

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

FILOZOFICKÁ FAKULTA

KATEDRA FILOZOFIE

**PARADOXY A JEJICH VÝZNAM V MODERNÍ LOGICE
A FILOZOFII**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

VYPRACOVAL:

Václav Kočí

VEDOUcí PRÁCE:

Mgr. Karel Šebela, Ph.D.

Olomouc 2011

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně pod odborným dohledem vedoucího práce a uvedl jsem všechny prameny, literaturu a další zdroje, které jsem použil.

V Olomouci dne 18. května 2011

.....

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Mgr. Karlu Šebelovi, Ph.D. za cenné rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

1. Úvod	5
1.1. Rozdělení paradoxů	6
1.2. Výběr paradoxů.....	10
2. Zkoumání paradoxů	12
2.1. Paradox Analýzy	12
2.2. Paradoxy sebe-reference	17
2.2.1. Russellova antinomie	18
2.2.2. Holičův paradox.....	23
2.2.3. Paradox Lháře	23
2.2.4. Grellingův paradox	26
2.4. Paradox Sorites	28
2.5. Sémantické řešení	31
3. Význam paradoxů	32
4. Závěr	34
Literatura.....	35
Anotace.....	39

1. Úvod

S pojmem paradox se setkáváme běžně jak v mluvené řeči, tak v logice či jiných specializovaných disciplínách. Paradoxy byly známy již ve starém Řecku, kde měly vlastně několik funkcí. Byly většinou založeny na anekdotické evidenci a mohly tak sloužit jako poukaz na nespolehlivost empirie, tedy našich smyslů při poznávání světa, jako hříčky pro pobavení anebo byly vysvětlovány jako podivné a tajemné úkazy, možná vedoucí k průniku do hlubšího stupně našeho poznání.

Slovo paradox je odvozeno z řeckého *paradoxos*, složeného z předpony *para-* a kmene *doxa*. *Doxa* se běžně překládá jako mínění, tvrzení o něčem, i když může mít význam zdání, *para-* naproti tomu označuje něco vedle, při, nebo proti něčemu.¹ Paradox je tedy poměrně nejednoznačné slovo, označující takovou věc (či výrok), která je v rozporu s naší zkušeností, přesvědčením, věděním nebo očekáváním. Slovo paradox tak můžeme vztáhnout na velmi širokou škálu věcí, které jsou pro nás nepochopitelné, nemožné, tajemné, avšak mohou být také zajímavé a vtipné.

Základy k logice položil už Aristoteles. Jeho systém klasické logiky se zdál být tak dobrým, že na velmi dlouhou dobu se myslitelé soustředili hlavně na rozvoj jeho systému a logika nečinila převratné změny ve svém vývoji. Situace se začala výrazně měnit až na úsvitu moderní doby, kdy klasická aristotelská logika přestávala postačovat a logikové nabývali nových ambicí. Na konci 19. století se nejvýznamnější logici pokoušeli o logizaci matematiky a o vytvoření takových logických modelů, které by z našeho vyjadřování odstranily všechny problémy

¹ MRÁZ, Milan. Pojetí paradoxu v Aristotelově logice a filosofii. In NOSEK, J.; STACHOVÁ J. (eds.) *Myšlení v paradoxu, paradox v myšlení*. Praha: Filosofia, 1998, s. 11.

přirozeného jazyka, jakými je víceznačnost, neurčitost nebo klamné zdání – paradox.²

Už na počátku 20. století se paradoxy objevily ve vysoce formalizovaných systémech logiky a matematiky. A nedošlo k tomu tak, že by snad logikové udělali nějakou chybu, která by se dala snadno vypátrat. Ukázalo se, že paradoxy jsou s těmito systémy velmi pevně spojeny a že zřejmě nebude možné vytvořit systém, který by neumožňoval zároveň vznik paradoxu. Vyšlo najevo, že ona neurčitost přirozeného jazyka zdaleka není jediným důvodem, proč lidé byli schopni paradoxy vytvořit, a proto bylo nutné najít jiné řešení tohoto problému.

Jak se na paradoxy dívali sami moderní logikové a filosofové, kteří se s nimi museli vypořádat? Pěkné svědectví o tom podává např. Russell, který se svěří, že ačkoliv do moderní logiky antinomii přivedl a učinil ji objektem seriózního vědeckého bádání, on sám k celému problému pociťoval odpor: „[...] Rozhodl jsem se nalézt řešení paradoxů. [...] Ale ze dvou důvodů jsem to pokládal za neobyčejně nepříjemnou záležitost. Za prvé, celý problém na mne působil triviálním dojmem a hrozně nerad soustřeďuji pozornost na něco, co se mi nezdá být opravdu zajímavým.“³

1.1. Rozdělení paradoxů

Ve starověku se setkáváme se slovem *aporia*. Tímto slovem označujeme důkazy o nemožnosti pohybu od Zenóna z Eleje. Jedná se spíše o důkazy o rozpornosti naší zkušenosti a představ o světě; tyto výroky vedou k takovým

² SVOBODA, Vladimír. - PEREGRIN, Jaroslav. *Od jazyka k logice*. Praha: Academia, 2009. s. 322.

³ RUSSELL, Bertrand. *Logika, věda, filozofie, společnost*. Praha: Svoboda, 1993. s. 23-24.

závěrům, že musejí být rozhodně odmítnuty. Mezi nejznámější z nich patří „letící šíp“ a „Achilles a želva“.

Oba dva příklady nám demonstrativně ukazují, že nemůže existovat pohyb: letící šíp je statický v každém okamžiku svého letu – stačí si představit velmi malý časový úsek (jako na fotografii), kdy šíp zaujímá určitý prostor. Jeho let je pak řadou takovýchto velmi malých okamžiků, kdy šíp stojí a tudíž (podle Zenóna) se nikdy nepohybuje, vždy v každém okamžiku je nehybný. Podobně druhý příklad: Achilles závodí s želvou, která má určitý náskok. Podle Zenóna musí nejprve Achilles uběhnout polovinu vzdálenosti mezi ním a želvou. Během doby, kdy poběží tuto vzdálenost, mu želva o malý kousek vzdálenosti uteče. Když bude Achilles ubíhat polovinu ze zbylé poloviny vzdálenosti, pak želva zase popojde, Achilles opět uběhne polovinu zbývající vzdálenosti a želva mu znovu o trochu uteče. Takto můžeme pokračovat do nekonečna, Achilles bude pokaždé ubíhat už jen polovinu vzdálenosti mezi ním a želvou, ale nikdy ji nedohoní.

Řešením takovýchto aporií se zabývali myslitelé už před nástupem moderní logiky. Vzhledem k nemožnosti přijetí jejich závěrů – absence pohybu – se defekty hledaly v špatné argumentaci. Dá se říct, že chyba vyplývá z ignorace spojitosti času a prostoru – tyto kategorie jsou totiž kontinuální a není možné je donekonečna rozparcelovávat na jednotlivé body.

Problematičtější, ale zato možná podnětnější je rozlišit paradoxy a antinomie. Antinomie je slovo složené z řecké předpony *anti-* (proti něčemu) a slova *nomos* (zákon), vyjadřuje tedy něco co je přímo v rozporu s běžnými zákony našeho světa či uvažování.⁴ Běžně jsou oba termíny používány jako synonyma, přesto došlo k pokusu oddělit je a za antinomie označovat pouze specifické varianty paradoxu,

⁴ SVOBODA, 2009. s. 316.

které se nedají řešit logickou analýzou a které přímo ohrožují už přijaté principy souzení či zpochybňují platnost premis jako takových.⁵

Když se totiž zamyslíme nad tím, kde vzniká v logické argumentaci paradoxu chyba, nabízejí se nám prakticky tři možnosti:

- 1) Chyba je v našich premisách (tedy naše předpoklady nejsou pravdivé, i když tak mohou vypadat).
- 2) Použili jsme neadekvátní způsob usuzování (tedy je chyba v tom, jak s premisami zacházíme a jakým způsobem přecházíme od premis k závěru).
- 3) Důkaz paradoxu je pravdivý, přestože tak nevypadá, nebo si to o něm nemyslíme.⁶

Termín paradox pak můžeme ve vztahu k antinomii brát jako obecnější termín, kterým označujeme takové výroky, jejichž závěr je v rozporu s premisami, vytvářejí prostor pro pochybnosti o výchozích premisách i o našem procesu souzení anebo vedou k nepřijatelnému závěru.

