



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

MODELOVÁNÍ DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ POMOCÍ ELEKTROMECHANICKÉ ANALOGIE

EQUIVALENT ELECTROMECHANICAL CIRCUITS FOR MODELLING OF DYNAMIC SYSTEMS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

František Jozef Legerský

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

BRNO 2021

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	František Jozef Legerský
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Mechatronika
Vedoucí práce:	doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Modelování dynamických systémů pomocí elektromechanické analogie

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Elektromechanická analogie lze efektivně použít pro modelování elektromechanických soustav jako jsou mechanické rezonátory, energy harvesting generátory a senzorické systémy. Využití těchto nástrojů je vhodné pro popis elektromagnetických, piezoelektrických a magnetostričních aplikací. Úkolem práce je shrnout teoretický popis analogických systémů, navrhnout elektrické modely vybraných dynamických systémů, především vibračních energy harvesting generátorů, a následně simulovat odezvy těchto systémů během jejich provozu.

Cíle bakalářské práce:

1. Rešerše využití elektromechanické analogie při vývoji mechatronických soustav.
2. Využití analogie pro model piezoelektrického vibračního generátoru.
3. Využití analogie pro model elektromagnetického vibračního generátoru.
4. Komplexní modely zařízení s výkonovou elektronikou, případně i poddajnou mechanickou částí.

Seznam doporučené literatury:

CHENG, Shuo, Naigang WANG a David P ARNOLD, 2007. Modeling of magnetic vibrational energy harvesters using equivalent circuit representations. Journal of Micromechanics and Microengineering. 17(11), 2328–2335 [vid. 2013-09-12]. ISSN 0960-1317.

BREPTA, Rudolf, Ladislav PŮSTA a František TUREK, 1994. Mechanické kmitání. Technický. Praha: Sobotáles.

MĚŘIČKA, Jiří a Zdeněk ZOUBEK, 1973. Obecná teorie elektrického stroje. B.m.: SNTL.

LIAO, Yabin a Junrui LIANG, 2018. Maximum power, optimal load, and impedance analysis of piezoelectric vibration energy harvesters. Smart Materials and Structures. 27(7), 075053. ISSN 0964-1726.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Táto práca sa zaoberá riešením a modelovaním dynamických systémov za pomoci elektromechanickej analógie. Je prevedená rešerš o využití elektromechanickej analógie systémov. Ďalej je popísaný mechanický model piezoelektrického nosníku pomocou diferenciálnych rovníc a následne vytvorený ekvivalentný obvod s využitím napät'ovej analógie u ktorého je simulovaný výkon. Pre elektromagnetický vibračný generátor je zostrojený mechanický model a jemu ekvivalentný obvod pomocou prúdovej analógie. Poslednou časťou práce je modelovanie komplexných piezoelektrických a elektromagnetických modelov a vplyv hmotností telies na vibrácie.

Kľúčové slová

Elektromechanická analógia, využitie analógie, vibračný zberač energie, zbieranie energie, piezoelektrický generátor, elektromagnetický generátor, výkon generátoru, Matlab, Simulink

Abstract

This thesis deals with solving and modelling of dynamical systems using electromechanical analogy. A review of the use of electromechanical analogy of systems is made. Then a mechanical model of a piezoelectric beam is described by using differential equations and subsequently an equivalent circuit is made by using a voltage analogy, in which the power is simulated. A mechanical model and its equivalent circuit are made for the electromagnetic vibration generator using current analogy. The last part of the work is the modelling of complex piezoelectric and electromagnetic models and the influence of body weights on the vibrations.

Keywords

Electromechanical analogy, use of analogy, vibrating energy harvester, energy harvesting, piezoelectric generator, electromagnetic generator, power of generator, Matlab, Simulink

Bibliografická citácia

LEGERSKÝ, František Jozef. Modelování dynamických systémů pomocí elektromechanické analogie [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-05-06]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132076>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Zdeněk Hadaš.

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že som túto prácu vypracoval samostatne s využitím odborných prameňov a literatúry uvedených v zozname a pod odborným vedením vedúceho bakalárskej práce doc. Ing. Zdeňka Hadaša.

V Brne dňa:

.....
František Jozef Legerský

Pod'akovanie

Rád by som poďakoval predovšetkým svojmu vedúcemu práce doc. Ing. Zdeňku Hadašovi, Ph.D. za užitočné rady pri spracovaní tejto práce, konzultácie a ochotu. Takisto by som rád poďakoval svojej rodine a priateľke, ktorí ma podporovali po celú dobu.

Obsah

1	Úvod	9
2	Charakteristika problematiky práce	10
2.1	Cieľ práce.....	10
3	Elektromechanická analógia pri vývoji mechatronických sústav	11
3.1	Model mechanického rezonátoru	11
3.2	Model sériovo zapojeného RLC obvodu.....	12
3.3	Model paralelne zapojeného RLC obvodu.....	13
3.4	Elektromechanická analógia modelov	14
4	Analógia modelov v programe Simulink	17
4.1	Využitie analógie	19
5	Vibračný zberač energie.....	21
6	Využitie analógie pre model piezoelektrického vibračného generátoru.....	23
6.1	Piezoelektrický jav, materiály a vzťahy	23
6.2	Mechanický model piezoelektrického nosníku	24
6.3	Ekvivalentný obvod piezoelektrického modelu nosníku	25
6.4	Výsledky signálov piezoelektrického nosníku	25
6.5	Piezoelektrický model nosníku s usmerňovačom	27
7	Využitie analógie pre model elektromagnetického generátoru	29
7.1	Ekvivalentný obvod elektromagnetického vibračného generátoru	30
7.2	Výsledky signálov elektromagnetického vibračného generátoru	31
7.3	Model elektromagnetického vibračného generátoru s usmerňovačom	32
8	Využitie analógie pri modeloch s dvomi stupňami voľnosti	34
8.1	Mechanický model s 2 stupňami voľnosti	36
8.2	Piezoelektrický zberač energie s 2 stupňami voľnosti	37
8.3	Elektromagnetický zberač energie s 2 stupňami voľnosti.....	39
9	Záver	41
	Zoznam použitých zdrojov	42
	Zoznam použitých skratiek, symbolov a veličín	44
	Zoznam obrázkov a grafov	46
	Zoznam tabuliek	47

1 Úvod

Túto tému bakalárskej práce som si vybral z dôvodu každodenného zlepšovania elektroniky u nás i vo svete. Svet momentálne zažíva nedostatok elektrických prístrojov do automobilov na trhu. Taktiež sa kladú čoraz väčšie nároky na automobily a výrobu hybridných či elektrických automobilov. Zberače energie riešia problém napájania jednotlivých elektrických prístrojov v biomedicíne či automobilovom priemysle kvôli ich sebestačnosti, účinnosti i schopnosti použiť ich v miestach, kde je zlý prístup zavedenia elektriny. Na tvorbu dynamických systémov som vychádzal zo získaných znalostí z oblasti elektrotechniky a dynamiky telies. Využití zberačov energie je mnoho, keďže vibrácie z okolia sú všade okolo nás. Pri tvorení piezoelektrických a elektromagnetických vibračných generátorov som využíval elektromechanickú analógiu a diferenciálne rovnice sústavy. Práve rovnice opisovali matematický model riešenej sústavy a následne som mohol s využitím mechanickej, prúdovej a napät'ovej analógie riešiť jednotlivé modely. Výstupom modelov bol získavaný elektrický výkon generátoru, ktorý môže byť ďalej použitý na napájanie elektroniky v už spomínaných odvetviach priemyslu. Táto téma bakalárskej práce je jednoznačne zaujímavá a podľa môjho osobného názoru zberače energie majú a aj budú mať stále väčší potenciál vo svete ako alternatívny zdroj energie.

2 Charakteristika problematiky práce

Charakteristikou problematiky tejto bakalárskej práce bolo efektívne využiť elektromechanickú analógiu pri modelovaní elektromechanických sústav ako sú mechanické rezonátory a energy harvesting generátory. S využitím spomenutých sústav je možné riešiť problematiku piezoelektrických a elektromagnetických aplikácií a ich význam v praxi. Sústavy sa ďalej rozširovali na 2 stupne voľnosti a bolo pozorované chovanie sústav pri rôznych zadaných hodnotách a ich vplyv výstupné signály modelov.

2.1 Cieľ práce

Cieľom bakalárskej práce bol rešerš o využití elektromechanickej analógie pri vývoji mechatronických sústav s jedným stupňom voľnosti, navrhnúť jednotlivé elektrické modely vybraných dynamických systémov s využitím napäťovej analógie pre model piezoelektrického vibračného generátoru a s využitím prúdovej analógie pre model elektromagnetického vibračného generátoru. Následne simulovať a sledovať odozvy týchto systémov počas chodu v programe Simulink a Matlab. Taktiež cieľom práce bolo vytvoriť komplexné modely piezoelektrického vibračného generátoru a elektromagnetického vibračného generátoru za pomoci elektromechanickej analógie a sledovať odozvy systémov pri rôznych podmienkach, ktoré môžu nastať aj v praxi.

3 Elektromechanická analógia pri vývoji mechatronických sústav

V práci (Franc 1963) je opísané, že elektromechanická analógia je totožnosť dvoch javov tzv. mechanického javu a elektrického javu. Analógia je správna vtedy, keď spĺňa predpoklady totožného grafického alebo matematického riešenia a zároveň aj fyzikálne podstaty sa musia podobat'. Výhodou analógie je, že postupom času ako sa vyvíjala mechanika a elektrotechnika, mohli tieto dva odvetvia čerpať matematické alebo grafické riešenia úloh z podobnosti konkrétnych javov. V spojitosti s fyzikálnou analógiou môžeme úspešne vyjadriť matematické riešenie na základe platných zákonov, avšak musí platiť podobnosť fyzikálnych veličín týchto dvoch odvetví.

S využitím kinematických relácií a fyzikálnych rovníc, opísaných v (Kratochvíl et al. 2006), sa vytvorí podrobný opis mechanickej sústavy a následne analógiou sa odvodí elektrický obvod zodpovedajúci rovniciam mechanickej sústavy. Výsledky boli prevedené pomocou študentskej verzie programu Simulink.

3.1 Model mechanického rezonátora

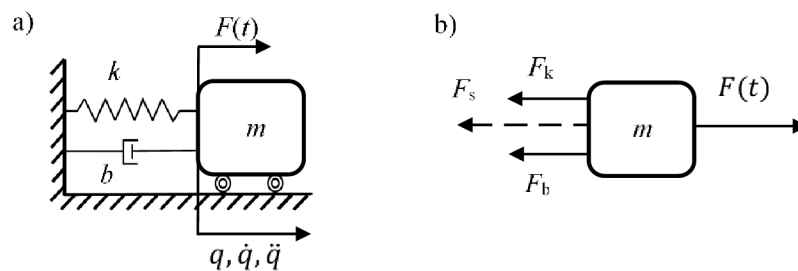
Dynamický systém s jedným stupňom voľnosti a harmonickým budením $F(t)$ má hmotnú pružinu o tuhosti k a tlmič o tlmení b , znázornený na Obr. 1(a). Príklad dynamickeho systému, čerpaný z (Kratochvíl et al. 2006) je v pohybe ($E_k \neq 0 \text{ J}$, $E_p \neq 0$) a je umiestnený na dokonalo hladkom povrchu. Hodnoty energií sú nenulové z dôvodu pohybu bloku o hmotnosti m a pružina s tlmičom sú v deformovanom stave. Podľa vzťahov z (Kratochvíl et al. 2006) a (Šejbl 2006) je možné z Obr. 1(b) odvodiť pohybovú rovnicu (1) a upraviť ju na tvar rovnice (2) pomocou d'Alembertovho zákona.

$$\sum_i F_i = F(t) \quad (1)$$

$$F_s + F_b + F_k = F(t) \quad (2)$$

Kde F_i sú sily z Obr. 1(b) podľa nasledujúcich vzťahov.

$$|F_k| = kq, |F_b| = b\dot{q}, |F_s| = m\ddot{q} \quad (3)$$



Obr. 1 - (a) Príklad dynamickeho systému v mechanike. (b) Uvoľnenie systému.

S využitím všeobecne známych kinematických relácií, tak dostávame rovnice veličín v tvare:

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt}, \ddot{q} = \frac{d^2q}{dt^2}. \quad (4)$$

Vzťahy (3) sa následne dosadia do pohybovej rovnice (2) a získa sa upravený vzťah pohybovej rovnice.

$$F(t) = m\ddot{q} + b\dot{q} + kq, \quad (5)$$

kde časovo budiaca sila $F(t)$ predstavuje kinematické budenie spôsobené vibráciami z okolia. Toto nútené tlmené kmitanie je uvažované v relatívnych súradniciach, kde platí:

$$-m\ddot{y} = m\ddot{q} + b\dot{q} + kq, \quad (6)$$

$$\ddot{q} = \frac{1}{m}(-b\dot{q} - kq - m\ddot{y}). \quad (7)$$

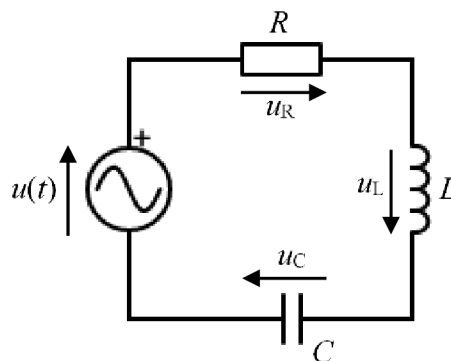
Veličina \ddot{y} predstavuje amplitúdu zrýchlenia vibrácií. Kinematické budenie $F(t)$ predstavuje periodickú funkciu a preto platí nasledujúci vzťah pre výchylku budenia:

$$y = Y \cdot \sin(\omega t + \psi), \quad (8)$$

kde Y predstavuje amplitúdu budiaceho pohybu. Použité upravené rovnice pre nútené tlmené kmitanie s kinematickým budením sa čerpali z (Houfek 2020).

3.2 Model sériovo zapojeného RLC obvodu

V predchádzajúcej kapitole 3.1 bol spomenutý d'Alembertov zákon (5), z ktorého vychádzajú, podľa (Kratochvíl et al. 2006), Kirchhoffove zákony v elektrotechnike. Pre model sériovo zapojeného RLC obvodu sa berie do úvahy napäťová analógia, z ktorej vychádza II. Kirchhoffov zákon. Na Obr. 2 z (Kratochvíl et al. 2006) je znázornená vyššie spomenutá napäťová analógia s rezistorom o odpore R , cievkou o indukčnosti L a kondenzátorom o kapacite C budená zdrojom napätia.



Obr. 2 - Sériovo zapojený RLC obvod.

II. Kirchhoffov zákon (9) je algebrický súčet úbytkov napätí na spotrebičoch (R, L, C), ktorý sa v slučke rovná súčtu elektromotorických napätí zdrojov v danom obvode.

$$u(t) = u_L + u_R + u_C \quad (9)$$

Následne sa z rovnice (9) určia vzťahy pre jednotlivé napätia opísané v práci (Kratochvíl et al. 2006) a z nich dostávame vzťah pohybovej rovnice v elektrotechnike (11).

$$u_R = Ri, u_C = \frac{1}{C} \int i dt, u_L = L \frac{di}{dt} \quad (10)$$

$$-L\ddot{y} = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt \quad (11)$$

Z rovnice (11) vieme určiť analógiu medzi jednotlivými parametrami. Budenie zdrojom napätia $-L\ddot{y}$ je analogicky odvodené podľa budenia vibrácií v mechanike. Prúd je definovaný ako zmena náboja za čas, jeho integráciou získame náboj a derivácia prúdu je definovaná ako druhá derivácia náboja podľa času.

$$i = \frac{dq}{dt}, \int i dt = q, \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \quad (12)$$

Následne sú dosadené vzťahy do II. Kirchhoffovho zákona (11) a zo vzniknutej rovnice v diferenciálnom tvare (13) je možné vidieť analógiu s d'Alembertovým zákonom v mechanike v diferenciálnom tvare (5).

