

Česká zemědělská univerzita v Praze

Technická fakulta

**Analýza tuhosti šroubového spoje**

diplomová práce

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. David Herák, Ph.D.

Autor práce: Jiří Hotový

PRAHA 2013

# ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Katedra mechaniky a strojnictví

Technická fakulta

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Hotový Jiří

Silniční a městská automobilová doprava

Název práce

**ANALÝZA TUHOSTI ŠROUBOVÉHO SPOJE**

Anglický název

**Stiffness analysis of the bolted joints**

### Cíle práce

Cílem práce je porovnat existující teoretické modely tuhostí šroubového spoje s tuhostí šroubového spoje stanovenou experimentálně.

### Metodika

Diplomová práce by měla v rešeršní části obsahovat popis v současnosti používaných metod a modelů pro stanovení tuhostí šroubových spojů. V experimentální části bude vhodně navržen experiment na kterém budou v laboratorních podmínkách stanoveny tuhosti šroubových spojů. Tyto naměřené hodnoty budou dále porovnány a diskutovány s hodnotami stanovenými z teoretických modelů.

### Osnova práce

1. Úvod
2. Současný stav
3. Materiál a metody
4. Výsledky a diskuze
5. Závěr
6. Použitá literatura

## Rozsah textové části

50 stran

## Klíčová slova

pevnost, výpočet, části strojů, mechanika, hypotéza

## Doporučené zdroje informací

Bolek, A., Kochman, J.: Části strojů, svazek 1., Praha, SNTL 1989  
Bolek, A., Kochman, J.: Části strojů, svazek 2., Praha, SNTL 1990  
Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojnictví, Praha, SNTL 1971  
Král, Š.: Části a mechanismy strojov II. díl, Bratislava, STU 2002  
Orlov, P., I.: Základy konštruovania, Bratislava, VTEL 1979

## Vedoucí práce

Herák David, doc. Ing., Ph.D.

## Termín zadání

listopad 2011

## Termín odevzdání

duben 2013

**prof. Ing. Radomír Adamovský, DrSc.**

Vedoucí katedry



**prof. Ing. Vladimír Jurča, CSc.**

Děkan fakulty

V Praze dne 6.2.2012

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením pana doc. Ing. Davida Heráka, Ph.D., a uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

V Praze dne 6.4.2013

.....  
Jiří Hotový

## **Poděkování**

Rád bych tímto poděkoval panu doc. Ing. Davidu Herákovi, Ph.D. za průběžné konzultace a připomínky při zpracování této diplomové práce a panu Ing. Luboši Sedláčkovi za pomoc při experimentálním měření.

**Abstrakt:** Cílem této diplomové práce je popsat a porovnat existující teoretické modely tuhosti šroubového spoje s tuhostí spoje stanovenou experimentálně. V úvodní části je popsána historie využití závitů a výroba šroubů a matic od starověku až po současnost. V další části jsou popsány různé teoretické metody stanovení tuhosti šroubového spoje, a to jak zahraniční, tak i tuzemské. Následně je proveden výpočet navrženého šroubového spoje a vypočten koeficient tuhosti šroubu a sevřených částí dle jednotlivých teoretických metod. Závěrečná kapitola se věnuje experimentálnímu zjištění tuhosti šroubu a tuhosti sevřených přírub a naměřené hodnoty jsou porovnány s teoretickými výpočty.

**Klíčová slova:** pevnost, výpočet, části strojů, mechanika, hypotéza.

**Summary:** This diploma thesis deals with the existing models of the stiffness of a bolted joint both theoretically and practically. Different methods of calculations are described and compared one another. After all a detail calculations of a bolted joint are accomplished and compared with experimental results.

**Key words:** solidity, calculation, parts of machines, mechanics, hypothesis.

## Obsah

1 Úvod.....	1
1.1 Současný stav.....	5
2 Šroubové spoje.....	6
2.1 Šroubové spoje s předpětím.....	6
3 Modely šroubových spojů.....	12
3.1 Model šroubu jednoduchého tvaru .....	12
3.2 Model šroubu s proměnlivým průřezem.....	14
3.3 Model sevřených součástí.....	16
4 Výpočet šroubových spojení dle VDI 2230.....	19
4.1 Stanovení tuhosti šroubu dle VDI 2230.....	19
4.2 Stanovení tuhosti sevřených částí dle VDI 2230.....	21
5 Výpočet šroubových spojení dle I. A. Birgera.....	24
5.1 Výpočet tuhosti šroubu podle I. A. Birgera .....	24
5.1 Výpočet tuhosti sevřených částí dle I. A. Birgera .....	26
6 Výpočet tuhosti zvoleného modelu šroubového spoje .....	30
6.1 Výpočet tuhosti šroubu .....	31
6.1.1 Předběžný výpočet tuhosti šroubu .....	31
6.1.2 Výpočet tuhosti šroubu dle G. Junkera a J. Kloseho .....	32
6.1.3 Výpočet tuhosti šroubu dle M. ten Bosche a F. Findeisena.....	32
6.1.4 Výpočet tuhosti šroubu dle VDI 2230 .....	33
6.1.5 Výpočet tuhosti šroubu dle I. A. Birgera .....	34
6.2 Výpočet tuhosti sevřených součástí.....	36
6.2.1 Výpočet tuhosti sevřených částí pomocí Rötšcherova pouzdra.....	37
6.2.2 Výpočet tuhosti sevřených částí pomocí Bachova dvojkužele.....	39
6.2.3 Výpočet tuhosti sevřených částí dle VDI 2230 .....	39
6.2.4 Výpočet tuhosti sevřených částí dle I. A. Birgera .....	41
7 Pokusné zjištění tuhosti šroubového spoje .....	44
7.1 Princip zjištění tuhosti .....	44
7.1.1 Zjištění tuhosti daného šroubového spoje.....	45
7.2 Realizace předpětí ve šroubovém spoji .....	45
7.2.1 Výpočet předpětí daného šroubového spoje .....	48

7.3 Měření napětí šroubového spoje .....	50
7.3.1 Měření tuhosti soustavy .....	51
7.3.2 Měření tuhosti šroubu .....	52
7.3.3 Stanovení tuhosti přírub z naměřených hodnot .....	53
7.4 Porovnání naměřených a vypočtených hodnot .....	53
7 Závěr .....	55
Použité zdroje .....	56



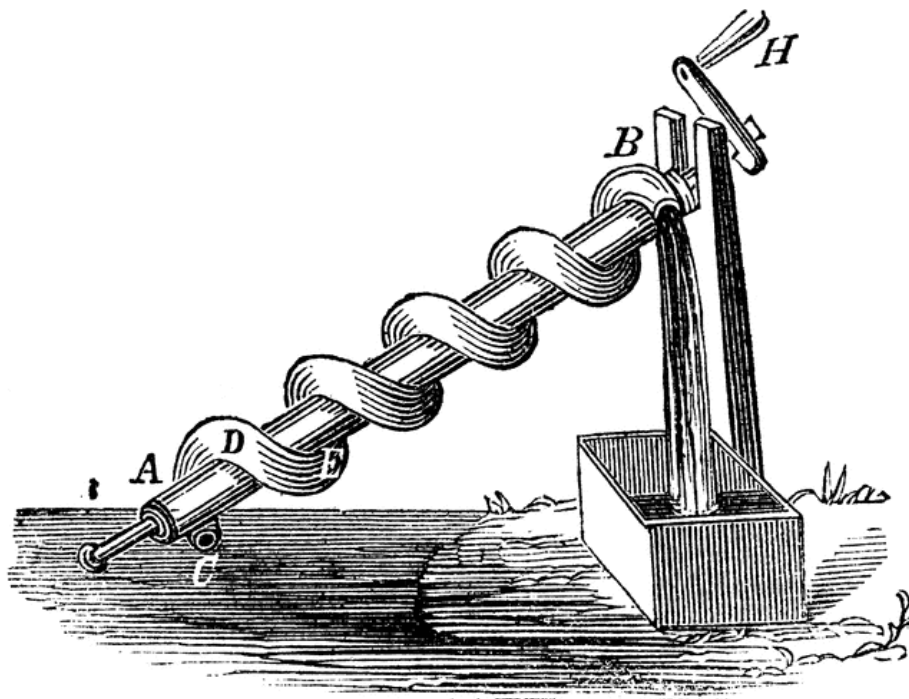
# 1 Úvod

Spojení šrouby je jedním z nejrozšířenějších způsobů upevnění součástí ve strojních zařízeních. Umožňuje rozebíratelné a přitom pevné jednoduché spojení součástí, vyhovující většině požadavků z hlediska konstrukce. Princip šroubu byl sice znám již ve starověku, přesto jeho počátky a další vývoj je zahalen nejasnostmi. [4]

Vznik šroubovice vychází pravděpodobně z pozorování přírody a přírodních jevů. O napodobení přírody však nelze mluvit v případě šroubového spojení. I když bylo ve středověku již známé, teprve na konci 19. století Franz Reuleaux (1829 – 1905) zveřejnil, že uložení nožních kloubů jednoho z brouků připomíná šroubový spoj. Dá se tedy předpokládat, že spojení šroubem a maticí je čistě lidský výtvar. [4]

Za vynálezce šroubu je všeobecně pokládán Archimédes (287 př. n. l – 212 př. n. l). Tento proslulý matematik, fyzik a mechanik starověku postavil zavodňovací stroje, čerpající vodu pomocí šroubu nasazeného na hřídeli a otáčejícího se ve válci. [4], [22]

*Obr. 1 – Archimédův šroub [21]*



Ve starověku bylo šroubů používáno nejčastěji k lisování vína, oleje a tkanin. Zajímavostí je, že původní konstrukční provedení zachovávají tyto lisy dodnes.

K dalšímu využití šroubů dochází především ve vojenské technice ke zvedání těžkých hlavních, čehož využíval s úspěchem Jan Žižka (kolem 1360 – 1424). [4], [22]

Velký inženýr středověku Leonardo da Vinci (1452 – 1519) uplatnil šroub u zařízení umožňujícího zvedat potopené lodě, k vrtání zeminy a k celé řadě jiných mechanismů.

Konstrukčního provedení Archimédova šroubu se na počátku 18. století pokusil využít Daniel Bernoulli (1700 – 1782) k pohánění lodí. Myšlenka však nemohla být realizována, jelikož v této době byla pro pohon k dispozici pouze lidská nebo zvířecí síla. Teprve více jak padesát let po vynálezu parního stroje se podařilo Josefu Resslerovi (1793 – 1857) uskutečnit pohyb lodě pomocí lodního šroubu. [4], [22]

Na rozdíl od šroubů pohybových nejsou záznamy o tom, že by bylo více rozšířeno používání šroubů k účelům spojovacím. Z období starověku a raného středověku je známo pouze asi třicet nálezů. [4]

Přestože v 17. a 18. století nastává značný rozmach techniky, šroubové spoje se vyskytují pouze ojediněle. Příčinu lze hledat v obtížnosti zhotovování závitů. [4]

V době Leonarda da Vinciho byl již popsán soustruh k výrobě vnějších závitů, který využíval k zachování přesnosti stoupání axiální vedení, tzv. vodorovné vřeteno. [4]

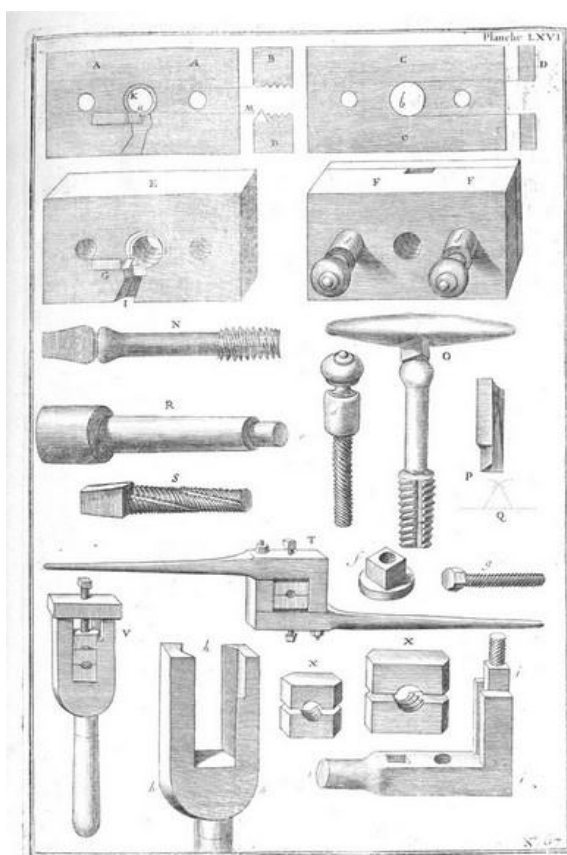
Jacques Besson (kolem 1540 – 1573) popsal v roce 1565 svůj soustruh na řezání závitů do dřeva, na kterém používal k pohonu, posuvu a k tlaku na nůž sadu kladek se závažím. [4], [22]

Na přelomu 18. a 19. století zdokonalil Henry Maudslay (1771 – 1831) soustruh na řezání závitů. Zavedl vyměnitelná vodící vřetena, zhotovená z bronzu. Dochází již také k používání křížového suportu. V Maudslayově dílně pracoval též Joseph Whitworth (1803 – 1887), který se výrazně zapsal do dějin závitů a šroubů, ale především proslul normalizací závitů a zavedením kalibrů a měřidel do jejich výroby. [4], [22]

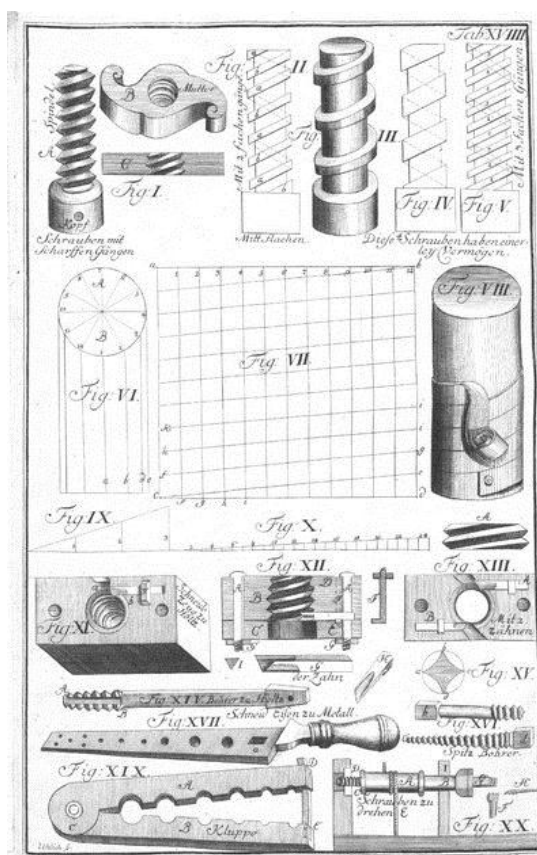
Výroba vnějších závitů prodělávala svůj vývoj již od starověku. Nelze to však říci o využívání, natož pak o výrobě závitů vnitřních. Matice prakticky známá nebyla. První matice vznikly odléváním kolem hotového vřetene. Závit v matici byl řezán až za Leonarda da Vinciho. Ten také navrhl třístupňový závitník, kterým se vyřezaly tři závitové otvory ve tvrdém dřevě. Do prvního, rozměrově největšího, se odlilo vřeteno šroubu, které se pak protáčelo druhým a třetím závitovým otvorem. Vzhledem k tomu, že otvory se postupně zmenšovaly, byl závit vřetene dostatečně uhlazen a zkalibrován. [4]

Leonardo da Vinci dokázal sice vytvořit vnější i vnitřní závit do kovu, avšak větší uplatnění tohoto způsobu výroby nastalo až v 18. století. Charles Plumier (1646 – 1704) uvádí v knize L'Art de tourner z roku 1701 „závitořez“ na řezání závitu do železa. Jacob Leupold (1674 – 1727) pak v mnohosvazkové monografii Theatrum machinarum sepsanou v letech 1724 – 1727 popisuje „závitové želízko“, což byla vlastně sada maticových otvorů s kaleným závitem a bez řezných břitů. Závit tedy nebyl řezán, ale vytlačován. James Keir (1735 – 1820) vytváří roku 1785 „řezací závitové želízko“, které bylo možno rozměrově přestavovat. Závitnici se třemi břity zavedl v roce 1834 Joseph Whitworth. První opravdu řezací závitníky byly vyvinuty a patentovány teprve v roce 1841 Johannem Georgem Bodmerem (1786 – 1864). Závitořezné hlavy byly používány až koncem 19. století. [4], [10], [22]

Obr. 1 – Plumierův závitořez [11]



Obr. 3 – Leupoldovo závitové želízko [12]



Teprve až koncem 18. století se začalo ve větším množství používat šroubů, a to především šroubů do dřeva. V 19. století vzrostla poptávka po šroubech, s již velkými nároky na přesnost. V roce 1848 vzniká v Americe strojírna Sellers. William Sellers (1824 – 1905) se původně opíral o Whitworthův závit, který byl zaveden roku 1841, ale později se od něj odklonil a vytvořil v roce 1864 vlastní Sellersův závit, který ještě dnes má svou platnost. Pro řezání vnitřních i vnějších závitů zhotovil vlastní stroj. [4], [22]

Ve Francii byl v roce 1806 firmou bratří Jappy patentován stroj na výrobu malých šroubů. Dále jsou z Francie známá jména Phillix a Tourase. V Německu postavil v roce 1828 Rohrbeck automatický šroubořezný stroj. V Rakousku vznikl v roce 1850 automat na šrouby do dřeva zhotovený firmou Brevillier, která se později spojila s firmou Urban [4].

