

Univerzita Hradec Králové

Přírodovědecká fakulta

Různé podmínky vyučování matematice metodou Hejného na základních školách

Diplomová práce

Autor: Bc. Jitka Manželová
Studijní program: K-ZS1
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy
Vedoucí práce: PhDr. Jana Cachová, Ph.D.

Hradec Králové

2019

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, z kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne

11. 6. 2019

Poděkování

Ráda bych poděkovala mé vedoucí práce za vedení, zájem, připomínky a čas, který mi věnovala. Dále bych chtěla poděkovat zaměstnancům všech základních škol, ve kterých jsem měla možnost provést výzkum do mé diplomové práce. V neposlední řadě bych také ráda poděkovala mé rodině a blízkým přátelům za pomoc a podporu během studia.



Zadání diplomové práce

Autor:	Bc. Jitka Manželová
Studium:	P14K0163
Studijní program:	M7503 Učitelství pro základní školy
Studijní obor:	Učitelství pro 1. stupeň základní školy
Název diplomové práce:	Různé podmínky vyučování matematice metodou Hejného na základních školách
Název diplomové práce AJ:	Assessment of teaching of mathematics using Hejny method under various conditions at primary schools

Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Cílem diplomové práce je porovnat podmínky, které poskytují základní školy žákům vyučovaným metodou Hejného. Za tímto účelem jsou sledovány tři základní školy, které vyučují matematiku Hejného v odlišných podmínkách, sice základní škola, která vyučuje Hejného matematiku na prvním i druhém stupni, základní škola, která s metodou Hejného začíná v jedné třídě prvního ročníku, a také základní škola, kde touto metodou pracují v zájmovém kroužku. V prvním případě je pozorování zaměřeno na přechod dětí z prvního stupně na druhý a na úspěšnost žáků v přijímacích zkouškách na střední školy oproti školám s tradiční výukou matematiky. V případě druhé školy jsou děti průběžně sledovány, prostřednictvím pedagogického deníku jsou o jejich práci v matematice vedeny podrobné záznamy (stejně tomu je i v paralelní třídě, která se učí tradiční metodou). Studijní výsledky žáků obou tříd budou porovnány na základě testu, který je v rámci diplomové práce za tímto účelem sestaven. V případě poslední školy je u skupiny žáků z kroužku vedeného metodou Hejného sledováno, nakolik se způsob práce projeví u jednotlivých žáků nejen při práci v kroužku, ale i v běžné hodině matematiky.

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. Dítě, škola matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování. Praha: Portál, 2001/2009. Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N. (Eds.) Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky 1 a 2. Praha: PedF UK, 2004. Hejný, M., Jírotková, D., Slezáková, J. Učebnice matematiky pro 1. ročník ZŠ. Plzeň: Fraus, 2007. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J., Michnová, J. Matematika pro 3. ročník základní školy, učebnice. Plzeň: Fraus, 2009. Rendl, M., Vondrová, N. a kol. Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů. Praha: Univerzita Karlova - PedF, 2013.

Garantující pracoviště:	Katedra matematiky, Přírodovědecká fakulta
Vedoucí práce:	PhDr. Jana Cachová, Ph.D.
Oponent:	Ing. Mgr. Eva Trojovská
Datum zadání závěrečné práce:	5.1.2018

Anotace

MANŽELOVÁ, Jitka. Různé podmínky vyučování matematice metodou Hejného na základních školách. [Diplomová práce]. Hradec Králové: Přírodovědecká fakulta Univerzity Hradec Králové, 2019. 66 s.

Diplomová práce se zabývá Hejného matematikou na základních školách. Zaměřuje se na její výuku, porovnání podmínek během vyučování a srovnání s tradiční matematikou. Výzkum znalostí žáků základních škol je součástí diplomové práce.

Klíčová slova

Transmisivní, automatizace, motivace, abstrakce, APOS, VOBS

Annotation

MANŽELOVÁ, Jitka. Assesment of teaching of mathematics using Hejny method under various conditions at primary school. [Diploma Thesis]. Hradec Králové: Faculty of Natural Science, University of Hradec Králové, 2019. 66pp.

The diploma thesis deals with Hejny mathematics at primary schools. Focus on her teaching, complement the conditions during teaching and comparison with traditional mathematics. The research of the knowledge of elementary school pupils is part of the thesis.

Key words

Transmissive, automation, motivation, abstraction, APOS, VOBS

OBSAH

ÚVOD.....	7
1 TEORETICKÁ ČÁST	8
1.1 Pohled do historie jako inspirace Hejného matematiky	8
1.2 Matematické poznání.....	10
1.2.1 Motivace	11
1.2.2 Hladina separovaných modelů	12
1.2.3 Generický model.....	12
1.2.4 Abstraktní poznání	12
1.2.5 Krystalizace	13
1.2.6 Automatizace	13
1.2.7 Schéma	14
1.3 Metoda profesora Hejného	15
1.3.1 Zásady výuky	17
1.3.2 Principy výuky	18
1.3.3 Role učitele	21
1.3.4 Sociální klima třídy.....	27
1.3.5 Prostředí.....	28
1.4 Podmínky pro aplikaci Hejného metody v praxi.....	34
1.4.1 Materiální podmínky	34
1.4.2 Personální podmínky	37
2 PRAKTICKÁ ČÁST	38
2.1 Cíle praktické části.....	38
2.2 Zpracování výzkumného materiálu	38
2.2.1 Vyhodnocení dotazníků:.....	39
2.3 Metody a organizace výzkumné práce	47
2.3.1 Rozhovor s vedoucími pracovníky škol.....	48
2.3.2 Porovnávání výsledků vzdělávání.....	52
2.3.3 Pozorování podmínek v praxi	56
2.4 Závěr praktické části.....	58
ZÁVĚR.....	60
SEZNAM LITERATURY	62
SEZNAM PRAMENŮ.....	63
PŘÍLOHY	65

ÚVOD

Matematika je stará jako lidstvo samo. Svět kolem nás je plný matematiky, využíváme ji v každodenním světě a setkat se s ní můžeme na každém kroku. Matematika je matkou všech dalších technických i humanitních oborů a neexistuje na světě nikdo, kdo by s matematikou nepřišel během svého života do styku. Proto je třeba již děti v útlém věku připravovat na to, že matematiky není třeba se bát.

Předkládaná diplomová práce, která se výukou matematiky zabývá, je rozdělena do dvou částí. Teoretická část práce má za úkol přiblížit v současné době nejdiskutovanější metodu výuky matematiky na základních školách – metodu pana profesora Milana Hejného. Jde o netradiční způsob výuky matematiky, který v posledních letech opouští půdu alternativního školství a individuálního vzdělávání a začíná se zabydlovat i ve školství tradičním. Velmi zjednodušeně můžeme říci, že žák v rámci této metody objevuje svět matematiky sám a z kroku, který ho nutí posunovat se ve svém (nejen) matematickém poznávání dál, má radost. Metoda má využívat obvyklé zvědavosti dětí, jejich přirozené hravosti a snahy o pochopení souvislostí. Aktivně do řešení úloh zapojuje všechny žáky a probouzí v nich chuť a zájem o další objevování matematiky. Teoretická část diplomové práce si klade za cíl předložit komplexní pohled na výše zmíněnou metodu v porovnání s běžnou výukou matematiky na základní škole, nastínit klíčové principy metody a seznámit čtenáře s didaktickými prostředími, která jsou ve výuce využívána. Dílčím úkolem je přiblížit smysl metody profesora Hejného a nastínit možnost, jak si k tomuto netradičnímu pojetí vzdělávání matematiky najít cestu.

Druhá, praktická část diplomové práce, předkládá dva kvantitativní výzkumy, které velmi úzce souvisí s výukou matematiky na základních školách, a zaměřuje se na jejich vyhodnocení.

1 TEORETICKÁ ČÁST

1.1 Pohled do historie jako inspirace Hejného matematiky

Matematika provází lidstvo od nepaměti a matematika jako taková stále prochází nezadržitelným vývojem. Vyvíjela se ruku v ruce s civilizací a vznikala na základě skutečného života, neboť pomáhala lidem řešit jejich každodenní problémy. Ve slovníku nakladatelství Academia z roku 1981 je pojem matematika vykládán jako: „věda o prostorových a kvantitativních vztazích reálného světa. Pomocí abstraktních matematických prostředků lze formulovat, hledat a systematizovat obecné zákonitosti tohoto světa. Matematika patří k nejstarším vědám.“ (Potůček, 2003).

Jiří Potůček ve svých publikacích Historie matematiky pro učitele I a II (Potůček, 2003) vychází z periodizace dějin matematiky ruského matematika A. N. Kolmogorova a dělí vývoj matematiky do čtyř hlavních etap.

První etapou je doba prehistorická, doba starověkého Egypta a Mezopotámie. Jde o období od počátku kultur do 6. století před Kristem. Z této etapy vývoje se dochovalo minimum písemných dokladů. Historikové mohou vycházet pouze z vedlejších dochovaných zdrojů – tedy z dobových nálezů, které jistou vazbu na matematiku vykazují, nebo z pozorování kmenů, které jsou na takovém stupni vývoje, že je možné je k prehistorickým či starověkým civilizacím připodobnit. Kolmogorov toto první období v rámci základní periodizace dějin matematiky nazývá „Tvorbou elementárních matematických pojmů“ a jeho vrcholem byly první školy starověkého Řecka zaměřené na matematiku a filosofii. Tuto etapu můžeme s čistým svědomím nazývat základním stavebním kamenem matematiky, neboť právě zde dochází k vytváření pojmu číslo a k zavádění a používání základních matematických operací sčítání, odčítání, násobení a dělení. V tomto období také narážíme na základní vědomosti z geometrie a jejich využívání zejména při stavbách vodních děl a při stavbách pyramid.

Matematika konstantních veličin je druhým obdobím a zahrnujeme ho do časového rozmezí od 6. století před naším letopočtem do 16. století našeho letopočtu. Toto období můžeme rozdělit na několik etap. Mezi nejdůležitější patří již zmíněný vznik řeckých antických škol a jejich další rozvoj, následuje období římské antiky, indická či čínská matematika a matematika po zániku Západořímské říše.

Třetí období je datováno od 17. století do začátku 19. století a jde o etapu velikého rozkvětu matematické analýzy. Mluvíme o matematice proměnných veličin. V tomto období vznikaly základy diferenciálního a integrálního počtu a již zmíněné matematické analýzy.

Posledním obdobím je matematika zobecněných prostorových a kvantitativních vztahů (od poloviny 19. století do současnosti) a setkáváme se zde s pojmy algebra, neeukleidovská geometrie, axiomatizace či statistika atd. (Potůček, 2003).

M. Mareš popisuje pro laika srozumitelnějším jazykem vývoj matematiky v knize Příběhy matematiky (Mareš, 2011). Jeho výklad v kombinaci s výše zmíněnou periodizací je možné využít jako úvod pro matematickou práci v životě žáka základní školy. Mareš mimo jiné ve své knize říká, že již v pravěku existoval směnný obchod a postupem času se matematika začala obohacovat o čísla a vzorce. První jednoznačné písemné doklady o počátcích matematiky vznikly v povodí řek Eufkrat a Tigris, zhruba na území dnešního Iráku. Například doba, kdy byla matematika nazývána naukou o číslech, spadá do starého Egypta a Babylonu. Z egyptské historie také vychází zlomky. Egyptané uměli sčítat i násobit, zvládli to, čemu se dnes v základní škole říká „přechod přes desítku“. (Mareš, M., 2011).

Typickým příkladem, který Egyptané řešili, bylo spravedlivé rozdělení chlebů. Konkrétně jak rozdělit m chlebů mezi n lidí. Tento výrok dnes lze zapsat zlomkem m/n . Egyptští písaři vyjadřovali zlomky jako součet různých kmenových zlomků. Hejný ve své literatuře poukazuje na to, že bez znalosti a představy kmenových zlomků nelze dosáhnout úspěchu v této problematice (Hejný, 2014).

Za pozornost určitě stojí také historie indické matematiky.

„Indická matematika už byla od evropské geograficky trochu dál, při zprostředkování arabskými učiteli však ovlivnila naše počítání víc, než jsme si často ochotni připustit. Podobně jako ve středověké Evropě i v Indii byla matematika těsně spojena s astronomií, měla proti evropské ale jednu přednost. Zatímco evropští matematici a vědci vůbec žili z odkazu antiky, přesněji z jeho zlomků, které se zachovaly, Indové v matematice pokračovali a přicházeli s novými (a velmi zásadními) nápady. Jedním z nich byla nula. Ještě jedna vlastnost se indickým matematikům nedá upřít. Byli, samozřejmě, teoretici a nevyhýbali se někdy až překvapivě odvážným pojmům (třeba se vážně pokoušeli o zvládnutí pojmu nekonečna). Přesto se dost důsledně snažili, aby jejich úvahy do něčeho užitečného vyústily, kdyby to měla být třeba i obecná metoda výpočtu nebo rada, jak s některými pojmy zacházet. Nakonec i jejich číslice byly důležité hlavně svou užitečností pro praktické počítání (Mareš, M., 2011, str. 92).“

Hejný se historií matematiky nechal z velké části inspirovat a v některých jeho prostředích lze najít odkaz z dob minulých. Zavedl matematické prostředí nazvané Indické násobení, které dětem ve škole pomáhá s násobením čísel, nebo Egyptské dělení chlebů.

Jak tedy vyplývá z krátkého pohledu do historie, matematika je věda, která se neustále vyvíjí. Je to proces bohatý na objevování a poznávání nového.

A právě poznávání, na které bylo v historickém kontextu nahlíženo v předchozí pasáži, je z určitého úhlu pohledu obsahem a zároveň i formou hodin matematiky ve

školním pojetí. Školní matematika je také proces plný objevování, na jehož cestě za poznáním je hlavním průvodcem učitel, který žákovi předkládá úlohy tak, aby při konstrukci svého matematického poznání rekonstruoval celý proces vznikání. Žák tedy při řešení problematických úloh opakovaně použije proces matematického poznání. Především v Hejného matematice bývá tento proces beze zbytku naplňován (podrobně viz. Kvasz, L., 2016).

Žák v podstatě musí za velice krátký časový úsek projít a vstřebat několik vývojových období, přičemž lidstvu to trvalo několik stovek let.

Matematickému poznávání se věnuje samostatná kapitola.

1.2 Matematické poznání

„Matematické poznání člověka má dvě rozsáhlé oblasti, které pokrývají většinu tohoto teritoria lidského intelektu: obsah a schopnosti“ (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004, str. 24).

„Škola si myslí, že vím jen to, co jsem se naučil. Omyl. Umím to, co jsem zažil“ (Hejný, H-mat, 2019).

Poznatky lze podle Hejného roztrdit do čtyř skupin:

- 1) objekty, které jsou základními stavebními kameny, a patří sem např. kružnice, trojúhelník, zlomek, celé číslo aj.;
- 2) vztahy, které lze dělit na tvrzení (např. Pythagorova věta) a na vzorce (např. vzorec pro výpočet obsahu trojúhelníku);
- 3) postupy neboli poznatky - patří sem např. návody na realizaci a řešení;
- 4) schémata, která vznikají ve vědomí člověka na základě několikanásobně opakované zkušenosti.

Nikdy nelze přesně vymezit, zda určitý poznatek spadá do jedné z výše uvedených skupin. Existuje zde jakási provázanost celým schématem a jednou můžeme na poznatek nahlížet jako na postup a jindy jako na vztah. Důležitá je ale vždy kvalita poznatku a jeho provázanost na další poznatky a životní zkušenosti člověka (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

„Svět člověka je svět pojmů a vztahů. Pro utváření pojmů je charakteristické rozlišování objektů mezi sebou na straně jedné a jejich shrnování do skupin na straně druhé. Tento proces probíhá jak individuálně, např. u dítěte na samém prahu jeho života, tak i ve společnosti, ve vědě. Utváření pojmů má tak charakter konstrukce množin. Vztahům mezi prvky souborů odpovídají relace. Množiny, relace a explicitně formulované jejich vlastnosti vedou k pojmu struktura, jednomu z významných pojmů kultury dvacátého století“ (Kuřina, 2012, str. 61).

Existují dva způsoby, kterými lze nahlížet na strukturu matematiky: kumulativní a genetický. Kumulativní způsob se hodně přibližuje transmisivnímu způsobu vyučování. Předpokládá, že se jednotlivé poznatky našeho vědomí ukládají jako izolovaná fakta. Ta se později spojí do nového celku s vyšším stupněm poznání. Prosažuje, že je nutné do žáka vložit co nejvíce konkrétních poznatků, co si žák bude pamatovat, musí být přesné a bezchybné. V žádném případě nesmí být poznatky, s kterými žák pracuje, výsledkem jeho spekulací, učitel matematiku žákovi představuje jako dokonalou.

„Genetický způsob narůstání kognitivní struktury předpokládá, že jednotlivé poznatky se tvoří jen postupně a v průběhu svého formování se navzájem propojují vazbami funkčnosti, časové následnosti, logické závislosti, důležitosti,...a vytvářejí strukturu. Ta se neustále variuje, dotváří a upravuje. Neúspěšné cesty za poznáním jsou stejně důležité jako ty úspěšné, protože bez poznání, které přináší analýza chyby, nelze dojít k poznání pravdy. Zvláště důležité jsou situace, kdy v důsledku zásadně nového pohledu na určitou oblast poznatků v ní dochází k restrukturaaci. Podle našeho názoru jsou restrukturaace pro zdravý vývoj kognice nezbytné. Dokonce soudíme, že kvalitu matematického poznání žáka do značné míry určuje počet žákem uskutečněných restrukturaací“ (Hejný, Novotná, Stehlíková, str. 27, 2004).

1.2.1 Motivace

Pro získávání poznatkových struktur ve vzdělávacím procesu u jednotlivých žáků hraje významnou roli motivace. Pokud žák není motivován, pak se nechce učit, nemá zájem o učení, a tudíž si tak nevybuduje žádnou poznatkovou strukturu. Motivace je úspěšným startem k učení.

Dítě samo o sobě je velice zvědavé. Zajímá ho okolní svět. A věci kolem něho. Chce jej poznávat, a pokud se jeho zájmy neuspokojí hned, obrátí svou pozornost jinam a jeho počáteční potřeba poznání zůstane nenaplněna. Proto je motivace žáka k poznání nového žádána, a to i v matematice. V tradiční metodě se však stává, že je pro žáka ve škole hlavní motivací získání dobré známky, zalíbení se učiteli, nebo snaha udělat radost mamince. Jen část žáků je motivována vnitřní potřebou poznávat nové. Úspěch a aplikace patří mezi důležité faktory motivace. Učitel může žáka v hodinách matematiky motivovat různými konstrukčními úlohami, již mají různou obtížnost (Hejný, Kuřina, 2009).

V hodinách, které jsem v rámci svého výzkumu měla možnost navštívit, jsem se často setkala s tím, že učitelka konstrukční úlohy nižší obtížnosti využívala jako motivaci pro další posun žáků v této oblasti. Například v hodině matematiky ve druhém ročníku stavěli žáci zeď z daného počtu krychlí. Vzhledem k omezenému počtu krychlí však mohli postavit pouze část jimi navrženého domku. Někteří žáci se s vervou pustili do samostatného modelování krychlí z modelovací hmoty – museli nejprve zjistit, co mají všechny krychle společného, kolik stěn mají, kolik vrcholů atd. a pak se pustili do modelování dalšího „stavebního“ materiálu, který mohli dále použít při stavbě.

1.2.2 Hladina separovaných modelů

Další důležitou složkou v poznávacím procesu je hladina separovaných modelů. Jedná se o postupné nabývání zkušeností. Žákovo výsledné poznání bude pevnější, pokud pozná více různorodých modelů. Model překvapivý je takový, který vypadá, že modelem není a zároveň i takový, jehož existenci jsme nepředpokládali. Například čísla, která se tváří jako zlomek, ale jsou to vlastně čísla celá, nebo jako iracionální, ale ve skutečnosti to jsou čísla racionální. Zdánlivý model se jako model jevit může, ale modelem není. A ne-model je takový jev, který znázorňuje doplněk zkoumaného objektu. Zjednodušeně řečeno ukáže i opak daného modelu (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

Postupně dojde u strukturovaných modelů ve vědomí člověka k seskupení, strukturační a hlubšímu vhledu do dosavadního poznání. Za krátký časový interval tak vznikne generický model.

1.2.3 Generický model

Generický model je vzorem všech nebo skupiny separovaných modelů. V jisté etapě poznávacího procesu se může objevit více generických modelů, a proto je důležité jejich vzájemné uspořádání. Generickým modelem mohou být prsty a počítadlo (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

„Prsty běžně slouží jako univerzální model pro první početní poznatky. Žák, který si vzor „prsty“ osvojil v několika situacích, jej může pomoci jiných, dosud nepoznaných situací oživit jako univerzální model. Někdy stačí jediné takové oživení na jednom příkladu a to pak následně oživí sérii situací, které byly dosud pouze osvojeny. K oživování může docházet postupně, když se objeví složitější situace, tvořené spojením dvou nebo několika situací elementárních“ (Hejný, Kuřina, 2009, str. 133-135).

1.2.4 Abstraktní poznání

„Abstrakce: nekonečně dimenzionální prostory, přenos geometrických pojmů do dalších oblastí“ (Kuřina, 2016, str. 39).

Abstraktní poznání je opřeno o jazyk a symboliku. Pokud dítě počítá na prstech, má to pro něj předmětný charakter, stejně jako auta, jablka nebo židle. Jakmile však začne chápat slovo „tři“, anebo porozumí znaku „3“, pak znalost tohoto objektu je nejen předmětná, ale i abstraktní (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

Abstraktním poznatkem pro žáka na prvním stupni základní školy je rovnost $2 + 3 = 5$. Vytváření takových abstrakcí napomáhá žákům k porozumění obtížnějším matematickým jevům ve vyšších ročnících. Takový poznatek se později může stát buď univerzálním, nebo izolovaným modelem jiného poznávacího procesu. Kterým modelem se stane, závisí na jeho roli v poznávacím procesu a v poznatkové struktuře člověka. Matematika je tedy především o objevech, náhlém uzření nového. Od žáků

se neočekává objevení nových matematických myšlenek, ale pochopení toho, jaký je vlastně princip. Objev je vlastně nejdůležitější přínos procesu poznání. Ten, kdo nemá s objevováním osobní zkušenost a nepoznal vzrušení takzvaného aha okamžiku, nemá tušení, co je podstatou matematického myšlení. Takový člověk by neměl být učitelem (Hejný, Kuřina, 2009).

Pojmy abstrakce a zobecnění jsou nazývány jako abstrakční zdvihy. Zobecnění dává vznik univerzálnímu modelu a dál vede k nárůstu izolovaných modelů. Abstrakce je výsledkem oprostění se od předmětných představ (Hejný, Kuřina, 2009).

Všechny tři výše uvedené pojmy patří do jazyka didaktiky matematiky. Kuřina ve své knize charakterizuje didaktiku matematiky pomocí slov Hejného takto: „*Didaktickým matematickým prostředkem rozumíme takový soubor vzájemně propojených pojmů, vztahů, procesů a situací, který dovoluje tvořit úlohy:*

- *umožňující žákům odhalovat hluboké matematické myšlenky;*
- *obdařené silným motivačním potenciálem;*
- *přiměřené žákům;*
- *s nastavitelnou obtížností.“ (Kuřina, 2016, str. 51).*

Kuřina dále uvádí, že i když se slova Hejného nedají brát přímo jako definice v matematickém smyslu, přiklání se k názoru, že se jedná o didaktický jev, jež nazývá didaktickým modelem. Za modely lze považovat příklady, které uvádí Hejný, jako je Krokování, Schody, Autobus, Součtové trojúhelníky, Algebrogramy, Čtverečkovaný papír, Síť krychle a další prostředí (Kuřina, 2016).

