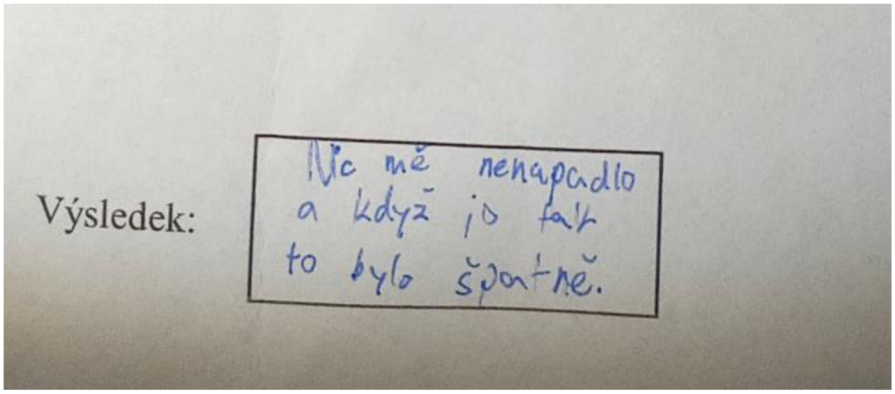
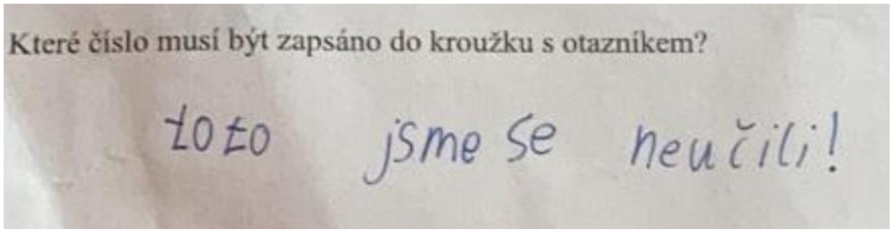
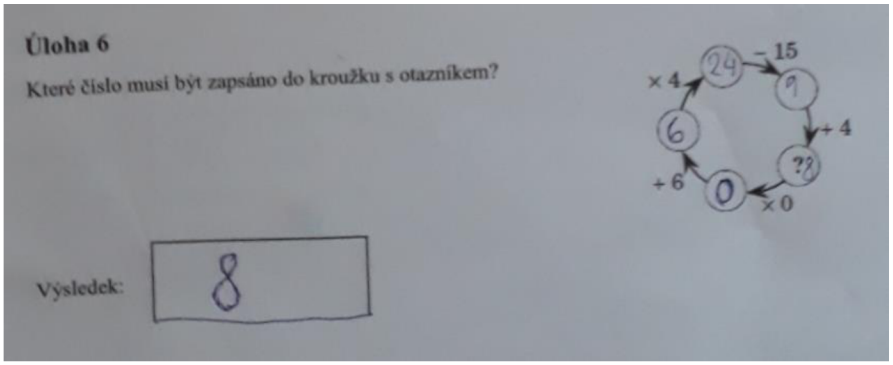
**Příloha 5 – Nesprávné řešení Úlohy 5 žákem vyučovaným Hejného metodou**



**Příloha 6 - Chybná řešení Úlohy 6 žáky s tradičním způsobem výuky**






**Příloha 7 - Chybná řešení Úlohy 6 žáky vyučované Hejného metodou.**