V polovině 19. století se zavádí výroba závitů tvářením. Závitů drátů jízdních kol byly vyráběny válcováním za studena mezi plochými čelistmi. Jiný způsob tvářených závitů pro velké šrouby do dřeva byl zaveden Hasencleverem na principu válení mezi třemi kotouči. Úspory na materiálu zde činily až 45 %. [4]

Řemeslná výroba vlastních šroubů nastala až v 18. století. Na výrobu šroubů se zpočátku specializovali kováři, protože při výrobě se vycházelo z válcované nebo kované oceli o stejném průměru, jako byl průměr dřívku šroubu. Hlava se buď za tepla napěchovala, nebo se na dřív navařil kruhový prstenec. [4]

V 19. století se o rozvoj šroubů v Německu zasloužil především Bernhard Wilhelm Funcke (1793 – 1857), který založil v roce 1844 se svým synovcem Friedrichem Hueckem šroubárnu Funcke & Hueck a vyráběl velké množství šroubů a později i matic na automatických strojích. [4], [22]

Závratný vývoj prodělala výroba šroubů v Americe, kde již v roce 1845 byl zaveden Oliverův kovací stroj na pěchování hlav šroubů za tepla. Christian Schaurte dovezl tyto stroje v roce 1850 do Německa, kde založil v roce 1876 spolu s Georgem Bauerem firmu Bauer & Schaurte. Tyto stroje byly ještě v 80. letech 20. století používány k výrobě šroubů velkých rozměrů. Kolem roku 1860 byla rozšířena v oblasti Berlína výroba malých šroubů na Sellersových strojích. Šrouby vynikaly přesností a čistotou povrchu. Znamé jsou výrobky firmy Schwarzkopf. Z této doby se počínají rozlišovat šrouby na černé a čisté. [4]

I když lisování šroubů za studena bylo známé již v 19. století, značného úspěchu v tomto oboru se dosáhlo až na počátku minulého století. V Německu se tímto vývojem zabývala firma Bauer & Schaurte, kde v roce 1902 byly šrouby poprvé pěchovány za stu-

dena z dováženého materiálu. Zpočátku se pro pēchování používalo nelegovaných uhlíkových ocelí a v roce 1928 se začalo pēchovat i z ocelí legovaných. [4]

Historický návrat k výrobě šroubů a závitů tváření, především za studena byl motivován zejména úsporou materiálu a zvýšením produktivity. Podmínkou tváření za studena byl vývoj vhodného výchozího materiálu a zdokonalení způsobu výroby. [4]

Šrouby pēchované za studena jsou při správném výrobním postupu nejen rovnocenné šroubům vyrobeným obráběním, ale některými vlastnostmi tyto šrouby, rovněž i šrouby pēchované za tepla, předčí. Úspěšné použití této technologie je však závislé nejen na výchozím materiálu, ale i na požadovaném tvaru součásti. Proto je nutno volit postup výroby pro daný materiál a tvar tak, aby hotový výrobek byl minimálně přijatelné jakosti. V sériové výrobě však přesto vzniká celá řada zaviněných nebo průvodních vad, které mohou mít větší či menší vliv na funkční použitelnost hotového výrobku. [4]

Šrouby jsou velmi staré a vžitě součásti. Převládá obecný názor, že pevnostní výpočet šroubu je jednoduchý, což je patrné i z toho, že v praxi se převážně používá celkem primitivních způsobů výpočtu. V učebnicích jsou šrouby a šroubové spoje probírány většinou před spoji nýtovými, které jsou mnohem jednodušší než spoje šroubové. To není metodicky správné, protože z hlediska napjatosti je šroub součást velmi složitá. Také při montáži se dopouštíme četných chyb, příčinou je často primitivní pohled na věc a neznalost skutečného stavu. [1]

## **1.1 Současný stav**

Cílem této diplomové práce je porovnat existující teoretické modely šroubového spoje s tuhostí šroubového spoje stanovenou experimentálně. V následujících kapitolách jsou popsány postupy výpočtů uváděné v české, německé a ruské literatuře. Stanovení tuhosti v české literatuře vychází většinou ze švýcarských publikací vydané již v 50. letech minulého století Moritzem ten Boschem (1883 – 1950) nebo Franzem Findeisenem. Německá literatura se opírá o technickou směrnici VDI 2230 a ruská literatura vychází z publikací, které sepsal Isaak Aronovič Birger (1918 – 1993).

## 2 Šroubové spoje

Šroub spolu se sevřenými částmi tvoří celek, který nazýváme šroubovým spojem. U většiny šroubových spojů se matice záměrně dotahuje tak, aby ve šroubu a sevřených částech vznikla předpínací síla  $F_v$ . Utahování šroubového spoje se provádí v nezátíženém stavu a po vytvoření předpětí je šroub napjat předepsanou osovou silou  $F_v$  a mezi sevřenými částmi je účinkem této síly vytvořen plošný tlak  $p$ . Po zatížení předpjatého šroubového spoje provozní silou

$$\vec{F} = \vec{F}_{||} + \vec{F}_{\perp} \quad (2.1)$$

se přenesou pravoúhlá složka provozní síly ležící v ose šroubu  $F_{||}$  zčásti šroubem a zbytkem sevřenými částmi předpjatého spoje. Kolmá složka síly k ose šroubu  $F_{\perp}$  se zčásti (nebo i celá) překonává třecí silou vyvolanou tlakem mezi drsnými povrchy sevřených částí předpjatého spoje. Proto se šroubové spoje bez předpětí vyskytují pouze ve výjimečných případech. [3]

### 2.1 Šroubové spoje s předpětím

Ve šroubovém spoji vzniká po dosednutí matice a hlavy šroubu na spojované části při dotahování matice předpětí, takže se šroub i příruby pružně deformují. Mezi šroubem a maticí vznikne dotažením na určité předpětí silový styk. [1]

Šrouby, které se používají pro předpjaté spoje, bývají často vysoce namáhané, takže jejich jmenovitá napětí se velmi blíží přípustným mezím, tedy mezi kluzu při statickém zatížení a mezi únavy při dynamickém zatížení. Poměr mezních napětí k napětím jmenovitým nazýváme mírou bezpečnosti. [1]

Aby se při dynamickém namáhání šroubu zamezilo vzniku únavových lomů, používají se speciálně upravené šrouby, u kterých je velmi důležité, aby dosedací plochy hlav i matic byly kolmé k ose šroubu. Zamezí se tím vzniku nežádoucího přídavného ohybu. [1]

Šroubové spoje s předpětím se používají v případě, požaduje-li se dlouhodobá životnost šroubů, zamezení rázového zatížení spojů při střídavém zatížení, případně převedení střídavého zatížení na proměnlivé, snížení amplitudy mívajícího zatížení v ose šroubu a dosažení tuhosti a těsnosti spoje. Šrouby je nutno již při montáži dotáhnout tak, aby ještě

před působením provozní síly  $F$  vzniklo předpětí  $F_v$ , které způsobí prodloužení šroubu délky  $l$  o délku  $\Delta l_s$  a stlačení spojovaných částí o délku  $\Delta l_p$ :

$$\Delta l_s = \frac{F_v}{C_s} \quad (2.2);$$

$$\Delta l_p = \frac{F_v}{C_p} \quad (2.3).$$

Podle obr. 4 budou konstanty tuhosti šroubu nebo svorníku a spojovaných součástí:

$$C_s = \text{tg} \alpha_s = \frac{F_v}{\Delta l_s} = \frac{E_s \cdot S_s}{l} \quad (2.4);$$

$$C_p = \text{tg} \alpha_p = \frac{F_v}{\Delta l_p} = \frac{E_p \cdot S_p}{l} \quad (2.5),$$

kde:

$C_s$  ( $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$ ) – konstanta tuhosti šroubu (svorníku)

$C_p$  ( $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$ ) – konstanta tuhosti spojovaných součástí

$E_s$  (MPa) – modul pružnosti v tahu materiálu šroubu

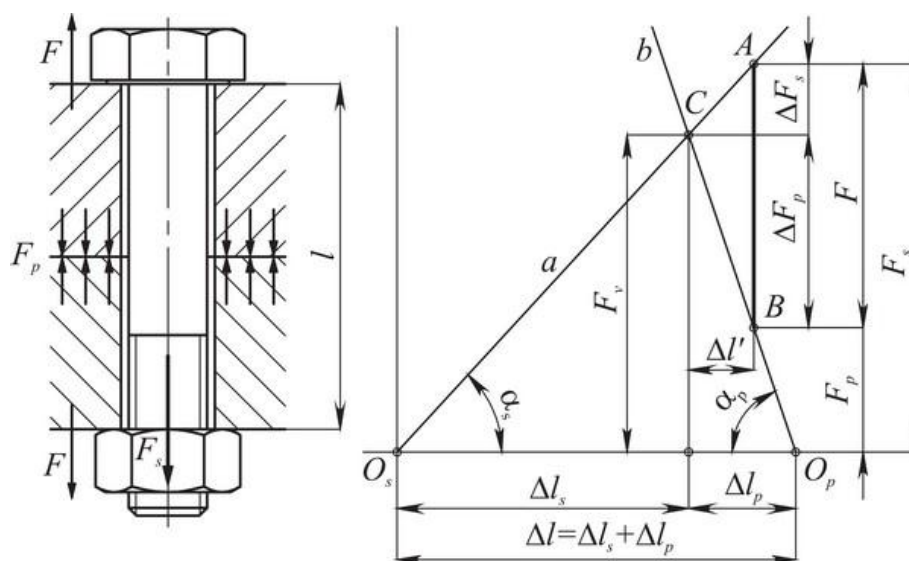
$E_p$  (MPa) – modul pružnosti v tlaku materiálu spojovaných součástí

$S_s$  ( $\text{mm}^2$ ) – plocha průřezu šroubu (svorníku)

$S_p$  ( $\text{mm}^2$ ) – plocha průřezu spojovaných součástí

$l$  (mm) – délka zatížené části šroubu a spojovaných součástí

Obr. 4 – Diagram Síla-Prodĺoužení



Zavedením provozní síly  $F$  se celková deformace nezmění. Deformace tažené části (šroubu) se zvětší o  $\Delta l'$  a deformace tlačené části se o stejnou vzdálenost zmenší. Při pružné deformaci připadne na šroub ze síly  $F$  složka  $\Delta F_s$  a na spojované součásti složka  $\Delta F_p$ , které lze podle obr. 4 vyjádřit rovnicemi:

$$\Delta F_s = F \cdot \frac{C_s}{C_s + C_p} \quad (2.6);$$

$$\Delta F_p = F \cdot \frac{C_p}{C_s + C_p} \quad (2.7).$$

Z toho vplyne poměr silových změn:

$$\frac{\Delta F_s}{\Delta F_p} = \frac{C_s}{C_p} = \frac{1}{\varphi} \quad (2.8).$$

Výsledná síla ve šroubu:

$$F_s = F_v + \Delta F_s = F_v + F \cdot \frac{C_s}{C_s + C_p} = F_v + F \cdot \frac{1}{1 + \varphi} \quad (2.9).$$

Výsledná síla ve spojovacích součástech:

$$F_p = F_v - \Delta F_p = F_v - F \cdot \frac{C_p}{C_s + C_p} = F_v - F \cdot \frac{\varphi}{1 + \varphi} \quad (2.10).$$

Závislost deformací šroubu a spojovaných součástí (obr. 4) je znázorněna diagramem síla – prodloužení ( $F - \Delta l$ ), v němž přímka  $a$  platí pro šroub a přímka  $b$  pro spojované součásti. Přímky  $a$ ,  $b$  vycházejí z počátků  $O_s$ ,  $O_p$ , jejichž vzdálenost se rovná celkové deformaci šroubového spoje:

$$\overline{O_s O_p} = \Delta l_s + \Delta l_p \quad (2.11).$$

Průsečík  $C$  obou přímek určuje stav předpjatého spoje (předpětí  $F_v$ ) nezátíženého provozní silou. Poměr

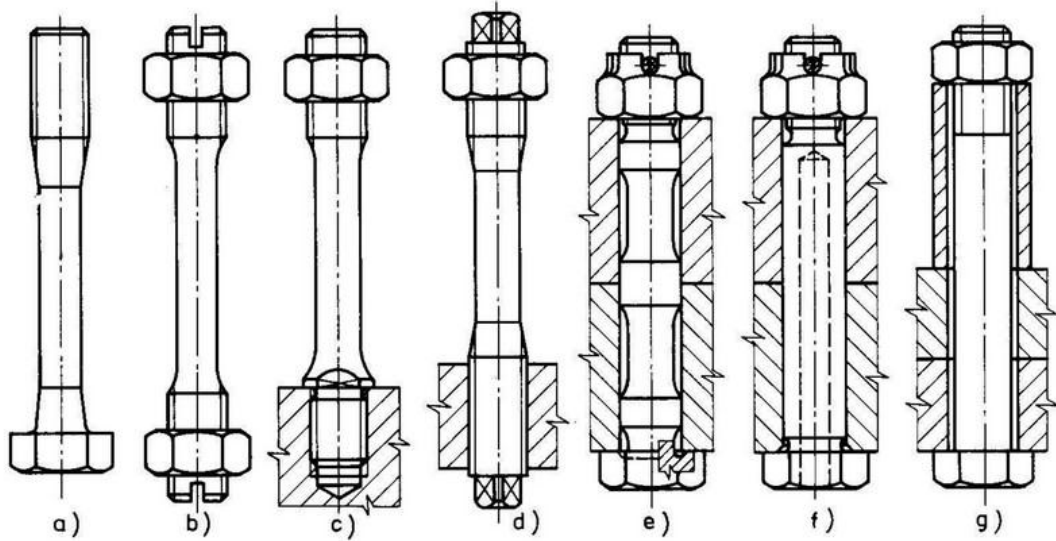
$$\varphi = \frac{C_p}{C_s} \quad (2.12)$$

bývá deset i více, tedy deformace  $\Delta l_s > \Delta l_p$ . [2]

Aby složka síly  $\Delta F_s$  ve šroubu byla co nejmenší, je potřeba, aby konstanta tuhosti šroubu  $C_s$  byla co nejmenší a konstanta tuhosti spojovaných součástí  $C_p$  co největší. Šroub by měl být tedy pružný, spojované součásti tuhé. Pružnosti šroubů lze docílit buď zeslabením dříku, vyvrtáním otvoru do dříku, nebo prodloužením dříku (viz obr. 5). [2]



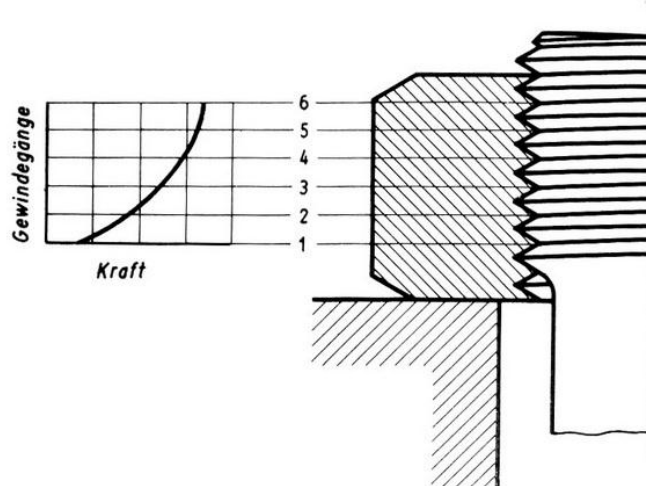
Obr. 5 – Úprava šroubů [2]



a), b), c), d), e) – zeslabením dříku; f) – vyvrtáním dříku; g) – prodloužením dříku

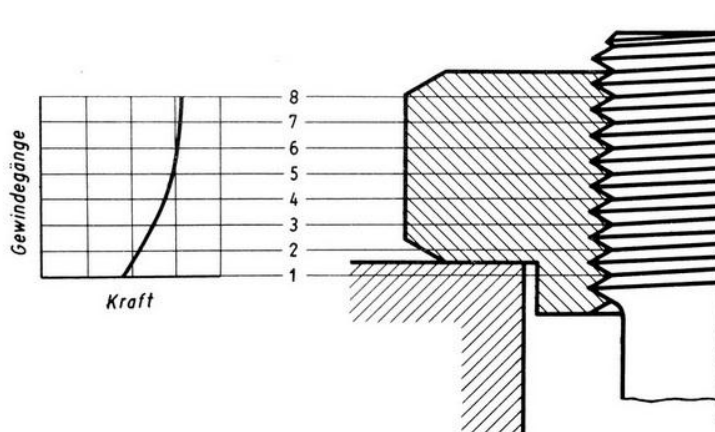
Deformace šroubu a matice jsou rozdílné, a proto není osově zatížení šroubu rovnoměrně rozděleno na všechny závity matice. Největší část osově síly, až 30 %, přenáší první závit šroubu v matici (blíže k hlavě šroubu), takže se často plasticky deformuje. Ostatní závity přenášejí poměrně mnohem méně. [2]

Obr. 6 – Neupravená matice [13]



U matice z materiálu s větší pružnou poddajností, tedy s menším modulem pružnosti než má ocel, se osová síla rozdělí rovnoměrněji na jednotlivé závity. Vhodnou úpravou matice lze dosáhnout rovnoměrnějšího rozdělení síly, např. prodloužením závitové části pod dosedací plochu matice. [2]

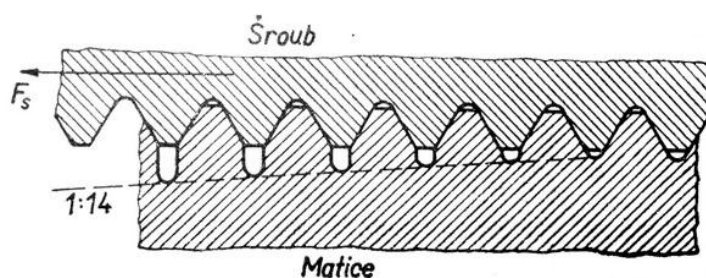
Obr. 7 – Prodloužení závitové části pod dosedací plochu [13]



Mezi další úpravy matice patří vyříznutí závitu v matici na mírně kuželové ploše. Dosáhne se tím jednak rozdílu ve stoupání závitu matice a šroubu oddálením středních průměrů závitů od sebe a jednak snížení ohybové tuhosti několika prvních závitů, jelikož se působíště výsledné síly na závit oddálí od kořenů ke špičkám závitu. Je-li kuželovitost závitu vhodně zvolena, bude zatížení na závity téměř rovnoměrně rozloženo. Zatížení prvního závitu klesne z přibližných 30 % na asi 10 %. Při příliš velké kuželovitosti mohou být závity v matici téměř zcela odlehčeny a horní závity naopak přetíženy. [1]

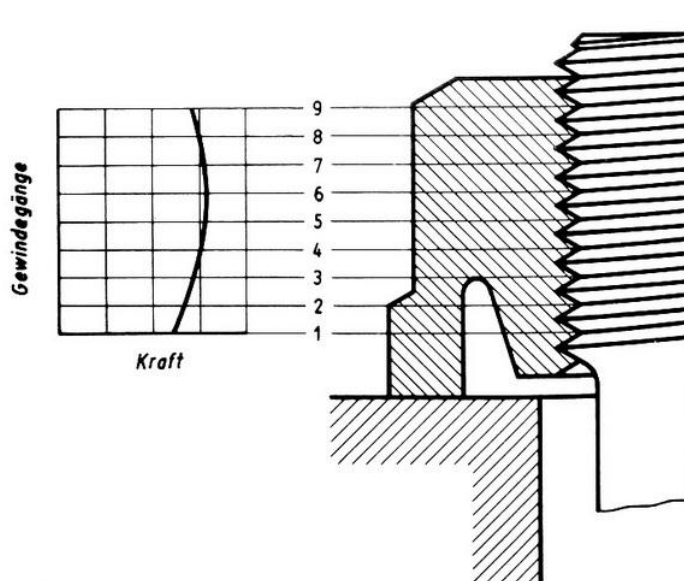
Jiná úprava matice je založená na postupném zmenšování ohybové tuhosti závitů dle obr. 8. Této úpravy se dá použít pouze pro závity velkých rozměrů a jen v odůvodněných případech, protože výroba matice se touto úpravou neúměrně zdražuje. [1]

Obr. 7 – Postupné zmenšování ohybové tuhosti závitů [1]



Jiný způsob snížení tuhosti závitů spočívá na kuželovitěm odvrtání spodních závitů matice, asi do poloviny výšky matice. [1]

Obr. 8 – Úprava matic [13]



U matic větších průměrů nebo otvorů klíče je možno odlehčení prvního závitu v matici dosáhnout tím, že se do dosedací plochy matice zhotoví drážka (viz obr. 8). Spodní část matice je potom namáhána tahem a horní je namáhána tlakem. Takto upravená matice též umožní rovnoměrnější zatížení všech závitů v matici. [1]

### 3 Modely šroubových spojů

Šroub i spojované součásti se kvůli zjednodušení výpočtů deformačních charakteristik nahrazují jednoduchými modely. Každý šroubový spoj se dá nahradit modelem šroubu a modelem spojovaných součástí tak, že mezi pružnými vlastnostmi je u obou modelů dosaženo přibližné shody s pružnými vlastnostmi skutečných součástí. [3]

