UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PŘÍRODOVĚDĚCKÁ FAKULTA

Katedra algebry a geometrie

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Zajímavé geometrické konstrukce v architektuře

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Marie Chodorová, Ph.D.

Vypracovala: Anna Fricová

Studijní program: Matematika

Studijní obor: Matematika – Deskriptivní geometrie se zaměřením na vzdělávání

Forma studia: prezenční

Rok odevzdání: 2020

Rok obhajoby: 2020

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Autor: Anna Fricová

Název práce: Zajímavé geometrické konstrukce v architektuře

Typ práce: Bakalářská práce

Pracoviště: Katedra algebry a geometrie

Vedoucí práce: RNDr. Marie Chodorová, Ph.D.

Rok obhajoby práce: 2020

Abstrakt: Cílem bakalářské práce je zpracování a popsání různých konstrukcí oválů, které v architektonických prvcích často nahrazují elipsu. V GeoGebře porovnat, jak jednotlivé konstrukce oválů aproximují danou elipsu. Příklady užití geometrických prvků v architektuře a designu.

Klíčová slova: Geometrie, konstrukce, elipsa, ovál, architektura, design

Počet stran: 71

Jazyk: český

BIBLIOGRAPHICAL IDENTIFICATION

Author: Anna Fricová

Title: Interesting geometric constructions in architecture.

Type of thesis: Bachelor’s

Department: Department of Algebra and Geometry

Supervisor: RNDr. Marie Chodorová, Ph.D.

The year of presentation: 2020

Abstract: The aim of the bachelor’s thesis is to process and describe various constructions of ovals, which often replace an ellipse in architectural elements. It compares how individual constructions of ovals approximate given ellipse in GeoGebra. The thesis provides examples of application of geometric elements in architecture and design.

Key words: Geometry, construction, ellipse, oval, architecture, design

Number of pages: 71

Language: Czech

Poděkování

V tomto odstavci bych chtěla poděkovat všem, kteří mi byli při práci nápomocni. Především děkuji paní RNDr. Marii Chodorové, Ph.D. za konzultaci a odborné vedení práce. Dále bych chtěla poděkovat paní RNDr. Daně Kolářové z fakulty architektury ČVUT v Praze za inspiraci, nápady a užitečné odkazy. A v neposlední řadě svojí rodině za poskytnutí příjemného zázemí a trpělivost se mnou v průběhu psaní bakalářské práce.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval/a samostatně s vyznačením všech použitých pramenů a spoluautorství. Souhlasím se zveřejněním bakalářské práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách, ve znění pozdějších předpisů. Byl/a jsem seznámen/a s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, ve znění pozdějších předpisů.

V Olomouci dne ....

podpis

Obsah

Úvod

Bakalářská práce Zajímavé geometrické konstrukce v architektuře je určena všem čtenářům se zájmem o geometrii pátrající po zajímavostech v reálných konstrukcích v okolním světě. Architektura a design nás obklopují na každém kroku, ať už jde o dům, ve kterém žijeme, ulice, po kterých se procházíme či předměty, kterých se dotýkáme a které používáme každý den. Celý okolní svět se skládá z rozmanitých tvarů a nejrůznějších zajímavých geometrických konstrukcí, o kterých pojednává tato práce.

Zaměříme se na oblé tvary, konkrétně elipsu a ovál, jenž jistým způsobem elipsu aproximuje a v mnoha případech nahrazuje. Oba útvary jsou si velice blízké, mnohdy nerozeznatelné a častokrát i neúmyslně zaměňované. První dvě kapitoly práce se věnují popisu a konstrukcím elipsy a oválu jako dvou odlišných útvarů a poté se dostáváme k jádru práce, srovnání elipsy a oválu, jejich podobnosti, vzájemnému zaměňování v praxi, částečně odhalíme, proč tomu tak je a zda se jedná o propastný rozdíl nebo jen drobný detail v očích dvou různých stran.

Jelikož v dnešní době si život bez elektroniky a počítačů již nedokážeme představit, podíváme se na několik nejznámějších a nejpoužívanějších programů pro architekturu a design, rozlišíme pojem vektorová a rastrová grafika, jejich způsob fungování, oblast využití a hlavně zjistíme, jak vykreslují dané útvary. K nepřesnostem v navrhování totiž dochází nejen kvůli neznalosti samotného architekta nebo designéra, ale také paradoxně z důvodu dnes již naprosto běžného užívání počítačových programů k rýsování a navrhovaní. Ne všechny jsou totiž stoprocentně přesné, zjistíme například, že i jeden z nejznámějších a nejpoužívanějších programů pro architekturu a design, se dopouští omylu. V práci je většina konstrukcí vyhotovena v programu GeoGebra. Jedná se o přesný matematický program využívající techniky odpovídající matematickému popisu útvaru a může tedy velmi dobře znázornit problematiku různých konstrukcí.

Poslední část práce bude po nasání všech důležitých informací spíše odpočinkovou četbou a pro běžného čtenáře, ne tolik zaujatého matematikou a geometrií, asi také nejzajímavější, ukážeme si využití elipsy a oválu v praxi. V architektuře nahlédneme do rozmanitých tvarů od staveb historických až po ty novodobé, aktuální, kterým bude věnována větší pozornost. V designové části uvidíme, kde všude zmiňované dva útvary lze také vidět. Setkáme se s naprosto zřetelnými a přímými obrysy, ale ukáže se taktéž tajemství některých designových perel, kde jsou hledané útvary možná neočekávané a důmyslně skryté.

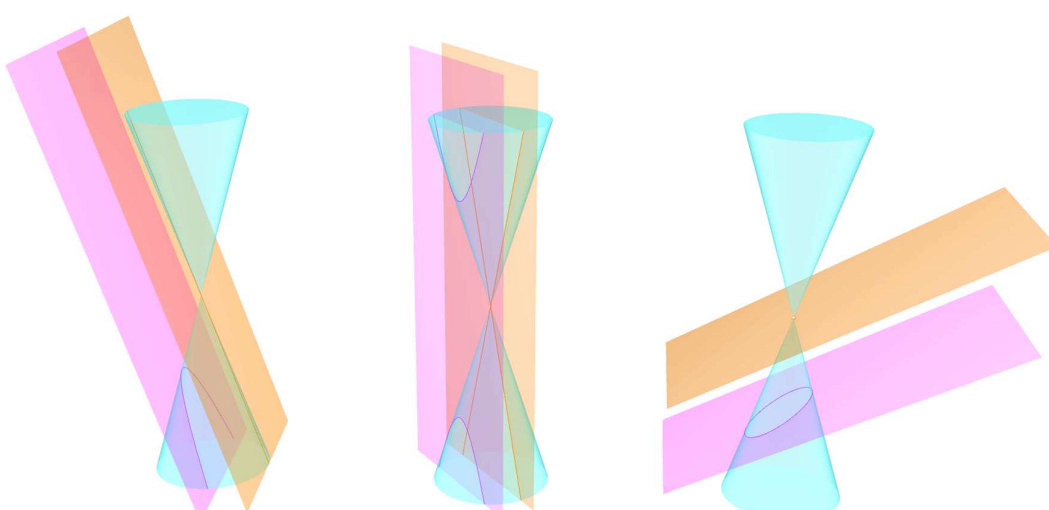
Elipsa

První křivka, kterou se budeme zabývat, je elipsa. S některou definicí a konstrukcí se zajisté každý již někdy v průběhu studia setkal. V následujícím textu si definice zopakujeme, případně doplníme, uvedeme několik vlastností a na těchto základech probereme její nejznámější konstrukce.

Kuželosečka

Elipsa se řadí obecně mezi útvary zvané kuželosečky. Již z názvu je zřejmé, že vznikne řezem kuželové plochy rovinou. Tato rovina má s kuželovou plochou neprázdný průnik a není rovinou vrcholovou, tedy neobsahuje vrchol kuželové plochy V. V případě vrcholové roviny by průnikem kuželové plochy s rovinou byl buď pouze vrchol, povrchová přímka nebo dvojice různoběžek.

Dále můžeme rozlišit tři typy řezů na rotačním kuželi, které závisí na poloze roviny řezu ρ vzhledem k rovině řídící kružnice. O typu řezu rozhodujeme podle polohy vrcholové roviny ρ' rovnoběžné s rovinou řezu ρ a kužele. Pokud vrcholová rovina ρ' protíná kuželovou plochu ve dvou různoběžných přímkách, řezem kuželové plochy rovinou ρ je *hyperbola.* Jestliže je vrcholová rovina ρ' rovinou tečnou, tedy s kuželovou plochou sdílí právě jednu povrchovou přímku, je řezem *parabola.* Má-li ρ' s kuželovou plochou společný právě jeden bod – vrchol, řezem kuželové plochy rovinou ρ je *elipsa*.

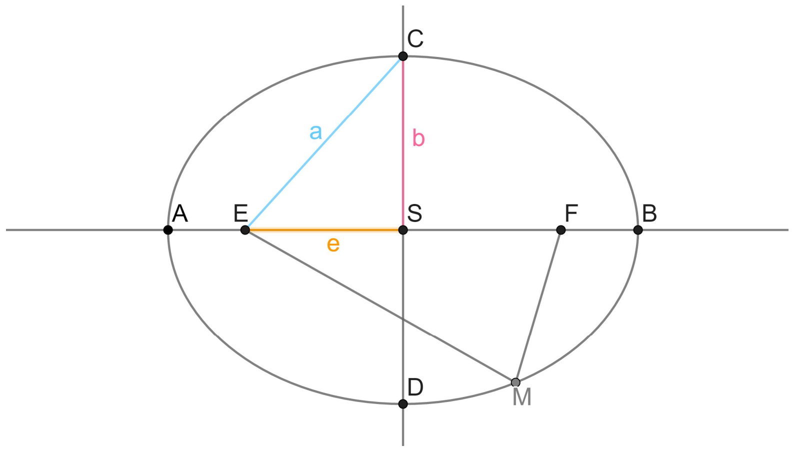


Obrázek 1: Kuželosečky

Definice a vlastnosti elipsy

Množinová definice

Elipsa je množina všech bodů v rovině, které mají od dvou pevných různých bodů stálý součet vzdáleností větší než vzdálenost daných pevných bodů.



Obrázek 2: Elipsa

Pevné body (v našem případě E, F) se nazývají *ohniska.* Spojnice bodů elipsy s ohnisky se nazývají *průvodiče*. Součet jejich velikostí je vždy roven $2a$.

Upustíme-li od podmínky, že pevné body musí být různé, tedy mohou i splývat, do množiny elips spadá dle takové definice i kružnice jako zvláštní případ.

Elipsa je souměrná podle dvou k sobě kolmých os a středově souměrná podle jejich průsečíku – středu.

Osa souměrnosti AB se nazývá *hlavní osa* elipsy, průsečíky A, B hlavní osy s elipsou jsou její *hlavní vrcholy.* Osa souměrnosti CD se nazývá *vedlejší osa* elipsy, průsečíky C, D vedlejší osy s elipsou jsou její *vedlejší vrcholy.* Průsečík přímek AB a CD se nazývá *střed* elipsy, značíme S.

Hlavní osu – vzdálenost bodů A, B, obvykle značíme $2a$. Její polovinu a nazýváme *hlavní poloosa.* Vedlejší osu – vzdálenost bodů C, D, obvykle značíme $2b$. Její polovinu b nazýváme *vedlejší poloosa.* Vzdálenost ohniska od středu elipsy se nazývá *lineární excentricita* (výstřednost) elipsy, značí se e.

Pravoúhlý trojúhelník CES se nazývá *charakteristický trojúhelník* elipsy. Jeho odvěsnami jsou excentricita e, vedlejší poloosa b a přeponou je poloosa a. Pro poloosy a, b a excentricitu e zřejmě podle Pythagorovy věty platí vztah $a^2 = b^2 + e^2$.

Z uvedeného plyne, že tvar elipsy je jednoznačně dán jednou z dvojic ab, ae, be.

Rovnice elipsy

Elipsu snadno popíšeme v analytické geometrii. Zřejmě se jedná o křivku v rovině, pohybujeme se tedy v euklidovském prostoru E_2. Vhodně zvolíme soustavu souřadnic a to tak, že střed S leží v počátku. Tedy $S = [0; 0]$, $E = [-e; 0]$, $F = [e; 0]$. Pro libovolný bod elipsy $M = [x; y]$ platí:

$$\sqrt{(x+e)^2 + y^2} + \sqrt{(x-e)^2 + y^2} = 2a$$

Rovnici upravíme:

$$(x+e)^2 + y^2 + 2\sqrt{[(x+e)^2 + y^2][(x-e)^2 + y^2]} + (x-e)^2 + y^2 = 4a^2$$

$$2x^2 + 2e^2 + 2y^2 - 4a^2 = -2\sqrt{(x+e)^2(x-e)^2 + (x+e)^2y^2 + (x-e)^2y^2 + y^4}$$

$$\begin{gathered} x^4 + e^4 + y^4 + 2x^2e^2 + 2x^2y^2 - 4x^2a^2 + 2y^2e^2 - 4a^2e^2 - 4y^2a^2 + 4a^4 \\ = x^4 + e^4 + y^4 - 2x^2e^2 + 2x^2y^2 + 2y^2e^2 \end{gathered}$$

$$x^2e^2 - x^2a^2 - a^2e^2 - y^2a^2 + a^4 = 0$$

Za e^2 dosadíme podle výše uvedeného vztahu v charakteristickém trojúhelníku $\mathrm{e}^2 = a^2 - \mathrm{b}^2$

$$x^2(a - b^2) - x^2a^2 - a^2(\mathrm{a}^2 - b^2) - y^2a^2 + a^4 = 0$$

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

Po vydělení členem a^2b^2 dostáváme známý tvar rovnice elipsy:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

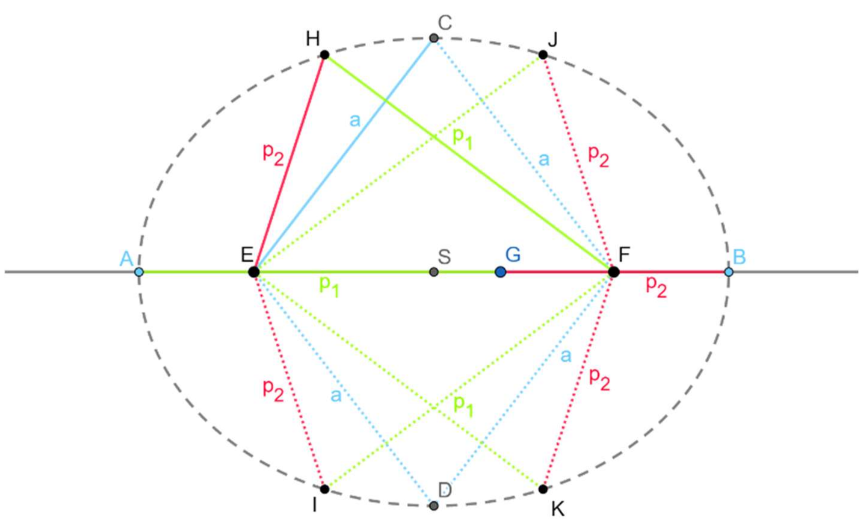
Konstrukce elipsy

Možností, jak sestrojit elipsu je mnoho. V tomto oddíle odhalíme několik dalších vlastností elipsy a na jejich základě si ukážeme způsoby, jakým lze elipsu konstruovat. Vybráno je několik nejčastějších způsobů a jeden neobvyklý zajímavý.

Bodová konstrukce

První konstrukce vychází přímo z definice. Jak je známo, elipsa je množina bodů s konstantním součtem vzdáleností od dvou daných pevných bodů.

Mějme tedy dány dva pevné body, ohniska E, F a délku hlavní poloosy a. Sestrojíme střed úsečky EF, který je zároveň středem elipsy. Z bodu S naneseme pomocí kružítka na přímku EF délku a a dostaneme hlavní vrcholy A, B. Snadno můžeme také sestrojit vedlejší vrcholy C, D jako průsečíky kružnic o poloměru a se středy v ohniscích. Na úsečce AB libovolně zvolíme bod (v našem případě G), který nám ji rozdělí na dvě části p_1, p_2, přičemž platí $p_1 + p_2 = 2a$, proto se kružnice o poloměrech p_1, p_2 se středy v ohniscích E, F protínají v bodech elipsy. Volbou různých bodů úsečky AB získáme různé poloměry a další body elipsy.



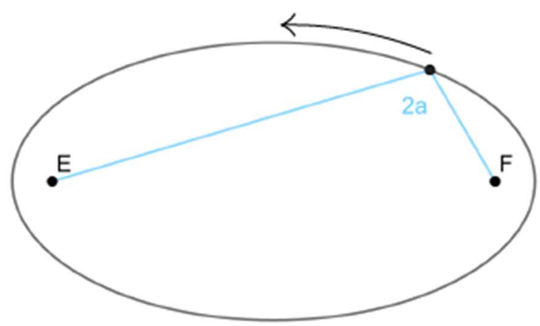
Obrázek 3: Bodová konstrukce elipsy

Bodová konstrukce sice není složitá a je nejpřesnější metodou, jak získat jednotlivé body elipsy, ale není velmi často užívaná pro nepřehlednost při získávání větší množiny bodů. Samozřejmě další body lze po získání několika prvních odhadnout, ale tímto se vytrácí přesnost konstrukce.

Zahradnická konstrukce

Zřejmě nejužívanější v běžném životě je takzvaná zahradnická konstrukce a pravděpodobně každý z nás se s ní někdy setkal. Ve škole je většinou uváděna mezi prvními způsoby vytvoření elipsy a samozřejmě také jako nejpraktičtější konstrukce na odborných učilištích například zednických oborů. Patří mezi nejjednodušší a nejrychlejší způsoby, jak sestrojit elipsu a postup stejně jako u bodové konstrukce vychází přímo z definice.

Opět vycházíme ze zadaných dvou pevných bodů, ohnisek elipsy, dále potřebujeme znát délku a, resp. $2a$, kterou při konstrukci využíváme. Pokud vycházíme z názvu konstrukce, tedy zahradnická, předpokládejme, že elipsu konstruujeme v terénu, například na zahradě. Potřebujeme dva kolíky představující ohniska elipsy E, F a provázek délky $2a$ (větší než vzdálenost dvou kolíků), jehož konce jsou přivázány k daným dvěma kolíkům a nějaký nástroj, jímž elipsu vryjeme do země. Pohybem rydla po provázku vykreslíme elipsu, přičemž provázek musí zůstat stále napnutý mezi třemi body, rydlem a dvěma kolíky (viz obrázek)

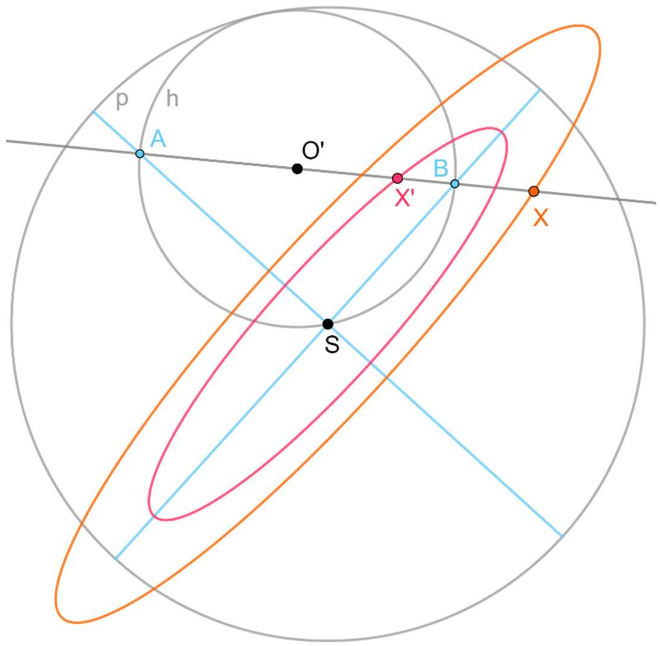


Obrázek 4: Zahradnická konstrukce elipsy

Úseky provázku od jednoho kolíku k rydlu a od rydla ke druhému kolíku jsou průvodiče bodu elipsy a pevná délka provázku zaručuje konstantní součet vzdáleností od ohnisek.

Proužková konstrukce

Dalším typem jsou konstrukce proužkové. Vychází z kinematických vlastností elipsy, tedy křivka je vykreslena pohybem, v tomto případě *eliptickým*. Body A, B náležící průměru kružnice h se pohybují po navzájem kolmých průměrech kružnice p, s níž má kružnice h vnitřní dotyk. Bod X různý od středu kružnice h opisuje elipsu.