1.2.5 Krystalizace

„Každý nový mentální krok, podílející se na vytváření nového abstraktního poznatku, se okamžitě stává součástí celé poznatkové struktury a vstupuje do krystalizace“ (Hejný, Kuřina, 2009, str. 137).

Mnoho poznatků, které si žák buduje při poznávacím procesu, nemá konečný tvar a dotváří se v procesu krystalizace. Určité typy krystalizace vedou k restrukturalizaci části kognitivní struktury. Objevení záporných čísel strukturu nejen rozšiřuje, ale mění i některé situace. Výraz $3 - 5 + 4$ je pro žáka beze smyslu, v případě že nezná záporná čísla, a proto je pro něj operace $3 - 5$ naprosto neuskutečnitelná. Jakmile ale objeví záporná čísla, uvedený výraz se pro něj stává legitimním (Hejný, Kuřina, 2009).

1.2.6 Automatizace

Proces automatizace do poznávacího procesu náleží a ve vyučování hraje důležitou roli, bohužel však často negativní. Jedná se totiž často o dril již známého. A to je z hlediska didaktického nežádoucí vliv (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004). Ne vždy však musí být automatizace rovna drilu.

V souvislosti s automatizací je častým předmětem diskusí výuka násobilky na 1. stupni základní školy. Dle mého názoru jsou výsledkem obou metod, jak tradičního drilu, tak metody Hejného, zautomatizované spoje. Uvědomme si zde, že při přijímacím řízení na osmiletá gymnázia, kdy je žák limitován časem a kde není prostor pro vyvozování výsledků nebo použití didaktické pomůcky, tak je dobré, pokud může využít zautomatizované spoje.

1.2.7 Schéma

Existuje několik variant chápání tohoto pojmu. Pojem schéma v didaktice matematiky nejvíce využívá teorie APOS (Hejný, 2014).

„Zkratka APOS ukazuje na čtyři etapy poznávacího procesu: Akce, Proces, Objekt Schéma. Teorie APOS, jak uvádějí autoři, vznikla v návaznosti na Piagetovu teorii reflektivní abstrakce, která propojuje mechanismus abstrakčního zdvihu (projekce toho, co bylo vytvořeno na nižší úrovni, na úroveň vyšší) a reflexe, která rekonstruuje a reorganizuje to, co bylo projektováno“ (Hejný, 2014, str. 84).

Teorie APOS je především přiřazována do vysokoškolské matematiky, ale některé pochody této teorie jsou sugestivní i pro matematiku 1. stupně základní školy. V poznávacím procesu žáka prvního stupně lze tuto teorii demonstrovat tak, že žák, který je vyzván k operaci sčítání, vezme své prsty jako objekty a dělá na nich transformaci. Jeho činnost s prsty včetně pohybů v hlavě je akcí. Ta je reflektována vědomím a častým opakováním činnosti se ve vědomí vytvoří proces, který následně umožní realizovat akci sčítání ve vědomí bez opory prstů. Díky tomu se konstruuje objekt, jinak řečeno představa o operaci jako o jednom celku. Objekt, který se v hlavě žáka uložil, tam není izolovaný. Je tam spolu s dalšími objekty v mentálním prostoru. Ten můžeme pojmenovat schéma.

Hlavním rozdílem mezi teorií APOS a matematikou Hejného je, že APOS předpokládá budování strukturálních znalostí matematiky a matematika Hejného se zaměřuje spíše na intuitivní otevírání světa matematiky. Postupně se tak vytváří pojmy operace, číslo, transformace. Ovšem teorie APOS pracuje s tím, že tyto pojmy jsou již definovány. Přesto tato teorie má v didaktice matematiky důležité místo (Hejný, 2014).

V hodinách, které jsem v rámci přípravy své diplomové práce měla možnost navštívit, bylo velmi zajímavé sledovat, jak žáci samostatně využívají právě pomůcky, na kterých sami sobě demonstrují jednotlivé zadané úlohy. Chlapci v této konkrétní třídě velmi často využívali kostky, krokovací pásy, geoboardy, papírový metr a násobilkovou tabulku. Dívky dávaly přednost puntíkům a PET víčkům či počítadlům. Nejsem si jistá, zda šlo o náhodný výběr či o to, že jsou chlapci více technicky zaměřeni, v každém případě právě u této třídy byl rozdíl ve výběru pomůcek velmi patrný.

Z rozhovoru s jednou z učitelek, které se věnují výuce matematiky podle profesora Hejného, vypsaly dvě pozoruhodné a pro praxi velmi využitelné informace, které souvisí právě s výběrem pomůcek pro vlastní objevování matematického světa. První z nich je velká preference mincí, neboť žáci ve školním věku často pomáhají s nakupováním svým rodičům a samostatné zajišťování nákupů patří ke každodenním aktivitám, proto mince žáci nevnímají jako školní pomůcku, ale běžnou součástí okolního světa. Zároveň se tak učí rozvoji finanční gramotnosti. Na druhou stranu patří mezi nejméně oblíbené pomůcky číselné osy, dle mého proto, že jde stále o velmi abstraktní záležitost.

Schémata se v mysli člověka utváří díky každodenním aktivitám v určitém prostředí, která mohou být dále použita ke konstrukci správné odpovědi. Většina znalostí se ukládá do schémat. Ve vyučování metodou Hejného jsou schémata využívána právě proto, že lidský mozek je schopen zaznamenávat a organizovat každodenní zkušenosti do schémat (Málková, 2014). Tento typ výuky bývá nazýván jako VOBS – vyučování orientované na budování schémat.

„Metoda VOBS stojí na dvou pilířích: na učiteli a na učivu uchopeném do sítí úloh vložených do didaktických prostředí“ (Hejný, 2014, str. 121).

Kuřina uvádí, že schéma může být nápomocné člověku při procesu poznávání a porozumění. Matematika Hejného, jak dále ve své literatuře Kuřina uvádí, se orientuje právě na budování schémat (Kuřina, 2016).

Jakmile má žák utvořené schéma, začne se posunovat ke struktuře. Žákovou hlavní úlohou je najít výsledek úlohy, zkoumat, proč to nebo ono pravidlo platí, a hledat argumenty. Dochází tedy k procesu strukturace, který se vyvíjí až roky a v různých oblastech matematiky je odlišně rozvinutý (Hejný, 2014).

1.3 Metoda profesora Hejného

„Pokrok může jít vpřed, jen když budeme kriticky hodnotit i to nejlepší, co nám zanechali naši předci. Když tak nečiníme, odmítáme brát na sebe odpovědnost za budoucnost.“

Milan Hejný, H-mat, 2019

„Škola si myslí, že vím jen to, co jsem se naučil. Omyl. Umím to, co jsem zažil.“

Milan Hejný, H-mat, 2019

Dle informace uvedené na stránkách H-matu (H-mat, 2019) je v současné době 750 základních škol v České republice, které vyučují dle metody profesora Hejného. Které školy to jsou, lze zjistit na stále aktualizované mapě na webových stránkách.

Hejného metoda má kořeny už u otce profesora Hejného. Vít Hejný chtěl zjistit důvod, proč jeho žáci nechtějí pochopit matematické problémy a řešit je vlastním rozumem, ale raději si pamatují vzorečky a nad samotným problémem v podstatě nepřemýšlí. Svě experimentování započal tak, že žákům a svému synovi dával nestandardní matematické úlohy. Bohužel však byl z politických důvodů ve svém výzkumu zastaven (H-mat, 2019).

V jeho stopách se rozhodl pokračovat jeho syn – tedy profesor Milan Hejný. Milan Hejný se narodil v roce 1936 v Martině na Slovensku. Díky otcovým zajímavým úlohám, které v dětství dostával, si k matematice vybudoval kladný vztah. I přesto, že ve škole ji neměl rád a měl spíše horší známky. A tak se vlastně díky otci stala matematika součástí Hejného života.

Prof. RNDr. Milan Hejný, CSc. vystudoval Matematicko-fyzikální fakultu Univerzity Karlovy v Praze. Po jejím absolvování začal působit na ČVUT v Praze a později na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze, kde je dodnes. Mezitím však ještě pracoval v Žilině a v Bratislavě. Sám osobně začal matematiku experimentálně vyučovat již v letech 1975-79, a to v ZŠ v Bratislavě. Vedle výuky na vysoké škole vede výzkumný tým, se kterým založil školu didaktiky matematiky. Díky výzkumné práci vypracoval teorii generického modelu. Ta popisuje mechanismus poznávacího procesu, čímž umožňuje učiteli nebo výzkumníkovi diagnostikovat deformované matematické představy žáka a dává podněty k tvorbě reedukačních postupů. Prof. Hejný také sestavil metodu vyučování v matematice nazvanou vyučování orientované na budování schémat. Od roku 2005 se začal zaměřovat na vznik učebnic pro 1. stupeň. To se mu podařilo a v letech 2007-2011 vyšly první učebnice spolu s příručkami pro učitele a dalšími doprovodnými materiály (Hejný, Jirotková, Bomeroová, Michnová, 2011). Jeho metoda byla nadále rozvíjena a profesoru Hejnému se podařilo v roce 2013 založit H-mat, o.p.s, který vznikl za účelem rozvoje a šíření metody. Od roku 2018 má svou vlastní řadu učebnic pro 1. stupeň (Hejný a kol. H-mat, 2018). V současné době je profesor Milan Hejný autorem nebo spoluautorem 16 matematických publikací, více než 270 publikací z didaktiky matematiky, včetně 13 knih, jež jsou často citovány. Všechny učebnice vydané profesorem Hejným mají schvalovací doložku MŠMT.

Milan Hejný je také členem několika významných spolků a v roce 2010 mu byla udělena Medaile MŠMT 1. stupně, což je nejvyšší rezortní vyznamenání za dlouhodobou vynikající pedagogickou činnost. V roce 2012 získal další ocenění, konkrétně MathProf One v rámci projektu Českých 100 Nejlepších a v roce 2013 mu byla přidělena zvláštní cena v rámci projektu Matematika s chutí. Profesor Hejný získal zásluhy i v zahraničí. Podařilo se mu přednášet na 13 zahraničních univerzitách a na více než 30 mezinárodních konferencích. Při zpracování této diplomové práce bylo mimo jiné čerpáno i z přednášky Mathematics as a source of joy: Milan Hejny at TEDxBratislava 2013 (Hejný, 2013).

Na otázku, co je vlastně matematika Hejného, můžeme nejčastěji slyšet odpověď, že se jedná o netradiční výuku matematiky. Metoda je také hojně využívána v alternativních školách a v domácím vzdělávání. O metodu je zájem i v zahraničí, konkrétně v Itálii, Řecku, Polsku, Finsku nebo Švédsku (H-mat, 2019).

Sám Hejný o výuce matematiky na výše uvedené přednášce uvedl toto: „*Matematika môže byť zdrojom radosti. Takí ľudia existujú. Myslíte, že je to dané osudom? Sú to výnimky? Som presvedčený, že nie*“ (Hejný, 2013).

Rozdíl mezi matematikou Hejného a matematikou vyučovanou tradiční metodou

Tradiční vyučování matematiky na 1. stupni základní školy klade důraz především na nácvik početních operací. U tohoto způsobu výuky nedochází u žáků k propojení školních znalostí se svými předchozími a každodenními zkušenostmi. To má za důsledek, že děti mají obrovský problém při řešení slovních úloh. Matematika Hejného se právě snaží nabízet dětem taková prostředí, v nichž žákova životní zkušenost hraje důležitou roli. Taková matematika může rozvíjet jejich schopnosti zkoumat danou situaci, hledat vhodná řešení problémů nebo dopomoci k získání zkušeností se zpracováním dat. Proto matematika Hejného využívá různá prostředí, kterými se rozvíjí určité schopnosti. Každé prostředí je na některou schopnost zaměřené a zaujímá tak důležitou roli v matematice. Hejný ví, že každé dítě je jiné a potřebuje jiné typy úloh. Ale každé dítě chce zároveň zažívat radost, úspěch a osobnostní rozvoj. Proto se v Hejného učebnicích nacházejí úlohy různorodé tak, aby každý žák našel výzvy přiměřené svým schopnostem (viz. H-mat, 2019).

1.3.1 Zásady výuky

Základní zásady výuky matematiky dle metody Hejného v sobě skrývají i dvanáct základních klíčových principů (Málková, 2014).

Pět zásad Hejného metody

Málková (2014) uvádí ve své publikaci pět zásad koncepce výuky, které jsou níže volně přepsány.

- 1) Hierarchie cílů - Důležitější než dovednost je porozumění. Poznatkové cíle jsou méně důležité než výchovné;
- 2) klima výuky - Žák je ovlivněn strachem z neúspěchu a vydává značnou část energie na jeho potlačení. Tím si blokuje racionální myšlení. Učitel a žák by si měli vzájemně důvěřovat. Učitel by měl žákovi nabízet podporu, pomáhat analyzovat chyby a spoluprožívat úspěchy žáka;
- 3) přiměřené možnosti pro každého žáka - Žáci v 1. ročníku se výrazně liší v rozsahu předchozích matematických znalostí a schopností. Učitel se tak ocitá ve velice těžké roli, jelikož se musí s touto různorodostí vyrovnat

a zvládnout jí ve výuce. Proto jsou učebnice rozvrženy tak, aby všichni žáci byli schopni plně chápat smysl úloh;

- 4) poznatek získaný vlastní úvahou je kvalitnější než poznatek převzatý - Učitel si při vyučování může vybrat mezi dvěma cestami. První cesta je, že učitel vede žáky k samostatnému hledání řešení. Druhá cesta je pro učitele jednodušší a rychlejší, jelikož žákům dává konkrétní návod, jak úlohu řešit;
- 5) komunikace - V hodinách matematiky je upřednostňována komunikace mezi žáky, před tradičním způsobem dialogu učitel – žák. V diskusi, kdy žáci spolu komunikují, dojde k objevení mnoha podnětů, názorů a chybných představ. Učitel se ocitá v roli motivační a organizační, žák má roli výzkumníka (Málková, 2014).

1.3.2 Principy výuky

Hlavním cílem Hejného metody je, aby žák diskutoval nad zadáním úloh se svými spolužáky a zkoušel svými vlastními metodami přijít na vhodné řešení úlohy. Žák by měl chtít matematiku objevovat sám a s radostí. Principy se také vzájemně prolínají a poukazují na sebe navzájem (H-mat, 2019).

Zde jsou zkráceně pro větší přehlednost popsány všechny základní principy:

BUDOVÁNÍ SCHÉMAT

Cílem je, aby si žák dokázal v hlavě vytvořit jakési schéma a představit si danou úlohu, jako kdyby jí viděl v reálném životě. Tvoření schémat v hlavě každého žáka je podstatou celé vyučovací metody. Zjednodušeně lze říci, že schéma je souhrn navzájem propojených znalostí, které se týkají známého prostředí.

Tento princip je možné a velmi účinné využívat v jiných oblastech než jen v matematice. Žáci využívají například v prvouce či v předmětu Člověk a jeho svět myšlenkové mapy, kde propojují znalosti získané v jednotlivých okruzích. Přidáváním pojmů a spojů v myšlenkové mapě mohou pak žáci obohacovat ostatní spolužáky o informace v rámci jednoho tematického okruhu a sami dále hledají spojitosti a souvislosti mezi zaznamenanými kroky.

PRÁCE V PROSTŘEDÍCH

Je prokázáno, že se děti cítí dobře v prostředí, které dobře znají. Hejný ve své matematice používá zhruba 25 prostředí, která pomáhají žákům plně se soustředit na daný úkol. Systém daných prostředí je motivačně nastaven tak, aby zachytil všechny styly učení se a fungování dětské mysli.

Tento princip podle mého názoru souvisí s opakováním jednoho a toho samého v různé atmosféře. I v běžném životě je opakování krokem k získání jistoty. Domnívám se, že se dítě přirozeně samo posunuje vpřed z důvodu touhy po dalším poznávání a zkusí aplikovat stejný postup za různých podmínek. Může také dojít k tomu, že žák bude požadovat vyšší obtížnost ve stejném prostředí poté, co zjistí, že se v prostředí pohybuje s výraznou jistotou a může si dovolit řešit v jemu známém prostředí obtížnější úkol. Můžeme zde tedy sledovat dva pohledy na prostředí v práci Hejného metody – prvním pohledem je aplikace stejného v různých prostředích a druhý je posun a navyšování obtížnosti v jednom prostředí, případně můžeme pozorovat kombinaci obojího. Z tohoto také vychází další princip – Prolínání témat.

PROLÍNÁNÍ TÉMAT

Matematika Hejného nepředává dítěti informace samostatně, ale vždy jsou uloženy ve známém schématu – které si dítě kdykoli vybaví. Matematické jevy a pojmy od sebe neodtrhává, ale zapojuje při nich různé strategie řešení. Účelem je, aby si žáci sami vybrali, co jim lépe vyhovuje a co je jim více přirozené. Matematika Hejného se chce vyvarovat tomu, aby děti probranou látku nezapomínaly. K tomu nám slouží prostředí, která žákům pomáhají setkávat se s matematickými jevy a pojmy opakovaně.

ROZVOJ OSOBNOSTI

Matematika Hejného by měla žáky naučit argumentovat, diskutovat a vyhodnocovat. Žáci by se neměli nechat vmanipulovat do určitého názoru, tedy postupu. Učitel by měl chtít, aby žáci sami věděli, co je pro ně správné, respektovali jeden druhého a uměli se sami rozhodnout. Učitel není tím, kdo předává hotové poznatky. Cílem tohoto principu je, že žáci přirozeně objevují základy sociálního chování a mravně rostou.

Velkou výhodou při aplikaci tohoto principu je nastavení pravidel komunikace, chování a řešení situací, na jejichž vytvoření se žáci velkou měrou podílejí. Důraz by měl být kladen také na to, aby se žák při reprodukci zjištěných poznatků cítil komfortně a neměl strach z toho, že v případě, že jeho úsudek či poznatek nebude správný, mu bude hrozit nebezpečí v podobě ponížení, posměchu atd. Je třeba se třídou pracovat na kladných vazbách a budovat pozitivní klima třídy tak, aby se žák nebál projevit se i v případě, že hrozí selhání.

SKUTEČNÁ MOTIVACE

Základem metody Hejného je, že staví všechny své matematické úlohy tak, aby jejich řešení žáky automaticky bavilo. Žáci by měli být k počítání motivováni zevnitř a ne nucením zvenčí. Na řešení úkolů si žáci přijdou díky své vlastní snaze. Zažívají radost z vlastního úspěchu. Atmosféra ve třídách je velmi kolegiální, žáci si vzájemně tleskají, a to i těm, kteří na daný jev či řešení přijdou později. Hejného metoda předpokládá vnitřní motivaci vycházející ze zkušeností žáka. Pokud se hned od začátku pohybuje ve známém světě, motivace stále roste a žák je ochoten přestoupit z reálného světa do světa abstraktních pojmů, naučí se používat jisté matematické nástroje a objevuje vyšší matematiku.

Domnívám se, že tento princip patří spolu s principem Reálných zkušeností mezi nejdůležitější – zejména v prvopočátcích setkávání s metodou profesora Hejného. Žák vidí, že vše, čemu se v matematice věnuje, je použitelné v běžném životě, což se zároveň stává i průběžnou motivací pro další rozvoj a chuť se posouvat dále.

REÁLNÉ ZKUŠENOSTI

Metoda Hejného využívá vlastní zkušenost dítěte. V učebnicích jsou tímto způsobem koncipovány všechny matematické oblasti přenesené do různých prostředí.

Žák zkušenosti získává i tehdy, když úlohu nevyřeší. Jakmile úlohu řeší a snaží se o její vyřešení, je to vždy pro něj přínosné. Každá vyučovací hodina je pro něj přínosná, pokud počítá a přemýšlí. Není nutné, aby se vždy dostal k řešení. Už jen samotné zamyšlení se nad možným řešením jej obohacuje o nové zkušenosti. Zjistí, že jeho postup není správný, tento poznatek ho navede na jiné řešení. Zjistí, že potřebuje jiný matematický nástroj k vyřešení úlohy a to je pro žáky důležité.

RADOST Z MATEMATIKY

U tohoto klíče je nejdůležitější odstranit u žáků tzv. blok z matematiky, o kterém v českém školství kolují legendy. Aby se toto podařilo, je důležité žáka motivovat. Tou nejúčinnější motivací je pocit úspěchu, upřímná radost z toho, že dobře vyřešil přiměřeně náročný úkol. Žák by měl zažívat pocit štěstí z vlastních pokroků a z uznání učitele i spolužáků. Žák je motivován k dalšímu řešení úloh, protože chce zažít další úspěch a překonat další překážku. Navíc ho těší uznání spolužáků a učitele. Hejného matematika staví prostředí a úlohy v učebnicích tak, aby každý žák zažil úspěch.

VLASTNÍ POZNATEK

Vlastní poznatek je pro žáka důležitý k získávání matematických vědomostí. Učitel není tím, kdo mu předá poznatek, ale žák si ho získá vlastní úvahou a vlastní cestou a přemýšlením. Žák zkouší, konzultuje a hovoří o problému se svými spolužáky. Žáci si vzájemně vysvětlují své teorie a ty si posléze ověřují na dalších úlohách.

ROLE UČITELE

Vyučovat podle metody Hejného je náročné. Učitel by neměl být ten, jenž žákům nabídne jedno řešení, které si žák vyslechne, zapíše a bude používat. V matematice Hejného by učitel měl být pouze průvodcem a koordinátorem diskusí. Učitel by měl žáky provázet matematikou, nechat je diskutovat, argumentovat a podporovat je v jejich názorech. Role učitele i žáka se velice liší od běžné společenské představy.

PRÁCE S CHYBOU

V tradiční matematice je chyba brána spíše jako nežádoucí, až negativní. Pokud se žák nějaké chyby ve výpočtu dopustí, její nalezení a odstranění probíhá v co nejkratším čase. Žák pak ale většinou ani neví, proč se dané chyby dopustil, a příště jí nejspíše bude znovu opakovat. V matematice Hejného je chyba u dítěte v podstatě vítaná.

Pro všechny žáky platí, že za chyby se nestydí. Naopak, chybami se člověk učí.

Prvopočátkem práce s chybou může být vyhledávání odlišností v řadě obrázků, poukazování na „vetřelce“ ve čteném textu či neshod v již zautomatizovaných dovednostech. Takto lze s dětmi pracovat již v mateřské škole v rámci vytváření předmatematické gramotnosti, a připravovat je tak na práci s chybou v rámci Hejného matematiky na prvním stupni základní školy.

PŘIMĚŘENÉ VÝZVY

Učebnice Hejného obsahují úlohy všech obtížností. Díky tomuto opatření každý žák zažije v matematice úspěch. Učitel žáky nepřetěžuje, ale zadává takové úlohy, aby je stále motivoval. Rozlišuje, co který žák potřebuje, a podle toho rozděluje dané úlohy v rámci celé třídy.

PODPORA SPOLUPRÁCE

Při matematice vyučované metodou Hejného žáci pracují ve skupinkách, po dvojicích nebo i samostatně. Díky tomu každý žák je schopen říci, jak k výsledku došel, a umí to vysvětlit i druhým. Učitel by neměl dětem prozradit návod na výpočet, měl by jen pozorovat dění ve třídě. Pokud k řešení nikdo nedorazí během celé vyučovací hodiny, učitel odloží příklad na další hodinu. Jeho role zde není tou konečnou, která vše odhalí a vysvětlí. Výuka není frontální. Naopak funguje na bázi diskuse a společného hledání (H-mat, 2019).