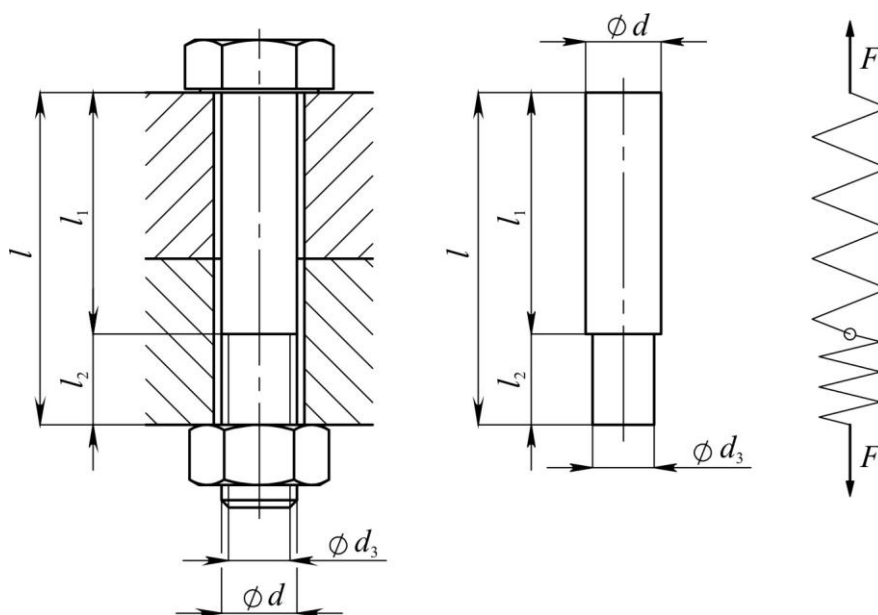
#### 3.1 Model šroubu jednoduchého tvaru

Nejjednodušší provedení spojovacího šroubu tvořeného hladkým dřikem a závitovou částí se dá nahradit dvěma válci, které jsou vyrobeny ze stejného materiálu jako šroub. Válcová část modelu šroubu o délce  $l_1$  má průměr  $d$  shodný s průměrem hladkého dříku šroubu. Válcová část o délce  $l_2$  má průměr  $d_3$  daný průměrem jádra závitu. Vzdálenost mezi opěrnou plochou hlavy šroubu a opěrnou plochou matice je délkou spoje

$$l = l_1 + l_2 \quad (3.1).$$

Model šroubu tvořený dvěma válci představuje dvě tažné pružiny s tuhostmi  $C_1$ , resp.  $C_2$ , zařazenými do série. [3]

Obr. 9 – Model šroubu jednoduchého tvaru



Ke stanovení tuhosti myšlené pružiny, která nahrazuje počet  $n$  pružin zařazených do série, se sčítají poddajnosti jednotlivých pružin. Poddajnost je převrácenou hodnotou tuhosti. Pro tuhost šroubu  $C_s$  tedy obecně platí:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (3.2),$$

kde

$$C_1 = \frac{E_s \cdot S_1}{l_1}; C_2 = \frac{E_s \cdot S_2}{l_2} \text{ atd.} \quad (3.3).$$

Modul pružnosti v tahu  $E_s$  je pro všechny díly modelu stejný, průřezy  $S_1, S_2, \dots, S_n$  jsou všechny plochou kruhu. Z rovnic (3.6) a (3.7) vyjádříme tuhost šroubu vztahem:

$$C_s = \frac{\pi \cdot E_s}{4 \cdot \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{d_i^2}} \quad (3.4),$$

tedy pro nejjednodušší spojovací šroub tvořený dvěma proměnlivými průřezy:

$$C_s = \frac{\pi \cdot E_s}{4 \cdot \left( \frac{l_1}{d^2} + \frac{l_2}{d_3^2} \right)} \quad (3.5)$$

Výpočet tuhosti šroubu v předchozím případě je vhodný pouze jako předběžný, protože neuvažuje vliv stlačení matice na deformaci šroubu ani vliv deformace hlavy šroubu. [13] Pokud je šroub dostatečně dlouhý a svěrná délka  $l$  je větší než šest průměrů šroubu, lze též zanedbat vliv deformace hlavy šroubu a matice. [5]

František Boháček [6] nebo Gerhard Junker [13] dokonce v tomto případě zanedbávají též vliv deformace závitové části šroubu a počítají s konstantním průřezem šroubu odpovídajícím průřezu hladké části dřívku v celé délce. Tuhost šroubu se v tomto případě bude rovnat:

$$C_s = \frac{\pi \cdot E_s}{4 \cdot \left( \frac{l}{d^2} \right)} \quad (3.6).$$

Pro šrouby s proměnlivým průřezem, např. pružné ojnicní spojovací šrouby, jsou různé metody výpočtu popsány v následujících kapitolách.

### 3.2 Model šroubu s proměnlivým průřezem

Při přesnějším řešení výpočtu respektujeme skutečnost, že kromě prodloužení dříku je třeba uvažovat určité deformace partie hlavy šroubu a matice včetně deformace závitů. Deformaci můžeme vzít v úvahu s tím, že se zřetelem k rozdělenému zatížení na závity matice počítáme buď se závitovou částí o dva až tři závity delší [13], [14], nebo počítáme s dříkem šroubu o dvě třetiny výšky hlavy delším a se závitovou částí delší o polovinu výšky matice. [15], [16]

Gerhard Junker [13] nebo prof. Johannes Klose [14] uvádějí ve svých publikacích výpočet tuhosti šroubu s tím, že ke svěrné délce připočítají navíc k závitové části délku odpovídající dvěma závitům šroubu. Tuhost šroubu dle obr. 10 se vypočte ze vzorce:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^4 \frac{l_i}{E_s \cdot S_i} + \frac{l_z + 2 \cdot P}{E_s \cdot A_s} \quad (3.7),$$

tedy:

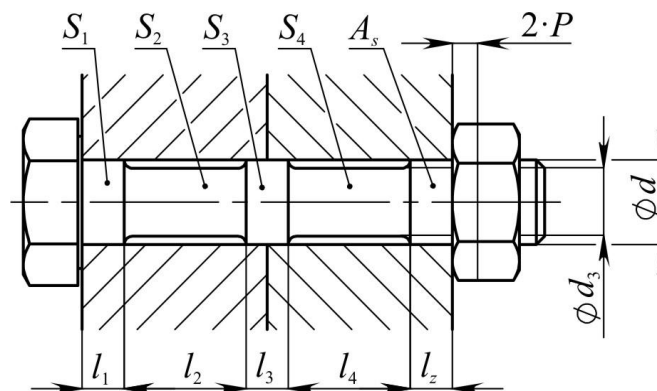
$$C_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 \frac{l_i}{E_s \cdot S_i} + \frac{l_z + 2 \cdot P}{E_s \cdot A_s}} \quad (3.8),$$

kde  $P$  je stoupání závitu,  $S_1$  až  $S_4$  představují kruhové průřezy v jednotlivých částech šroubu a  $A_s$  je výpočtový průřez závitu daný vztahem

$$A_s = \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2 \quad (3.9),$$

kde  $d_2$  je roven střednímu průměru závitu.

Obr. 10 – Svěrná délka šroubu dle Junkera a Kloseho



Nejběžněji se v české literatuře setkáme při výpočtu tuhosti šroubu s tím, že ke svěrné délce jsou navíc k hladké části dřívku šroubu připočítány dvě třetiny výšky hlavy šroubu a k závitové části šroubu jedna polovina výšky matice. Tento výpočet je již popsán ve švýcarských publikacích vydaných již v 50. letech minulého století Moritzem ten Boschem (1883 – 1950) a Franzem Findeisenem.

Tuhost šroubu dle obr. 11 se stanoví ze vzorce:

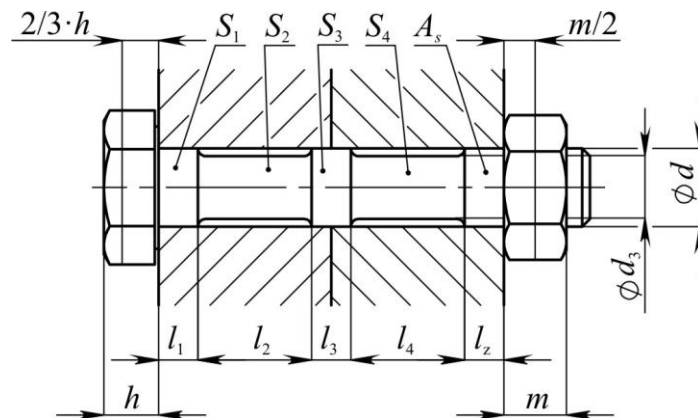
$$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=2}^4 \frac{l_i}{E_s \cdot S_i} + \frac{l_1 + \frac{2}{3} \cdot h}{E_s \cdot S_1} + \frac{l_z + \frac{m}{2}}{E_s \cdot A_s} \quad (3.10),$$

tedy:

$$C_s = \frac{1}{\sum_{i=2}^4 \frac{l_i}{E_s \cdot S_i} + \frac{l_1 + \frac{2}{3} \cdot h}{E_s \cdot S_1} + \frac{l_z + \frac{m}{2}}{E_s \cdot A_s}} \quad (3.11).$$

Průřez  $A_s$  je stanoven ve vztahu (3.9).

Obr. 11 – Svěrná délka šroubu dle Bosche a Findeisena



Některé prameny uvádějí, že pokud je svěrná délka  $l$  menší než šest průměrů šroubu, lze vliv deformace hlavy šroubu a matice zanedbat. Pro šrouby, kde  $l < 6 \cdot d$ , by chyba, kterou bychom se dopouštěli vynecháním částí výšky hlavy šroubu a matice, činila asi 5 %. [6]

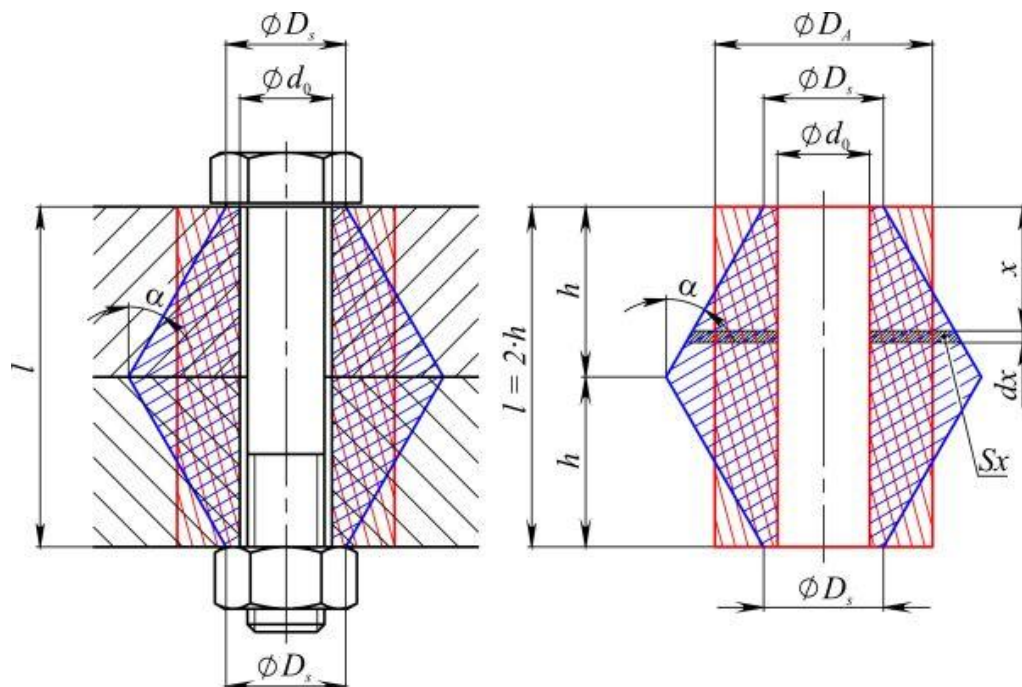
### 3.3 Model sevřených součástí

Obecný způsob výpočtu tuhosti šroubu platí rovněž pro výpočet tuhosti přírub. U přírub je výpočet komplikovaný, protože z celé příruby se na deformaci díky předpětí šroubu podílí pouze část příruby v nejtěsnější blízkosti šroubu. [1]

Nejjednodušším náhradním modelem sevřených částí je komolý dvojkužel s válcovou dírou procházející osou dvojkuželu. Podle Bacha se tlak působící na přírubu od dosedacích ploch hlavy šroubu a matice šíří do příruby pod úhlem  $45^\circ$ . [1]

Pro zjednodušení výpočtu je možno nahradit Bachův dvojkužel dutým rotačním válcem o stejném objemu jako má dvojkužel. – tzv. Rötšcherovým válcovým pouzdrem. Náhrada dvojkužele válcovým pouzdrem je oprávněná pouze při malých svěrných délkách. V případě důležitých šroubových spojů je nutno počítat s přesnějším výpočtem. [5] Výpočet tuhosti přírub z Rötšcherova pouzdra má však svůj význam, protože u svařovaných nebo litých konstrukcí se snažíme vyjít s pouzdry tenkostěnnými, jejichž vnější průměr bývá zpravidla menší než pomyslný vnější průměr Rötšcherova válcového pouzdra. [1]

Obr. 12 – Model sevřených částí





Průřez válcového pouzdra se bude rovnat:

$$S_p = \frac{\pi}{4} \cdot (D_A^2 - d_0^2) \quad (3.12),$$

kde vnější průměr válcového pouzdra  $D_A$  vypočteme ze vztahu:

$$D_A = D_s + \frac{l}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (3.13).$$

Dosazením do vzorce (2.5) dostáváme vztah pro konstantu tuhosti spojovaných součástí

$$C_p = \frac{E_p \cdot S_p}{l} = \frac{\pi \cdot E_p \cdot (D_A^2 - d_0^2)}{4 \cdot l} \quad (3.14).$$

Při přesnějším výpočtu se upouští od náhrady kuželů Rötšcherovým válcem. Celkové stlačení dosedacích ploch  $\Delta l$  se řeší jako stlačení samostatných kuželových útvarů s rovnoměrně rozloženým napětím v jednotlivých příčných řezech. [7] Pro průřez  $S_x$  bude ve vzdálenosti  $x$  platit:

$$S_x = \frac{\pi}{4} \cdot [(D_s + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 - d_0^2] \quad (3.15),$$

a pro napětí v místě průřezu

$$\sigma_x = \frac{F_v}{S_x} \quad (3.16).$$

Elementární vrstvička o tloušťce  $dx$  se stlačí o hodnotu  $\Delta dx$ . Celkové stlačení  $\Delta h$  jedné části dvojkužele o výšce  $h$  získáme po uplatnění Hookeova zákona ze vztahu:

$$\Delta h = \int_0^h \Delta dx = \frac{F_v}{E_p} \cdot \int_0^h \frac{dx}{S_x} \quad (3.17),$$

pro konstantu tuhosti jednoho kužele platí:

$$C_p^I = \frac{F_v}{\Delta h} = \frac{\pi \cdot E_p}{4 \cdot \int_0^h \frac{dx}{(D_s + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 - d_0^2}} \quad (3.18),$$

tedy:

$$C_p^I = \frac{\pi \cdot d_0 \cdot E_p \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\ln \left( \frac{D_s + d_0}{D_s - d_0} \cdot \frac{D_s + 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} \alpha - d_0}{D_s + 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} \alpha + d_0} \right)} \quad (3.19).$$

Pro deformaci dvojkužele, kde  $h = \frac{l}{2}$ , se konstanta tuhosti sevřených částí  $C_p$  bude rovnat:

$$C_p = \frac{\pi \cdot d_0 \cdot E_p \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot \ln \left( \frac{D_s + d_0}{D_s - d_0} \cdot \frac{D_s + l \cdot \operatorname{tg} \alpha - d_0}{D_s + l \cdot \operatorname{tg} \alpha + d_0} \right)} \quad (3.20)$$

Velikost úhlu  $\alpha$  se v některé literatuře uvádí  $\alpha = 45^\circ$ . [1], [2] Takto byl stanoven Felixem Rötšcherem již ve 20. letech minulého století. [1] Jiní autoři s odvoláním na I.A.Birgera uvádí hodnoty menší – až  $26^\circ$ . [6] Můžeme se také setkat s přiřazením velikosti úhlu  $\alpha$  dle materiálu přírub. Jiný úhel bude pro spojované součásti z oceli, šedé litiny, hliníkové slitiny, mosazné slitiny apod. [3], [Š7]

František Pospíšil [1] uvádí, že hodnoty tuhosti přírub  $C_p$  vypočtených ze vztahů (3.15) a (3.21) se od hodnot naměřených pokusy značně liší. Tlaková oblast v přírubě je mnohem strmější než Bachův tlakový dvojkužel. Dle zkoušek Günthera Fritsche vychází parabolická tlaková oblast, kde velikost průřezové plochy  $S_x$  ve vzdálenosti  $x$  od hlavy šroubu je dána empiricky zjištěným vzorcem:

$$S_x = F_v^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left[ 11,375 \cdot (E_p \cdot 10^{-3})^{-0,32} \cdot \left( \frac{2 \cdot x}{d_0} \right)^{0,84} + 1 \right] \quad (3.21).$$

V tomto vzorci je nutno sílu  $F_v$  počítat v kp, modul pružnosti  $E_p$  v  $\text{kp} \cdot \text{mm}^{-2}$  a délkové rozměry  $x$  a  $d_0$  v mm. [1]

Hodnoty  $C_p$  vypočítané ze vzorců (3.14) a (3.20) bývají mnohem větší než hodnoty zjištěné Güntherem Fritschem. Rozdíly se zvětšují s rostoucími tloušťkami přírub. Jsou-li hodnoty  $C_p$  ve skutečnosti menší než vypočítané, znamená to, že přírůstek od provozní síly na šroub bude mnohem větší, než se předpokládalo. To může mít za následek přetížení šroubu, který se bude trvale deformovat a může způsobit poškození celého šroubového spoje. [1]

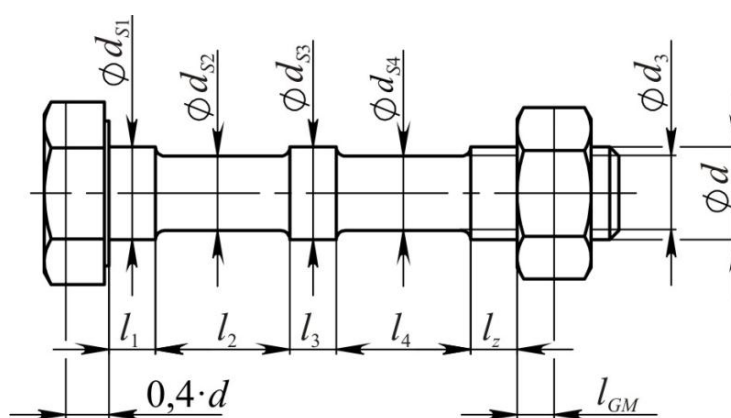
## 4 Výpočet šroubových spojení dle VDI 2230

Stanovení tuhosti šroubového spoje se v německé literatuře vždy odvolává na technickou směrnici VDI 2230. Tato směrnice poměrně zevrubně popisuje výpočet šroubových spojení s předpětím. Směrnice je platná pouze pro ocelové šrouby kruhového průřezu spojující relativně pevné díly za normálních teplot, tedy situace vyskytující se ve většině případů. [17]

### 4.1 Stanovení tuhosti šroubu dle VDI 2230

Šroub se opět nahrazuje modelem složeným z několika částí válcového průřezu. Kromě deformace šroubu v oblasti příruby mezi hlavou šroubu a maticí se navíc uvažuje deformace v oblasti hlavy šroubu, deformace v závitech šroubu a v závitech matice.

