



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

MATEMATICKÝ MODEL PNEUMATIK MAGIC FORMULA

MAGIC FORMULA TIRE MODEL

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Lukáš Omasta

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Tomáš Straka

BRNO 2024

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student: **Lukáš Omasta**
Studijní program: Základy strojního inženýrství
Studijní obor: Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Tomáš Straka**
Akademický rok: 2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Matematický model pneumatik Magic Formula

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pro multibody simulace vozidel je nutno popsat jednotlivé komponenty vozidla matematickými modely. Pro pneumatiky je nejčastěji volen model Magic Formula (též známý jako Pacejka). Tento model funguje na bázi prokládání naměřených dat křivkou, jejíž rovnice obsahuje konstanty pro její jednoduchou modifikaci.

Cíle bakalářské práce:

Hlavním cílem této práce je rešerše moderních matematických modelů pneumatik typu Magic Formula. Dalšími cíly je definice parametrů těchto modelů a následná tvorba jednoduchého modelu pneumatiky z naměřených dat. Práce bude obsahovat:

- rešerše aktuálně používaných modelů Magic Formula,
- definování vstupních a výstupních parametrů modelů,
- tvorba jednoduchého modelu Magic Formula z naměřených dat.

Seznam doporučené literatury:

PACEJKA, Hans B. Tyre and vehicle dynamics. 2nd ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2006. ISBN 0-7506-6918-7.

GILLESPIE, T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992. ISBN 1-56091-199-9.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Cílem této bakalářské práce je provést rešerši moderních matematických modelů pneumatik typu Magic Formula a stanovit vstupní a výstupní parametry ovlivňující tyto modely. V práci jsou popsány nejpoužívanější Pacejkovské modely a modely typu MF-Tire. Na základě rešerše je následně vytvořen jednoduchý model tohoto typu pro demonstraci jeho fungování. Výstupy modelu vzniklým z poskytnutých dat jsou prezentovány pomocí grafů a sady konstant pro jednotlivé silové a momentovou charakteristiku.

KLÍČOVÁ SLOVA

Pneumatika, Matematické modely pneumatik, Magic Formula, Pacejka

ABSTRACT

The goal of this bachelor's thesis is to conduct a research of modern mathematical models of tires of the Magic Formula type and to determine the input and output parameters influencing these models. The thesis describes the most commonly used Pacejka models and MF-Tire models. Based on the research, a simple model of this type is subsequently created to demonstrate its functionality. The outputs of the model generated from the provided data are presented using graphs and a set of constants for the individual force and moment characteristics.

KEYWORDS

Tire, Mathematical models of tire, Magic Formula, Pacejka

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

OMASTA, Lukáš. *Matematický model pneumatik Magic Formula*. Brno, 2024. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/157996>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. Vedoucí práce Tomáš Straka.



ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Tomáše Straky a s použitím informačních zdrojů uvedených v seznamu.

V Brně dne 24. května 2024

.....

Lukáš Omasta

PODĚKOVÁNÍ

Především bych chtěl poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Tomáši Strakovi, za odbornou pomoc a ochotu při vedení této práce a za cenné rady a věnovaný čas při zpracovávání daného tématu.

OBSAH

Úvod.....	7
1 Teoretický základ	8
1.1 Základní popis pneumatiky	8
1.1.1 Konstrukce Pneumatik	9
1.2 Dělení pneumatik	12
1.2.1 Podle konstrukce	12
1.2.2 Podle druhu dezénu	14
1.3 Chování pneumatiky	16
1.3.1 Kontakt mezi pneumatikou a vozovkou.....	17
1.3.2 Přenos sil mezi pneumatikou a vozovkou.....	18
1.3.3 Parametry popisující chování pneumatiky	19
1.4 Matematické modely.....	27
1.4.1 Empirický model.....	27
1.4.2 Fyzikální model.....	28
1.4.3 Semi – empirický model	28
1.4.4 MKP model	28
2 Matematické modely magic Formula.....	30
2.1 Starší Pacejkovy modely	32
2.1.1 Pacejka 89	32
2.1.2 Pacejka 94	36
2.2 Magic Formula pro dvoustopá vozidla	39
2.2.1 MF-Tires 5.2	41
2.2.2 Pacejka 2002	50
2.3 Magic Formula pro jednošopá vozidla	56
3 Určování konstant jednotlivých závislostí	58
3.1 Srovnání uvedených modelů.....	58
3.2 Získávání dat.....	59
3.2.1 Postup získávání hodnot konstant	59
Závěr	72
Použité informační zdroje	73
Seznam použitých zkratk a symbolů	77

ÚVOD

Cílem první části této bakalářské práce je detailní popis pneumatiky, která je neodmyslitelnou součástí dnes všudypřítomných dopravních prostředků, vyskytující se u běžných bicyklů, ale i u vysoko tonážních mobilních strojů. V důsledku přímého kontaktu s vozovkou se častokrát jedná o jedinou součást vozidla, která v místě svého kontaktu přenáší silové a momentové působení vozidla na vozovku. Kvůli širokému spektru využití a velkému množství typu pneumatik se jejich charakteristiky mohou značně lišit. Závisí převážně na konstrukčních vlastnostech, kterými jsou velikost, pryžová směs, konstrukce kostry pneumatiky a vzorek běhounu, ale také na okolních podmínkách, jako je typ vozovky, teplota a úroveň vlhkosti.