Všechny výše uvedené klíčové principy jsou bezesporu ve výuce velmi důležité. Dle mého názoru je však velice důležitý jeden z nich, a to konkrétně role učitele při výuce. Učitel je totiž ten, který může ovlivnit, jaký postoj k matematice si žák vytvoří. Na učiteli především záleží, jak se k výuce postaví, jaká bude jeho role. Učitel má často tendenci do myšlenkových pochodů žáků zasahovat, radit jim a vést je ke správnému řešení. Učitel se těmto klíčům učí dlouho a při tomto procesu je nutná sebereflexe a sebekritika. Je to tedy především právě učitel, který vytváří podmínky pro vyučování matematice a ovlivňuje kvalitu výuky.

1.3.3 Role učitele

Kuřina ve své knize popisuje dva krajní póly matematického vzdělávání. Pól **ppp** v sobě představuje zkratku tří slov: **pouhé předávání poznatků**. Tento pól je charakteristický pro transmisivní způsob vyučování, kdy žák pouze poslouchá výklad učitele, zapisuje si důležité a zaznamená si, co se má naučit.

Druhý pól je nazván **PPP**. Zde se jedná o slova **přirozený poznávací proces**. Tento pól lze najít v konstruktivistickém způsobu vyučování a je pro něj typické, že žáci v hodinách aktivně pracují, přemýšlejí, počítají (Kuřina, 2016).

Jaká může být role učitele, je níže popsáno v druzích vyučování, ke kterým může učitel ve výuce přistoupit. Záleží pouze na učiteli, jaký způsob si zvolí, a zda na sobě bude pracovat. Jeho role chce neustále zdokonalování sebe sama.

1.3.3.1 Přístupy k výuce

a) Transmisivní vyučování

Transmisivní vyučování je zaměřeno na výkon žáka. Rozvoj jeho osobnosti ho příliš nezajímá. Učitel se snaží žákům předat informace, hotové znalosti. Žák se tedy staví do role pasivního příjemce a učitel do role trenéra, který cvičí žáka v řešení úloh, ukazuje mu triky, jak je možné si řešení úloh zlehčit nebo urychlit. Usiluje o pamětné naučení se různým definicím, větám a někdy i důkazům. Žák je v podstatě nádobou, do které se učitel snaží nalít všechny poučky, vzorce, grafy, tabulky, schémata a návody. Žák nepracuje samostatně a nepřemýšlí nad úlohami. Očekává se od něj naučení se všem výše uvedeným věcem a jejich rychlá aplikace při početních operacích. Učivo je to, co zajímá učitele. V jeho zájmu však zcela chybí samotný žák a jeho rozvoj (Molnár, Schubertová, Vaněk, 2007).

Transmisivní vyučování bývá původem formálního poznání. To může být příčina, proč jsou žáci v matematice neúspěšní. U transmisivního vyučování je kladen důraz především na kvantitu, vnější motivaci, krátkodobou trvanlivost poznání, na submisivní vztah mezi učitelem a žákem. Žák má většinou strach se projevit, komunikovat se spolužáky nebo s učitelem, a tak pouze reprodukuje naučené. Pokud

je ale transmisivní přístup ve výuce použit vhodným způsobem, může skvěle vyučovací proces doplnit (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

Aby nedocházelo k formálnímu způsobu vyučování, měl by učitel žáky naučit promýšlet si matematické problémy, řešit úlohy samostatně, umět zdůvodnit jednotlivé kroky postupu řešení a při výuce musí učitel dbát zřetel na všechny didaktické zásady. Učivo by vždy mělo být přiměřené věku a úrovni celé třídy a mělo by také zahrnovat smysl nejen pro další části matematiky, ale také pro užití v praktickém životě (Molnár, Schubertová, Vaněk, 2007).

Při pozorování práce v hodinách matematiky v jednotlivých třídách základní školy jsem měla možnost sledovat jak instruktivní předávání daných poznatků v rámci transmisivního vyučování, kde převládaly monology učitele, tak i konstruktivistické pojetí vyučování.

Jako pozorovatele mě zcela pochopitelně více zaujala aplikace konstruktivistického přístupu ve výuce. Pro ilustraci si však dovoluji ve zkrácené podobě popsat průběh jedné takové hodiny, kde převládaly slovně – názorné a verbálně – reprodukční metody. Šlo o transmisivní vyučovací hodinu matematiky v šesté třídě. Cílem této hodiny bylo seznámit žáky s vnitřními úhly trojúhelníku, s dělením trojúhelníků na tři skupiny (ostroúhlý, pravoúhlý a tupoúhlý) a se součtem všech úhlů trojúhelníku. Po úvodním zopakování látky z předchozích hodin geometrie, kdy žáci ve skupinách měli z kartiček s různými geometrickými tvary vybrat pouze správně naryšované a pojmenované trojúhelníky, narysovala učitelka na tabuli 3 trojúhelníky – pravoúhlý, ostroúhlý a tupoúhlý. Sdělila žákům, že tyto trojúhelníky mají několik společných znaků. Tyto znaky připsala na tabuli: 1. tři vrcholy, 2. tři strany, 3. tři vnitřní úhly, 4. součet všech úhlů 180 stupňů. Žáci si zapsali zápis do sešitu. Potom učitelka popsala, že trojúhelníky mohou mít vnitřní úhly tupé, ostré či pravé a zapsala jejich možnou velikost ve stupních. Žáci si opět vše zapsali do sešitu. Potom učitelka rozdala žákům pracovní list, na kterém bylo naryšováno několik trojúhelníků, a žáci měli pomocí úhломěru zjistit velikost jednotlivých úhlů. Potom na tabuli učitelka úhly sečetla, čímž doložila fakt, že všechny trojúhelníky mají součet vnitřních úhlů 180 stupňů. Na závěr hodiny měli žáci při společné aktivitě rozdělit papírové modely trojúhelníků do tří skupin na ostroúhlé, tupoúhlé a pravoúhlé. Na konci hodiny proběhlo sebehodnocení pomocí smajlíků.

Dle mého názoru učitelka splnila úkol hodiny, nicméně právě takové téma, které bylo ve výuce probíráno, nabízí širokou možnost zapojení žáků při samostatném zjišťování informací a je škoda, že tato možnost nebyla ani v náznaku využita.

b) Podnětné vyučování

Učit se matematice není jednoduchou záležitostí. Pokud chce žák dosáhnout dobrých výsledků, musí tuto schopnost neustále rozvíjet a zdokonalovat. Pro učitele je důležité, aby dobře rozuměl tomu, co žáky učí.

„*Matematickou kulturu lze chápat ve smyslu tzv. dobré matematiky (Kuřina, 2008) jako:*

- *dobré řešení problémů;*
- *dobrou matematickou techniku;*
- *dobré matematické aplikace;*
- *pěstování matematického vhledu;*
- *pěstování tvořivosti;*
- *vnímání krásy matematiky.“*

Cílem ve vyučování je dosáhnout rozvoje matematického myšlení u žáka a posouvat hranice jeho dosavadního poznání. K tomu lze využít podnětné vyučování, které je založené na individuálním přístupu a zaměřuje se na vnitřní matematický svět žáka (Cachová, Vízek, 2015).

c) Principy podnětné výuky

Zásady pro vedení hodiny definovaly pomocí pěti priorit autorky Stehlíková a Cachová (2006). Těmito zásadami je nutné se v hodinách řídit, aby výuka měla konstruktivistický charakter.

„Základní myšlenkou je zde rozdíl mezi aktivní a pasivní myšlenkovou činností žáka.

Učitel v takovém vyučování (Stehlíková, Cachová, 2006) především:

- 1) probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznání,*
- 2) předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy) a vhodně s nimi pracuje,*
- 3) učitelí jde především o žákovu aktivní činnost,*
- 4) nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žákova chápání matematiky a impulz pro další práci,*
- 5) učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění spíše než na reprodukci odpovědí“ (Stehlíková, Cachová, 2006, str. 6)*

Žádný konkrétní návod však na vyučování neexistuje. Podstatou konstruktivismu je především přístup učitele k učení a učení se, hledání a hojně využívání vlastních zkušeností (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

Jednotlivé principy jsou ve výuce provázány a každý princip souvisí s ostatními. Právě učitel je tím, kdo u žáků podporuje aktivní činnost, probouzí jejich zájem o matematiku a její poznání, rozvíjí schopnost samostatného a kritického myšlení a moderuje diskusi se žáky i mezi nimi (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

V jedné hodině matematiky, kdy jsem měla možnost pozorovat při práci učitelku i žáky, mě nadchlo zapojení žáků do diskuse ohledně rekonstrukce šaten.

Žáci se sešli se starostkou obce a vedením školy a byl jim nastíněn reálný problém, kdy bylo třeba místo stávajících šaten, které neodpovídají hygienickým normám ani potřebám školy, vymyslet jinou alternativu. U žáků se okamžitě probudil obrovský zájem podílet se na zlepšení podmínek ve škole a spontánně začali vymýšlet různá řešení. Po dohodě s učitelkou se pustili do práce. Nejprve došlo na měření původního prostoru a následnému převodu jednotek. Žáci tedy pracovali v prostředí, které znali, a bylo jim blízké. Potom přenesli získané informace na papír velkého formátu a postupně došli k tomu, že dobré bude využít čtverečkový papír, se kterým se jim bude lépe pracovat. S panem školníkem řešili možnost odstranění klecí, přičemž zjistili, že to není problém. Nyní pracovali žáci s volným prostorem. Později na webových stránkách zjistili, pro kolik žáků je třeba ve vymezeném prostoru vybudovat místa na převlékání, a začali zakreslovat. Pak jednoho chlapce napadlo, že v bratrově škole mají žáci k využívání šatní skříňky a začali zakreslovat do čtverečkových papírů situaci. Dvě dívky se pustily do vystřihování přesného počtu podstavy skříňek z papíru a zapojily do práce celou třídu. Poté společně s ostatními vymýšleli, jak skříňky co nejefektivněji naskládat do plochy. Výsledkem tohoto snažení je projekt na rekonstrukci šaten, který je v současné době ve fázi realizace.

Při práci s podnětným prostředím by žákům měly být předkládány takové úlohy, jež budou natolik zajímavé, že v nich vzbudí zájem a aktivitu při práci. Matematické úlohy lze dělit podle náročnosti do několika skupin:

- cvičení;
- úlohy;
- problémy.

Pro rozvoj myšlení žáků jsou vhodné aplikační úlohy a problémy, s kterými je nutné vhodně pracovat (Cachová, Vízek, 2015).

Konstruktivismus je edukativní směr, který vznikl ve druhé polovině 20. století a jako pojem je podnětnému vyučování v podstatě nadřazen. Zdůrazňuje aktivní úlohu člověka, smysl vnitřních předpokladů a jeho vzájemné působení s prostředím a společností (Hartl, Hartlová, 2009).

Pedagogický slovník definuje konstruktivismus jako „široký proud teorií ve vědách o chování a sociálních vědách, zdůrazňující jak aktivní úlohu subjektu a význam jeho vnitřních předpokladů v pedagogických a psychologických procesech, tak důležitost jeho interakce s prostředím a společností“ (Průcha a kol., str. 132, 2013). Důležité vymezení má i konstruktivistická pedagogika. Tu Pedagogický slovník chápe jako pedagogický proud, který se ve výuce snaží prosadit řešení problémů ze života, tvořivé myšlení, použití názorných pomůcek, práci dětí ve skupinách a méně teorie (Průcha a kol., 2013).

Hejný ve své literatuře uvádí, že vyučování trpí vážným nedostatkem ve všech stupních škol. Tento nedostatek spočívá v nízké kvalitě matematických znalostí a schopností studentů. Jako důvod uvádí to, že znalosti studentů jsou uchovány pamětí jako víceméně izolovaná fakta, jsou nedostatečně strukturovány a jejich aplikační síla je nízká. Tyto znalosti pak nazývá jako formální. Dle celosvětových výzkumů lze říci, že nízkou kvalitou matematických poznatků v různé míře trpí žáci ve všech zemích. A proto didaktika matematiky v mnoha zemích věnuje této problematice větší pozornost. Zaměřuje se především na to, jak se dítěti otevírá svět matematiky a jak se jej postupně žák nebo student zmocňuje. Teorie Hejného popisuje právě tento poznávací mechanismus. Nevznikla ze dne na den, ale předcházelo jí několik let sledování a zaznamenávání myšlenek zaměřených na zkvalitnění vyučovacího procesu.

Hejný začal s experimentem již v roce 1975. Pro svou realizaci si vybral pátý ročník na základní škole. Jednalo se o dlouhodobý experiment, jehož hlavním cílem bylo hledat možnosti takové výuky matematiky, která by podstatně oslabil formalismus poznatků žáků. Hejný již po několika měsících poznal, že myšlenkové pochody žáků jsou různé. Lišily se především v rychlosti a matematické vyspělosti. Celý tento experiment vycházel od otce Hejného. Zároveň ale využíval myšlenky J. Piageta a L. P. Vygotského. Hlavní myšlenka experimentu spočívala v tom, že kvalitní poznání nemůže učitel žákovi předat, ale žák se k němu musí dostat samostatně. Z toho vyplývá, že vyučování není výklad, ale vhodná série úloh, což je hlavní zásada konstruktivismu (Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N., 2004).

Teorie konstruktivismu se stala východiskem pro mnoho vzdělávacích koncepcí. Hejný a Kuřina v knize *Dítě, škola a matematika mění obecný konstruktivismus v konstruktivismus didaktický*. Tento přístup k vyučování matematiky vychází z desatera konstruktivismu, které je níže popsáno, zestručněno a upraveno.

- 1) Matematika není chápána jako soubor definic, vět nebo důkazů, ale jako specifická lidská aktivita;
- 2) důležitým prvkem matematické aktivity je řešení úloh a jiných matematických problémů;
- 3) konstrukce poznatků, které jsou nepřenosné. Jedná se o osobitý výtvar v mysli člověka;
- 4) zkušenosti poznávajícího podmiňují vznik poznatků;
- 5) předpokladem pro matematické vzdělávání konstruktivistického typu je tvořivý učitel a dostatečné množství vhodných podnětů;
- 6) komunikace a vzájemné působení žáků ve třídě;
- 7) různé druhy představení matematiky a strukturální budování matematického světa;
- 8) dokázat představit vlastní myšlenky, komunikovat ve třídě a rozumět jazyku druhých;

- 9) tři hlediska pro hodnocení vzdělávacího procesu v matematice: porozumění matematice, aplikace matematiky a zvládnutí matematického řemesla;
- 10) vyučování, které je formálním poznáním, je charakteristické předáváním informací nebo dává pouze návody, jak postupovat. Žáka vede především k ukládání informací do paměti (Hejný, Kuřina, 2009).

Výhody a nevýhody konstruktivistického přístupu k vyučování

„Výhody:

- *Aktivním přístupem získává žák poznatky trvalejšího charakteru;*
- *pomocí mechanismu poznávacího procesu učitel dobře pozná, na jaké úrovni žák je;*
- *znalostí tohoto mechanismu učitel odhalí a diagnostikuje deformované matematické představy žáka;*
- *žák aktivně vstupuje do vyučování, a dochází tak ke stimulaci tvůrčího procesu.*

Nevýhody:

- *Příprava na jednu vyučovací jednotku je značně zdlouhavá;*
- *předpokládá se individuální přístup k žákovi“ (Chytrý, str. 15).*

Konstruktivistické vyučování a realita školy

V knize *Dítě, škola a matematika* (Hejný, Kuřina, 2009) je konstruktivistické vyučování porovnáno s realitou školy Františkem Kuřinou. Kuřina uvádí: *„Základní problém školního vzdělávání tkví v kolektivním charakteru vzdělávacího procesu a v individuálním charakteru osvojování učiva. Frontálnímu vyučování odpovídá tradiční výklad učitele, pozorné sledování výkladu žáky, shrnutí, opakování a zápis učiva, opakování a řešení úloh, spojené popřípadě s klasifikací. Tento způsob má silnou tendenci k formálnímu pamětnému naučení se učivu s ne příliš hlubokým porozuměním a s problémy v aplikačních oblastech. Protipólem tohoto přístupu je konstruktivistické vyučování, které prioritně vede žáky ke konstrukci individuálních poznatkových struktur, jejich dobrému porozumění a účelným aplikacím“ (Hejný, Kuřina, 2009, str. 199).*

Kuřina vidí problém ve společnosti, která je nastavená tak, že jedinec musí rychle uspět, být za svou práci odměněn a výsledek získat s minimálním úsilím. Chybí zde motivace porozumět věci, najít její podstatu. Hlavním důvodem, proč není využíván konstruktivistický přístup ve vyučování, je právě neschopnost učitele probudit v žácích zájem o učivo a rozvíjet jejich spontánní aktivitu (Hejný, Kuřina, 2009).

1.3.4 Sociální klima třídy

V pedagogickém slovníku je klima třídy definováno jako „sociálně psychologická proměnná, představující dlouhodobější sociálně emociální naladění, zobecněné postoje a vztahy, emocionální odpovědi žáků dané třídy na události ve třídě (včetně pedagogického působení učitelů). Rozlišuje se klima aktuální (fakticky existující) a klima preferované, které si žáci a učitelé přejí. Klima třídy lze zjišťovat pomocí speciálních metod = interakce učitel-žák, vztah učitel-žák, vztah žák-žák“ (Průcha a kol., 2009, str. 100).

Samotné klima třídy bývá ovlivněno několika faktory:

- a) obava žáků ze svých chyb;
- b) strach z odlišností v sociálních vztazích ve třídě;
- c) stres z nezvládnutelného.

Dobré sociální klima třídy má velice důležitou roli pro zavedení konstruktivistického přístupu ve vyučování matematiky. Bývá stavěno na vzájemné důvěře mezi učitelem a žákem, na postoji učitele ke svým vlastním chybám a velikosti strachu žáků. Celý proces je ovlivněn školou, jejími cíli a metodami, které má nastavené (Hejný, Kuřina, 2009).

Interakční strategie

Jak již bylo výše zmíněno, učitel je tím, kdo rozhoduje o klimatu ve třídě. Může volit mezi dvěma strategiemi, které při výuce použije. Buď se rozhodne pro strategii dialogickou, jež je založena na dialogu se žáky, anebo zvolí druhou, méně úspěšnou, postojovou strategii. V obou strategiích lze rozlišit pět etap učitelových reakcí při výuce.

Během sledování žáků v rámci výzkumu k diplomové práci jsem měla možnost vidět aplikaci tzv. Etických dílen. Shodou okolností šlo o dvě druhé třídy stejné školy, kde jedna třída je vzdělávána běžnou metodou výuky matematiky a ve druhé probíhá výuka podle pana profesora Hejného. Tématem dílen, které organizoval ve třídě externí lektor, bylo přátelství a tolerance. Obě třídy dle vyjádření lektorky spolupracovaly velmi dobře, v obou třídách se žáci zapojovali do aktivit, ale ve třídě, kde probíhá výuka dle Hejného metody, lektorka pozorovala větší spontánnost a dřívější odeznění ostychu. Žáci z této třídy působili na lektorku uvolněněji, neměli strach z toho, že jejich případná špatná odpověď či neodpovídající aktivita bude potrestána. Z rozhovoru, kterému byla přítomna lektorka i učitelky obou tříd, vyplynulo, že paní učitelka ze třídy s Hejného metodou aktivně každý den pracuje na tom, aby žáci neměli strach z komunikace a z dialogu chápali, že chyba je na cestě za správným výsledkem velmi důležitá.

Dialogická strategie

Dialogická strategie bývá spíše využívána při konstruktivistickém způsobu vyučování. Učitel hledá příčiny, které vedly žáka k chybě. Aby byl schopen příčinu analyzovat, je nucen vstoupit se žákem do dialogu.

V první etapě zkoumá a zjišťuje, co žáka přimělo k dané akci. V druhé etapě následuje detailní rozbor příčin žákova jednání, vcítění se do jeho myšlení a odosobnění od žákova chování. Jakmile jsou shromážděny všechny potřebné informace, dochází ke třetí etapě a vyhodnocení situace. Není nutné uspěchat rozhodnutí. Naopak jej lze odložit a nabídnout tak žákům možnost, aby přišli s vhodným řešením sami. Čtvrtá etapa přináší řešení, které není konečné. Učitel jej může kdykoli změnit nebo zpochybnit. V poslední etapě je učitel otevřený názorům žáků, které s nimi prodiskutuje a zváží jejich námítky (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

Postojová strategie

Tato strategie se objevuje především u transmisivního způsobu vyučování. Učitel nechce být ve výuce rušen žádnými vedlejšími negativními podněty. Pokud se v hodině nějaké objeví, okamžitě je eliminuje. Učitelovo důležité poslání je vyložení látky. V této strategii je učitelův pohled na žáka často ovlivněn vnějším pohledem. Dochází k přiřazování „nálepek“ žákům, a to ovlivňuje přístup učitele i k jeho výkonu. Žáci bývají označováni „nálepkami“ typu: ten je drzý, ten je hloupý, ten nic nedělá, ta je pomalá. Tyto nálepky pak rozhodují u učitele o dalším postoji k žákovi. Pokud žák, který je slabý, napíše test na výbornou, učitel mu ihned přisoudí, že svůj test opsal od chytřejšího spolužáka. Pokud ale selže žák, který své výkony má většinou výborné, přisoudí to jen nějaké momentální indispozici. Učitel je ten, jenž má moc a může rozhodovat o výkonu žáka (Hejný, Kuřina, 2009).

Jak uvádí autoři, obě strategie spolu s přístupem k výuce úzce souvisí. Určitě je vhodnější do hodin zařazovat strategii dialogovou, která bude žáky motivovat k práci, bude je těšit.

1.3.5 Prostředí

„Didaktickým matematickým prostředím rozumíme takový soubor vzájemně propojených pojmů, vztahů, procesů a situací, který dovoluje tvořit úlohy:

- *umožňující žákům odhalovat hluboké matematické myšlenky;*
- *obdařené silným motivačním potenciálem;*
- *přiměřené žákům jak 1., tak i 2. stupně;*
- *s nastavitelnou obtížností“ (Hejný, 2014, str. 13).*

Žákovi jsou předkládána různá prostředí prostřednictvím různých úloh. Úlohy na sebe navazují a vyskytují se v nich různé matematické jevy. Prostředí jsou

pro žáky většinou lákává díky svým námětům, která žáky vybízejí k experimentování a objevování. Práce v prostředích v nich většinou vyvolává pocit, že si hrají, než že se učí a pracují. V prostředích zažívají radost z vlastní práce, jsou aktivní a úspěšní. Dostávají zajímavé úlohy, které se stávají výzvou, rozvíjejí chuť něco řešit, něco odhalit nebo se něco dozvědět. Díky práci v prostředích se u žáků odbourává strach z matematiky, učí se vzájemně diskutovat a korigovat své myšlenky. Každý žák najde nějaké prostředí, v němž bude úspěšný (Málková, 2014).

Hejný ve své matematice využívá 31 typů prostředí. Ta lze rozdělit na dvě velké skupiny. První skupina jsou prostředí aritmetická, dělí se dále na prostředí sémantická a strukturální. Druhou skupinu tvoří geometrická prostředí. Zde je přehled všech prostředí.

- | | | |
|--------------------------|-----------------------------------|--|
| 1. Krokování | 14. Rodina | 27. Ciferník |
| 2. Autobus | 15. Myslím si číslo | 28. Abaku |
| 3. Krychlové stavby | 16. Geoboard a mříž | 29. Dětský park |
| 4. Vlázky | 17. Práce s daty | 30. Kombinatorika a
pravděpodobnost |
| 5. Pavučiny | 18. Slovní úlohy | 31. Rozděl figurky |
| 6. Součtové trojúhelníky | 19. Síť krychle | |
| 7. Barevné trojice | 20. Rytmus vizuální | |
| 8. Sousedé | 21. Zlomky | |
| 9. Dřívka | 22. Násobilkové čtverce | |
| 10. Parkety | 23. Výstaviště | |
| 11. Origami | 24. Schody | |
| 12. Zvířátka dědy Lesoně | 25. Hadi | |
| 13. Mince | 26. Algebrogramy a hvězdičkogramy | |

(H-mat, 2019)

Typy prostředí

Prostředí, která se při mých pozorováních objevovala nejčastěji, nebo jsem je shledala nejzajímavějšími, jsou detailněji popsána níže včetně rozdělení do skupin.