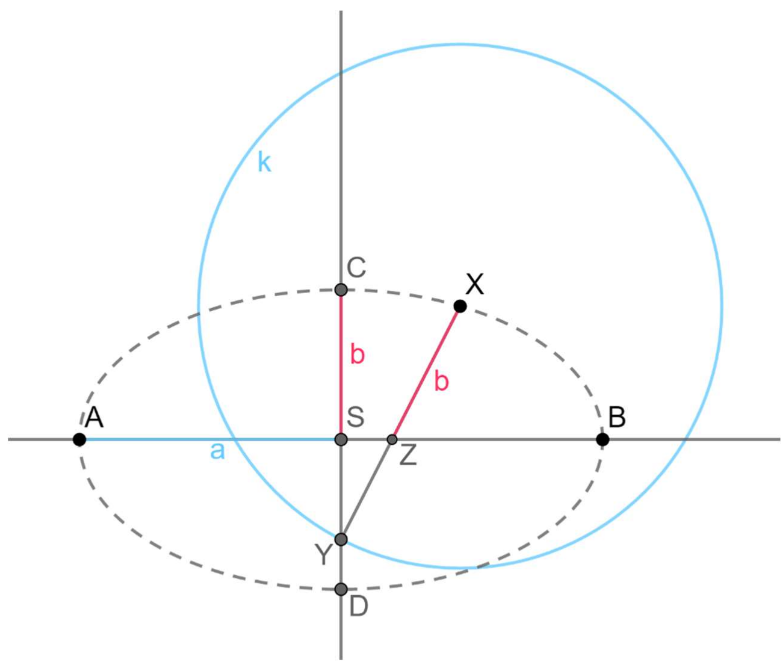


Obrázek 5: Eliptický pohyb

Pomocí proužkové metody umíme sestrojit vedlejší vrcholy elipsy, jestliže známe hlavní vrcholy a další bod elipsy. Existují dva typy proužkové konstrukce, rozdílová a součtová, jako první se budeme zabývat rozdílovou.

Jsou dány hlavní vrcholy elipsy *A, B* a bod elipsy *X*. Sestrojíme vedlejší vrcholy *C, D*. Víme, že vedlejší vrcholy *C, D* leží na vedlejší ose elipsy, která prochází středem *S* elipsy a je kolmá k hlavní ose AB. Potřebujeme zjistit velikost vedlejší poloosy *b*. Sestrojíme kružnici $k(X, a)$, která protne vedlejší osu ve dvou bodech. Vybereme a označíme *Y* ten z průsečíků, aby úsečka XY protínala úsečku AB. Tento průsečík označíme Z. Délka úsečky $|XZ|$ je hledanou délkou vedlejší poloosy b a můžeme dourčit vedlejší vrcholy elipsy C, D, případně ohniska E, F

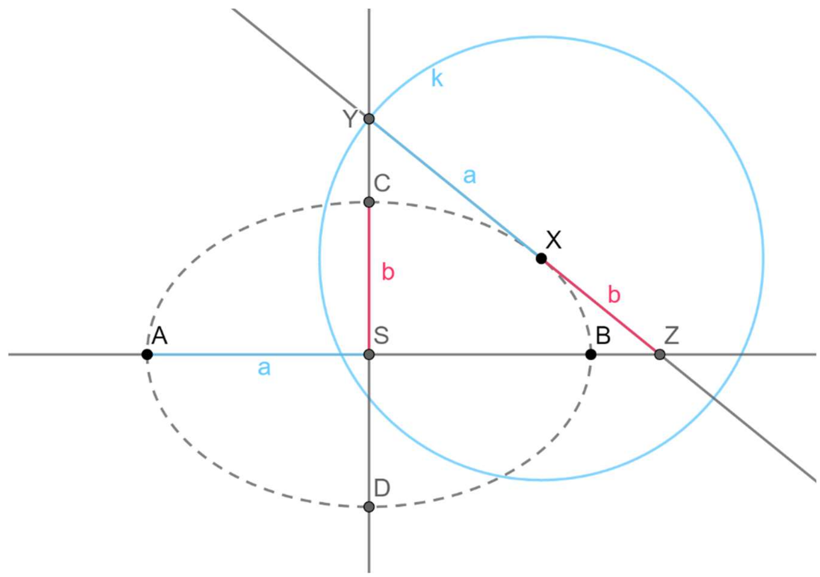
Název *rozdílová* je zřejmý: $b = a - |YZ|$.



Obrázek 6: Rozdílová proužková konstrukce elipsy

Druhá proužková konstrukce je *součtová*. Opět máme dány dva hlavní vrcholy A, B. Najdeme střed úsečky AB, tedy střed elipsy S a vedeme kolmici na AB bodem S, což je vedlejší osa elipsy, na níž leží vedlejší vrcholy C, D. Sestrojíme kružnici $k(X, a)$ a najdeme její průsečík Y s vedlejší osou tak, aby úsečka XY neprotla přímku AB uvnitř úsečky AB, ale mimo ni, tento průsečík označíme Z. Velikost vedlejší poloosy b je rovna délce úsečky $|XZ|$.

Název *součtová* je zřejmý: $a + b = |YZ|$.

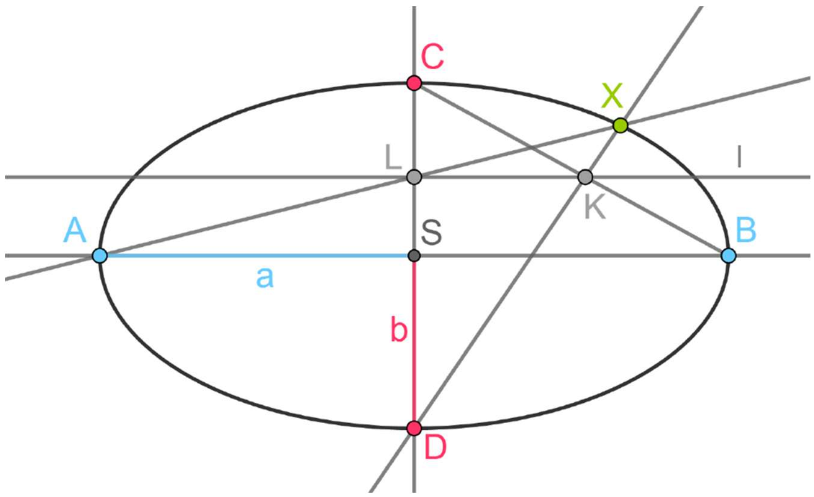


Obrázek 7: Součtová proužková konstrukce elipsy

Název proužková vznikl kvůli posouvání proužku papíru při konstrukci elipsy. U rozdílové konstrukce máme proužek papíru (úsečku XY) délky a, rozdělený bodem Z na délku poloosy b $(= XZ)$ a délku $a - b$ $(= YZ)$. Proužek papíru položíme tak, aby bod Z ležel na hlavní ose elipsy a konec označený Y na ose vedlejší, pohybujeme-li proužkem papíru tak, aby body stále ležely na daných osách, konec, který jsme označili X, vykreslí elipsu. U konstrukce součtové používáme proužek papíru délky $a + b$ $(= YZ)$ rozdělený bodem X na délku hlavní poloosy a $(= XY)$ a vedlejší poloosy b $(= XZ)$. Pohybujeme-li koncem proužku papíru označeným Y po vedlejší ose a koncem označeným Z po ose hlavní, bod X vykreslí elipsu.

Afinita elipsy a kružnice

Osová afinita v rovině je zobrazení dané osou a párem odpovídajících si bodů, které určují směr afinity. Osová afinita zachovává rovnoběžnost, dělící poměr a incidenci. V osové afinitě je obrazem kružnice právě elipsa (ve speciálním případě opět kružnice). Této skutečnosti využívá druhý způsob bodové konstrukce elipsy.

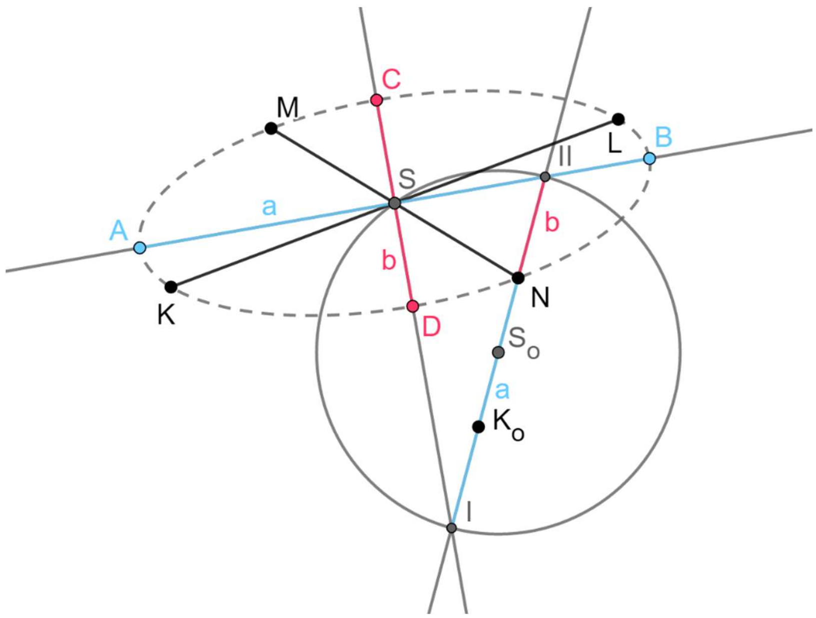


Obrázek 8: Bodová konstrukce elipsy využívající afinitu

Jsou dány velikosti hlavní poloosy a a vedlejší poloosy b hledané elipsy. Sestrojíme hlavní a vedlejší vrcholy A, B, C, D. Zvolíme kvadrant, ve kterém hledáme body elipsy (v našem případě BSC). Na spojnici BC příslušného hlavního a vedlejšího vrcholu zvolíme libovolný bod K. Bodem K vedeme rovnoběžku l s hlavní osou AB. Průsečík rovnoběžky l s vedlejší osou CD označíme L. Potom průsečík X přímek AL a DK je bodem elipsy. Body ve zbývajících kvadrantech nalezneme buď analogickým způsobem nebo využitím osové či středové souměrnosti elipsy.

Rytzova konstrukce

Velmi častou metodou konstrukce elipsy je konstrukce Rytzova z roku 1845. Popsal ji švýcarský matematik David Rytz von Brugg, který však důkaz konstrukce neprovedl a ten sepsal jeho kolega Leopold Mossbruger. Konstrukce se využívá v případě, kdy známe omezené sdružené průměry elipsy a hledáme hlavní a vedlejší průměry. Tudíž se opět nejedná o konstrukci hledající libovolný bod elipsy, ale určujeme základní parametry elipsy.



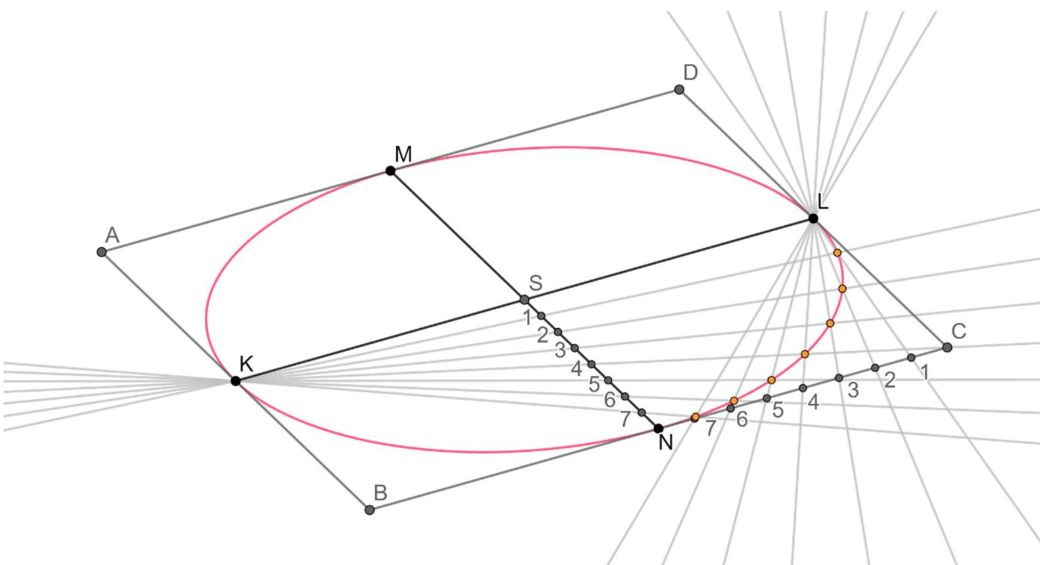
Obrázek 9: Rytzova konstrukce elipsy

Mějme tedy dány omezené sdružené průměry KL, MN, jejich průsečík je středem S elipsy. Jeden z koncových bodů průměru (v našem případě K) otočíme kolem středu S o 90° (do bodu K_o). Otočeným bodem vedeme přímku procházející krajním bodem druhého průměru (v našem případě N). Poté najdeme střed S_o právě narýsované úsečky a sestrojíme kružnici se středem v bodě S_o procházející středem elipsy, $k(S_o, |SS_o|)$. Kružnice k protne přímku ve dvou bodech I a II, těmito prochází osy elipsy. Pro velikosti hlavní a vedlejší poloosy platí $|IN| = a$ a $|IIN| = b$, tyto naneseme na příslušné osy, čímž máme určeny hlavní i vedlejší vrcholy elipsy.

Příčková konstrukce

Dalším příkladem konstrukce využívající sdružené průměry elipsy je konstrukce příčková. Často se užívá ke zobrazení kružnice ve středovém promítání, nejčastěji pro kružnici ve svislé rovině. Nezajímají nás v tomto případě hlavní a vedlejší poloosy nebo jiné prvky, ale body elipsy.

Mějme dány omezené sdružené průměry KL, MN, jejich průsečík je středem S elipsy. Dále sestrojíme rovnoběžník $ABCD$, v němž průměry KL, MN představují střední příčky. Tento rovnoběžník bude elipse opsaný. Zvolíme si kvadrant, ve kterém budeme sestrojovat body elipsy. Uvažujme například kvadrant L, S, N, C. Úsečku SN rozdělíme na libovolný počet shodných dílů a dělící body očíslujeme. Úsečku CN rozdělíme na stejný počet dílů a také očíslujeme. Dělící body úsečky SN spojíme přímkami s bodem K a dělícími body úsečky CN vedeme přímky do bodu L. Průsečíky přímek vycházejících z bodů odpovídajících si čísel tvoří body elipsy. Ve zbývajících kvadrantech nalezneme body analogickým postupem nebo využijeme středové souměrnosti elipsy.

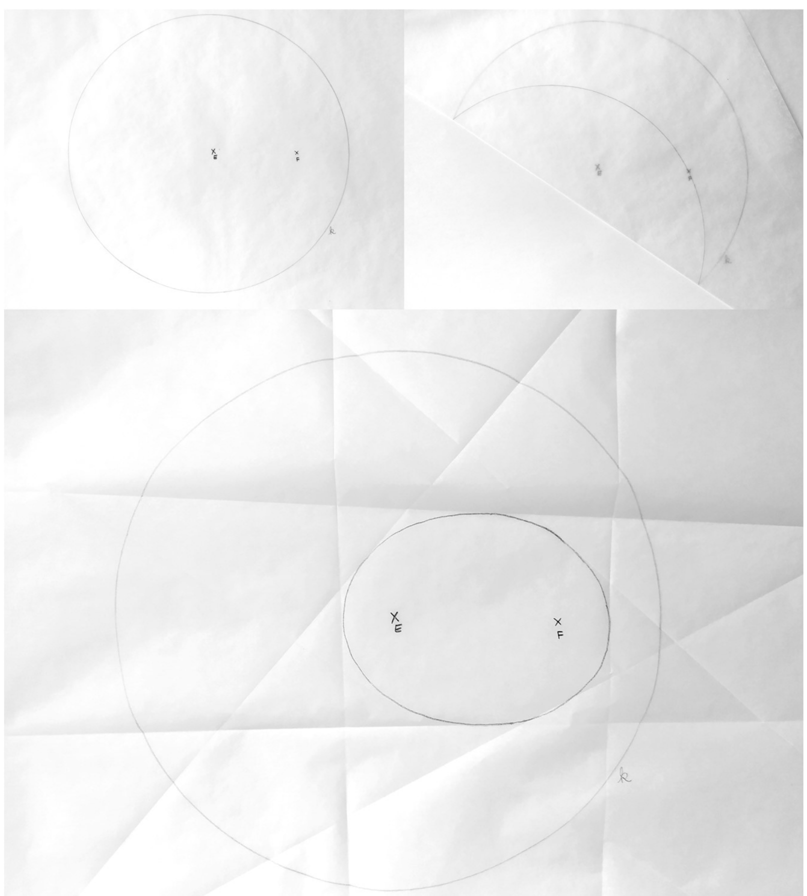


Obrázek 10: Příčková konstrukce elipsy

Ohýbání papíru

Nakonec kapitoly o konstrukcích elipsy si uvedeme jednu velmi netradiční konstrukci. Elipsu lze najít také ohýbáním papíru. Tato metoda spočívá v konstrukci množiny tečen k elipse, které ji obalují. Využívá ohniskových vlastností elipsy a tzv. *řídící kružnice* ($k(E, 2a)$ resp. $k(F, 2a)$ která je množinou bodů souměrně sdružených s jedním ohniskem podle tečen a její střed je ve druhém ohnisku). Nejedná se o používanou konstrukci v praxi, je však zajímavým příkladem využití vlastností elipsy k jejímu sestrojení.

Pro konstrukci potřebujeme znát velikost poloosy a, resp $2a$ a excentricitu e. Libovolně zvolíme první ohnisko E a sestrojíme druhé ohnisko F ve vzdálenosti $2e$. První ohnisko je středem kružnice $k(E, 2a)$. Papír s narýsovanou kružnicí ohýbáme vždy tak, aby ohnutá část kružnice procházela bodem F. Tímto způsobem dostaneme libovolné množství přímek (tečen) elipsu obalujících.



Obrázek 11: Konstrukce tečen elipsy ohýbáním papíru

Ovál

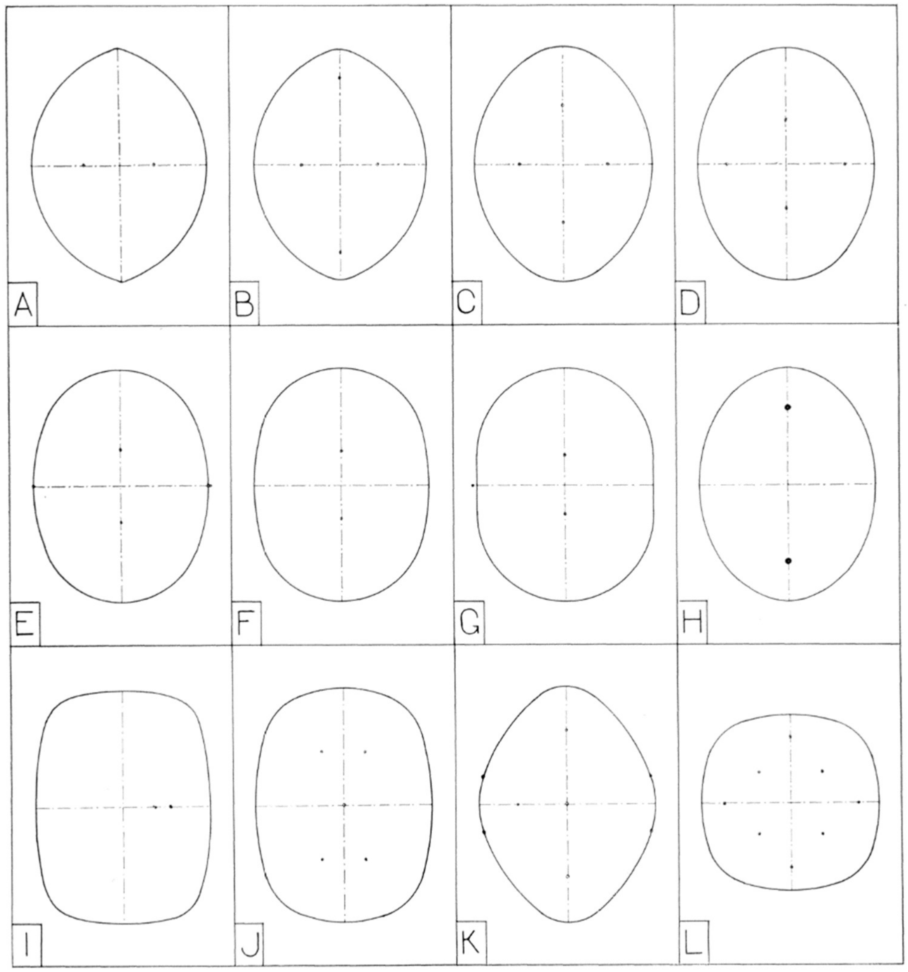
Druhá stěžejní křivka, kterou se budeme zabývat, je ovál. Název pochází z latinského slova *ovum*, což v překladu znamená vejce. Na rozdíl od ostatních křivek v geometrii není ovál definován přesně a má více podob. Popíšeme, co vlastně ovál je, jakými způsoby si ho lze představit a zkonstruovat.

Co je to ovál

Přesná podoba útvaru s názvem ovál neexistuje, jedná se o uzavřenou hladkou jednoduchou křivku složenou většinou z několika kruhových oblouků. Z původu názvu latinského slova označující vejce plyne, že název se odvíjel od nejbližší podoby v přírodě a nemá přesnou podobu, dá se připodobnit k vejci. V historii se jeho podoby i konstrukce různě mění. Zpočátku šlo o úsporný způsob uzavření prostoru křivkou, později začali lidé vnímat také estetický vzhled a geometrii. Pokoušeli se různými způsoby provést přesnou konstrukci elipsy nebo pro její složitost alespoň nalezení její aproximace co nejjednodušším způsobem, k čemuž využívali konstrukce oválu. Na obrázku níže vidíme několik příkladů oválných křivek z románského období, většinou šlo o stavby kostelů a rotund. Největší rozmach a přesnější geometrické interpretace ovál získal v průběhu 16. století v období renesance, manýrismu a baroka, avšak jeho použití se prolíná celou historií umění a architektury.