Jednou z vlastností kvalitní pneumatiky je krátká brzdná dráha, vynikající záběr a současně nízký valivý odpor pro snížení spotřeby pohonných hmot. Pro návrh a následné posouzení je třeba využívat sady matematických rovnic, díky kterým jsme schopni určit veškeré síly a momenty, které je pneumatika schopna přenést. Tyto sady rovnic se obvykle označují jako matematické modely pneumatik a mezi nejznámější a také nejpoužívanější patří model Magic Formula. Podrobněji budou tyto modely popsány v druhé části této bakalářské práce.

Přesné modelování pneumatik je mnohdy velmi složité, ale současně nezbytné pro uspokojivé simulace dynamiky vozidla. Přesné modely pneumatik jsou samozřejmě důležité pro předpovídání dráhy a chování vozidla, ale jsou také potřebné pro to, aby bylo možné správně nastavit různé systémy auta, jako je odpružení.

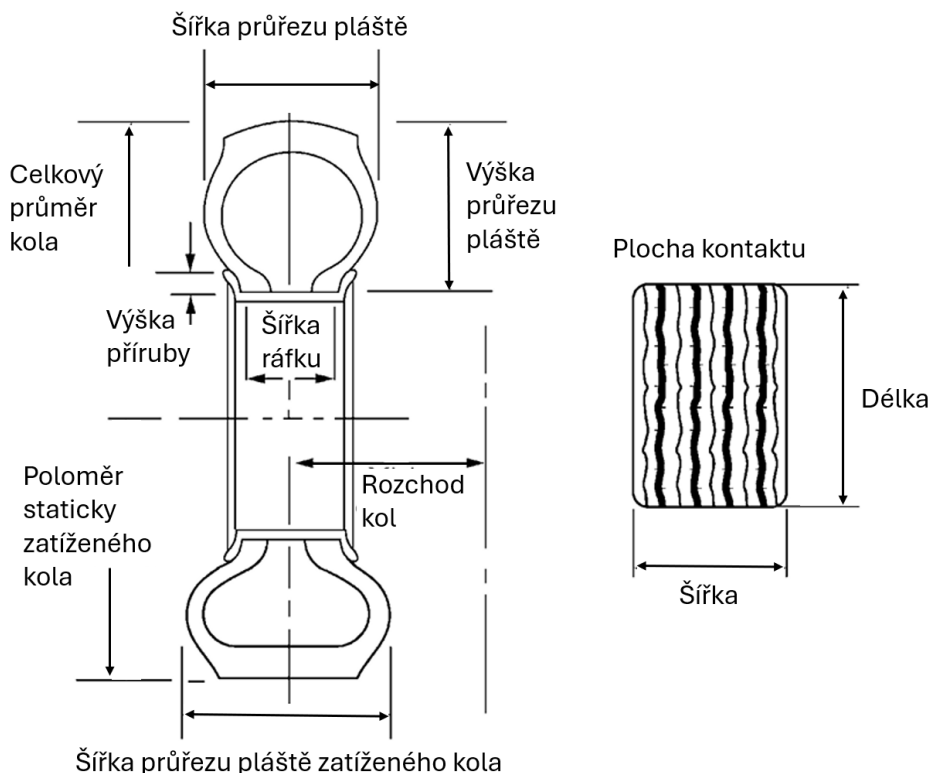
Po stručném popisu fungování funkcí a uvedení nejpoužívanějších zástupců, se v poslední části práce dále zabývá jednoduchým matematickým modelem, který využívá nabytých poznatků a demonstruje možnosti využití modelů pneumatik v technické praxi.

1 TEORETICKÝ ZÁKLAD

Pro získání znalosti terminologie a správné představy o fungování pneumatik a jejich vlivu na celkové chování automobilu je zapotřebí nejdříve nabýt vědomosti o výrobě a konstrukci pneumatiky, rozdělení jednotlivých konstrukcí a současně i jevů, které při přenosu sil v kontaktech pneumatiky a vozovky vznikají. Proto jsou v následujících kapitolách shrnuty nejdůležitější poznatky k této problematice.

1.1 ZÁKLADNÍ POPIS PNEUMATIKY

Úlohou pneumatiky je zajistit bezprostřední styk vozidla s vozovkou [1]. Musí tím pádem přenášet zatížení vozidla, zprostředkovávat přenos kroučícího momentu a v neposlední řadě zajišťovat reakci na volant. Svou konstrukcí by měly pneumatiky též zajišťovat uspokojivé jízdní vlastnosti jako jsou tlumení nerovností na vozovce, snižování přenosu vibrací z kontaktu pneumatiky s vozovkou na vozidlo. Současně s tím je na pneumatiky kladen požadavek co nejnižšího valivého odporu s ohledem na snížení spotřeby pohonných hmot. [1]



Obr. 1 Základní rozměry pláště a ráfku. (přeloženo) [2]

Obr. 1 znázorňuje základní rozměry využívané při popisu pneumatiky. Ať už při výrobních procesech, tak při následném zkoumání vlivu parametrů pneumatiky na její chování. Zde je také zapotřebí uvést rozdíl mezi pojmy plášť a pneumatika. Pneumatika je tvořena pláštěm, ventilem, ráfkem a v některých případech i duší s hustícím plynem [1]. Pláštěm je myšlena pouze vnější pružná vzduchem plněná část pneumatiky, která má obvykle tvar toroidu [1].