Obr. 13 – Svěrná délka šroubu dle VDI 2230



Poddajnost šroubu je dána součtem poddajností jednotlivých částí:

$$\delta_s = \delta_K + \sum_{i=1}^5 \delta_i + \delta_{GM} \quad (4.1),$$

kde  $\delta_K$  je poddajnost oblasti hlavy šroubu,  $\delta_i$  až  $\delta_5$  jsou poddajnosti jednotlivých úseků sevřených částí a  $\delta_{GM}$  je poddajnost šroubu a matice v oblasti závitu matice.

Dosavadní zkušenosti ukázaly, že poddajnost v oblasti hlavy šroubu je jak pro šroub s šestihrannou hlavou, tak pro šroub s vnitřním šestihranem přibližně stejně velká jako válec o vnějším průměru závitu  $d$  a délce  $0,4 \cdot d$  [20] Stanoví se ze vzorce:

$$\delta_K = \frac{0,4 \cdot d}{E_s \cdot S_N} \quad (4.2),$$

kde  $S_N$  je plochou válce dle vztahu:

$$S_N = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad (4.3).$$

Poddajnost jednotlivých částí šroubu je dána rovnicí:

$$\delta_i = \sum_{i=1}^5 \frac{l_i}{E_s \cdot S_i} \quad (4.4).$$

Pro oblast závitu v délce  $l_5$  počítáme průřez  $S_5$  z průměru jádra šroubu  $d_3$ , tedy:

$$S_5 = S_{d_3} = \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} \quad (4.5)$$

Poddajnost  $\delta_{GM}$  sestává z poddajnosti jádra závitu šroubu  $\delta_G$  a posunutí matice  $\delta_M$  – relativního osového pohybu mezi šroubem a maticí v důsledku pružné ohybové a tlakové deformace závitů šroubu a matice.

$$\delta_{GM} = \delta_G + \delta_M \quad (4.6)$$

a

$$l_{GM} = l_G + l_M \quad (4.7).$$

Pro šestihrannou matici dle DIN 934 byly empiricky stanoveny tyto vztahy:

$$\delta_G = \frac{l_G}{E_s \cdot S_{d_3}} \quad (4.8),$$

s délkou

$$l_G = 0,5 \cdot d \quad (4.9)$$

a

$$\delta_M = \frac{l_M}{E_s \cdot S_N} \quad (4.10),$$

s délkou

$$l_M = 0,4 \cdot d \quad (4.11).$$

Průřez  $S_N$  je vyjádřen ve vztahu (4.3).

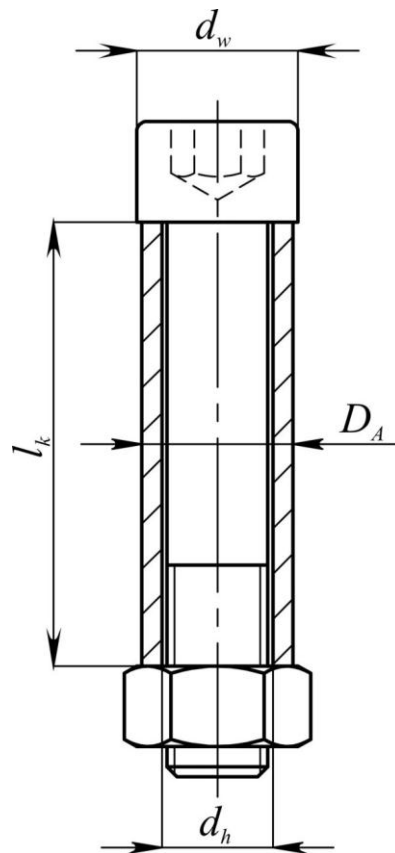
Celková poddajnost šroubu se tedy bude rovnat:

$$\delta_s = \frac{1}{E_s} \cdot \left( \frac{0,4 \cdot d}{S_N} + \sum_{i=1}^5 \frac{l_i}{S_i} + \frac{0,5 \cdot d}{S_{d_3}} + \frac{0,4 \cdot d}{S_N} \right) \quad (4.12).$$

## 4.2 Stanovení tuhosti sevřených částí dle VDI 2230

Při stanovení tuhosti  $C_p$ , resp. poddajnosti  $\delta_p$  sevřených částí uvažujeme průběh šíření tlaku v přírubách dle I. A. Birgera. Sevřené součásti se dají nahradit komolým dvojkůželem s válcovou dírou procházející osou kuželu. Velikost úhlu  $\alpha$  je dle I. A. Birgera rovna přibližně  $\alpha \approx 26^\circ$ , tedy  $\text{tg}\alpha \approx 0,5$ . Dle šířky přírub se stanoví různá hodnota velikosti průřezu náhradního válcového pouzdra (viz obr. 14). [18]

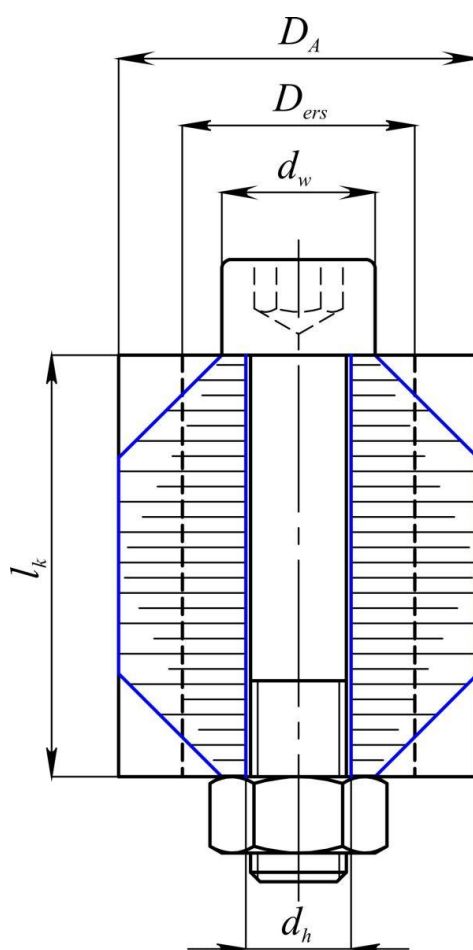
Obr. 14 – Náhradní válcové pouzdro dle VDI 2230,  $D_A < d_w$



V prvním případě, kdy velikost dosedací plochy hlavy šroubu a matice je větší než svěrná plocha příruby, se velikost průřezu náhradního pouzdra rovná přímo průřezu příruby. Tlak je v přírubě rozložen rovnoměrně, proto vztah pro stanovení náhradního průřezu bude mít následující tvar:

$$S_{ers} = \frac{\pi}{4} \cdot (D_A^2 - d_h^2) \quad (4.13).$$

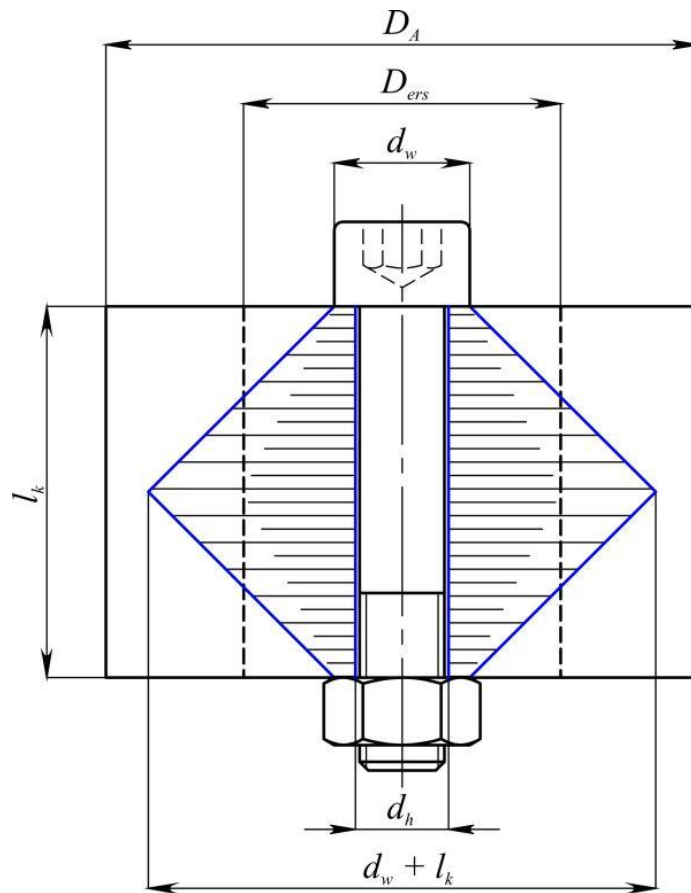
Obr. 15 – Náhradní válcové pouzdro dle VDI 2230,  $d_w \leq D_A \leq d_w + l_k$



V druhém případě, kdy okraj příruby protíná tlakový dvojkužel, se velikost náhradního průřezu stanoví dle vztahu [18]:

$$S_{ers} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} \cdot d_w \cdot (D_A - d_w) \cdot \left[ \left( \sqrt[3]{\frac{l_k \cdot d_w}{D_A^2} + 1} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.14).$$

Obr. 16 – Náhradní válcové pouzdro dle VDI 2230,  $d_w + l_k < D_A$



Pokud je příruba dostatečně široká a tlakový dvojkužel neprotíná okraj příruby, vypočteme náhradní průřez dle vzorce [18]:

$$S_{ers} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} \cdot d_w \cdot l_k \cdot \left[ \left( \sqrt[3]{\frac{l_k \cdot d_w}{(l_k + d_w)^2} + 1} \right)^2 - 1 \right] \quad (4.15).$$

Poddajnost sevřených součástí vypočteme ze známého vzorce:

$$\delta_p = \frac{l_k}{S_{ers} \cdot E_p} \quad (4.16),$$

Vzorce (4.14) a (4.15) jsou použitelné jak pro šrouby spojovací, tak pro šrouby závrtné, ačkoli pružná poddajnost  $\delta_p$  je u spojení závrtným šroubem menší než u šroubového spojení s průchozím šroubem, proto i předpínací síla pro závrtné šrouby bude větší. [20]

## 5 Výpočet šroubových spojení dle I. A. Birgera

Výpočtem tuhosti šroubových spojení se v Rusku již od 40. let minulého století zabýval Isaak Aronovič Birger (1918 – 1993). Prakticky veškerá ruská literatura se opírá o výsledky jeho práce. Taktéž německá směrnice VDI 2230 definuje směr šíření tlaku v přírubách šroubového spojení, který stanovil I. A. Birger a i v současné německé literatuře se při výpočtu tuhosti šroubových spojení běžně setkáme s pojmem „Birgerův kužel“.

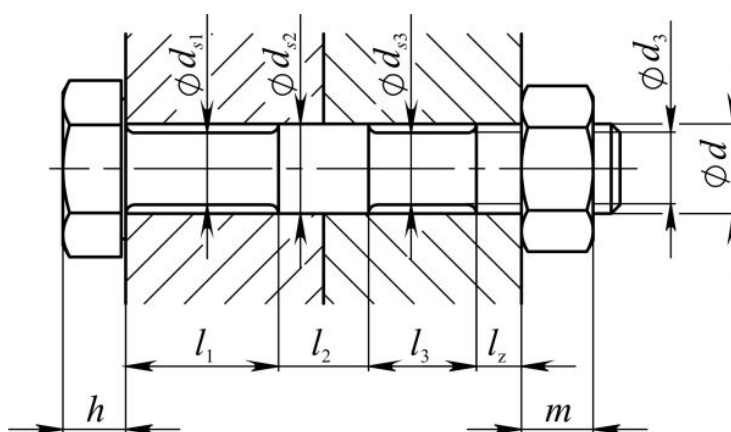
### 5.1 Výpočet tuhosti šroubu podle I. A. Birgera

I. A. Birger opět rozděluje předpjatý šroub do několika úseků a sčítá pružné poddajnosti jednotlivých částí šroubu:

$$\delta_s = \frac{1}{E_s} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{S_i} \quad (5.1),$$

kde  $E_s$  modul pružnosti v tahu šroubu,  $l_1$  až  $l_n$  představují délky jednotlivých úseků šroubu a  $S_1$  až  $S_n$  kruhové průřezy jednotlivých částí šroubu. [19]

Obr. 17 – Svěrná délka šroubu dle I. A. Birgera



Pro krátké šrouby, kde celková délka sevřených částí je kratší nežli šest průměrů šroubu ( $l < 6 \cdot d$ ), je navíc nutno připočítat poddajnost zašroubovaného závitu a hlavy šroubu. Obvykle se k celkové délce připočítává 1/3 nebo 1/2 výšky matice  $m$ . Ovšem toto doporučení platí pouze pro  $m > 1,5 \cdot d$ . [19]



Pro výpočet poddajnosti v zašroubovaných závitech lze použít vzorec, který empiricky stanovil I. G. Stragostin:

$$\delta_z \approx \frac{0,49}{d_2 \cdot E} \cdot \sqrt{1,44 + 9,28 \cdot \frac{P}{d}} \quad (5.2),$$

kde  $d_2$  je střední průměr závitu,  $E$  modul pružnosti v tahu (viz vzorec 5.5) a  $P$  označuje stoupání závitu. [19]

Pro přibližný výpočet je možno též použít následujících vztahů:

pro  $\frac{d}{P} = 6 \div 10$ :

$$\delta_z \approx \frac{0,80 \div 0,95}{E \cdot d} \quad (5.3),$$

pro  $\frac{d}{P} = 10 \div 20$ :

$$\delta_z \approx \frac{0,70 \div 0,80}{E \cdot d} \quad (5.4).$$

Pokud jsou moduly pružnosti šroubu  $E_s$  a matice  $E_m$  rozdílné, můžeme použít tento vztah:

$$\frac{1}{E} \approx 0,5 \cdot \left( \frac{1}{E_s} + \frac{1}{E_m} \right) \quad (5.5).$$

Podle výzkumů V. B. Kuklina je poddajnost závitů závislá na přesnosti výroby a zejména na odchylkách úhlů závitů. Závity vyrobené v tolerancích 6g až 8g mají asi dvakrát větší poddajnost než přesněji zhotovené závity. [19]

Pro stanovení poddajnosti hlavy šroubu je při předpokladu smykového napětí v hlavě šroubu stanoven následující vzorec:

$$\delta_h = \frac{0,15}{E_s \cdot h} \quad (5.6).$$

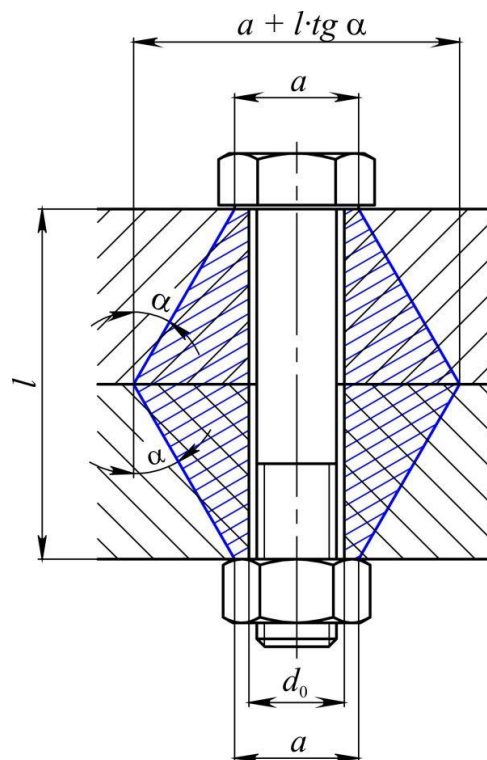
Celková poddajnost pro šroub o svěrné délce kratší než šestinásobek jeho průměru je tedy:

$$\delta_s = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{E_s \cdot S_i} + \delta_z + \delta_h \quad (5.7).$$

## 5.1 Výpočet tuhosti sevřených částí dle I. A. Birgera

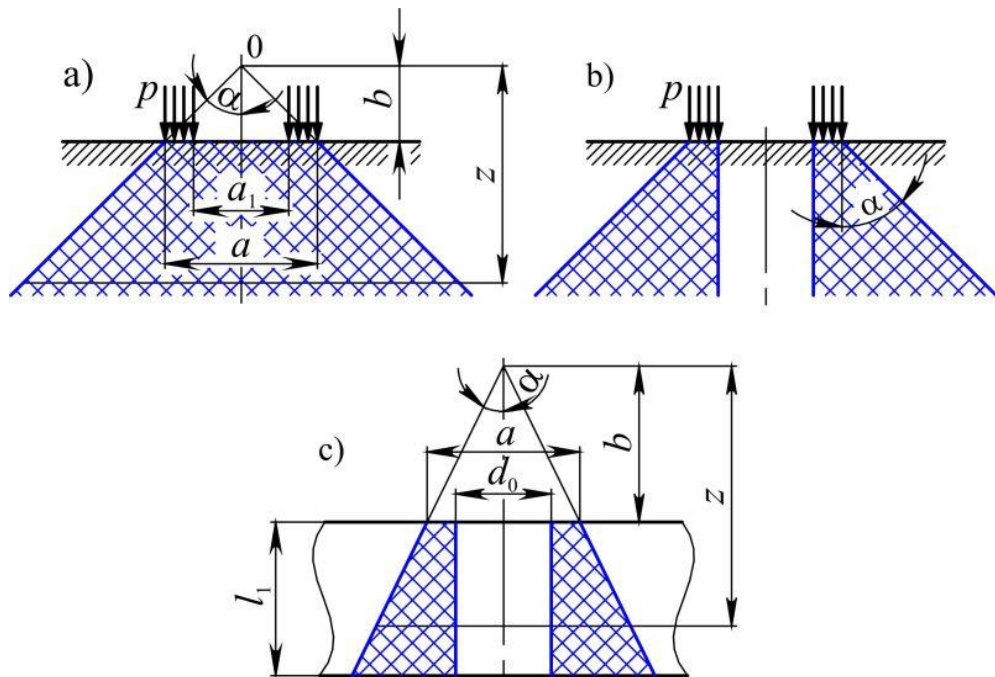
Výpočet tuhosti sevřených částí podle I. A. Birgera při zatížení osovou silou předpokládá deformaci v přírubách ve tvaru kužele šířícího se od dotykové plochy hlavy šroubu a matice pod úhlem  $\alpha$ . [19]

Obr. 18 – Stanovení tuhosti přírub dle I. A. Birgera



Předpokládá se, že napětí je rozloženo pouze v oblasti dvojkužele. Schéma působení tlakového dvojkužele je vyobrazeno na obr. 19a) – 19c). [19]

Obr. 19 – Schéma působení tlaku rozloženého na prstenci



Při předpokladu rozložení tlakových sil do tvaru kužele (viz obr. 19a) se napětí v místě  $z$  bude rovnat:

$$\sigma_z = \frac{0,25 \cdot p \cdot \pi \cdot (a^2 - a_1^2)}{\pi \cdot z^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (5.8)$$

Celkové stlačení  $\Delta$  se rovná součtu stlačení všech kuželových elementů s rovnoměrně rozloženým napětím v jednotlivých řezech. Vypočte se ze vzorce:

$$\Delta = \frac{p \cdot (a^2 - a_1^2)}{4 \cdot E_p \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \int_b^\infty \frac{dz}{z^2} = \frac{p \cdot (a^2 - a_1^2)}{4 \cdot b \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (5.9).$$

Po vyčíslení rovnice (5.9) dojdeme k závěru, že pro poměr  $a_1/a = 0 \div 0,8$  vychází velikost  $\operatorname{tg} \alpha = 0,55 \div 0,65$ , ale z fyzikálního hlediska se očekává, že v oblasti středového otvoru (obr. 19b) bude hodnota úhlu  $\alpha$  menší. Proto se v praxi uvažuje  $\operatorname{tg} \alpha = 0,4 \div 0,5$ .