1) Skupina sémantická

- Krokování a Schody

Jedná se o jedno ze základních prostředí. Využívá rytmický pohyb chůze, který je základem aritmetického myšlení. Krokování je systematicky budováno od začátku 1. ročníku. Toto prostředí učí žáky vnímat počet, získávat zkušenosti s čísly vyjadřujícími průběh změny. I po skončení krokování zůstane číslo v paměti žáka. Důležitou

pomůckou je krokovací pás. Ten je umístěn na podlaze, kde přímo žáci krokují. Druhou variantou může být krokovací pás nalepený přímo na lavici žáka, na němž krokování provádějí pomocí figurek (Málková, 2014).

Proces krokování spolu se schody napomáhá pochopení pojmům, jako je číselná osa, číselné operace, rovnice nebo absolutní hodnota. Žák jimi získává řešitelskou strategii a rozvíjí si schopnost organizace souboru dat a orientace v nich.

Krokování probíhá v několika etapách. V úvodní etapě učitel předvede žákům krokování a vysloví pokyn. Postupně se žáci k učiteli přidávají a později už krokují sami bez pomoci. V této etapě se žák seznamuje se sémantickým modelem čísla. Počet kroků symbolizuje číslo – kvantitu. Protože krokování je pohyb, model čísla je procesuální a vede ke změně. Číslo má tedy roli operátora změny.

V první etapě se žáci seznamují s aditivními operacemi. Dochází k sjednocení velikosti jednotlivých kroků pomocí značek na podlaze. Vzdálenost mezi značkami musí být vyhovující i pro krokování pozpátku. V druhé etapě přichází seznámení se zápornými čísly. Toho žák dosáhne pomocí krokování pozpátku. Třetí etapa je zápis. Žák se své krokování snaží překreslit pomocí šipek do sešitu. Krok vpřed se značí jako šipka směřující vpravo. Krok vzad se značí šipkou směřující vlevo. Ve čtvrté etapě se krokové rovnice stávají složitějšími a náročnějšími. Pátá etapa přináší soustavu lineárních rovnic o dvou neznámých. Žáci počítají rovnice pomocí šipek a hledají všechna možná řešení. S šestou etapou se žáci seznamují ve třetím ročníku. K šipkám se přidávají čísla. Žáci se učí převádět šipkový zápis na zápis číselný. Sedmá etapa seznamuje s mínusem před závorkou pomocí pojmu čelem vzad. Tato etapa zároveň uzavírá krokování na prvním stupni (H-mat, 2019).

- **Prostředí Schody**

Jak už vyplývá z názvu, jedná se o pohyb prováděný na schodech, které jsou očíslovány. Tak se žáci postupně připravují na seznámení s číselnou osou. Ve třídě mohou být schody nahrazeny krokovacím pásem. Krokovat lze oběma směry – vpřed i vzad. Prostředí Schody úzce souvisí s prostředím Krokování a objevuje se v druhém pololetí první třídy (H-mat, 2019).

V mnoha školách, které jsem měla možnosti navštívit, jsem se setkala jak s označenými schody, tak s krokovým pásem, nalepeným at' už přímo ve třídách či ve veřejných prostorech školy (chodby, haly, ...). Krokovací pásy i schody byly často využívány zejména při hledání rovností či nerovností (porovnávání počtu), při seznamování s pojmem součet či rozdíl a se zaváděním znamének + a -. Toto prostředí je vhodné pro rozvoj pravolevé orientace a orientace v ploše i prostoru a je dobré ho propojit s šipkovou evidencí.

- **Autobus**

Jedná se o proces, jež vede k rozvíjení matematické představivosti a logického myšlení. Pomocí pohybu a hry se procvičuje sčítání a odčítání. Hra spočívá v tom, že jeden žák představuje řidiče autobusu a objíždí autobusem zastávky, na kterých nastupují nebo vystupují cestující. Další důležitou rolí je výpravčí. Ten s cestujícími manipuluje a ovlivňuje jejich počet. Celý proces si žák zaznamenává do tabulky, kterou si sám vytváří a dokáže zodpovědět na různé otázky ohledně počtu cestujících. Hra tak posiluje krátkodobou paměť, řeší aditivní vztahy, pracuje s čísly a odhaluje účinné řešitelské strategie (Hejný, 2019).

Hra Autobus připravuje žáka na pochopení trojčlenky, s kterou se setká na druhém stupni. Je to díky úlohám, v nichž jsou provázána čtyři čísla, která se objeví při cestování na kterékoli zastávce. Jedno číslo představuje počet cestujících, kteří na zastávku přijeli, druhé číslo symbolizuje počet těch, co ze zastávky odjeli, další číslo jsou ti, co na zastávce vystoupili a konečně čtvrté číslo charakterizuje počet těch, kteří nastoupili. Pokud jsou jakákoli tři čísla dána, čtvrté je už lehké zjistitelné.

Prostředí Autobusu však způsobuje někdy u žáků myšlenkový skok, který spočívá v příliš rychlém přechodu k tabulkovému záznamu v učebnici (MF Dnes, 2015).

Ve své praxi jsem se s tímto prostředím setkala mnohdy i ve třídách, které nebyly primárně vzdělávány podle Hejného metody. Velmi často jsem měla možnost vidět využití tohoto prostředí při počáteční aktivizaci žáků na začátku vzdělávací jednotky – šlo vždy o „rozvíčku“, často s kreativním využitím různých trojrozměrných dopravních prostředků a maket, kdy se na výrobě pomůcky podíleli často sami žáci. I v tomto prostředí je dobré zakomponovat šipkový zápis.

- **Rodina**

Jedná se o citlivé prostředí, kde hrozí nebezpečí, že se některá slovní úloha, nebo analýza dotkne konkrétního žáka. Z tohoto důvodu je v učebnicích vytvořen fiktivní rodokmen dvou rodin Klosových a Malých, později ještě přibude rodina Brody.

V prostředí se žáci mohou setkat s úlohami dvou typů: početní a vztahové. Početní úlohy se týkají věku osob v rodokmenu a úlohy o vztazích jsou zásadní pro skládání relací. Žák rozhoduje o pravdivosti výroků. Prostředí žáka připravuje na jazyk množin, relací a zobrazení. Uplatňují se zde základní pojmy, jako je sjednocení, průnik, rozdíl, komplement, relace, inverzní relace, skládání relací nebo kartézský součin (Hejný, 2019).

Typickou úlohou tohoto prostředí je doplňování informací do textu, z kterého logicky vyplývají potřebné údaje. V takových úlohách se tedy řeší otázky logické, vyplývající z rodinných vztahů, a aritmetické zaměřující se na věk zmiňovaných osob. Velmi pozitivní na úlohách z tohoto prostředí je osobní participace žáků a možnost stručného zápisu při pojmenovávání různých rodinných rolí (matka otce = babička dcery). Velmi

často jsem pozorovala, že toto prostředí bylo zařazováno do výuky společně s tématem rodina ve vzdělávací oblasti Člověk a jeho svět, kdy se podrobněji učitel zaměřoval na pojmenování členů užší i širší rodiny.

2) Skupina strukturální

- Násobilkové čtverce

Prostředí, které je důležité pro operace násobení, dělení a algebru. Žák se s ním setkává na začátku 2. ročníku.

- Hadi

V prostředí hadů čísla v kroužcích vyjadřují stavy a změny těchto stavů vyjadřují čísla nad šipkami, která buď značí sčítání, odčítání, případně násobení nebo dělení.

Mnoho učitelů, se kterými jsem měla možnost hovořit, využívá toto prostředí bezprostředně po implementaci prostředí Schody či po práci s krokovacím pásem a to při zavádění operace sčítání a odčítání. Žáci se tak z trojrozměrného prostředí lépe přesunou na papír. Později do prostředí přibudou i další operace a posledním stupněm je kombinace všech matematických operací.

- Pavučiny

Strukturální prostředí, které pracuje s čísly v abstraktní podobě. Žáci zde objevují zákonitosti pomocí řešení promyšlených sérií úloh. Díky těmto úkonům získávají porozumění obtížnějším aritmetickým pojmům, jako je aritmetická posloupnost nebo aritmetická řada.

Na základě praktického pozorování jsem došla k názoru, že mnohdy vychází prostředí Pavučiny z prostředí Hadi. Jde vlastně o rozšíření tohoto prostředí, a to nejen o práci s číslem, ale i o práci se znaménkem. Během praxe jsem se setkala se zatavenými pavučinami, které měli žáci k dispozici kdykoli, když měli hotovou zadanou práci. Z druhé strany bylo vždy doplněno správné řešení.

- Mince

Žák získává zkušenost s rozdílem mezi počtem a hodnotou (H-mat, 2018).

- Myslím si číslo

Toto prostředí má tři etapy. V první etapě je rozvíjena žákova schopnost paměťového počítání. Žák řeší úlohu pouze v představě. Jakmile začnou žáci úlohu zapisovat, například pomocí hadů, učiní tak důležitý metakognitivní objev. Tím odhalí, že situaci, kterou nemůže vyřešit paměťově, lze řešit zápisem pomocí vhodného jazyka (Hejný, Jirotková, Slezáková-Kratochvílová, 2007).

- **Algebrogramy**

Na 1. stupni patří toto prostředí mezi myšlenkově nejnáročnější. Algebrogram je šifra. Číslice jsou zašifrovány pomocí písmen a zapsány jako početní příklad. Stejná písmena označují stejné číslice a úkolem je najít číslice, které se za písmeny schovávají. Žák může dospět i k více řešením. Pomocí tohoto prostředí rozvíjí žák desítkovou soustavu a kombinatorické myšlení (Hejný, 2019).

- **Výstaviště**

Prostředí, které propojuje geometrii s číselnou řadou. Úkolem žáka je najít cestu výstavištěm, a to prostřednictvím různých úloh.

Výstaviště je demonstrováno pomocí polymina, které se skládá z jednotlivých čtverců. Pravoúhelník je nejčastějším tvarem čtverce a představuje místnost výstaviště. Žák rozvíjí schopnost vzájemně propojovat odlišné řešitelské strategie (Málková, 2014).

- **Součtové trojúhelníky**

Prostředí je zaměřeno na schopnost řešit soustavu dvou rovnic, a to metodou pokus – omyl. Žák poznává soubor geometricky popsanych aritmetických vztahů. Objevuje zákonitosti, jak si urychlit řešení úloh, a procvičuje matematické operace sčítání a odčítání. Řídí se pravidlem, že každé číslo je součtem dvou čísel, které leží nad ním.

V praxi tomuto prostředí zpravidla předchází práce s klasickou pyramidou, kdy žáci začínají počítat od základny směrem vzhůru. Později jsou schopni zkoušením doplnit trojúhelník, který obsahuje vyplněný pouze vrchol pyramidy, a případně další číslo.

3) Skupina geometrická

- **Dřívka**

Jedná se o hru se dřívky. Žák pomocí dřivek poznává geometrii, rozvíjí jemnou motoriku a dává prostor své fantazii. Dřívka jsou různě barevná a připomínají sirkové hlavolamy. Žák ze dřivek může složit různé geometrické útvary – čtverec, obdélník, trojúhelník (H-mat, 2018).

- **Parkety**

V tomto prostředí dochází k rozvoji zkušeností s analýzou a syntézou rovinných útvarů. Žák používá jako pomůcku čtverečkovou podložku a vystříhané parkety. Ty si vybírá podle zadání v učebnici, na podložku si překreslí tabulku a na tu pokládá parkety.

Výchozím úkolem je sestavení čtverce z parket bez čísel. Druhým stupněm tohoto prostředí je doplňování čísel do parket, ze kterých se potom musí složit čtverec.

Při praxi jsem byla svědkem toho, kdy žáci toto prostředí připodobnili oblíbené hře Tetris, jež spočívá ve skládání rovinných útvarů sestrojených ze čtverců do plochy (Málková, 2014).

- **Origami**

Toto prostředí lze také nazvat jako výroba DEČEK nebo origamů. Žáci prostřednictvím skládání papíru rozvíjí nejen jemnou motoriku, ale zároveň se seznamují s pojmy osová souměrnost, úhlopříčka, polovina, třetina nebo střed. Geometrický tvar získají pomocí překládání papíru a zároveň hledají podobnost a porovnávají geometrické tvary. Úlohou učitele není vysvětlovat pojmy, pouze je používá při práci. Práce začíná od jednodušších činností a je nutné dbát na přesnost práce (Málková, 2014).

Autorský kolektiv Milana Hejného vydal učebnice z nakladatelství Fraus, která jsou založená na práci se zajímavými prostředími (Cachová, Vízek, 2015).

1.4 Podmínky pro aplikaci Hejného metody v praxi

V matematice Hejného je poznávání matematického světa založeno na praktickém využívání pomůcek. Ve své diplomové práci uvádím pomůcky, které dle mého názoru zařazují učitelé nejčastěji, a já jsem měla možnost využívání těchto pomůcek sledovat v hodinách opakovaně.

1.4.1 Materiální podmínky

a) Didaktické pomůcky

Krokovací pás

Krokovací pás je vybaven 20 barevnými políčky. Pro záporná čísla jsou na pásu 3 červená políčka bez čísel, 1 žluté políčko bez čísla označuje začátek neboli číslici 0, dále se zde nachází 13 číslovaných políček od 1 do 13 a 3 nečíslovaná políčka od 14 do 16. Výhodou je, že pás je vyroben z omývatelného materiálu, na délku měří 400 cm a na šířku 20 cm. Žáci se tak po něm mohou pohodlně pohybovat (H-ucebnice, 2019).

Tuto pomůcku si lze vyrobit i ve škole. Stačí zalaminovat čísla, která jsou slepená k sobě izolepou. Vznikne tak krokovací pás, který lze použít v prostředí Krokování a Schody.

Další didaktická pomůcka, kterou si paní učitelky mohou vyrobit samy, jsou panáčky do prostředí Autobus. Lze je vyrobit z dřevěných špachtlí a z barevného tvrdého papíru. Žáci při jejich výrobě paní učitelce mohou pomáhat a tak se v podstatě ocitnou v prostředí Autobusu dříve, než se o něm vůbec v matematice začne hovořit.

Autobus je možné vyrobit se žáky v hodině výtvarné výchovy.

Z geometrického prostředí lze uvést další pomůcku. Jedná se o dřívka ze stejnomenného prostředí. Dřívka jsou jednoduchou pomůckou, která je tenká, pevná a dostatečně dlouhá. Slouží žákům pro práci v lavici ke skládání různých geometrických tvarů a jednoduchých obrazců, pomáhají řešit úlohy z učebnice nebo geometrické hlavolamy. Do tříd je možné pořídit dřívka přírodní nebo dřívka barevná. Účel barevných dřívek je stejný jako u přírodních. Jejich barevnost má jen za úkol zvýšit motivaci žáků k práci (h-učebnice, 2019).

V prostředí Parkety jsou využívány magnetické parkety, které jsou přikládány na magnetickou čtvercovou síť. Žák si při práci s deskou může zakreslovat fixou plochu, jak velkou část podlahy bude v úloze pokrývat.

Pro další prostředí z oblasti geometrie je dobré uvést oboustranný geoboard. Z jedné strany je deska s devíti kolíky rozmístěnými do čtverce 3x3. Z druhé strany desky je vytvořený ciferník z dřevěných kolíků. Žáci na kolíky natahují gumičky, s geoboardem si hrají, vytváří různé obrazce. Ciferník slouží žákům k seznámení se základními geometrickými tvary. Pomocí gumičky lze tvořit různé obrazce, které se mohou pomocí klasického rýsovacího náčiní hůře konstruovat. Ciferník je vhodný například pro vyobrazení pravidelného dvanáctiúhelníku nebo rovnoramenného lichoběžníku.

Papírové mince slouží jako didaktická pomůcka do prostředí Mince. Jedno balení je vhodné pro každého žáka. Mince jsou věrnými kopiemi českých korun v hodnotách od jedné koruny po padesátikorunu (h-učebnice, 2019).

Do prostředí Rodina si lze vyrobit vlastní zatavený rodokmen celé rodiny, který slouží žákům pro počítání v lavicích.

Neoblíbenější didaktickou pomůckou bezesporu jsou pěnové barevné kostky. Při návštěvách ve školách jsem si všimla, že si s nimi žáci velice často hrají i o přestávkách. Pěnové krychle jsou lehké a snadno manipulovatelné. V hodinách matematiky z nich žáci mohou stavět sítě krychle, počítat obvody a konstruovat pláště.

Je důležité zmínit, že didaktické pomůcky nejsou jen specifikou metody Hejného. Široké spektrum pomůcek využívá i tzv. „Činnostní učení“, které nabízí nakladatelství Nová škola Brno nebo Tvořivá škola. Za zmínku stojí i sdružení SUMA (Společnost učitelů matematiky), které vypracovalo projekt nazvaný „Manipulativní činnosti rozvíjející matematickou gramotnost“. Projekt zpracovává operační myšlení dětí předškolního věku a žáků základních škol. Výsledky jsou obohaceny videoukázkami a metodickými návody pro učitele. Na internetových stránkách je také k dispozici několik výukových materiálů ke stažení.

b) Učebnice

Mezi didaktické pomůcky můžeme samozřejmě zařadit i pracovní sešity a učebnice.

Kolektiv profesora Hejného vydal v roce 2018 vlastní učebnici pro 1. ročník, na které již nespolečně pracoval s níže uvedeným nakladatelstvím. Součástí této učebnice jsou i pracovní listy a gradované pracovní karty (H-mat, 2019). Je více než pravděpodobné, že profesor Hejný se svým kolektivem bude portfolio svých učebnic nadále rozšiřovat, a to zejména na základě zkušeností ve školské praxi a podnětů z řad pedagogické veřejnosti.

Nakladatelství Fraus ve spolupráci s profesorem Hejným vydává učebnice pro výuku Hejného matematiky již od roku 2007. Na učebnicích a pracovních sešitech se podílí několikačlenný tým sestavený z řad odborníků, spolupracujících na výzkumu matematického vzdělávání žáků a učitelů. Vydalo se již několik učebnic pro 1. stupeň základních škol. Ke každé učebnici vychází zároveň i metodika pro učitele, elektronické interaktivní učebnice Flexibooks a další doplňkové materiály.

Původní řada učebnic vychází v nakladatelství již od roku 2007. Všechny učebnice splňují požadavky RVP ZV a zároveň mají platnou schvalovací doložku MŠMT. Učebnice poskytují učitelům náměty k rozvoji žákových intelektuálních i osobnostních schopností a nabízejí netradiční pohled na matematiku a její vyučování. Učebnice jsou vždy vydávány pro jednotlivé ročníky a ve třetím až pátém ročníku jsou doplněny o pracovní sešity. V pracovních sešitech jsou žákům vysvětlovány jednotlivá prostředí a učivo začíná nabývat na náročnosti.

Nová generace učebnic je přepracované vydání původní řady učebnic, které zohledňuje připomínky učitelů, kteří Hejného metodu vyučují. Jsou doplněny o lepší grafiku i strukturu učebnic. Do těchto učebnic byly nově zařazeny úlohy, které jsou náročnější a rozšiřující – tzv. oříšky. Tyto nové učebnice mají především za cíl více motivovat žáka v hodinách matematiky. K dispozici je učitelům opět příručka k učebnici (FRAUS, 2019).

Učebnice pro druhý stupeň se skládají ze šesti dílů, které se označují písmeny od A do F. Přičemž díl F je sestavený pro rychlejší třídy a úlohy v učebnici mají za úkol připravit žáky na přijímací řízení. Učebnice jsou znovu doplněny o pracovní sešity, příručky učitele a elektronické verze.

Učebnice na prvním stupni jsou koncipovány tak, že obsahují název kapitoly, poučky k zapamatování, obrázky a fotografie, s kterými žáci pracují, úlohy, které žáky nutí přemýšlet a název velkého tematického celku. Zelený rámeček látku doplňuje nebo jí vysvětluje, červený rámeček žákům umožňuje nahlédnout i do dalšího předmětu. Modrý rámeček nabízí další činnosti při výuce (Hejný, Jirotková, Bomerová, Michnová, 2011).

1.4.2 Personální podmínky

Vzdělávání učitelů

Samotné vzdělávání učitelů je důležitým krokem pro správně vedené hodiny a výuku matematiky. Profesor Hejný na svých stránkách nabízí pravidelné semináře pro začínající nebo již zkušené učitele v této metodě. Profesor Hejný uvádí, že: *„Změna role učitele ve vyučovacím procesu bývá pro mnohého učitele velice obtížná, neboť se jedná o změnu jeho pedagogického přesvědčení, které se utvářelo po mnohá léta na základě zkušeností, vzdělání, interakce s okolím. Obvykle je důležité, aby proces změny edukačního stylu učitele i doplnění jeho odborných znalostí jak v samotné matematice, tak zejména v didaktice matematiky, byl provázen podporou, a to nejen podporou morální, ale především odbornou. V některých případech je škola sama schopna zajistit učiteli, který se rozhodl pro inovaci výuky matematice a posun svého edukačního stylu směrem k tvořivému, podnětnému, konstruktivistickému, plně kvalifikovanou podporu.“* (H-mat, 2019).

Pokud se učitel, případně škola, rozhodne učit podle metody Hejného, měl by absolvovat šesti hodinový vzdělávací program, který si může sestavit dle svého uvážení. V programu se seznámí se základními myšlenkami Hejného metody vyučování matematice, pozná blíže některá vybraná prostředí. Porozumí tvorbě gradovaných testů a hodnocení. Cílem programu je také aby učitel pochopil roli učitele a roli žáka v této metodě, seznámil se s koncepcí učebnic, s poznávacím procesem žáka, s postupy na rozvoj rozumových i osobnostních schopností žáka. Jakmile tento program dokončí, obdrží certifikát, který ho opravňuje učit metodou Hejného (H-mat, 2019).

2 PRAKTICKÁ ČÁST

2.1 Cíle praktické části

Cílem praktické části této diplomové práce je popsat odlišnosti Hejného matematiky od ustáleného pohledu na školskou matematiku a její vyučování. Půjde především o porovnání znalostí žáků v obou zmíněných skupinách. Za další cíl výzkumu si kladu zmapovat současné postoje učitelů k metodě profesora Hejného. V rámci výzkumu jsem oslovila učitele, kteří se věnují výuce jeho metody i ty, kteří vzdělávají své žáky tradiční metodou, případně učitele, kteří se s metodou během své pedagogické kariéry již setkali, ale od její aplikace upustili, případně naopak. Na základě teoretických poznatků z oblasti metodiky profesora Hejného i z oblasti tradičního pojetí vyučování matematiky usuzuji, že je důležité, ve kterém ročníku přišel žák do kontaktu s metodou Hejného a po jak dlouhou dobu se jeho schopnosti rozvíjely právě hledáním souvislostí, hledáním vhodných řešení a propojováním myšlenek. Domnívám se, že pokud byli žáci touto metodou vzděláváni již na prvním stupni základní školy, budou jejich výsledky vzdělávání zejména na druhém stupni velmi dobré, ve srovnání s žáky, kteří byli vzděláváni tradiční vzdělávací metodou. Domnívám se také, že u žáků vzdělávaných metodou Hejného bude patrnější radost z práce, větší pracovní zaujetí a nasazení, patrnější sklon k produktivní činnosti v hodinách matematiky – a to na obou stupních základního vzdělávání.

Jaký je názor a postoj učitelů k metodě profesora Hejného? Bude pozitivní nebo převládá nejistota a strach z nepoznaného?