1.1.1 KONSTRUKCE PNEUMATIK

Konstrukce pneumatiky je navrhována s ohledem na požadavky, které jsou na ni kladeny. Jak už bylo zmíněno, je třeba zajistit co nejefektivnější přenos sil mezi pláštěm a vozovkou a současně co nejvíce snížit vliv nežádoucích účinků, jako je například valivý odpor. Z toho důvodu musí být u pláště dosaženo kompromisu, kdy na jedné straně je požadavek na pneumatiku co nejměkčího charakteru, aby dobře zvládala tlumení. Současně ale musí být dostatečně tvrdá a tuhá, aby nedocházelo k nadměrnému opotřebování a také k jednoduchému mechanickému poškození pláště. Z toho důvodu je zvolen koncept, při kterém se plášť pneumatiky skládá z různých částí o různých mechanických vlastnostech, jejichž kombinací je docíleno právě požadovaných cílů.

Klíčovým materiálem pro výrobu polotovarů pláště jsou směsi kaučuku, přičemž každý z polotovarů má na základě své funkce různé složky přísad, které ovlivňují výsledné chování dané kaučukové směsi [1]. Kaučuk, jakožto hlavní příměs všech směsí, je termoplastická látka [1]. Díky jevu nazývanému vulkanizace se působením vulkanizačních činidel mění vlastnosti této látky a přechází ze stavu převážně plastického na stav elastický. [1]

Kaučuk se v gumárenském průmyslu vyskytuje ve třech základních formách. Prvním z nich je přírodní kaučuk, který je obsažen v latexu kaučukodárných stromů, tento latex obsahuje obvykle 40% kaučuku, který se získává z latexu vysrážením pomocí kyseliny mravenčí nebo octové. Problémem u tohoto typu kaučuku je obsah nečistot. Proto je pro gumárenský průmysl důležitější surovinou druhá forma kaučuku vyráběná z ropy a označovaná jako syntetický kaučuk. Tento materiál má v mnoha ohledech lepší mechanické vlastnosti. Jeho značnou výhodou oproti přírodnímu kaučuku je možnost jeho výroby s ohledem na budoucí vlastnosti výrobku. Posledním z typů používaných kaučuků je kapalný polybutadienový kaučuk. Ten se používá pro pláště s vyšší konstrukční úrovní zejména do silika směsí určených na zimní výstavbu automobilů a do deště. Při těchto podmínkách mají polybutadienové směsi kaučuku kratší brzdné dráhy, než předchozí typy. Tyto kaučukové směsi mají také menší valivý odpor, což šetří náklady na pohonné hmoty. [1]

TEXTILNÍ KORD

Textilní kord (někdy označovaný jako kostra) je základní nosná konstrukce celého pláště vyrobená z textilních vláken, nebo jak tomu bývalo v historii, i z ocelových drátů [1]. Jak lze vidět na *Obr. 2*, kord pokrývá takřka celou plochu pláště. V současné době se nejčastěji jedná o pogumované umělé hedvábí nebo pogumovaný polyester, který udává pneumatice její tvar [3]. Tato část pláště má zásadní vliv na následné chování pneumatiky, a to převážně v kontextu jejího uspořádání vrstev. Proto je také jedním z hlavních rozdělení plášťů na radiální a diagonální konstrukce.



Obr. 2 Kordová vrstva pláště, na obrázku vyznačeno žlutě. [4]

BĚHOUN

Z Obr. 3 je patrné, že se jedná o vnější část, která je tvořena pryží z kaučukové směsi o požadované tloušťce, do níž je následně vlisován dezén [1]. Ten zajišťuje přímý kontakt s vozovkou a chrání kostru před poškozením. Dále musí mít maximální přilnavost za všech klimatických podmínek a co nejvyšší životnost a odolnost proti otěru [1].



Obr. 3 Umístění části běhounu na plášti, na obrázku vyznačeno žlutě. [4]

Běhoun, jak lze vidět na Obr. 4, se dělí na tři samostatné oblasti. První z nich je skluznice, která je nejvíce v kontaktu s vozovkou a poskytuje přilnavost na všech površích vozovky. Proto musí být velmi odolná proti opotřebení a zajišťovat směrovou stabilitu [3]. Další částí je základna. Ta se nachází pod skluznicí a slouží jako ochrana vnitřní struktury pláště a pro snížení valivého odporu [3]. Poslední částí je rameno, jehož účelem je přenos sil a energií z běhounové části do bočnic. Kromě materiálu, ze kterého je vyrobeno, zde hraje velký vliv i geometrie, která definuje základní chování pneumatiky pro příčné zatěžování. [3]



Obr. 4 Rozložení jednotlivých částí běhounu, pohled v radiálním řezu běhounem. [5]

BOČNICE

Bočnice je spojena s běhounem pomocí ramene běhounu a vyskytuje se na obou bocích pláště, jak je vidět na Obr. 5. Bočnice je vyrobena obvykle ze směsi přírodního kaučuku a chrání plášť před vnějším poškozením a povětrnostními vlivy [3]. Musí být odolná proti prolamování a bočnímu průrazu [1]. Nese popisy rozměrů, loga výrobce a důležité informace o plášti pneumatiky.