Můžeme si položit otázku, jak vůbec paradoxy v moderní logice vznikají, resp. jak je možné, že se je nedaří z logiky odstranit. Existují různé anekdotické paradoxy, dokazující, že $2 = 1$ nebo jiný podobně absurdní fakt. Jejich vysvětlení spočívá ve špatném použití či porušení logických nebo matematických zákonů a způsobů odvozování. Typickým příkladem takového porušení matematických zákonů je příklad:

⁵ LORENZ, Kuno. Zakladatelé: Bertrand Russell a George Edward Moore. In FIALA J. *Analytická filosofie, první čítanka*. Plzeň: Fakulta humanitních studií, 1999. s. 85-86.

⁶ SVOBODA, 2009. s. 318.

$$1) x = 1$$

$$2) x^2 = x$$

$$3) x^2 - 1 = x - 1 \quad | : x - 1$$

$$4) x + 1 = 1$$

$$5) 2 = 1^7$$

V tomto příkladě došlo ve třetím kroku k dělení nulou (tedy vykrácení obou stran rovnice $x - 1 = 0$). Takový příklad nemá žádnou váhu a můžeme na něj nahlížet jen jako na zajímavou hříčku, díky tomu, že známe zcela evidentní porušení správného usuzování.

U běžných logických paradoxů se obvykle chyba v usuzování nenajde tak lehce. Některými z nich se zabývali myslitelé už před několika staletími a přesto nebyli schopni odhalit, který z článků řetězu usuzování je špatný, nebo která operace je nepřípustná do té míry, že může za vznik nekonzistence našeho poznání. A pokud se nepodařilo ani za velmi dlouhou dobu zkoumání způsobu usuzování odhalit slabinu, musí být problém skryt už v něčem základnějším – tedy v premisách nebo v samotném logickém systému.⁸

Paradoxy se dají rozdělit do různých skupin v závislosti na jejich podobnosti. Susan Haack je rozděluje do dvou skupin: jednak na *sémantické* a na založené na *teorii množin* [set-theoretical]. Mezi sémantické řadí lhářův, Grellingův a další příbuzné paradoxy, mezi založené na teorii množin pak Russellův, Cantorův a další.⁹ Takové rozdělení není rozhodně úplné, vzhledem k tomu, že nezahrnuje ani všechny paradoxy. Bránil se mu i Russell, protože sémantické problémy a problémy

⁷ QUINE, Willard V. *The Ways of Paradox and Other Essays*. New York: Random House, 1966. s. 5.

⁸ GRELLING, Kurt. *The Logical Paradoxes*. *Mind*. 1936. roč. 45., č.180., s. 482.

⁹ HAACK, Susan. *Philosophy of Logics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1978. s. 138.

v teorii množin bral spíše jako povrchové nesrovnalosti, pod kterými se skrývá hlubší zdroj komplikací. Všechny jsou založeny na závažnějším omylu.¹⁰

V mé práci není toto druhové rozdělení paradoxů rozvíjeno, nicméně jsou sledovány především snahy o jejich sémantické řešení. Prakticky všechny totiž byly analyzovány alespoň částečně sémanticky, protože ačkoliv je Russellova antinomie řazena mezi paradoxy založené na teorii množin, nebo mezi zvláštní skupinu tzv. logických paradoxů, také zde můžeme sledovat snahy o její částečné sémantické řešení.

1.2. Výběr paradoxů

Už definování termínu paradox a jeho nejednoznačnost dává tušit, že pod tento pojem půjde zahrnout velké množství různých jevů. Paradox není zdaleka záležitostí logiky a filosofie: s paradoxy se setkáváme v matematice, fyzice, umělecké literatuře a umění vůbec, i v dalších vědeckých odvětvích. Existují paradoxy vztahující se k fenoménům, které není jednoduché pochopit a které mají specifický vztah ke světu jak jej pojmáme – paradoxy času, nekonečna a podobně. V jednotně koncipované práci by se ale rozhodně nedaly postihnout specifika a snad ani nalézt žádný jednotící princip pro řešení takových paradoxů. Proto pro účely této práce byly opominuty všechny speciální paradoxy ze specifických vědních oborů a byly zpracovány jen ty nejvýznamnější paradoxy, které ve 20. století zásadnějším způsobem ovlivnily směřování filosofie a logiky (nebo snad můžeme lépe říct logik).

Paradox analýzy představuje spíše menší, ale stále důležitý přínos pro poznání povahy našeho vědění. Celý jeden významný filosofický proud současnosti

¹⁰ *ibid.* s. 138.

(analytická filosofie) má ve svém názvu použito slovo odvozené z analýzy. A filosofická analýza našeho poznání je rozhodně předmětem bádání filosofů, kteří se k tomuto proudu hlásí, takže je přínosné prozkoumat, v čem by se dal nalézt filosofický problém už v samotném předpokladu jejich činnosti. Diskuze o paradoxu analýzy pak přispěla i k diskuzi o povaze identity a vzniku našeho poznání.

Sebereferenční paradoxy představují nejklassičtější formu filosofických paradoxů. Můžeme jich nalézt celou řadu, s různými obměnami a mnoha názvy. V mé práci jsou zastoupeny pouze čtyři z nich, ale jejich interpretace a způsob, jakým je hledáno východisko, představuje prakticky ty nejdůležitější přístupy k řešení sebe-referenčních paradoxů obecně. Nejstarší z nich byl znám už sofistům ve starověkém Řecku, přesto tato kategorie paradoxů přežila do moderní doby a jednotlivé její varianty zasáhly velice významně do precizování formálních systémů a také do definice pravdy. Některé ze zmíněných paradoxů mají i matematické konotace, ty však jsou zmíněny spíš okrajově a ani matematická řešení nejsou probírána.

Konečně třetím okruhem bádání je otázka vágnosti (neurčitosti, neostrosti). Neurčitost našich výrazů a to, že často nemůžeme přesně vyjádřit, co všechno jimi označujeme, se promítlo i do logického a filosofického diskursu. Paradox sorites (odvozeno od řeckého slova *soros*, značícího hromadu) je znám také velmi dlouhou dobu, stejně jako skutečnost, že naše výrazy jsou značně neurčité. Zdálo by se, že když v naší řeči mají některá slova více významů, resp. když jimi dokážeme vyjadřovat často značně odlišné věci, musí to mít pro přísnou logickou debatu pouze negativní důsledek. Pomocí paradoxu sorites dokážeme takřka sofisticky převrátit na hlavu zcela přesné výroky o našem světě. Americký filosof Peter Unger dokázal ve svém článku „Neexistují“ dokonce svou vlastní neexistenci na základě takové

argumentace.¹¹ Není však jednoznačně pravdou, že by nás Sorites vedl jen k destruktivním závěrům. Vágnost a její využití představuje jedno z nejaktuálnějších a nejdůležitějších témat současné logiky.

2. Zkoumání paradoxů

Nyní se pokusím přiblížit problematiku vybraných paradoxů, přičemž jejich obecný význam pro moderní filosofii a logiku zhodnotím v předposlední kapitole. Při zkoumání paradoxů se snažím držet historického pořadí, v jakém se jednotlivé argumenty objevovaly. Ne vždy je to možné, vzhledem k tomu, že některé problémy se objevily už v období starověku. Někdy je také pořadí argumentů přesunuto kvůli větší srozumitelnosti.

U každého paradoxu se rovněž snažím postihnout jeho možné či skutečné řešení. Nicméně se nedá říct, že by byla všechna řešení definitivní, protože každé z nich s sebou nese určitou, byť třeba malou nevýhodu. Je tak možné, že někdy v budoucnu ještě dojde k vylepšení stávajících řešení.

2.1. Paradox Analýzy

Ve 40. letech 20. století probíhala na stránkách časopisu *Mind* diskuze týkající se paradoxu analýzy. Vznikla v reakci na text C. H. Langforda, ve kterém se zabýval analýzou ve filozofii G. E. Moora. Max Black vycházel z této Moorovy koncepce a domníval se, že v ní našel chybu. Moore se zabýval etikou a vymyslel tzv. open question argument. Analyzoval v něm význam slova „dobrý“ a dospěl

¹¹ UNGER, Peter. I do not exist. In MACDONALD, G. F. Perception and Identity. London: Macmillan, 1979.

k závěru, že není možné brát dobro jako určitou přirozenou vlastnost.¹² V používání slova „analýza“ existovala konfúze, jakým způsobem je uchopováno to analyzované, tedy levá strana rovnice, pro kterou chceme najít vhodný způsob definice. Moore chtěl zmatek odstranit tím, že analyzované nechtěl pojímat jen jako slovní výraz, ale jako koncept či propozici.¹³ V čem tedy paradox analýzy spočívá a jak se dá řešit? Jestliže definujeme nějaký jazykový výraz (v Moorově příkladu „bratr“) jiným jazykovým výrazem („mužský sourozenec“), měly by být ve všech kontextech volně zaměnitelné, aniž by se změnil význam. Tedy:

$$1) a = b.$$

Problém nastává ve chvíli, kdy zaměníme mužského sourozence slovem „bratr“ právě v této rovnici, řekneme: „Bratr je bratr.“

$$2) a = a.$$

Takový výrok už je ovšem zcela nezávislý na volbě zkoumaných výrazů, protože je platný už formálně (tautologicky) a nezáleží na výběru konkrétních jazykových výrazů. To pochopitelně nemůže platit – při definici jsme museli vybrat správnou definici jazykového výrazu, v našem případě „mužský sourozenec“.