Kolik učitelů se setkalo s metodou Hejného? Jaký je jejich přístup k metodě Hejného? Jaké pomůcky nabízejí dětem při práci v hodinách? Kolik učitelů kombinuje výuku matematiku Hejného matematiky s tradiční formou? Jaký bude přístup žáků k úlohám, pokud se jim změní podmínky při výuce matematiky? Domnívám se, že jen velmi málo učitelů se s pojmem Hejného matematika nikdy nesetkalo, a že ve velkém počtu mají široké povědomí o této metodě. Myslím si, že i učitelé, kteří nepracují primárně s Hejného metodou, ale sami sebe řadí ke stoupencům tradiční vyučovací metody matematiky, do svých hodin občas zařazují některá prostředky, která využívá Hejného metoda a její přístupy či prostředky.

2.2 Zpracování výzkumného materiálu

VÝZKUM MEZI UČITELI

Ve svém kvantitativním výzkumu jsem se zaměřila na učitele základních škol a dotazovala jsem se jich na metodu Hejného. Zajímalo mě jejich názor na tuto metodu, zda si myslí, že je tato metoda vhodná pro všechny děti, a zda si myslí, že děti vyučované touto metodou mohou být úspěšnější při přijímacích zkouškách k dalšímu

vzdělávání. Cílem výzkumu bylo zjistit, zda je matematika Hejného mezi učiteli upřednostňována více než běžná matematika, zda mají pro její aplikaci v praxi dostatečné podmínky, a jestli vůbec má tato metoda nějaká pozitiva.

Jako výzkumný nástroj jsem zvolila dotazník, který obsahoval 12 bodů, a rozdala ho do různých základních škol. Snažila jsem vytvořit dotazník krátký a jasný. Naštěstí jsem se neseetkala s neochotou při vyplňování.

Dotazníků jsem rozdala celkem 50 a vrátily se mi všechny. Jejich vyhodnocení mě celkem překvapilo.

Dotazníkové šetření

2.2.1 Vyhodnocení dotazníků:

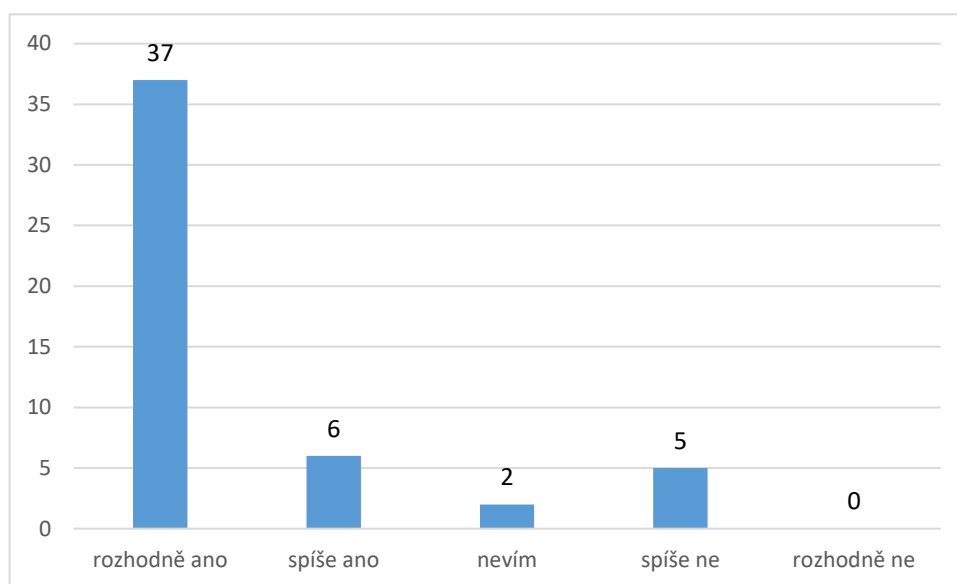
1) Víte, co je to matematika Hejného?

Všech 50 respondentů odpovědělo, že vědí, co je matematika Hejného. V této otázce byla možnost volné odpovědi, což také někteří respondenti využili. Jejich odpovědi byly, že je to matematika, která netradičními způsoby rozvíjí matematické myšlení, kreativitu, sociální chování žáků. Objevila se dokonce odpověď, že na škole, kde učí paní učitelka, působila spoluautorka učebnic, paní Jitka Michnová.

Citace vybraných odpovědí:

- „Jedna z alternativních směrů výuky matematiky na základní škole, který dává důraz na to, aby žák objevil postup či řešení příkladu sám a s radostí.“;
- „Ano, vím. Ale nedokážu ji popsat jednou větou. Možná – hravá matematika.“;
- „Ano, učím podle této metody.“;
- „Matematika, která netradičními způsoby rozvíjí matematické myšlení, intelektuální a komunikační schopnosti, kreativitu, sociální chování žáků.“;
- „Ano, ve škole e této metodě věnujeme, většinou se snažíme o kombinaci této metody s metodou klasickou. Na naší škole působila a metodu zaváděla spoluautorka učebnic, paní Jitka Michnová. Svými slovy bych matematiku vysvětlila jako metodu, v níž se autor opírá o praxi, hledá vztahy a souvislosti mezi úlohami. Dává důraz na logické myšlení a na individuální tempo jedince. Principem jednotlivých úloh je, že se ji žáci snaží vyřešit samostatně. Učitel je zde pouze průvodcem danou problematikou.“

2) Patří výuka matematiky mezi Vaše oblíbené předměty?

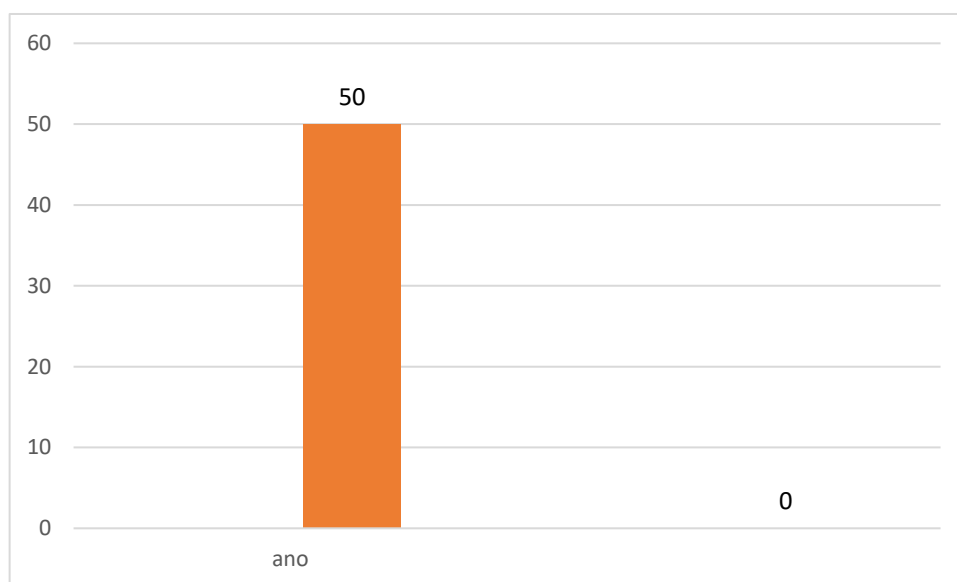


Graf 1: oblíbenost

Zdroj: vlastní

Z odpovědí jednotlivých učitelů lze říci, že matematiku v základní škole učí učitelé celkem rádi.

3) Setkal/a jste se někdy s metodou prof. Hejného?

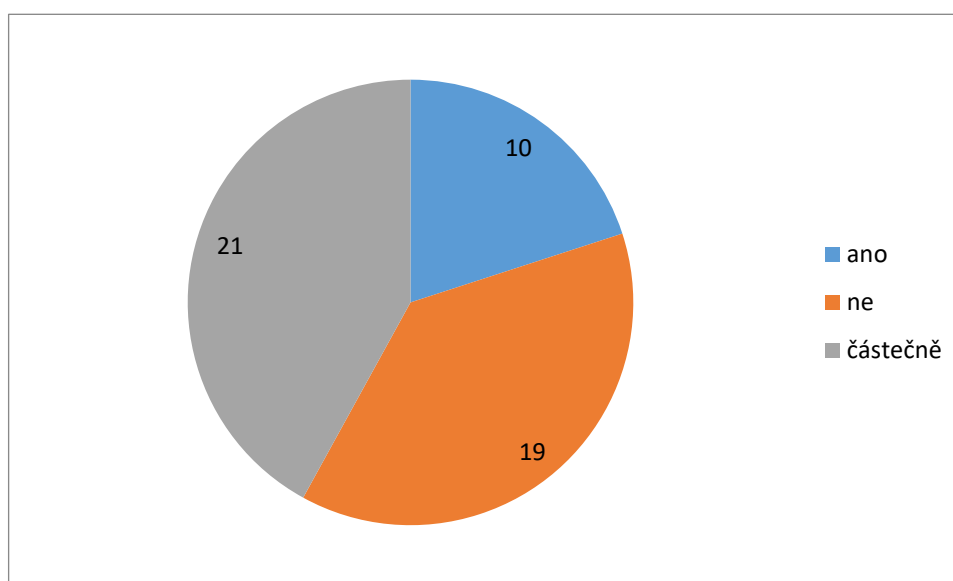


Graf 2: zkušenost

Zdroj: vlastní

Naprosto jasný výsledek. Všichni odpověděli jednoznačně ano.

4) Vy sama/sám učíte podle prof. Hejného?



Graf 3: vlastní výuka

Zdroj: vlastní

U odpovědi ano byla ještě poznámka, že za kladnou odpověď u této otázky berou i to, že v hodinách matematiky využívají prvky Hejného. To bylo pro mne důležité. Protože většina učitelů dle této otázky využívá prvky Hejného v hodinách běžné matematiky. Učitelé běžně využívají např. Autobus, Myslím si číslo nebo Hadi.

5) Jaká pozitiva má pro děti výuka matematiky podle prof. Hejného?

Zde se nejčastěji objevovala odpověď, že mezi pozitiva patří rozvoj logického myšlení, rozvoj samostatné práce a práce ve skupinách. Také se zde objevila odpověď, že jsou děti aktivnější a více se zapojují v hodinách.

Citace vybraných odpovědí:

- „Rozvíjí si logické myšlení, setkají se s netradičním prostředím, propojí si úlohy s reálnou situací, rozvíjí si samostatnou práci, rozvíjí si komunikační schopnosti ve skupině.“;
- „Děti přemýšlí, více je baví, různorodost úloh, hledají více řešení, úlohy i pro nadprůměrné žáky.“;
- „Rozvoj logického myšlení, kreativita při řešení úloh, rozvoj kooperace mezi dětmi.“;
- „Skupinová práce – možnost si vzájemně pomoci, získat info od vrstevníka, kreativita (pokus – omyl, více řešení).“

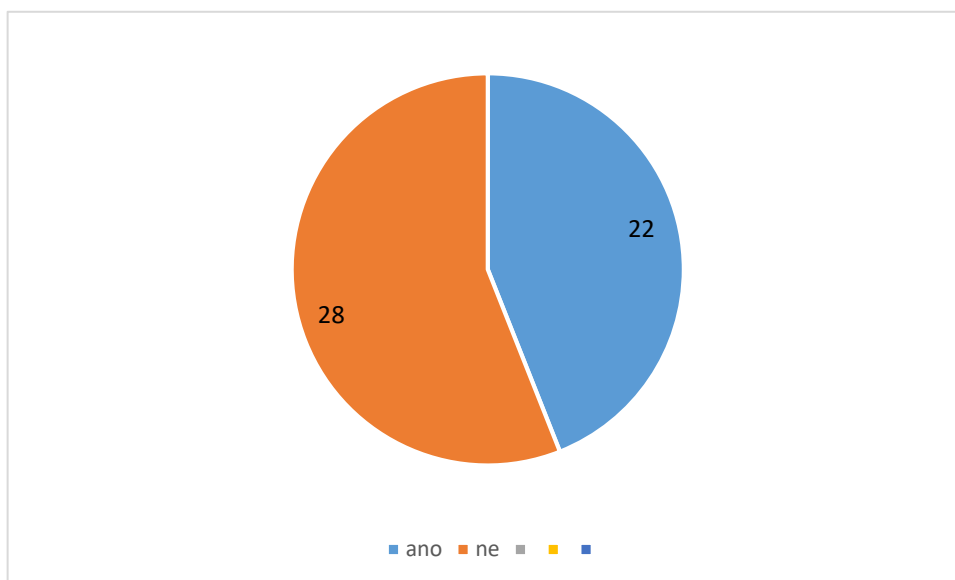
6) Jaká pozitiva má pro učitele výuka matematiky podle prof. Hejného?

Objevovaly se zde odpovědi typu, že učitele matematika Hejného neustále rozvíjí, je nucen využívat netradiční postupy a prostředí a že učitel je partnerem žáka.

Citace vybraných odpovědí:

- „Pokud neučím metodou Hejného, můžu nabídnout některé úlohy dětem „rychlíkům“, zpestření hodin matematiky.“;
- „Pestré, těžko lze ustrnout – učitele neustále rozvíjí, různí žáci = různé postupy, řešení, náhledy.“;
- „Netradiční postupy, prostředí.“;
- „Má možnost sledovat radost a nadšení dětí při řešení úloh, různé myšlenkové pochody svých žáků a způsoby řešení úloh.“

7) Myslíte si, že je matematika Hejného vhodná pro všechny děti?

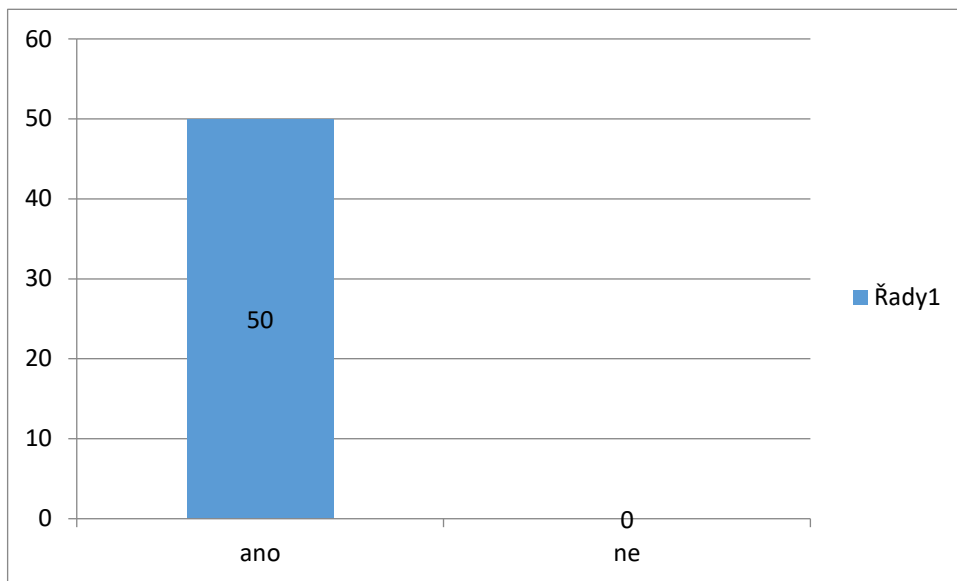


Graf 4: vhodnost

Zdroj: vlastní

V této otázce bylo více odpovědí s variantou ne. Ti, kteří odpovídali ne, se shodli na tom, že matematika Hejného není pro děti, které nemají logické myšlení. Děti, které mají s matematikou problémy, by měly být vyučovány podle tradiční formy. Důležitou podmínkou pro aplikaci matematiky Hejného do praxe je podle respondentů logické myšlení a určitý stupeň racionální uvažování.

8) Znáte nějakou konkrétní činnost z matematiky Hejného?

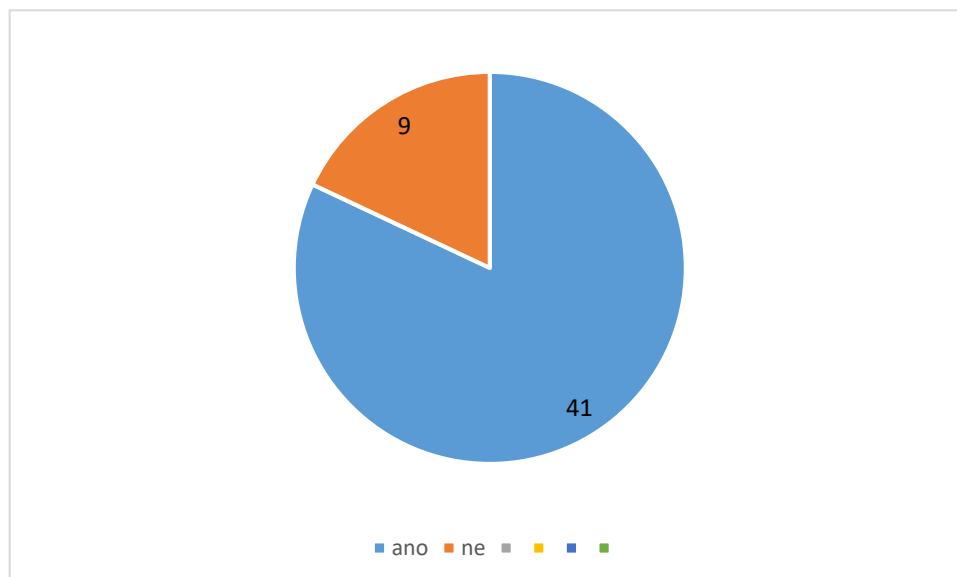


Graf 5: činnosti

Zdroj: vlastní

Všichni jednoznačně odpověděli ano. Objevila se zde metoda Krokování, Autobus, děda Lesoň nebo sčítací trojúhelník (tuto metodu sama neznám). Zde se potvrzuje, že důležitou podmínkou pro výuku matematiky je aplikace různých prostředí – a to nejen v hodinách, kde je Hejného metoda stěžejní.

9) Jste příznivcem matematiky Hejného?

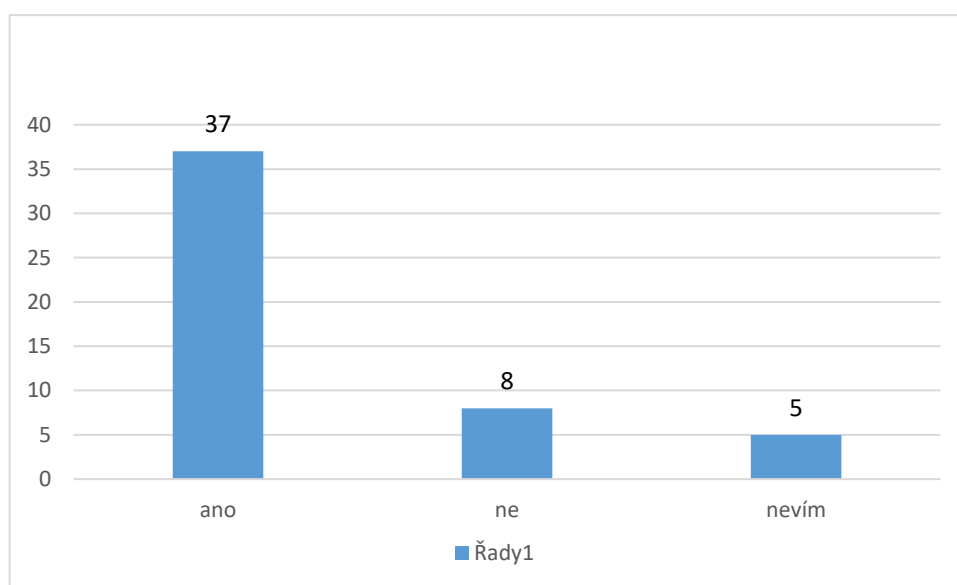


Graf 6: příznivost

Zdroj: vlastní

Odpověď ano se objevila u těch, kteří psali, že využívají prvky matematiky Hejného v hodinách nebo matematiku Hejného přímo učí. Dodatek u této otázky byl, že sice příznivci dané metody jsou, ale vyučovat jí pouze v hodinách matematiky nechtějí. Pouze si do hodin berou to, co je pro ně přínosné a líbí se jim.

10) Je vhodné zařazovat matematiku Hejného i na druhý stupeň základní školy?

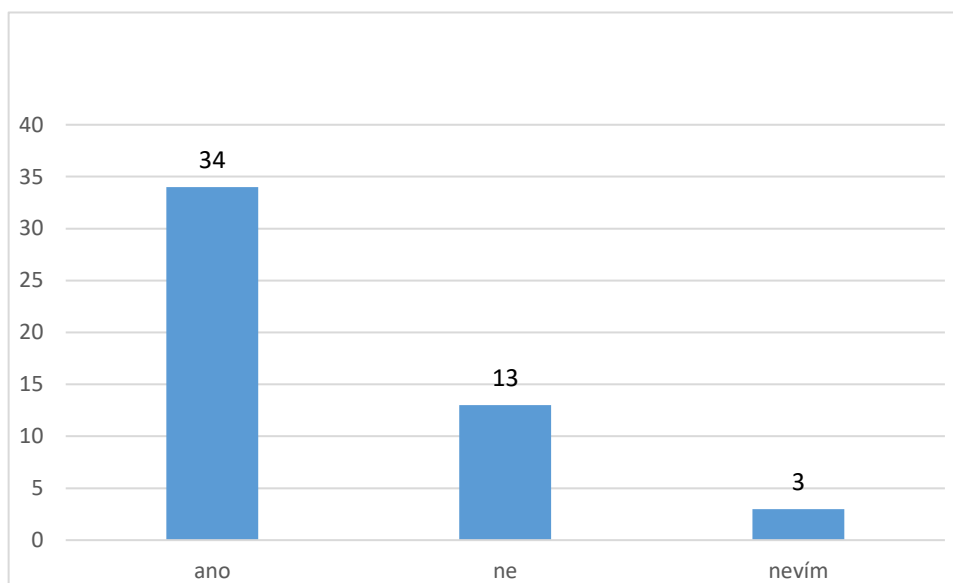


Graf 7: vhodnost

Zdroj: vlastní

Původně v této otázce byly stanovené jen dvě odpovědi. Ovšem někteří dotazovaní si do této otázky vložili ještě třetí možnost a to konkrétně odpověď nevím. Pravděpodobně tato otázka nebyla úplně dobře zvolená. Nicméně odpověď ano převažovala a z toho lze vyčíst, že je vhodné v matematice Hejného pokračovat i na druhém stupni. Měla by tedy fungovat návaznost matematiky mezi prvním a druhým stupněm. Podmínkou pro absolutní úspěšnost metody Hejného při výuce matematiky je tedy i fakt, že by měla být zajištěna jistá návaznost mezi jednotlivými ročníky či stupni vzdělávání.

11) Myslíte si, že jsou děti učené metodou Hejného úspěšnější v přijímacích zkouškách na střední školy a víceletá gymnázia?