Obr. 5 Umístění bočnic na plášti, na obrázku vyznačeno žlutě. [4]

NÁRAZNÍK

Nárazník pneumatiky je nejčastěji tvořen dvěma rozdílnými materiály. Každý z těchto materiálů zajišťuje plášti důležité vlastnosti pro jeho výdrž. Těmito materiály jsou ocel a polyamid.

Ocelové nárazníky jsou uloženy mezi kostrou a běhounem tak, dle *Obr. 6*. Zajišťují obvodovou pevnost pláště a odolnost proti průrazu [1]. Ačkoliv název naznačuje, že se jedná o ocelové nárazníky, tak se v dnešní době kombinují ocelová vlákna s textilními [1]. Díky tuhosti, kterou tyto nárazníky pod běhounem zajišťují, mají přímý vliv na snižování valivého odporu pneumatiky, tvarovou stálost, směrovou stabilitu a zvýšení kilometrového dojezdu [3].

Pro zvýšení odolnosti pláště vůči vysokým rychlostem pneumatiky se využívá vrstva. Tato vrstva je obvykle tvořena polyamidovými nárazníky překrývající ocelové nárazníky tak, aby svými vlákny směřovaly po obvodu pláště [1].



Obr. 6 Umístění nárazníku na plášti, na obrázku vyznačeno žlutě. [4]

VNITŘNÍ GUMOVÁ VRSTVA

Tato vrstva našla své uplatnění až v nedávných letech, kdy se začalo hojně využívat bezdušových pneumatik. Do té doby funkci plynonepropustné vrstvy zaručovala duše. Pro docílení se využívá vzduchotěsnosti kaučukové směsi, konkrétně butylu [1]. Při výrobním procesu zabráňuje prostupování síry při vulkanizaci pláště, a při provozu pak vyrovnává nerovnosti uvnitř pláště [1]. Tvar vnitřní plochy pláště, který tato vrstva zaujímá je znázorněn na *Obr. 7*.



Obr. 7 Vnitřní gumová vrstva. [4]

PATKA

Patka je zesílená část pláště dosedající na ocelový ráfek [4]. Je zodpovědná za přenos veškerých sil a momentů z pláště do ráfku kola. Hlavní částí je neprotahitelné ocelové patní lano, kolem kterého jsou přehnuty kraje kordových vložek kostry [1]. Tento přechod je hlavním kontaktním místem mezi kostrou a patkou. V tomto místě je spoj vyztužen stabilizačním klínem ze

syntetické pryže (toto místo se nazývá apex [3]). Kromě dodatečného vyztužení patky má tento klín i vliv na poskytování dodatečného komfortu řízení [3]. V tomto spoji, který je nakreslen na *Obr. 8*, je převáděna většina sil a momentů z kostry na patku. Proti mechanickému poškození je chráněna textilním nebo pryžovým patním páskem [1].



Obr. 8 Detail usazení patního lana s přehnutými konci kostry (apex) do patky (žlutě). [4]

PATNÍ LANO

Hlavním jádrem patního lanka je spletenec ocelových drátů zapuštěný do pryže pro pevnější uchycení v patce [3]. Jádro lana (ocelový kord znázorněný na *Obr. 9*) zajišťuje, že plášť je pevně usazen na ráfku kola. Ocelové dráty používané pro patní lana jsou povrchovány mosazí pro lepší obalení ocele gumou [1]. Obvykle se průměry u osobních automobilů pohybují okolo 0,89 milimetrů a pro nákladní vozy bývá průměr drátů dvojnásobný [1].



Obr. 9 Detail patního lana (žlutě). [4]

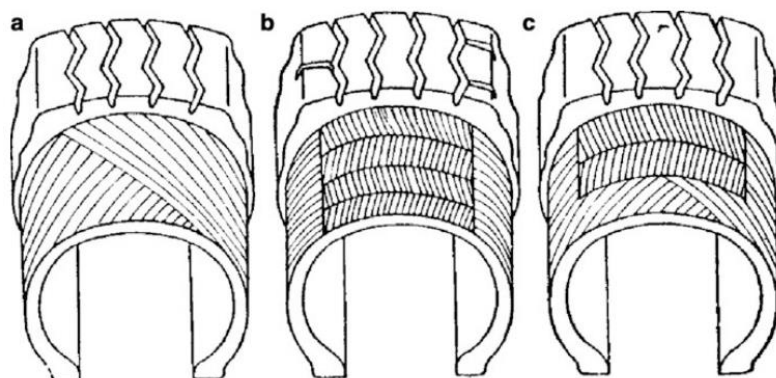
1.2 DĚLENÍ PNEUMATIK

Pneumatiky jsou díky nezměrnému množství kombinací jednotlivých příměsí ve směsích polotovarů velmi různorodé. Přesto však můžeme pneumatiky rozdělit do dvou základních kategorií kterými jsou rozdělení podle typu použité konstrukce kostry (též označované jako konfekce [1]) a podle typu použitého dezénu. V těchto kategoriích můžeme dále dělit pneumatiky podle míry zatěžování (pro běžné automobily, nákladní automobily apod.) anebo z hlediska použití pro dvě roční období (letní a zimní).