Konstrukce oválu

Jak je již zmíněno, ovál nemá svou konkrétní podobu a také jeho konstrukcí je mnoho, ať již z důvodu historického vývoje či odlišných pojetí různých architektů, kteří se o geometrickou interpretaci oválu zasadili při svých návrzích. Oválem můžeme rozumět křivku složenou z alespoň dvou kruhových oblouků se společnou tečnou (viz obrázek 11 F). Oblouky mohou plynule navazovat na sebe (viz obrázek 11 A) nebo mohou být spojeny zmíněnou společnou tečnou. Ovál obvykle konstruujeme pomocí více kruhových oblouků, avšak v praxi se vyskytují i příklady druhého způsobu naznačeného v předchozí větě, tedy jejich součástí může být úsečka. Projděme tedy alespoň některé z konstrukcí v jejich historické návaznosti.



Obrázek 12: Oválné křivky z románského období Francie

Serliovy konstrukce

Velice významnou osobností zabývající se konstrukcemi oválu byl italský architekt a malíř Sebastiano Serlio, žák architekta Baldassara Peruzziho, na jehož práci navázal. Jeho pojednání *Tutte l'Opere d'Architettura*, v překladu *Všechna architektonická díla*, se stalo stěžejní prací architektury a inspirovalo mnohé další současné i následující umělce. Serlio popsal čtyři konstrukce oválu jako aproximace elipsy vždy užitím čtyř kruhových oblouků. Kombinace základních geometrických útvarů je v umění a architektuře velice oblíbenou formou a v každé konstrukci je skrytý rovnostranný nebo rovnoramenný trojúhelník.

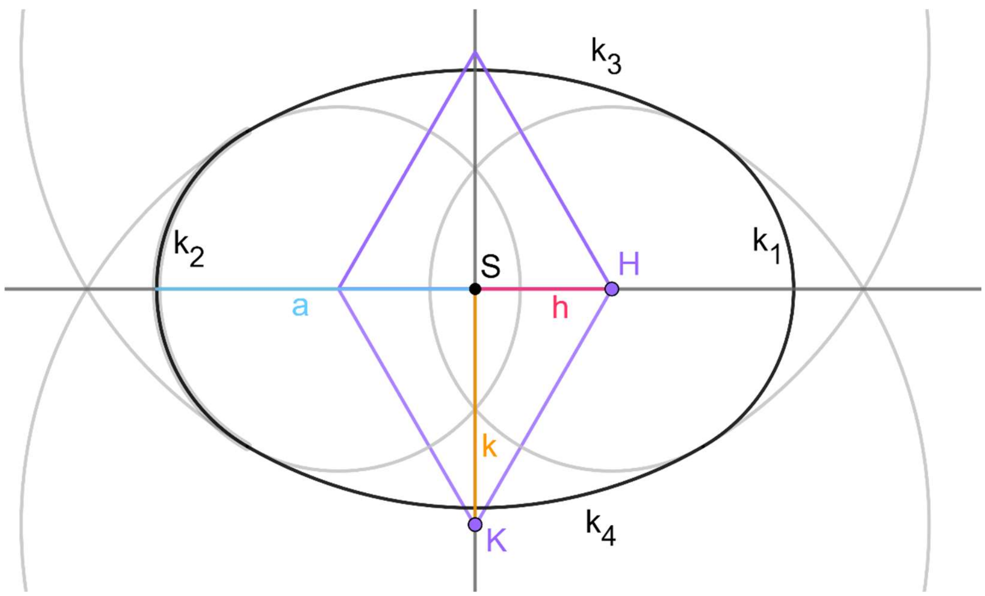
Serliova konstrukce I

Konstrukce obsahuje dva rovnostranné trojúhelníky se středy podstav v počátku soustavy souřadné. Jejich vrcholy (H, K) umístěné na osách určují středy aproximačních kružnic. Jejich průsečíky s osami určují parametry h a k nápomocné pro určení poloměrů kruhových oblouků. Tyto délky můžeme vyjádřit algebraicky:

$$h = \frac{a-b}{\sqrt{3}-1};\ k = \frac{\sqrt{3}(a-b)}{\sqrt{3}-1}$$

kde a, b jsou délky poloos aproximované elipsy. Poloměry kružnic jsou $r_1 = a - h$, $r_2 = a - h + \sqrt{h^2 + k^2}$.

Tuto konstrukci lze využít pro libovolný poměr délek poloos $\frac{a}{b}$.



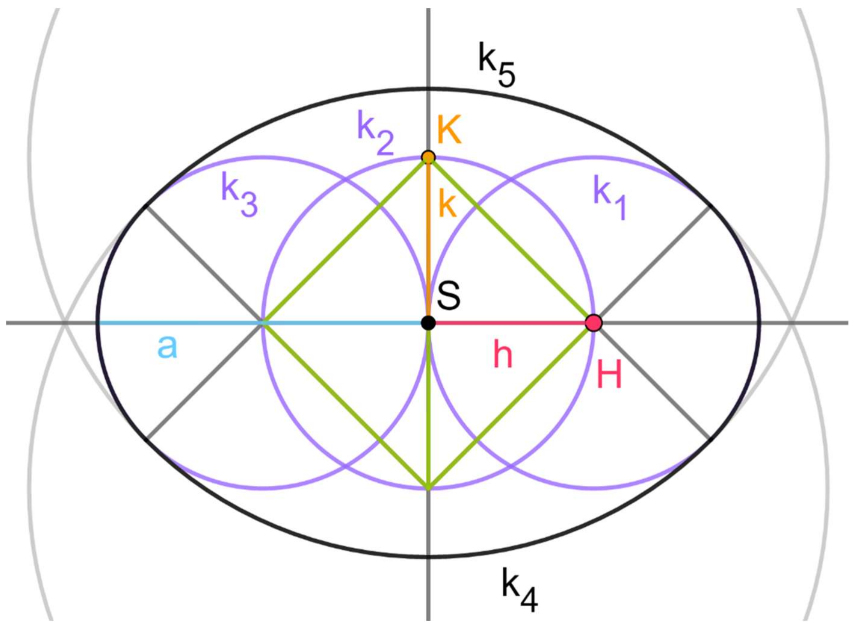
Obrázek 13: Serliova konstrukce I

Serliova konstrukce II

Druhá konstrukce využívá tři kružnice stejného poloměru a každá z nich prochází středem sousední. Zde jsou ukryté trojúhelníky rovnoramenné. Pro délky h, k, které jsou v tomto případě i poloměry kružnic platí:

$$h = k = \frac{a}{2}$$

kde a je délka hlavní poloosy aproximované elipsy. Krajní dvě kružnice jsou součástí tohoto oválu, středy zbývajících dvou jsou průsečíky prostřední kružnice k_2 s vedlejší osou elipsy a poloměr je roven $r = \frac{a}{2} + \sqrt{2}\frac{a}{2}$. V tomto případě se jedná o elipsy s poloměrem délek poloos $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$. Podle Serlia je tento ovál nejblíže přirozenému tvaru vejce.



Obrázek 14: Serliova konstrukce II

Serliova konstrukce III

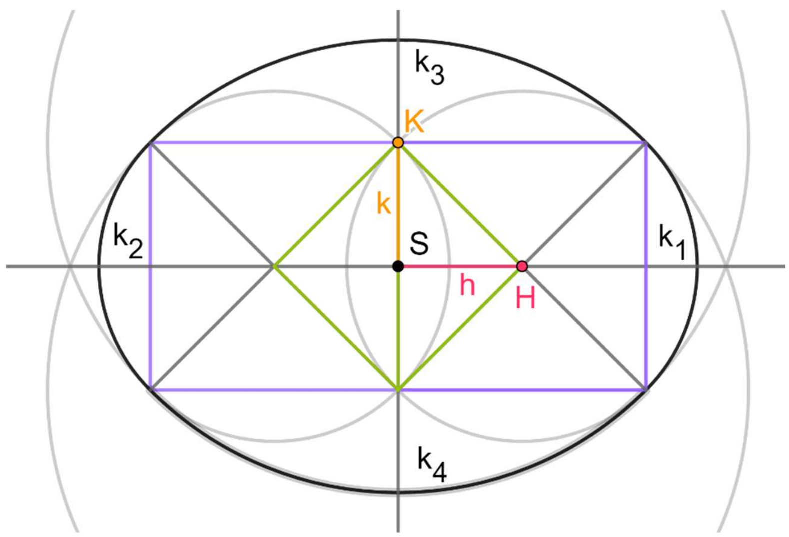
Základem třetí konstrukce jsou dva shodné čtverce. Trojúhelníky v této konstrukci jsou opět rovnoramenné s délkou ramen rovnou délce poloviny úhlopříčky čtverce. Pro délky k, h, a platí:

$$h = k = \frac{a}{\sqrt{2} + 1}$$

Středy prvních dvou kružnic jsou zároveň středy daných čtverců a jejich poloměr je roven polovině úhlopříčky. Středy druhých dvou kružnic nalezneme ve vrcholech čtverců ležících na vedlejší ose a jejich poloměr je roven délce úhlopříčky, tedy pro poloměry kružnic platí:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2}$$

Z toho vyplývá konstrukce aproximující elipsu s délkami poloos v poměru $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}-1}$.



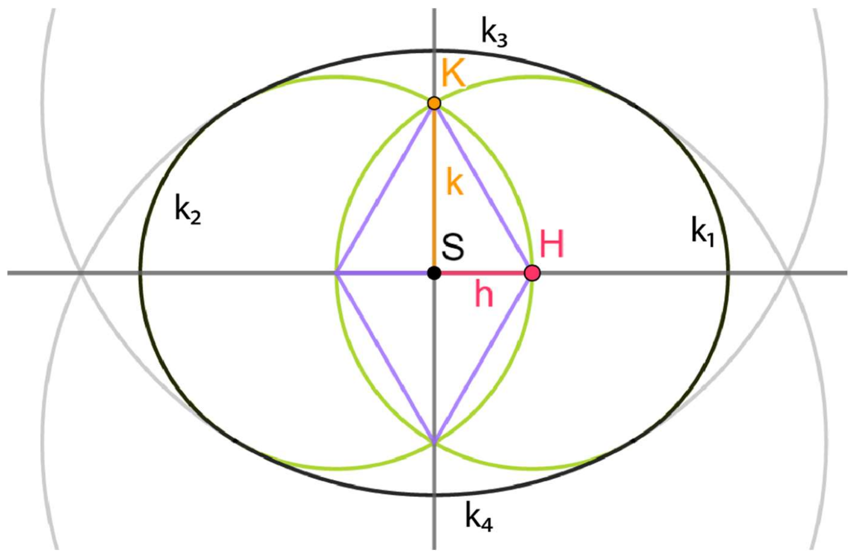
Obrázek 15: Serliova konstrukce III

Serliova konstrukce IV

Čtvrtá konstrukce byla Serliem doporučená kvůli své kráse a jednoduchosti. Tato konstrukce se stala běžně používanou v praxi. Použity jsou dvě kružnice procházející vždy středem druhé z nich. V této konstrukci je ukryt rovnoramenný trojúhelník, není však nutné jej při konstrukci zobrazovat. Pro délky h, k platí:

$$h = \frac{a}{3};\ \mathrm{k} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Středy prvních dvou kružnic jsou tedy v první a druhé třetině hlavní osy a, jejich poloměry jsou rovny délce h, středy druhých dvou kružnic nalezneme v průsečících prvních dvou kružnic a poloměry jsou rovny průměru předchozích, tedy $2h$.



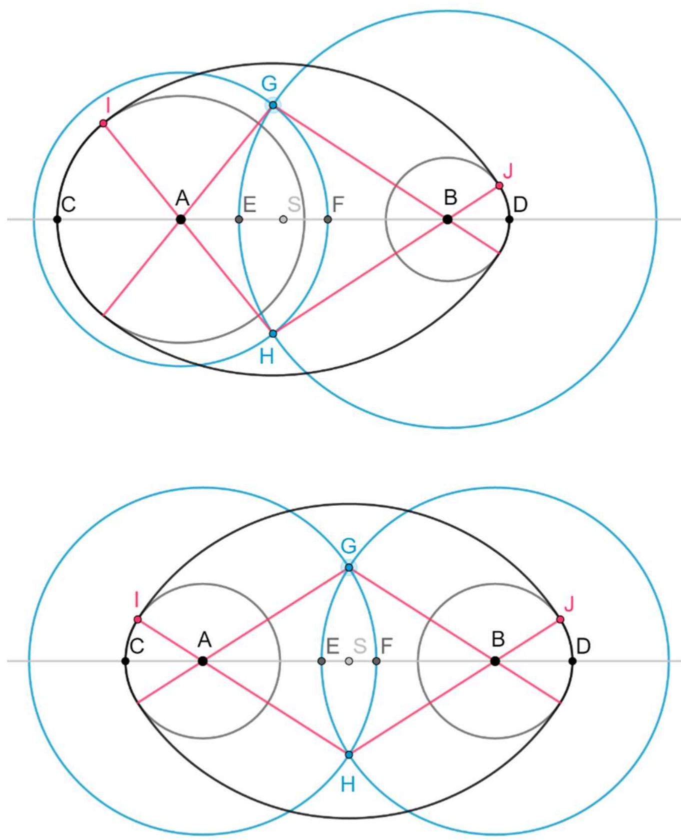
Obrázek 16: Serliova konstrukce IV

Konstrukce aproximuje nejlépe elipsy s poměrem délek poloos $\frac{a}{b} = \frac{3}{4-\sqrt{3}}$.

Guariniho konstrukce

Camillo-Guarino Guarini byl italský matematik, filozof a architekt období vrcholného baroka a další významnou osobností zabývající se aproximací elipsy konstrukcí oválů pomocí kruhových oblouků. Popsal obecnou konstrukci oválu.

Mějme dvě kružnice se středy v bodech A, B libovolně vzdálené od sebe. Poloměry kružnic nemusí být nutně shodné a kružnice se mohou i nemusí protínat. Přímka AB protíná tyto kružnice v bodech C, D. Sestrojíme body E, F tak, aby platilo $|CF| = |DE| \geq \frac{|CD|}{2}$. Body A, B jsou středy kružnic procházejících body E, F o poloměrech postupně $|AF|$ a $|BE|$. Tyto kružnice se protínají v bodech G, H, jejichž spojnice se středy původních kružnic protínají původní kružnice v bodech I, J, které leží na kruhových obloucích se středy G, H tvořící hledaný ovál.



Obrázek 17: Guariniho konstrukce oválu

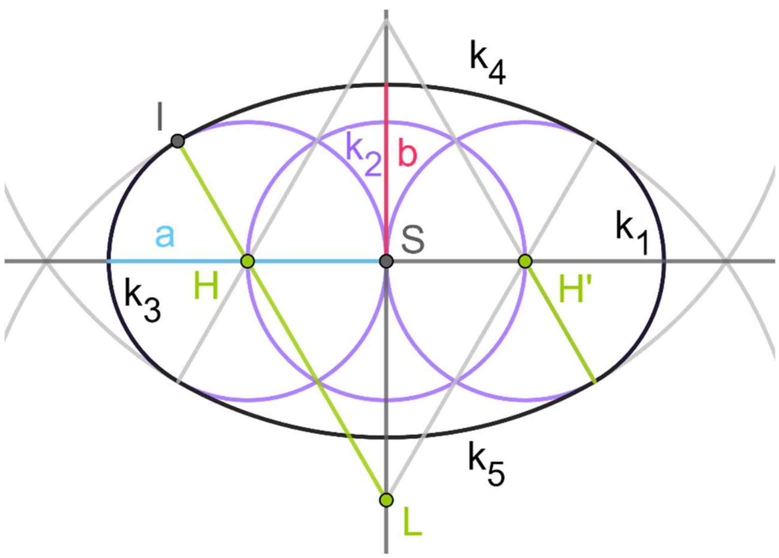
Modifikací této konstrukce lze získat Serliův ovál. Pokud budou kružnice stejného poloměru a vzájemně procházející středy, dostáváme IV. Serliovu konstrukci.

Meyerovy konstrukce

Třetí významná osobnost v oblasti konstrukcí oválů jako aproximace elipsy byl německý profesor Franz Sales Meyer. V roce 1896 napsal knihu *Handbuch der Ornamentik*, překladem do češtiny *Příručka ornamentu,* kde představil upravené Serliovy a Guariniho konstrukce oválu. Na rozdíl od svých předchůdců jeho konstrukce zachovávají délky obou os aproximované elipsy.

Konstrukce I

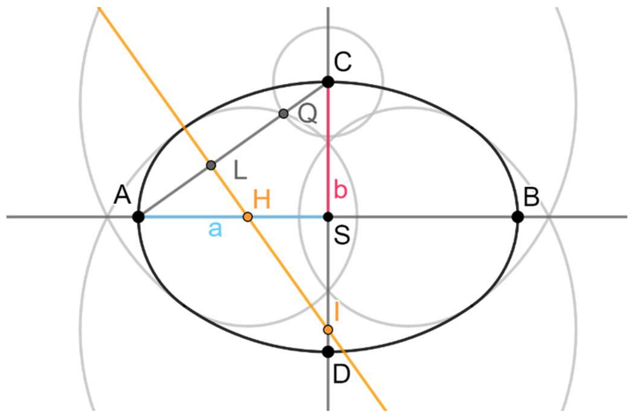
První konstrukce upravuje II. Serliovu konstrukci, tedy pomocí tří kružnic procházejících vždy středem sousední. Krajní aproximační kružnice procházející hlavními vrcholy zůstávají nezměněné, středy a poloměry druhých dvou jsou však rozdílné. Sestrojíme rovnostranný trojúhelník $HH'L$, kde body HH' jsou středy prvních dvou aproximačních kružnic a bod L doplňuje trojúhelník tak, aby byl rovnostranný. Bodem L vedeme polopřímky spojující jej se středy prvních dvou kružnic. Další aproximační kružnice má střed v bodě L a prochází průsečíkem I první aproximační kružnice se spojnicí LH.



Obrázek 18: Meyerova konstrukce I

Konstrukce II

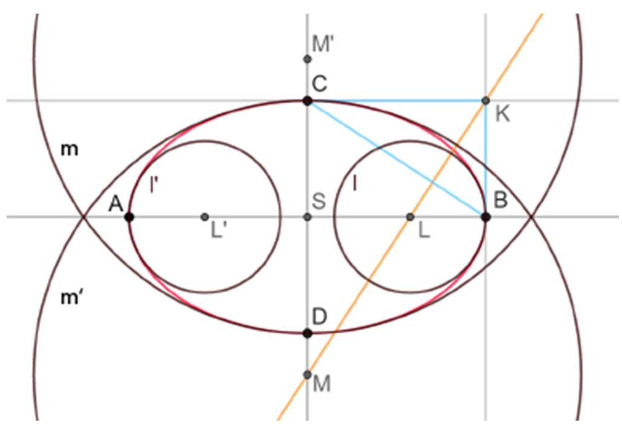
Ke druhé konstrukci máme elipsu danou délkami jejích os a, b. Střed S je středem dané elipsy, A, B, C, D jsou její hlavní a vedlejší vrcholy. Vedeme spojnici hlavního a vedlejšího vrcholu A, C a z bodu C na ni naneseme vzdálenost $a - b$, dostaneme bod Q. Středem úsečky AQ, bodem L, k ní vedeme kolmici, která protne hlavní osu v bodě H a vedlejší osu v bodě I, což jsou středy aproximačních kružnic.



Obrázek 19: Meyerova konstrukce II

Hyperoskulační kružnice (Konstrukce III)

Třetí způsob konstrukce podle F. S. Meyera patří mezi nejznámější a nejrozšířenější způsoby konstrukce oválu. Jedná se o *hyperoskulační kružnice.* Je to způsob, jak co nejpřesněji aproximovat elipsu pomocí oblouků tzv. *oskulačních kružnic,* což jsou kružnice dotýkající se elipsy v jejích libovolných bodech a přibližně ji nahrazující v jejich okolí. Nejčastěji sestrojujeme hyperoskulační kružnice, které nahrazují elipsu v nejbližším okolí hlavních a vedlejších vrcholů.



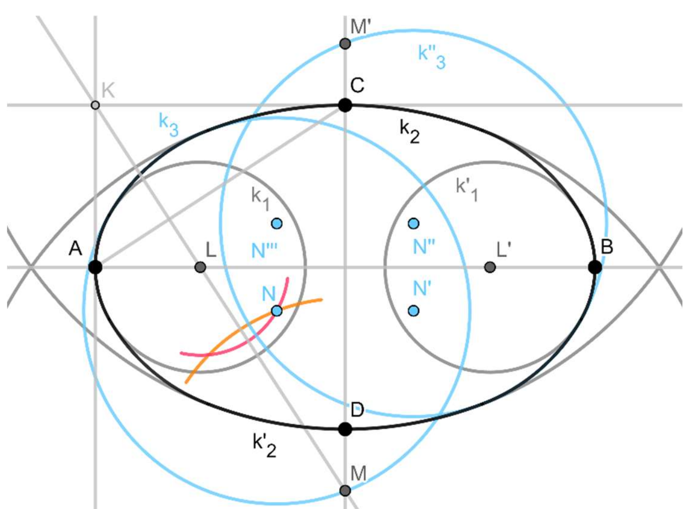
Obrázek 20: Hyperoskulační kružnice

Postup nalezení takovýchto kružnic je snadný. Ke konstrukci potřebujeme znát hlavní a vedlejší vrcholy elipsy. Zvolíme si libovolný kvadrant určený hlavní a vedlejší osou elipsy, příslušným hlavním a vedlejším vrcholem (v našem případě BC) vedeme rovnoběžky s osami a narýsujeme též jejich spojnici. Průsečíkem rovnoběžek K vedeme kolmici na úsečku BC. Průsečík této přímky s hlavní osou L je tzv. *střed křivosti*, což je střed hyperoskulační kružnice $l(L, |LB|)$ o poloměru rovnému vzdálenosti středu L od hlavního vrcholu elipsy B, tzv. *poloměr křivosti*. Průsečík přímky s vedlejší osou M je druhým středem křivosti, tedy střed kružnice $m(M, |MC|)$ procházející vrcholem elipsy C. Je vidět, že se kružnice neprotínají, proto je chybějící část nutno doplnit, obvykle pomocí křivítka.