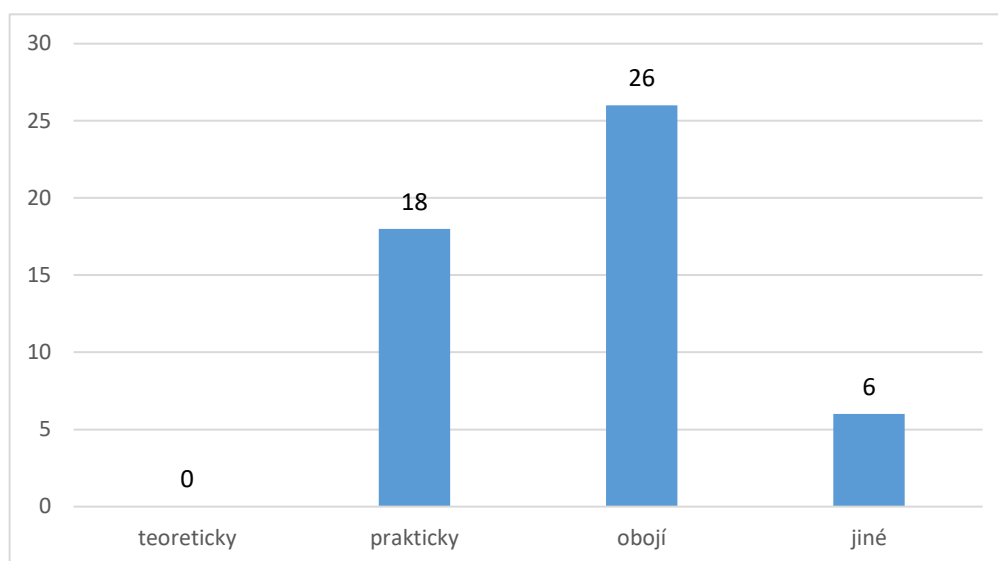


Graf 8: úspěšnost

Zdroj: vlastní

Opět se u této otázky objevila odpověď, která nebyla v nabídce. Jednalo se opět o možnost nevím, která některým dotazovaným chyběla. Tuto možnost využili pouze dva respondenti. Jinak převažovala odpověď ano. Pokud byla odpověď ano, bylo zde ještě uvedena kolonka na vyjádření myšlenky, proč si myslí, že jsou tito žáci úspěšnější. Objevovaly se zde odpovědi, že je to proto, že se matematiky nebojí a umí si poradit s netradičními úlohami, které se v přijímacích testech objevují. Také se zde objevila odpověď, že školy mohou mapovat úspěšnost svých žáků především u žáků, kteří odchází na gymnázium z pátého ročníku. U žáků devátých tříd je úspěšnost porovnávána celorepublikově a proto škola nemá přesné výsledky.

12) Jak probíhá Vaše hodina matematiky?



Graf 9: hodina matematiky

Zdroj: vlastní

V této otázce se nabízela odpověď:

- a) teoreticky;
- b) prakticky;
- c) obojí;
- d) jiné.

Nejčastěji se objevila odpověď obojí, což mě velice potěšilo. Jsem ráda, že již vymizely ze školy hodiny matematiky, kdy mluví jen učitel, a žáci musí poslouchat. Je dobře, že učitelé zapojují „své“ žáky v hodinách matematiky a nechávají jim prostor pro rozvoj logického myšlení a upřednostňují práci ve skupinách. A to ať už využívají v hodinách metodu Hejného, nebo ne.

Závěr šetření

Výsledkem dotazníkového šetření je zjištění, že z pohledu dotazovaných učitelů je matematika Hejného přínosem nejen tam, kde se učitel pevně drží ucelené metody v rámci metody profesora Hejného. Učitelé jednotlivé části, prostředky, principy, organizaci či prostředí vyplývající z Hejného metody v široké míře zařazují do běžných hodin matematiky, kde dále pracují klasickou metodou. Pro žáky i učitele je určitě přínosné zapojovat různé činnosti a metody profesora Hejného, a rozvíjet tak myšlení dětí. Všichni oslovení respondenti mají povědomí o metodě profesora Hejného a každý z nich se setkal s některou z aktivit, která je typická pro Hejného metodu. Jako pozitivum uvedené metody zmiňují učitelé rozvoj logického myšlení a vyšší míru samostatnosti při práci. Někteří oslovení učitelé se domnívají, že metoda je vhodná pro všechny žáky bez výjimky – dle mého úsudku mají na mysli

jednotlivé aktivity Hejného metody, které je možné zařadit do běžné výuky, ne Hejného metodu výuky matematiky jako takovou. Naopak další učitelé se domnívají, že i přes pozitiva metody by někteří žáci (zejména ty se slabším logickým uvažováním) měli být dále vzdělávání klasickou metodou. Učitelé také zmiňují, že pokud by byla zajištěna návaznost ve vzdělávání mezi 1. a 2. stupněm, je dobré v započatém způsobu výuky pokračovat i na 2. stupni ZŠ.

Sama jsem učitelkou na základní škole. Učím v páté třídě a ve svých hodinách často metodu Hejného zařazuji, sama v hodinách využívám Indické násobení nebo Auto-bus. Podobně jako většina respondentů zastávám názor, že žákům s pomalejším tempem a horším logickým úsudkem je dobré vysvětlit látku, a až poté ji vyzkoušet na některém z prvků z matematiky Hejného – tedy ve smyslu realistického konstruktivismu, který připouští, že ne vše musí nutně objevit žák sám, ale že je možné mu jistým způsobem při jeho poznávání dopomoci. Žáci si však v hodinách mohou pomáhat i vzájemně. Práce ve skupinkách nebo diskuse nad úlohami, může ostatním žákům pomoci najít vhodné řešení a danou látku pochopit.

Z mého šetření je zřejmé, že většina učitelů pouze vybírá určité prvky z Hejného matematiky, jimiž doplňuje své hodiny matematiky. A s tímto názorem se plně ztotožňuji. Je dobré obě metody kombinovat.

2.3 Metody a organizace výzkumné práce

Další dvě části výzkumné práce se zaměřují na názory ředitelů/ředitele vybraných škol k výše zmiňované tematice a na porovnávání výsledků vzdělávání žáků vytypovaných tříd na konkrétních školách.

Dle mého názoru je postoj vedení jednotlivých škol k volbě metody výuky matematiky v jednotlivých třídách zásadní. Z toho důvodu zařazuji do výzkumu právě rozhovory s vedoucími představiteli škol na toto téma. Osloveni byli 3 vedoucí pracovníci (viz níže), jejichž názory slouží jako materiál pro další část praktické části.

Poslední částí výzkumu uvedeného v praktické části je vyhodnocení a porovnání výsledků vzdělávání žáků, kteří navštěvují 3 vybrané školy.

Pro tuto část diplomové práce jsem si vybrala tři základní školy. Každá se ve výuce matematiky výrazně liší.

První základní škola se nachází ve Středočeském kraji ve městě Kolín. Škola vyučuje podle vzdělávacího programu nazvaného „Škole úsměv sluší“, nachází se zde 18 tříd, 5 oddělení školní družiny, dvě učebny informatiky, cvičná kuchyň, tělocvična, jazyková učebna, učebna fyziky a chemie, učebna humanitních předmětů a učebna přírodovědných předmětů. Jedná se o školu s rozšířenou výukou obohacenou o mate-

matiku Hejného. Ta se na této škole od prvního do devátého ročníku. Do své diplomové práce jsem si vybrala druhé, páté a deváté ročníky. Všechny pozorované třídy jsou vyučovány matematikou Hejného.

Druhá základní škola je z Královéhradeckého kraje. Škola se zaměřuje na výuku cizích jazyků, je ale také otevřená Hejného metodě. Žáci jsou v hodinách matematiky vyučováni tradiční formou, mohou však, ale dobrovolně docházet na kroužek matematiky Hejného. Kroužek je pro děti od první do čtvrté třídy a je o něj obrovský zájem. O škole vyšel dokonce i článek v novinách. V Mladé frontě bylo o škole napsáno: *„Škola má vysokou prestiž nejen díky propracované výuce jazyků, rodiče oceňují i kvalitu výuky v jiných oborech. Velkou pozornost tu věnují například relativní novince mezi vyučovacími předměty, finanční gramotnosti. Bez kvalitních učitelů by to však nešlo, říkají rodiče. A ty škola má. Souhlasí s tím i její žáci. Když hodnotí, co je na jejich škole nejlepší, na první místo dávají dobré učitele, následuje velký výběr kroužků, hřiště a tělocvičny, možnost setkat se s lidmi z cizích zemí“* (MF Dnes, 2019). Sledování opět probíhalo ve druhých, pátých a devátých ročnících.

Poslední základní škola leží ve Středočeském kraji v okrese Nymburk nedaleko Prahy. Jedná se o menší obec, městys. Škola má celkem 17 učeben a sportovní halu, která byla otevřena v roce 2015. Celkem je zde vzděláváno 240 žáků. V celé škole se vyučuje tradiční forma matematiky. Pouze v jedné třídě se paní učitelka rozhodla učit podle matematiky Hejného. Vedení školy jí vyšlo vstříc a paní učitelka od první třídy začala učit touto metodou. V současné době jsou děti ve druhé třídě a pokračují v matematice Hejného. Je zde ovšem otázka, co bude, až přijdou na druhý stupeň nebo je převezme jiná paní učitelka, která tuto metodu učit nebude.

V této základní škole byly porovnány dvě druhé třídy. Zajímalo mne, zda žáci vyučování matematikou Hejného budou přistupovat k matematice „jinak“, a jiný způsob myšlení odrazí na výsledcích testů. Dále byl porovnán pátý ročník a devátý ročník.

2.3.1 Rozhovor s vedoucími pracovníky škol

Velmi důležitou roli v rozhodování, zda budou učitelé v rámci hodin matematiky využívat Hejného metodu, hrají ředitelé a ředitelky jednotlivých škol. Ti také koordinují další vzdělávání pedagogických pracovníků a mají tak možnost rozhodovat o tom, zda se právě jejich škola zařadí mezi ty, které se věnují výuce matematiky zmíněnou metodou – třeba právě nasměrováním učitelů k absolvování kurzů, seminářů a přednášek, na kterých se učitel s metodou profesora Hejného může podrobněji seznámit. Z tohoto důvodu byl do praktické části této diplomové práce zařazen i význam rozhovoru s vedením škol a vložen do výzkumné části.

Záznam rozhovoru s ředitelkou ze ZŠ Kolín

1) Jak vnímáte ve své škole přechod žáků z 1. stupně na druhý? Činí jim problém matematika v šesté třídě?

Na 2. stupni mají návaznost – učebnice prof. Hejného. Přesto i učitelé 2. stupně se s touto metodou postupně seznamují a vzdělávají se v práci s ní. Látky a početních úkonů postupně přibývá, což vede k náročnosti předmětu a s tím související neoblíbenosti předmětu u žáků. Stoupá neúspěch u žáků a objevují se i problémy s pochopením a aplikací.

2) Jaké didaktické pomůcky (včetně učebnic) používá vaše škola v hodinách matematiky na 1. stupni?

Všechny dostupné pomůcky Fraus a H-Mat – výukové koberce, krokovací pásy, kostky, parkety, zvířátka, geodesky, měřidla, zlomky, programovací robůtek atd. Výukové programy - matika.in, interaktivní učebnice. Učebnice Fraus – 1. stupeň, H – Mat – 2. Stupeň.

3) Jaké požadavky máte na své učitele matematiky v oblasti dalšího vzdělávání?

Učitelé se pravidelně účastní seminářů Fraus, otevřených hodin, letních škol a dále cyklického vzdělávání organizovaného H – Matem a Odlektora.cz – vše zaměřeno na matematiku dle principů prof. Hejného.

4) Jak vybíráte učitele matematiky? Upřednostňujete uchazeče o zaměstnání s Hejného vzděláním?

Ráda bych upřednostňovala uchazeče s „Hejného“ vzděláním. Bohužel v dnešní době je situace taková, že učitelé matematiky jsou nedostatkovým zbožím a nejsou, ačkoliv je aktivně hledáme. Pro učitele 2. a 3. stupně fakulty poskytují minimální studium principů profesora Hejného.

5) Jak sledujete úspěšnost vašich žáků v přijímacích řízeních na gymnázia? Myslíte si, že jsou vaši žáci v přijímacích řízeních úspěšnější než na školách, kde se učí tradiční formou?

Úspěšnost přijímacího řízení je každoročně vyhodnocována Cermatem a zasílána na školy. U žáků 5. tříd (víceletá gymnázia) dosahujeme v porovnání s celorepublikovým průměrem lehce nadprůměrné výsledky. Na víceletá gymnázia se dostává v průměru 10% - 30% žáků třídy. U čtyřletých oborů nelze posoudit - obdržíme souhrnné výsledky ze všech SŠ včetně učilišť. V letošním roce poprvé 9. ročník dokončí kompletní výuku podle učebnic prof. Hejného.

6) Vyžadujete, aby učitel matematiky učil pouze metodou Hejného, nebo necháváte i prostor pro vlastní formu výuky? Například necháváte učitele zařazovat do hodin i tradiční formu výuky?

Ve všech ročnících učíme podle učebnic prof. Hejného. Záleží na osobnosti, zkušenosti, přesvědčení a sebevzdělávání každého vyučujícího. Pokud se skutečně učí podle všech principů, je to vidět na práci třídy, přesto někteří vyučující učí pouze dle učebnic prof. Hejného. Pokud tato metoda není učiteli vlastní a nestojí si za ní, projevuje se to ve výuce a je lépe zařazovat v tomto případě i tradiční formu (stejný názor zastává i prof. Hejný).

7) Uskutečňují se u vás ve škole nějaké semináře pro učitele v oblasti matematiky? Jaké?

Učitelé si předávají navzájem poznatky z absolvovaných školení, využívají neformálních konzultací a vzájemných hospitací. Škola je zapojena do pilotního výzkumu Hejného matematiky.

8) Jak podporujete rodiče žáků, kteří jsou vzdělávání metodou Hejného? Poskytujete jim nějaké didaktické materiály, např. Příručku pro rodiče?

Rodiče mají často s touto metodou problém. Příručka pro rodiče je volně stažitelná z internetu. Protože vidíme, že je nutné seznamovat rodiče s touto metodou (snížení obav) začínáme s tzv. rodičovskými kavárnami - seznámení s prostředím Hejného matematiky.

Záznam rozhovoru s ředitelem ze ZŠ Středočeského kraje, okres Nymburk

1) Jak vnímáte ve své škole přechod žáků z 1. stupně na druhý? Činí jim problém matematika v šesté třídě?

Největší problém je v neupevněné numeraci – přechod přes deset, násobilka, klesající motivace.

2) Jaké didaktické pomůcky (včetně učebnic) používá vaše škola v hodinách matematiky na 1. stupni?

Naše škola pracuje ve všech třídách s tradiční formou výuky matematiky. Pouze jedna třída, konkrétně druhý ročník, využívá v matematice metodu Hejného.

3) Jaké požadavky máte na své učitele matematiky v oblasti dalšího vzdělávání?

Učitelé se mohou dále dobrovolně vzdělávat ve své oblasti dle svého uvážení.

4) Jak vybíráte učitele matematiky? Upřednostňujete uchazeče o zaměstnání s Hejného vzděláním?

Jsem rád, že seženu jakéhokoli kvalifikovaného učitele, který splňuje požadavky pro výkon své profese. Pokud na něj seženu ještě nějaké kladné ohodnocení od bývalého zaměstnavatele, jsem nadšený. Při výběru vhodného kandidáta dávám na vlastní dojem z rozhovoru, a pokud má navíc uchazeč vzdělání pro výuku metodou Hejného, je to jen bonus navíc, ale určitě ne podmínka.

5) Jak sledujete úspěšnost vašich žáků v přijímacích řízeních na gymnázia? Myslíte si, že jsou vaši žáci v přijímacích řízeních úspěšnější než na školách, kde se učí tradiční formou?

Občas si necháme udělat výzkum externí firmou.

6) Vyžadujete, aby učitel matematiky učil pouze metodou Hejného, nebo necháváte i prostor pro vlastní formu výuky? Například necháváte učitele zařazovat do hodin i tradiční formu výuky?

Paní učitelce, která se rozhodla u nás učit Hejného metodou, do výuky popravdě moc nemluví. Nechávám jí v tomto ohledu volné pole působnosti. Řekl bych ale, že obě metody ve výuce kombinuje.

7) Uskutečňují se u vás ve škole nějaké semináře pro učitele v oblasti matematiky? Jaké?

Ano, naše škola je součástí projektu, podpořeného z operačního programu „Vzdělávání pro konkurenceschopnost“. Projekt je zaměřen na metodickou podporu učitelů, ale není primárně zaměřen na výuku Hejného metody, ale na rozvoj matematické gramotnosti obecně.

8) Jak podporujete rodiče žáků, kteří jsou vzdělávání metodou Hejného? Poskytujete jim nějaké didaktické materiály, např. Příručku pro rodiče?

Paní učitelka si řeší sama. Dělá pravidelné dílničky s rodiči.

Záznam rozhovoru s ředitelkou ZŠ z Královéhradeckého kraje

1) Jak vnímáte ve své škole přechod žáků z 1. stupně na druhý? Činí jim problém matematika v šesté třídě?

Sama za sebe bych řekla, že žáci s přechodem na druhý stupeň žádný problém nemají. Dovolím si tvrdit, že na škole máme velice kvalitní učitele, kteří dokážou žáky na přechod z jednoho stupně na druhý velmi dobře připravit.

2) Jaké didaktické pomůcky (včetně učebnic) používá vaše škola v hodinách matematiky na 1. stupni?

Učitelé využívají většinou učebnice od nakladatelství Nová škola. Pokud se ale rozhodnou pro jiné nakladatelství, nevidím v tom žádný problém. Jednoduše si dané pomůcky objednají a začnou ve výuce využívat. Dále jim jsou nabízeny všechny možné didaktické pomůcky, které má naše škola k dispozici. Počínaje počítadly a číselnými osami, až po interaktivní programy. Pro kroužek matematiky Hejného jsme nakoupili mnoho pomůcek přímo od vydavatele a některé paní učitelky je využívají i v běžných hodinách matematiky. Což jsem velice ráda.

3) Jaké požadavky máte na své učitele matematiky v oblasti dalšího vzdělávání?

Učitelé jsou pravidelně posíláni na kurzy a školení. Během školního roku jim je nabídnuto několik seminářů a oni mají možnost si dobrovolně některý vybrat. Tyto kurzy jim plně hradí škola.

4) Jak vybíráte učitele matematiky? Upřednostňujete uchazeče o zaměstnání s Hejného vzděláním?

Určitě to není podmínka pro přijetí. Samozřejmě mám ráda, když učitel má jakékoli další vzdělání navíc. Víte však, jaká je v současné situaci na trhu s kvalitními učiteli. Jsem šťastná za jakéhokoli dobrého učitele, který má odpovídající kvalifikaci a alespoň několik roků praxe. Dle mého názoru je těžké sehnat učitele se zaměřením na 2. stupeň.

5) Jak sledujete úspěšnost vašich žáků v přijímacích řízeních na gymnázia? Myslíte si, že jsou vaši žáci v přijímacích řízeních úspěšnější než na školách, kde se učí tradiční formou?

To je velice těžké říct. Určitě jsme hrdí na každého žáka, který se od nás dostane na jakoukoli další formu vzdělávání. V úspěšnosti se jim snažíme co nejvíce pomoci. Pro to, aby byli naši žáci úspěšní, jsme zavedli na škole mnoho kroužků a doučování pro žáky 1. a 2. stupně. Od druhé třídy mají žáci možnost navštěvovat kroužek matematiky Hejného, který jim pomáhá rozvíjet logické myšlení.

6) Vyžadujete, aby učitel matematiky učil pouze metodou Hejného, nebo necháváte i prostor pro vlastní formu výuky? Například necháváte učitele zařazovat do hodin i tradiční formu výuky?

Na naší škole je matematika vyučována tradiční formou. Přesto však některé paní učitelky, zejména pak ty, které se věnují kroužku matematiky, do svých hodin tuto formu výuky zahrnují. Vůbec jim v tom nebráním. Naopak s tím souhlasím.

7) Uskutečňují se u vás ve škole nějaké semináře pro učitele v oblasti matematiky? Jaké?

Ano, naše škola je otevřená všem užitečným školením a seminářům v oblasti vzdělávání. Díky kroužku matematiky nás navštívili již několikrát lektori metody Hejného. Těchto seminářů se účastní všichni učitelé prvního stupně.

8) Jak podporujete rodiče žáků, kteří jsou vzdělávání metodou Hejného? Poskytujete jim nějaké didaktické materiály, např. Příručku pro rodiče?

Paní učitelky, které vyučují kroužek matematiky, provedou na začátku školního roku schůzku s rodiči přijatých dětí a poskytnou jim veškeré informace k metodě. Je moc dobré, že děti mají možnost poznávat něco nového a jiného.

Závěr dotazování

Vedení škol se velkou měrou podílí na rozhodování, zda budou učitelé do svých hodin zařazovat prvky matematiky profesora Hejného, nebo zda budou pracovat s celou jeho ucelenou koncepcí. Z rozhovorů vyplývá jeden velmi pozitivní fakt. Učitelé nejsou svazováni rozhodnutím ředitelů či ředitelek, ale vedení školy poskytuje učitelům prostor, aby se samostatně mohli rozhodnout, kterou metodu ve výuce využijí. Velmi kladně hodnotím další výstup, který je na první pohled patrný. Z rozhovoru s vedoucími pracovníky jasně vyplývá, že většina ředitelů či ředitelek škol pozitivně nahlíží na další vzdělávání pedagogů, a to nejen v oblasti matematiky. Ředitelé oceňují jakoukoli snahu o sebevzdělávání.

Ředitelé škol nespatřují problém v přechodu žáků mezi jednotlivými stupni základního vzdělávání a poskytují podmínky pro to, aby žáci zvládli přechod v oblasti matematiky mezi 1. a 2. stupněm základní školy bez větších problémů.

Z některých rozhovorů je patrné, že vedení škol řeší personální otázku (v obsazení hodin matematiky) zejména na druhém stupni, kde chybí kvalifikované pracovní síly. Z mého pohledu by bylo velmi vhodné, kdyby byla matematika profesora Hejného na školy implementována nejen v rámci hodiny matematiky. Myslím si, že principy této metody samy vybízejí k tomu, zařazovat tento systém matematického poznávání i jako zájmové kroužky na jednotlivých školách. Potvrzuje to i jeden z rozhovorů s vedením škol.

Z rozhovorů s výše uvedenými vedoucími pracovníky základních škol vyplynulo, že podmínky pro vzdělávání v oblasti matematiky mají žáci na všech školách více než dobré. Všichni ředitelé se snaží o další vzdělávání svých zaměstnanců a nebrání se jakýmkoli novým metodám v hodinách matematiky. Pokud se učitel rozhodne zařazovat prvky Hejného metody, vedení mu to umožní. Vybavenost škol, co se týče didaktických pomůcek, byla nejlepší na základní škole v Kolíně. Je to tím, že se zde výuce věnují plnohodnotně a učí touto metodou na obou stupních.

2.3.2 Porovnávání výsledků vzdělávání

Testování žáků

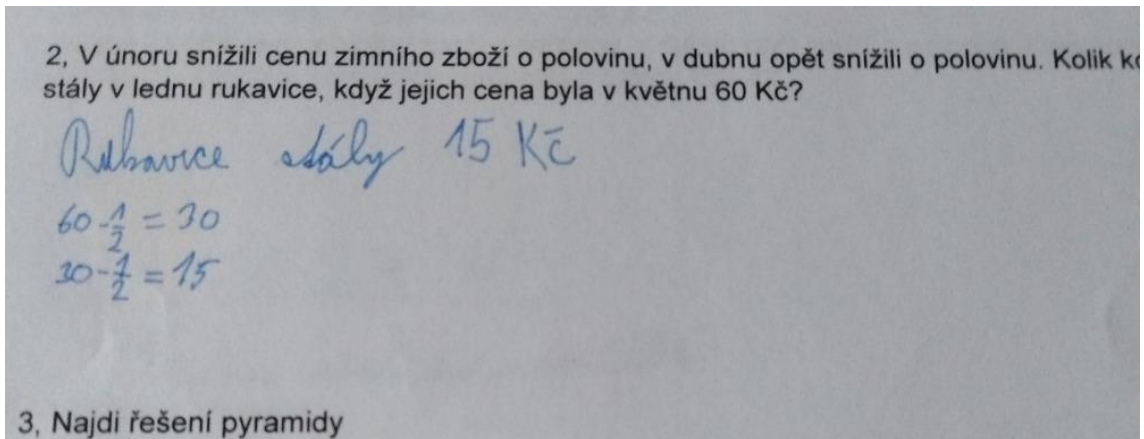
Testování žáků bylo zvoleno z důvodu zjištění matematických znalostí u žáků na různých základních školách. V rámci testování bylo zahrnuto do vzorku několik žáků

z odlišných ročníků. Do testování byli zařazeni žáci z druhých tříd všech uvedených škol, dále žáci pátých ročníků a nakonec žáci devátých ročníků. Vzorek žáků byl následně rozšířen ještě o žáky třetích ročníků v základní škole z Královehradeckého kraje, kde mě paní učitelka přesvědčila, že tito žáci budou schopní vyřešit úlohy pro pátý ročník. Argument k testování byl, že většina žáků daného ročníku prošla kroužkem matematiky, a proto by pro ně měly být úlohy k vyřešení jednoduché. Testy, které byly žákům zadány, vycházely z ŠVP jednotlivých škol a zároveň v nich byly využity úlohy, z učebnic profesora Hejného.