1.2.1 PODLE KONSTRUKCE

Rozdělením dle konstrukce je častokrát myšlena konstrukce kostry pláště. Ta má totiž majoritní zastoupení v celém plášti a spojuje obě patky. Přenos většiny silových a momentových účinků je tedy uskutečňován právě díky tomuto komponentu. Zde, jelikož se jedná o anizotropní

materiál, je důležitým aspektem směr pokládání kordu (směr jednotlivých vláken kordu). Ten má pak zásadní vliv na celkové chování pneumatiky zejména při přenosu bočních sil. Pneumatika se tedy dá rozdělit z hlediska struktury (směru vláken kostry) na diagonální a radiální konstrukci. Na *Obr. 10* je ukázka užívaných směrů vláken u jednotlivých typů konstrukcí pneumatik. Diagonální pneumatika je na obrázku první zleva, radiální pneumatika je umístěna uprostřed a napravo je modernější typ diagonální pneumatiky s nárazníkovou výztuží. Radiální pneumatiky jsou nejužívanějším typem pneumatiky na dnešním trhu, nicméně diagonální pneumatiky stále nacházejí své uplatnění v oblastech zemědělských strojů [6].



Obr. 10 Základní typy konstrukce pneumatiky. [7]

DIAGONÁLNÍ KONSTRUKCE

Diagonální pneumatika je tvořena kordovými pokládáními v úhlech 30° - 65° [1]. Počet vložek je závislý na různých vlastnostech pneumatiky, například rozměr nebo nosnosti [6]. Platí však, že je počet jednotlivých vložek vždy sudý [1], pro zajištění symetrie.

Při trakčním pohybu má pneumatika tendenci kvůli své konstrukci nepatrného cyklického zužování a rozšiřování [6]. Nadměrné množství těchto cyklických deformací, ačkoliv nepatrně malých, vyvolává reakce ve vazbách mezi textilní vložkou a pryžovým materiálem. To zvyšuje opotřebení pneumatik, snižuje jejich životnost a vede k vyšším energetickým. [6]

Další značnou nevýhodou diagonální konstrukce je její celková deformace při kontaktu s vozovkou. Při klidovém stavu (pouze dotyk pneumatiky a vozovky) má pneumatika tendenci měnit svůj tvar z kruhového na elipsovité [6]. Při následném zatěžování pneumatiky se plášť deformuje nerovnoměrně a dochází k situaci, kdy jsou zatěžovány krajní části běhounu (více tlačeny do vozovky) a střed běhounu se naopak odlehčuje (v krajních případech dochází i k jeho nadzvednutí od vozovky a to způsobuje značné zmenšení kontaktní plochy pneumatiky s vozovkou) [6, 7].

Jediné významné výhody, kterými diagonální konstrukce pneumatiky disponuje, jsou vyšší odolnost pláště proti průrazu a deformaci v boku pláště než u pláště radiální konstrukce a také nižšími výrobními náklady [1].

RADIÁLNÍ KONSTRUKCE

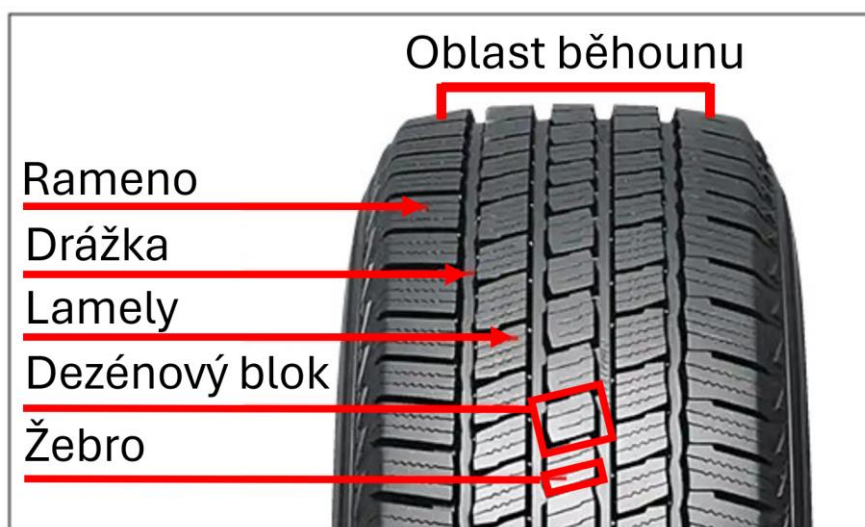
Radiální pneumatika má kordové vložky orientované v příčném směru, v řezu svírají vlákna s rovinou řezu úhel 84° - 90° [1]. Takto konstruované pláště je třeba vyztužit nárazníky, které slouží zejména pro zajištění dostatečné tuhosti v oblasti pod běhounem [7]. Kordy nárazníků jsou pro dosažení požadované tuhosti orientovány pod úhlem 18° - 32° pro osobní automobily a 60° pro pláště nákladních vozidel [1]. Vzhledem k jednotnosti orientace kordových vložek kostry v plášti je možné volit libovolný počet těchto vložek (sudý, nebo lichý) [1]. Díky možnostem volby různých výztuží v různých částech pláště je možné dosáhnout konstrukce s pružnými bočnicemi a tuhou korunou pláště (část pláště v dotyku s vozovkou – běhoun, nárazníky) [6].