Profesor Black ve svém článku při zkoumání paradoxu přechází do oblasti aritmetiky, kde je tento problém ještě viditelnější a rovněž představuje závažný problém pro další myslitele. Black si klade otázku, zda se v rovnici „ $a = a$ “ jedná o skutečnou identitu.¹⁴ V matematických rovnicích si mohou být obě strany rovny, pouze mohou být vyjádřeny jinými symboly, tedy:

$$3) 21 = 3 \times 7.$$

¹² FUMERTON, Richard A. The Paradox of Analysis. *Philosophy and Phenomenological Research*. 1983. roč. 43., č. 4., s. 477-478.

¹³ BLACK, Max. The „Paradox of Analysis“. *Mind*. 1944, roč. 53., č.211., s. 263.

¹⁴ *ibid.* s. 264.

Black v matematické rovině řeší paradox zavedením specifického vztahu mezi čísly, který má bránit tomu, aby se na rovnici „ $21 = 21$ “ nahlíželo stejně jako na naši rovnici 3).¹⁵ Definuje trojstranný vztah mezi čísly 21, 3 a 7, vyjádřený jako:

$$4) A(21,3,7)$$

Relace A znamená, že tři symboly (21,3,7) jsou ve vzájemné specifické relaci, která se nedá redukovat na nějakou jednodušší dvojmístnou, a že první číslo je produktem následujících dvou.¹⁶

Toto řešení pak aplikuje i na problém se zkoumanými jazykovými výrazy, které vůči sobě stojí také specifickým způsobem a dokazuje, že ani v jazyce správná analýza jazykového výrazu nezavádí identitu mezi výrazy, ale vytváří vzájemný vztah.

Proti Blackovu řešení se postavil Morton G. White, který také napsal krátký článek, ve kterém se pokusil poukázat na Blackovu chybu. Obrací se především proti jeho příkladům z matematiky a říká, že podle Blackova přístupu by v rovnici „ $21 = 3 \times 7$ “ byla vyjádřena jiná propozice, než když řekneme „21 je třikrát 7,“ což není pravda, protože tím mluvíme o různých vztazích; mezi čísly v první rovnici panuje jiný vztah, než mezi čísly ve druhé.¹⁷

Podle Blacka to problém ve skutečnosti není, protože k tomu, aby taková chyba musela nastat, by bylo zapotřebí přijmout předpoklad, že není možné vyjádřit stejnou propozici různými větami s jinými vztahy; přijmout takový předpoklad však není zapotřebí.¹⁸

Řešení paradoxu analýzy se pak nabízí v přijetí komplexní teorie významu, jakou představil G. Frege. Na to upozornil Alonzo Church, který si všiml, že

¹⁵ ibid. s. 265.

¹⁶ BLACK, 1944. s. 265.

¹⁷ WHITE, Morton G. A Note on the „Paradox of Analysis“. *Mind*. 1945. roč. 54., č. 213., s. 72

¹⁸ BLACK, Max. The „Paradox of Analysis“ Again: A Reply. *Mind*. 1945. roč. 54., č. 215., s. 272

problém paradoxu analýzy je analogický s Fregeho otázkou, zda může určitá rovnice někdy přinést novou informaci.¹⁹

Matematickou rovnici použil už Black při ilustraci svého řešení. Podobných rovnic, jako ta jeho ($21 = 3 \times 7$) si můžeme představit celou řadu a můžeme se ptát, zda existuje nějaký rozdíl mezi „21“ a mezi „3 x 7.“ Intuitivně můžeme mít tendenci tvrdit, že rozhodně stejné nejsou, navíc to nemusí být ani na první pohled zřejmé. Zatímco u rovnice „ $21 = 21$ “ dokážou lidé snadno rozpoznat, že obě čísla jsou stejná; k tomu, abychom zjistili a ověřili, zda jsou si obě strany rovny i v případě rovnice „ $21 = 3 \times 7$ “, už člověk potřebuje alespoň elementární znalosti matematických operací. Například u dětí, které se teprve počítat učí, může představovat rovnice 3) novou informaci.

Paradox analýzy je tak významně spojen s problémem identity a funkce znaku „=“. Podle Frega můžeme rozlišit čtyři významy slovesa „být“, resp. „je“:

- 1) „je“ jako spona neboli predikativní „je“, kterým přisuzujeme určitou vlastnost nějakému objektu
- 2) „je“ jako identita nebo rovnost, tedy klasická tvrzení matematiky jako je $1 + 1 = 2$
- 3) „je“ jako existence
- 4) „je“ jako obecná implikace, příslušnost do množiny (člověk je savec)²⁰

Frega stále zajímal způsob, jakým mohou být přínosné rovnice v bodě 2). Řešení spočívá ve Fregově rozlišení mezi smyslem a významem (Sinn a Bedeutung). Smysl můžeme označit za intenzi a význam jako extenzi výrazu.

¹⁹ CHURCH, Alonzo. On the Paradox of Analysis. *The Journal of Symbolic Logic*. 1946. roč. 11., č. 4., s. 132-133.

²⁰ GEACH, P. a BLACK, M. (eds.): *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*. Citováno podle KOLÁŘ, Petr. *Argumenty filosofické logiky*. Praha: Filosofia, 1999. s. 207-208.

Termíny, jako třeba „bratr“, „mužský sourozenec“ nebo čísla v rovnici mají sice společný denotát, ale nemají stejný smysl. Takže když dojde k záměně výrazů na základě jejich identity, nezmění se tím denotát (tím pádem zůstane stejná pravdivostní hodnota), ale změní se smysl věty. Frege tak díky úvah nad informativní hodnotou rovnice „ $a = b$ “ došel k tomu, že otevřel celou novou oblast bádání logiky;²¹ vedle dosavadní extenzionální logiky mohla vyrůst logika intenzionální.

Výsledkem dalších debat bylo, že symbol „ $=$ “ už nadále neměl ten význam, že definiens a definiendum jsou zaměnitelné ve všech kontextech.²² Respektive podle Frege nejsou zaměnitelné tak, aby se nezměnil smysl; nemění se jen denotát. Stále se tím nevyřešil jeden problém týkající se definic – totiž správnou definici můžeme určit právě na základě toho, že je ve všech kontextech zaměnitelná.²³

Tím vlastně narážíme na jeden velmi starý problém, docházíme tak až ke starověkému Menónovu paradoxu – Jestliže neznáme správnou odpověď na otázku, pak nemůžeme poznat správnou odpověď, i kdyby nám ji někdo řekl. Když se snažíme nějaký výraz analyzovat a zjistit, k čemu odkazuje, musíme to znát už dopředu.²⁴ Pokud hledáme správnou definici jazykového výrazu, musíme nějakým způsobem ověřit správnost podávané možnosti – což můžeme učinit právě zaměněním ve specifickém kontextu a zjištěním, zda se tak nezměnil význam.

Rozsáhlý článek věnovaný paradoxu analýzy napsal i Richard Fumerton. Nespokojil se pouze s parciálním nebo čistě logickým řešením problému, ale snažil se uchopit celý problém ve své filosofické složitosti. Problém je totiž i samotné

²¹ KOLMAN, Vojtěch. *Logika Gottloba Fregea*. Praha: Filosofia, 2002. s. 58-59.

²² LORENZ, Kuno. Zakladatelé: Bertrand Russell a George Edward Moore. In FIALA, 1999. s. 93.

²³ *ibid.* s. 93.