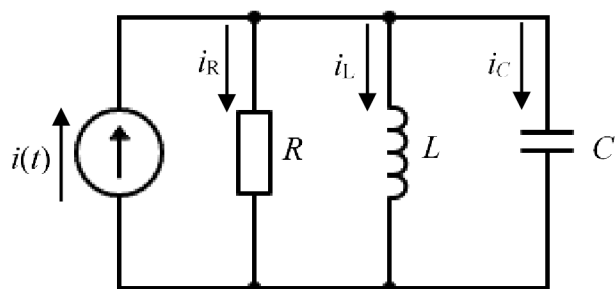
$$-L\ddot{y} = L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q \quad (13)$$

3.3 Model paralelne zapojeného RLC obvodu

Podobne ako v predchádzajúcom modeli RLC obvodu sa postupuje aj pri paralelne zapojenom RLC obvode. Pre model paralelne zapojeného RLC obvodu sa využíva prúdová analógia z ktorej vychádza I. Kirchhoffov zákon podľa (Kratochvíl et al. 2006) v tvare:

$$i(t) = i_C + i_R + i_L. \quad (14)$$

I. Kirchhoffov zákon je definovaný ako algebrický súčet elektrických prúdov v uzle, zahrňujúci prvky (R, L, C), ktoré sú zapojené paralelne a tento súčet musí byť rovný nule. Tzv. množstvo jednotlivých prúdov, ktoré do uzlu pritekajú, musia v rovnakom množstve z uzlu odtekať. Tento princíp je znázornený na Obr. 3 upravenom z (Kratochvíl et al. 2006).



Obr. 3 - Paralelne zapojený RLC obvod.

Z rovnice (14) sa odvodí vzťahy (15) pre jednotlivé elektrické prúdy a dosadia sa do pohybovej rovnice prúdovej analógie (16).

$$i_R = \frac{1}{R}u, i_C = C \frac{du}{dt}, i_L = \frac{1}{L} \int u dt . \quad (15)$$

$$-C\ddot{y} = C \frac{du}{dt} + \frac{1}{R}u + \frac{1}{L} \int u dt . \quad (16)$$

Analogicky platí, že budenie vibráciami v mechanike reprezentuje budenie zdrojom prúdu $-C\ddot{y}$ v prúdovej analógii. Integrácia napätia predstavuje integráciu rýchlosti v mechanike, napätie je fyzikálne definované ako rozdiel potenciálov medzi dvomi bodmi elektrického poľa, z toho vyplýva, že tento dej predstavuje zmenu polôh. Ak výchylka predstavuje prúd, tak rýchlosť je derivácia prúdu podľa času v prúdovej analógii.

$$\int u dt = \int v dt = q, u = \frac{dq}{dt}, \frac{du}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \quad (17)$$

Výsledný tvar I. Kirchhoffovho zákona má tvar:

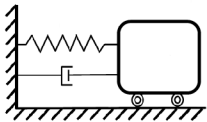
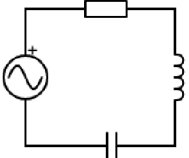
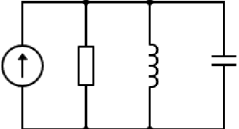
$$-C\ddot{y} = C\ddot{q} + \frac{1}{R}\dot{q} + \frac{1}{L}q . \quad (18)$$

Podobnosť zákonov v elektrotechnike a mechanike je zrejmá. Jej overenie správnosti si môžeme overiť v nasledujúcej kapitole.

3.4 Elektromechanická analógia modelov

Pomocou Obr. 1, Obr. 2, Obr. 3 sa matematicky riešili diferenciálne rovnice, až sa dospelo k výsledným rovnicam mechanickej (5), napät'ovej (13) a prúdovej analógie (18). Analógie sústavy spolu s diferenciálnymi rovnicami jednotlivých analógií sú znázornené v Tab. 1.

Tab. 1 - Jednotlivé analógie riešenej sústavy.

Analógia	Sústava	Diferenciálna rovnica
Mechanická		$-m\ddot{y} = m\ddot{q} + b\dot{q} + kq$
Napät'ová		$-L\ddot{y} = L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q$
Prúdová		$-C\ddot{y} = C\ddot{q} + \frac{1}{R}\dot{q} + \frac{1}{L}q$

Budenie vibráciami $-m\ddot{y}$ v mechanike reprezentuje budenie zdrojom napätia $-L\ddot{y}$ v napät'ovej analógii a budenie zdrojom prúdu $-C\ddot{y}$ v prúdovej analógii. Ďalej je možné uviesť podobnosť medzi hmotnosťou m , ktorú predstavuje v napät'ovej analógii cievka o indukčnosti L a kondenzátor o kapacite C v prúdovej analógii. Dokonalá analógia je viditeľná vo veličine \dot{q} , ktorá predstavuje v mechanike rýchlosť telesa v závislú na čase. V elektrotechnike predstavuje táto veličina elektrický prúd i v obvode závislý na čase, konkrétne v napät'ovej analógii, a v prúdovej analógii predstavuje napätie u závislé na čase. Túto analógiu je možné dokázať aj fyzikálne, zo vzťahov uvedených nižšie.

$$v = \frac{dx}{dt}, i = \frac{dq}{dt}, u = \frac{di}{dt} \quad (19)$$

Celkový opis analógie je znázornený v Tab. 2, ktorá vyobrazuje podobnosť z hľadiska parametrov sústavy v mechanike a elektrotechnike.

Tab. 2 - Elektromechanická analógia z hľadiska parametrov sústavy.

Elektromechanická analógia					
Mechanická analógia		Napät'ová analógia		Prúdová analógia	
Značka	Veličina	Značka	Veličina	Značka	Veličina
$-m\ddot{y}$	Budenie vibráciami	$-L\ddot{y}$	Budenie zdrojom napätia	$-C\ddot{y}$	Budenie zdrojom prúdu
m	Hmotnosť	L	Indukčnosť	C	Kapacita
b	Tlmenie	R	Odpor	$G = 1/R$	Vodivosť
$C_m = 1/k$	Poddajnosť pružiny	C	Kapacita	L	Indukčnosť
v	Rýchlosť	i	Prúd	u	Napätie
x	Výchylka	q	Náboj	i	Prúd

Z hľadiska stavových veličín riešenej sústavy je analógia opísaná v Tab. 3.

Tab. 3 - Elektromechanická analógia z hľadiska stavových veličín.

Elektromechanická analógia					
Mechanická analógia		Napät'ová analógia		Prúdová analógia	
Značka	Veličina	Značka	Veličina	Značka	Veličina
$-m\ddot{y}$	Budenie vibráciami	$-L\ddot{y}$	Budenie zdrojom napätia	$-C\ddot{y}$	Budenie zdrojom prúdu
$b \frac{dx}{dt}$	Sila v tlmiči	$R \frac{dq}{dt}$	Napätie na rezistore	$G \frac{di}{dt}$	Prúd na rezistore
$m \frac{dv}{dt}$	Zotrvačná sila	$L \frac{di}{dt}$	Napätie na cievke	$C \frac{du}{dt}$	Prúd na kondenzátore
$\frac{1}{C_m} x$	Sila v pružine	$\frac{1}{C} q$	Napätie na kondenzátore	$\frac{1}{L} q$	Prúd na cievke
$\frac{1}{2} mv^2$	Kinetická energia	$\frac{1}{2} Li^2$	Energia magnetického poľa	$\frac{1}{2} Cu^2$	Energia elektrického poľa

Z Tab. 3 sa dá odvodiť podobnosť vzťahov pre energie, avšak navzdory ich podobnosti, opisujú rozličné fyzikálne javy. Taktiež pohybové rovnice v mechanike a elektrotechnike sa javia ako podobné, ale zotrvačná sila je funkciou zrýchlenia daná k nehybnému základu. Preto je dôležité v napät'ovej analógii vzťahovať indukčnosť k nulovým hladinám napätia. Rovnako to platí aj pri prúdovej analógii s kapacitou a prúdom.

4 Analógia modelov v programe Simulink

Po vzoru Tab. 2 a Tab. 3 spolu so zadanými konkrétnymi parametrami pre mechanický model podľa Obr. 1 je možné dopočítať jednotlivé hodnoty. Pomerný útlm je $b_r = 0,01$, hmotnosť telesa je $m = 0,02$ kg a frekvencia sústavy činí $f = 40$ Hz. Do pohybovej rovnice (5) sa dopočíta chýbajúce tlmenie b a tuhosť pružiny k s pomocou vzťahov od (Ondrouch a Podešva 2012).

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f = 2\pi \cdot 40 = 251,33 \text{ s}^{-1} \quad (20)$$

Kde Ω_0 je vlastná frekvencia netlmenej sústavy spočítaná na základe zadaných parametrov. Úpravou rovnice (20) sa získa tvar rovnice (21) pre výpočet zovšeobecnenej tuhosti k , kde sa dosadia zadané hodnoty.

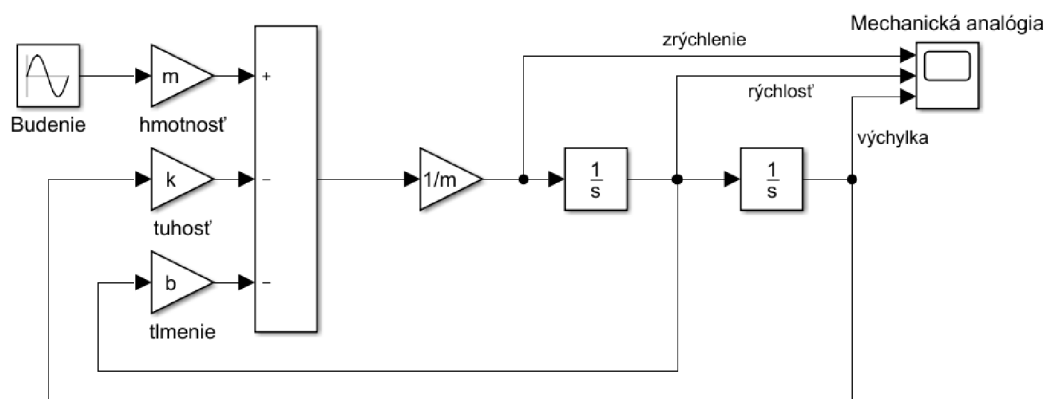
$$k = (2\pi f)^2 \cdot m = (2\pi \cdot 40)^2 \cdot 0,02 = 1263 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \quad (21)$$

S využitím vzorca (22) pre výpočet pomerného útlmu b_r a nasledovnou úpravou dostávame vzťah pre výpočet zovšeobecneneho tlmenia b .

$$b_r = \frac{b}{2\Omega_0 m} \quad (22)$$

$$b = 2\Omega_0 m \cdot b_r = 2 \cdot 251,33 \cdot 0,02 \cdot 0,01 = 0,101 \text{ Ns} \cdot \text{m}^{-1} \quad (23)$$

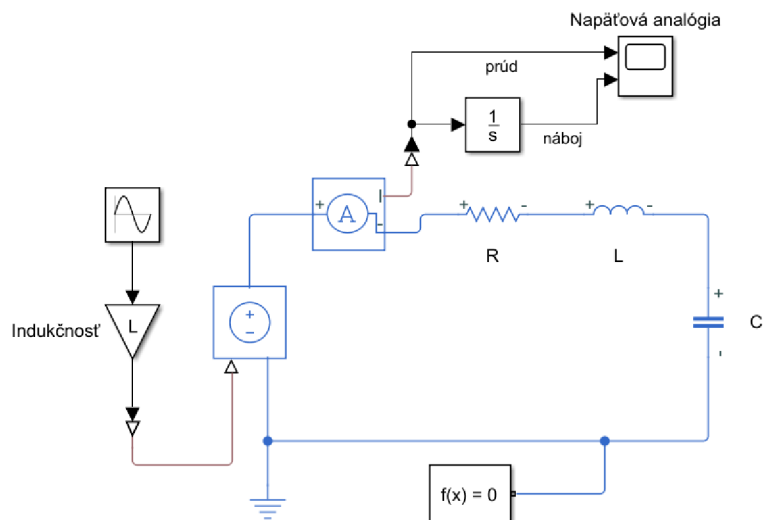
Simulink je program, ktorý je nadstavbou Matlabu. Využíva blokové schémy ktorými sa dajú opísať pohybové ale aj iné rovnice v mechanike či elektrotechnike. K svojmu výpočtu využíva algoritmy zapísané v Matlabe. Následne je namodelovaný mechanický model podľa Obr. 1(a) a jeho pohybovej rovnice.



Obr. 4 - Mechanická analógia v programe Simulink.

Analogicky sa zostavoval model RLC obvodu zapojeného sériovo pomocou Obr. 2 a jeho pohybovej rovnice. Na tvorbu modelu v Simulinku sa využilo knižnice SimScape na modelovanie elektrických obvodov. Vytvorený ekvivalentný elektrický obvod je

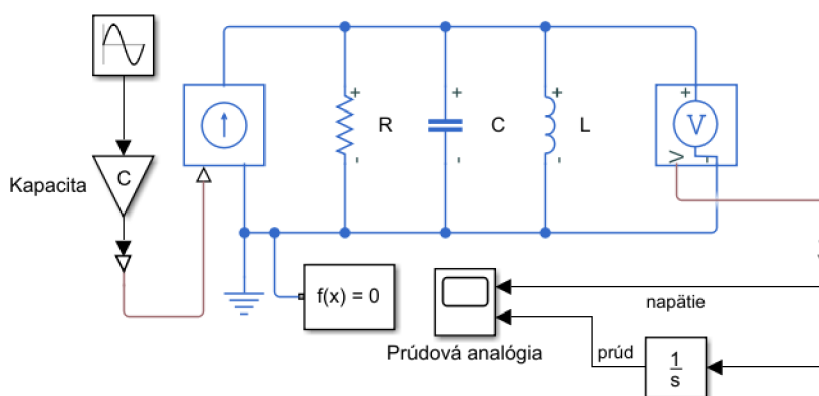
znázornený na Obr. 5, kde výstupné signály predstavujú parametre napät'ovej analógie, ktoré sa analogicky odvodili.



Obr. 5 - Napät'ová analógia v Simulink SimScape.

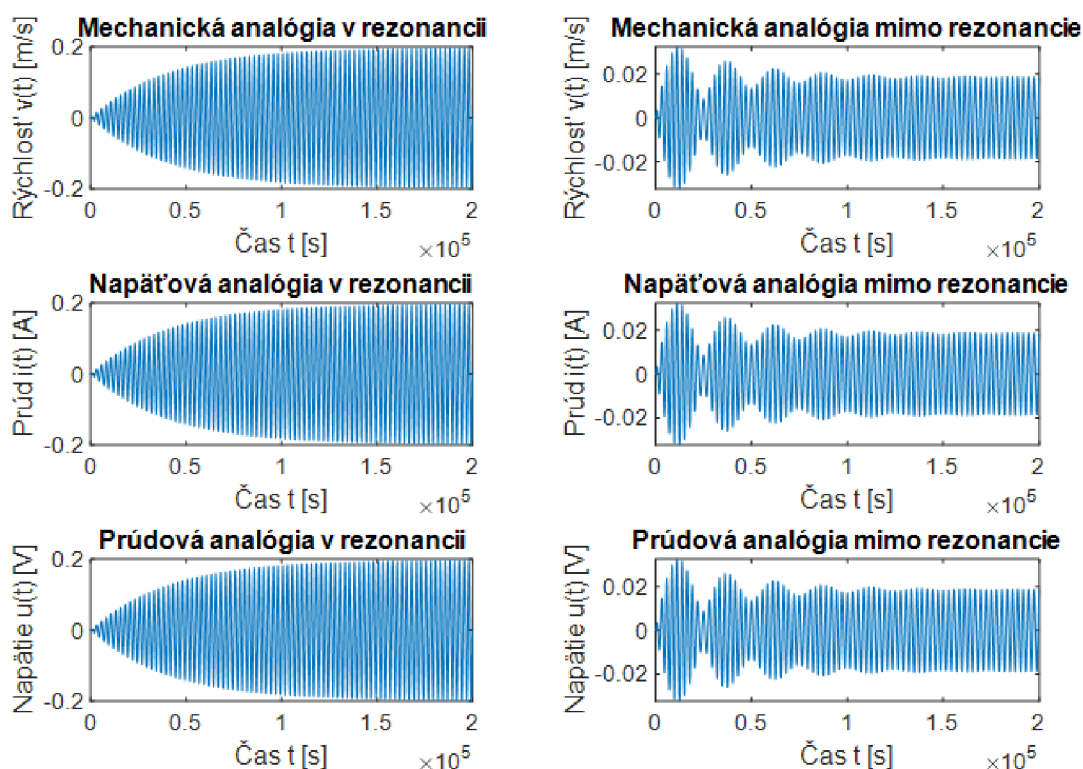
Pomocou bloku „Current Sensor“ sa meria prúd v obvode a následne blokom „Integrator“ je možné namerať náboj elektrického obvodu.