Na rozdíl od pneumatiky diagonální konstrukce nedochází u radiálních konstrukcí ke zvýšeným energetickým ztrátám, a to má za následek poměrně vyšší životnost pneumatiky [6]. Navíc již při styku pneumatiky s vozovkou v klidovém stavu dochází k rozložení deformace pláště po celé šířce, a při následném zatěžování se profil styčné plochy zvětšuje pouze v podélném směru pneumatiky [6].

Radiální konstrukce díky svým charakteristickým vlastnostem deformace pláště v místě vozovky a díky měkkým bočnicím, které jsou schopné tlumit podstatnou část terénních nerovností, vykazují ve většině parametrů lepší vlastnosti než pláště diagonální konstrukce [6] [7]. Konstrukce tak dominuje oproti jiným typům především díky následujícím výhodám: lepší trakce na vozovce, menší spotřeba pohonných hmot, vyšší odolnost proti smyku, pohodlnější jízda, nižší valivý odpor a kratší brzdná dráha [1].

1.2.2 PODLE DRUHU DEZÉNU

Dezén je označení pro vlisovaný vzor (výhradně v běhounu), který zlepšuje přilnavost a ovladatelnost vozidla pro specifické jízdní vlastnosti (převážně u mokrých vozovek) [8]. Dezén se skládá z jednotlivých částí, které jsou znázorněny na *Obr. 11* a blíže popsány v Tab. 1.



Obr. 11 Dezén pneumatiky. (přeloženo) [9]

Tab. 1 Jednotlivé části dezénu a jejich popis. [8, 9]

Drážky	Drážky jsou hluboké kanály, které se nachází na obvodu pneumatiky. Někdy jsou v dezénu také boční drážky, které usnadňují rychlý odvod vody zpod běhounu a tak pomáhají udržovat pneumatiky stabilní.
Lamely	Lamely jsou malé zářezy nebo štěrbiny ve vzorku běhounu pneumatiky, které oddělují bloky běhounu, a tím pomáhají usnadnit rychlé rozptýlení vody z povrchu pneumatiky, aby se zabránilo aquaplaningu.
Dezénový blok	Jedná se o vyvýšené oblasti dezénu pneumatiky. Poskytují trakci a přilnavost v různých podmínkách tím, že zvyšují kontaktní plochu mezi vozovkou a pneumatikou.
Žebra	Žebra jsou zvýšenou částí dezénu, která jsou vyrobená ze série bloků běhounu. Zvyšují stabilitu pneumatiky v různých jízdních podmínkách a udržují kontrolu nad řízením.

Ačkoliv má častokrát každý typ pneumatiky svůj specifický dezén pro zaručení nejvhodnějších jízdních vlastností, tak rozlišujeme tři základní kategorie dezénů pneumatik. Tyto kategorie jsou pro názornost vyobrazeny na *Obr. 12*.



Obr. 12 Typy dezénů pneumatik. (přeloženo) [9]

SYMETRICKÝ DEZÉN

Jedná se o nejběžnější typ dezénu pro každodenní použití a využívá se u osobních automobilů (převážně nižší a střední třídy [10]). Charakteristickým znakem tohoto dezénu je zachování stejného vzorku po celé šířce běhounu pláště (stejný pro pravou i levou část). Pneumatiky tohoto typu nejsou primárně určeny pro vysoce výkonnostní použití (určeno spíše pro kratší kilometrové nájezdy a do měst). Současně nejsou vhodné pro využití v zimě, nebo v náročném terénu. Naopak nabízejí nižší valivý odpor (nižší spotřeba pohonných hmot), vysokou směrovou stabilitu a hladké jízdní vlastnosti za nízkou pořizovací cenu. [8, 9]

SMĚROVÝ DEZÉN

Pneumatika se směrovým dezénem je navržena tak, aby se valila pouze jedním směrem. Dezén je koncipován do tvaru šipky (tvar písmene V). Vylisované drážky slouží jako vodní kanály, které odvádějí vodu z povrchu běhounu, aby se zabránilo akvaplaningu i při vysokých rychlostech. Směrové pneumatiky jsou díky své stabilitě a ovladatelnosti při vysokých rychlostech ideální pro vysoce výkonná vozidla a sportovní vozy. [8, 9]