²⁴ FUMERTON, 1983. s. 479.

určení objektu analýzy.²⁵ Fumerton vyjímá jako objekty analýzy fakta, propozice i stavy věcí a zajímá se především o jazykové prostředky analýzy.²⁶ Uvědomuje si, že existuje napětí mezi používáním slov a výrazů a jejich odkazováním ke skutečnosti u každého jednotlivého člověka. Filozofickou analýzu považuje za egocentrickou a problémy, které z ní vyplývají, jsou spíše tím, že člověk při analýze vztahuje slova k nejazykovým objektům a řídí se přitom pravidly, která sám ani nezná a jejich poznání není ani pro řešení paradoxu analýzy zásadní.²⁷ Když zkoumáme povahu analýzy, ve skutečnosti nemáme problémy se skutečnými věcmi, naopak rozporů pramení z odlišného použití slov, přičemž si vůbec nemusíme uvědomovat, že tak děláme.²⁸

2.2. Paradoxy sebe-reference

Paradoxy sebe-reference spojuje především jeden aspekt: jsou totiž jakousi krajní možností vět, které odkazují samy na sebe. Zatímco naprostá většina jich je zcela neškodná, jako třeba věta: „Tato věta je napsána česky,“ paradoxní sebe-referenční věty vytvářejí takovou situaci, že nejsme schopni adekvátně rozhodnout o jejich pravdivosti nebo nepravdivosti, resp. nedokážeme posoudit, zda jim vůbec patří jedna z těchto možností, nebo jim máme přiřadit nějakou třetí možnost, či je máme prohlásit za zcela nesmyslné. To se alespoň týká sémantických paradoxů, jako je lhářský a Grellingův, Russellova antinomie operuje obvykle s teorií množin a představuje zvláštní druh sebe-referenčních paradoxů.

²⁵ ibid. s. 479.

²⁶ ibid. s. 486.

²⁷ ibid. s. 487.

²⁸ FUMERTON, 1983. s. 488.

Když budou sledovány snahy o jejich vyřešení, pak je důležité připomenout, že specifické nároky na řešení sebe-referenčních paradoxů (a vlastně paradoxů vůbec) má Susan Haack. Podle ní se neskládá pouze z „formální“ stránky, nýbrž je nutné přijít také s řešením filosofickým.²⁹ Není zřejmě možné přijít s příliš radikálním a jednoduchým řešením, jako je například úplný zákaz sebe-referenčních vět, jelikož ve skutečnosti jich je většina neškodná a nepředstavují žádný problém.³⁰ Jiným druhem by bylo zavést vícehodnotovou logiku, která by uznávala vedle „pravdy“ a „nepravdy“ také třetí možnost (např. „paradoxní“). Takové řešení by pro změnu představovalo zásah do elementární úrovně logiky, aniž by nám sdělovalo podstatu třetí hodnoty.³¹ Nutno ovšem dodat, že nemusíme na základě tohoto argumentu odmítat řešení vícehodnotové logiky – ty totiž existují a mají odstupňované rozdíly mezi „pravdou“ a „nepravdou“ na mnohem více dílů.

2.2.1. Russellova antinomie

Na počátku 20. století probíhaly snahy o lepší fundování základů matematiky pomocí logických principů. Mladý Bertrand Russell si však uvědomil specifický paradox, který se může lehce objevit v takto budovaném matematickém systému. Takový paradox přímo ohrožoval jeho plán na logizaci matematiky a stejně ohrožoval i snahy jeho současníků. Logizací matematiky se rozumí postavení matematiky na základě logických zákonů; Frege se kupříkladu domníval, že aritmetické zákony jsou zcela odvozeny z logických.³²

²⁹ HAACK, 1978. s. 139.

³⁰ *ibid.* s. 139-140.

³¹ HAACK, 1978. s. 140.

³² BERKA, Karel. Stručné dějiny logiky. Praha: Karolinum, 1994. s. 119.

Russella přivedlo k objevu paradoxu studium Cantora.³³ Cantor je autorem naivní teorie množin, do které zakomponoval i kardinální a ordinální čísla, schopné popisovat nekonečno. Russell aplikoval Cantorovy úvahy o neexistenci nejvyššího kardinálního čísla na úvahy o třídách. Dospěl tak ke zjištění, že třídy někdy jsou a někdy nejsou prvky sebe samých. Tuto úvahu vysvětluje na příkladu s čajovými lžičkami: „Například třída čajových lžiček není jinou čajovou lžičkou, ale třída věcí, které nejsou čajovými lžičkami, je jednou z věcí, které nejsou čajovými lžičkami.“³⁴ Odtud došel k závěru, že třídy, které nejsou vlastními prvky, tvoří třídu a položil si otázku, zda tato třída je prvkem sebe samé.³⁵

Klasičtější formulace Russellovy antinomie se týká množin objektů. Existuje množina množin, které nejsou prvkem sebe samé. Když pak položíme otázku, zda tato množina je prvkem sebe samé, dostaneme se ke sporu: pokud není prvkem sebe samé, pak je prvkem sebe samé.

O svém objevu informoval Gottloba Frega, který v té době dokončoval druhý díl Základních zákonů aritmetiky. Paradox formuluje ve svém dopise poměrně jednoduše, pouze nemluví o třídách (či množinách); mluví o zvláštním predikátu „být predikátem, který nemůže být predikován sobě“: „Budiž w predikát; být predikátem, který nemůže být predikován sám sobě. Může být w predikován sám sobě? Z každé odpovědi vyplývá opak.“³⁶

Frega tím nepříjemně překvapil; znamenalo to, že kniha, kterou právě vydával, je už v tu chvíli zbytečná a postavená na špatných základech.³⁷ Dopsal ještě krátký text, ve kterém se zkusil s paradoxem vypořádat, ale pak se na dlouhou

³³ RUSSELL, 1993. s. 21.

³⁴ *ibid.* s. 21.

³⁵ *ibid.* s. 21.

³⁶ Russellův dopis Fregovi z 16.6.1902. Citováno podle: KOLMAN, 2002. s. 229.

³⁷ PEREGRIN, Jaroslav. *Kapitoly z analytické filosofie*. Praha: Filosofia, 2005. s. 64.

dobu odmlčel v bádání o základech aritmetiky a později se věnoval snaze odvodit matematiku z geometrie.

William Kneale v článku *Russell's Paradox and Some Others* ovšem nepřechází ve zkoumání antinomie k této klasické formulaci týkající se tříd, a zkoumá raději dřívější formulaci o predikátu, který nemůže být predikován sám sobě. Považuje takovou formulaci jednak za bližší paradoxu lháře a dalších,³⁸ a také tvrdí, že se tím přiblížil více k možnému řešení jiným způsobem, než teorií typů. Russell totiž při zkoumání paradoxu lháře dospěl k výroku, že „být predikovatelný sobě“ není predikát,³⁹ ale dostatečně se nezabýval svým používáním slova predikát. Predikát může zastupovat nebo odkazovat na určitou vlastnost, na kterou odkazujeme při mluvení o objektu našeho bádání. Je nutné rozlišit, kdy mluvíme např. o predikátu „být velkým městem“ a vlastností „být velkým městem,“ jelikož je chyba identifikovat predikát se samotnou vlastností, na kterou odkazuje. Tak to dělá Russell,⁴⁰ který někdy příliš nedbá na rozlišení znaku (tedy prostředku pro označení) a označovaného. Predikativní věta pak může vyjadřovat predikát pouze v případě, že hovoří o existující entitě, které je možné tento predikát přiřadit.⁴¹

Problém s predikátem „být predikovatelný sobě“ řeší Russell tím, že říká, že žádný predikát nemůže být potvrzen sám ze sebe. Kneale naopak tvrdí, že každý predikát, i tento, ze sebe potvrzen být může. Predikát „být predikovatelný sobě“ je predikovatelný sobě, považuje za správně vytvořený a nedomnívá se, že by predikovatelnost sama sobě byla kamenem úrazu.⁴²

³⁸ KNEALE, William C. *Russell's Paradox and Some Others. The British Journal for the Philosophy of Science*. 1971, roč. 22., č. 4., s. 331.

³⁹ *ibid.* s. 332.

⁴⁰ KNEALE, 1971. s. 333.

⁴¹ *ibid.* s. 333.

⁴² *ibid.* s. 334.

Quine naproti tomu ve své eseji *Ways of Paradox* odlišuje Russellovu antinomií od podobných případů, jako je holičův nebo lhářův paradox, a řešení vidí v úplně jiném přístupu.⁴³ Paradoxu se nedá zbavit tak snadno jako v jejich případě – zkoumáním pravdivosti nebo smysluplnosti výroku. Princip, který dovedl Russella k formulování jeho paradoxu je přijatý způsob souzení. A ten je antinomií přímo ohrožen.⁴⁴

Zatímco v případě paradoxu lháře jsme měli příklad týkající se našeho okolního světa a mohli jsme tedy rozhodnout, zda taková situace může nastat, v tomto případě není důvod myslet si, že by nemohla existovat množina množin, které nejsou svými prvky.⁴⁵ Jedním ze způsobů, jak antinomií předejít je stanovit kritérium členství takové, aby v takovém případě nebyla množina prvkem sebe samé.⁴⁶ Takové řešení nemůže být použito univerzálně, protože by představovalo rozsáhlý zásah do práce s množinami. Zejména v matematické teorii množin bylo zapotřebí přijít s jiným, lepším a efektivnějším řešením, které by tak moc nezasáhlo do celé teorie.