Na overenie prúdovej analógie je zostrojený model, znázornený na Obr. 6, paralelne zapojeného RLC obvodu s rovnakými zadanými hodnotami odvodenými podľa Tab. 2.



Obr. 6 - Prúdová analógia v Simulink SimScape.

Voltmetrom sa namerala napätie v elektrickom obvode a jeho integráciou získame prúd v obvode. Všetky tri modely analógií sú vykreslelné pomocou m-skriptu v programe Matlab za účelom porovnania hodnôt výstupných signálov v rezonančnej frekvencii a mimo rezonančnej frekvencie.



Obr. 7 - Výstupné signály riešených analógií v rezonancii a mimo rezonancie.

Z Obr. 7 je zjavné, že platí podobnosť medzi týmito modelmi a overila sa správnosť analógie z Tab. 2. Maximálna rýchlosť telesa 1 v rezonancii je $v = 0,1979 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a táto hodnota je totožná s hodnotami v prúdovej i napätvej analógii. Nastavením nerezonančnej frekvencie sa zistilo chovanie rýchlosti telesa 1, ktorého hodnota po ustálení je menšia ako rýchlosť v rezonancii.

4.1 Využitie analógie

Podľa (Miles 1943), v posledných rokoch sa na riešenie vibrácií v lineárnom mechanickom systéme využívala elektromechanická analógia a to z dôvodu väčších možností tvorenia elektrických obvodov, ktoré opisovali mechanický systém. Tvorba elektrických obvodov je jednoduchšia a výpočet za pomoci elektrotechnických zariadení je presnejší. Bohužiaľ väčšina zložitejších obvodov vyplývajúcich z elektromechanickej analógie sa nedá vypočítať len za pomoci impedancie ako pri jednoduchých sériovo a paralelne zapojených obvodoch. (Miles 1943) opisoval uplatňovanie Hookovho zákona pre mechanický systém a predpokladal jeho dodržiavanie. Potom vyplýva že, mechanický odpor je priamo úmerný rýchlosti medzi dvoma povrchmi, ak by to neplatilo, tak by podľa neho neplatila ani analógia.

(Mason 1941) vravel o využití analógie mechaniky a elektrotechniky. Podľa neho prvky, ktoré závisia na mechanickom pohybe majú výhodu v tom, že ich rozptýlenie energie spojené s pohybom je veľmi malé a pomer reaktancie na odpor je vyšší ako pri elektrických prvkoch. Prvý pokus pri výrobe filtrov bolo využitie striedania vinutia a pružiny pre kondenzátory v štandardných konfiguráciách, ktorých výsledkom boli filtre až do niekoľko tisíc cyklov frekvencie. Štandardne sa zistilo, že filtre využívajúce

elektromechanické prvky majú lepšie charakteristiky ako filtre s využitím elektrických prvkov. Najrozšírenejší typ elektromechanického prvku je piezoelektrický kryštál alebo aj kremenný kryštál. Kremenný kryštál je mechanicky stabilný a je možné ho rezať, tak aby sa menilo rozmedzie jeho frekvencie málo a rozmedzie teplôt bolo široké. Využíva sa to napríklad v letectve, pri selektovaní frekvencií pilotného kanálu od ostatných prítomných.

Elektromechanická analógia sa postupom času vyvíjala a oba fyzikálne obory čerpali matematické riešenie od seba navzájom podľa štúdie (Franc 1963). Jeden fyzikálny obor mohol mať matematicky lepšie opísané vyjadrenie konkrétneho javu ako ten druhý fyzikálny obor. Mechanika prevzala kmitanie elektrických obvodov a analogicky ho využila na matematické riešenie kmitavých obvodov v mechanike. Elektrotechnika zas prevzala riešenia na určovanie úbytkov napätí na spotrebičoch. Fyzikálna podobnosť je často používaná ako metóda riešenia a popisu spojitej simulácie. Podľa Tab. 2 môžeme vidieť analógiu rôznych fyzikálnych javov a prvkov ako napr. kinetická energia v mechanike a energia elektrického poľa v prúdovej elektrotechnike alebo kinematický ráz v mechanike odpovedá kinematickému rázu v elektrotechnike. Táto analógia má tú výhodu, že je jednoduchá a nenáročná na odvodenie.

V dnešnej dobe sú široko využívané rôzne elektromechanické javy, najviac je piezoelektrický jav. Využíva sa rozsiahlo a rozmedzie využitia je veľké, môžu to byť napr. senzory alebo prevodníky mechanických veličín. Aktuálne sa dosť využíva tzv. energy harvesting pre nabíjanie mobilnej elektroniky a úsporu elektrickej energie. Každým dňom sa tento výskum elektromechanických javov posúva ďalej a stále je čo zdokonaľovať.

5 Vibračný zberač energie

Vibrácie sú definované podľa knihy (Den Hartog 1985) ako periodický kmitavý pohyb okolo najmä rovnovážnej polohy, ktorý sa po danom časovom intervale opakuje vo všetkých bodoch. Najjednoduchším príkladom periodického kmitania je harmonický pohyb, ktorého rovnica na výpočet výchylky budenia má tvar:

$$y = y_0 \cdot \sin(\omega t) . \quad (24)$$

Deriváciou rovnice (24) dostávame vzťah pre výpočet rýchlosti budenia (25) a druhou deriváciou dostávame vzťah pre zrýchlenie budenia (26). Obe fyzikálne veličiny sú takisto harmonické.

$$\dot{y} = y_0 \omega \cdot \cos(\omega t) \quad (25)$$

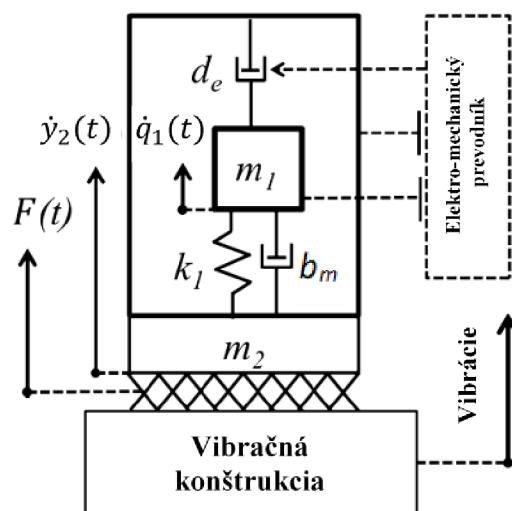
$$\ddot{y} = -y_0 \omega^2 \sin(\omega t) \quad (26)$$

Vibrácie majú negatívny vplyv na stroje v priemysle. Stroje sa v dôsledku vibrácií viac opotrebovávajú a taktiež sú viac namáhané, tým pádom sa znižuje ich životnosť ako je spomenuté v (Chudý 2012). Vibrácie negatívne vplyvajú aj na produktivitu strojov a jeho obrábanie ak to nie je súčasťou metódy výroby ako napr. vibračné obrábanie alebo vibračné valce a dosky, ktoré sa používajú na hutnenie zemín pri tvorbe ciest a chodníkov. Taktiež sa vibrácie využívajú pri zbieraní energie, tzv. energy harvesting, kedy zberač energie premieňa mechanickú energiu vstupujúcu do sústavy na elektrickú energiu. Táto metóda získavania energie je aktuálne skúmaná a zdokonaľovaná vo svete.

Momentálne je veľký záujem, podľa (Shevtsov a Chang 2016) o obnoviteľné zdroje energie či už solárne, vodné alebo energie vibrácií okolia. Jedným z najvyužívanejších zdrojov získavania energie je piezoelektrický zdroj a to z dôvodu spoľahlivého vnímania budenia veľkou silou. Prevodníky energie vo vibračných energy harvesting systémoch môžu premieňať energiu z viacerých zdrojov okolia ako sú napr. mechanické vibrácie, elektromagnetické zmeny či veterné alebo svetelné. Výhodou energy harvesting systémov oproti bežným batériám, kondenzátorom a super kondenzátorom je ich sebestačnosť a taktiež bezdrôtové a prenosné použitie.

Pokrok v miniaturizácii elektronických zariadení z (Smilek a Hadas 2016) umožnil taktiež širšie využitie výkonových elektronických lekárskeho prístrojov v biomedicíne pri monitorovaní a liečbe fyziologických stavov. Tieto prístroje sú v súčasnosti obmedzované napájaním z batérie, v dôsledku čoho energy harvesting sľubuje v budúcnosti možnosť na vývoj sebestačného zdroja energie na napájanie nových biomedicínskych prístrojov s nízkou spotrebou výkonu. Ľudské telo je veľké úložisko energie aby fungovalo a to sa dá využiť pre rôzne napájanie prístrojov ako napr. kochleárny implantát. V ľudskom tele prebieha viacero pohybov z ktorých je možné získať mechanickú energiu ako je napr. pohyb srdca, pľúc či bránice a na základe pohybu a funkcie sú umiestnené aj zberače energie v konkrétnych miestach ľudského tela.

Podľa (Hadas et al. 2016), vibračný energy harvesting systém, znázornený na Obr. 8, sa skladá z mechanického rezonátoru a elektromechanického prevodníka. Schopnosť premieňať vibrácie okolia na elektrickú energiu závisí od vstupnej kinetickej energie a parametrov mechanického rezonátoru. Túto vstupnú kinetickú energiu prevádza na elektrickú energiu vyššie spomínaný elektromechanický prevodník.



Obr. 8 - Systém vibračného získavania energie.

Z Obr. 8 systém pozostáva z pružiny o tuhosti k_1 , mechanického tlmenia b_m , seizmickej hmoty o hmotnosti m_1 a elektromechanického tlmenia d_e , ktoré zaisťuje zber energie. Vzrušený relatívny pohyb seizmickej hmoty m_1 , ktorý sa nachádza vo vnútri systému využíva elektromagnetický princíp premeny mechanickej energie na elektrickú energiu. Mechanická energia, ktorá sa akumuluje vo vibračne pružnej konštrukcii môže nadobudnúť vysoké hodnoty a zároveň je len malá časť kinetickej energie spotrebovaná pri získavaní elektrickej energie.

Pri výpočte účinnosti vibračných zberačov energií podľa (Kanoun 2019) je potrebné zdefinovať mechanický výkon. Je definovaná ako práca síl medzi zberačom a vibračnou konštrukciou. Pri premene energií z mechanickej na elektrickú sledujeme výstupný elektrický výkon v modeli, konkrétne na záťažovom odpore R_z . Pre výpočet elektrického výkonu P_{el} potom platí, že je to súčin časovo premenného napätia a prúdu.

$$P_{el} = u(t) \cdot i(t) \quad (27)$$

Následne je možné zdefinovať vstupný mechanický výkon P_{mech} , ktorý sa prenáša do systému cez rám zberaču a je závislý od budenia $F(t)$ v zberači a vibračnej rýchlosti systému. Výsledný vzťah pre výpočet mechanického výkonu P_{mech} je v tvare:

$$P_{mech} = F(t) \cdot \dot{y}_2(t) \quad (28)$$

Potom si vieme vyjadriť účinnosť systému vibračného získavania energie pomocou vzťahu:

$$\eta = \frac{P_{el}}{P_{mech}} \quad (29)$$

6 Využitie analógie pre model piezoelektrického vibračného generátoru

6.1 Piezoelektrický jav, materiály a vzťahy

Pri piezoelektrických javoch sa najčastejšie využívajú kryštalické materiály, ktoré majú schopnosť vytvárať elektrické napätie. V roku 1880, bratia Curie objavili prirodzenú piezoelektrinu v niektorých typoch kryštalických materiálov, najmä kremeňa podľa (P.L 2012). Najviac sa využíva kremeň z dôvodu ľahkej deformácie, ktorej následkom je zmena elektrickej polarizácie tzv. posunutie polôh kladných a záporných nábojov. Piezoelektrické javy môžu byť priame a nepriame. Priamy piezoelektrický jav nastáva vtedy, keď štruktúry kryštalických materiálov sú bez strednej symetrie, následkom toho je možné preskupenie nábojov buniek pri mechanickom zaťažení a kryštal je schopný generovať elektrické napätie podľa (Svoboda 2020). Nepriamy piezoelektrický jav nastáva, keď elektrické napätie je privedené na kryštal v dôsledku čoho sa tento materiál deformuje.

Podľa práce (P.L 2012) sa rozdeľujú piezoelektrické materiály na nasledujúce druhy:

- Keramické materiály
- Prírodné piezoelektrické materiály
- Polyméry

Avšak tieto materiály strácajú piezoelektrinu akonáhle sa zahrejú na tzv. Curieovu teplotu. Kremeň stráca svoju piezoelektrinu pri prekročení Curieho teploty, ktorá je 573 °C, pretože dochádza k vzniku strednej symetrie bunky použitého kryštálu a tým sa zmení jeho mikroštruktúra.

(P.L 2012) opisuje polyvinylidene fluoride ako jeden z najobľúbenejších polymérov z dôvodu najvyššej piezoelektricity a kompatibility s kremíkom. Ďalšou výhodou polymérov je ich malá veľkosť a ich pružnosť, ktorá je väčšia ako pri keramike. Má však obmedzený teplotný rozsah, pretože jeho Curieho teplota je 125 °C a jeho teplota topenia je 150 °C.

S využitím rovníc v elektrike a mechanike je možné popísať lineárnymi vzťahmi piezoelektrický jav nasledovne:

$$S = s^E \cdot T^* + d \cdot E , \quad (30)$$

$$D = d \cdot T + \varepsilon^T \cdot E . \quad (31)$$

Vzťahy sú opísané z (Priya a Inman 2009), kde S je pretvorenie a D predstavuje elektrickú indukciu.

6.2 Mechanický model piezoelektrického nosníku

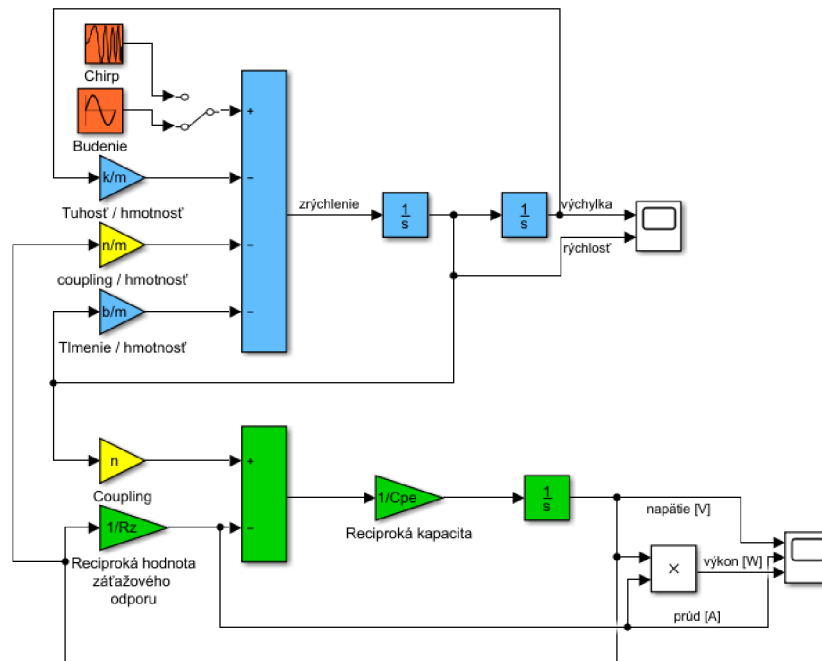
Popis piezoelektrického nosníku je možné rozdeliť na mechanickú časť a elektrickú časť, kde mechanická časť je opísaná rovnicou z (Rubes et al. 2018) v tvare:

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq + nv = -m\ddot{y}. \quad (32)$$

Kde $n = 0,00033 \text{ NV}^{-1}$ a opisuje piezoelektrický väzbový koeficient, q opisuje výchylku konca nosníku a v je napätie. Elektrická časť predstavuje RC obvod zapojený paralelne a jeho rovnica má upravený tvar:

$$\dot{v} = \frac{1}{C_{pe}} \left(n\dot{q} - \frac{v}{R_z} \right). \quad (33)$$

Kde $C_{pe} = 18 \text{ nF}$ je kapacita piezoelektrických vrstiev a R_z je záťažový odpor. S použitím diferenciálnych rovníc (32), (33) a reálnych hodnôt z (Rubes et al. 2018) bude namodelovaný reálny model piezoelektrického nosníku, kde hodnoty rovnice (32) sú $b = 0,022 \text{ Ns} \cdot \text{m}^{-1}$, $k = 235 \text{ Nm}^{-1}$ a $m = 5,2 \text{ g}$. Hodnotu záťažového odporu si volíme $R_z = 275 \text{ k}\Omega$. Následne sa uskutoční modelácia sústavy v programe Simulink, zobrazené na Obr. 9.