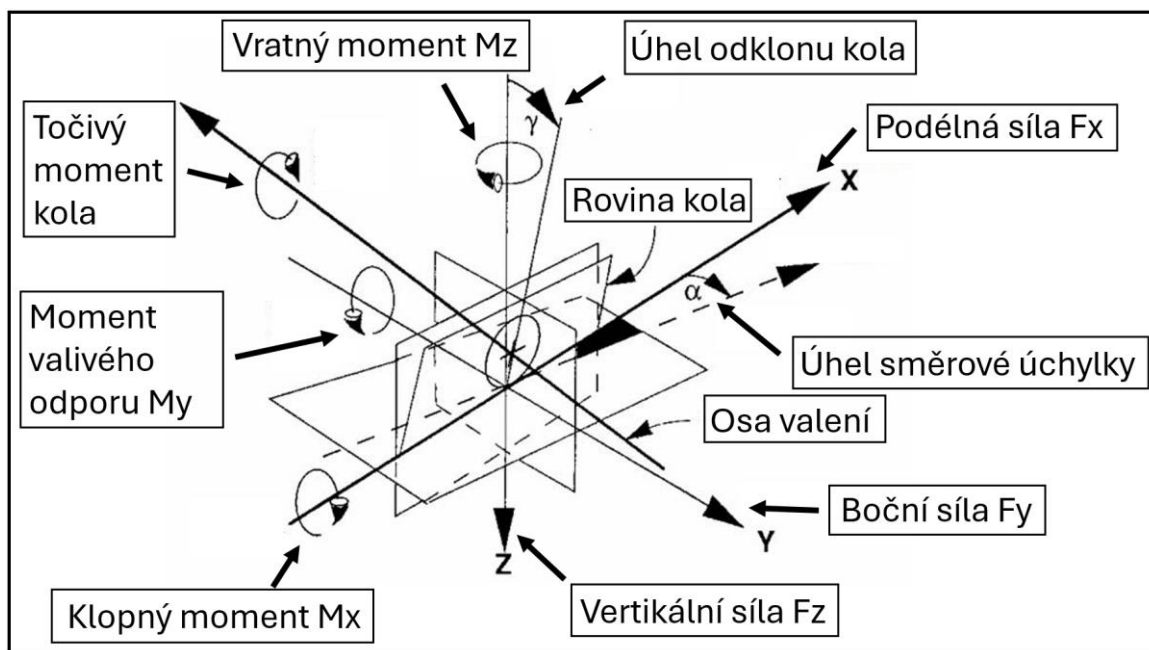
Další výhodou směrového dezénu je vysoká trakce, která poskytuje vynikající ovladatelnost na sněhu nebo blátě. Z tohoto důvodu je vysoce pravděpodobné, že dobrá celoroční nebo zimní pneumatika bude mít směrový dezén. [8]

ASYMETRICKÝ DEZÉN

Asymetrický dezén kombinuje různé typy dezénů, aby poskytoval maximální přilnavost na mokré i suché vozovce [9]. Obvykle je rozdělen na dva až tři segmenty s tím, že tyto části běhounu mohou být vyrobeny z různých směsí pro zvýšení požadovaných účinků. Při jízdě na mokru se vnitřní část běhounu pneumatiky stará o odvádění vody a ochranu proti aquaplaningu [8]. Zatímco vnější část běhounu pneumatiky poskytuje vysokou přilnavost v zatáčkách na suchém povrchu a nižší vnitřní hluk díky její vyšší boční tuhosti, kterou zajišťují tuhé bloky dezénu [9].

1.3 CHOVÁNÍ PNEUMATIKY

Pro bližší zkoumání chování pneumatiky je třeba definovat parametry (*Obr. 13*), které na kolo a následně na pneumatiku působí. V následujících kapitolách budou tyto parametry z *Obr. 13* blíže vysvětleny a popsány.

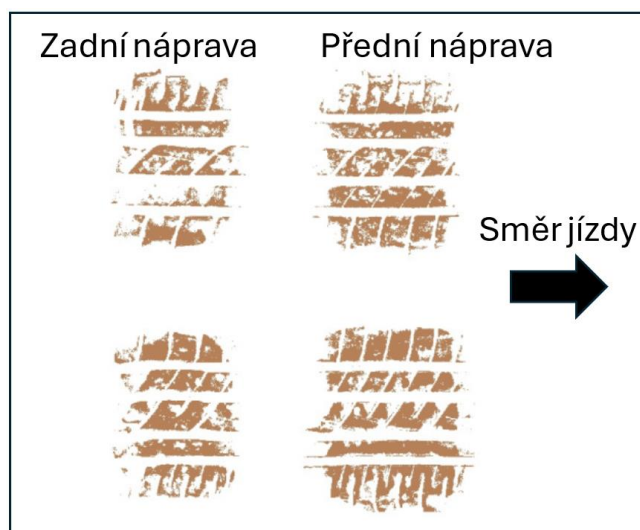


Obr. 13 Rozložení jednotlivých parametrů působících na kolo. (přeloženo) [11]

1.3.1 KONTAKT MEZI PNEUMATIKOU A VOZOVKOU

V případě styku plochy tuhého válcového tělesa s rovinnou by byl kontakt realizován pomocí kontaktní čáry. Jelikož pneumatika není ideálně tuhým válcem, vzniká v důsledku deformace pneumatiky kontaktní plocha [12]. U pneumatik má kontaktní plocha tvar dezénu, který je vtlačován do vozovky [13]. Na *Obr. 14* jsou tyto kontaktní plochy pneumatik ukázány.