Řešení, které navrhl Bertrand Russell ve svém článku *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types*, operuje s de facto nekonečným počtem úrovní, které dokážou popisovat vždy úrovně nižší. Každé entitě, kterou chceme v takovém systému popisovat, přiřadíme určitou úroveň, což potom zabraňuje tomu, aby došlo ke konfúzi. Ve chvíli, kdy dojde ke sporu, jako je Russellova antinomie, je na vině nedodržení takového principu. Pro ilustraci:

$$1) x_n \in x_n$$

Tento výrok je podle teorie typů špatně utvořen. Správná forma má být:

⁴³ QUINE, 1966. s. 13.

⁴⁴ *ibid.* s. 13.

⁴⁵ *ibid.* s. 14.

⁴⁶ *ibid.* s. 15.

$$2) x_n \in x_{n+1}^{47}$$

Chybou, která umožnila vznik antinomie, je tedy podle Russella *princip bludného kruhu*. Tento princip bychom mohli popsat následovně: „Cokoli obsahuje všechny prvky nějakého souboru, nesmí být jedním z těchto prvků.“⁴⁸

Podobné řešení je i Tarského rozlišení mezi jazykem a metajazykem, o kterém bude řeč dále. Ovšem teorie typů není jediným řešením, navíc se samo dostává do problémů v odůvodnění jak jeho formálního, tak filosofického důvodu: z formálního hlediska teorie typů zabraňuje dokázat nekonečnost přirozených čísel a znemožňuje dokazatelnost některých teorémů.⁴⁹ Vznikají tak problémy na úrovni, o kterou šlo Russellovi a Fregovi nejvíce: o logizaci matematiky. Z filosofického hlediska je problematický i *princip bludného kruhu*, protože jednak není definován s dostatečnou exaktností a jednak je možné ho i porušit, aniž bychom vytvořili paradox. Porušením principu bludného kruhu můžeme vytvořit kruhy, které jsou bludné jen zdánlivě.⁵⁰ Mnozí kritici také připomínají, že teorie typů vznikla prakticky pouze tvář tvář paradoxům a nemá snad ani jiné praktické odůvodnění.⁵¹

Tímto způsobem se dá přistupovat i k dalším paradoxům – podle Yanofského je nemožné, aby přirozený jazyk mluvil o své pravdivosti a stejně tak u Russella není možné, aby množiny popisovaly své vlastní členství v množinách. Jde o porušení pravidel, či spíše limitů, na které paradoxy poukazují.⁵²

⁴⁷ HAACK, 1978. s. 141.

⁴⁸ PEREGRIN, 2005. s.89.

⁴⁹ HAACK, 1978. s. 142.

⁵⁰ HAACK, 1978. s. 142.

⁵¹ RACLAVSKÝ, Jiří. Lhářský paradox, význam a pravdivost. *Filosofický časopis*. 2009. roč. 57., č. 3., s. 327.

⁵² YANOFSKY, Noson S. A Universal Approach to Self-Referential Paradoxes, Incompleteness and Fixed Points. *The Bulletin of Symbolic Logic*. 2003, roč. 9., č. 3., s. 364.

2.2.2. Holičův paradox

Holičův paradox je velmi podobný Russellově antinomii. Russell ho nepovažoval za důležitý z hlediska jeho objevnosti; chtěl jím spíše jednoduše vysvětlit svou antinomii, smysl se nachází spíše v rovině popularizační. Jeho odlišnost spočívá v konkrétní problematice a řešení se dá nalézt zřejmě snadněji a především intuitivněji. Russell na něj upozornil v roce 1918, i když jej nejspíš sám nevymyslel.⁵³

V nějaké vesnici může žít holič, který holí všechny muže, kteří se neholí sami. Problém pak vyplývá z toho, kdo holí holiče; jestliže se holič sám neholí, pak by se měl sám holit. Představa, že někdo se holí jenom pokud se neholí, je absurdní už intuitivně. Podle Quina spočívá řešení v tom, že není možné, aby taková vesnice s takovým holičem existovala. Je to podle něj vyloučené a holič, který holí všechny muže, kteří se neholí sami, je nesmyslná představa.⁵⁴

V zásadě se na takové řešení odkazuje i Noson Yanovfsky, když řeší Russellův paradox zavedením funkce, která vytváří „kolekci“ množin, která však nevytváří svou vlastní množinu. Podobně jako můžeme prohlásit, že neexistuje vesnice, kde by nějaký holič holil všechny muže, kteří se neholí sami, tak můžeme říct, že neexistuje množina všech množin, které nejsou svými prvky.⁵⁵

2.2.3. Paradox Lháře

Paradox lháře je zřejmě nejznámější z paradoxů sebe-reference a patří taky mezi ty nejzkoumanější. Na lhářské věty se můžeme dívat dvěma způsoby: buď jako na věty, které je jednoduše rovnají své vlastní negaci, nebo jako na věty, které

⁵³ QUINE, 1966. s. 4

⁵⁴ ibid. s. 13-14.

⁵⁵ YANOVFSKY, 2003. s. 370.

přisuzují určité větě pravdivostní hodnotu.⁵⁶ Vzhledem k tomu, že přiřazují tuto pravdivost sobě samé, pak nemůžeme rozhodnout, jestli ji pravdivost přiřadit nebo ne. Ještě než se podíváme na samotné lhářské věty, je dobré připomenout, že existují podobné varianty, využívající místo lži pravdu, nebo rozkaz.⁵⁷ Můžeme pak říci:

1) Tato věta je pravdivá

Čímž se nedostáváme k žádnému sporu, pouze k neškodné tautologii. Lhářský paradox ve své literárnější podobě zní tak, že Kréťan Epimenides prohlásil, že všichni Kréťané jsou lháři.⁵⁸ Pokud je tedy i on z Kréty, pak lhal, ale to zároveň znamená, že mluvil pravdu. V této verzi ještě nemusíme hledat závažnější problémy: Epimenides může náhodou říkat pravdu a jen stěží nějaký člověk lže neustále. Můžeme však napsat větu:

L) Věta L je nepravdivá.⁵⁹

Jedná se prakticky o nejjednodušší variantu a není těžké vymyslet i sofistovanější verze.

1) Věta na tomto řádku je nepravdivá.

Podobně můžeme přijít ještě se složitějším aparátem, kterým budeme lépe fixovat absolutní postavení věty a její referenci, mohli bychom napsat na kterém řádku přesně se nachází nebo umístit větu do rámečku – pak mluvíme o deskripčním lhářském paradoxu.⁶⁰ Každopádně můžeme zavést jednoduchou ekvivalenci a větu

1) označit jako větu p. Může existovat více mezikroků, ale i takto se můžeme dostat přímo ke kontradikci:

⁵⁶ SVOBODA, 2009. s. 321.

⁵⁷ HAACK, 1978. s.136.

⁵⁸ SVOBODA, 2009. s. 316.

⁵⁹ *ibid.* s. 317.

⁶⁰ RACLAVSKÝ, Jiří. *Jména a deskripce. Logicko-sémantická zkoumání*. Olomouc: Nakladatelství Olomouc, 2009. s. 236.

2) věta p je pravdivá, pokud je věta p nepravdivá.⁶¹

O vyřešení tohoto sporu, totiž uznání věty p za pravdivou v případě, že je nepravdivá, aniž bychom museli přikročit k revizi našich už přijatých logických zákonů, usiloval mezi jinými Alfred Tarski, který v této souvislosti mluvil o nekonzistenci sémanticky uzavřených jazyků.

Za sémanticky uzavřený jazyk považuje Tarski takový jazyk, který obsahuje jména svých vlastních výrazů (věť) a sémantické termíny jako „pravdivý“ či „nepravdivý“, schopné referovat k větám tohoto jazyka. Rovněž má obsahovat věty, které vymezují použití těchto termínů.⁶² Náš běžný jazyk nekonzistencí natolik netrpí, protože je natolik vágní a nemá tak vymezenou strukturu; na druhou stranu dokáže vytvářet vlastní predikáty o pravdivosti, takže je možné v něm paradox sestrojít. Přesně specifikované jazyky, které jsou na jednu stranu sémanticky uzavřené a na druhou stranu nemají prostor pro vágnost, už nekonzistencí trpět zákonitě musí.⁶³

Proto zavádí Tarski distinkci mezi objektovým jazykem a metajazykem. Nemůžeme se tázat po pravdivosti vět, které definují pravdu ve své úrovni jazyka. K tomu, abychom mohli analyzovat takové věty, musíme mít vyšší „metajazyk“, který sám definuje pravdivost pro jazyk nižšího řádu. Kdybychom se pak chtěli bavit o definici pravdy v tomto metajazyce, museli bychom opět přijít s jazykem hierarchicky vyšším (meta-metajazyk), který by byl schopen mluvit o pravdivosti nižšího metajazyka. V tom je možné teoreticky postupovat do nekonečna.⁶⁴

⁶¹ TARSKI, A. Sémantická koncepce pravdy a základy sémantiky. In PEREGRIN, J. (ed.) *Logika 20. století: Mezi filosofií a matematikou*. Praha: Filosofia, 2006. s. 144.