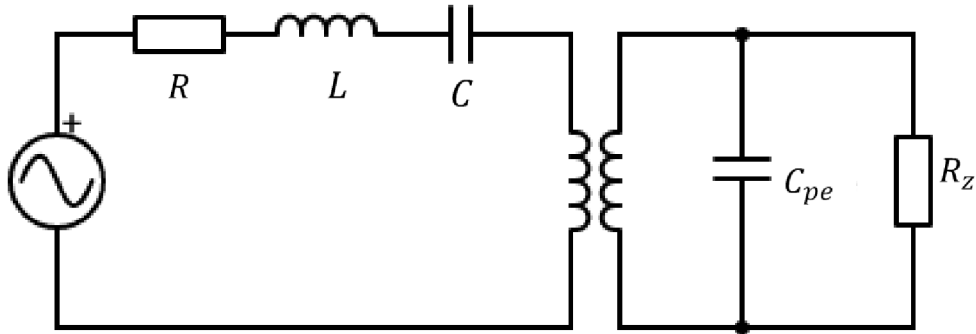


Obr. 9 - Piezoelektrický model opísaný diferenciálnymi rovnicami.

Modrá farba znázorňuje mechanickú časť, zelená farba znázorňuje elektrickú časť, žltá farba znázorňuje coupling koeficient/prevodný pomer a oranžová znázorňuje budenie sústavy. V modeli je použitý blok „Chirp signal“ pre väčší interval frekvencie, v ktorom je model simulovaný. Vlastná frekvencia netlmenej sústavy sa vypočíta podľa rovnice (20).

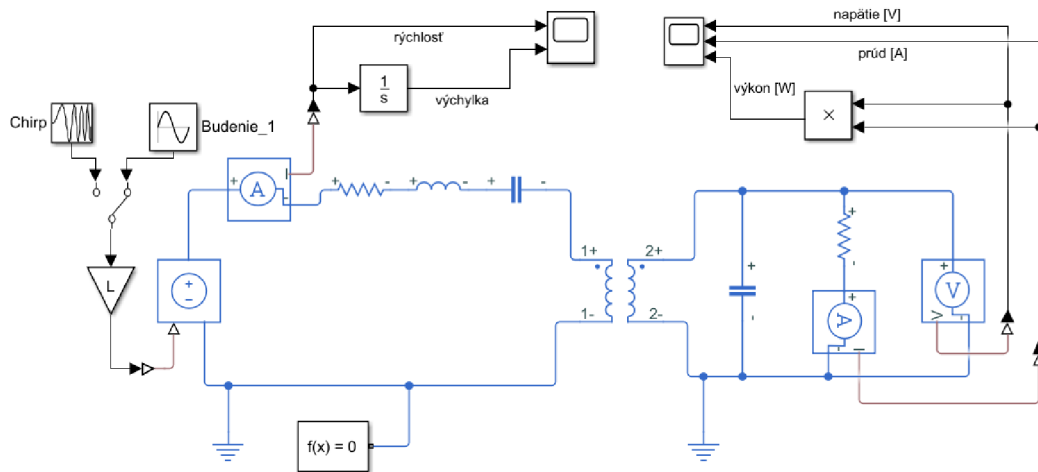
6.3 Ekvivalentný obvod piezoelektrického modelu nosníku

Po zostavení modelu pomocou diferenciálnych rovníc, modelujeme ekvivalentný elektrický obvod v Simulink SimScope, kde analogicky s využitím elektromechanickej analógie z Tab. 2 sú nahradené jednotlivé prvky sústavy. Takýto ekvivalentný obvod, zobrazený na Obr. 10, sa skladá z RLC obvodu zapojeného sériovo, ktorý predstavuje mechanickú časť a RC obvodu zapojeného paralelne, ktorý predstavuje elektrickú časť. Tieto dva elektrické obvody sú spojené ideálnym transformátorom s prevodovým pomerom n .



Obr. 10 - Ekvivalentný obvod piezoelektrického modelu nosníku.

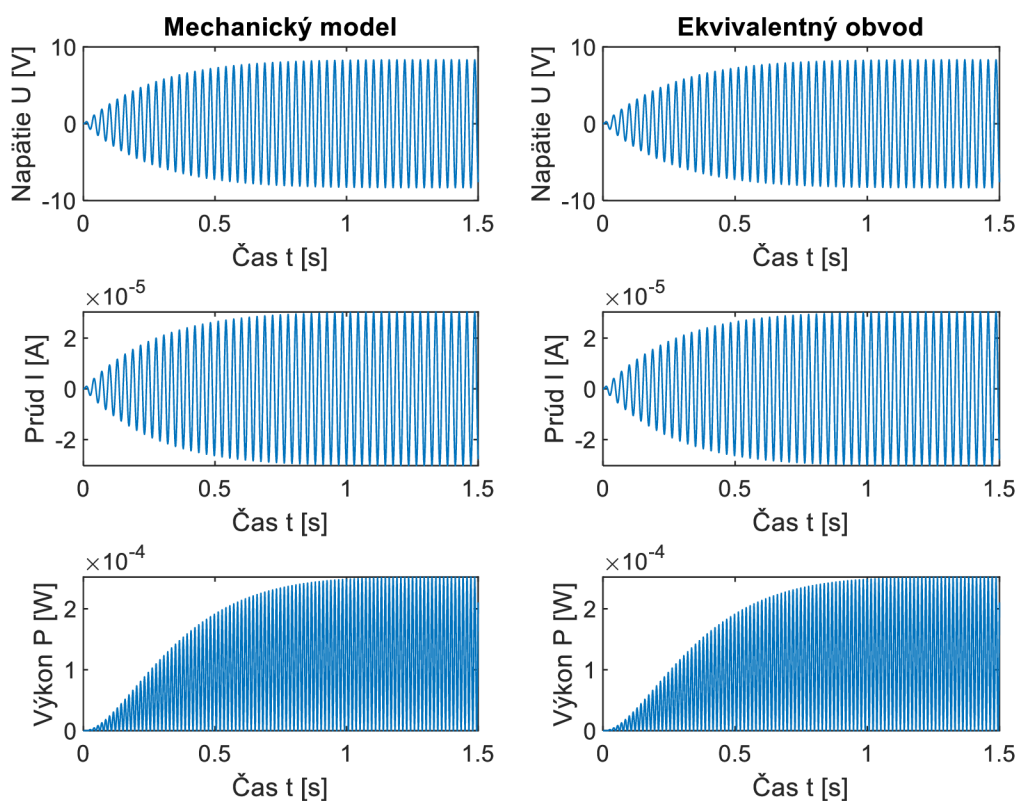
Obvod je budený rovnakými vibráciami ako pri Obr. 9. Hodnota vlastnej frekvencie netlmenej sústavy vyplýva z výpočtu podľa rovnice (20). Výsledná hodnota vlastnej frekvencie je $\Omega_0 = 212,585 \text{ s}^{-1}$. Táto hodnota je veľmi blízka hodnote frekvencií rezonancie nosníku. Riešený ekvivalentný obvod piezoelektrického nosníku modelovaný v Simulinku je znázornený na Obr. 11.



Obr. 11 - Ekvivalentný obvod piezoelektrického nosníku v Simulinku.

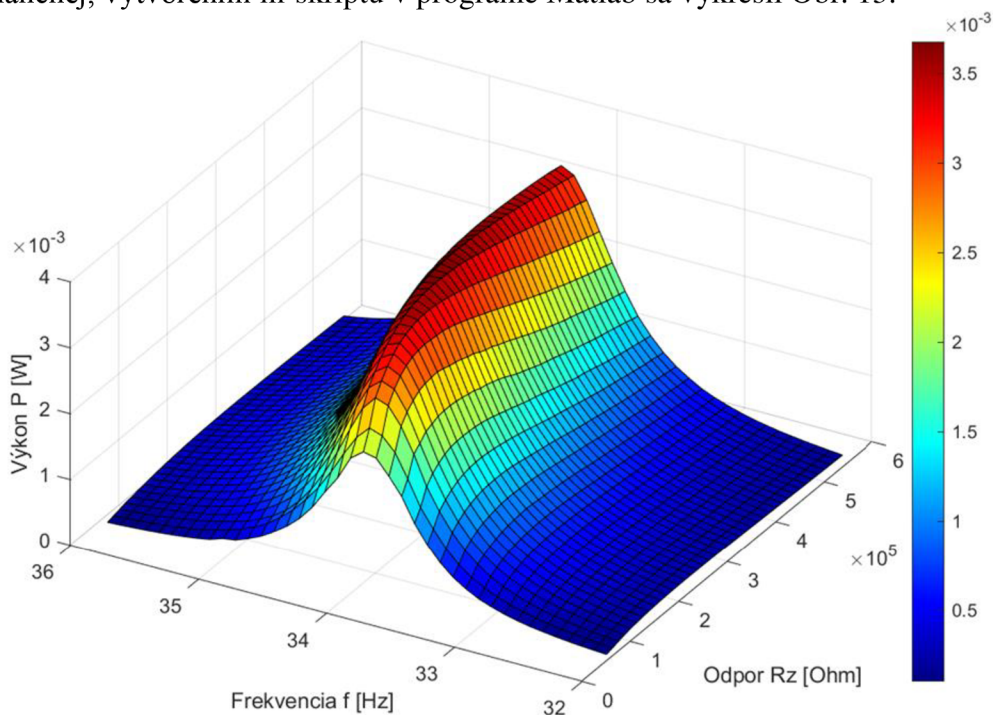
6.4 Výsledky signálov piezoelektrického nosníku

S využitím programu Matlab sa vykresľujú výstupné signály napätia, prúdu a výkonu mechanického modelu aj ekvivalentného obvodu, ktoré sú znázornené na Obr. 12. Z Obr. 12 je zrejmá analógia signálov a maximálny výkon oboch modelov činí $P = 2,52 \cdot 10^{-4} \text{ W}$ pri frekvencii $f = 33,834 \text{ Hz}$.



Obr. 12 - Výsledné signály piezoelektrických modelov.

Keďže si nie sme istý presnosťou vlastnej netlmenej frekvencie, ktorá je veľmi blízka rezonančnej, vytvorením m-skriptu v programe Matlab sa vykreslí Obr. 13.

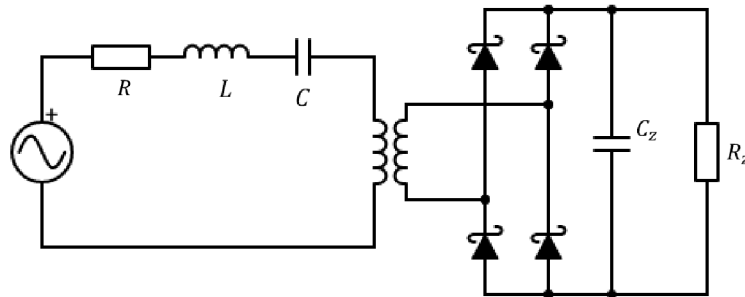


Obr. 13 - Graf závislosti výkonu P od zmeny hodnôt záťažového odporu R_z a frekvencie f .

Amplitúda budiaceho pohybu je určená $Y = 5$ m. Z Obr. 13 vyplýva maximálny výkon $P = 3,678$ mW pri frekvencii $f = 34,1$ Hz a záťažovom odpore $R_z = 300$ k Ω . Taktiež vidieť ako sa rapídne zmení výkon pri malej zmene frekvencie, zatiaľ čo pri odpore sa hodnota výkonu nepatrne mení.

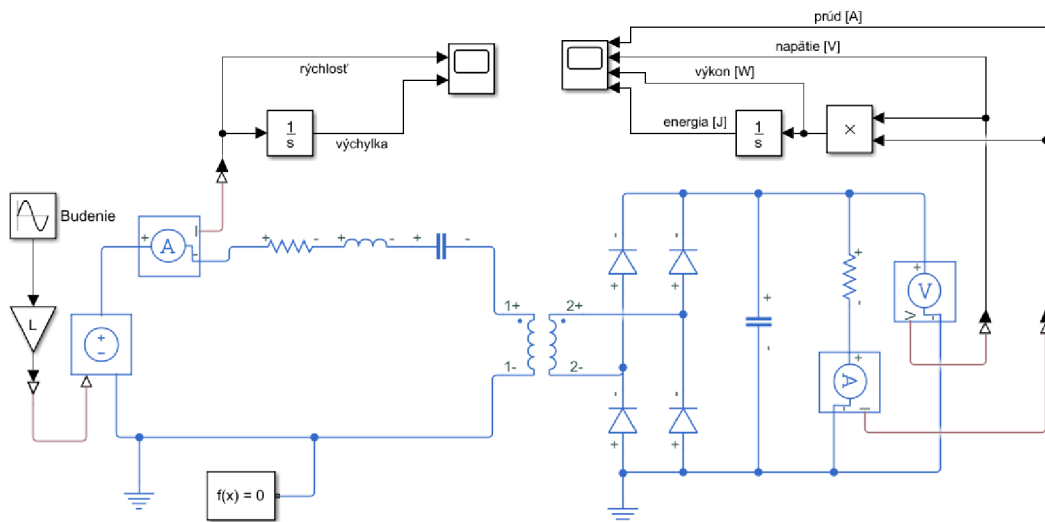
6.5 Piezoelektrický model nosníku s usmerňovačom

Následne sa piezoelektrický model rozšíril o dvojcestný mostíkový usmerňovač a filtračný kondenzátor C_z , ktorý slúži na akumulovanie energie a vyhladenie jednosmerného prúdu.