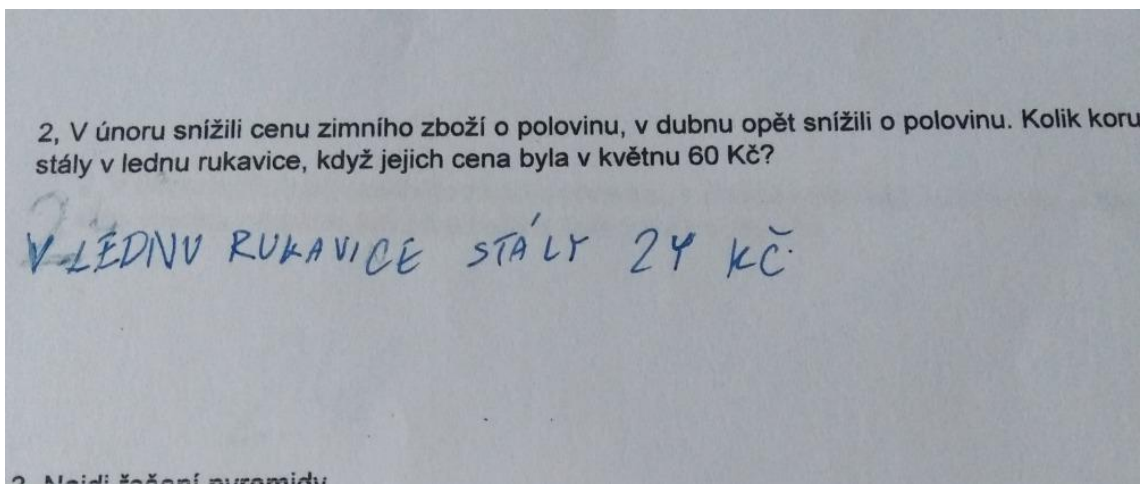
Testování druhých ročníků bylo provedeno v různorodých třídách. V základní škole v okrese Nymburk jsou dvě paralelní třídy. V jedné se vyučuje metodou Hejného a v druhé tradiční formou. Kolínská škola vyučuje pouze metodou Hejného a v hradecké škole mnoho dětí z druhých ročníků navštěvuje kroužek matematiky. Zajímalo mne, zda žáci ze třídy vyučované tradiční formou budou mít v testování odlišné výsledky. Testy byly vytvořeny podle učebnic profesora Hejného a rozdány žákům do všech tříd. Všichni žáci měli na vypracování stejné podmínky. Žáci, kteří byli vyučováni metodou Hejného, nepotřebovali mnoho instrukcí k úlohám a jejich počítání. Bylo evidentní, že úlohy znají a že vědí, jak na ně. Při počítání využívali krokovací pás nalepený na lavici nebo volili jako pomůcku prsty na ruku. V třídě vyučované tradiční formou se žáci častěji dotazovali na zadání úloh. Například sčítací pyramidy žáci měli problém pochopit. Paní učitelka tedy žákům ukázala na tabuli vzorový příklad a poté již většina žáků věděla, jak pyramidy vyřešit. Po vyhodnocení všech testů bylo zjištěno, že žáci jsou ve znalostech rovnocenní. Žáci dosahovali plného počtu bodů a pouze jeden žák získal nulu. Jednalo se o dívku, která je z národnostní menšiny a do školy chodí nepravidelně.

Paní učitelka ze třídy, kde výuka probíhá tradiční formou, mi sdělila, že se snaží prvky Hejného do výuky zařazovat. Líbí se jí některá prostředí jako je Autobus nebo Schody a s nimi prokládá výuku. Do testování druhých ročníků bylo zahrnuto celkem 142 žáků ze všech třech základních škol.

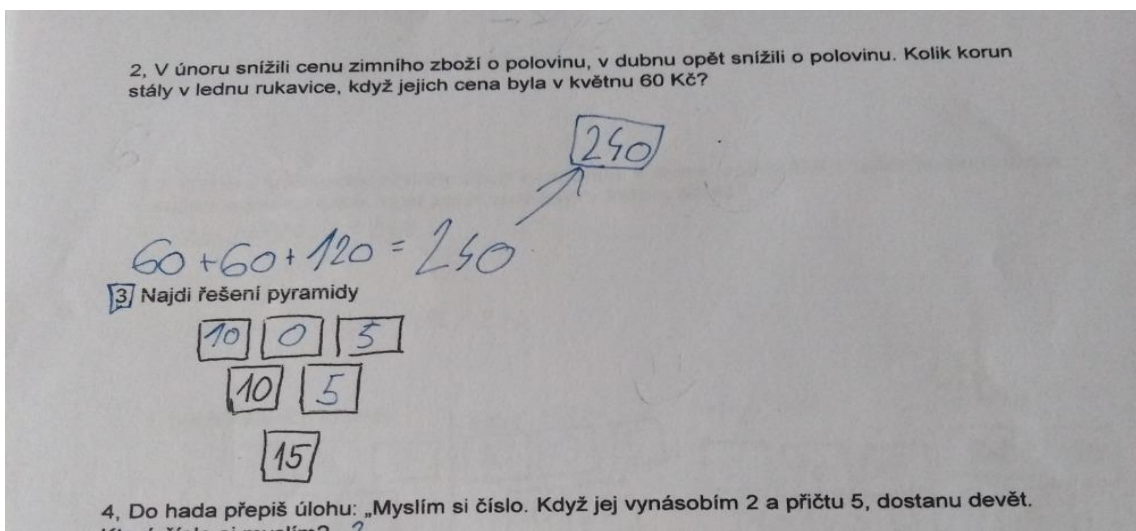
Test v pátých třídách již nebyl tak úspěšný, jako v druhých ročnících. Některé úlohy v testu činily žákům potíže. Test byl opět vytvořen dle učebnic profesora Hejného a rozdán do všech pátých tříd. Testováno bylo celkem 125 žáků. Největší problém žákům činila úloha číslo dvě: „V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu opět snížili o polovinu. Kolik korun stály v lednu rukavice, když jejich cena byla v květnu 60,-Kč?“ Mnoho žáků se snažilo o výpočet rozkladem. Ovšem jako výchozí brali žáci číslo 60 a to rozkládali na menší a menší. Nakonec se tak dostali na odpověď, že rukavice stály v lednu 15,- Kč. Tato odpověď se objevovala ve všech školách a byla nejčastější – ze vzorku 125 žáků takto odpovědělo 97 žáků. Z toho usuzuji, že žáci chybovali již ve špatném výkladu zadání.



Obr. 1: Vypracovaný test žáka z 5. třídy (foto Jitka Manželová, 2019)



Obr. 2: Vypracovaný test žáka z 5. třídy (foto Jitka Manželová, 2019)



Obr. 3: Vypracovaný test žáka z 5. třídy (foto Jitka Manželová, 2019)

V devátých ročnících nejlépe dopadlo testování ve třídách vyučovaných tradiční formou výuky. Většina žáků zvládla úlohu se zlomky, která v kolínské škole vůbec neuspěla. Žáci v kolínské škole jednoduchý příklad řešili velice složitou cestou, například odmocninami, počítáním se závorkami nebo jen sdělením, že příklad vypočítat neumějí. Do testování bylo zahrnuto celkem 94 žáků a výsledky jednoznačně dopadly nejlépe na školách, kde není vyučováno podle metody Hejného. To mě udivilo, a proto jsem provedla rozhovor s učiteli devátých ročníků a s vedoucími pracovníky o podmínkách výuky na školách. V jedné základní škole mi paní učitelka sdělila, že žáci nebyli testem motivováni. Že konstrukce testů vypadá tak, že žáci dostanou předem obodované otázky a poté si vybírají úlohy, které mají možnost řešit podle svých schopností dané úrovně.

Závěr testování

V této oblasti výzkumu se výrazně odrazil přístup a podmínky výuky na základních školách. Odlišnost ve výuce matematiky je výrazná. Na základní škole, kde se učí matematika Hejného pouze v jednom ročníku, paní učitelka vyžadovala automatizaci násobilky. To znamenalo, že dětem byla nabízena tabulka pro vyvozování násobilky, ale zároveň paní učitelka vyžadovala od dětí její znalost z paměti. Probíhalo zde slovní zkoušení a paní učitelka zadávala dětem kontrolní pětiminutovky. Kombinovala tak způsob tradiční výuky s metodou Hejného. V hradecké a kolínské základní škole se podmínky lišily opět dle učitele. V jedné třídě byla paní učitelka, která byla zastáncem toho, že se žáci naučí počítat nejlépe formou hry a společného řešení úloh. Docházelo zde ke střetům názorů mezi jednotlivými učiteli. Je těžké najít na toto téma společnou řeč. Dovolují si říci, že zde se podmínky výuky v jednotlivých školách výrazně liší.

Kteří žáci tedy budou úspěšnější při přijímacím řízení na střední školy a víceletá gymnázia?

Z výše uvedeného výzkumu lze zjistit, že učitelé si byli nejisti s odpovědí na tuto otázku. Je zde totiž velice těžké tvrdit, že metoda Hejného je lepší při přípravě na přijímací zkoušky a že jsou žáci úspěšnější. Sám profesor Hejný v jednom z rozhovorů uvedl, že metoda Hejného matematiky nezaručí, jestli žák bude v přijímacím řízení úspěšnější oproti ostatním žákům vyučovaných tradiční formou. Ale že žákům může nabídnout jiný pohled na matematiku, který ho do budoucna může připravit na lepší orientaci v životě a logické uvažování.

Různé podmínky vyučování Hejného metodou mohou také výrazně ovlivnit výsledky žáků v matematice. To bylo velmi dobře patrné v hradecké škole, kde paní učitelka vede kroužek matematiky Hejného. Žáci jsou v hodinách vzdělávání tradiční formou, ale mohou ještě navíc chodit na kroužek matematiky, který je vedený metodou Hejného. Zde jim jsou předkládány konstruktivní úlohy, řešení úloh hledají sami a tento naučený způsob z kroužku se pak dále snaží aplikovat v běžných hodinách matematiky. Jelikož některé žáky má paní učitelka i na výuku matematiky, nechává

jim prostor a do svých běžných hodin zařazuje i mnoho prvků z Hejného metody. Mohou se tak s ní setkat i žáci, kteří na kroužek nechodí. Prolíná se zde tedy výuka tradiční s metodou Hejného. Žáci si během hodin mohou vyzkoušet některá prostředí, paní učitelka jim dává i mnoho prostoru na diskusi a hledání vlastního řešení. Tento způsob výuky se odrazil i v testování. Paní učitelce byl nabízen dotazník pro druhou a pátou třídu, přičemž mi paní učitelka sama navrhla, že by ráda dala dotazník pro pátou třídu i do třetích ročníků. Mnoho žáků ze třetích tříd totiž na kroužek matematiky chodí a ona sama třetí třídu učí na matematiku. To mne velice zaujalo a k tomuto návrhu jsem se stavěla spíše skepticky. Každopádně výsledky můj postoj vyvrátily. Naopak potvrdily slova paní učitelky, že si s úlohami žáci poradí a dokáží je vyřešit. I když nebyl postup stejný, jako třeba u žáka z pátého ročníku, přesto byl výsledek správný. Na tomto příkladu je tedy velice dobře vidět, že pokud je učitel do své práce doslova zapálený a neustále se ve své činnosti rozvíjí, může žáky natolik motivovat a ovlivnit, že se jejich znalosti vyrovnají žákům o několik let starším.

Paní učitelka často navštěvuje různé kurzy, školení a semináře. Vzdělává se neustále v oblasti matematiky Hejného a dokonce usiluje o plošné zavedení matematiky Hejného na základní školu v Hradci. Alespoň prozatím na 1. stupeň.

2.3.3 Pozorování podmínek v praxi

Díky diplomové práci jsem měla možnost nahlédnout do hodin vedených Hejného metodou.

Navštívila jsem hodinu, která byla zaměřená na prostředí Krokování. Paní učitelka uvedla hodinu tím, že se zeptala dětí, co se jim za celý týden podařilo, zda se na hodinu matematiky těšily a proč. Jelikož předchozí hodina byla zaměřená na rytmus, paní učitelka si na úvod hodiny vzala bubínek a bubnovala, měnila rychlost a děti se pohybovaly do rytmu. Po této aktivitě paní učitelka postavila kruh z krokovacích kamenů. Ob jeden kámen postavila na kameny žáky. Jeden kámen nechala volný. Ten byl pro paní učitelku. Paní učitelka předvedla dětem mimo kameny způsob krokování – krok, přísun, krok, přísun. Žáci začaly zkoušet chůzi po kamenech a učitelka stále slovně doprovázela jejich pohyb. Poté plynule přešla k počítání jedna, dva, tři, čtyři, pět – každý krok, přísun představovalo jedno číslo. Následně paní učitelka zvýšila obtížnost. Dala stejný počet kamenů, jako bylo žáků. V dalším kroku paní učitelka postavila kameny do jedné řady pod tabuli. Vydala pokyn, že se bude krocovat zleva doprava. Jeden žák začal krocovat. Učitelka dala příkaz: „Udělej 4 kroky. Začni teď!“ Všichni žáci nahlas počítají jedna, dva, tři, čtyři. Vybraný žák krokoval. Několik žáků se vystřídalo nebo krokovali souběžně. Poté si žáci mohli zahrát na paní učitelku. Pokyny svým spolužákům dávali oni. Zde se mi velice líbilo, že paní učitelka rozdělila žáky do skupin, každá dostala svůj krokovací pás a žáci se tak střídali v zadávání i krokování. Každý žák tak byl zapojen. Učitelka chodila mezi žáky a kontrolovala, zda žáci dávají správné povely. Poté přišla fáze s povely z více částí. Učitelka

zadala pokyn: „Udělej dva kroky, potom tři kroky. Začni teď!“ Celá třída počítala. Žák udělal dva kroky, chvilku postál, poté tři kroky. Zeptala se žáka, kolik kroků udělal. Následně zadala úlohu složenou z více částí: „Udělej čtyři kroky, potom dva kroky, potom tři kroky. Začni teď.“ Opět celá třída počítala a žák krokoval tak, jak mu bylo řečeno. Jelikož se žákům dařilo, paní učitelka přidala do hodiny i kroky dozadu s pokynem: „Udělej tři kroky dopředu, pak jeden krok dozadu. Začni teď!“ Na závěr celé hodiny se žáci hodnotili pomocí rukou. Ruce nahoru znamenaly, že je práce bavila a že se jim dařilo. Ruce zdvižené napůl, bylo něco mezi. Ruce dole nezůstali u žádného z žáků. Pokud by prý zůstali, znamenalo by to, že žáka práce nebavila a že se mu v hodině nedařilo.

Jak bylo vidět v hodinách, pomůcky jsou velice důležitou a nedílnou součástí při počítání. Žáci si pomocí pomůcek znázorňují příklady a úlohy v učebnicích. Diskutují nad jejich použitím a v sami si je v případě potřeby berou.

Při výzkumu mne napadlo, jak by se asi žákům pracovalo, kdyby najednou daná pomůcka nebyla k dispozici. Z tohoto důvodu jsme s paní učitelkou provedly výzkum, kdy jsme několika náhodně vybraným žákům odebrali pomůcku pro počítání. Pomůcka jim byla střídavě odebírána a vracena. Ve výzkumu bylo zaznamenáváno, zda se jejich práce horší, pokud pomůcku nemají, jak reagují, když je jim pomůcka opět vrácena a následně odejmuta.

Testování – pozorování probíhalo po dobu cca jednoho měsíce v prvním ročníku. Různé typy pomůcek potřebovali zpočátku téměř všichni žáci, během doby pozorování se u některých z nich snížil počet využívaných pomůcek nebo začali preferovat jeden typ pomůcky, někteří z testovaných žáků dokonce dnes počítají bez pomůcek, občas si dopomohou prsty. **Do testu bylo vybráno 8 žáků.**

Žákům byly experimentálně odebrány tyto pomůcky:

- a) **pěnové krychličky nebo plastová víčka** pro usnadnění dopočítávání – úlohy typu: rozděl 9 na 3 + ?
- b) **krokovadlo** – orientace na číselné ose, úlohy typu hod' kostkou, postav se na hozené číslo, hod' druhou kostkou. Na jaké číslo jsi došel?
- c) **dřívka, prsty nebo pastelky** – vizualizace procesu sčítání, odčítání-

Odejmutí pomůcky se u různých žáků projevilo rozmanitě. Pozorovala jsem nárůst úzkosti a zmatenosti. Žáci začali mít tendenci spoléhat se na sousedícího žáka nebo začali být pasivní, chyběla jim chuť pustit se do práce, „prokrastinovali“ – někteří si začali přerovnávat pastelky, ořezávat tužky.

K odebrání pomůcky bylo přistoupeno u úloh, které už žáci řešili, postup řešení tedy měli zažitý, ale nácvik mechanického počítání z paměti nebyl u vybraných žáků

upevněný. Při návratu pomůcky se výrazně zkrátila doba, která uplynula mezi dopomocí prvního kroku a samostatnou prací žáků. Pomůcky byly odebírány na dobu splnění jednotlivých úkolů, nikoliv například na celý týden.

Ve výzkumu bylo testováno 5 dětí s podprůměrnými matematickými dovednostmi a 3 děti spíše nezralé. Tyto 3 děti už v poslední době používají pomůcky čím dál sporadičtěji, krychličky už nepoužívají vůbec, občas počítají na prstech, krokovadlo u sebe mají stále, dodává jim jistotu, ne všechny úlohy ale počítají s použitím krokovadla. Zmíněných 5 dětí s podprůměrnými znalostmi pracuje s pomůckami stále, i tak je jejich pracovní tempo nízké, výkon slabý.

Tři děti se dopouštěly častěji početních chyb, počítali pomaleji. Zbývajících 5 dětí zahrnutých do testování mělo potíže větší, nedokázali spočítat zadané úlohy.

Pět dětí potřebuje dopomoc učitele nebo alespoň dopomoc prvního kroku nebo určitou formu ujištění, potvrzení pravidelně, ať s pomůckou nebo bez.

Závěr pozorování

Z pozorování v hodině matematiky vyplynulo, že žákům, kteří jsou v předmětu slabší, pomůcky při výpočtech velice pomáhají. Jakmile jim byly pomůcky odebrány, objevila se u nich nejistota z neznámého a rozpačitost, jak úlohu řešit. V podstatě přestali mít o matematiku zájem. Jakmile jim pomůcka byla vrácena, hned se objevila chuť a radost z počítání a žáci úlohy vyřešili. Z pozorování bylo tedy zřejmé, že nabízené pomůcky mají pro žáky důležitý význam, pomáhá jim být úspěšnými a úlohy dokončit. Dle mého názoru je ale vhodné žákům měnit podmínky při vyučování a nabízet jim jiný pohled na řešení úloh. Je dobré, že se žák může k pomůcce kdykoli vrátit, ale je zároveň i užitečné vyzkoušet si počítání jinak. V Hejného metodě zpravidla žák odloží pomůcku sám, jakmile ji považuje za zbytečnou, případně nenásilně přechází k pomůcce jiné. A prakticky nezáleží na tom, jaký model žák při poznávání použije. Důležité je postupné nabývání zkušeností a upevňování poznání při práci s různorodými modely. Při podrobném zkoumání pak můžeme pozorovat patrný postup od separovaných modelů k modelům generickým a následně k využívání univerzálních modelů až k abstraktnímu poznávání, tak jak bylo blíže popsáno v teoretické části diplomové práce – konkrétně v kapitolách o jednotlivých typech modelů.

2.4 Závěr praktické části

Z výzkumu praktické části vyplynulo, že většina dotazovaných učitelů Hejného metodu aktivně do svých hodin matematiky zapojuje. Učitelé se zajímají o jednotlivá

prostředí a sami se v této oblasti vzdělávají. Mnoho učitelů si své pomůcky do hodin vyrábí samo a jejich využití konzultují s ostatními učiteli. Vedení škol vychází svým zaměstnancům vstříc, snaží se je v práci podporovat a rozvíjet.

Žáci v hodinách matematiky byli aktivní, měli radost z učení a otevřeně nad problémy diskutovali. V hodině, která je vyučována ne konstruktivisticky, byla role paní učitelky dominantní. Byl zde proveden frontální výklad, následně si žáci několik úloh vyzkoušeli pod vedením paní učitelky a poté počítali sami. Paní učitelka však hodinu prokládala hrou, která byla motivována právě metodou Hejného. Žáci zde jako pomůcky využívali počítadla nebo číselnou osu. Hodina tradiční formou se jeví na první pohled jako klidná a vedená podle řádu s porovnáním hodiny vyučované dle metody Hejného. Pro pozorovatele, který je v takové hodině poprvé se může jevit hodina chaotická, neuspořádaná a tak trochu mlže budit dojem, že „si každý může dělat, co chce“. Žáci se v hodině volně pohybují po třídě, navštěvují ostatní spolužáky a konzultují s nimi své úlohy. Následně jeden žák jde k tabuli a napíše na ní své řešení. Ostatní žáci se k němu začnou vyjadřovat a spustí se diskuse, kterou paní učitelka organizuje. Během výuky se často ozývá slovo „Aha“, kdy žák najednou pochopí, kde má chybu a opraví si ji. Na hodinu vyučovanou metodou Hejného je nutné si zvyknout. Po několikátém navštívení vyučovací hodiny je ze sledovaného vzorku žáků patrné obrovské nadšení pro řešení úloh, jejich zájem a snaha vysvětlit ostatním žákům svůj postup.

Z testování určitého vzorku žáků vyšlo najevo, že matematické znalosti na prvním stupni jsou srovnatelné. Vysvětlovala jsem si tento výsledek tím, že všichni učitelé u sledovaného vzorku žáků učí metodou Hejného anebo jí alespoň do svých hodin zapojují. Žáci jsou tak ve výuce motivováni hrou a učení je pro ně radost. Žáci jsou zvyklí na práci s pomůckami, a jakmile dojde k odebrání pomůcky a změně podmínek při vyučování, žáci ihned změni svůj přístup při řešení úloh. Hejného metoda je určitě pro žáky přínosná. Pro slabší žáky díky možnosti využití didaktické pomůcky, pro rychlejší žáky je zde velký prostor pro rozvoj logického myšlení díky složitějším úlohám a v neposlední řadě je pro žáky zajímavá a zábavná pro časté střídání činností a práci v prostředích.

Ovšem u testovaných žáků druhého stupně byly zjištěné výsledky značně rozdílné. Žáci učení tradiční formou dopadli v testování lépe než žáci vedení metodou Hejného. Bylo těžké najít příčinu, proč tomu tak je. Žáci, kteří byli vyučováni metodou Hejného, měli problém s úlohou, ve které se vyskytovaly zlomky. Vypracované testy jsou jako ukázka součástí příloh.

ZÁVĚR

Diplomová práce s názvem „Různé podmínky vyučování matematice metodou Hejného na základních školách“ je rozdělena do dvou samostatných částí, kdy druhá (praktická část) vychází z informací a faktů získaných v první, teoretické části.

Smyslem teoretické části této diplomové práce bylo podat ucelený přehled podmínek, které vedou k zavádění metody profesora Milana Hejného do výuky na základní školách českého vzdělávacího systému. Hlavním cílem teoretické části práce bylo vymezit pojem matematické poznání, analyzovat různé druhy modelů, využívaných při poznávání či jednotlivé fáze matematického poznávání. K dalším cílům patří také naznačení historického pohledu.