Osmiobloukový ovál

Všechny dosud uvedené ovály se skládaly ze čtyř oblouků, avšak jak je již zmíněno na začátku kapitoly, ovály skládáme ze dvou a víc kruhových oblouků. Uveďme si proto ještě příklad oválu složeného z osmi kružnicových oblouků.

Za první čtyři tvořící kružnice (procházející vrcholy A, B, C, D) volíme hyperoskulační kružnice podle F. S. Meyera. Jak je ovšem z konstrukce předvedené výše vidět, tyto kružnice nemají společné body tak, aby na sebe plynule navazovaly, proto hledáme další oblouky pro tento účel. Poloměr r_3 tvořící kružnice zvolíme libovolně z intervalu poloměrů použitých hyperoskulačních kružnic (r_1, r_2). Bod L je středem kružnice k_1 o poloměru r_1, procházející hlavním vrcholem, bod M je středem kružnice k_2 o poloměru r_2, procházející vedlejším vrcholem. Střed N hledané kružnice k_3 poloměru r_3 je průsečík kružnice $l(L, r_2 - r_1)$ a kružnice $m(M, r_2 - r_3)$). Tímto je ovál určen.



Obrázek 21: Osmiobloukový ovál

Srovnání dvou útvarů

Konkrétní představu o elipse a oválu jako samostatných křivkách jsme si v předchozích dvou kapitolách ujasnili, nyní se můžeme vrhnout na jejich porovnání. Již od začátku je jasné, že křivky mají jisté podobnosti, ale také rozdíly, a proto se jimi vůbec zabýváme. Následující kapitola nám tedy přiblíží tento problém v historickém kontextu, ukáže dva pohledy a použití elipsy a oválu v životě architekta a geometra.

Historický vývoj

Charakteristickým rysem obou křivek je oblost. Tyto tvary se ve světě objevují od nepaměti, pravděpodobně naprosto nezáměrně byly vytvářeny již od dob neolitu v některých osadách. Poprvé potom elipsu lidé studovali ve starém Řecku, konkrétněji Menaechmus či Euklidés, svůj název však dostala až od Apollonia, řeckého geometra a astronoma známého svým studiem kuželoseček. Úvahu, že elipsa má ohnisko, přednesl poté další matematik antického Řecka, známý Pappos z Alexandrie. O elipse se delší dobu spíše mlčelo, nebyla nijak důkladněji zkoumána a preferovány byly kruhy či jejich různé kombinace, tedy i například vznikly některé konstrukce oválů. V roce 1602 německý astronom Johannes Kepler považoval oběžnou dráhu Marsu za ovál, později však objevil, že ve skutečnosti se jedná o elipsu a také přitom zavedl pojem *focus* neboli *ohnisko*. Jak si lze všimnout, popisy obou křivek vznikaly spíše na poli astronomie, která je však vědou nutně spojenou s matematikou a geometrií, jakožto obory, které dokážou přesně popsat okolní svět.

Ve stavebnictví zpočátku šlo především o uzavření prostoru co nejúspornějším způsobem. Později si lidé začali tvarů všímat i z hlediska jejich vzhledu a geometrie. První byla pozornost věnována spíše kružnicím, jakožto jednodušším křivkám ke konstrukci a zároveň se jednalo o symbol dokonalosti. Ve starém Řecku a Římě našly kruhové tvary využití především pro jejich akustické vlastnosti v návrzích divadel či zasedacích sálů.

Dále přímo oválné či eliptické tvary s různou přesností konstrukce nalézáme například v antických arénách. Zdali se však jedná o přesnou elipsu či ovál a jaký byl záměr architekta se dá zpětně jen těžko určit, taková analýza by vyžadovala nákladné skenování a vzhledem k možným chybám v průběhu stavby nelze říci, jaký byl původní návrh, šlo by tedy i tak spíše o spekulaci. V otázce praktičnosti konstrukce lze odhadovat, že pro menší stavby a potřebná místa bylo snadnější vytvořit eliptický útvar pomocí takzvané zahradnické konstrukce (viz kapitola o konstrukci elipsy) a v případě větších staveb se využilo spíše několika kruhových oblouků elipse se přibližujících, a tedy vzniklou křivkou je ovál.

Obrázek 22: Kristus v mandorle (Evangeliář ze Špýru, přibližně 1220)

V časech středověku byl kladen největší důraz na přesnost a symboliku vyjádřenou geometrií založenou na konstrukcích za pomoci pravítka a kružítka bez ohledu na racionální či iracionální proporce. Nejčastěji užívanými byly kruhy, čtverce a rovnostranné trojúhelníky, tedy tvary středově souměrné, v různých kombinacích. Užití elipsy či oválu se tímto tedy úplně nevylučuje. V tomto období bychom se mohli bavit spíše o oválech vzhledem k častému užívání kruhů a podíváme-li se na románské kostely a rotundy, všimneme si zajisté tvaru symbolické *mandorly* (v italštině přeloženo jako mandle), tedy spojení dvou kruhových oblouků. Jde o nejjednodušší konstrukci křivky, kterou nazýváme ovál. Vzhledem k pozornosti věnované přesnosti konstrukcí středověkého období bylo nutné uvádět poloměry tvořících kružnic a vzájemnou polohu jejich středů. Postupy geometrických konstrukcí v architektuře byly ve středověku drženy v tajnosti cechy, a tedy nebyly nikde šířeny.

Období renesance bylo oproti středověku doslova explozí architektonických příruček a pojednání. Poskytovaly teorie, popisy, pravidla a návody ke všemožným geometrickým konstrukcím užitečným v architektuře. Prvním takovýmto pojednáním bylo *De Re Aedificatoria* (v překladu *O budování*) italského autora Leona Battisty Albertiho, který doporučil užívání devíti základních geometrických útvarů. Prvními byly regulární mnohoúhelníky: čtverec, šestiúhelník, osmiúhelník, desetiúhelník a dvanáctiúhelník, jejichž konstrukci lze provést pomocí kružnice, která je stále považována za dokonalou formu přibližující člověka k Bohu, a dále přidal tři obdélníky jako rozšíření čtverce. Kruh tedy zůstal posvátným útvarem a elipsa byla spíše zamítána jako nedokonalá.

Konečně v období baroka došlo k ocenění tvaru elipsy a oválu, nejen vzhledově, ale také v astronomii, přírodě a mechanice právě pro svou dynamičnost, jíž se období baroka projevovalo. Jedním z prvních vyznavačů elipsy byl známý italský sochař, architekt a malíř, Michelangelo Buonarroti, který ji využil při návrhu náměstí Piazza del Campidoglio v římském Kapitolu. Dalším obdivovatelem eliptického tvaru byl Baldassare Perruzi, který však měl potíže s její excentricitou a jeho práce byla přenechána jeho žáku Sebastianu Serliovi, jehož konstrukce popsané v díle *Tutte l'Opere d'Architettura* se staly pro architekturu zásadními a jsou užívány dodnes. Serlio souhlasí s Albertiho názorem o nadvládě kružnice a uvádí čtyři možné konstrukce oválu užitím čtyř kruhových oblouků (všechny jsou uvedeny výše v kapitole věnující se konstrukcím oválu). V reakci na toto dílo začalo od 16. století vznikat množství eliptických kostelů v Itálii a Španělsku. V 17. století přišel také trend eliptických divadel také ve Francii a šířil se napříč celou Evropou.

Guarino Guarini byl jedním z matematiků, kteří ve své práci uváděli matematické i geometrické zdůvodnění. Uvažoval nejen o čistě matematické stránce konstrukce, věnoval pozornost také praktičtější stránce, kterou bychom mohli zařadit jako konstrukční geometrii. Ve svém díle popsal konstrukci přesné elipsy a několik druhů oválů a sahal mnohem dále než jeho předchůdce Sebastiano Serlio. Jeho konstrukce se časem staly všeobecně známé a autoři je dále rozšiřovali ve svých dílech.

V roce 1896 se objevil na scéně s konstrukcí elipsy a její aproximací kruhovými oblouky německý profesor F. S. Meyer, který napsal knihu *Handbuch der Ornamentik.* Kniha se stala velmi úspěšnou a vyšla v několika verzích v různých jazycích. Diskutuje symboliku, anatomii a použití geometrických konstrukcí na budovách či v designu nábytku. Při popisu oválu a elipsy užívá poznatků Sebestiana Serlia i Guarina Guariniho, avšak na rozdíl od těchto dvou se orientuje nejen na vlastnosti hlavní poloosy elipsy, ale věnuje pozornost též poloose vedlejší. Přichází se třemi konstrukcemi, všechny jsou elipse velice blízké, nejznámější je užití hyperoskulačních kružnic, se kterým se setkáváme naprosto běžně na školách.

Užití elipsy a oválu zůstalo v architektuře a designu aktuální dodnes, nejrůznější příklady si v práci uvedeme později v kapitole přímo věnované konkrétním příkladům využití. Mnohdy dochází k neodlišování obou dvou útvarů i v dnešní době, jak blízký je tedy mezi elipsou a oválem vztah?

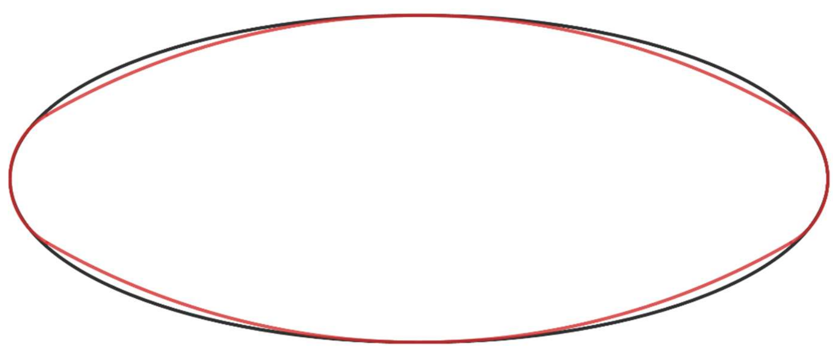
Elipsa nebo ovál

K užití eliptických forem v návrhu i realizaci díla je zajisté zapotřebí znalost její konstrukce, pokud možno co nejjednodušší. Sebastiano Serlio přišel jako první s popisem aproximace elipsy pomocí kruhových oblouků. Předpoklady pro rýsování elipsy pocházejí však již z období antiky k pramenům Apollonia, kdy se mohlo pravděpodobně využívat zahradnické konstrukce a prvním z novodobých autorů, který narýsoval přesnou elipsu, byl italský malíř Leonardo da Vinci kolem roku 1510. Další možností je užití nástrojů speciálně vytvořených pro konstrukci elipsy, takzvaných elipsografů, které byly vymyšleny několika matematiky, avšak se příliš neuchytily pro běžné používání a nemáme je obvykle jen tak k dispozici. Nepatří většinou totiž mezi nejmenší nástroje, jako například kružítko, a tedy se nejedná o nejpraktičtější způsob rýsování.

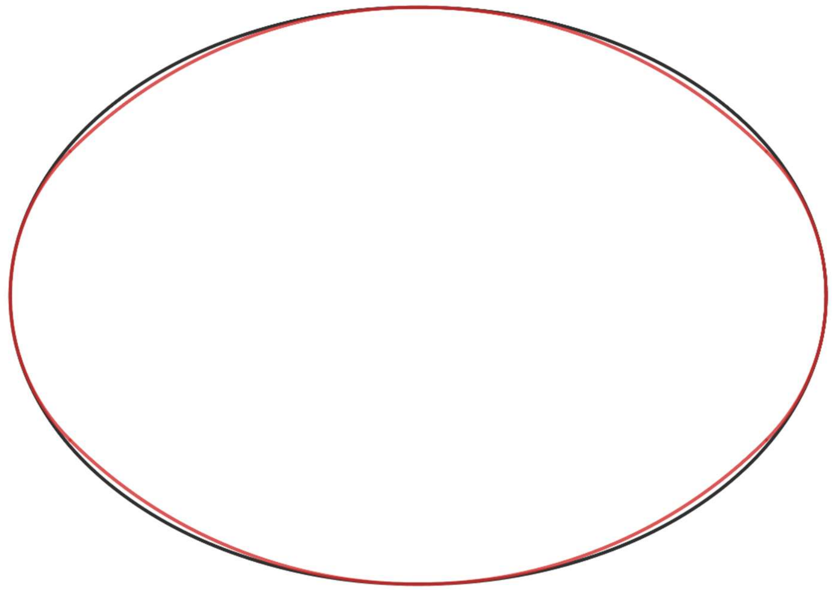
Jak již bylo zmíněno dříve, bez známého návrhu nebo pouze náčrtku stavby lze jen stěží poznat, o jakou konstrukci se jedná nebo jaký byl záměr autora. Samozřejmě lze provést poměrně náročná 3D měření a podle nich konstrukci určit, k takovým technikám se však obvykle neobracíme a spíše se tvar odhaduje podle období, ze kterého architektonické dílo pochází a také vzhledem k velikosti a umístění či použití.

Vedle velice snadné zahradnické konstrukce zbývá asi jako jediný další způsob použití oválu jako aproximace elipsy, a tedy musíme oželet naprosto přesný tvar. Zajisté však záleží také na typu konstrukce oválu, kterou zvolíme, například čtyřobloukový ovál bude elipse určitě blíže než pouhé spojení dvou kružnic, jak tomu bylo v případě mandorly, a dále osm oblouků bude jistě elipsu aproximovat lépe než pouze čtyři, zde už se ovšem opět naskýtá otázka náročnosti rýsování a přehlednosti konstrukce na papíře.

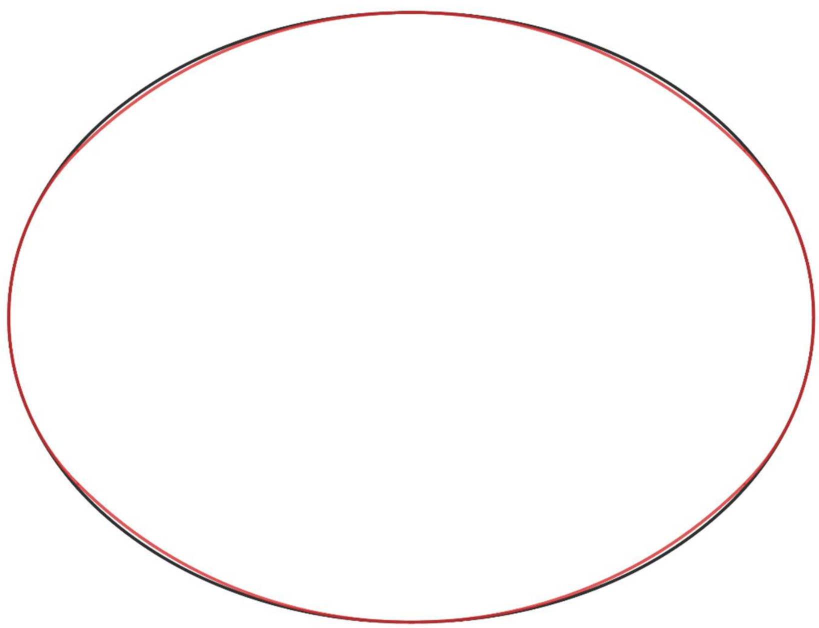
O jak velký rozdíl se tedy mezi elipsou a oválem jedná? Analytické řešení je poměrně komplikované a může docházet k chybám vzhledem ke složitosti vyjádření aproximace v číselné formě a případnému zaokrouhlování některých hodnot. Zaměříme se proto spíše na grafické srovnání. Následující obrázky porovnají dříve uvedené konstrukce oválu vzhledem k přesné elipse. Elipsa je znázorněna černou barvou a ovál je vždy červený.



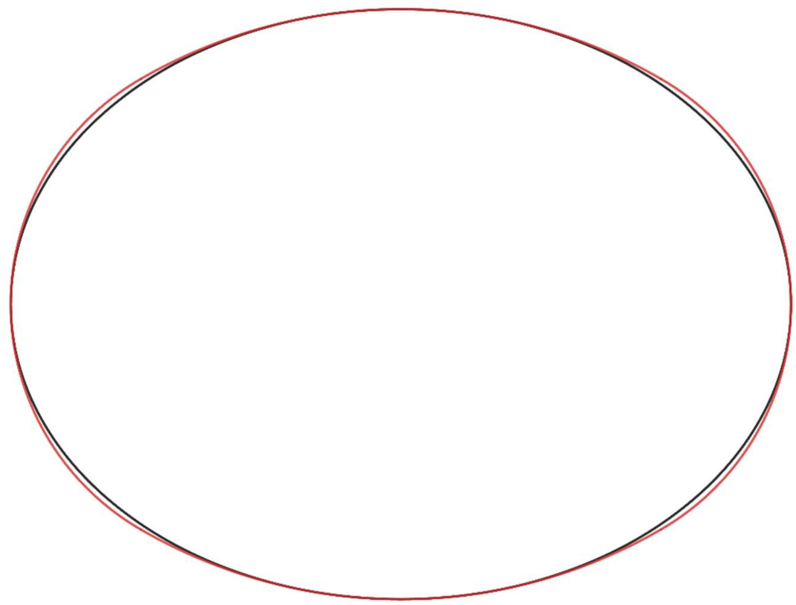
Obrázek 23: Serliův ovál I a elipsa



Obrázek 24: Serliův ovál II a elipsa

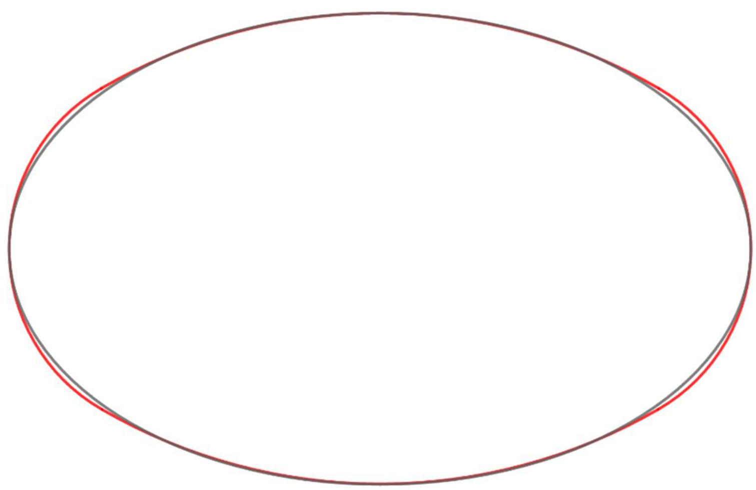


Obrázek 25: Serliův ovál III a elipsa



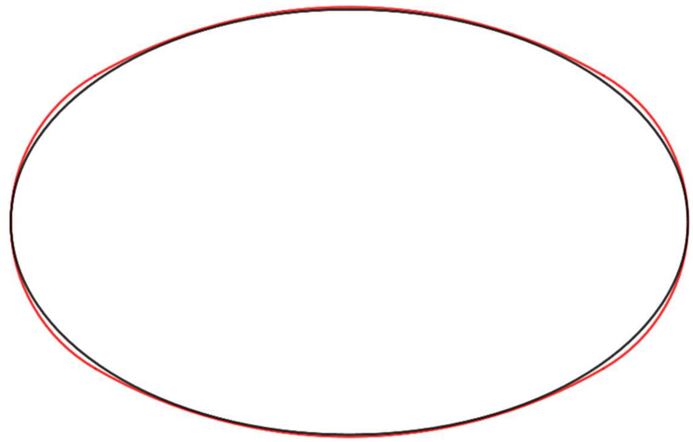
Obrázek 26: Serliův ovál IV a elipsa

U Serliových konstrukcí jsme (kromě první, nejobecnější) vždy zvolili poměr poloos aproximované elipsy dle uvedených doporučení u jednotlivých konstrukcí. Je vidět, že ovály nejsou od elips nijak propastně odlišné, ale stále je rozdíl znatelný, i když obrázky musejí být použity v dostatečné velikosti, aby byl viditelný lépe.