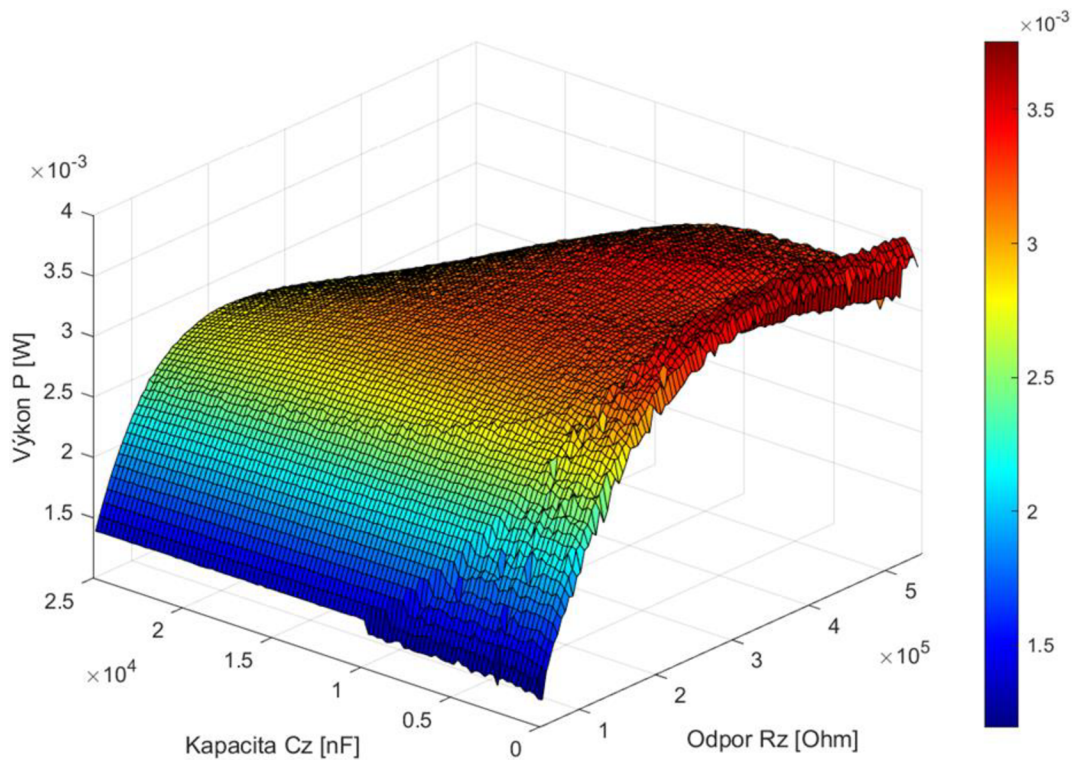
Obr. 14 - Ekvivalentný obvod piezoelektrického modelu nosníku s usmerňovačom.

V modeli z Obr. 14 sa použila amplitúda $Y = 5$ m v budení a ostatné parametre prvkov R , L , C ostali nezmenené. Použili sa usmerňovacie Schottkyho diódy z dôvodu pretekajúceho nízkeho prúdu v obvode a maximálny úbytok napätia na dióde činí 0,25 V. Tento model bol neskôr simulovaný v Simulinku a je znázornený na Obr. 15.



Obr. 15 - Ekvivalentný obvod piezoelektrického nosníku modelovaného v Simulinku.

Neskôr boli prevedené rôzne kombinácie hodnôt záťažového odporu a filtračnej kapacity, tak aby sa dosiahlo najvyššieho výkonu P . Analýza kombinácií bola uskutočnená pomocou m-skriptu v programe Matlab, z ktorého sa vykreslí Obr. 16.



Obr. 16 - Graf závislosti výkonu P od filtračnej kapacity C_z a záťažového odporu R_z .

Z Obr. 16 vychádza najvyšší výkon $P = 3,751$ mW pri záťažovom odpore $R_z = 415$ k Ω a filtračnej kapacite $C_z = 1100$ nF. Taktiež si môžeme všimnúť, že väčší vplyv na výkon P má filtračná kapacita C_z než záťažový odpor R_z . Tento výkon vyšiel o trochu väčší ako v predchádzajúcej simulácii z Obr. 13.

7 Využitie analógie pre model elektromagnetického generátoru

V knihe (Kanoun 2019) pozostáva elektromagnetický menič z kmitania seizmickej hmoty s permanentnými magnetmi voči upevnenej cievke. Pohybová rovnica mechanickej časti elektromagnetického generátoru je v tvare:

$$m\ddot{q} + b_m\dot{q} + kq + i \cdot c_{FL} = -m\ddot{y}. \quad (34)$$

V rovnici (34) vystupuje veličina c_{FL} , ktorá predstavuje elektromagnetický väzbový (coupling) koeficient.

$$c_{FL} = N \cdot B \cdot l \quad (35)$$

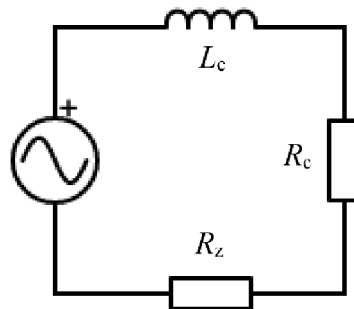
N predstavuje počet závitov cievky, B predstavuje magnetickú indukciu a l je dĺžka cievky. Elektrickú časť elektromagnetického generátoru je možné vyjadriť vzťahom podľa (Rusková 2018):

$$i(R_c + R_z) - c_{FL} \cdot \dot{q} = 0, \quad (36)$$

kde uvažujeme podmienku $L_c = 0$ H, R_c predstavuje odpor cievky R_z je odpor na záťaži. Prúd i spomenutý v rovnici (34) udáva silu opačného smeru ako vzrušený relatívny pohyb. Následne úpravou rovnice (36) dostávame vzťah pre výpočet prúdu v tvare:

$$i = \frac{c_{FL} \cdot \dot{q}}{R_c + R_z}. \quad (37)$$

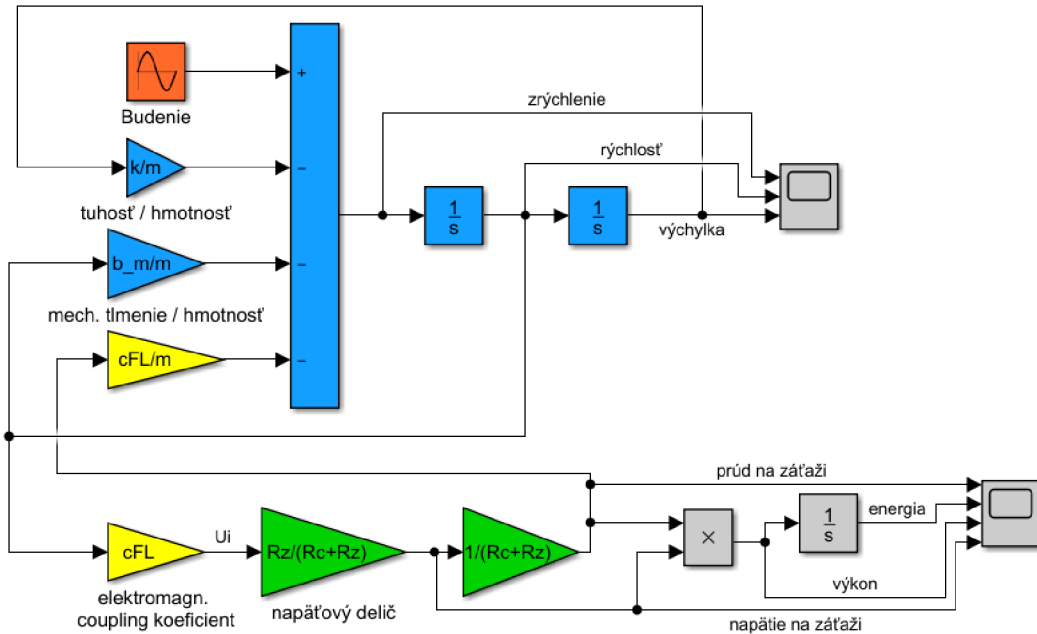
Rovnicu (36) popisuje elektrická časť elektromagnetického generátoru znázornenú na Obr. 17, prevzatú od (Rusková 2018), kde obvod je zapojený sériovo s napäťovým zdrojom.



Obr. 17 - Schéma elektrickej časti elektromagnetického generátoru.

Ďalej sa namodeloval elektromagnetický generátor s hodnotami využitými pri piezoelektrickom modeli. Hodnota mechanickeho tlmenia je $b_m = 0,022 \text{ Ns} \cdot \text{m}^{-1}$ a tuhosť pružiny $k = 235 \text{ Nm}^{-1}$. Prvky R, L, C boli odvodené s využitím prúdovej analógie znázornenej v Tab. 2 a z rovnice (20) sme dopočítali hodnotu vlastnej frekvencie netlmenej sústavy $\Omega_0 = 153,297 \text{ s}^{-1}$. V modeli znázornenom na Obr. 18, sú použité 4 neodymové magnety o rozmeroch (15x5,4x2,2) mm a 2 kusy oceli o rozmeroch

(15x15x2) mm aby celková hmotnosť vychádzala do $m = 10$ g. Neodymové magnety sú v súčasnosti najsilnejšími trvalými magnetmi. Avšak sú náchylné na korodovanie, preto sa povrchovo upravujú, v našom prípade to je pasivácia. Voľbou priemeru medeného drôtu 0,05 mm nám vyjde počet vinutí $N = 4752$. Hodnotu magnetickej indukcie $B = 0,3$ T použijeme z reálneho modelu v práci (Rusková 2018).



Obr. 18 - Mechanický model elektromagnetického rezonátoru v Simulink.

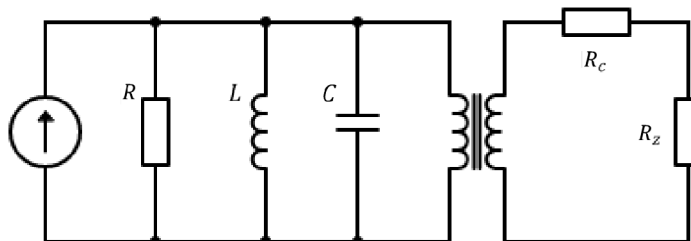
Z Obr. 18 je vidieť mechanickú časť modelu vyznačenú modrou farbou, zelená farba predstavuje elektrickú časť, žltá farba predstavuje elektromagnetický coupling koeficient, šedá farba predstavuje pomocné bloky a oranžová je budenie systému s amplitúdou $Y = 1$ m. Odpor cievky R_c vyšiel 1230Ω výpočtom z rovnice v tvare:

$$R_c = \frac{\rho_{Cu} \cdot l_v}{S}, \quad (38)$$

kde ρ_{Cu} je rezistivita medi, l_v predstavuje dĺžku vodiča a S je obsah prierezu vodiča.

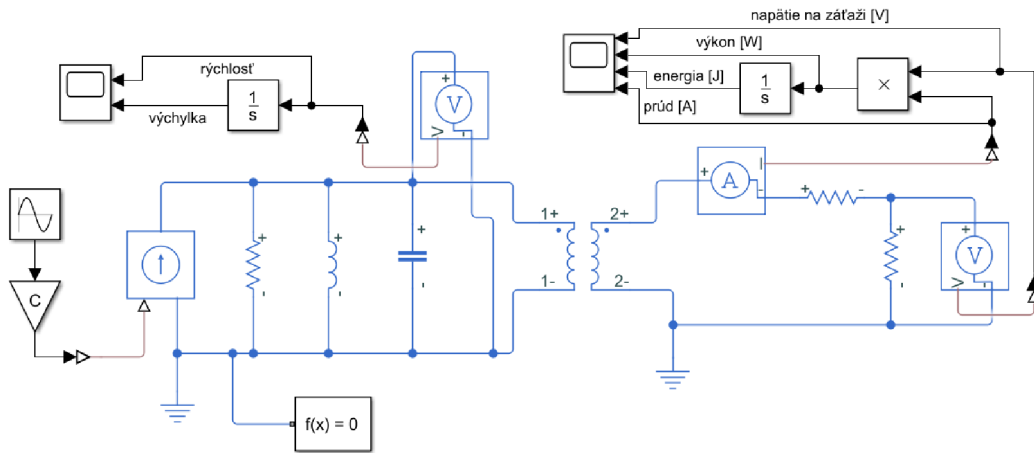
7.1 Ekvivalentný obvod elektromagnetického vibračného generátoru

Obr. 19 predstavuje modelovaný ekvivalentný obvod, kde možno vidieť využitie rovníc (34) a (36). V modeli sa využila prúdová analógia.



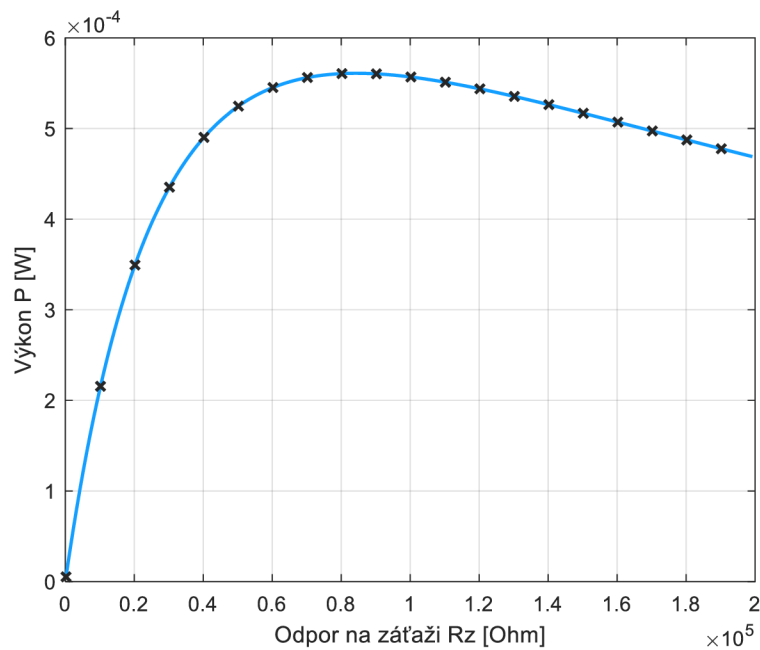
Obr. 19 - Ekvivalentný model elektromagnetického vibračného generátoru.

V Simulink SimScape je následne vytvorený ekvivalentný obvod podľa Obr. 19, kde mechanická a elektrická časť sú spojené ideálnym transformátorom s elektromagnetickým coupling koeficientom c_{FL} .



Obr. 20 - Ekvivalentný model elektromagnetického vibračného generátoru v Simulinku

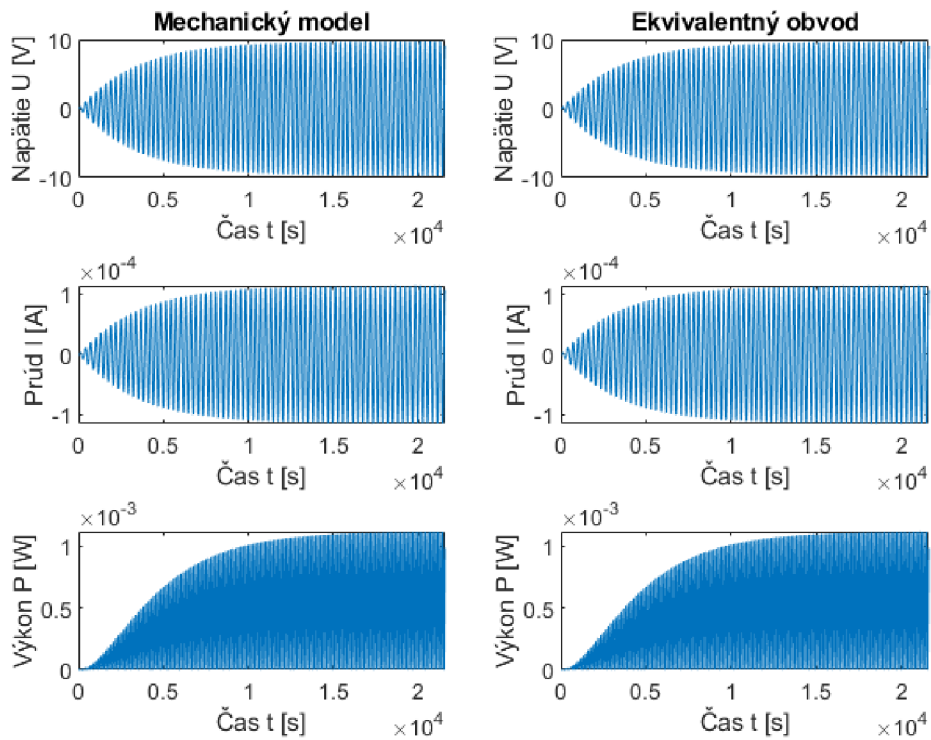
Program Matlab následne vykreslí Obr. 21 pomocou intervalu hodnôt záťažových odporov pre určenie maximálneho výkonu zo sústavy. Maximálny výkon sústavy činí $P = 561 \mu\text{W}$ pri odpore na záťaži $R_z = 84,2 \text{ k}\Omega$.



Obr. 21 - Graf závislosti výkonu P od odporu na záťaži R_z .