Poměrné zkrácení v místě  $z$  získáme ze vztahu:

$$\varepsilon = \frac{p}{\pi \cdot E_p \cdot (z^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - 0,25 \cdot d_0^2)} \quad (5.10)$$

a poddajnost příruby se bude rovnat:

$$\delta_p = \frac{1}{E_p \cdot \pi \cdot d_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot \ln \frac{(a + d_0) \cdot (a + 2 \cdot l_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha - d_0)}{(a - d_0) \cdot (a + 2 \cdot l_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha + d_0)} \quad (5.11).$$

Pro vysoké hodnoty  $l_1$  ( $l_1 \rightarrow \infty$ ) se předchozí vzorec vyjádří ve formě:

$$\delta_p = \frac{1}{E_p \cdot \pi \cdot d_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot \ln \frac{a + d_0}{a - d_0} \quad (5.12).$$

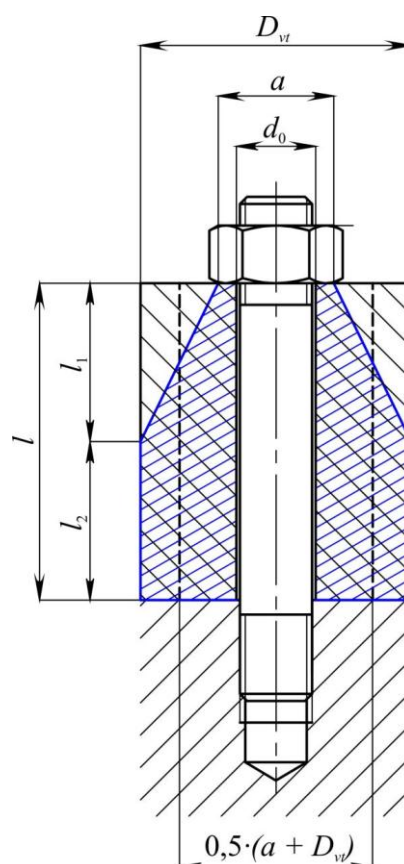
Rovnice (5.11) má největší význam pro použití sevřených částí o tloušťkách  $l_1 > 10 \cdot a$ .

Pokud šroub spojuje dvě desky se stejným modulem pružnosti (viz obr. 18), je možno použít následující vzorec:

$$\delta_p = \frac{2}{E_p \cdot \pi \cdot d_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot \ln \frac{(a + d_0) \cdot (a + l \cdot \operatorname{tg} \alpha - d_0)}{(a - d_0) \cdot (a + l \cdot \operatorname{tg} \alpha + d_0)} \quad (5.13).$$

Je jasné, že u pouzdra, kde  $D_{vt} > a + l \cdot \operatorname{tg} \alpha$  další zvětšení této velikosti již nemá na poddajnost pouzdra vliv. [19]

Obr. 20 – Kužel vycházející mimo sevřené části



V určitých případech může být hranice tlakového kužele mimo okraj příruby. Potom se poddajnost příruby vypočítá dle vzorce:

$$\delta_p = \frac{1}{E_p \cdot \pi \cdot d_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot \ln \frac{(a + d_0) \cdot (D_{vt} - d_0)}{(a - d_0) \cdot (D_{vt} + d_0)} + \frac{4 \cdot l_2}{\pi \cdot E_p \cdot (D_{vt}^2 - d_0^2)} \quad (5.14),$$

kde

$$l_2 = l - \frac{D_{vt} - a}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (5.15).$$

Pokud se kužel nahradí ekvivalentním válcem, potom se poddajnost bude rovnat:

$$\delta_p = \frac{4 \cdot l_1}{E_p \cdot \pi \cdot [0,25 \cdot (a + D_{vt})^2 - d^2]} + \frac{4 \cdot l_2}{E_p \cdot \pi \cdot (D_{vt}^2 - d^2)} \quad (5.16).$$

Pokud je délka hodnoty

$$l_1 = \frac{D_{vt} - a}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (5.17)$$

málo odlišná od hodnoty délky  $l$ , poté se dá uvažovat:

$$\delta_p \approx \frac{l}{E_p \cdot S_p} \quad (5.18).$$

I v tomto případě se v praxi se často kužel nahrazuje válcem. poddajnost se potom bude rovnat:

$$\delta_p = \frac{4 \cdot l_1}{E_p \cdot \pi \cdot [(a + l_1)^2 - d_0^2]} \quad (5.19).$$

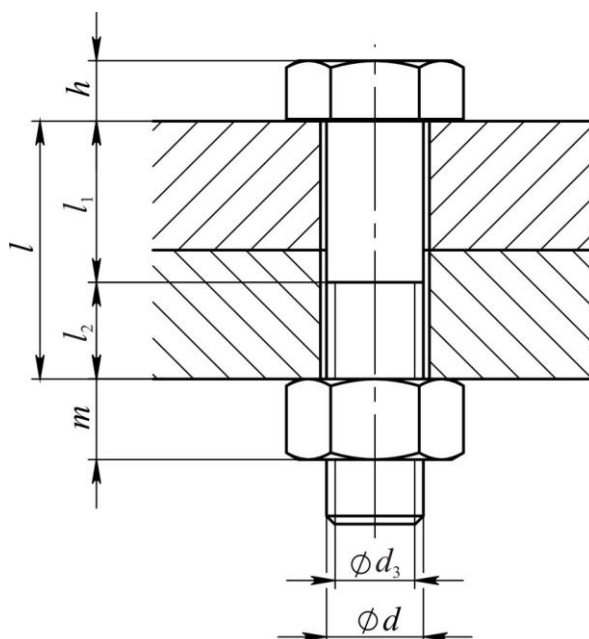
Další způsob stanovení tuhosti sevřených částí je možno z tabulkových hodnot koeficientů závislých na poměrech  $l_1 / d_0$  a  $a / d_0$ , případně z koeficientů přiřazeným různým hodnotám  $\operatorname{tg} \alpha$ . [19]

Stanovením tuhosti sevřených součástí se zabývá mnoho studií. Teoretické rozložení napětí zkoumali např. E. B. Bitkup, B. K. Danilov a další. Některé závěry výzkumů se velmi blíží výsledkům získaných z experimentálních měření. [19]

## 6 Výpočet tuhosti zvoleného modelu šroubového spoje

Pro vlastní výpočet tuhosti šroubu a sevřených součástí volíme šroub s šestihrannou hlavou M12 × 80 dle DIN 931 spojující sevřené součásti o celkové tloušťce 32 mm šestihrannou maticí M12 dle DIN 934. Šroub, matice i spojovací součásti jsou vyrobeny z oceli.

Obr. 21 – Zvolené šroubové spojení



Hlavní rozměry šroubového spojení:

Průměr závitu:	$d = 12 \text{ mm}$
Stoupání závitu	$P = 1,75 \text{ mm}$
Střední průměr závitu:	$d_2 = 10,863 \text{ mm}$
Průměr jádra šroubu:	$d_3 = 9,853 \text{ mm}$
Výška hlavy šroubu:	$h = 7,5 \text{ mm}$
Výška matice:	$m = 10 \text{ mm}$
Délka hladké části dříku:	$l_1 = 20 \text{ mm}$
Délka závitové části:	$l_2 = 12 \text{ mm}$
Celková tloušťka sevřených částí:	$l = 32 \text{ mm}$

## 6.1 Výpočet tuhosti šroubu

Pro výpočet tuhosti šroubu použijeme různých metod výpočtů popsaných v předchozích kapitolách. Pro porovnání zvolíme předběžný výpočet tuhosti šroubu popsaný L. Zachariášem, výpočet dle G. Junkera a J. Kloseho, výpočet dle M. ten Bosche a F. Findeisena, výpočet dle VDI 2230 a výpočet dle I. A. Birgera.

### 6.1.1 Předběžný výpočet tuhosti šroubu

U předběžného výpočtu tuhosti šroubu můžeme zanedbat vliv deformace hlavy šroubu a deformaci v závitech v matici. Celková svěrná délka se bude rovnat součtu délky hladké části dřívku  $l_1$  a délky závitové části  $l_2$  dle vzorce (3.1):

$$l = l_1 + l_2 = 20 + 12 = 32 \text{ mm}$$

Celková poddajnost šroubu se bude rovnat součtu poddajnosti jednotlivých částí šroubu. Poddajnost je převrácenou hodnotou tuhosti. Celková tuhost se tedy podle vzorce (3.2) bude rovnat:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Tuhosti jednotlivých částí získáme výpočtem ze vzorce (2.4) a (3.3):

$$C_1 = \frac{E_s \cdot S_1}{l_1}; C_2 = \frac{E_s \cdot S_3}{l_2}$$

Konstanta  $E_s$  znamená modul pružnosti v tahu materiálu šroubu. V případě ocelového šroubu se modul pružnosti bude rovnat:

$$E_p = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

Hodnota  $S_1$  značí průřez hladké části dřívku o průměr  $d$  a hodnota  $S_3$  průřez jádra šroubu o průměru  $d_3$ . Průřezy  $S_1$  a  $S_3$  jsou oba obsahem kruhu:

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}; S_3 = \frac{\pi \cdot d_3^2}{4}$$

Celkovou tuhost šroubu  $C_s$  můžeme vyčíslit dle vzorce (3.5):

$$C_s = \frac{\pi \cdot E_s}{4 \cdot \left( \frac{l_1}{d^2} + \frac{l_2}{d_3^2} \right)} = \frac{\pi \cdot 2,1 \cdot 10^5}{4 \cdot \left( \frac{20}{12^2} + \frac{12}{9,853^2} \right)} = 6,283 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

### 6.1.2 Výpočet tuhosti šroubu dle G. Junkera a J. Kloseho

Gerhard Junker [Junker] nebo Johannes Klose [Klose] počítají celkovou tuhost šroubu tak, že k celkové svěrné délce připočítají k závitové části délku odpovídající dvěma závitům šroubu. Tuhost šroubu se potom vyjádří ze vzorce (3.7):

$$\frac{1}{C_s} = \frac{l_1}{E_s \cdot S_i} + \frac{l_2 + 2 \cdot P}{E_s \cdot A_s}$$

Nebo ze vztahu (3.8):

$$C_s = \frac{1}{\frac{l_1}{E_s \cdot S_1} + \frac{l_2 + 2 \cdot P}{E_s \cdot A_s}}$$

Kde  $P$  je stoupání závitu a  $S_1$  kruhový průřez hladké části dřívku šroubu:

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 12^2}{4} = 113,1 \text{ mm}^2$$

Proměnná  $A_s$  označuje výpočtový průřez závitu daný vztahem (3.9):

$$A_s = \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{10,863 + 9,853}{2} \right)^2 = 84,3 \text{ mm}^2$$

Celková tuhost šroubu se tedy bude rovnat:

$$C_s = \frac{1}{\frac{l_1}{E_s \cdot S_1} + \frac{l_2 + 2 \cdot P}{E_s \cdot A_s}} = \frac{1}{\frac{20}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 113,1} + \frac{12 + 2 \cdot 1,75}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 84,3}} = 5,821 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

### 6.1.3 Výpočet tuhosti šroubu dle M. ten Bosche a F. Findeisena

V české literatuře se nejčastěji setkáme s výpočtem tuhosti šroubu, který byl popsán Moritzem ten Boschem [15] a Franzem Findeisenem [16] v 50. letech 20. století. Stejným způsobem počítá tuhost šroubu František Pospíšil. V tomto případě se počítá nejen s deformací šroubu v závitech matice, ale i s deformací v hlavě šroubu. K celkové svěrné délce se proto připočítává část výšky matice  $m$  (nejčastěji  $1/2 \cdot m$ ) a část výšky hlavy šroubu  $h$  (nejčastěji  $2/3 \cdot h$ ). [1], [5], [8], [9] Tuhost šroubu se stanoví ze vzorce (3.10)

$$\frac{1}{C_s} = \frac{l_1 + \frac{2}{3} \cdot h}{E_s \cdot S_1} + \frac{l_2 + \frac{m}{2}}{E_s \cdot A_s}$$

Nebo ze vzorce (3.11)



$$C_s = \frac{1}{\frac{l_1 + \frac{2}{3} \cdot h}{E_s \cdot S_1} + \frac{l_2 + \frac{m}{2}}{E_s \cdot A_s}}$$

Celková tuhost šroubu se v tomto případě bude rovnat:

$$C_s = \frac{1}{\frac{l_1 + \frac{2}{3} \cdot h}{E_s \cdot S_1} + \frac{l_2 + \frac{m}{2}}{E_s \cdot A_s}} = \frac{1}{\frac{20 + \frac{2}{3} \cdot 7,5}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 113,1} + \frac{12 + \frac{10}{2}}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 84,3}} = 4,967 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

### 6.1.4 Výpočet tuhosti šroubu dle VDI 2230

Německá směrnice VDI 2230 počítá rovněž s deformací v oblasti hlavy šroubu, ale také deformaci v závitech šroubu i v závitech matice. Pro stanovení celkové tuhosti šroubu je lepší počítat poddajnosti jednotlivých částí šroubu. Celková tuhost je potom rovna převrácené hodnotě celkové poddajnosti. Celková poddajnost je dána vztahem (4.1):

$$\delta_s = \delta_K + \delta_1 + \delta_2 + \delta_{GM}$$

Poddajnost v oblasti hlavy šroubu  $\delta_K$  spočteme ze vztahu (4.2):

$$\delta_K = \frac{0,4 \cdot d}{E_s \cdot S_1} = \frac{0,4 \cdot 12}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 113,1} = 2,021 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Poddajnost hladké části dřívku  $\delta_1$  a poddajnost závitové části  $\delta_2$  dle vztahu (4.4):

$$\delta_1 = \frac{l_1}{E_s \cdot S_1} = \frac{20}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 113,1} = 8,421 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Respektive

$$\delta_2 = \frac{l_2}{E_s \cdot S_3}$$

Kde  $S_3$  je průřez jádra šroubu

$$S_3 = \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} = \frac{\pi \cdot 9,853^2}{4} = 76,25 \text{ mm}^2$$

Poddajnost závitové části se tedy bude rovnat

$$\delta_2 = \frac{l_2}{E_s \cdot S_3} = \frac{12}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 76,25} = 7,494 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Poddajnost  $\delta_{GM}$  je součtem poddajnosti jádra závitu šroubu  $\delta_G$  a posunutím matice  $\delta_M$  v závitech z důvodu pružné deformace závitů šroubu a matice. Je dána vztahem (4.6)

$$\delta_{GM} = \delta_G + \delta_M$$

Pro šestihrannou matici dle DIN 934 se poddajnost  $\delta_G$  spočte dle vzorce (4.8)

$$\delta_G = \frac{l_G}{E_s \cdot S_{d_3}}$$

Kde délka  $l_G$  je dána vztahem (4.9)

$$l_G = 0,5 \cdot d$$

Tedy

$$\delta_G = \frac{0,5 \cdot d}{E_s \cdot S_3} = \frac{0,5 \cdot 12}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 76,25} = 3,747 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Poddajnost  $\delta_M$  způsobená posunutím matice v závitech se vypočítá ze vztahu (4.10)

$$\delta_M = \frac{l_M}{E_s \cdot S_1}$$

Kde délka  $l_M$  je dána vztahem (4.11)

$$l_M = 0,4 \cdot d$$

Tedy

$$\delta_M = \frac{0,4 \cdot d}{E_s \cdot S_1} = \frac{0,4 \cdot 12}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 113,1} = 2,021 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Celková poddajnost šroubu se v tom případě bude rovnat

$$\begin{aligned} \delta_s &= \delta_K + \delta_1 + \delta_2 + \delta_G + \delta_M = (2,021 + 8,421 + 7,494 + 3,747 + 2,021) \cdot 10^{-7} = \\ &= 2,370 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1} \end{aligned}$$

Tuhost šroubu je převrácenou hodnotou poddajnosti. Vypočteme jí proto dle vzorce:

$$C_s = \frac{1}{\delta_s} = \frac{1}{2,370 \cdot 10^{-6}} = 4,219 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

### 6.1.5 Výpočet tuhosti šroubu dle I. A. Birgera

V případě, kdy celková délka sevřených částí  $l < 6 \cdot d$ , připočítává I. A. Birger navíc deformaci zašroubovaného závitu v matici a deformaci hlavy šroubu. Celková poddajnost šroubu se bude dle vzorce (5.7) rovnat:

$$\delta_s = \delta_1 + \delta_2 + \delta_z + \delta_h$$

Poddajnost hladké části dřívku  $\delta_1$  spočteme dle vztahu:

$$\delta_1 = \frac{l_1}{E_s \cdot S_1} = \frac{20}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 113,1} = 8,421 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Obdobně poddajnost v závitové části šroubu

$$\delta_2 = \frac{l_2}{E_s \cdot S_3} = \frac{12}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 76,25} = 7,494 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Pro poddajnost v zašroubovaných závitech použijeme vzorec (5.2) dle I. G. Stragostina:

$$\delta_z = \frac{0,49}{d_2 \cdot E} \cdot \sqrt{1,44 + 9,28 \cdot \frac{P}{d}}$$

Vzhledem k tomu, že šroub i matice jsou zhotoveny z oceli, modul pružnosti se bude rovnat  $E = 2,1 \cdot 10^5$  MPa.