V další části teoretické stati je kladen důraz na podrobné seznámení s metodou pana profesora Hejného a poukázání zásady a principy této metody. Velký důraz je kladen i na popis role učitele a hlavně na sociální klima třídy. Nejobsáhlejší částí je pak uvedení čtenáře do jednotlivých prostředí a následně do problematiky materiálních a personálních podmínek, které jsou dle mého názoru stěžejní pro zavádění metod Hejného matematiky do výuky.

Teoretická část práce vybírá důležité informace z dostupných zdrojů a nabízí tak ucelený přehled pro pedagoga, který by chtěl vzdělávání v oblasti matematického poznání, resp. poznávání v rámci Hejného metody věnovat, případně nabízí možnost získat celiství pohled na celou problematiku, který by učiteli pomohl rozhodnout se, zda do svých hodin prvky matematiky profesora Hejného zařadit, případně se této metodě věnovat komplexně.

V praktické části diplomové práce byly pozorovány podmínky, které mají jednotlivé školy (učitelé) pro zavádění metody profesora Hejného, případně pro další aplikaci a rozvoj jeho metody, pokud je metoda ve školní praxi využívána.

Výsledky praktické části vycházely ze tří částí. První částí byly rozhovory s vedoucími pracovníky vytipovaných škol, následně pak došlo k porovnávání výsledků vzdělávání u jednotlivých ročníků a v neposlední řadě došlo k velmi důležitému pozorování podmínek v praxi jednotlivých tříd či škol.

Z celkového výzkumného šetření bylo patrné, že na všech „zkoumaných“ školách jsou velice vhodné podmínky pro výuku matematiky. Žáci v hodinách byli nadšení a projevovali zájem o předmět. Učitelé měli zájem o zapojení žáků do výuky a snažili se v nich vzbudit zájem o matematiku. Výzkum byl zaměřen na různé podmínky vyučování matematice metodou Hejného na základních školách. Zkoumané základní školy mají snahu o co nejlepší podmínky pro výuku matematiky. Přesto se zde objevovaly značné rozdíly. Významné plus vidím v tom, že všichni učitelé mají zájem na svém dalším sebevzdělávání v oblasti matematiky a vedení škol jim poskytuje dobré podmínky v této oblasti. Metoda Hejného je určitě velice kvalitní a přínosná

metoda. U široké veřejnosti tato metoda může vyvolávat rozličné názory a u rodičů obavy. Tyto obavy mohou způsobené například tím, že většina rodičů prošla tradiční formou výuky a mohou se bát, že nebudou umět svým dětem počítané úlohy vysvětlit nebo jim při pomoci při domácích úkolech. Tyto obavy jsou však naprosto zbytečné. Díky diplomové práci jsem měla možnost objevit podstatu metody Hejného, seznámit se s různými podmínkami na školách, poznat mnoho kvalitních učitelů a vidět nadšení v mnoha očích žáků při práci v hodinách matematiky.

Já sama se domnívám, že metoda profesora Hejného je inspirativní, zábavná, kreativní, forma výuky, kterou je ale vhodné kombinovat s tradiční formou výuky a to z toho důvodu, že některé matematické jevy je nutné mít zautomatizované a umět je použít i bez názorné pomůcky.

SEZNAM LITERATURY

1. CACHOVÁ, J., VÍZEK, L. (2015). Moderní přístupy k výuce matematiky. Studijní materiály k projektu Vzájemným učením - cool pedagog 21. století (CZ.1.07/1.3.00/51.0007), Hradec Králové: PřF UHK.
2. HARTL., P., HARTLOVÁ, H., Psychologický slovník 3. vydání, Praha: Portál, 2015. 776 s. ISBN: 978-80-262-0873-0.
3. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J., *Příručka učitele pro 1. ročník základní školy* 1. vydání, Plzeň: Fraus, 2007. 151 s. ISBN 978-80-7238-628-4
4. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., BOMEROVÁ, E., MICHNOVÁ, J., *Matematika pro 5. ročník základní školy* 1. vydání, Plzeň: Fraus, 2011. 112 s. ISBN: 978-80-7238-966-7
5. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., BOMEROVÁ, E., MICHNOVÁ, J., *Pracovní sešit pro 5. ročník základní školy* 1. vydání, Plzeň: Fraus, 2011. 112 s. ISBN: 978-80-7238-968-1
6. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J., *Učebnice pro 1. ročník základní školy* 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2007. 68 s. ISBN: 978-80-7238-626-0
7. HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N., *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*, Praha: Univerzita Karlova – Pedagogická fakulta, 2004. 212 s. ISBN: 80-7290-189-3
8. HEJNÝ, M., *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně* 1. vydání, Praha: Univerzita Karlova – Pedagogická fakulta, 2014. 229 s. ISBN: 978-80-7290-776-2
9. HEJNÝ, M., KUŘINA, F., *Dítě, škola a matematika* 2. vydání, Praha: Portál, 2009. 232 s. ISBN: 978-80-7367-397-0
10. KUŘINA, F., *Elementární matematika a kultura*, Hradec Králové: Gaudeamus, 2012. 230 s. ISBN: 978-80-7435-218-8
11. KUŘINA, F., *Matematika jako pedagogický problém* 1. vydání, Hradec Králové: Gaudeamus, 2016. 190 s. ISBN: 978-80-7435-644-5
12. MAREŠ, M., *Příběhy matematiky* 1. vydání, Příbram: Pistorius & Olšanská, s.r.o., 2008. 335 s. ISBN: 978-80-87053-16-4
13. POTŮČEK, Jiří. *Historie matematiky pro učitele I.* 1. vydání. Plzeň: Pedagogické centrum, 2003. 82 s. ISBN: 80-7020-127-4.
14. POTŮČEK, Jiří. *Historie matematiky pro učitele II.* 1. vydání. Plzeň: Pedagogické centrum, 2003. 29 s. ISBN: 80-7020-128-2.
15. PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J., *Pedagogický slovník* 7. vydání, Praha: Portál, 2013. 400 s. ISBN: 978-80-262-0403-9

SEZNAM PRAMENŮ

1. FRAUS, *Učebnice* [online], 2019 [cit. 2019-04-14]. Dostupné z: <https://www.objevujimatematiku.cz/cs/ucebnice/10-let-zkusenosti>
2. H-MAT, O. P. S., *Didaktická prostředí* [online]. 2018 [cit. 2019-02-14]. Dostupné z: <http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi>
3. H-MAT, O. P. S., *Hejného metoda* [online], 2019 [cit. 2019-03-22]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/hejneho-metoda>
4. H-MAT, O. P. S., *Matematika učebnice pro 2. stupeň ZŠ a víceletá gymnázia 1. vydání* [online], Praha: H-mat, 2015. 12 s. ISBN: 978-80-905756-0-8. [cit. 2019-02-14]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/sites/default/files/kesta-zeni/HejnehoMetoda-dilA-ukazka.pdf>
5. H-MAT, O. P. S., *Matematika, která baví* [online]. MF Dnes, 2015. [cit. 2019-02-14]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/sites/default/files/kesta-zeni/hejnyMatematikaKteraBavi.pdf>
6. H-MAT, O. P. S., *Učebnice a pomůcky* [online], 2019 [cit. 2019-03-22]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/ucebnice>
7. CHYTRÝ, V., *Netradiční přístupy k vyučování matematice* [online], Podpora profesního rozvoje učitelů v počátečním vzdělávání [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: http://old.projekty.ujep.cz/podpuc/wp-content/uploads/2014/06/Netradicni_pristupy_k_vyučovani_matematice.pdf
8. KVASZ, L., *Princípy genetického konstruktivismu*, Teoretická studie, Orbis scholae, 2016, 10 (2). 15-45 s.
9. MÁLKOVÁ, P., *Příručka pro rodiče žáků s výukou matematiky podle metody prof. Milana Hejného* [online], Ždírec nad Doubravou, 2014 [cit. 2019-02-20]. Dostupné z: <https://ucebnice.fraus.cz/file/edee/2015/05/prirucka-pro-ro-dice3.pdf>
10. MILAN HEJNÝ: *Matematika ako zdroj radosti/ Mathematics as a source of joy*. In Ted^x Bratislava [online]. 2013 [cit. 2019-04-22]. Dostupné z: <https://www.tedxbratislava.sk/video/milan-hejny-matematika-ako-zdroj-radosti-mathematics-as-a-source-of-joy/>
11. MLADÁ FRONTA DNES, *Seriál matematika, která baví*, 2015-09-03, str. 19
12. MLADÁ FRONTA DNES, *Seriál matematika, která baví*, 2015-17-09, STR. 19
13. MLADÁ FRONTA DNES, *Školy s dobrou pověstí. Čím si jí získaly?* [online]. [cit. 2019-03-28]. Dostupné z: <http://files.zs-snp-v-hk.webnode.cz/200003385-81963838a2/MF%20Dnes.pdf>
14. MOLNÁR, J., SCHUBERTO VÁ, S., VANĚK, V., *Konstruktivismus ve vyučování matematice* [online], Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2007. [cit. 2019-04-20]. Dostupné z: http://esfmoduly.upol.cz/texty/konstr_m.pdf

15. ROZHOVOR S PROF. MILANEM HEJNÝM – *Hejného metoda výuka matematiky*. In Youtube [online]. [cit. 2019-04-05]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=IQZHUpVm-0>
16. STEHLÍKOVÁ, N., CACHOVÁ, J., *Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe* [online], JČMF, 2006. 31 s. [cit. 2019-04-23]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/30005578-Konstruktivisticke-pristupy-k-vyucovani-a-praxe.html>

PŘÍLOHY

DOTAZNÍK

Vážená paní učitelko, vážený pane učiteli,

jsem studentkou pedagogické fakulty v Hradci Králové a v rámci studia bych Vás chtěla požádat o vyplnění krátkého dotazníku. Tento dotazník je vytvořen proto, aby zjistil, jaké názory mají učitelé na matematiku učenou podle prof. Hejného. Dotazník je anonymní, proto se nikam **nepodepisujte**. Prosím vás o co největší upřímnost při jeho vyplňování - jedná se o vědecký výzkum, ve kterém mají pravdivé odpovědi cenu.

Jsem: žena **muž** (označte prosím křížkem)

Datum vyplnění: (den, měsíc, rok).....

Dále se věnujte samotnému dotazníku. Postup při vyplňování dotazníku je jednoduchý. Zakroužkujte vždy **jednu odpověď**. Tam, kde je to **napsáno**, můžete zakroužkovat **i více odpovědí**, nebo **odpověď vypsát na vymezené místo**. U odpovědí, kde místo na vypsání vymezeno není, to prosím nedělejte.

Děkuji za vyplnění

Bc. Jitka Manželová

1. Víte, co je to matematika Hejného?

.....

2. Patří výuka matematiky mezi Vaše oblíbené předměty?

- a. rozhodně ano
- b. spíše ano
- c. nevím
- d. spíše ne
- e. rozhodně ne

3. Setkal/a jste se někdy s metodou prof. Hejného?

- a. ano
- b. ne

4. Vy sama/sám učíte podle prof. Hejného?

- a. ano
- b. ne

5. Jaká pozitiva má pro děti výuka matematiky podle prof. Hejného?

.....
.....
.....

6. Jaká pozitiva má pro učitele výuka matematiky podle prof. Hejného?

.....
.....
.....

7. Myslíte si, že je matematika Hejného vhodná pro všechny děti?

- a. ano
- b. ne

Pokud ne, napište, prosím, proč:

.....
.....

8. Znáte nějakou konkrétní činnost z matematiky Hejného?

- a. ano, jmenuje se
- b. ne

9. Jste příznivcem matematiky Hejného?

- a. ano
- b. ne

10. Je vhodné zařazovat matematiku Hejného i na druhý stupeň základní školy?

- a. ano
- b. ne

11. Myslíte si, že jsou děti učené metodou Hejného úspěšnější v přijímacích zkouškách na střední školy a víceletá gymnázia?

- a. ano
- b. ne

Pokud ano, napište, prosím, proč:

.....
.....

12. Jak probíhá Vaše hodina matematiky?

- a. teoreticky
- b. prakticky
- c. obojí
- d. jiné

Děkuji vám za trpělivost při vyplnění dotazníku!!!!

UKÁZKA TESTŮ

Test z matematiky jméno: *Láďa* třída: *5.*

1, V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu opět o polovinu. Kolik korun stály rukavice v květnu, když jejich původní cena byla 300,- Kč?

75 Kč stály rukavice v květnu

$$300 - \frac{1}{2} = 150$$

$$150 - \frac{1}{2} = 75$$

2, V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu opět snížili o polovinu. Kolik Kč stály v lednu rukavice, když jejich cena byla v květnu 60 Kč?

Rukavice stály 15 Kč

$$60 - \frac{1}{2} = 30$$

$$30 - \frac{1}{2} = 15$$

3, Najdi řešení pyramidy

7	3	2
10	5	
15		

Do hada přepiš úlohu: „Myslím si číslo. Když jej vynásobím 2 a přičtu 5, dostanu teré číslo si myslím?“

~~2x + 5 = 9~~ *2x + 5 = 9*

x = 2

Vypočítej v hadovi číslo y, když víš, že x je 12

Obr. 1: Vypracovaný test žáka z 5. třídy

Test z matematiky jméno: V. HUSÁK třída: 5. B

1, V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu opět o polovinu. Kolik korun stály rukavice v květnu, když jejich původní cena byla 300,- Kč?

V KVĚTNU STÁLY RUKAVICE 75 Kč

2, V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu opět snížili o polovinu. Kolik korun stály v lednu rukavice, když jejich cena byla v květnu 60 Kč?

V LEDNU RUKAVICE STÁLY 24 Kč

3, Najdi řešení pyramidy


10	0	5
10	5	
	15	

4, Do hada přepiš úlohu: „Myslím si číslo. Když jej vynásobím 2 a přičtu 5, dostanu d...
Které číslo si myslím?”

$\textcircled{2} \xrightarrow{\cdot 2} \textcircled{4} \xrightarrow{+5} \textcircled{9}$

Vypočítej v hadovi číslo y, když víš, že x je 12

Obr. 2: Vypracovaný test žáka z 5. třídy

Test z matematiky  jméno: JAKUB EIMAN třída: 5.B.

1. V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu opět o polovinu. Kolik korun stály rukavice v květnu, když jejich původní cena byla 300,- Kč?

RUKAVICE STALY 75 Kč

2. V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu opět snížili o polovinu. Kolik korun stály v lednu rukavice, když jejich cena byla v květnu 60 Kč?

$60 + 60 + 120 = 240$

3. Najdi řešení pyramidy

10	0	5
10	5	
15		

4. Do hada přepiš úlohu: „Myslím si číslo. Když jej vynásobím 2 a přičtu 5, dostanu devět. Které číslo si myslím? 2

$2 \xrightarrow{\cdot 2} 4 \xrightarrow{+5} 9$ číslo 2

5. Vypočítej v hadovi číslo y, když víš, že x je 12

$x \xrightarrow{+3} 75 \xrightarrow{\cdot 2} 30 \xrightarrow{-8} y$

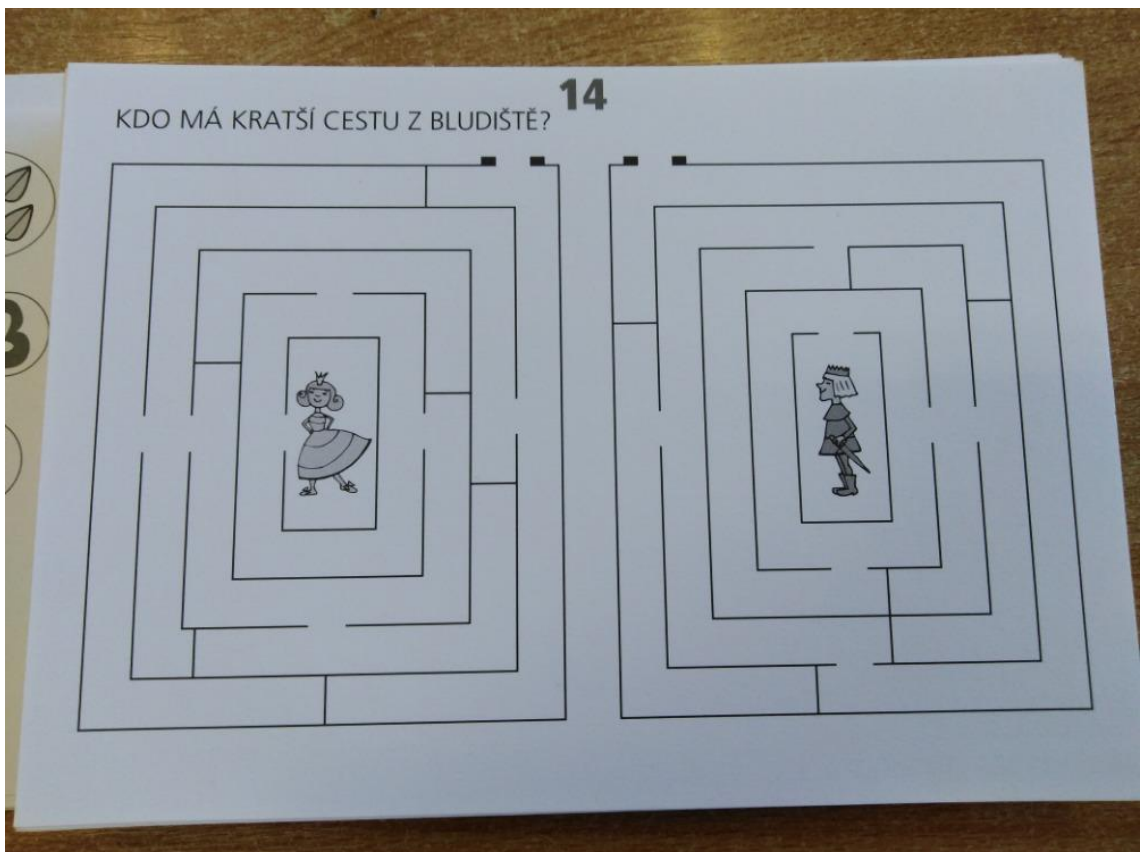
y = číslo 22

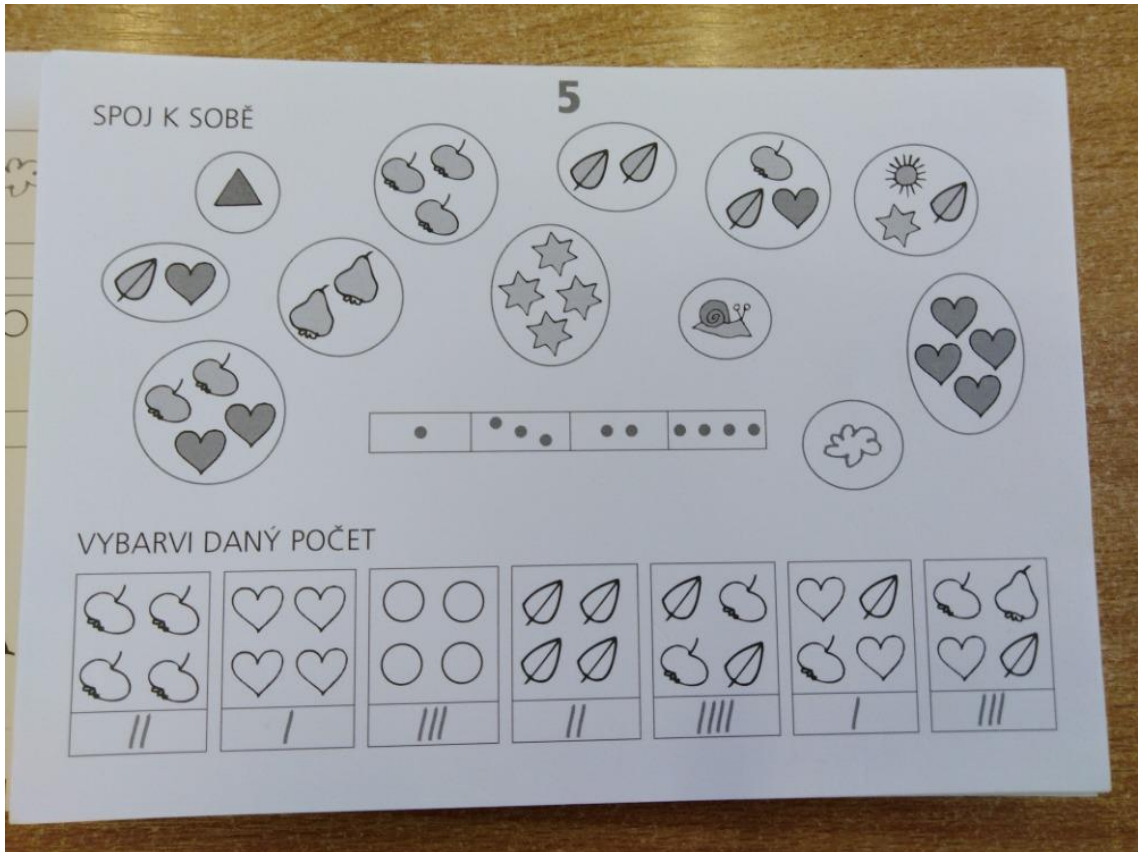
6. Z číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sestav co nejvíce čísel dělitelných číslem 3

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99

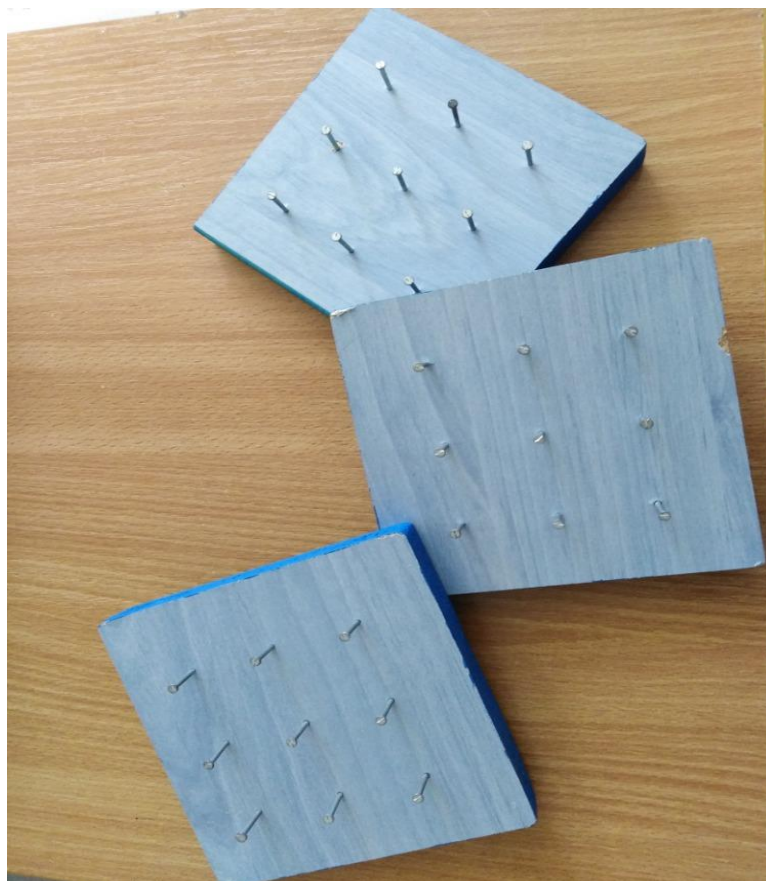
Obr. 3: Vypracovaný test žáka z 5. třídy

FOTOGRAFIE POMŮCEK HEJNÉHO MATEMATIKY





Obr. 4: Mince, kostky a kartičky z prostředí Dědy Lesoně



Obr. 5: Geoboardy



Obr. 6: Pěnové kostky