7.2 Výsledky signálov elektromagnetického vibračného generátoru

V tejto podkapitole sa porovnávajú výstupné hodnoty signálov mechanického modelu a jeho ekvivalentného obvodu. Na znázornenie podobnosti medzi modelmi a taktiež overenie správnosti zapojenia je vytvorený m-skript, ktorý porovnáva obe analógie zadanej sústavy a vykresľuje do Obr. 22.

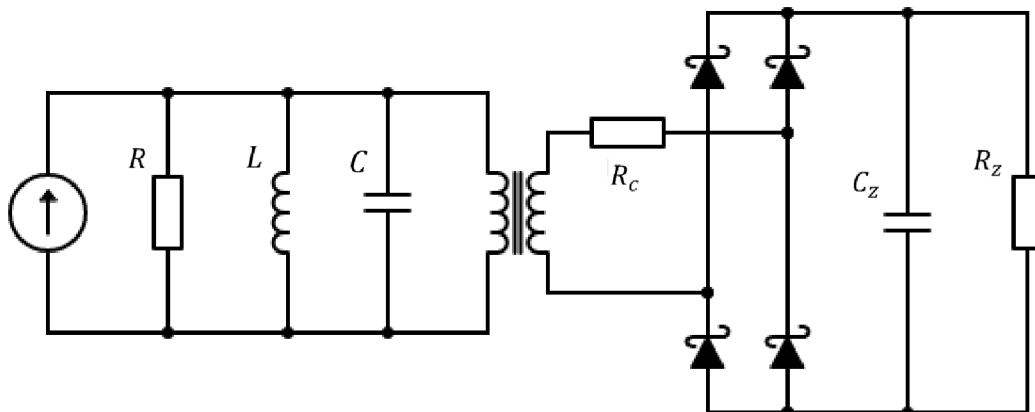


Obr. 22 - Výsledné signály elektromagnetických modelov.

Z Obr. 22 je vidieť analógiu výstupných signálov medzi mechanickým modelom a ekvivalentným obvodom a teda správnosť zapojenia modelov.

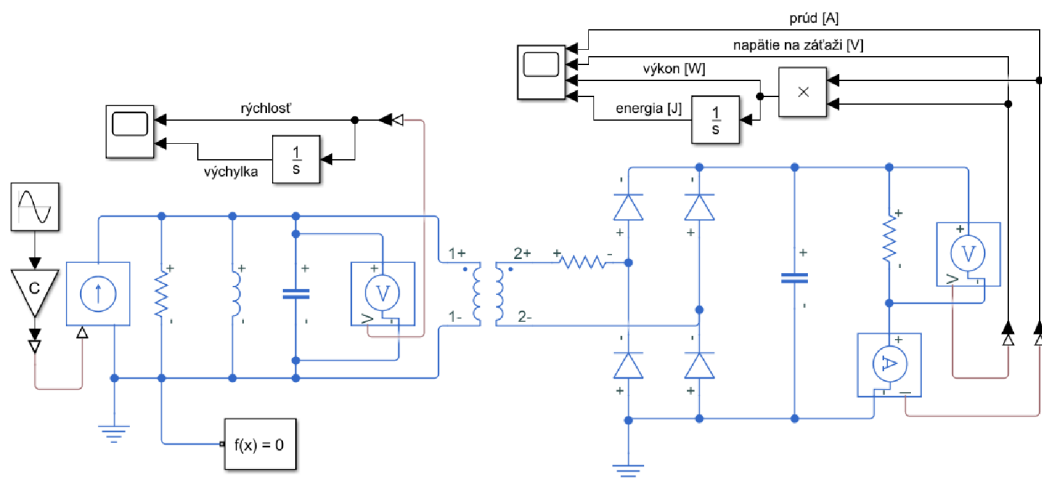
7.3 Model elektromagnetického vibračného generátoru s usmerňovačom

Model, znázornený na Obr. 23, je rozšírený o filtračnú kapacitu C_z a dvojcestný mostíkový usmerňovač podobne ako pri piezoelektrickom modeli. Vytvorením m-skriptu v programe Matlab sú simulované výstupné žiadané hodnoty.



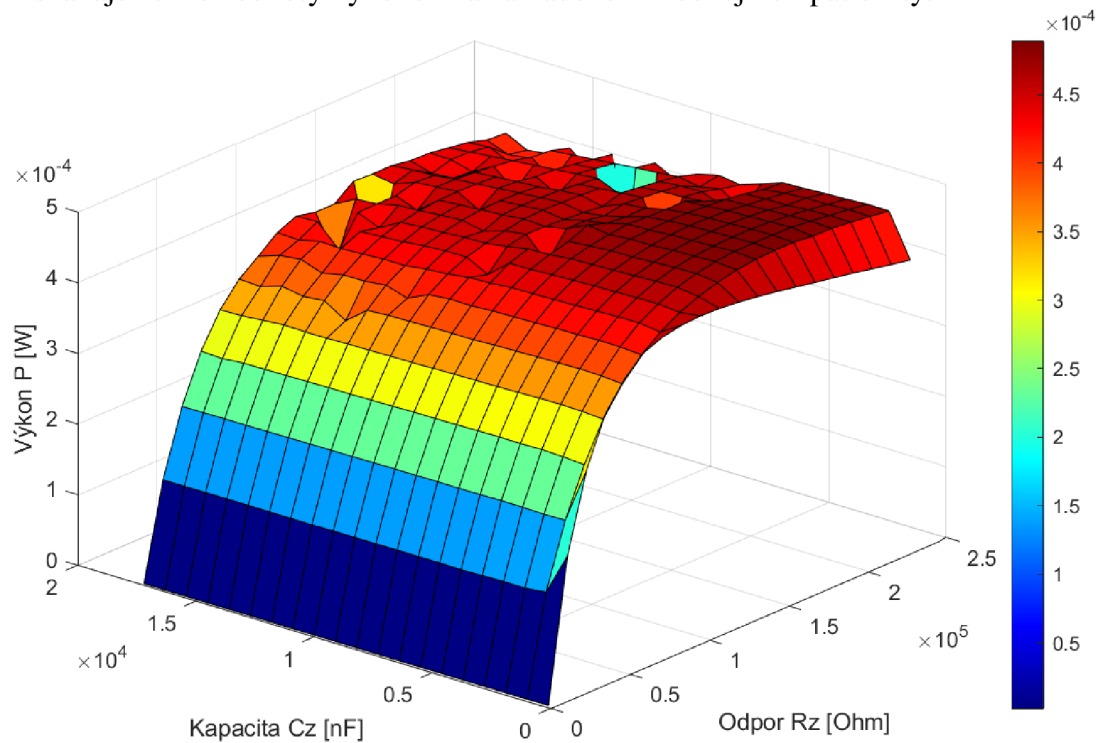
Obr. 23 - Model elektromagnetického vibračného generátoru s usmerňovačom.

Úlohou harvesteru je získať čo najväčší výkon z mechanickej energie. Podľa Obr. 23 je vytvorený model v Simulinku, znázornený v Obr. 24.



Obr. 24 - Elektromagnetický vibračný generátor s usmerňovačom v Simulinku.

Matlab skriptom sa riešia rôzne kombinácie hodnôt parametrov R_z a C_z z ktorých sa získavajú rôzne hodnoty výkonov na základe ich vhodnej kompatibility.

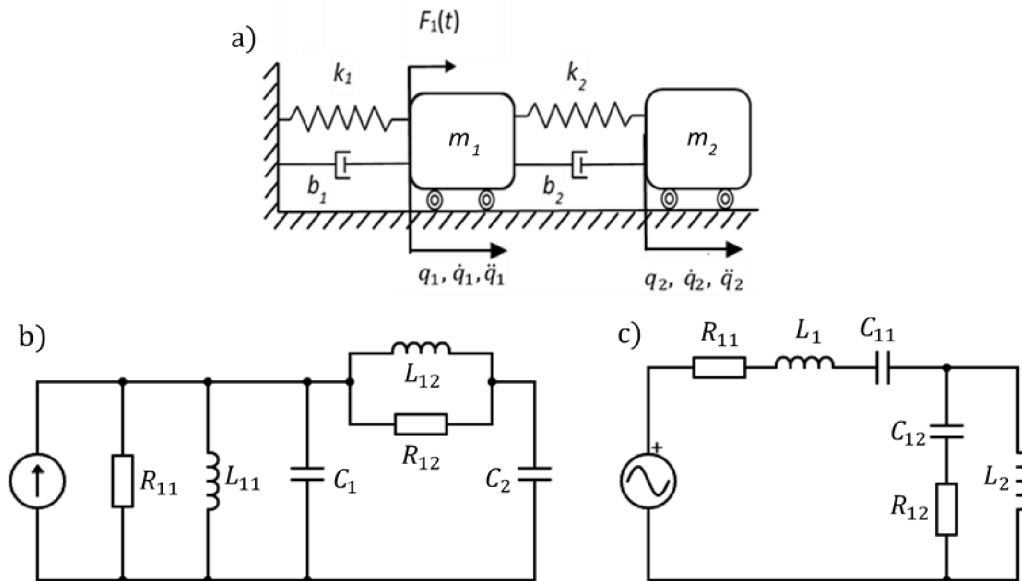


Obr. 25 - Graf závislosti výkonu P od filtračnej kapacity C_z a odporu na záťaži R_z .

Z Obr. 25 vyplýva maximálna hodnota výkonu $P = 513 \mu\text{W}$ pri filtračnej kapacite $C_z = 1900 \text{ nF}$ a záťažovom odpore $R_z = 156,1 \text{ k}\Omega$, pričom je vidieť, že väčší vplyv na výkon má zmena záťažového odporu než filtračná kapacita.

8 Využitie analógie pri modeloch s dvomi stupňami voľnosti

Podľa (Fu et al. 2014) sa vďaka využitiu rezonátora s 2 stupňami voľnosti (DOF) dosiahne výrazného zvýšenia výkonu sústavy pri správnej aplikácii. Taktiež sa zvýši účinnosť piezoelektrických zberačov energie z vibrácií s pridaním ďalšieho telesa v dôsledku čoho sa vie využiť väčšia časť vstupnej energie. Oproti 1-DOF rezonátoru sa zvýši energia pri 2-DOF rezonátore aj 20 násobne. Podobne to je aj pri elektromagnetických zberačoch energie. Bol vytvorený vlastný návrh mechanického 2-DOF rezonátoru, znázornený na Obr. 26(a), ktorý je modelovaný v programe Simulink. Z mechanického rezonátoru sa s využitím analógie zostavili obvody napäťovej a prúdovej analógie, ktoré boli neskôr použité na elektromagnetický a piezoelektrický zberač energie s dvomi stupňami voľnosti.



Obr. 26 - (a) Mechanická analógia 2-DOF rezonátoru. (b) Prúdová analógia 2-DOF rezonátoru. (c) Napäťová analógia 2-DOF rezonátoru.

Za pomoci Obr. 26 sa vyjadria rovnice kinetickej energie, potenciálnej energie a disipatívnej funkcie.

$$E_k = \frac{1}{2}m\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}m\dot{q}_2^2 \quad (39)$$

$$E_p = \frac{1}{2}k_1q_1^2 + \frac{1}{2}k_2(q_2 - q_1)^2 \quad (40)$$

$$E_D = \frac{1}{2}b_1\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}b_2(\dot{q}_2 - \dot{q}_1)^2 \quad (41)$$

Po časovom a parciálnom zderivovaní kinetickej energie a parciálnom zderivovaní potenciálnej energie a disipatívnej funkcie dostávame maticový zápis dvoch pohybových rovníc v tvare:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & -b_2 \\ -b_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Kde veličiny b_{11} , k_{11} a budiaca sila harmonického priebehu $F_1(t)$ majú nasledovné vzťahy:

$$b_{11} = b_1 + b_2 \quad (43)$$

$$k_{11} = k_1 + k_2 \quad (44)$$

$$F_1(t) = F \cdot \sin(\omega t + \psi) \quad (45)$$

Kde F predstavuje silu, ktorá je dodávaná do sústavy. Analógia modelov z Obr. 26 je vysvetlená v Tab. 4.

Tab. 4 - Analógia 2-DOF modelov.

Elektromechanická analógia					
Mechanická analógia		Prúdová analógia		Napät'ová analógia	
Značka	Veličina	Značka	Veličina	Značka	Veličina
m_1	Hmotnosť telesa 1	C_1	Kapacita telesa 1	L_1	Indukčnosť telesa 1
m_2	Hmotnosť telesa 2	C_2	Kapacita telesa 2	L_2	Indukčnosť telesa 2
b_{11}	Tlmenie telesa 1 a telesa 2	$\frac{1}{R_{11}}$	Vodivosť telesa 1 a telesa 2	R_{11}	Odpor telesa 1 a telesa 2
b_2	Tlmenie telesa 2	$\frac{1}{R_{12}}$	Vodivosť telesa 2	R_{12}	Odpor telesa 2
$\frac{1}{k_{11}}$	Poddajnosť pružiny telesa 1 a telesa 2	L_{11}	Indukčnosť telesa 1 a telesa 2	C_{11}	Kapacita telesa 1 a telesa 2
$\frac{1}{k_2}$	Poddajnosť pružiny telesa 2	L_{12}	Indukčnosť telesa 2	C_{12}	Kapacita telesa 2

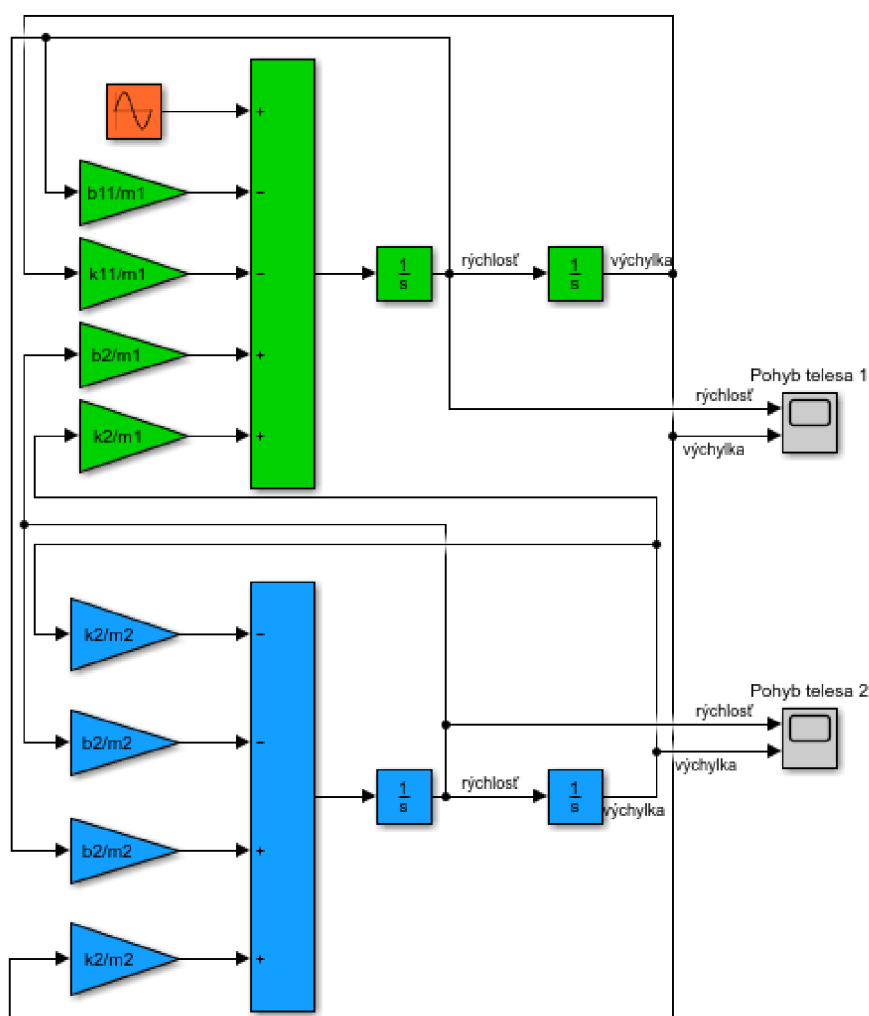
8.1 Mechanický model s 2 stupňami voľnosti

Pre modelovaný rezonátor boli určené hodnoty, aby pomerný útlm bol $b_r = 2\%$. Výpočet bol uskutočňovaný Matlab skriptom z ktorého bola vytvorená Tab. 5.