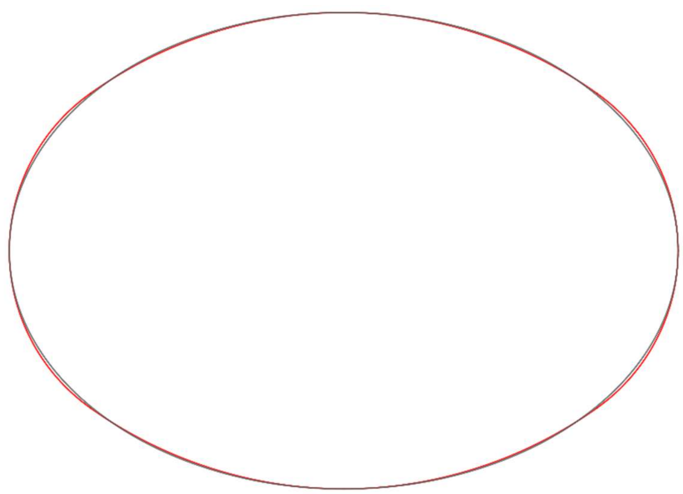


Obrázek 27: Guariniho ovál a elipsa

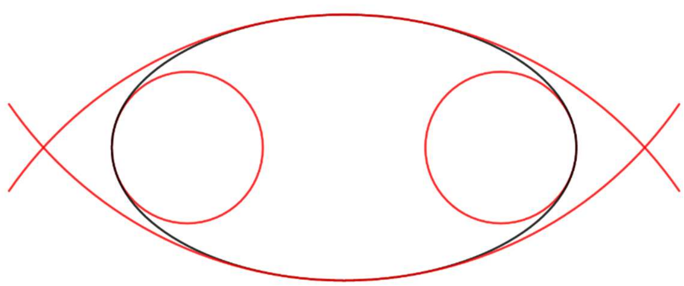
Guariniho konstrukce je zvolena pro libovolné délky poloos a, b a při rýsování je užito dvojice shodných kružnic. Rozdíl je opět vcelku drobný, ale viditelný.



Obrázek 28: Meyerův ovál I a elipsa

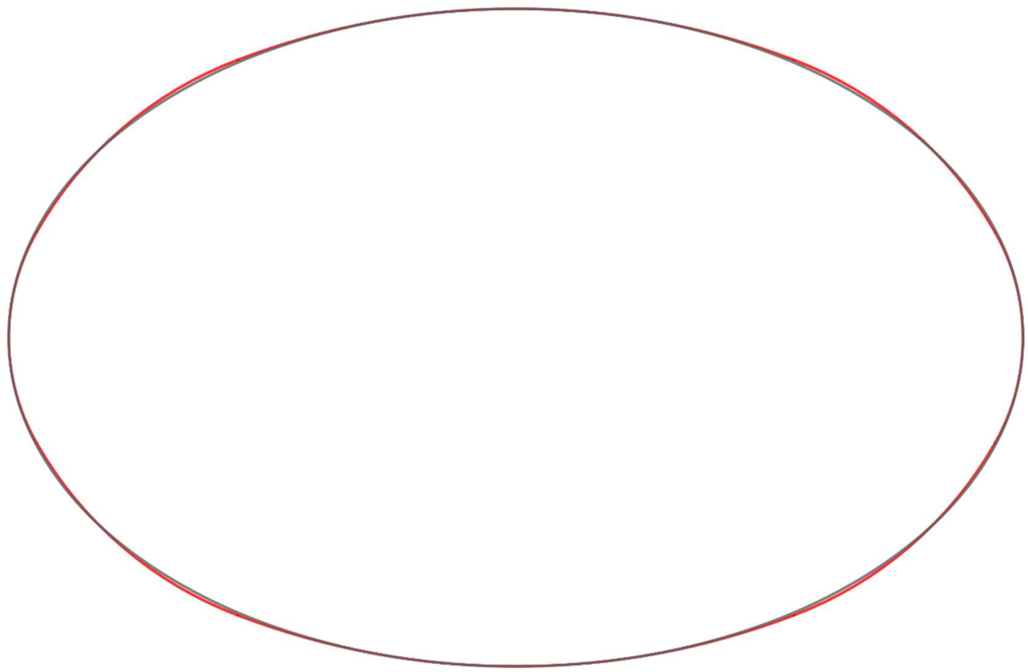


Obrázek 29: Meyerův ovál II a elipsa



Obrázek 30: Hyperoskulační kružnice (Meyer) a elipsa

Při pohledu na první dvě Meyerovy konstrukce oválu vidíme velmi vysokou přesnost, zatímco u hyperoskulační kružnice jsou od elipsy viditelně vzdálené a nemají společné body, tedy vzájemně nenavazují na sebe. Tento fakt kompenzujeme při konstrukci na papíře křivítkem a můžeme tak docílit také vcelku věrné nápodoby elipsy.



Obrázek 31: Osmiobloukový ovál a elipsa

Nejbližší konstrukcí k elipse ze všech uvedených oválů je osmiobloukový ovál konstruovaný sice pomocí hyperoskulačních kružnic, které se neukázaly jako velmi věrné napodobení, ovšem při doplnění kružnic opticky je spojujících vznikne křivka téměř nerozeznatelná od pravé elipsy.

Pohled architekta a geometra

Z historického vývoje používání si můžeme všimnout, že obě křivky se prolínají napříč celou historií architektury společně. Mnohdy autor chce použít eliptický tvar, ale například neví, jak jej přesně zkonstruovat tak, aby odpovídal definici nebo jde o zbytečně náročný postup nehodící se do výkresu. Právě z tohoto důvodu přišli konstruktéři s různými aproximacemi elipsy s různou přesností i různou náročností konstrukce. Vybrat si můžeme ze škály dvou či více obloukových konstrukcí případně doplněných o rovné linky v podobě tečen spojujících plynule tvořící kružnice.

Zároveň užití kruhových tvarů znamená zjednodušení konstrukce ve skutečnosti. Pro drobné elipsy, například v klenbách dveří nebo oken, by byla vyžadována spousta tvarů cihel kvůli neustálé proměnlivosti elipsy, zatímco kruh měnící se stále stejně vytvoříme mnohem snadněji. Navíc podle britského zahradního architekta Batty Langleyho užití eliptických tvarů přidává až 50 % výdajů na práci a materiály na stavbu navíc ve srovnání s rovnými zdmi.

Z pohledu geometrie však již dobře víme, že jde o dvě sice podobné, ale přitom geometricky odlišné křivky, navíc jednu bez jednoznačné definice a mající více různých podob. Přesto stále dochází i ve výuce geometrie k chybám. Například lze mezery zaznamenat v běžné středoškolské a mnohdy i vysokoškolské výuce, kde geometrie není určena jako primární předmět zájmu, ale pouze jako vedlejší předmět nápomocný k pochopení či interpretaci konstrukčních myšlenek na papír. Při probírání tématu elipsy se naprosto bez zdůraznění rozdílu uvádí konstrukce pomocí hyperoskulačních kružnic. Přičemž, jak již víme, jedná se o pouhou aproximaci, nikoli přesnou konstrukci.

O existenci oválu se častokrát učebnice ani profesoři nezmíní. Důvodem může být neexistující definice nebo mnohdy tak zanedbatelný rozdíl, který by mohl studenty jen zmást. Zajímavým protipříkladem byl však nález učebnice geometrie pro tříletý výuční obor zedník autorky Ing. Evy Hrdličkové z projektu „Obnova a modernizace technických oborů v Olomouckém kraji“. Tento text výstižně na několika stranách popisuje elipsu i ovál a uvádí jejich konstrukce (v případě elipsy konstrukci zahradnickou a bodovou, v případě oválu jednu ze Serliových konstrukcí) bez pro daný obor zbytečných a zdlouhavých detailů o historii, původu či rozdílech. Rozdíly však nejsou opomenuty úplně, ale jsou prezentovány pomocí zadání praktického příkladu. Alespoň drobná zmínka podobného stylu by byla zajisté ve výuce geometrie přínosná i na jiných školách.

Použití počítačové techniky

V dnešní době je použití počítačů téměř neodmyslitelné ve všech odvětvích našeho života. Digitalizovány jsou všechny záležitosti běžného života jako databáze na úřadech, ve školách, zdravotnictví a podobných institucích, mezilidská komunikace, média, měření, výzkumy a mnoho dalších odvětví, jejichž výčet by mohl pokrýt mnoho stran textu. Ani navrhování, a tedy i rýsování se tento trend nevyhnul. Programy a práce s nimi nám ušetří spoustu námahy, času i čar na papíře, nedochází díky nim k tolika nepřesnostem, jako může dojít při užití pravítka a tužky, ale můžeme jim bezmezně věřit? Jsou všechny pokyny tlačítka na obrazovce přesně tím, čím se zdají být? A jak vlastně takový program pracuje? Odpovědi na tyto otázky rozebere následující kapitola, rozdělíme si grafiku na rastrovou a vektorovou, uvedeme nejznámější programy v architektuře a designu a podíváme se, jak fungují.

Nejčastější počítačové programy pro design a architekturu

Programů pro architekturu a design existuje spousta. Digitální design je v dnešní době naprosto nezbytnou součástí architektury. Klienti očekávají mnohem více než jen náčrtky nebo modely, chtějí vidět vysoce detailní virtuální prezentaci návrhu. 3D modelování nám umožňuje navrhnout interiéry i exteriéry budov, s některými můžeme také vizualizovat světelné efekty a jejich vliv na vzhled návrhu ve skutečnosti.

Ne každému však vyhovuje to samé. Nejdůležitější jsou funkce, které program nabízí, jaký je jeho výstup, typ a účel a samozřejmě každému vyhovuje jiné uživatelské prostředí. Existují programy určené pro úpravu fotografií, prostorové modelování, tvorbu 2D grafických materiálů jako plakáty či vizitku, zároveň máme i programy používané k výuce matematiky a geometrie ve škole. Je důležité si vybrat ten správný program pro daný účel a zároveň i pohodlí práce.

Na trhu je v současné době velké množství společností i programů a uživatel má vcelku široké spektrum pro výběr softwaru, se kterým bude pracovat. V následujícím textu si programy roztřídíme do skupin podle jejich účelu i způsobu jejich práce, které spolu většinou úzce souvisí a zařadíme do každé skupiny několik nejznámějších zástupců.

Typy programů

Základem při výběru programu, ve kterém budeme pracovat je účel naší tvorby. Prvním faktorem je, zda tvoříme návrhy ve dvou či tří rozměrném prostoru, tedy zda návrh bude jen plošný (například obraz, logo nebo plakát) nebo chceme navrhovat nějaký objekt v prostoru a chceme mít možnost jej vidět ze všech možných pohledů. Druhý bod pro rozhodování je, k jakému účelu návrh slouží, zda je to vizualizace pouze formou vytvořeného obrázku, který nám stačí v omezené velikosti, nebo zda se jedná například o logo firmy, které je potřeba mít k dispozici v libovolné velikosti, ideálně nastavitelné. Odtud nám vyplývá dělení grafických editorů na vektorové a rastrové (někdy také nazývané bitmapové).

Rastrové

První skupinou programů jsou takzvané rastrové. Tyto programy pracují na základě jednotlivých bodů (tzv. pixelů), které mají své pevně dané místo v mřížce na obrázku a svou barvu ve (většinou) zvoleném barevném modulu, jehož výběrem se řídíme také na základě očekávaného výstupu (RGB pro digitální, CMYK pro tiskovou formu). Většinou pomocí rastrových grafických programů upravujeme fotografie, případně upravujeme renderované obrazy z jiného editoru, abychom dostali přesvědčivější výsledek. Výstup bitmapových editorů má pevnou velikost, respektive je dáno rozlišení a při přílišném zvětšení je vidět jednotlivé zvětšené pixely a obraz působí jako velmi neostrý a rozkostičkovaný.

Mezi nejužívanější programy se řadí *Photoshop* od firmy Adobe a jeho nejznámější bezplatný, open source ekvivalent *GIMP*, dále například *Corel Photo-Paint*, *Zoner Photo Studio* a mnohé další.

Vektorové

Druhý typ jsou programy s grafikou takzvanou vektorovou. Takovýto výstup, tedy vektorový obrázek je poskládán ze základních útvarů, které jsou přesně geometricky definované, jak už vyplývá z názvu, počítač takovéto útvary skládá pomocí vektorů. Velkou výhodou těchto editorů je, že jejich výstup můžeme libovolně zvětšit do potřebných rozměrů bez ztráty kvality obrazu a je možné pracovat s každou částí obrazu samostatně. Vektorová grafika se užívá především pro tvorbu log, diagramů, animací, počítačovou sazbu a spadají do ní i programy zabývající se 3D grafikou, které jsou v dnešní době stále více potřebné a užívané k realistické vizualizaci finálního produktu.

Mezi nástroje založené na vektorové grafice vytvářející 3D modely spadají takzvané CAD a BIM programy. Tradiční CAD aplikace (*computer aided design* - v překladu počítačem podporované navrhování) jsou založeny na nástrojích pro kreslení výkresů nebo tvorbu geometrických modelů. Využívá se dalších jejich specializací jako strojírenských CAM (*compuiter aided manufacturing*), CAE (*computer aided engineering*) či zmíněného vylepšeného modelu BIM, tedy *building information model*, který reprezentuje stavbu jako celek včetně jejích fyzických a funkčních vlastností.

Pro navrhování obvykle volíme spíše vektorové programy. Opět existuje spousta společností, programů a možností, ze kterých si může návrhář zvolit. Mezi dominantní patří společnost Adobe a její program *Illustrator* především pro tvorbu obrázků a animací, dále *InDesign* pro sazbu. Neplacenými konkurenty společnosti Adobe jsou Inkscape jako alternativa Illustratoru a *Scribus* jako alternativa InDesignu. Další programy v nabídce pro 2D vektorovou grafiku jsou například *CorelDraw* nebo *Affinity Designer*. Ze světa 3D grafiky se nabízí programy jako *Rhino 3D*, *Cinema 4D*, *Blender* nebo *Maya*. Další programy jsou přímo aplikace CAD a BIM od různých výrobců, přičemž mezi nejužívanější patří *AutoCAD*, *Inventor* nebo *Revit Architecture* od firmy Autodesk, dále *SketchUP* nebo *ArchiCAD*.

Vybrané programy a jejich zobrazení elipsy

Technologie nám mnohé usnadňují tak, že můžeme na rozdíl od práce na papíře, kdykoli libovolnou část obrazu dočasně skrýt nebo trvale vymazat, překreslovat ve vrstvách, dále nám umožňují zobrazovat a napojovat jednotlivé objekty tak přesně, jak bychom pouze s tužkou a pravítkem jen těžko dokázali. Avšak následující slova akademického sochaře a designéra Ondřeje Podzimka naprosto přesně vystihují důležitost znalostí geometrických pojmů a postupů i v běžné praxi užívaní počítačové techniky.

„Snad to zní jako paradox, ale počítačové modelování a prostorovou grafiku budou moci tvůrčím způsobem využít jen ti, kteří jsou schopni obejít se i bez těchto složitých pomůcek. Tomu, kdo neumí tvořivě zacházet s tvorbou a formou a zhodnotit estetickou působnost jednotlivých variant, však obrazovka počítače mnoho nepoví. Zřejmě i tato zásadní inovace práce průmyslového designéra zdůrazní význam výtvarné složky jeho činnosti.“

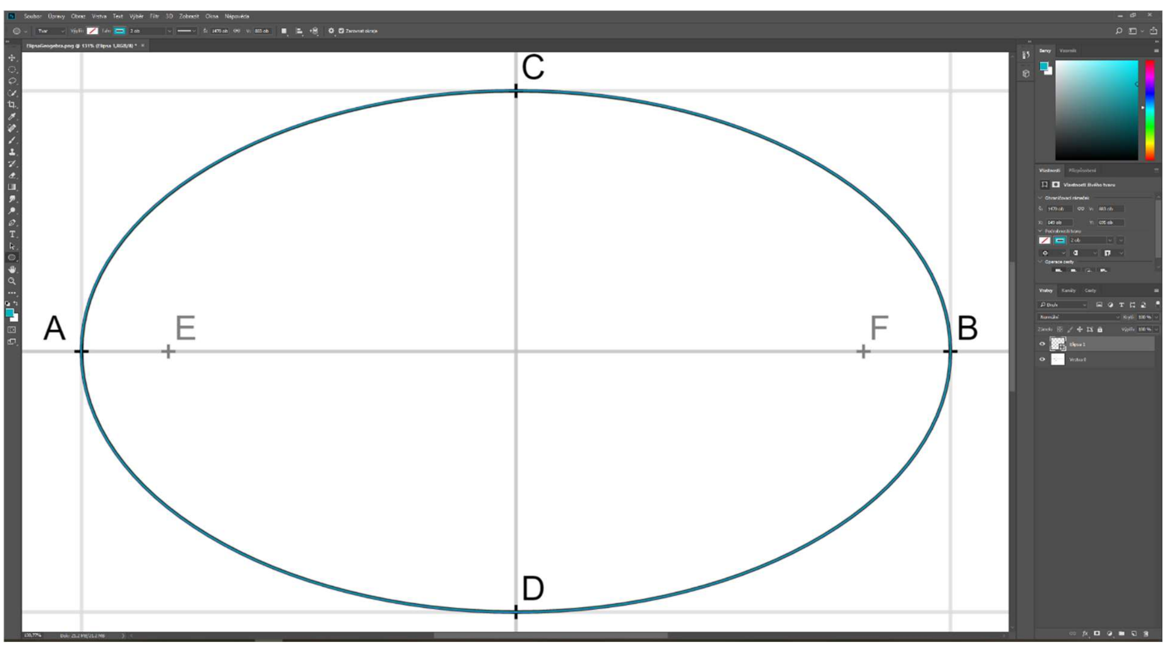
Ondřej Podzimek, akad. Sochař a designér (Výtvarná geometrie plus)

Následně se podíváme na několik vybraných grafických programů a porovnáme jejich zobrazení elipsy. Ověříme, zda je přesnost počítačů skutečně neomylná. Každý program má samozřejmě pod kontrolou tým programátorů a pracuje na základě jisté algoritmizace, která není veřejně dostupná a nezjistíme tedy úplně přesnou práci každého programu, ovšem přesnost můžeme ověřit alespoň přibližným způsobem. Všechny případy srovnáváme graficky s elipsou vytvořenou přesným matematickým softwarem *GeoGebra*, který slouží jako grafický kalkulátor a podpora rýsování či pro tvorbu animací především určených pro výuku a prezentaci matematických vlastností v geometrii.

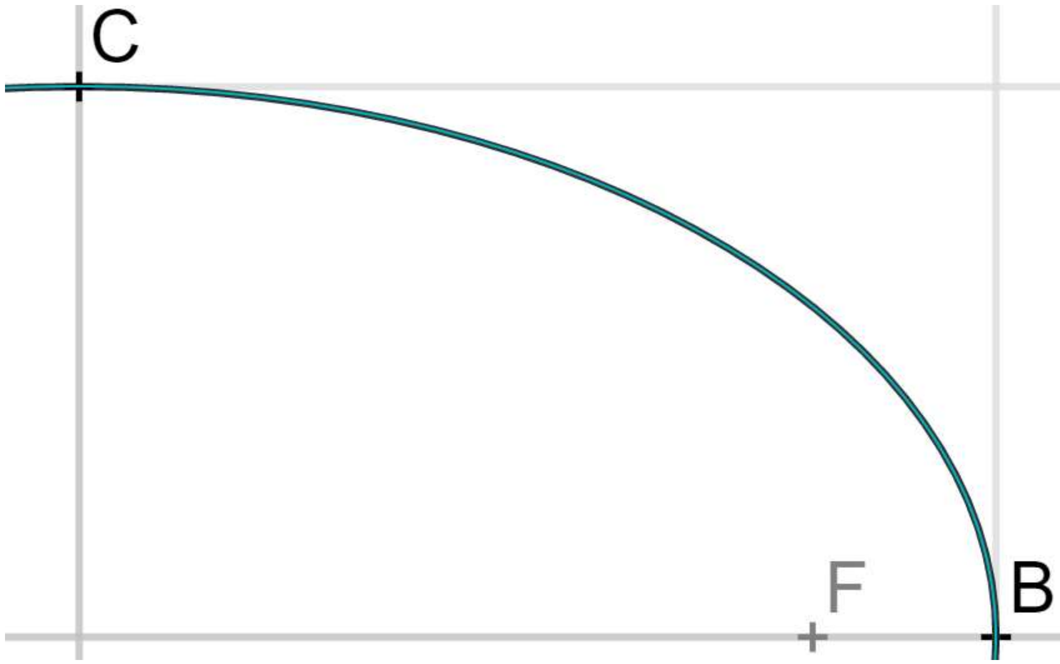
Adobe Photoshop

Jedná se o rastrový grafický editor, využívaný především pro úpravu fotografií, ale jeho možnosti jsou i širší, poslouží také pro volnou grafickou tvorbu, animace, případně návrhy pro webové stránky a podobně.

Na obrázcích vidíme použití nástroje „elipsa." Objekt vypadá velice přesvědčivě, bez zřetelného rozdílu. Pravděpodobně se tedy jedná o přesnou konstrukci elipsy.