Poddajnost v zašroubovaných závitech se tedy bude rovnat::

$$\delta_z = \frac{0,49}{d_2 \cdot E} \cdot \sqrt{1,44 + 9,28 \cdot \frac{P}{d}} = \frac{0,49}{10,863 \cdot 2,1 \cdot 10^5} \cdot \sqrt{1,44 + 9,28 \cdot \frac{1,75}{12}} = 3,590 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Pro stanovení poddajnosti hlavy šroubu použijeme vzorec (5.6)

$$\delta_h = \frac{0,15}{E_s \cdot h} = \frac{0,15}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 7,5} = 9,524 \cdot 10^{-8} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

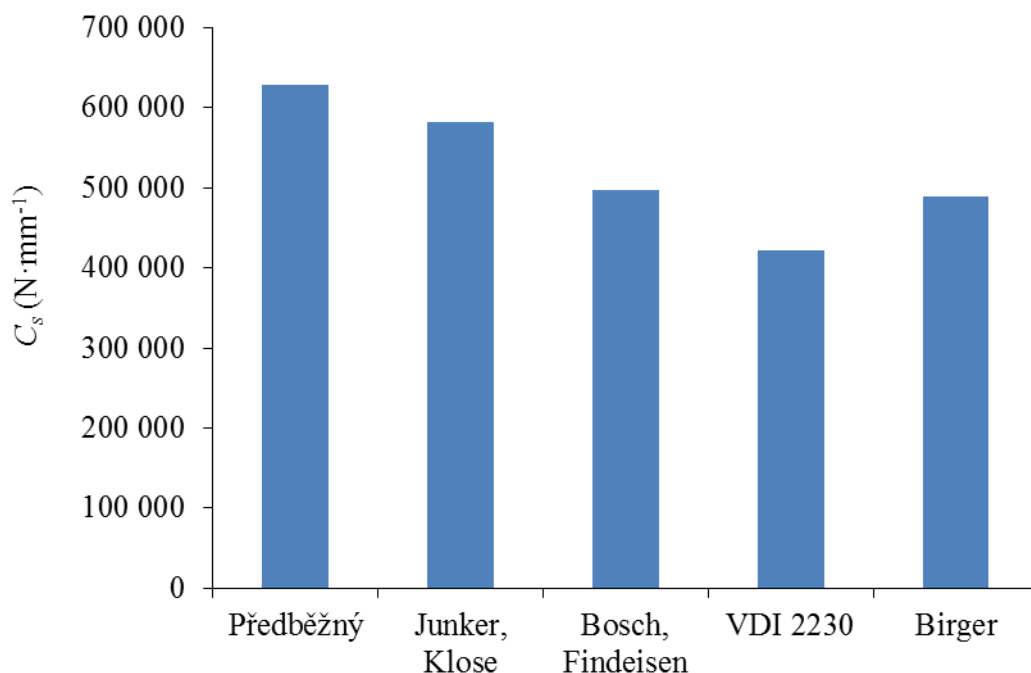
Celková poddajnost je součtem poddajností jednotlivých částí:

$$\begin{aligned} \delta_s &= \delta_1 + \delta_2 + \delta_z + \delta_h = 8,421 \cdot 10^{-7} + 7,494 \cdot 10^{-7} + 3,900 \cdot 10^{-7} + 9,524 \cdot 10^{-8} = \\ &= 2,046 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1} \end{aligned}$$

Tuhost šroubu vypočteme jako převrácenou hodnotu poddajnosti:

$$C_s = \frac{1}{\delta_s} = \frac{1}{2,046 \cdot 10^{-6}} = 4,888 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Obr. 22 – porovnání tuhostí šroubu

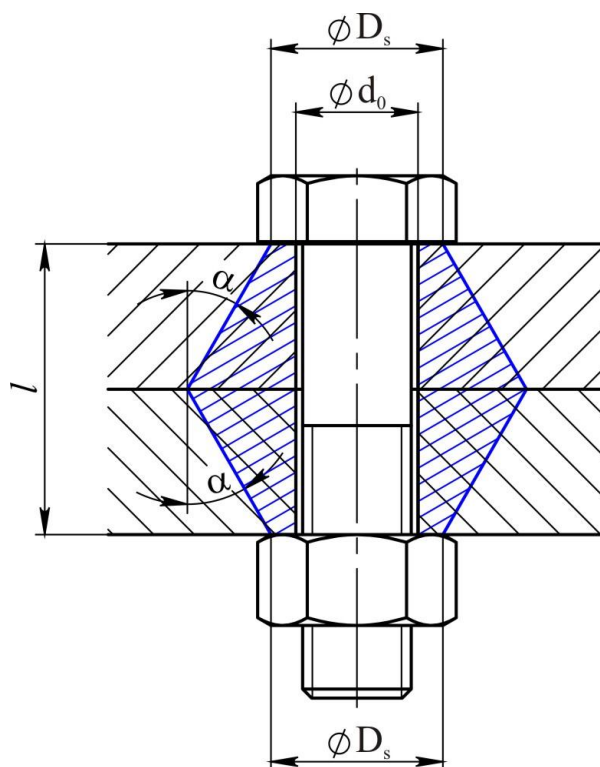


Z grafu vidíme, že největší tuhost šroubu vychází z předběžného výpočtu a nejmenší tuhost šroubu z výpočtu dle směrnice VDI 2230. U výpočtu dle M. ten Bosche a F. Findeisena je rozdíl v tuhosti šroubu oproti výpočtu dle I. A. Birgera minimální.

## 6.2 Výpočet tuhosti sevřených součástí

Při výpočtu sevřených částí uvažujeme šíření tlakových sil v přírubách od dosedacích ploch hlavy šroubu a matice pod úhlem  $\alpha$ . Porovnáme různé hodnoty tuhosti sevřených částí podle výše pospaných metod. Jedná se o nahrazení dvojkužele dutým válcem pro úhel  $\alpha = 45^\circ$ , tedy  $\text{tg}\alpha = 1$ . Dále o výpočet dle německé směrnice VDI 2230 a výpočet dle I. A. Birgera, který uvažuje směr šíření tlakových sil pod úhlem  $\alpha = 26,5^\circ$ , tedy  $\text{tg}\alpha = 0,5$ . Velikost sevřených součástí byla volena tak, aby hranice tlakového dvojkužele byla vždy uvnitř příruby i v případě největšího uvažovaného úhlu  $\alpha = 45^\circ$ .

Obr. 23 – Tlakový dvojkužel v sevřených částech



Hlavní rozměry sevřených částí spojení:

Průměr otvoru v sevřených částech:  $d_0 = 12,2 \text{ mm}$

Průměr dosedací plochy hlavy šroubu a matice:  $D_s = 19 \text{ mm}$

Celková tloušťka sevřených částí:  $l = 32 \text{ mm}$

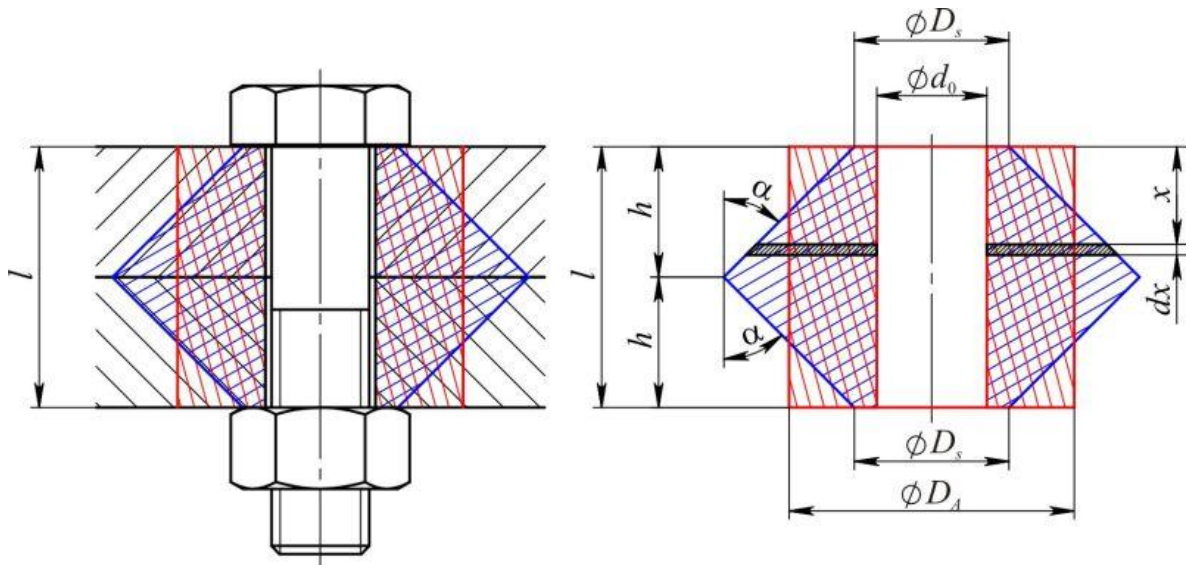
Úhel šíření tlakových sil v sevřených částech:  $\alpha$

Úhel  $\alpha$  se pohybuje v rozmezí  $\alpha = 22 \div 45^\circ$  dle různé metody výpočtu tuhosti sevřených částí. Průměr dosedací plochy matice je dán vepsanou kružnicí šestihranu matice, tedy velikostí otvoru utahovacího klíče.

### 6.2.1 Výpočet tuhosti sevřených částí pomocí Rötšcherova pouzdra

Podle Bacha se tlakové síly v sevřených součástech šíří pod úhlem  $\alpha = 45^\circ$ . Pro přibližný výpočet tuhosti přírub je možno nahradit Bachův dvojkužel dutým rotačním válcem o stejném objemu, jako má dvojkužel, tzv. Rötšcherovým válcovým pouzdem.

Obr. 24 – Bachův dvojkužel s Rötšcherovým válcovým pouzdem



Konstantu tuhosti spojovaných částí vyjádříme ze vztahu (2.5):

$$C_p = \frac{E_p \cdot S_p}{l}$$

Kde  $S_p$  znamená průřez Rötšcherova náhradního válcového pouzdra. Vyjádříme ho dle rovnice (3.12):

$$S_p = \frac{\pi}{4} \cdot (D_A^2 - d_0^2)$$

Hodnota  $D_A$  vyjadřuje vnější průměr válcového pouzdra. Dle vzorce (3.13) se rovná:

$$D_A = D_s + \frac{l}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 19 + \frac{32}{2} \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 35 \text{ mm}$$

Dosazením do vzorce (2.5) dostáváme vztah pro výpočet konstanty tuhosti spojovaných součástí:

$$C_p = \frac{E_p \cdot S_p}{l} = \frac{\pi \cdot E_p \cdot (D_A^2 - d_0^2)}{4 \cdot l} = \frac{\pi \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot (35^2 - 12,2^2)}{4 \cdot 32} = 5,547 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Výpočet tuhosti přírub nahrazením dvojkužele válcovým pouzdem je sice jen přibližný, avšak u svařovaných nebo litých konstrukcí má svůj význam, protože přírubová pouzdra bývají tenkostěnná a jejich vnější průměr bývá zpravidla menší než pomyslný vnější průměr Rötšcherova válcového pouzdra. [1]

## 6.2.2 Výpočet tuhosti sevřených částí pomocí Bachova dvojkužele

U přesnějších výpočtů se upouští od náhrady kuželů Rötcherovým válcovým pouzdrům a celkové stlačení dosedacích ploch se řeší jako stlačení samostatných kuželových útvarů s rovnoměrně rozloženým napětím v jednotlivých příčných řezech (viz obr. 12). Pro průřez  $S_x$  ve vzdálenosti  $x$  platí vztah (3.15):

$$S_x = \frac{\pi}{4} \cdot \left[ (D_s + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 - d_0^2 \right]$$

Jedna vrstvička o tloušťce  $dx$  se stlačí o hodnotu  $\Delta dx$ . Celkové stlačení jedné poloviny dvojkužele  $\Delta h$  o výšce  $h$  se po uplatnění Hookeova zákona vyjádří dle rovnice (3.17):

$$\Delta h = \int_0^h \Delta dx = \frac{F_v}{E_p} \cdot \int_0^h \frac{dx}{S_x}$$

Pro konstantu tuhosti jedné poloviny dvojkužele platí vztah (3.18):

$$C_p^I = \frac{F_v}{\Delta h} = \frac{\pi \cdot E_p}{4 \cdot \int_0^h \frac{dx}{(D_s + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 - d_0^2}}$$

Integrací dostaneme rovnici (3.19)

$$C_p^I = \frac{\pi \cdot d_0 \cdot E_p \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\ln \left( \frac{D_s + d_0}{D_s - d_0} \cdot \frac{D_s + 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} \alpha - d_0}{D_s + 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg} \alpha + d_0} \right)}$$

Konstanta tuhosti  $C_p$  sevřených částí se pro dvojkužel, kde  $h = \frac{l}{2}$ , bude rovnat (viz 3.20):

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{\pi \cdot d_0 \cdot E_p \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2 \cdot \ln \left( \frac{D_s + d_0}{D_s - d_0} \cdot \frac{D_s + l \cdot \operatorname{tg} \alpha - d_0}{D_s + l \cdot \operatorname{tg} \alpha + d_0} \right)} = \\ &= \frac{\pi \cdot 12,2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}{2 \cdot \ln \left( \frac{19 + 12,2}{19 - 12,2} \cdot \frac{19 + 32 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ - 12,2}{19 + 32 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ + 12,2} \right)} = 3,886 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1} \end{aligned}$$

## 6.2.3 Výpočet tuhosti sevřených částí dle VDI 2230

Dle směrnice VDI 2230 se tlakové síly šíří pod úhlem  $\alpha = 26,5^\circ$ , resp.  $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$ . Jedná se tedy o tlakový dvojkužel dle I. A. Birgera. Ovšem krajní vlákna tlakových sil mo-

hou zasahovat až pod úhlem  $\alpha = 45^\circ$ , resp.  $\text{tg } \alpha = 1$ , tedy dvojkužel dle Bacha. Pro výpočet je proto třeba ověřit, zda okraje příruby neprotínají hranice dvojkužele stanovené Bachem. Nebo zda příruba je tak úzká, že velikost dosedacích ploch hlavy šroubu a matice je větší než šířka samotné příruby. Pro každý z těchto případů se stanoví jiný průřez náhradního válce (viz kap. 4.2).

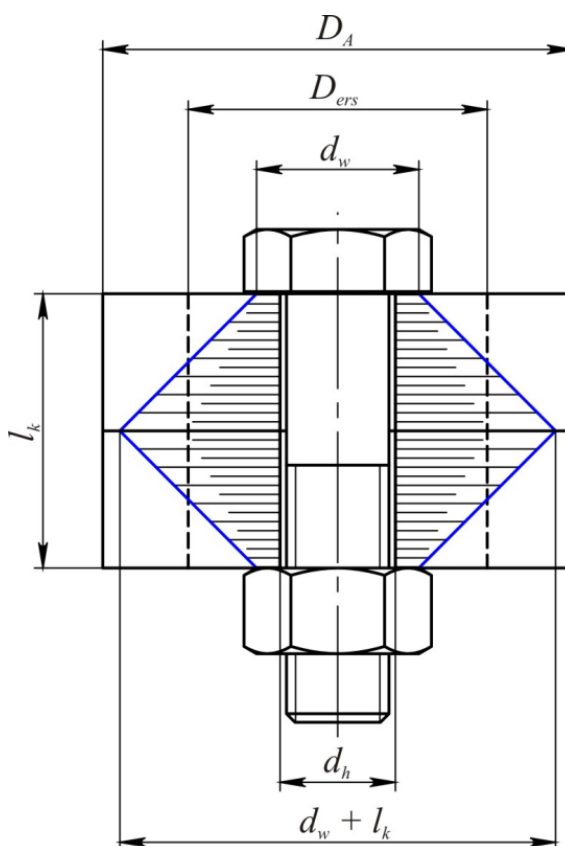
Poddajnost sevřených částí se pro všechny tři varianty stanoví ze vzorce (4.16):

$$\delta_p = \frac{l_k}{S_{ers} \cdot E_p}$$

kde položka  $S_{ers}$  označuje průřez náhradního válcového pouzdra.

Námi zvolené pouzdro má šířku  $D_A = 55$  mm, průměr dosedací plochy hlavy šroubu nebo matice  $d_w = 19$  mm, průměr otvoru v sevřených částech  $d_0 = 12,2$  mm a délku sevřených částí  $l_k = 32$  mm.

Obr. 25 – Náhradní válcové pouzdro dle VDI 2230





Průměr Bachova dvojkužele  $d_w + l_k = 19 + 32 = 51$  mm. Průměr dvojkužele je tedy menší než šířka pouzdra  $D_A = 55$  mm. Námí zvolené šroubové spojení má příruby dostatečně široké, takže veškeré tlakové síly se nacházejí uvnitř sevřených částí a Bachův dvojkužel hranice příruby neprotíná. Pro stanovení průřezu náhradního pouzdra použijeme proto rovnici (4.14), která je určena pro případ, kdy  $d_w + l_k < D_A$ .

$$S_{ers} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} \cdot d_w \cdot l_k \cdot \left[ \left( \sqrt[3]{\frac{l_k \cdot d_w}{(l_k + d_w)^2} + 1} \right)^2 - 1 \right] =$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot (19^2 - 12,2^2) + \frac{\pi}{8} \cdot 19 \cdot 32 \cdot \left[ \left( \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 19}{(32 + 19)^2} + 1} \right)^2 - 1 \right] = 551,4 \text{ mm}^2$$

Poddajnost sevřených částí se bude rovnat:

$$\delta_p = \frac{l_k}{S_{ers} \cdot E_p} = \frac{32}{551,4 \cdot 2,1 \cdot 10^5} = 2,764 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Tuhost je převrácenou hodnotou poddajnosti:

$$C_p = \frac{1}{\delta_p} = \frac{1}{2,764 \cdot 10^{-7}} = 3,619 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

## 6.2.4 Výpočet tuhosti sevřených částí dle I. A. Birgera

Výpočet tuhosti sevřených částí podle I. A. Birgera při zatížení osovou silou předpokládá deformaci v přírubách ve tvaru kužele šířícího se od dotykové plochy hlavy šroubu a matice pod úhlem  $\alpha = 26,5^\circ$ , resp.  $\text{tg} \alpha = 0,5$ . Při výpočtu je důležité brát ohled na to, zda okraje příruby protínají či neprotínají tlakový dvojkužel. Pro oba případy se stanoví poddajnost sevřených částí podle odlišného vztahu (viz kap. 5.1).

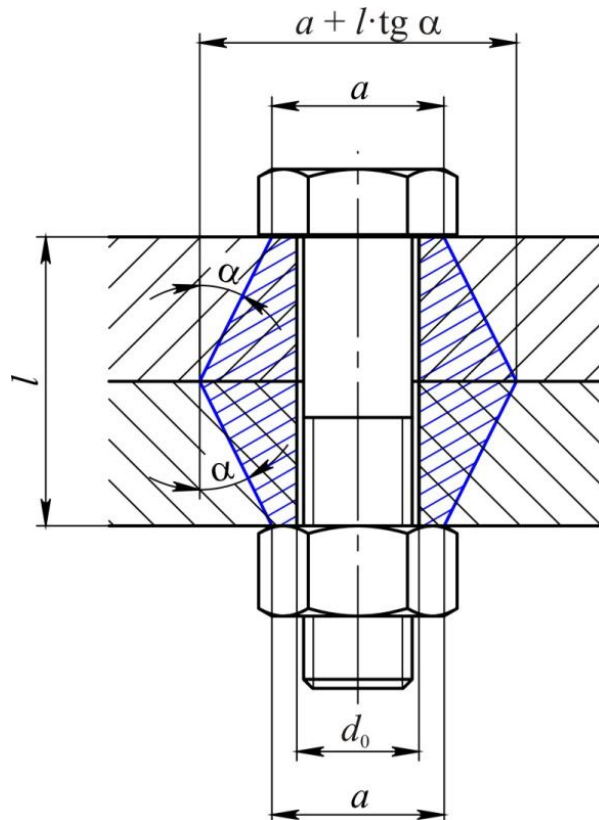
Námí zvolené pouzdro má šířku 55 mm, průměr dosedací plochy hlavy šroubu nebo matice  $a = 19$  mm, průměr otvoru v sevřených částech  $d_0 = 12,2$  mm a délku sevřených částí  $l = 32$  mm.