Tab. 5 - Zadané a vypočítané hodnoty parametrov 2-DOF modelu.

Veličina	m_1 [kg]	m_2 [kg]	k_1 [Nm ⁻¹]	k_2 [Nm ⁻¹]	b_1 [Nsm ⁻¹]	b_2 [Nsm ⁻¹]
Hodnota	50	0,02	$3,16 \cdot 10^6$	1263	503	0,101

Následne bol mechanický model simulovaný v programe Simulink, kde frekvencia budenia je $f = 40$ Hz.

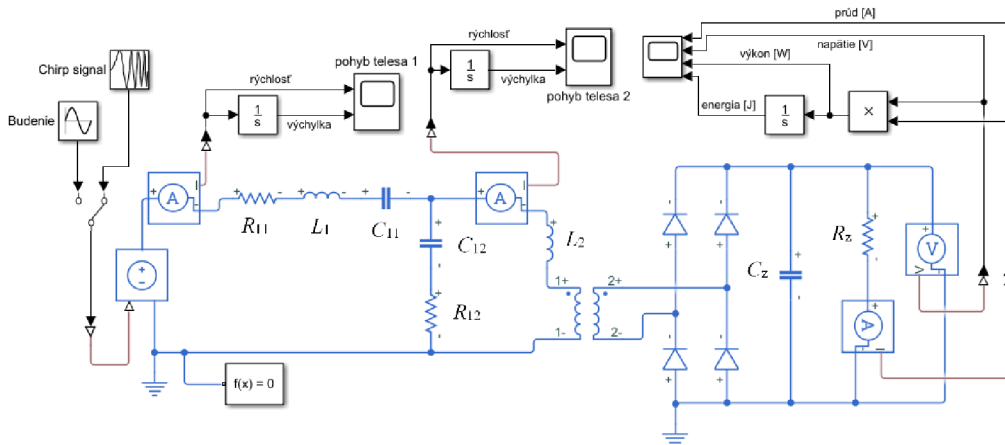


Obr. 27 - Mechanický model 2-DOF rezonátoru.

V Obr. 27 zelená farba predstavuje pohybovú rovnicu telesa 1 a modrá farba predstavuje pohybovú rovnicu telesa 2. Na tomto modeli sa len overila správnosť pohybových rovníc sústavy, avšak užitočnejším je návrh elektrických obvodov pre piezoelektrický a elektromagnetický zberač energie.

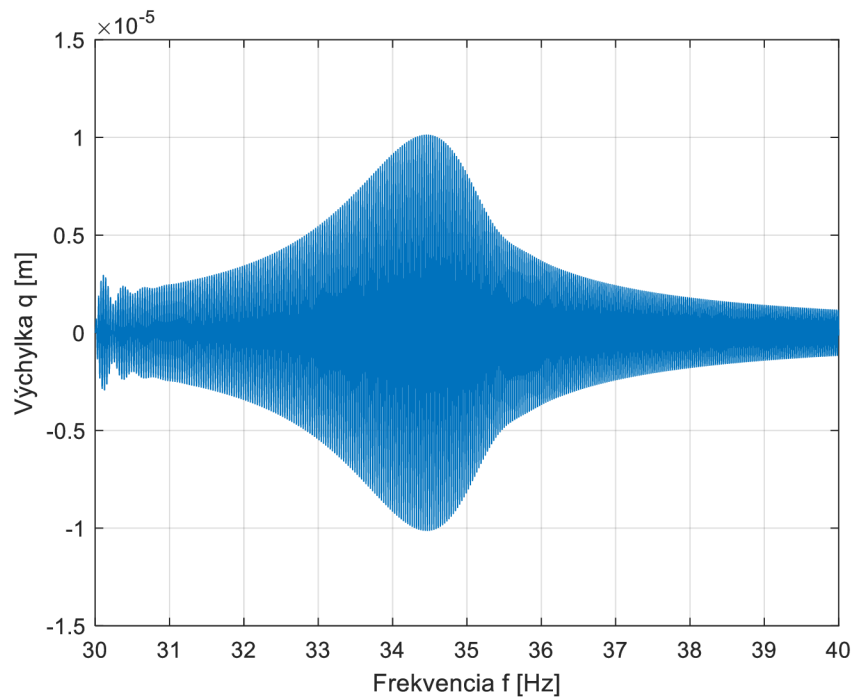
8.2 Piezoelektrický zberač energie s 2 stupňami voľnosti

Pre návrh piezoelektrického 2-DOF modelu sa využilo hodnôt parametrov z podkapitoly 6.2, ktoré sa použili pre teleso 2. Dôvod využitia týchto parametrov je, aby bolo možné porovnanie modelov piezoelektrického 1-DOF a 2-DOF modelu. Hodnoty parametrov pre teleso 1 sú dopočítané v závislosti na pomernom útlme, ktorý vychádza 2 %. Ostatné parametre sú $m_1 = 50 \text{ kg}$, $b_1 = 429 \text{ Ns} \cdot \text{m}^{-1}$ a $k_1 = 2,30 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Pomocou analógie z Tab. 4 sa podobne ako pri 1-DOF modeli navrhoval aj elektrický obvod 2-DOF modelu v programe Simulink SimScape, ktorý je znázornený na Obr. 28.



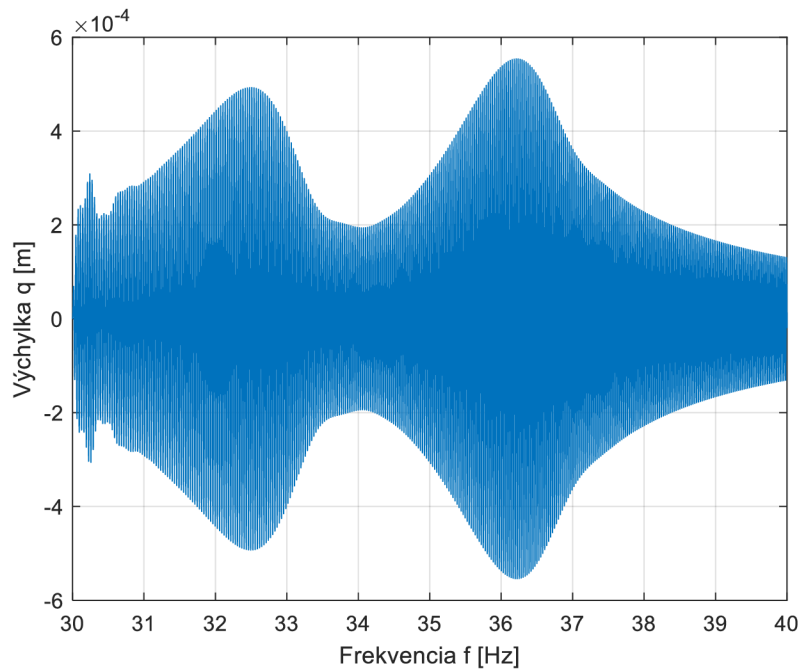
Obr. 28 - Piezoelektrický 2-DOF model generátoru.

Tento model sa budil takou silou F , aby sa dosiahli rovnakých výsledkov rýchlosti telesa 1 ako pri piezoelektrickom 1-DOF modeli. Obr. 26(c) predstavuje model s využitím napäťovej analógie a mechanická časť je spojená s elektrickou časťou pomocou ideálneho transformátora s piezoelektrickým coupling koeficientom n . Pre model podľa Obr. 28 sa použili hodnoty filtračnej kapacity $C_z = 1100 \text{ nF}$ a odporu na záťaži $R_z = 415 \text{ k}\Omega$, aby bola sústava modelovaná pri rovnakých podmienkach ako piezoelektrický 1-DOF model. Sila F v budení je číni $F = 10,44 \text{ N}$. Táto sila predstavuje hodnotu pri ktorej sa dosiahne rýchlosti telesa 1 v 2-DOF modeli, ktorá odpovedá získanej rýchlosti 1-DOF modelu znázornenom na Obr. 15. Chirp signál budí sústavu vo frekvencii od 30 Hz do 40 Hz a výchylka telesa 1 je znázornená na Obr. 29.



Obr. 29 - Simulácia výchylky telesa 1 hmotnosti 50 kg piezoelektrického 2-DOF modelu.

Následne je zmenená hmotnosť na $m_1 = 0,5$ kg, aby bolo možné sledovať zmenu výchylky telesa 1. Tlmenie b_1 a tuhosť pružiny k_1 je počítaná v závislosti na hmotnosti m_1 pomocou m-skriptu v programe Matlab, ktorý takisto spúšťa model a vykresľuje do Obr. 30.

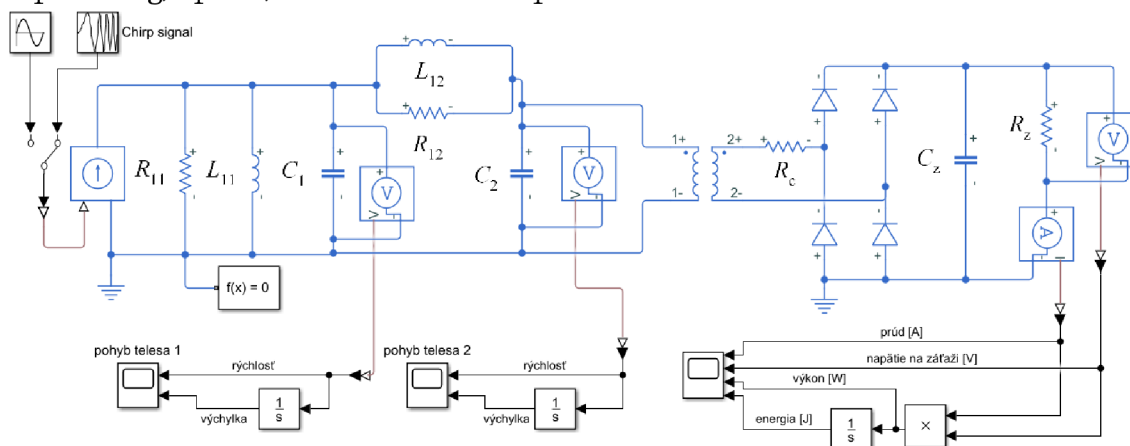


Obr. 30 - Simulácia výchylky telesa 1 hmotnosti 0,5 kg piezoelektrického 2-DOF modelu.

Z Obr. 30 vyplývajú dve najväčšie výchylky telesa 1. Tieto výchylky sú spôsobené vlastnou frekvenciou telesa 2 v modeli, ktoré sa správa ako hltič vibrácií. Dynamický hltič vibrácií je jednou z možností, ako potlačiť vibrácie sústavy, ak hodnota frekvencie budiacej sily je približne rovnakej hodnoty ako vlastná frekvencia sústavy. Tlmenie týchto vibrácií je taktiež spôsobené hmotnosťou telesa 1. Čím viac sa hodnota hmotnosti m_1 blíži hodnote hmotnosti m_2 , tým je tlmenie vibrácií väčšie. Tieto dve maximálne výchylky z Obr. 30 sa začali tvoriť pri hmotnosti $m_1 = 9$ kg.

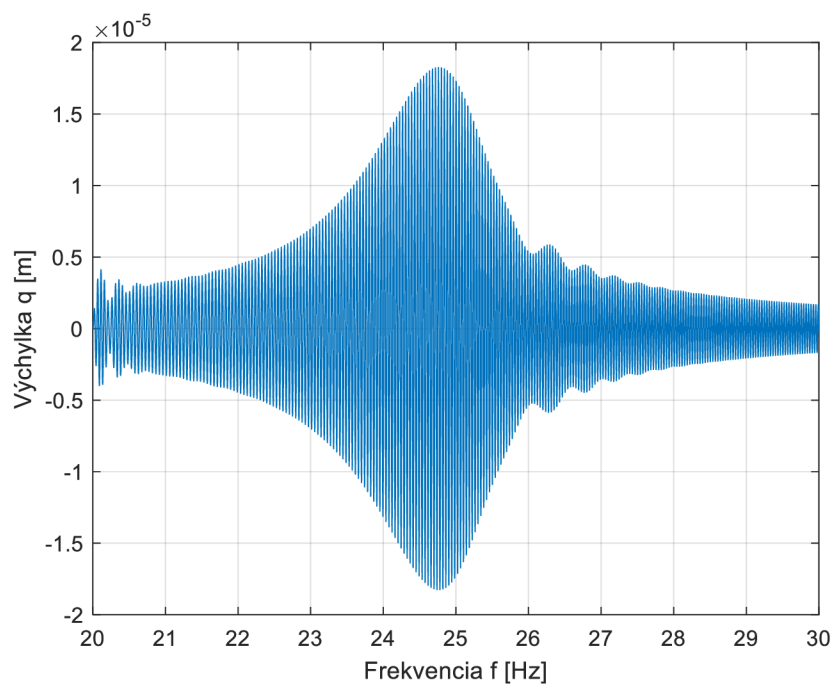
8.3 Elektromagnetický zberač energie s 2 stupňami voľnosti

Pre návrh elektromagnetického 2-DOF modelu sa využili hodnoty parametrov z kapitoly 7, kde hodnoty hmotnosti, tlmenia a tuhosti pružiny sú identické pre teleso 2 v elektromagnetickom 2-DOF modeli znázornenom na Obr. 31. Hodnoty parametrov pre teleso 1 boli dopočítané, aby pomerný útlm bol $b_r = 2\%$ a majú hodnoty parametrov $m_1 = 50$ kg, $k_1 = 1,175 \cdot 10^6$ N.m⁻¹ a $b_1 = 307$ Ns.m⁻¹.



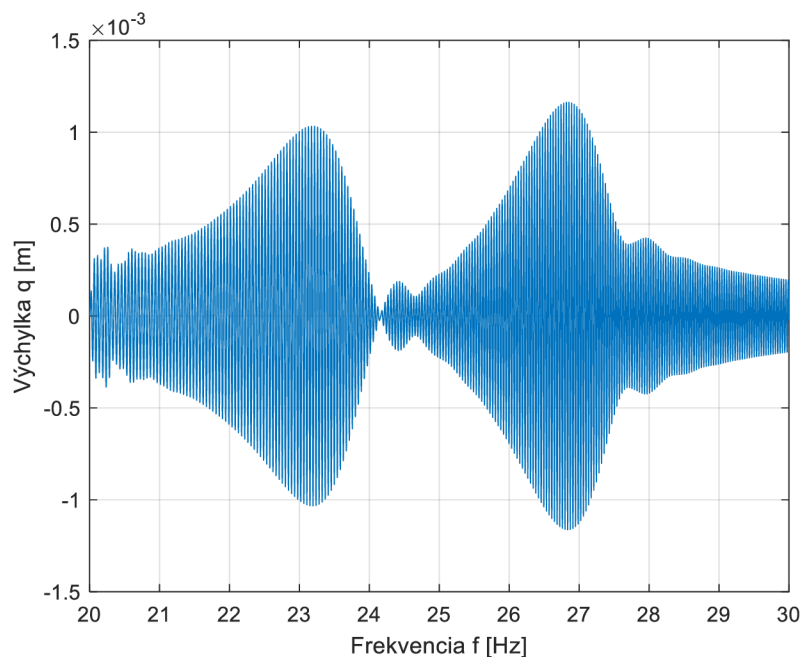
Obr. 31 - Elektromagnetický 2-DOF model generátoru.

Analogické odvodenie prvkov modelu znázornenom na Obr. 31 je opísané v Tab. 4. Mechanická časť modelu je zostavená podľa Obr. 26(b) a následne spojená s elektrickou časťou kde sa využili hodnoty filtračnej kapacity $C_z = 1900$ nF a odpor na záťaži $R_z = 415$ k Ω , aby bolo možné získať rovnakú rýchlosť telesa 1 pre 1-DOF model i 2-DOF model elektromagnetického generátoru. Sila F v budení činí 2,36 N. Táto sila predstavuje hodnotu pri ktorej sa dosiahne rýchlosti telesa 1 v 2-DOF modeli, ktorá odpovedá získanej rýchlosti 1-DOF modelu z Obr. 24. Pri elektromagnetickom 2-DOF modeli je potrebné kontrolovať hodnotu napätia na záťaži, aby nebolo príliš veľké, v opačnom prípade by bola veľká strata na cievke. Podobne ako pri piezoelektrickom 2-DOF generátoru, chirp signálom sa mení frekvencia od 20 Hz do 30 Hz.