Obrázek 32: Adobe Photoshop, nástroj "elipsa"

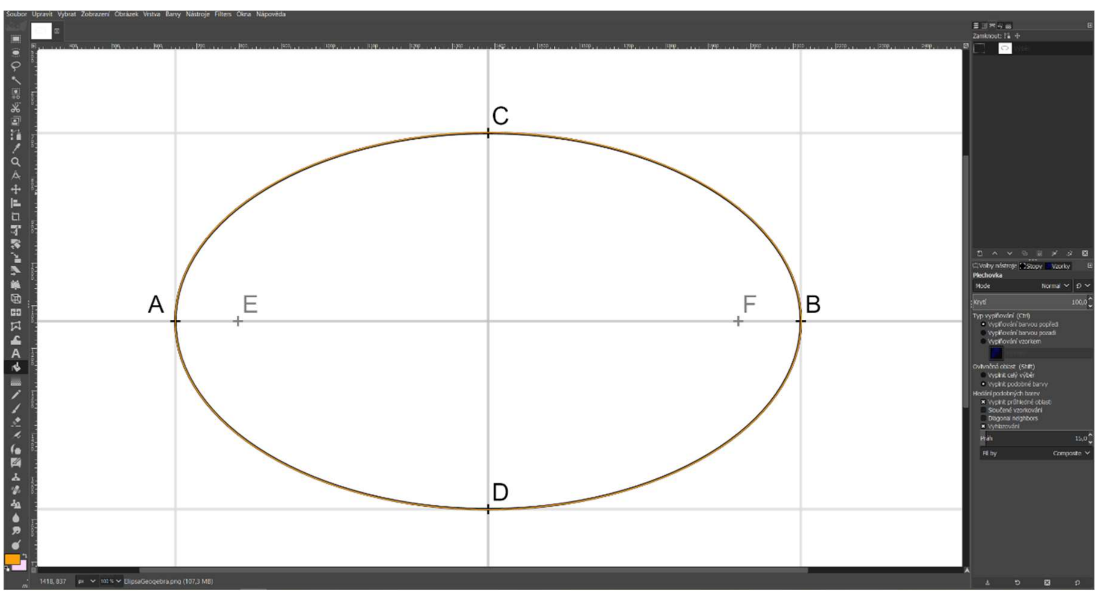


Obrázek 33: Adobe Photoshop, nástroj "elipsa" detail

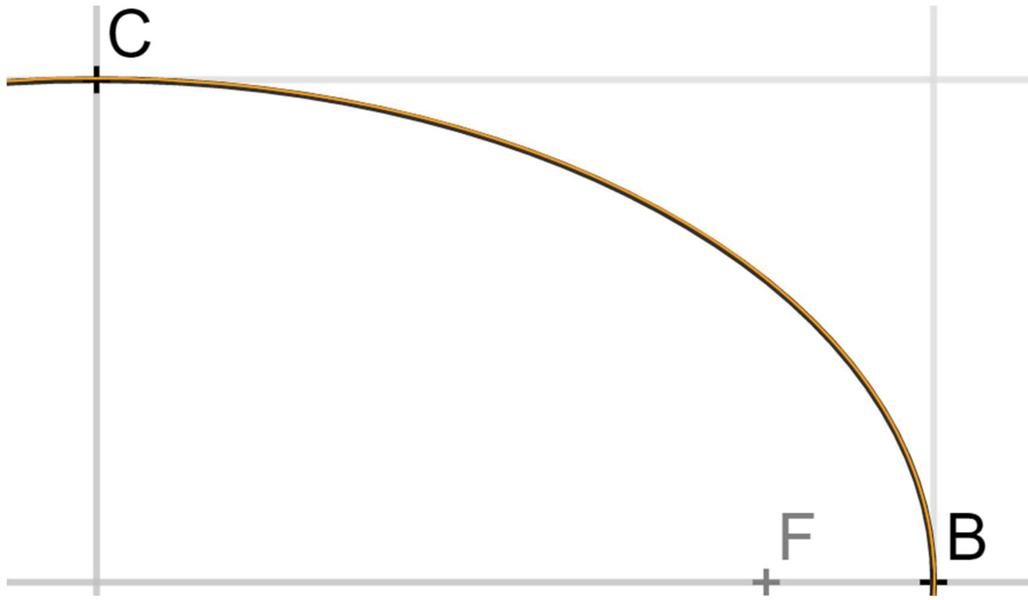
GIMP

Další rastrový grafický editor je open source program GIMP. Je využívaný jako bezplatná alternativa k programu Photoshop a jeho využití je tedy stejné jako v předchozím případě.

Zobrazujeme křivku vytvořenou pomocí nástroje eliptického výběru. Můžeme vidět opět vcelku přesnou elipsu odpovídající spodní vrstvě s předlohou vytvořenou v GeoGebře.



Obrázek 34: GIMP, eliptický výběr

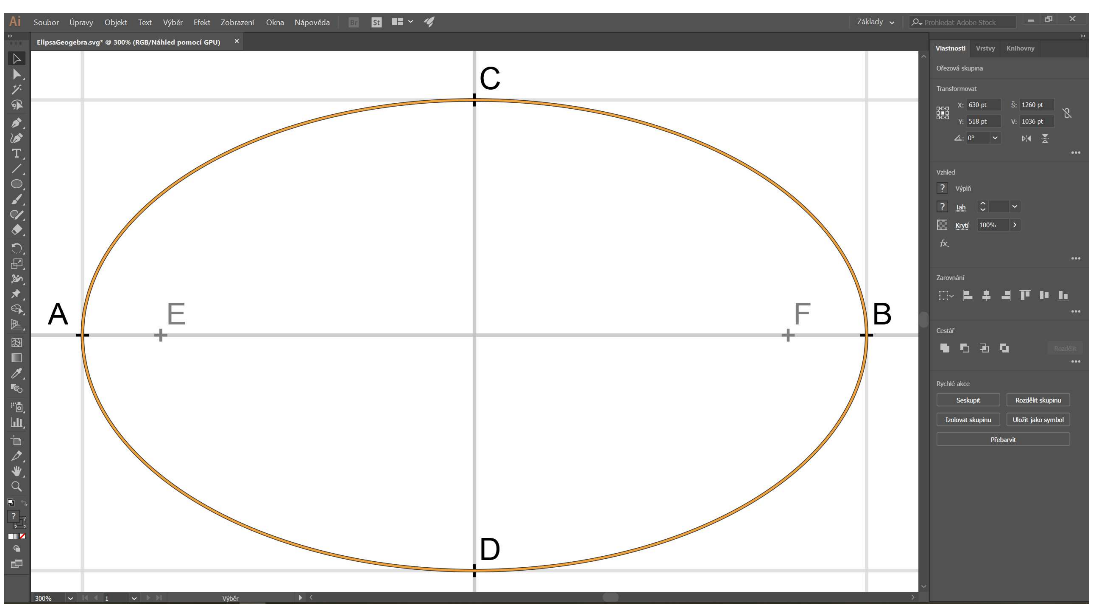


Obrázek 35: GIMP, eliptický výběr, detail

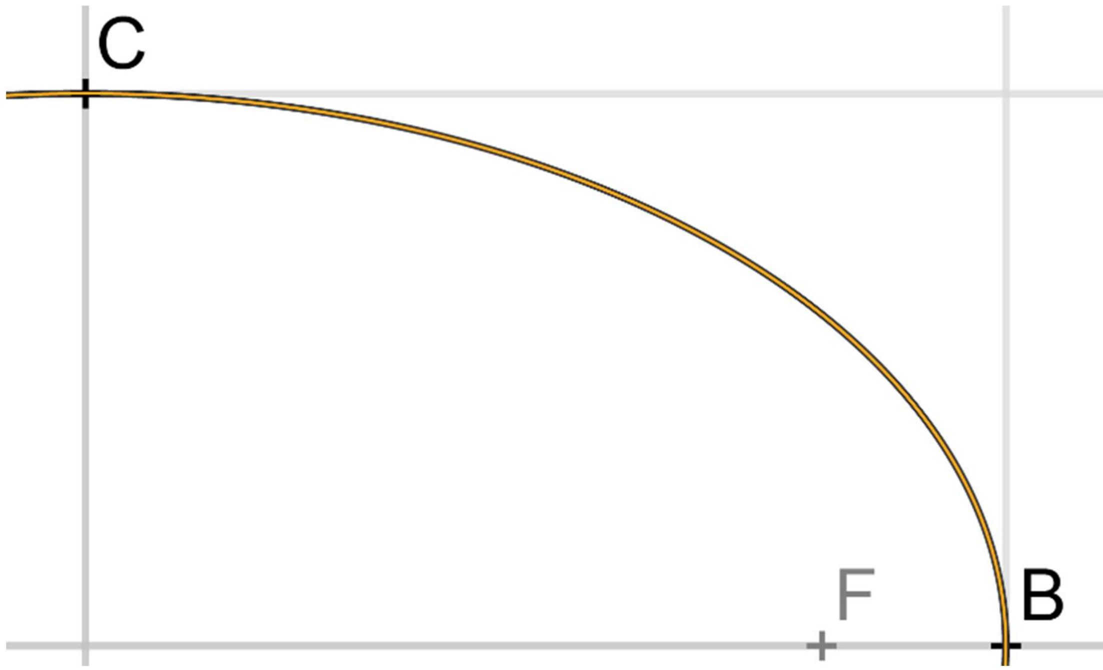
Adobe Illustrator

Nyní se přesouváme k vektorové grafice. Adobe Illustrator najde využití především při tvorbě loga, drobných animací a jakémukoli designu, kdy není jisté, jaká velikost obrazu bude potřeba. Zde již bylo možné pracovat v křivkách a výsledek je zřetelnější.

Opět užíváme nástroj s názvem „elipsa“ a vidíme přesnou elipsu, můžeme tedy zhodnotit, že pravděpodobně také Photoshop od stejné společnosti má interpretaci elipsy nastavenou správně.



Obrázek 36: Adobe Illustrator, nástroj "elipsa"

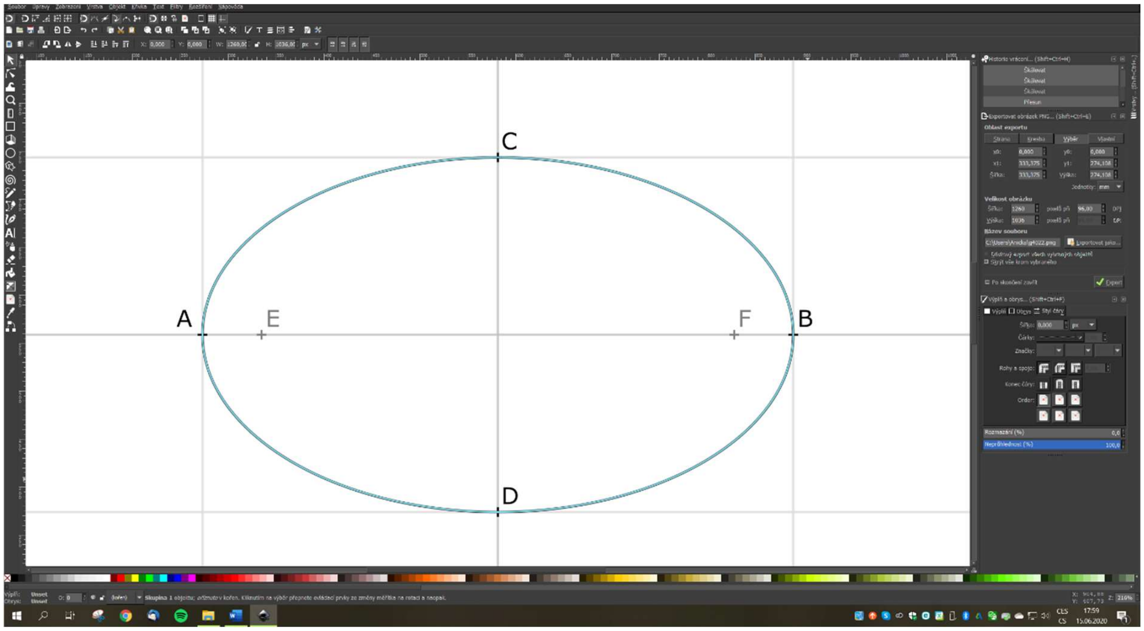


Obrázek 37: Adobe Illustrator, nástroj "elipsa, detail

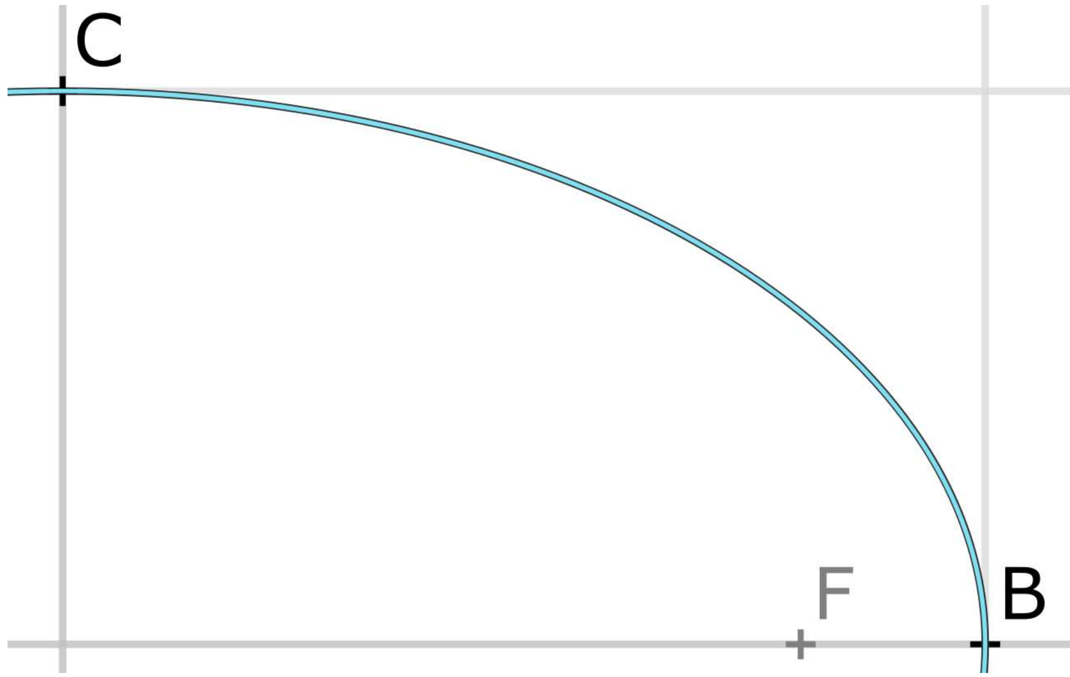
Inkscape

Další je bezplatná varianta programu Illustrátor, tedy Inkscape. Využití se nabízí opět klasicky pro vektorovou grafiku, kdy nevíme, jakou velikost výsledku budeme potřebovat.

Inkscape nám taktéž nabízí věrnou podobu elipsy.



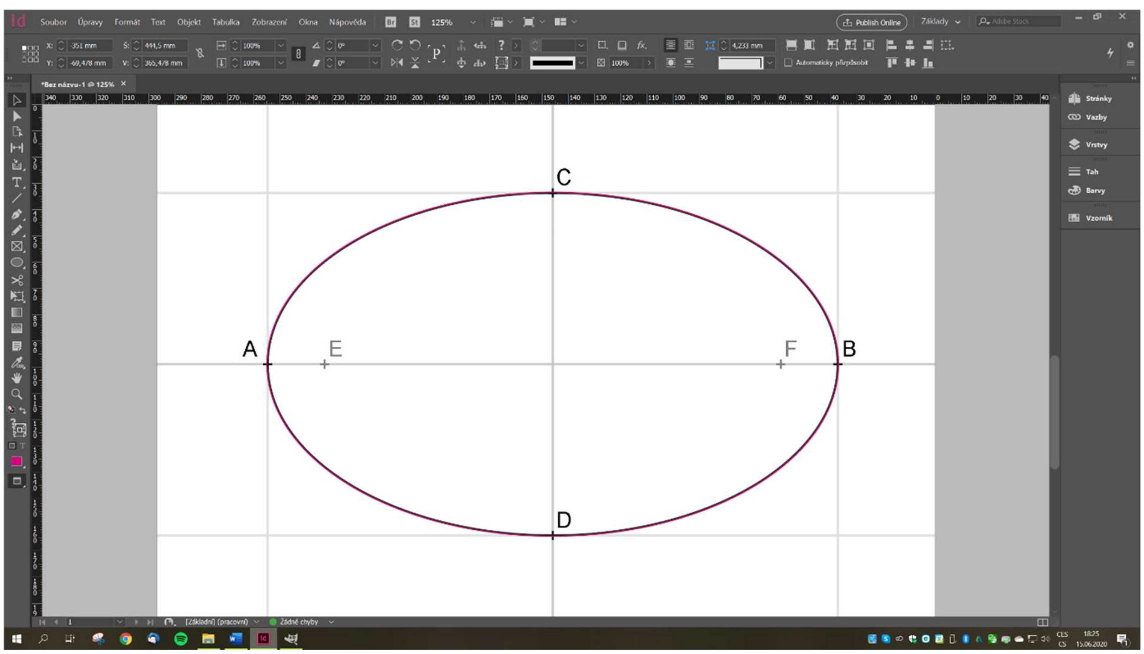
Obrázek 38: Inkscape, nástroj "elipsa"



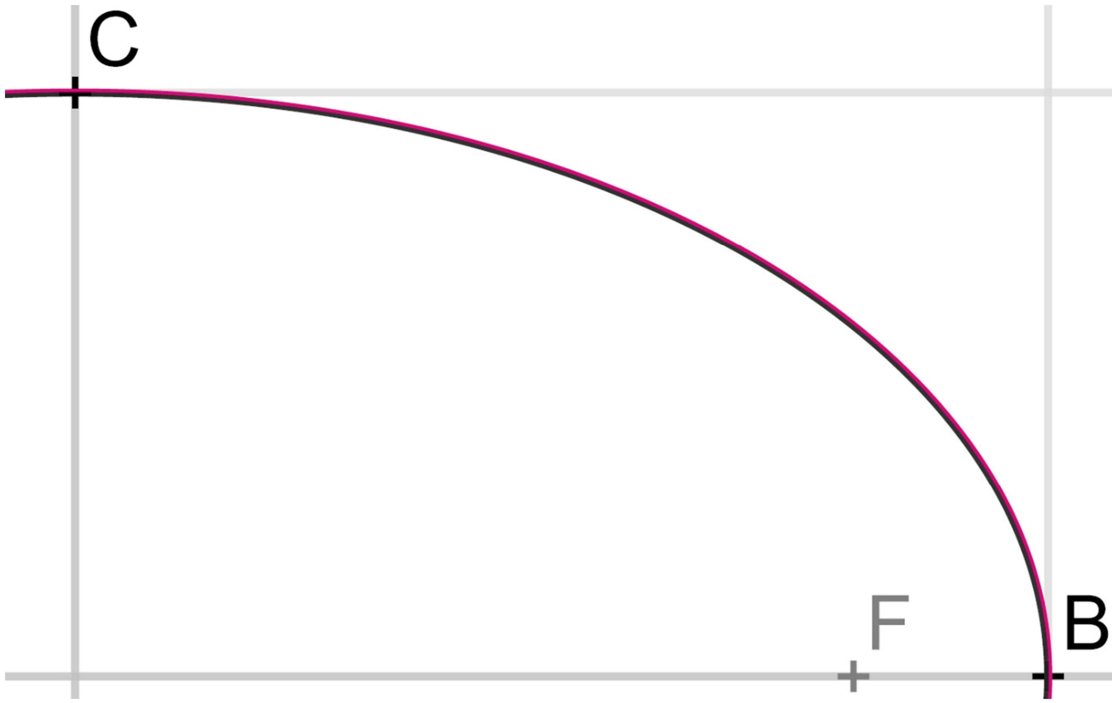
Obrázek 39: Inkscape, nástroj "elipsa" detail

Adobe InDesign

Pro sazbu je typickým programem InDesign opět společnosti Adobe. Zobrazení elipsy, jak jsme se již u této společnosti přesvědčili, vychází opět přesně.



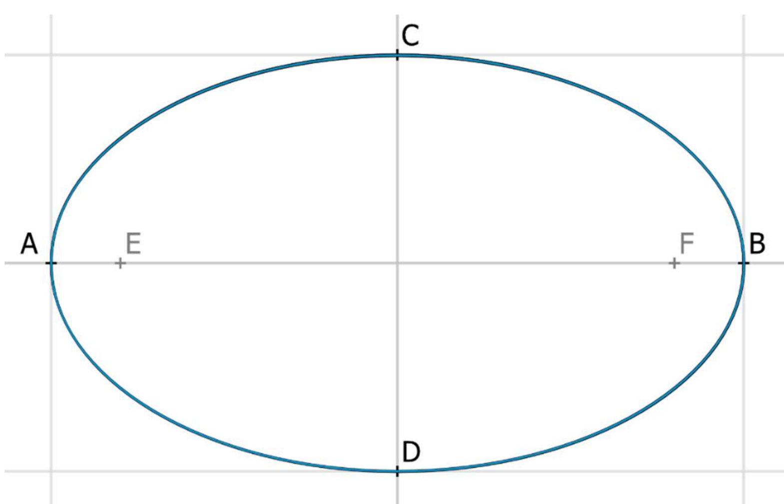
Obrázek 40: Adobe InDesign, nástroj "elipsa"



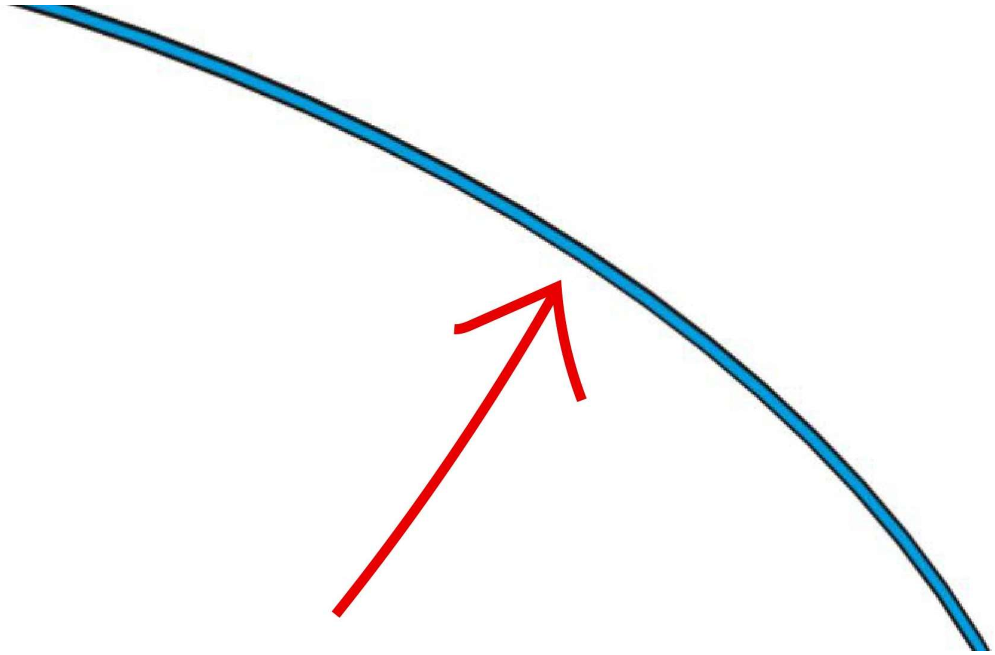
Obrázek 41: Adobe InDesign, nástroj "elipsa" detail

Scribus

Alternativou k Adobe InDesignu je program Scribus. Zde si již můžeme všimnout drobné nepřesnosti ve zobrazení elipsy. Jako celek působí elipsa velmi dobře. Podíváme-li se však na detail na obrázku, všimneme si ztenčující se a opět rozšiřující se černé linky původní elipsy kolem modré, vytvořené programem Scribus. Nevylučujeme však možnost, že došlo i k drobné nepřesnosti při vytváření dané elipsy. Výběr totiž funguje na základě obdélníku, jemuž elipsu program vepíše.