⁶² *ibid.* s. 145.

⁶³ TARSKI, A. Sémantická koncepce pravdy a základy sémantiky. In PEREGRIN, 2006. s. 146.

⁶⁴ *ibid.* s. 147.

Tarského řešení pak pro Haackovou sice poskytuje formální řešení, avšak nikoliv filosofické, jelikož existence metajazyka, či dalšího meta-metajazyka, je vyloženě protiintuitivní.⁶⁵

Konečně se specifickým řešením přišel i Saul Kripke, který odmítá uznat lhářským větám pravdivostní hodnotu – nepřirazuje jim nějakou třetí hodnotu (např. „paradoxní“), ale nedává jim vůbec žádnou. Lhářské věty jsou pro něj nezakotvitelné (groundedness) a když se pokoušíme najít jejich pravdivostní hodnotu, jsme odkázáni oscilovat mezi alternativami, aniž bychom mohli definitivně rozhodnout, kterou pravdivostní hodnotu jim máme přiřadit.⁶⁶

2.2.4. Grellingův paradox

Kurt Grelling formuloval svůj paradox v roce 1908, spolu s Leonardem Nelsonem. Paradox je v mnohém podobný paradoxu lháře, ale především Russellově antinomii. V Grellingově případě se paradox netýká teorie množin, nýbrž jazyka. V našem jazyce totiž existují slova, která sama sebe popisují. Tak slovo „český“ je české slovo, nebo „mnohoslabičný“ je mnohoslabičné slovo. Proti nim existují jiná slova, která sama sebe nepopisují, např. „německý“ (protože se jedná o české slovo), nebo „jednoslabičný“ (protože jde o mnohoslabičné slovo). Slova tak Grelling rozděluje na autologická a heterologická.⁶⁷

Problémy nastanou ve chvíli, kdy se ptáme, zda slovo „heterologický“ popisuje samo sebe. Můžeme se taky zeptat, zda sebe popisuje slovo „autologický“, ale u toho nastává problém jiného rázu; je totiž autologické vždy, dostáváme tedy tautologii. Naproti tomu „heterologický“ představuje vždy spor:

⁶⁵ HAACK, 1978. s. 144.

⁶⁶ ibid. s. 147.

⁶⁷ QUINE, 1966. s. 6.

- Pokud „heterologický“ nepopisuje sebe, pak je heterologický.
- Pokud „heterologický“ sebe popisuje, pak je autologický.

Právě tento rozpor, který vzniká už ve chvíli, kdy definujeme slovo heterologický, dovedl Quina k přesvědčení, že kromě klasických paradoxů se zde nachází ještě třetí skupina: antinomie.⁶⁸

Obecně bychom mohli říci, že stejně jako u paradoxu lháře, která se dá vyřešit zavedením distinkce mezi objektovým jazykem a metajazykem, tak stejně u Grellingova paradoxu můžeme provést ten samý krok, totiž hierarchií jazyků, přičemž spor pak vzniká smícháním objektového jazyka a metajazyka a vznikem tzv. bludného kruhu. S hierarchií jazyka spor zdánlivě zmizí. Proti takovému řešení však vystoupil Robert Martin, podle kterého by takové řešení znamenalo, že žádná slova v daném objektovém jazyce se nemohou popisovat; i slovo „český“ by bylo české jen díky použití metajazyka.⁶⁹ Navrhuje proti takové komplikaci své řešení, ve kterém není možné rozhodnout, zda je slovo „heterologický“ heterologické, respektive dokazuje, že taková věta je špatně sémanticky vytvořená, a tudíž nemůže dojít ke sporu.⁷⁰ Kdyby totiž sestavil stroj, schopný posuzovat sémantickou správnost vstupních vět, Grellingovou otázku by se stroj zacyklil, resp. by nepodal žádnou správnou odpověď, což můžeme brát jako důkaz neprokazatelnosti sémantické správnosti věty, zda je „heterologický“ heterologický.⁷¹

⁶⁸ ibid. s. 7.

⁶⁹ MARTIN, Robert L. On Grelling's paradox. *The Philosophical Review*. 1968. roč. 77., č. 3., s. 323

⁷⁰ MARTIN, 1968. s. 327.

⁷¹ ibid. s. 329.

2.4. Paradox Sorites

Paradox sorites je někdy označován jako paradox hromady nebo paradox holohlavého (*falakros*). Argumentace je následující: když si představíme hromadu písku, pak, když odebereme jedno zrníčko, zůstane nám stále hromada písku. Když odebereme další zrníčko, máme stále ještě hromadu. Tak můžeme pokračovat až do okamžiku, kdy nám z hromady zůstane poslední zrníčko písku, které už jen stěží můžeme považovat za hromadu. Podobně je to s holohlavým člověkem; člověk, který nemá žádné vlasy je holohlavý. Kdyby mu narostl jeden vlas, tak je pořád ještě holohlavý. A kdybychom opět pokračovali dostatečným počtem kroků, došli bychom k závěr, že i člověk s milionem vlasů je stále holohlavý. Neboli: Máme-li holohlavého člověka, pak pokud mu naroste jeden vlas, je pořád holohlavý. Jestliže holohlavému s jedním vlasem naroste druhý vlas, zůstává holohlavým. Stejně tak třetí, čtvrtý, až n-tý vlas, který už může být třeba miliontý, a člověk s milionem vlasů určitě není holohlavý. Další variant lze vymyslet spoustu a vždy se s nimi dá dokázat závěr naprosto v rozporu s naší zkušeností, jako třeba že existuje jen jediná barva, jak vysvětluje Kolář.⁷² Stačí si představit rozsáhlé spektrum barev, kde jsou barevné odstíny tak jemné, že dvě sousední barvy jsou od sebe nerozlišitelné. Když pak máme jakoukoliv barvu v tomto spektru, musíme uznat, že je stejná jako barva s ní bezprostředně sousedící. Barva a je barevně nerozlišitelná od barvy b, a ta je nerozlišitelná od barvy c. To znamená, že barva c je nerozlišitelná od barvy a. Konečně dojdeme i k tomu, že kterákoliv n-tá barva je nerozlišitelná od výchozí barvy a. Tak můžeme zaměňováním barev za své nerozlišitelné sousedy projít skrze

⁷² KOLÁŘ, 1999. s. 285.

celé barevné spektrum a skončit na jedné či druhé krajní barvě, na kterou můžeme redukovat i všechny ostatní barvy a prohlásit, že všechno má jen jedinou barvu.⁷³

Kdo může za vznik takového problému? Nabízí se odpověď buď taková, že na vině jsou vágní a nepřesně vymezené termíny, které v našem jazyce používáme. Kdybychom měli přesně definován výraz „hromada“, nedošli bychom k žádnému absurdnímu výsledku: mohli bychom říci, že hromada musí mít minimálně např. 500 zrníček písku k tomu, abychom ji mohli označit jako hromadu. V případě, že by tuto podmínku nesplňovala, bychom pro ni měli jiný termín. Takové řešení určitě není použitelné pro běžný život, nemůžeme předpokládat, že by snad někdo vždy poctivě přepočítal množství zrníček předtím, než by se rozhodl, jaký termín má použít. Vágnost výrazů našeho jazyka je tímto způsobem neodstranitelná.

Proces logického usuzování, který nás k paradoxu dovedl, však sám o sobě také nevykazuje známky toho, že by byl nějakým způsobem špatný. Proces odvození můžeme zapsat takto:

- 1) Člověk, který nemá žádné vlasy, je holohlavý.
- 2) Jestliže člověk, který má x vlasů, je holohlavý, pak naroste-li mu jeden vlas, zůstává stále holohlavý.
- 3) Člověk, který má libovolný počet vlasů, je holohlavý.

Argument můžeme zapsat symbolicky:

1. H_0
2. $(\forall x, y)(Hx \ \& \ (y = x + 1) \rightarrow Hy)$
3. $(\forall x) Hx$ ⁷⁴

Tedy ústřední roli zde hraje aplikace modu ponens na výchozí dvě premisy.