Obr. 32 - Simulácia výchylky telesa 1 hmotnosti 50 kg elektromagnetického 2-DOF modelu.

Pri hmotnosti $m_1 = 0,5$ kg program Matlab vykresľuje zmenu výchylky telesa 1 do Obr. 33. Z neho je zrejmé utlmenie výchylky telesa 1 takmer na nulovú hodnotu a to pri hodnote frekvencie $f = 24,16$ Hz, teda veľmi blízkej hodnote rezonancie. Hltič frekvencie mal hmotnosť $m_2 = 0,01$ kg. Už pri hmotnosti telesa 1 $m_1 = 20$ kg sa začala prejavovať vlastná frekvencia hltiča na výchylke telesa 1.



Obr. 33 - Simulácia výchylky telesa 1 hmotnosti 0,5 kg elektromagnetického 2-DOF modelu.

9 Záver

V tejto práci sú s využitím analógií predstavené výsledky simulácií modelovaných piezoelektrických a elektromagnetických sústav s jedným a dvomi stupňami voľnosti. Pre zostrojenie týchto sústav sa využili pohybové rovnice i poznatky z dynamiky telies. S využitím programu Matlab boli vypočítané vstupné parametre pre model v programe Simulink a výsledné signály sa zobrazovali späť do programu Matlab. Z týchto signálov je možné určiť maximálny výkon piezoelektrického a elektromagnetického vibračného generátoru vhodnou kompatibilitou zadávaných vstupných parametrov. Výkon piezoelektrického 1-DOF modelu nám vyšiel $P = 3,751 \text{ mW}$ pri amplitúde budenia $Y = 5 \text{ m}$, a elektromagnetického 1-DOF modelu nám vyšiel výkon $P = 513 \text{ } \mu\text{W}$ pri amplitúde budenia $Y = 1 \text{ m}$.

Pri porovnávaní vplyvu hmotnosti a frekvencie na výchylke 2-DOF piezoelektrického a elektromagnetického vibračného generátoru sa zistilo, že čím viac sa hmotnosti oboch telies približujú rovnakej hodnote, tým viac tam pôsobí tzv. hltič vibrácií a výchylka telesa 1 je tlmená. Naopak pri stonásobnom rozdiel hmotností nepôsobil žiadny hltič vibrácií, z toho vyplýva, že sa zo sústavy mohol generovať žiadaný výkon.

Zberače energie majú veľký potenciál v budúcnosti z dôvodu sebestačnosti a premeny mechanickej energie zo zdrojov vibrácií na elektrickú energiu. V súčasnosti sa zberače energie využívajú v biomedicíne či automobilovom priemysle. Európska Únia momentálne kladie čoraz väčšie nároky na výrobcov automobilov v dôsledku čoho upriamujú výrobu na elektrické a hybridné automobily, kde by mali zberače energií mnoho využití, hlavne na ťažko dostupných miestach.

Z vlastného pohľadu hodnotím modelovanie sústav za dostatočné vzhľadom na získanú energiu z vibračných generátorov aj z dôvodu použitia prevzatých reálnych parametrov nameraných v laboratóriu pri piezoelektrickom modeli. Ďalej by sa dali analogickým pridávaním súčiastok rozšíriť riešené modely na viac stupňov voľnosti a tým získavať viac výkonu a energie zo sústavy.

Zoznam použitých zdrojov

- CHUDÝ, Martin, 2012. *Způsoby snižování mechanického chvění* [online]. B.m. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Dostupné z: https://digilib.k.utb.cz/bitstream/handle/10563/22444/chudý_2012_bp.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- DEN HARTOG, J. P., 1985. *Mechanical Vibrations* [online]. B.m.: Dover Publications. ISBN 978-0-486-64785-2. Dostupné z: <https://app.knovel.com/hotlink/pdf/rcid:kpMV000001/id:kt00AZTKZ1/mechanical-vibrations/kinematics-vibration?kpromoter=Summon>
- FRANC, Ladislav, 1963. Fyzikální rozbor hlavních elektromechanických analogií. *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica* [online]. **4**(1), 101–127. Dostupné z: <http://dml.cz/dmlcz/119806>
- FU, Boyang, Elena BLOKHINA, Diarmuid O'CONNELL, Orla FEELY a Ronan FRIZZELL, 2014. A wideband 2-DOF resonator for electromagnetic energy harvesting systems. In: *2014 21st IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS)* [online]. B.m.: IEEE, s. 878–881. ISBN 978-1-4799-4242-8. Dostupné z: [doi:10.1109/ICECS.2014.7050126](https://doi.org/10.1109/ICECS.2014.7050126)
- HADAS, Zdenek, Vojtech VETISKA, Jan VETISKA a Jiri KREJSA, 2016. Analysis and efficiency measurement of electromagnetic vibration energy harvesting system. *Microsystem Technologies* [online]. **22**(7), 1767–1779. Dostupné z: [doi:10.1007/s00542-016-2832-4](https://doi.org/10.1007/s00542-016-2832-4)
- HOUFEK, Lubomir, 2020. *Kmitání s jedním stupněm volnosti.pdf* [online]. Dostupné z: https://moodle.vutbr.cz/pluginfile.php/284283/mod_resource/content/1/Kmitání_s_jedním_stupněm_volnosti.pdf
- KANOUN, Oifa, 2019. *Energy Harvesting for Wireless Sensor Networks*. ISBN 9783110557121.
- KRATOCHVÍL, Ctirad, Lubomír HOUFEK, Martin HOUFEK a Petr KREJČÍ, 2006. *Využití elektroanalogie při analýze a modelování dynamických vlastností mechanických soustav* [online]. Dostupné z: http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/SimDSoust/kapitola_5.html
- MASON, W. P., 1941. Electrical and Mechanical Analogies. *Bell System Technical Journal* [online]. **20**(4), 405–414. ISSN 00058580. Dostupné z: [doi:10.1002/j.1538-7305.1941.tb03607.x](https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1941.tb03607.x)
- MILES, John, 1943. Applications and Limitations of Mechanical-Electrical Analogies, New and Old. *The Journal of the Acoustical Society of America* [online]. **14**(3), 183–192. ISSN 0001-4966. Dostupné z: [doi:10.1121/1.1916217](https://doi.org/10.1121/1.1916217)
- ONDROUCH, Jan a Jiří PODEŠVA, 2012. *Technické kmitání.pdf* [online]. Dostupné z: [doi:CZ.1.07/2.3.00/09.0147](https://doi.org/10.1072.3.00/09.0147)

- P.L, Regtien Paul, 2012. Sensors for Mechatronics. In: *Sensors for Mechatronics* [online]. B.m.: Elsevier, s. 219–239. ISBN 9780123914972. Dostupné z: <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpSM000031/sensors-mechatronics/sensors-mechatronics>
- PRIYA, Shashank a Daniel J. INMAN, ed., 2009. *Energy Harvesting Technologies* [online]. Boston, MA: Springer US. ISBN 978-0-387-76463-4. Dostupné z: doi:10.1007/978-0-387-76464-1
- RUBES, Ondrej, Martin BRABLC a Zdenek HADAS, 2018. Verified nonlinear model of piezoelectric energy harvester. *MATEC Web of Conferences* [online]. **211**, 05005. ISSN 2261-236X. Dostupné z: doi:10.1051/mateconf/201821105005
- RUSKOVÁ, Miroslava, 2018. *ELEKTROMAGNETICKÝ REZONÁTOR JAKO ZDROJ ELEKTRICKÉ ENERGIE NA ŽELEZNIČNÍ TRATI.pdf* [online]. B.m. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=174687
- ŠEJBL, Radim, 2006. *PHYSICAL ANALOGY IN DESCRIPTION OF CONTINUOUS SIMULATION MODELS THESIS S.pdf* [online]. B.m. University of Pardubice. Dostupné z: <https://dk.upce.cz/bitstream/handle/10195/16740/D16322.pdf?sequence=1>
- SHEVTSOV, Sergey a Shun Hsyung CHANG, 2016. *Modeling of vibration energy harvesting system with power PZT stack loaded on Li-Ion battery* [online]. 2016. ISSN 03603199. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijhydene.2016.03.183
- SMILEK, Jan a Zdenek HADAS, 2016. *A study of kinetic energy harvesting for biomedical application in the head area* [online]. 2016. ISSN 09467076. Dostupné z: doi:10.1007/s00542-015-2766-2
- SVOBODA, Lukáš, 2020. *MONITOROVÁNÍ DYNAMICKÝCH SOUSTAV S VYUŽITÍM PIEZOELEKTRICKÝCH SENZORŮ VIBRACÍ* [online]. B.m. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/195533>
- YUSUF, Simon Theophylus, Yatim Mohammed Abdul HALIM, Ahmad Saudi SAMOSIR a Musa ABDULKADIR, 2013. Mechanical energy harvesting devices for low frequency applications: Revisited. *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*. **8**(7), 504–512. ISSN 18196608.

Zoznam použitých skratiek, symbolov a veličín

E_p	[J]	Potenciálna mechanická energia
E_k	[J]	Kinetická energia
b	[Ns.m ⁻¹]	Tlmenie
k	[N.m ⁻¹]	Tuhosť
m	[kg]	Hmotnosť
Σ	[-]	Suma
q	[m]	Výchylka telesa
\dot{q}	[m.s ⁻¹]	Rýchlosť telesa
\ddot{q}	[m.s ⁻²]	Zrýchlenie telesa
t	[s]	Čas
\ddot{y}	[m.s ⁻²]	Zrýchlenie budenia
Y, y_0	[m]	Amplitúda budiaceho pohybu
$F(t)$	[N]	Kinematické budenie
ω	[rad.s ⁻¹]	Uhlová rýchlosť
ψ	[rad]	Fáza kmitavého pohybu
R	[Ω]	Elektrický odpor rezistora
L	[H]	Indukčnosť cievky
C	[F]	Kapacita kondenzátora
u_R	[V]	Napätie v rezistore
u_L	[V]	Napätie v cievke
u_C	[V]	Napätie v kondenzátore
i_R	[A]	Prúd v rezistore
i_L	[A]	Prúd v cievke
i_C	[A]	Prúd v kondenzátore
b_r	[-]	Pomerný útlm
Ω_0	[s ⁻¹]	Vlastná frekvencia netlmenej sústavy
T	[s]	Periódka kmitu
S	[-]	Pretvorenie
s^E	[Pa ⁻¹]	Elastická poddajnosť pri konštantnom elektrickom poli
T^*	[Pa]	Mechanické napätie
d	[m.V ⁻¹]	Piezoelektrická nábojová konštanta
E	[V.m ⁻¹]	Intenzita elektrického poľa
D	[C.m ⁻²]	Elektrická indukcia
\mathcal{E}^T	[F.m ⁻¹]	Permitivita materiálu pri konštantnom zaťažení
ε_r	[F.m ⁻¹]	Relatívna permitivita
ε_0	[F.m ⁻¹]	Permitivita vákua
n	[N.V ⁻¹]	Piezoelektrický coupling koeficient

W_M	[J]	Mechanická energia
W_E	[J]	Elektrická energia
C_{pe}	[F]	Kondenzátor piezoelektrických vrstiev
R_z	[Ω]	Zaťažový odpor
C_z	[F]	Filtračná kapacita
P	[W]	Výkon
f	[Hz]	Frekvencia
P_{el}	[W]	Elektrický výkon
P_{mech}	[W]	Mechanický výkon
η	[-]	Účinnosť
c_{FL}	[Wb.m ⁻¹]	Elektromagnetický coupling koeficient
N	[-]	Počet závitov
B	[T]	Magnetická indukcia
l	[m]	Dĺžka cievky
R_c	[Ω]	Odpor cievky
u_i	[V]	Indukované napätie
ρ_{Cu}	[Ω .m]	Rezistivita medi
l_v	[m]	Dĺžka vodiča
S	[m ²]	Obsah prierezu vodiča
E_D	[W]	Disipatívna funkcia
$F_1(t)$	[N]	Silové harmonické budenie
F	[N]	Sila
RLC		Elektrický obvod tvorený prvkami R, L, C
RC		Elektrický obvod tvorený prvkami R, C
DOF		Stupne voľnosti sústavy

Zoznam obrázkov a grafov

Obr. 1 - (a) Príklad dynamického systému v mechanike. (b) Uvoľnenie systému.	11
Obr. 2 - Sériovo zapojený RLC obvod.	12
Obr. 3 - Paralelne zapojený RLC obvod.	14
Obr. 4 - Mechanická analógia v programe Simulink.	17
Obr. 5 - Napäťová analógia v Simulink SimScape.	18
Obr. 6 - Prúdová analógia v Simulink SimScape.	18
Obr. 7 - Výstupné signály riešených analógií v rezonancii a mimo rezonancie.	19
Obr. 8 - Systém vibračného získavania energie.	22
Obr. 9 - Piezoelektrický model opísaný diferenciálnymi rovnicami.	24
Obr. 10 - Ekvivalentný obvod piezoelektrického modelu nosníku.	25
Obr. 11 - Ekvivalentný obvod piezoelektrického nosníku v Simulinku.	25
Obr. 12 - Výsledné signály piezoelektrických modelov.	26
Obr. 13 - Graf závislosti výkonu P od zmeny hodnôt záťažového odporu R_z a frekvencie f	26
Obr. 14 - Ekvivalentný obvod piezoelektrického modelu nosníku s usmerňovačom. ...	27
Obr. 15 - Ekvivalentný obvod piezoelektrického nosníku modelovaného v Simulinku.	27
Obr. 16 - Graf závislosti výkonu P od filtračnej kapacity C_z a záťažového odporu R_z	28
Obr. 17 - Schéma elektrickej časti elektromagnetického generátoru.	29
Obr. 18 - Mechanický model elektromagnetického rezonátoru v Simulink.	30
Obr. 19 - Ekvivalentný model elektromagnetického vibračného generátoru.	30
Obr. 20 - Ekvivalentný model elektromagnetického vibračného generátoru v Simulinku	31
Obr. 21 - Graf závislosti výkonu P od odporu na záťaži R_z	31
Obr. 22 - Výsledné signály elektromagnetických modelov.	32
Obr. 23 - Model elektromagnetického vibračného generátoru s usmerňovačom.	32
Obr. 24 - Elektromagnetický vibračný generátor s usmerňovačom v Simulinku.	33
Obr. 25 - Graf závislosti výkonu P od filtračnej kapacity C_z a odporu na záťaži R_z	33
Obr. 26 - (a) Mechanická analógia 2-DOF rezonátoru. (b) Prúdová analógia 2-DOF rezonátoru. (c) Napäťová analógia 2-DOF rezonátoru.	34
Obr. 27 - Mechanický model 2-DOF rezonátoru.	36
Obr. 28 - Piezoelektrický 2-DOF model generátoru.	37
Obr. 29 - Simulácia výchylky telesa 1 hmotnosti 50 kg piezoelektrického 2-DOF modelu.	38
Obr. 30 - Simulácia výchylky telesa 1 hmotnosti 0,5 kg piezoelektrického 2-DOF modelu.	38
Obr. 31 - Elektromagnetický 2-DOF model generátoru.	39
Obr. 32 - Simulácia výchylky telesa 1 hmotnosti 50 kg elektromagnetického 2-DOF modelu.	40
Obr. 33 - Simulácia výchylky telesa 1 hmotnosti 0,5 kg elektromagnetického 2-DOF modelu.	40

Zoznam tabuliek

Tab. 1 - Jednotlivé analógie riešenej sústavy.	15
Tab. 2 - Elektromechanická analógia z hľadiska parametrov sústavy.....	15
Tab. 3 - Elektromechanická analógia z hľadiska stavových veličín.....	16
Tab. 4 - Analógia 2-DOF modelov.....	35
Tab. 5 - Zadané a vypočítané hodnoty parametrov 2-DOF modelu.	36