Průměr dvojkužele  $a + l \cdot \text{tg} \alpha = 19 + 32 \cdot 0,5 = 35$  mm pro  $\text{tg} \alpha = 0,5$ . Tlakový dvojkužel leží celý uvnitř příruby, poddajnost sevřených částí vyjádříme proto ze vzorce (5.14):

$$\delta_p = \frac{2}{E_p \cdot \pi \cdot d_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot \ln \frac{(a + d_0) \cdot (a + l \cdot \operatorname{tg} \alpha - d_0)}{(a - d_0) \cdot (a + l \cdot \operatorname{tg} \alpha + d_0)} =$$

$$= \frac{2}{2,1 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 12,2 \cdot 0,5} \cdot \ln \frac{(19 + 12,2) \cdot (19 + 32 \cdot 0,5 - 12,2)}{(19 - 12,2) \cdot (19 + 32 \cdot 0,5 + 12,2)} = 3,955 \cdot 10^{-7} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-1}$$

Obr. 26 – Stanovení tuhosti přírub dle I. A. Birgera

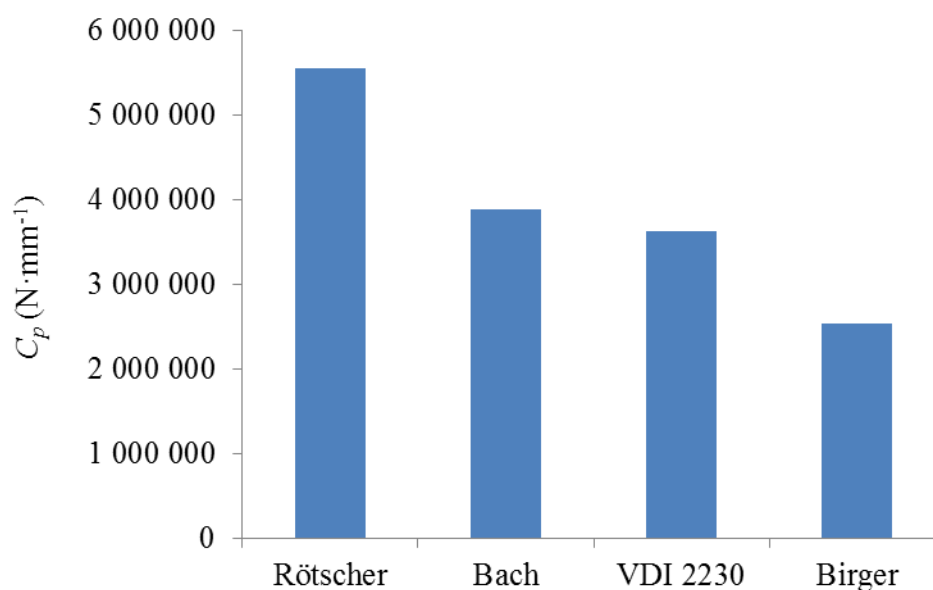


Tuhost sevřených částí vyjádříme opět jako převrácenou hodnotu poddajnosti:

$$C_p = \frac{1}{\delta_p} = \frac{1}{3,955 \cdot 10^{-7}} = 2,528 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Nahrazení tlakového dvojkužele náhradním válcovým pouzdrem I. A. Birger pro tento případ nepřipouští. Muselo by se jednat o případ, kdy šířka přírub je tak malá, že tlakový dvojkužel by protínal okraje sevřených částí. [19]

Obr. 27 – Porovnání tuhostí sevřených částí



Z grafu lze vyčíst, že největší koeficient tuhosti sevřených částí docílíme výpočtem pomocí náhradního Rötischerova válcového pouzdra. Nejmenší tuhost bude naopak při výpočtu dle I. A. Birgera, kde rozdíl v tuhostech je více než dvojnásobný. Rozdíl v koeficientu tuhosti při vyčíslení Bachova dvojkužele a dle směrnice VDI 2230 je minimální (okolo 7 %). Není bez zajímavosti, že rozdíl v hodnotách koeficientu tuhosti při přesném vyčíslení Bachova dvojkužele a při náhradě tohoto dvojkužele Rötischerovým válcovým pouzdem činí 30 % přesto, že literatura náhradu Bachova dvojkužele Rötischerovým válcem připouští.

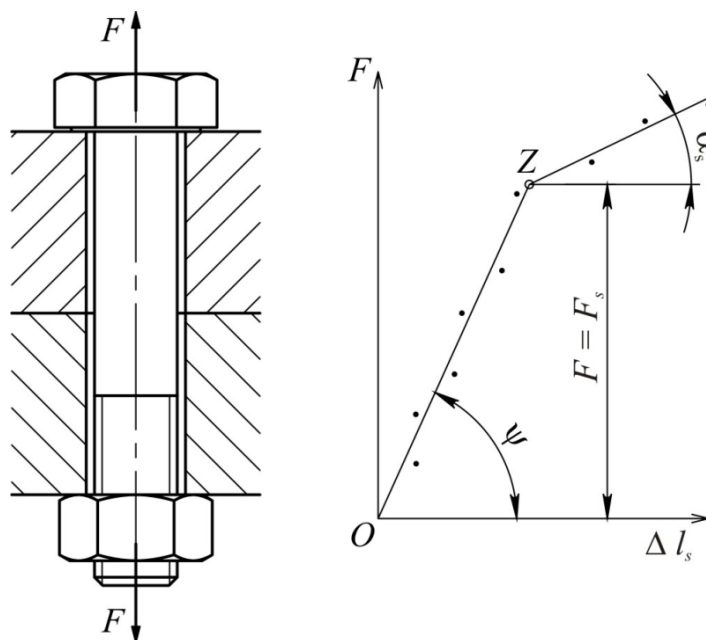
## 7 Pokusné zjištění tuhosti šroubového spoje

### 7.1 Princip zjištění tuhosti

Stanovení skutečných konstant tuhosti šroubu a sevřených částí je o to důležitější, o co nepřesnější a nespolehlivější jejich teoretický výpočet. Skutečné hodnoty se dají zjistit pokusem na skutečném šroubovém spojení. [5]

Šroubový spoj je třeba dotáhnout tak, aby prodloužení šroubu odpovídalo požadovanému předpětí  $F_p$ . Šroubový spoj se poté postupně zatěžuje provozní silou  $F$  a po každém zatížení se změří prodloužení šroubu  $\Delta l_s$ . Velikost provozní síly  $F$  a prodloužení šroubu  $\Delta l_s$  se vynášejí do grafu. Při tomto zatěžování se deformují obě části spoje (šroub i spojované části) až do chvíle, kdy  $F_p = 0$  a provozní síla  $F = F_s$ . Od tohoto okamžiku se dalším zatěžováním deformuje pouze šroub, což se projeví zlomem čáry v bodě Z.

Obr. 28 – Pokusné zjištění tuhosti šroubového spoje



Tangenta úhlu  $\psi$ , který svírá přímka  $OZ$  s osou  $x$ , je rovna součtu tuhosti šroubu a spojovaných částí.

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \alpha_s + \operatorname{tg} \alpha_p = C_s + C_p \quad (7.1).$$

Tangenta úhlu  $\alpha_s$ , který svírá druhou část čáry s osou  $x$ , je rovna tuhosti šroubu  $C_s$ :

$$\operatorname{tg} \alpha_s = C_s \quad (7.2).$$

Tuhost sevřených částí získáme ze vztahu:

$$C_p = \operatorname{tg} \alpha_p = \operatorname{tg} \psi - \operatorname{tg} \alpha_s \quad (7.3).$$

Grafickým řešením můžeme tedy získat snadno všechny údaje o šroubovém spoji. [1]

### 7.1.1 Zjištění tuhosti daného šroubového spoje

Pro experimentální zjištění tuhosti šroubového spoje použijeme šroub s šestihranou hlavou  $M12 \times 50$  dle DIN 931 spojující dvě desky o celkové tloušťce 32 mm šestihrannou maticí  $M12$  dle DIN 934. Spojené desky mají šířku volenou tak aby se veškerá teoretická tlaková síla nacházela uvnitř přírub, tedy aby Rötšcherův dvojkužel, který předpokládá největší rozptyl silových vláken, neprotínal okraje sevřených součástí.

*Obr. 29 – Přípravek pro zjištění tuhosti šroubového spoje*



Na každé z přírub je přesně uprostřed mezi dvěma šrouby přivařena deska pro upnutí přípravku pro měření tuhosti do trhacího stroje, na kterém budeme měřit závislost pracovní síly na prodloužení součástí a tím zjišťovat tuhost šroubového spoje. Šroub, matice i spojovací součásti jsou vyrobeny z oceli.

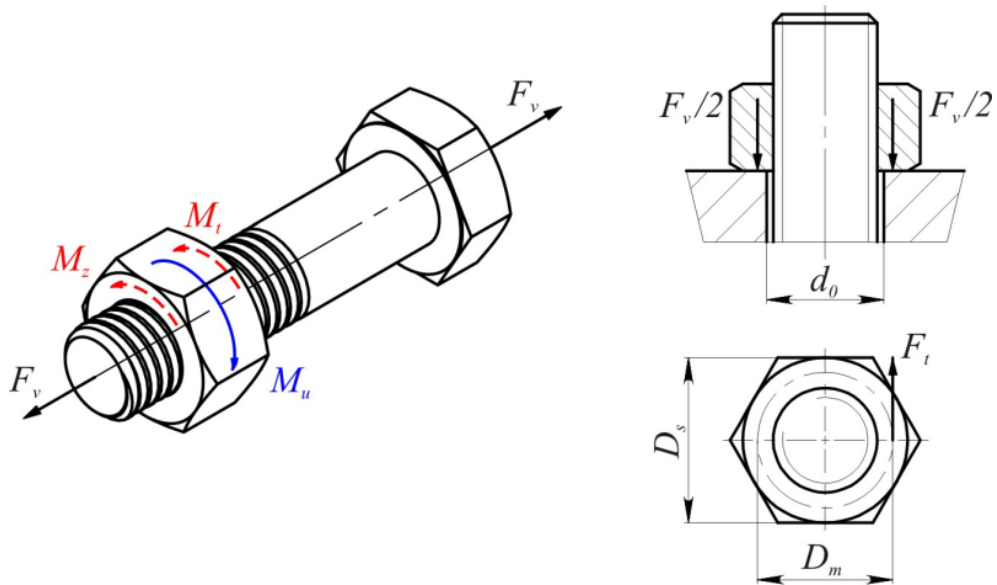
### 7.2 Realizace předpětí ve šroubovém spoji

Řešení silových poměrů u předpjatého šroubového spoje ovlivňuje v zásadě velikost předpětíové síly  $F_v$  dosažené ve spoji po jeho utažení. Při utahování matice (případně

utahování hlavy šroubu u závrtného spoje) utahovacím momentem  $M_u$  překonáváme třecí moment mezi závity šroubu a matice  $M_z$  a třecí moment mezi dosedací plochou matice (u závrtného spoje dosedací plochou hlavy šroubu) a přírubou  $M_t$ . Musí tedy platit:

$$M_u = M_z + M_t \quad (7.4)$$

Obr. 30 – Silové poměry na šroubovém spoji



Potřebný moment pro překonání tření v závitech vyjádříme vztahem:

$$M_z = F_t \cdot \frac{d_2}{2} \quad (7.5).$$

Kde  $d_2$  označuje střední průměr závitu a  $F_t$  třecí sílu, která je dána vztahem:

$$F_t = F_v \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \quad (7.6).$$

Úhel  $\gamma$  je úhel stoupání závitu, který určíme ze vztahu:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{P}{\pi \cdot d_2} \quad (7.7),$$

kde hodnota  $P$  znamená stoupání závitu.

Třecí úhel  $\varphi'$  vypočítáme dle rovnice:

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{f}{\cos \frac{\beta_n}{2}} \quad (7.8).$$

Vrcholový úhel v normálovém řezu  $\beta_n$  je oproti normalizovanému vrcholovému úhlu ve vztahu:

$$\operatorname{tg} \frac{\beta_n}{2} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \cdot \cos \gamma \quad (7.9).$$

Vzhledem k velikosti úhlu stoupání  $\gamma$ , které u metrických závitů bývá  $\gamma \leq 3,3^\circ$  je možno předpokládat, že  $\beta_n = \beta$ , už také vzhledem k tomu, s jakou přesností je stanoven součinitel tření  $f$  (viz dále).

Moment, který je potřebný pro překonání tření v závitech můžeme tedy vyjádřit vztahem:

$$M_z = F_v \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \cdot \frac{d_2}{2} \quad (7.10).$$

Třecí moment mezi dosedací plochou matice a přírubou  $M_t$  se určí zjednodušeně podle vzorce:

$$M_t = F_t \cdot \frac{D_m}{2} = F_v \cdot f_m \cdot \frac{D_m}{2} = F_v \cdot f_m \cdot \frac{D_s + d_0}{4} \quad (7.11).$$

Předpokládáme, že na dosedací ploše matice (nebo hlavy šroubu u závrtného spoje) a podložky je poloměr tření roven střednímu poloměru  $D_m / 2$ . Tento předpoklad je samozřejmě pouze přibližný. Chyba, které se tím dopouštíme, je však mnohem menší než nepřesnost zaviněná nestejným dosednutím matice (nebo hlavy šroubu) na jejich vnitřním a vnějším průměru. Konstanta  $f_m$  označuje součinitel tření na dosedací ploše matice. [5]

Dosazením rovnice (7.10) a (7.11) do (7.4) dostaneme vztah pro utahovací moment:

$$M_u = F_v \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \cdot \frac{d_2}{2} + F_v \cdot f_m \cdot \frac{D_m}{2} \quad (7.12)$$

Největší vliv na velikost předpětí  $F_v$  při utahování spoje utahovacím momentem  $M_u$  má součinitel tření mezi závity šroubu a matice  $f$  a součinitel tření na dosedací ploše matice (hlavy šroubu)  $f_m$ . Součinitel tření mezi závity  $f$  je obsažen v třecím úhlu  $\varphi'$  podle rovnice (7.8). Nelze stanovit nějakou střední obecně platnou hodnotu součinitelů tření  $f$  a  $f_m$ , i když se jedná o ocelové šrouby s ocelovými maticemi dosedající na ocelové dosedací plochy. Při výpočtu utahovacího momentu  $M_u$ , který musíme znát, chceme-li dosáhnout požadovaného předpětí  $F_v$ , se musí počítat s určitým rozptylem hodnot  $f$  a  $f_m$ . [5]

Součinitel tření mezi závity  $f$  je kromě drsnosti povrchů závitů, použitého maziva a nečistotách na závitech závislý také na úpravě povrchů závitů šroubu a matice, na tepelném zpracování, stupni přesnosti, na technologii výroby aj. Nejvýznamnějším vlivem je drsnost

povrchu a povrchová úprava závitu šroubu a matice. Ukazuje se, že jemně obrobený závit má nejvýhodnější součinitele tření, jinak nemá způsob zhotovení závitu podstatný vliv na součinitel tření  $f$ . Dle úpravy povrchu a způsobu mazání metrických závitů se pohybuje hodnota součinitele tření v rozmezí  $f = 0,10 \div 0,43$ . Součinitel tření na dosedací ploše matice (hlavy šroubu)  $f_m$  má průměrnou hodnotu  $f_m = 0,15 \div 0,22$ . Mazané plochy mají tento součinitel podstatně nižší. [5]

### 7.2.1 Výpočet předpětí daného šroubového spoje

Pro daný šroubový spoj je třeba stanovit předpínací sílu  $F_v$ , podle které můžeme odečtením z grafu (viz obr. 29) stanovit předpětí šroubu i předpětí sevřených částí šroubového spojení. Po dotažení matice určeným utahovacím momentem vzniká ve šroubu předpínací síla, která vyvolá ve šroubu určité předpětí  $\sigma_v$ . Experiment provedeme pro tři různé předpínací síly  $F_v$ , resp. pro tři různá předpětí  $\sigma_v$ . Abychom při zatěžování šroubového spoje nepřekonalí mez kluzu materiálu šroubu ještě dříve, než se desky od sebe oddálí, volíme předpětí  $\sigma_{v_1} = 50 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{v_2} = 75 \text{ MPa}$  a  $\sigma_{v_3} = 100 \text{ MPa}$ .

Předpětí  $\sigma_v$  je dáno podílem předpínací síly  $F_v$  a průřezem jádra šroubu  $S_3$ . Předpínací síly pro jednotlivá předpětí se tedy budou rovnat:

$$F_{v_1} = \sigma_{v_1} \cdot \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} = 50 \cdot \frac{\pi \cdot 9,853^2}{4} = 3812 \text{ N}$$

Analogicky  $F_{v_2} = 5719 \text{ N}$  a  $F_{v_3} = 7625 \text{ N}$ .

Utahovací moment spočítáme ze vztahu (7.12):

$$M_u = F_v \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \cdot \frac{d_2}{2} + F_v \cdot f_m \cdot \frac{D_m}{2}$$

kde úhel  $\gamma$  označuje úhel stoupání závitu, který je dán vztahem (7.7).

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{P}{\pi \cdot d_2} = \operatorname{arctg} \frac{1,75}{\pi \cdot 10,863} = 2,935^\circ$$

Třecí úhel  $\varphi'$  vypočítáme dle rovnice (7.9)

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{f}{\cos \frac{\beta_n}{2}}$$



Pro vrcholový úhel v normálovém řezu  $\beta_n$  můžeme vzhledem k nepřesnosti stanovení součinitele tření  $f$  předpokládat, že  $\beta_n = \beta$ , kde úhel  $\beta$  je pro metrický závit roven  $\beta = 60^\circ$ . Součinitel tření mezi závity šroubu matice volíme  $f = 0,13$ , rovnice pro třecí úhel bude tedy dána vztahem:

$$\varphi' = \arctg \frac{f}{\cos \frac{\beta}{2}} = \arctg \frac{0,13}{\cos \frac{60^\circ}{2}} = 8,537^\circ$$

Součinitel tření na dosedací ploše matice volíme  $f_m = 0,18$ . Celkové utahovací momenty pro jednotlivá předpětí se budou rovnat:

$$\begin{aligned} M_{u_1} &= F_{v_1} \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \cdot \frac{d_2}{2} + F_{v_1} \cdot f_m \cdot \frac{D_m}{2} = F_{v_1} \cdot \operatorname{tg}(\gamma + \varphi') \cdot \frac{d_2}{2} + F_{v_1} \cdot f_m \cdot \frac{D_s + d_0}{4} = \\ &= 3812 \cdot \operatorname{tg}(2,935 + 8,537) \cdot \frac{10,863}{2} + 3812 \cdot 0,18 \cdot \frac{19 + 12,2}{4} = 9,55 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Stejným způsobem vypočítáme i  $M_{u_2} = 14,33 \text{ Nm}$  a  $M_{u_3} = 19,11 \text{ Nm}$ .

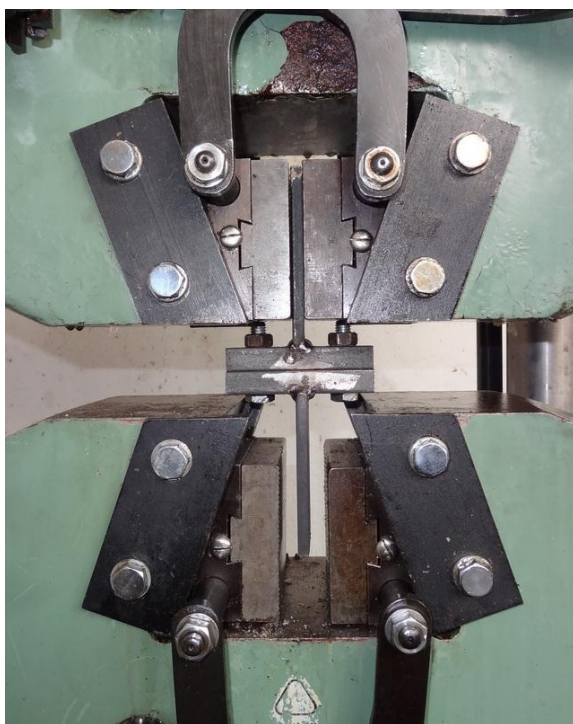
*Obr. 31 – Utahování šroubového spoje vypočítaným utahovacím momentem*



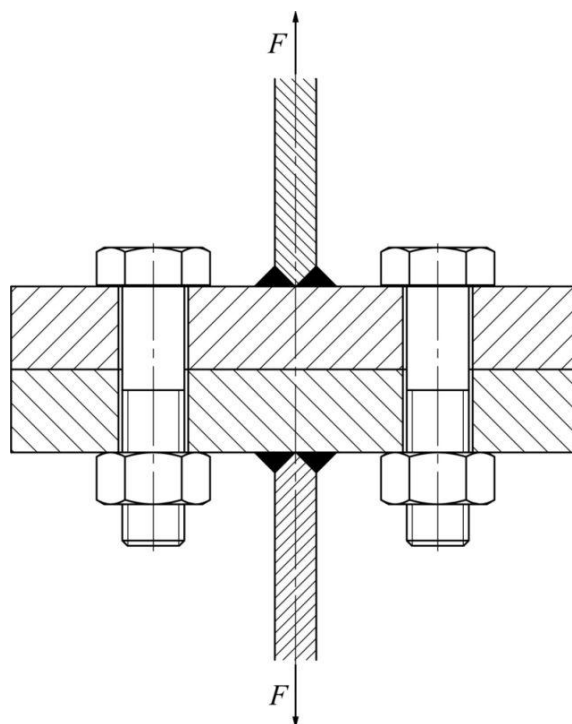
### 7.3 Měření napětí šroubového spoje

Vlastní měření provedeme na trhacím stroji ZDM 50t. Matice na šroubovém spoji utáhneme vypočítaným utahovacím momentem, přípravek upneme za přivařené desky do čelistí trhacího stroje a šroubový spoj budeme zatěžovat provozní silou.