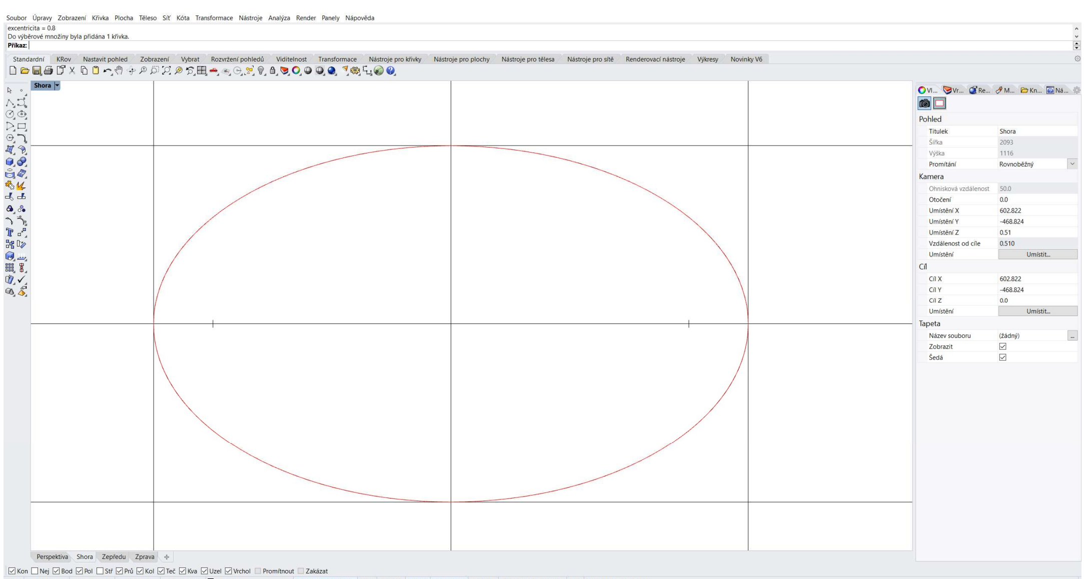
Obrázek 42: Scribus, elipsa



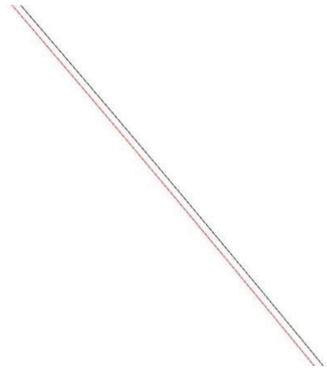
Obrázek 43: Scribus elipsa, detail

Rhino 3D

Přesuneme-li se ke grafice pracující s 3D objekty, prvním vybraným programem je Rhino 3D. Podíváme-li se na elipsu v klasickém zobrazení, zdá se být opravdu přesnou konstrukcí elipsy. Po opravdu velkém přiblížení, cca 500% oproti původně zobrazené velikosti, můžeme zaznamenat rozdvojení. Ovšem opravdu se nejedná o nějak zvlášť propastný detail, přihlédneme-li navíc k vysoké míře přiblížení.



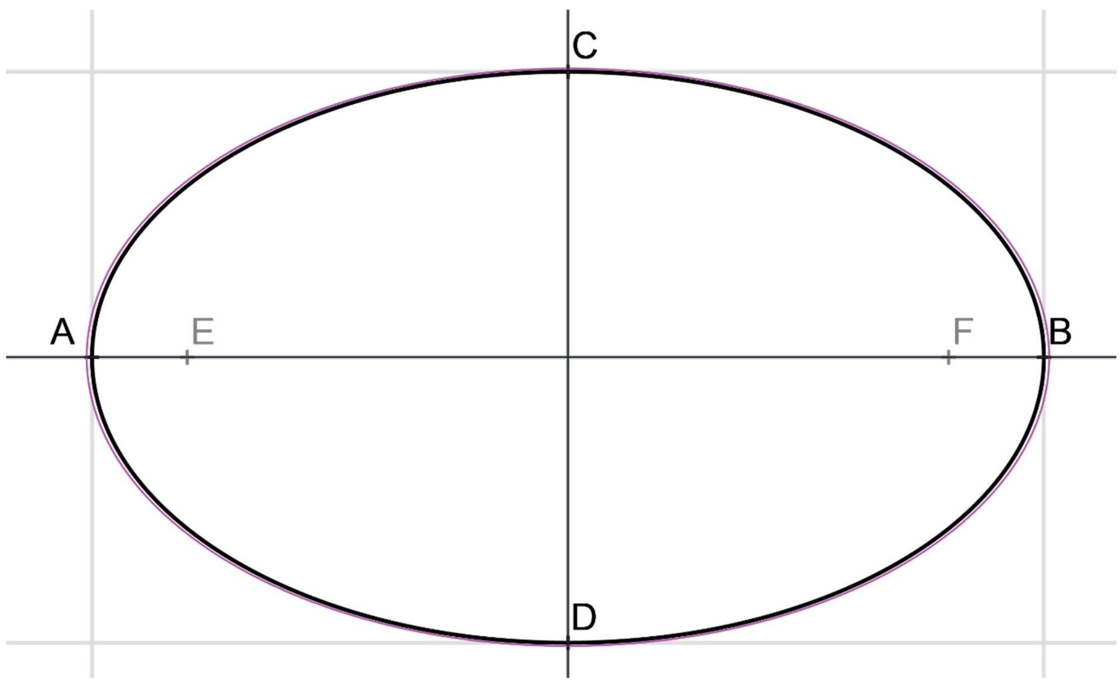
Obrázek 44: Rhino 3D, nástroj elipsa



Obrázek 45: Rhino 3D, nástroj elipsa, detail

AutoCAD

Posledním, ale zároveň jedním z nejvyužívanějších programů je AutoCAD společnosti Autodesk. Zde již ovšem zaznamenáváme rozdíl vcelku významný, viditelný pouhým okem bez zvětšování. Elipsy jsou srovnány tak, aby velikost vedlejších poloos byla odpovídající a rozdíl mezi hlavními poloosami je znatelný.



Obrázek 46: AutoCAD elipsa

Ukázali jsme si tedy, že ne vše vytvořené počítačem je naprosto přesné, jak by se mohlo na první pohled zdát. Rozdíly jsou většinou spíše zanedbatelné a z části mohou být zapříčiněny způsobem zadání elipsy v daném programu (většinou zadáváme čtyřúhelník, jemuž je elipsa vepsána), ale je dobré tyto informace brát v úvahu a spíše pro uvědomění, že ani technika není tak úplně neomylná.

Architektura

Elipsa a ovál jsou útvary prolínající se celou historií architektury a designu, dominantní oblou křivkou byl vždy sice kruh, ale i tyto dvě se vyskytují taktéž poměrně hojně. Podíváme se na významné příklady užití od období dávné historie a po současné stavby, kterým věnujeme pozornosti trochu více. Vzhledem ke složitosti jednoznačného rozlišení elipsy a oválu bez měření dále v textu nebudeme vždy dbát na přesné určení nebo rozdělení těchto dvou útvarů.

Budovy a stavby

Megalitické chrámy na Maltě

Jednou z prvních staveb, kde nalézáme užití oválu jsou megalitické chrámy na ostrově Malta. Jejich vznik se datuje až do období neolitu a na obrázku 46 vidíme jejich oválné půdorysy. Těchto staveb bylo původně velké množství, do současnosti se ovšem dochovalo asi jen 35. Považují se za jedny z nejstarších staveb na světě a sedm z nich bylo vyhlášeno jako památka na mezinárodním seznamu světového dědictví UNESCO.

Obrázek 47: Megalitické chrámy, Malta

Antické amfiteátry

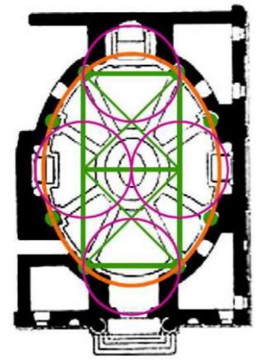
Pro období starého Řecka a Říma byl charakteristický rozvoj divadelnictví, soubojů, her i politiky a řečnictví. K tomuto účelu vznikalo množství staveb často kruhového půdorysu, ale některé stavby využily i oválné a eliptické tvary. Oblého tvaru ve svazích kopců bylo využito především pro jeho akustické vlastnosti a možnost velkého množství diváků. Největší z nich – Dionýsovo *divadlo* v řeckých Athénách mělo kapacitu až 17 000 lidí. Největší stavbou tohoto druhu v Římě bylo *Koloseum* (zvané též amfiteátr císaře Flavia). Stavba dokázala pojmout až 40 000 diváků stojících a 5 000 sedících. Užívalo se především ke gladiátorským zápasům a podobným veřejným podívaným. Dalšími příklady tohoto typu jsou třeba *amfiteátr v Arles* ve Francii nebo *amfiteátr v Pompejích*.

Obrázek 48: Koloseum v Římě

Významnou kapitolou staveb s eliptickými a oválnými tvary bylo období baroka.

Kostel Sant'Andrea via Flaminia

Katolický kostel architekta Giacoma Barozziho da Vignoly, známý také pod názvem *Sant'Andrea del Vignola* podle jména svého autora, byl navržen roku 1552 a jeho stavba byla dokončena o rok později. Kostel byl průkopnický díky své oválné kupoli a otevřel tak cestu k období baroka přímo zaplavující svět eliptickými a oválnými tvary.



Obrázek 49: Půdorys kostela Sant Andrea via Flaminia

Sant'Anna dei Palafrenieri

Dalším Vignolovým počinem byl *kostel svaté Anny ve Vatikánu.* Stavba započala v roce 1565, ovšem v jejím průběhu došlo k přerušení kvůli finančním potížím a sám autor se otevření zcela hotového kostela až v roce 1775 nedožil. Opět bylo použito eliptické kupole, jakožto znaku nově se rozvíjejícího baroka. Na jeho návrhu Vignola nepracoval sám, spoluautorem byl architekt Francesco Boromini, jemuž je připsána fasáda.

Kostel Sant'Andrea al Quirinale

Sochař, malíř a architekt období baroka, Gian Lorenzo Bernini navrhl mezi lety 1658 a 1678 jezuitský *kostel svatého Ondřeje v Římě*. Toto své dílo, založené na eliptických půdorysech, považoval jako jediné za svůj dokonalý výtvor.

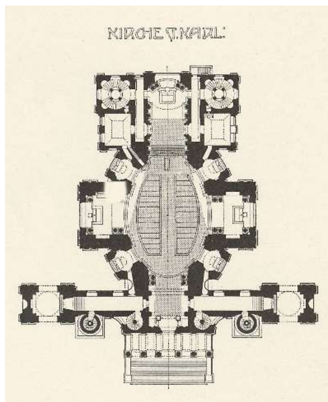
Obrázek 50: Kupole kostela Sant'Andrea al Quirinale

Bazilika Vierzehnheiligen

Obrázek 51: Interiér baziliky Vierzehnheiligen

Bazilika Vierzehnheiligen je barokní kostel postavený v německém Bavorsku podle plánu Balthasara Neumanna, dokončený v roce 1772. Díky legendě o pastýři, kterému se zjevilo Jezulátko, se stal kostel poutním místem, které navštíví asi půl milionu lidí ročně. Interiér kostela je zcela nezávislý na vnějších stěnách. Půdorys je založen na několika překrývajících se oválech, které značně oživují interiér stavby. Okolo oltáře, je takzvaný velký milostný ovál, který umožňuje vyniknout i zadní části kostela a dává stavbě majestátní vzhled.

Kostel svatého Karla Boromejského



Dalším barokním kostelem je *kostel svatého Karla Boromejského* ve Vídni. Autorem je rakouský architekt Johann Bernhard Fischer von Erlach ve spolupráci se svým synem Josephem Emanuelem. Stavba vznikala mezi lety 1715 až 1737. Půdorys kostela zabírá rozlohu asi 4800 m2 a kupole dosahují výšky až 72 m.

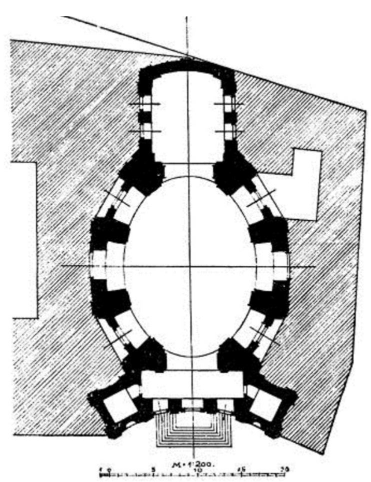
Obrázek 52: Půdorys kostela svatého Karla Boromejského

Kostel sv. Máří Magdalény

Českým zástupcem tvůrců barokní architektury byl architekt Kilián Ignác Diezenhofer. Jeho dílem byl *kostel svaté Máří Magdalény* v Karlových Varech. První zmínka o tomto kostele byla sice již z období 15. století, avšak tato jeho podoba byla zcela zničena a nahrazena barokní stavbou vytvořenou mezi lety 1732 až 1736. Kostel tvoří jediná hlavní loď eliptického půdorysu s mnoha výstupy a kapličkami. Chrám je architektonickou dominantou karlovarské lázeňské kolonády a je chráněn jako národní kulturní památka.

Katedrála svatého Jana z Mathy

Příkladem barokní architektury na území dnešní Slovenské Republiky je *kostel svatého Jana z Mathy* v Bratislavě, též nesprávně nazývaný kostel Nejsvětější trojice podle římskokatolické farnosti, pod kterou spadá. Architektem kostela je Franz Jangl, který na návrhu spolupracoval se známým rakouským architektem Johannem Lucasem von Hildebrandtem. Loď kostela má oválný půdorys a je zaklenutá kupolí taktéž oválného tvaru s freskami italského malíře Galli Bibiena.



Obrázek 53: Půdorys Katedrály svatého Jana z Mathy

Po přehlídce pro oblé tvary historicky nejvýznamnějšího období - baroka se přesuneme na zajímavé příklady současné architektury obsahující oválné a eliptické tvary.

Ellipse Jersey City apartment building

Prvním příkladem zajímavé eliptické konstrukce je obytný dům Elipsa postavený v New Jersey v USA v roce 2017. Autory návrhu je firma Arquitectonica sídlící v Miami. Jedná se o 43patrový bytový komplex eliptického půdorysu s 381 moderními byty.

Obrázek 54: Ellipse Jersey City

Mauritius Commercial Bank

Obrázek 55: Mauritius Commercial Bank

Velkou vlnu zájmu vyvolala mezi odborníky nová centrála Mauritius Commercial Bank na ostrově Mauricius. Za povšimnutí rozhodně stojí její neobvyklý architektonický tvar elipsy i její splnění náročných požadavků na ochranu životního prostředí, které jí vysloužily nejedno důležité osvědčení. Architektem je Jean François Koenig.

The Farm of 38° 30°

Projekt mlékárny v západním Turecku pojmenovaný podle svých zeměpisných souřadnic je další významnou stavbou na seznamu. Istanbulské kanceláře Slash Architects a Arkizon Architects chtěli továrnu pozdvihnout z původního statutu obyčejné výrobny na místo k přehlídce mlékárenské výroby. Pro stavbu zvolili eliptický půdorys uzavírající taktéž kruhovou vnitřní zahrádku určenou pro různé firemní akce.

Obrázek 56: Farm of 38° 30°

Ellipse waterfall

Waterfall city je první luxusní bytový komplex v Africkém Gautengu. Projekt několika budov eliptického půdorysu obsahující byty, kluby, lázně, fitness centra a další služby. Návrh projektu patří firmě DHK Architects. Svým tvarem se komplex budov řadí mezi další zajímavou položku na seznamu soudobé architektury.

Obrázek 57: Ellipse Waterfall projekt

Capo Grande Tower

Obrázek 58: Capo Grande Tower

Massimiliano and Doriana Fuksasovi zveřejnili jejich vítězný návrh na stavbu a most propojující Slovinskou Giusternskou pláž a Monte San Marco. Schéma zahrnuje 111 metrů vysokou věž eliptického půdorysu lehce nakloněnou nad hladinu moře. Projekt by se měl stát novou symbolickou dominantou města Koper.

Budova Evropského Parlamentu ve Štrasburku

Budova Evropského Parlamentu podle návrhu studia AS Architecture-Studio symbolizuje vynálezy západní civilizace: klasicismus a baroko, přechod od centrální geometrické struktury (Galileo) po deformaci (Borromini) a elipsu (Kepler). Ukazuje konstantní pohyb vyjadřující neustálý vývoj institucí od centrální moci až po demokratickou organizaci.

Obrázek 59: Evropský parlament ve Štrasburku

Dům Elipsa v Radonicích

Dům Elipsa v pražských Radonicích je projekt přízemního rodinného domu architektky Lucie Kavánové dokončený v roce 2014. Dům je navržen na eliptickém půdoryse, který umožnila vymezit velký hlavní obytný prostor, obloukové ukončení symbolicky navozuje rodinný kruh a rodina se může sejít u krbu taktéž symbolicky eliptického tvaru.

Obrázek 60: Dům Elipsa v Radonicích

Bytový dům Elipsa

Obrázek 61: Bytový dům Elipsa

Návrh bytového domu elipsa architektonického ateliéru 2H z roku 2012 představuje koncept levného, „startovacího“ bydlení. *„Vycházíme z představy, že levné (starovací) byty nemusí být „žádný luxus“, proto nevadí jejich poloha u rušné magistrály, pokud jeho řešení zajistí určitý hlukový standard.“* (popis na stránkách kanceláře). Dům je navržen na eliptickém půdorysu s vnitřní zahradou v něm uzavřenou, taktéž ve tvaru elipsy.

Komunitní centrum sv. Prokopa v Praze

Komunitní centrum svatého Prokopa v Nových Butovicích v Praze je zajímavým architektonickým projektem architektů Zdeňka Jirana a Michala Kohouta. Postaveno bylo mezi lety 1999 a 2001. Budova je rozdělena do dvou částí – jednoduchý dvojpodlažní hranol a na něj navazující oválný tvar bez jasného středu či počátku, který by měl vyjadřovat rozumovou neuchopitelnost a nekonečnou platnost myšlenek.

Obrázek 62: Komunitní centrum sv. Prokopa

Římskokatolický kostel sv. Ducha v Ostravě

Římskokatolický kostel svatého Ducha v Ostravě je projekt Ateliéru Štěpán, tvořený mezi lety 2002 a 2005 a realizován mezi lety 2004 a 2007. Nebylo možné vytvořit dominantu vyšší než okolní panelové domy, bylo zvoleno tedy vytvoření dominanty tvarem. Chrám leží na půdorysu elipsy, symbolicky je vztah mezi dvěma ohnisky metaforou pro vztah Boha a člověka a vyjádření jednoty církve.

Obrázek 63: Kostel sv. Ducha

Kostel sv. Václava v Sazovicích

Dalším projektem Ateliéru Štěpán, tentokrát ve spolupráci s architektem Markem Janem Štěpánem je kostel svatého Václava v Sazovicích poblíž Otrokovic. Projekt vznikal mezi lety 2012 a 2015, realizace proběhla v letech 2015 – 2017. Konstrukce začala na konceptu válce, který je geometrickým těžištěm vesnice, další tvarování se odehrávalo na základě myšlenky tvarování hmoty něčím duchovním.

Obrázek 64: Kostel svatého Václava, Sazovice

BEA centrum v Olomouci

Mezi lety 2010 – 2013 v Olomouci podle návrhu architektonické společnosti Artera vznikla v Olomouci 18podlažní budova BEA centra poskytující zázemí menším a středním podnikům a také v centru má sídlo soukromá Moravská vysoká škola. Stavba je elipsovitého tvaru a má celoskleněnou zavěšenou fasádu dodávající jí výjimečný vzhled.

Obrázek 65: BEA centrum v Olomouci

Interiéry

Bavíme-li se o interiéru staveb, nacházíme úzkou souvislost se stavbami, kde nás zajímaly především eliptické či oválné prvky z venkovního pohledu, nyní uvedeme pár příkladů takových prvků v interiéru staveb.