Ve standardním logickém usuzování toto pravidlo nepředstavuje žádný problém a

⁷³ KOLÁŘ, 1999. s. 286.

⁷⁴ KOLÁŘ, 1999. s. 287.

ani nevede k problémům. Jak je možné, že v tomto případě k tomu dochází? Kolář vidí důvod ve skutečnosti, že došlo k nevhodnému použití vágního (neostrého) predikátu „být holohlavý“, resp. „být hromadou“, na který je aplikována přesně vymezená (ostrá) logika.⁷⁵

Toto standardní řešení, tedy zdůvodnění vzniku paradoxu vágností jazyka, napadl Stuart Shapiro. Spojuje paradox sorites s paradoxem *nečekaného oběšení*, a vznik paradoxu vidí ve špatném způsobu usuzování.⁷⁶ Pro úplnost se v krátkosti zmíním o tomto paradoxu nečekaného oběšení:

Muž usvědčený z vraždy má být popraven a soudce mu při soudním procesu řekne, že bude popraven jedno ráno během následujícího týdne. Nebude však vědět, kdy k tomu dojde, dokud za ním nepřijde dozorce. Když je pak onen vrah v cele, přemítá o tom, kdy k popravě dojde. Pokud bude ještě naživu v sobotu odpoledne, znamená to, že bude popraven v neděli. Protože ale soudce řekl, že nebude vědět, kdy k popravě dojde, budou ho muset popravit dřív než v neděli. Opět, pokud bude naživu v pátek odpoledne, bude to znamenat, že ho popraví v sobotu ráno. Jenže tím pádem by to opět věděl dopředu. Odsouzený tímto postupem vyloučí všechny dny v týdnu a je přesvědčen, že popraven nebude, protože soudce nedokáže splnit svou podmínku, že nebude vědět kdy bude popraven. O to víc je pak překvapen, když je ve středu skutečně popraven.⁷⁷

Podle Shapira je stejným aspektem, který přivedl odsouzeného k bláhovému přesvědčení, že nebude popraven, stejně jako v případě paradoxu Sorites, sériový proces usuzování. Když totiž uvažujeme, zda nějaká hromada je stále hromadou i po odebrání zrníčka písku, provádíme sériové usuzování, které je pro vznik paradoxu

⁷⁵ *ibid.* s. 289.

⁷⁶ SHAPIRO, Stuart C. A Procedural Solution to the Unexpected Hanging and Sorites Paradoxes. *Mind*. 1998. roč. 107., č. 428., s. 757.

⁷⁷ SHAPIRO, 1998. s. 751.

esenciální – když totiž uvažujeme, zda je „hromada“ hromadou po přijetí premisy, že hromada bez jednoho zrníčka je stále hromada, pak nás sériové uvažování musí dovést k paradoxu. Naproti tomu paralelní uvažování není takovou premisou zatíženo, přestože ji nevyklučuje. Pouze nám umožňuje rozhodnout se *ad hoc* o tom, zda považujeme zkoumaný objekt za hromadu nebo ne. Tím pádem nemáme s paralelním usuzováním problém správné určení.⁷⁸ Sériové usuzování využívá ke svému rozhodnutí výsledek předchozího rozhodnutí, který přejímá, aniž by ho někdy mohlo změnit. Naproti tomu paralelní je na předchozím rozhodnutí nezávislé a může tedy reflektovat skutečný stav věcí.⁷⁹

2.5. Sémantické řešení

Pro vyřešení paradoxů, probíraných v této práci, se dá použít sémantického postupu. U paradoxu analýzy spočívá problém takřka esenciálně v tom, jak chápeme význam symbolu „=“, resp. „je“ v běžné řeči. S aplikací Fregovy sémantiky, tedy rozlišení smyslu a významu, se nám podaří postihnout skutečné rozdíly mezi zkoumanými pojmy a i v případě, že dva pojmy mají stejný význam (mají stejný denotát), stále mohou mít jiný smysl a tudíž pro nás může být analýza objektivní a přínosná.

U paradoxů typu sorites můžeme problém hledat rovněž v sémantické rovině, i když zde bylo zmíněno i netradiční řešení procedurální. Každopádně vágnost, se kterou jsme konfrontováni v našem jazyce, nám umožňuje označovat jedním slovem celou škálu objektů. Vágnost se z našeho jazyka nedá odstranit –

⁷⁸ *ibid.* s. 758.

⁷⁹ *ibid.* s. 760.

můžeme ji maximálně částečně omezit lepším definováním našich termínů, možná ale ani taková činnost se neseťká s úspěchem.

U sebe-referenčních paradoxů je situace složitější, protože obvykle se mezi nimi dělají velké rozdíly. U lhářských sebe-referenčních vět dochází k tomu, že je v deskripci použit sémantický termín („pravdivý“ či „nepravdivý“), který může být pojat špatným způsobem, umožňujícím vznik paradoxu.⁸⁰ Zatímco u lhářského nebo u Grellingova paradoxu se používá sémantické řešení, u Russellovy antinomie tomu tak není. Ta se vztahuje bytostně na teorii množin. Při vysvětlování nebo zjednodušení antinomie se už můžeme sémantickou stránkou zabývat, takže když použijeme Russellův příklad s predikátem „být predikovatelný sám sobě“, můžeme po sémantickém řešení šáhnout. Podobně můžeme učinit vlastně i v samotné teorii množin, když řekneme, že všechny množiny, které nejsou prvkem sebe samým, vytvářejí zvláštní podskupinu („kolekci“), kterou nepovažujeme za skutečnou množinu.

3. Význam paradoxů

V čem tedy spočívá obecný přínos paradoxů pro moderní logiku, je-li vůbec nějaký? Když se nad touto otázkou zamyslíme, dojdeme vlastně k paradoxnímu závěru – ony paradoxy, které představují selhání přísného aparátu logiky, měly spíše pozitivní než destruktivní účinek, a tak pomohly precizovat mnohé aspekty moderního myšlení. Poodhalují drobné nesrovnalosti a okrajové možnosti našeho jazyka, které mohou mít nepříjemné důsledky, pokud jsou dotaženy do extrémů. Nutí nás tak lépe formulovat naše teorie a také přehodnotit názor na některé běžně používané koncepty. Jestliže se moderní badatelé snaží přijít s co nejlepším

⁸⁰ RACLAVSKÝ, Jiří. *Jména a deskripce*. 2009. s. 232.

systemem, kterým bychom mohli ověřovat pravdivost výroků, jak to má být v moderní logice, pak je na jednu stranu pravda, že v něm mohou vznikat myšlenkové problémy, schopné zasáhnout celý systém a de facto umožnit odvozovat cokoliv z čehokoliv, jako tomu bylo u Fregových základních zákonů aritmetiky.⁸¹

Na druhou stranu jejich řešení představuje skutečnou výzvu, a jestliže máme takový jinak dostatečně dobrý systém, není důvod jej opouštět jen kvůli toho, že vykazuje známky nekonzistence. Naopak, je zapotřebí přijít s takovými omezeními, která by jednak funkčně nezhodnotila daný systém a jednak by účinně zabránila vzniku antinomií. Frege sice svůj pokus o logizaci matematiky po objevu Russellovy antinomie prakticky vzdal – jeho následovníci však ukázali, že opustit z toho důvodu celý projekt je zbytečné a že ve skutečnosti se dá zachránit, pod podmínkou jen nepřiliš velkých restrikcí.⁸²

Paradox sorites zase operuje s vágností našeho jazyka. Jenže vágnost nemusí být na škodu, pokud s ní umíme zacházet. Když se ve 20. století začaly rozvíjet i alternativní logiky, některé z nich přijaly princip neostroty za svůj a vznikla tzv. fuzzy logic. Neoperují s tak přesně stanovenými predikáty a významy slov, namísto operací s exaktně stanovenými hodnotami jako je „pravda“ a „nepravda“ operují raději s vícehodnotovými „pravděpodobnostmi“. Představují tak významný přínos i pro náš každodenní život, protože díky nim můžeme lépe sestavovat např. internetové vyhledávací algoritmy. Pochopitelně se nedá říci, že by na počátku toho stál jen paradox sorites. Ten však spíše poukazoval na skutečnosti zakotvené v našem jazyce, tedy vágnost, a to, že logikové přijali tento princip za svůj, otevřelo cestu dalšímu vývoji logiky.

⁸¹ SVOBODA, 2009. s. 322.

⁸² PEREGRIN, 2005. s. 64.