Obr. 32 – Upnutí přípravku



Obr. 33 – Zatěžování šroubového spoje



V první fázi budeme měřit celou soustavu sestávající ze šroubů, matic a sevřených přírub pro jednotlivá předpětí, daná utažením šroubového spoje konkrétním utahovacím momentem. Tím získáme tuhost celkové soustavy, která je dána křivkou skloněnou pod úhlem  $\psi$  (viz obr. 28). V druhé fázi šrouby povolíme tak, aby předpětí ve šroubu bylo rovno nule, a budeme zatěžovat pouze odlehčené šrouby, čímž dostaneme tuhost šroubu, která je dána křivkou pod úhlem  $\alpha_s$  (viz obr. 28). Musíme vzít v úvahu fakt, že celková tuhost sevřených částí i šroubu bude oproti naměřeným hodnotám poloviční, protože příruby jsou spojeny pomocí dvou šroubů a matic.

Při měření rovněž zanedbáváme prodloužení desek, které jsou upnuty v čelistech trhacího stroje a rovněž průhyb v přírubách, který bude během zatěžování vznikat.

### 7.3.1 Měření tuhosti soustavy

Měřené hodnoty jsou automaticky zapisovány na záznamové zařízení stroje. Naměřené hodnoty vynášíme do tabulky a pomocí programu MS-Excel pomocí rovnice spojnice trendu určíme  $\operatorname{tg}\psi = \operatorname{tg}\alpha_s + \operatorname{tg}\alpha_p = C_s + C_p$ .

Obr. 34 – Měřicí a záznamové zařízení stroje



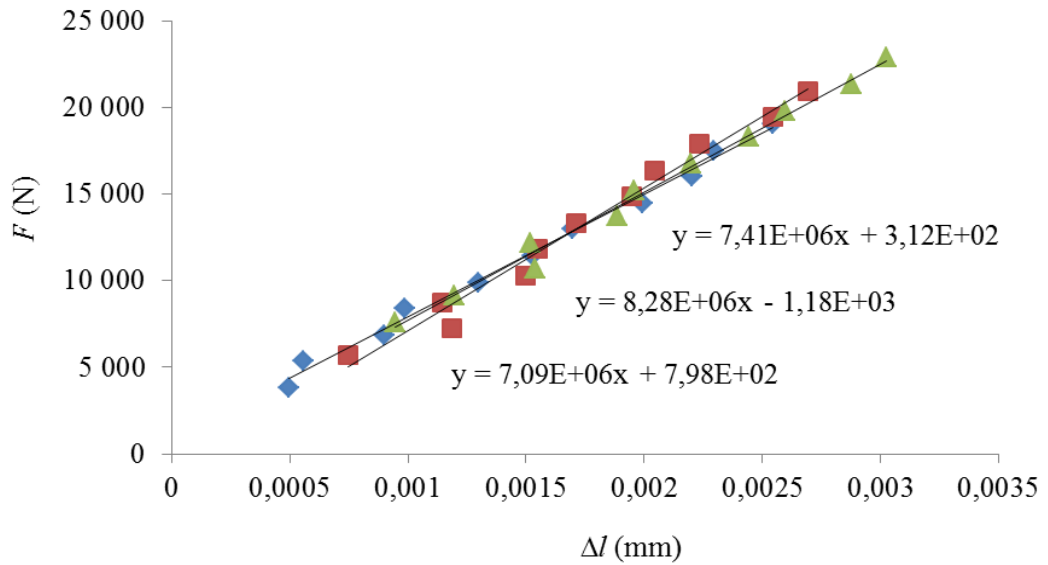
Z grafu můžeme odečíst hodnoty  $\operatorname{tg}\psi$  pro všechny tři předpětňové síly. Zprůměrováním těchto hodnot dostaneme konstantu tuhosti celého šroubového spojení  $C_{sp}$ .

$$C_{sp} = 0,5 \cdot \frac{C_{sp_1} + C_{sp_2} + C_{sp_3}}{3}$$

Konstantou 0,5 násobíme proto, že soustava obsahuje dva šroubové spoje. Hodnoty odečtené z grafu jsou tedy dvojnásobkem celkové tuhosti šroubového spoje  $C_{sp}$ .

$$C_{sp} = 0,5 \cdot \frac{(7,09 + 8,28 + 7,41) \cdot 10^6}{3} = 3,80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

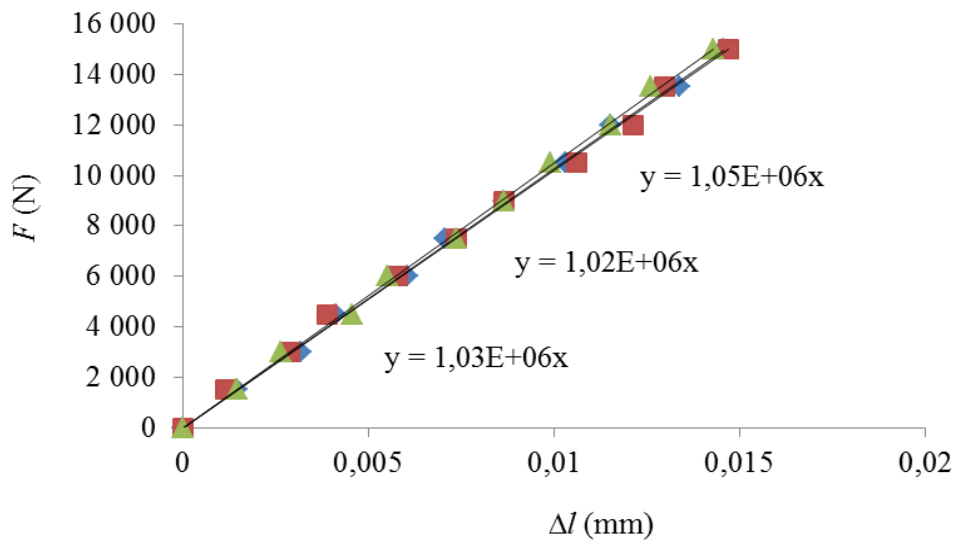
Obr. 35 – Naměřené hodnoty tuhosti soustavy



### 7.3.2 Měření tuhosti šroubu

Obdobným způsobem změříme tuhost šroubu. Šrouby dotáhneme pouze lehce tak, aby ve spoji nevzniklo žádné předpětí. Poté budeme opět soustavu zatěžovat provozní silou  $F$  a odečítat prodloužení šroubu v závislosti na velikosti provozní síly. Měření provedeme třikrát.

Obr. 36 – Naměřené hodnoty tuhosti šroubu



Z grafu odečteme hodnoty  $\text{tg } \alpha_s$  tedy konstanty tuhosti šroubu pro všechna tři měření. Zprůměrováním těchto hodnot dostaneme konstantu tuhosti šroubu  $C_s$ .

$$C_s = 0,5 \cdot \frac{C_{s_1} + C_{s_2} + C_{s_3}}{3} = 0,5 \cdot \frac{(1,03 + 1,02 + 1,05) \cdot 10^6}{3} = 5,17 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

### 7.3.3 Stanovení tuhosti přírub z naměřených hodnot

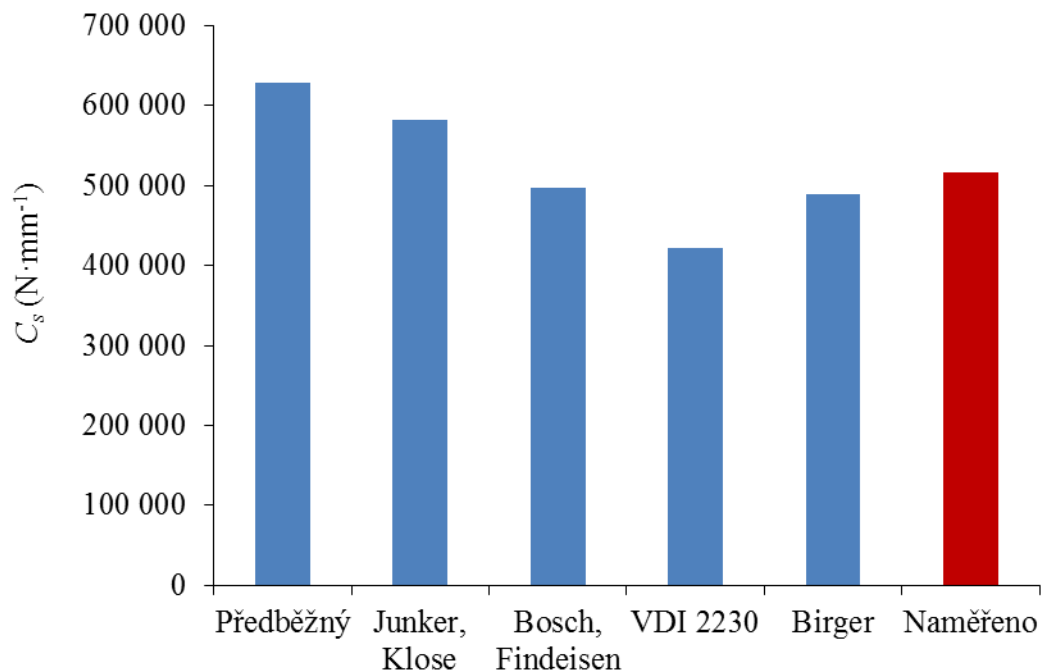
Tuhost sevřených součástí dopočítáme jednoduše dle vzorce (7.1). Můžeme tedy zapsat, že tuhost sevřených součástí  $C_p$  se bude rovnat:

$$C_p = C_{sp} - C_s = 3,80 \cdot 10^6 - 5,17 \cdot 10^5 = 3,28 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

## 7.4 Porovnání naměřených a vypočtených hodnot

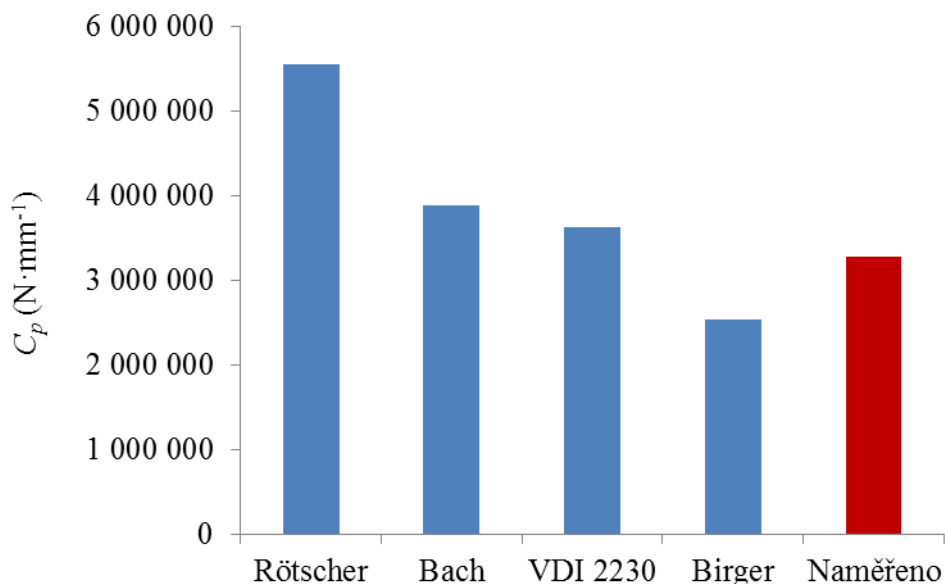
Naměřené hodnoty tuhosti šroubu se blíží hodnotám odpovídajícím výpočtům dle M. ten Bosche a F. Findeisena nebo I. A. Birgera (viz obr. 37).

Obr. 37 – Porovnání naměřených a vypočtených tuhostí šroubu



Naměřené hodnoty tuhosti sevřených součástí se nejlépe blíží výpočtům dle německé směrnice VDI 2230 (viz obr. 38)

Obr. 38 – Porovnání naměřených a vypočtených tuhostí sevřených součástí



Experimentálním měřením tuhosti šroubového spoje bylo zjištěno, že v případě šroubu je naměřená konstanta tuhosti o něco vyšší než udává současná (převážně ruská a německá) literatura, tedy metoda dle VDI 2230 a výpočet dle I. A. Birgera. Nejlépe se tuhost šroubu blíží k výpočtu M. ten Bosche a F. Findeisena, tedy k metodě, která byla publikována více než před padesáti lety.

Konstanta tuhosti sevřených částí se více blíží hodnotám, které byly spočteny dle teoretických modelů uváděných v nejnovější literatuře. Pokusně zjištěná tuhost přírub se liší nejméně od metody dle VDI 2230.

Vzhledem k počtu měření není možno jednoznačně určit, která metoda je nejvhodnější, případně nejuniverzálnější. Abychom toto mohli bezpečně stanovit, muselo by být provedeno mnohem více pokusných měření s větším množstvím různých zkušebních vzorků.

## 7 Závěr

Cílem této diplomové práce je popsat a porovnat existující teoretické modely tuhosti šroubového spoje s tuhostí spoje stanovenou experimentálně.

V úvodní části je popsána historie využití závitů a výroba šroubů a matic od starověku až po současnost.

V další části jsou popsány různé teoretické metody stanovení tuhosti šroubového spoje. Jedná se o výpočty popisované v české literatuře, které byly převzaty ze švýcarských publikací vydaných již v 50. letech minulého století Moritzem ten Boschem (1883 – 1950) nebo Franzem Findeisenem. Dále je popsán výpočet dle směrnice VDI 2230, na kterou se odvolává prakticky veškerá německá literatura. Ruská literatura používá metodiku stanovenou z publikací sepsanými Isaakem Aronovičem Birgerem (1918 – 1993).

V další kapitole je proveden výpočet navrženého šroubového spoje a spočítán koeficient tuhosti šroubu a sevřených částí dle jednotlivých teoretických metod. Zajímavostí je značný rozptyl výsledných hodnot. U konstanty tuhosti šroubu je rozdíl mezi největší a nejmenší hodnotou téměř 30 %. U tuhosti sevřených částí tvoří tento rozdíl dokonce 45 %. U metody dle výpočtu podle Rötšchera válcového pouzdra a Bachova dvojkužele je rozdíl ve výsledcích 30 % přesto, že literatura náhradu Bachova dvojkužele Rötšcherovým válcem připouští.

Závěrečná kapitola se věnuje experimentálnímu zjištění tuhosti šroubu a tuhosti sevřených přírub. Výsledky z měření jsou porovnávány s výsledky teoretických metod. Naměřená tuhost šroubu je o něco vyšší než udává současná (převážně ruská a německá) literatura, tedy směrnice VDI 2230 a metoda dle I. A. Birgera. Nejvíce se tuhost šroubu blíží k výpočtu dle M. ten Bosche a F. Findeisena, který byla publikován již v 50. letech minulého století.

Konstanta tuhosti sevřených částí se více blíží hodnotám, které byly vypočteny dle teoretických metod uváděných v současné literatuře. Pokusně zjištěná tuhost přírub se nejvíce blíží metodě dle německé směrnice VDI 2230.

Vzhledem k počtu měření není možno jednoznačně stanovit, která metoda je nejvhodnější a nejuniverzálnější. Abychom toto mohli bezpečně určit, muselo by být provedeno mnohem více pokusných měření s různými zkušebními vzorky.

## Použité zdroje

- [1] POSPÍŠIL, F. *Závitová a šroubová spojení*. 1. vydání. Praha: SNTL, 1967. 264 s.
- [2] BOLEK, A. – KOCHMAN, J. *Části strojů – 1. svazek*. 5. vydání. Praha: SNTL, 1989. 776 s. ISBN 80-03-00046-7
- [3] ZACHARIÁŠ, L. *Části strojů*. 2. vydání. Praha: ČZU, 2009. 436 s. ISBN 978-80-213-1622-5
- [4] SÝKORA, J. – JEDOVNICKÝ, B. *Šrouby a matice – 1. povrchové a vnitřní vady*. 1. vydání. Praha: SNTL, 1987. 68 s.
- [5] DEJL, Z. *Konstrukce spojů a zařízení 1. – Spojovací části strojů*. Ostrava: Montanex, 2000. 225 s. ISBN 80-7225-018-3
- [6] BOHÁČEK, F., et al. *Části a mechanismy strojů 1 – Základy konstruování, spoje*. 2. vydání. Brno: VUT, 1984. 319 s.
- [7] ŠVEC, V. *Části a mechanismy strojů – Spoje a části spojovací*. 1. vydání. Praha: ČVUT, 169 s. ISBN 80-01-01701-X
- [8] KALÁB, K. *Části a mechanismy strojů pro bakaláře – Části spojovací*. 1. vydání. Ostrava: VŠB, 2007. 91 s. ISBN 978-80-248-1290-8
- [9] NĚMČEK, M. *Řešené příklady z částí a mechanismů strojů – Spoje*. 2. vydání. Ostrava: VŠB, 2008. 114 s. ISBN 978-80-248-1782-8
- [10] ZEITHAMMER, K. *Vývoj techniky*. 1. vydání. Praha: ČVUT, 1994. 274 s.
- [11] PLUMIER, C. *L'Art de tourner ou de faire en perfection*. Paris, 1749.
- [12] LEUPOLD, J. *Theatrum machinarum generale – Schau-Platz des Grundes Mechanischer Wissenschaften*. Leipzig, 1724
- [13] JUNKER, G. – KÖTHE, H. – LIENEMANN, H. *Schraubenverbindungen - Berechnung und Gestaltung*. Berlin: VEB Verlag Technik, 1968. 451 S.
- [14] LUCK, K. – FRONIUS, S. – KLOSE, J. *Taschenbuch Maschinenbau – Band 3*. 1. Auflage. Berlin: VEB Verlag Technik, 1987. 672 S.
- [15] BOSCH, M. ten. *Berechnung der Maschinenelemente*. Shanghai: Van Chong Book Company, 1951. 534 S.
- [16] FINDEISEN, F. *Neuzeitliche Maschinenelemente*. Zürich: Schweizer Druck- und Verlagshaus A. G., 1951. 364 S.



- [17] WITTEL, H., et al. *Roloff / Matek Maschinenelemente*. 19. Auflage. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2009. 807 S. ISBN 978-3-8348-0689-5
- [18] GROTE, K.-H. – FELDHUSEN, J. *Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau*. 23. Auflage. Leipzig: le-tex publishing services, 2012. 1938 S. ISBN 978-3-642-17306-6
- [19] BIRGER, I. A. – IOSILEVIČ, G. B. *Rjezbovyje i flancevyje sojediněnia*. Moskva: Mašinostroenie, 1990. 368 s. ISBN 5-217-00834-2
- [20] *VDI-Richtlinie 2230: Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen. Zylindrische Einschraubenverbindungen*. Düsseldorf: VDI, 1986. 87 S.
- [21] QUACKENBOS, G. P. *Natural philosophy*. New York: D. Appleton and company, 1870
- [22] *Wikipedie, otevřená encyklopedie* [online]. [cit. 2013-02-02].  
<<http://cs.wikipedia.org>>