Příkladem na hraně mezi návrhem z exteriéru a interiéru jsou klenby, případně jednotlivé lodě kostelů, které nemusí být zvenku na první pohled zřetelné, dalším takovým prvkem jsou okna budov.

Eliptické schodiště v klášteře Plasy

Barokní architekt Jan Blažej Santini-Aichl byl zvláštní postavou architektury, jeho stavby představují syntézu baroka i gotických principů, vytváří tzv. barokní gotiku. Jedním jeho významným počinem tzv. šnekové schodiště v klášteře v Plasích poblíž Plzně. Schodiště má eliptický tvar a je tím pádem vedle klasických spíše kruhových unikátem.

Obrázek 66: Schodiště v klášteře Plasy

Kaple sv. Ladislava v Ostrihomi

Příkladem oválné klenby je k vidění v kapli svatého Ladislava v maďarské Ostrihomi. Klenbu zvenku ne příliš nápadné kaple zdobí ovál vyplněný působivou freskou tak, jak je v barokní kultuře zvykem.

Obrázek 67: Klenba v kapli sv. Ladislava

Oválné okno

Kulaté nebo oválné okno bylo v architektuře používáno ve všech dobách od antiky, přes románský sloh, gotiku a největšího rozšíření se dočkal tento tvar právě v období Baroka. Tvaru se také přezdívalo „volské oko."

Obrázek 68: Oválné okno

Oválná pracovna

Nejznámějším oválným interiérem na světě je určitě Oválná pracovna prezidenta Spojených států amerických v Bílém domě. Místnost byla vybudována v roce 1909 při dostavbě západního křídla Bílého domu, celý návrh patří architektu Jamesi Hobanovi. Od její výstavby je místnost využívána všemi americkými prezidenty jako kancelář.

Obrázek 69: Bývalý prezident USA, Barrack Obama, v Oválné pracovně

Urbanismus a zahradní architektura

Setkat se můžeme s oválnými či eliptickými půdorysy také v návrzích zahrad a parků. Ať už se jedná o oválné záhony, některé prvky jako fontány či půdorysy celých objektů, najdeme tyto útvary i v zahradní architektuře.

Fontána v zahradě Villa d'Este

Příkladem užití oválu v zahradní architektuře je fontána v zahradě italské Villy d'Este nedaleko Říma. Vila i její přilehlé okolí se řadí k renezančnímu slohu. V roce 2002 byla i se zahradami zařazena mezi národní památky světového dědictví UNESCO. Zajímavá je jedna z fontán této vily. Jedná se fontánu oválného tvaru symbolizující vodní bohatství této oblasti.

Obrázek 70: Oválná fontána, Tivoli

V architektuře se též můžeme setkat s eliptickými a oválnými tvary ve městech. Jedná se například o náměstí. Krásným příkladem užití oválu je náměstí *Piazza del Campidoglio* nebo *Piazza di San Pietro* v Římě podle návrhu Michelangela Buonarrotiho.

Obrázek 71: Piazza del Campidoglio

Obrázek 72: Piazza di San Pietro

Design a umění

Na závěr přehlídky užití eliptických a oválných tvarů se krátce podíváme do sféry úzce související s architekturou, designu a umění.

Prostorové objekty

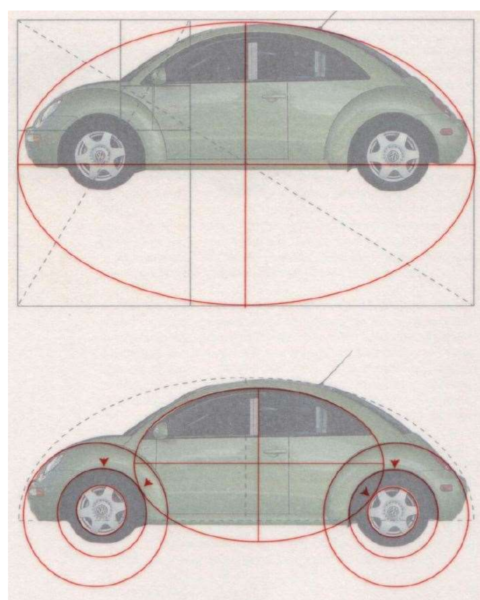
Elipsa i ovál jsou velice oblíbenými prvky v designu. Vyskytují se odjakživa především v návrzích nábytku či nádobí jako talíře, tácy. Dobrým příkladem je míšeňský „cibulák.“ Tento název je spíše připisován malebnému vzoru, který se inspiroval na starém porcelánu ze steré Číny. Většinou šlo spíše o klasické talíře kruhového tvaru, obrázek 72 zobrazuje právě oválný příklad takového talíře.

Obrázek 73: Porcelánový talíř "cibulák"

Zmíníme-li se o nábytku, určitě neopomeneme oválné stoly, které svým tvarem poskytují pohodlí pro libovolný počet osob sedících kolem něj. Ovál můžeme najít i u designu svítidel, zrcadel, rámů obrazů či krbů, prohlédneme-li si katalogy prodejců designového nábytku či nahlédneme na design mnohých ateliérů, zjistíme, že trh je plný zajímavých konstrukcí, rozmanitých tvarů a elipsa ani ovál nejsou v žádném případě opomíjeny. Jejich dynamičnost a neustálá proměnlivost elipsy je drží na předních příčkách inspirace pro mnohé produkty.

Volkswagen New Beetle

V neposlední řadě se podíváme na design legendárního vozu značky Volkswagen, ikonického Brouka. Na obrázku z knihy Geometry of design vidíme názorně, že design celého vozu je významně ovlivněn elipsou, do jejíž horní poloviny je tělo vozu z profilu vepsáno a hlavní osa je přibližně zarovnaná s podvozkem automobilu. Okna jsou také zasazena do tvaru menší elipsy, která se dotýká kružnice předního kola a kružnice disku kola zadního.



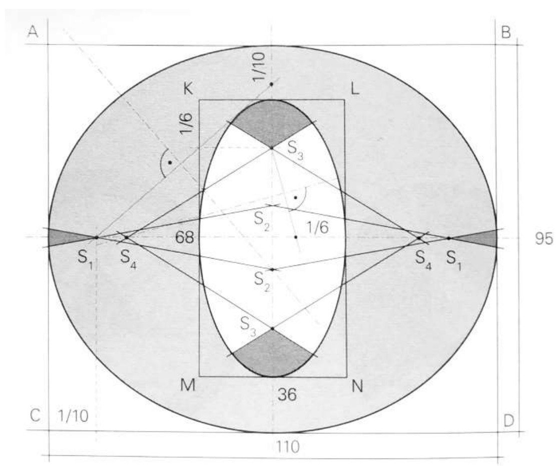
Obrázek 74: Volkswagen New Beetle

Grafika

Z pohledu grafického designu a typografie elipsa ani ovál nejsou opomenutými prvky. Setkáváme se s nimi v hieroglyfických symbolech na nástěnných malbách starého Egypta či mandorlách v románských kostelech symbolizující zrození. Mandorla byla viděna jako symbol lůna matky, někdy povýšena až k symbolu života a smrti se spirituálním poučením. Ovál se taktéž hojně vyskytoval v období baroka v podobě maleb na klenbách, v kupolích či jako jen obyčejné obrazy jako doplňky designu interiéru.

Písmeno O

V typografii se dá geometricky hovořit o písmenu O jako oválu. V některých fontech se jedná o kruh, avšak častokrát je jeho tvarem právě nějaká podoba oválu. V knize Výtvarná geometrie plus byla rozebrána konstrukce písmene O ve fontu Bank Benguiat jako kombinace dvou oválů. Vnější ovál: poloměr vrcholové kružnice $k_1 = \frac{1}{10}\ |AB|$. Vnitřní ovál: $k_3 = \frac{1}{6}|KM|$.



Obrázek 75: konstrukce písmene O (Výtvarná geometrie plus)

Adinkrahene

Také nejvýznamnější ghanský symbol - Adinkra označující důležitost vůdčí role je založen na přechodových eliptických křivkách.

Obrázek 76: Adinkra Hene

Loga

Také mnohá tvorba loga je důležitou odnoží grafického designu, stává se tváří a reprezentací dané firmy nebo společnosti. Mnohé z nich užívají ve svém logu oválných či eliptických tvarů. Příkladem takových jsou třeba značky *Ford, Toyota, Land Rover, Subaru, IKEA, Samsung, Batman, Vitana, Globus, Emco* a mnohé další.

Obrázek 77: Loga užívající ovál či elipsu

Závěr

Elipsa a ovál jsou velice zajímavými geometrickými útvary. Elipsa vyniká svou konstantní proměnlivostí a ovál je krásným příkladem jak lze takovou křivku celkem snadno aproximovat. Obě křivky se však dají také uvažovat v kontextu odděleně, přičemž elipsa má svoji přesnou definici, zatímco ovál je spíše pojmem abstraktním nebo aspoň bez konkrétního geometrického či matematického popisu.

V textu jsme si uvedli několik možností konstrukcí elipsy i oválu. Existují přesné metody sestrojení elipsy, či jen způsoby nalezení několika bodů. Dále jsme si ukázali několik postupů pro konstrukci oválů, které se přesněji či méně přesně blížily zadané elipse a v historické návaznosti objasnili, jak se k daným konstrukcím matematici a architekti posouvali.

Jak je již zmíněno, ovál je aproximací elipsy a této vlastnosti se poměrně často využívá. Poznali jsme rozdíl mezi těmito dvěma křivkami, zjistili jeho závažnost a zdůraznili některé nesprávné používání konstrukcí ve výuce geometrie. Nahlédli jsme do několika počítačových programů pro grafiku a design a odhalili nepřesnosti i v této sféře.

Práce je sepsána způsobem srozumitelným všem čtenářům s alespoň lehkým zájmem o geometrii a její výskyt v architektuře, proto je konec práce zvolen jako krátký přehled využití daných útvarů na konkrétních příkladech staveb a také drobný nástin použití v designu ať již prostorových konstrukcí nebo grafiky.

Téma úzce souvisí mimo studium matematiky a geometrie také s mými osobními zájmy a práce na tomto textu byla pro mne také zábavou. Doufám, že pro čtenáře bude práce přínosem a třeba alespoň malým poučením.

Seznam obrázků:

Seznam zdrojů:

[1] URBAN, Alois. *Deskriptivní geometrie*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1965, 365 s.

[2] ŠETMAŇUKOVÁ, Věra. *Elipsa*. Praha, 2009. Bakalářská práce. Dostupné z: http://kdm.karlin.mff.cuni.cz/diplomky/vera_setmanukova_bp/BP-Setmanukova.pdf.
Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce RNDr. Jana Hromadová, Ph.D.

[3] Rosin, Paul. (2001). *On Serlio's constructions of ovals. The Mathematical Intelligencer*. 23. 58-69. 10.1007/BF03024523. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/225320686_On_Serlio's_constructions_of_ovals

[4] Grúňová, Zuzana & Holešová, Michaela. (2017). *Ellipse and Oval in Baroque Sacral Architecture in Slovakia. Civil and Environmental Engineering*. 13. 10.1515/cee-2017-0004. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/318013863_Ellipse_and_Oval_in_Baroque_Sacral_Architecture_in_Slovakia

[5] HOLEŠOVÁ, Michaela. *Serlio's, Guarini's and Meyer's constructions of ovals in architecture.* In: 17th Conference on Applied Mathematics APLIMAT 2018. 2018. Bratislava, 2018, s. 450-459. ISBN 978-1-5108-6248-7.

[6] Huerta, S. *Oval Domes: History, Geometry and Mechanics.* Nexus Netw J 9, 211–248 (2007). Dostupné z: https://doi.org/10.1007/s00004-007-0040-3

[7] JUKLOVÁ, Lenka. Základy kinematické geometrie v rovině [online]. [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://kag.upol.cz/data/upload/16/aplikace/kinematika.pdf

[8] CRHÁK, František. *Výtvarná geometrie plus: Geometrická gramatika (nejen) pro designéry.* Brno: VUTIUM, 2012, 186 s. ISBN 978-80-214-3767-8.

[9] ELAM, Kimberly. Geometry of design: Studies in Proportion and Composition. New York: Princeton Architectural Press, 2001, 186 s. ISBN 1-56898-249-6.

[10] BAUER, Alois. *Dějiny výtvarného umění*. Olomouc: Rubico, 1998. ISBN 80-85839-25-3.

[11] HRDLIČKOVÁ, Eva. *Odborné kreslení část I, Studijní text pro tříletý učební obor zedník,* v rámci projektu „Obnova a modernizace technických oborů v Olomouckém kraji“, registrační číslo CZ.1.07/1.1.04/02.0071, operační program

Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory Zvyšování kvality ve vzdělávání, termín realizace 1. 3. 2010 – 30. 11. 2011. Dostupné z: http://www.sszts.cz/dokumenty/dokumenty_pro_vyuku/ucebnice_ODK_1.pdf

[12] KAYSEN, Ronda. LeFrak Goes Upscale With Its Latest Tower in Jersey City. The New York Times [online]. New York, 2017, 5. 5. 2017 [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.nytimes.com/2017/05/05/realestate/lefrak-newport-jersey-city.html

[13] The Mauritius Commercial Bank designed by Jean Francois Koenig Architects. Livin Spaces [online]. 2016, 14. 3. 2016 [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.livinspaces.net/projects/architecture/the-mauritius-commercial-bank-designed-by-jean-francois-koenig-architects/

[14] Podivuhodná elipsa. Archiportal.sk [online]. 2012, 9. 11. 2012 [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.archiportal.sk/2012/11/09/podivuhodn-elipsa/

[15] GIBSON, Eleanor. Elliptical cheese factory wraps glazed viewing courtyard. Dezeen [online]. 2017, 10. 1 2017 [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.dezeen.com/2017/01/10/elliptical-dairy-factory-arkizon-slash-architects-turkey-wraps-around-outdoor-viewing-courtyard-cheese-showroom/

[16] Dhk reveals Residential Design for Ellipse Waterfall comprising Four Elliptical Towers: Architecture firm, dhk, has unveiled its design for a new residential development comprising four elliptical towers of differing heights. Livin Spaces [online]. 2018, 13. 11. 2018 [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.livinspaces.net/projects/architecture/dhk-reveals-residential-design-for-ellipse-waterfall-comprising-four-elliptical-towers/

[17] WALSH, Neil Partick. Studio Fuksas Releases Images of Competition-Winning Double-Ellipse Tower in Slovenia Livin Spaces [online]. [2018] [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.archdaily.com/891671/studio-fuksas-releases-images-of-competition-winning-double-ellipse-tower-in-slovenia

[18] MCMANUS, David. The European Parliament, Strasbourg. E-architect [online]. 2011, 14. 10. 2011 [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.e-architect.co.uk/france/european-parliament-strasbourg

[19] Dům Elipsa v Radonicích - Česká cena za architekturu. Česká cena za architekturu [online]. [2016] [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://ceskacenazaarchitekturu.cz/projekty/2016/dum-elipsa-v-radonicich/

[20] Bytový dům Elipsa. Architektonický ateliér 2H [online]. [2012] [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: http://atelier2h.cz/projekt/bytovy-dum-elipsa/

[21] Kominitní centrum sv. Prokopa. Archiweb [online]. [2011] [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.archiweb.cz/b/komunitni-centrum-sv-prokopa

[22] Římskokatolický kostel sv. Ducha. Archiweb [online]. [2008] [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.archiweb.cz/b/rimskokatolicky-kostel-sv-ducha

[23] Kostel sv. Václava. Archiweb [online]. [2017] [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.archiweb.cz/b/kostel-sv-vaclava

[24] BEA centrum v Olomouci není moderní a kvalitní architektura. Archiweb [online]. 2012, 31. 7 2012 [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.archiweb.cz/n/domaci/bea-centrum-v-olomouci-neni-moderni-a-kvalitni-architektura

[25] HOLDEN, Mark. Villa d'Este: Fountain Perfection. Water Shapes [online]. [2013] [cit. 2020-06-20]. Dostupné z: https://www.archiweb.cz/n/domaci/bea-centrum-v-olomouci-neni-moderni-a-kvalitni-architektura

OBRÁZKY:

[26] Kristus v mandorle. Evangeliář ze Špýru, kolem 1220 [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Mandorla#/media/Soubor:Codex_Bruchsal_1_01v_cropped.jpg

[27] 6 reasons why Malta could be the lost city of Atlantis [online]. In: . 6. 7. 2017 [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://malta.intercontinental.com/wp-content/uploads/2017/07/hagar-qim-malta-oldest-temples-in-the-worl.jpg

[28] Colosseum Aerial Views. In: Colosseum tickets [online]. [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://colosseumrometickets.com/wp-content/uploads/2018/06/Aerial-shot-of-the-Colosseum-in-Rome-Italy-2-768x576.jpg

[29] Cupola of the church Sant'Andrea al Quirinale (1671) in Rome, designed by Bernini. [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Sant%27Andrea_al_Quirinale_-_Dome_interior#/media/File:Dome_Sant_Andrea_al_Quirinale.jpg

[30] This is a photograph of an architectural monument. It is on the list of cultural monuments of Bayern, no. D-4-78-165-292 [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Interior_of_Vierzehnheiligen#/media/File:Vierzehnheiligen_05.jpg

[31] Moderne im Kirchenbau, Pfarrkirche Währing, Wien Bd. III Heft 5, 6, 7 Concept, not realized [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Karlskirche,_Vienna#/media/File:03_Wagner_-_Moderne_im_Kirchenbau_Bd._III_2._Heft_-_Plan_Kirche_St._Karl.jpg

[32] Ellipse Jersey City [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://static01.nyt.com/images/2017/05/07/realestate/07VIEW3602/07VIEW3602-superJumbo.jpg?quality=90&auto=webp

[33] Mauritius Commercial Bank [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://www.livinspaces.net/wp-content/uploads/2016/03/the-mauritius-commercial-bank-ebene_jean-francois-koenig.jpg

[34] Farm of 38° 30° [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://static.dezeen.com/uploads/2017/01/the-farm-of-38-30-slash-architects-arkizon-architects-architecture-residential-turkey_dezeen_2364_col_14.jpg

[35] Ellipse Waterfall Project [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://www.livinspaces.net/wp-content/uploads/2018/11/dhk_Ellipse-2-1.jpg

[36] Studio Fuksas Releases Images of Competition-Winning Double-Ellipse Tower in Slovenia [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://www.archdaily.com/891671/studio-fuksas-releases-images-of-competition-winning-double-ellipse-tower-in-slovenia/5abe347ff197cc1145000229-studio-fuksas-releases-images-of-competition-winning-double-ellipse-tower-in-slovenia-image

[37] The Parliament Building, Strasbourg [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://www.e-architect.co.uk/images/jpgs/france/european_parliament_a141011_3.jpg

[38] Dům Elipsa [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://ceskacenazaarchitekturu.cz/app/uploads/2016/04/01_W0A9855-IIIu_4SKTTDs11461181204-830x550.jpg

[39] Bytový Dům Elipsa [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: http://atelier2h.cz/wp-content/uploads/092_003_ext.jpg

[40] Komunitní centrum sv. Prokopa [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://www.archiweb.cz/cache/images/buildings/gallery/picture_2_2.jpg-1600x1200-komunitni-centrum-sv-prokopa.jpg?algorithm=1&mtime=1121299481

[41] Římskokatolický kostel sv. Ducha [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://www.archiweb.cz/cache/images/buildings/gallery/picture_1647_1.jpg-1600x1200-rimskokatolicky-kostel-sv-ducha.jpg?algorithm=1&mtime=1207048008

[42] Kostel sv. Václava [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://www.archiweb.cz/cache/images/buildings/gallery/picture_5275_23.jpg-1600x1200-kostel-sv-vaclava.jpg?algorithm=1&mtime=1495646393

[43] Výšková budova - hlavní část BEA campusu Olomouc [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/BEA_campus_Olomouc#/media/Soubor:Moravsk%C3%A1_vysok%C3%A1_%C5%A1kola,_Olomouc.jpg

[44] Šnekové schodiště [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Kl%C3%A1%C5%A1ter_Plasy#/media/Soubor:%C5%A0nekovit%C3%A9_schodi%C5%A1t%C4%9B.jpg

[45] Barokní volské oko [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Volsk%C3%A9_oko_(architektura)#/media/Soubor:Catania_-_Finestra_barocca_-_Foto_Giovanni_Dall'Orto,_gennaio_2006.jpg

[46] President Barack Obama in the Oval Office, 28 January 2009, eight days after taking office for his first term. He is sitting at the Resolute desk, and behind him to the left is the Childe Hassam painting The Avenue in the Rain, from the White House collection, which Obama had had installed in the Oval Office. Official White House Photo by Pete Souza. [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Barack_Obama_in_the_Oval_Office#/media/File:Barack_Obama_working_at_his_desk_in_the_Oval_Office.jpg

[47] Villa d'Este: Fountain Perfection [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://watershapes.com/travelogues-history/villa-d-este-fountain-perfection.html

[48] Piazza di Campidoglio [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://www.walksinrome.com/uploads/2/5/1/0/25107996/aerial-view-of-piazza-del-campidoglio-rome_2_orig.jpg

[49] Piazza di San Pietro [online]. In: . [cit. 2020-06-21]. Dostupné z: https://file.mahalo.cz/2015/11/Svatopetrsk%C3%A9-n%C3%A1m%C4%9Bst%C3%AD-ve-Vatik%C3%A1nu-1024x576.jpg