4. Závěr

Jak jsme viděli, paradoxy představují jedno z témat moderní filosofie a logiky, které si často vyžádá rozsáhlou diskuzi a sofistikovaná řešení. Navíc nároky na takové řešení jsou často velmi vysoké, jelikož je nutné přijít s takovým zdůvodněním, které se nestaví příliš do rozporu s naší dosavadní zkušeností a zároveň nevyvolává zbytečné změny v problematickém systému. Některá řešení, jako třeba Russellova teorie typů, nebo Tarského hierarchie jazyků, sice představuje účinný způsob, jak se problémům vyhnout, zároveň však přináší nové problémy, spočívající ve skutečnosti, že předkládané teorie nemusí mít žádné další využití a jejich prakticky jediným cílem je zabránit vzniku nekonzistence systému.

Můžeme se ptát, proč vlastně se v moderní logice a filosofii musí paradoxy takto složitě řešit a zkoumat. Možná to souvisí s úlohou logiky obecně, protože zatímco dříve sloužila logika jako nástroj nadřazeným vědám (filosofii a teologii), v moderní době se naopak logika sama stává exaktně vystavěnou vědou a jako v takové v ní není prostor pro nekonzistenci.⁸³ Proto tedy, přestože mají paradoxy nádech něčeho nicotného, čím by se seriózní myslitel nezabýval, musejí být respektovány a musejí být hledány takové přístupy, které by jejich tvorbu co nejvíce omezily.

⁸³ HANKE, Miroslav. *Jan Buridan a nominalistická teorie racionality*. Dizertační práce, Olomouc, 2010. s. 156.

Literatura

BERKA, Karel. *Stručné dějiny logiky*. Praha: Karolinum, 1994. 162 s.

BLACK, Max. The „Paradox of Analysis“. *Mind*. 1944, roč. 53., č.211., s. 263-267. ISSN 1460-2113. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/2250464>> [cit. 2011-04-04]

BLACK, Max. The „Paradox of Analysis“ Again: A Reply. *Mind*. 1945. roč. 54., č. 215., s. 272-273. ISSN 1460-2113. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/2250724>> [cit. 2011-03-22]

FIALA, Jiří. *Analytická filosofie, první čítanka*. Plzeň: Fakulta humanitních studií, 1999. 172 s. ISBN 80-7082-611-8.

FUMERTON, Richard A. The Paradox of Analysis. *Philosophy and Phenomenological Research*. 1983. roč. 43., č. 4., s. 477-497. ISSN 1933-1592. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/2107643>> [cit. 2011-05-07]

GRELLING, Kurt. The Logical Paradoxes. *Mind*. 1936. roč. 45., č.180., s. 481-486. ISSN 1460-2113. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/2250063>> [cit. 2011-05-05]

HAACK, Susan. *Philosophy of Logics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1978. 278 s. ISBN 0-521-21988-4.

HANKE, Miroslav. *Jan Buridan a nominalistická teorie racionality*.

Dizertační práce: Olomouc, 2010. 484 s. Dostupné z:

<http://www.kfil.upol.cz/doc/pgs/hanke-jan_buridan_a_nominalisticka_teorie_racionality.pdf> [cit. 2011-05-17]

CHURCH, Alonzo. On the Paradox of Analysis. *The Journal of Symbolic*

Logic. 1946. roč. 11., č. 4., s. 132-133. ISSN 0022-4812. Dostupné z

<<http://www.jstor.org/stable/2268327>> [cit. 2011-04-04]

KNEALE, William C. Russell's Paradox and Some Others. *The British*

Journal for the Philosophy of Science. 1971, roč. 22., č. 4., s. 321-338. ISSN 1464-

3537. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/686315>> [cit. 2011-05-07]

KOLÁŘ, Petr. *Argumenty filosofické logiky*. Praha: Filosofia, 1999. 328 s.

ISBN 80-7007-121-4.

KOLMAN, Vojtěch. *Logika Gottloba Fregy*. Praha: Filosofia, 2002. 312 s.

ISBN 80-7007-164-8.

MARTIN, Robert L. On Grelling's paradox. *The Philosophical Review*.

1968. roč. 77., č. 3., s. 321-331. ISSN 1558-1470. Dostupné z

<<http://www.jstor.org/stable/2183569>> [cit. 2011-05-12]

NOSEK, Jiří.; STACHOVÁ, Jiřina (eds.). *Myšlení v paradoxu, paradox*

v myšlení. Praha: Filosofia, 1998. 392 s. ISBN 80-7007-106-0.

PEREGRIN, Jaroslav (ed.). *Logika 20. století: Mezi filosofií a matematikou*. Praha: Filosofia, 2006. 476 s. ISBN 80-7007-228-8.

PEREGRIN, Jaroslav. *Kapitoly z analytické filosofie*. Praha: Filosofia, 2005. 320 s. ISBN 80-7007-207-5.

QUINE, Willard V. *The Ways of Paradox and Other Essays*. New York: Random House, 1966. 260 s. ISBN 0-394-30449-7.

RACLAVSKÝ, Jiří. *Jména a deskripce. Logicko-sémantická zkoumání*. Olomouc: Nakladatelství Olomouc, 2009. 382 s. ISBN 978-80-7182-277-6.

RACLAVSKÝ, Jiří. Lhářský paradox, význam a pravdivost. *Filosofický časopis*. 2009. roč. 57., č. 3., s. 325-351. ISSN 0015-1831.

RUSSELL, Bertrand. *Logika, věda, filozofie, společnost*. Praha: Svoboda, 1993. 280 s. ISBN 80-205-0219-X.

SHAPIRO, Stuart C. A Procedural Solution to the Unexpected Hanging and Sorites Paradoxes. *Mind*. 1998. roč. 107., č. 428., s. 751-761. ISSN 1460-2113.
Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/2659782>> [cit. 2011-03-20]

SVOBODA, Vladimír.; PEREGRIN, Jaroslav. *Od jazyka k logice*. Praha: Academia, 2009. 432 s. ISBN 978-80-200-1740-6.

WHITE, Morton G. A Note on the „Paradox of Analysis“. *Mind*. 1945. roč. 54., č. 213., s. 71-72. ISSN 1460-2113. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/2250890>> [cit. 2011-04-04]

WHITE, Morton G. Analysis and Identity: A Rejoinder. *Mind*. 1945. roč. 54., č. 216., s. 357-361. ISSN 1460-2113. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/2250579>> [cit. 2011-04-04]

WHITE, Morton G. On the Church-Frege Solution of the Paradox of Analysis. *Philosophy and Phenomenological Research*. 1948. roč. 9., č. 2., s. 305-308. ISSN 1933-1592. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/2103398>> [cit. 2011-04-04]

YANOFSKY, Noson S. A Universal Approach to Self-Referential Paradoxes, Incompleteness and Fixed Points. *The Bulletin of Symbolic Logic*. 2003, roč. 9., č. 3., s. 362-386. ISSN 1079-8978. Dostupné z <<http://www.jstor.org/stable/3109884>> [cit. 2011-03-20]

Anotace

Práce se zabývá vybranými paradoxy důležitými pro filosofii a logiku ve 20. století. Zkoumán je paradox analýzy, paradox sorites a skupina sebe-referenčních paradoxů, z nichž jsou zastoupeny především lhářský a Russellův. Nesleduje jen jejich negativní rysy, ale práce se snaží zachytit i jejich pozitivní přínos pro různé oblasti logiky a filosofie a chce postihnout jejich obecný význam, společné rysy a popisuje možné způsoby řešení. Vývoj těchto řešení je pak sledován převážně historicky, přičemž je dán prostor různým argumentům, které se během diskuze objevily. Při vysvětlování řešení paradoxů jsou popsány i různé nevýhody, která s sebou tato řešení obvykle nosí, protože i samotná snaha vyhnout se tvorbě paradoxů mohla přinést i další nevíтанé důsledky.

KLÍČOVÁ SLOVA

Paradoxy, antinomie, sémantika, logika, teorie typů, teorie množin, sebe-reference, analýza, vágnost.

Annotation

This paper focuses on selected paradoxes important for philosophy and logic in the 20th century. The thesis examines the Paradox of Analysis, Sorites paradox and group of self-referential paradoxes, from which he liars and Russell's are mainly represented. Their negative features aren't the main characteristics, but this work also tries to implicate their positive contribution to various fields of logic and philosophy a wants to involve their universal signification, their common characteristics and describe possible ways of solutions. The development of these solutions is followed mostly historically, whereas the space is given to different arguments, that emerged during the discussion. Various disadvantages are described while explaining the solutions of paradoxes, which are usually brought, because even the effort to avoid the possibility of creating paradox could bring another unwanted results.

KEY WORDS

Paradoxes, Antinomy, Semantics, Logic, Type Theory, Set Theory, self-reference, Analysis, Vagueness.