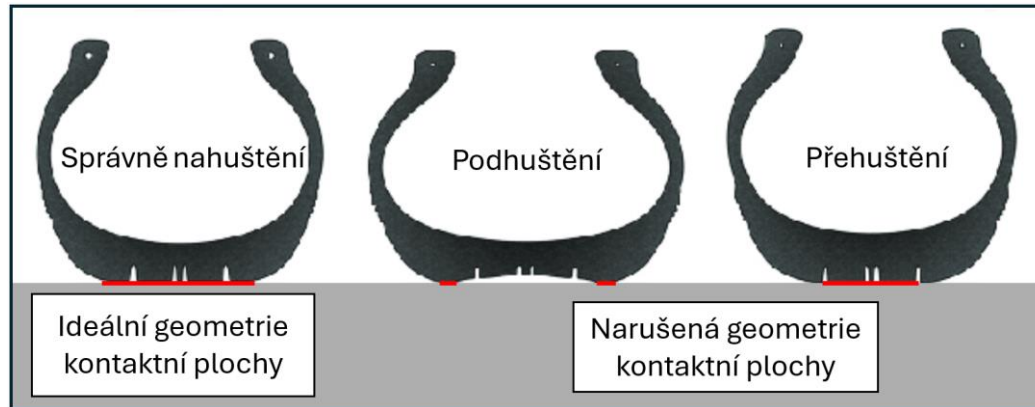
Tlak vyvíjený na pneumatiku je závislý na mnoha faktorech. Jedním z nich jsou dynamické účinky vyvolané různými manévry vozidla. Tyto účinky mají za následek změnu tvaru a velikosti kontaktní plochy [14]. Při jízdě v přímém směru má kontaktní plocha obecně obdélníkový tvar, ale v zatáčkách se může stát více trojúhelníkovým v důsledku změny úhlu směrové úchylny (α), úhlu odklonu (γ) a normálního zatížení (F_z) [11]. Pro zajištění co možná nejlepších jízdních vlastností i při průjezdu zatáčkou je žádoucí udržovat obdélníkový tvar kontaktní plochy, protože tak dochází k maximalizaci styčné plochy mezi pneumatikou a vozovkou. Toho lze dosáhnout pomocí úpravy vlastností podvozku vozidla, nejčastěji změnou úhlu odklonu (γ) před jízdou, anebo během ní [14].



Obr. 14 Kontaktní plochy pneumatik běžného automobilu. (upraveno) [15]

TLAK HUŠTĚNÍ

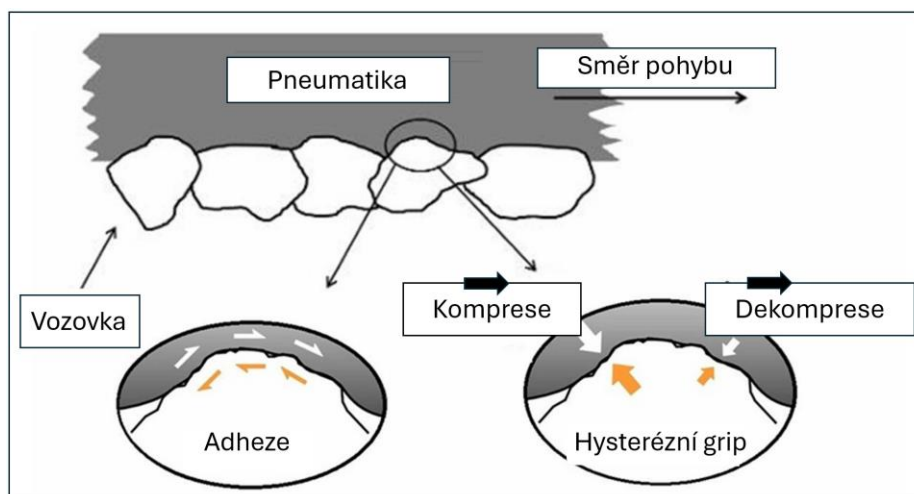
Dostatečný tlak huštění je nutný pro udržení zatížení kol a také pro zaručení dobré funkce pneumatik. Nízký tlak v pneumatikách způsobuje zmenšenou geometrii kontaktní plochy pneumatiky, což může mít za následek ztrátu trakce ohrožující bezpečnost vozidla, jak je vidět na *Obr. 15*. Zejména při jízdě vysokou rychlostí, nouzovém brzdění a rychlých manévrech v zatáčkách dosáhnou pneumatiky rychle svých limitů adheze a dané pneumatiky s narušenou geometrií kontaktní plochy mohou snadno ztratit přilnavost, což ovlivňuje směrovou stabilitu vozidla [16].



Obr. 15 Vliv tlaku huštění na geometrii kontaktní plochy pneumatiky. (přeloženo a upraveno) [16]

1.3.2 PŘENOS SIL MEZI PNEUMATIKOU A VOZOVKOU

Mechanismus přenosu sil mezi pneumatikou a vozovkou je definován jako dva odlišné děje, které jsou popsány na Obr. 16. Jedná se o děj adhezni a děj hysterezní. Oba děje jsou stěžejní pro fungování pneumatik a vyskytují se při provozování pneumatik v různém zastoupení. Chemickou úpravou materiálu běhounové pryže lze docílit požadovaného zastoupení těchto dvou dějů a díky tomu ovlivňovat chování pneumatiky na různých površích a při různých povětrnostních podmínkách. [1, 17]



Obr. 16 Schéma adhezniho a hysterezního přenosu síly. (přeloženo a upraveno) [17]

ADHEZE

Adheze je způsobena mezimolekulárními vazbami mezi pneumatikou (konkrétně běhounem) a kamenivem v povrchu vozovky. Tyto síly bývají častokrát snižovány vlivem vodní vrstvy na vozovce. Síly adhezni jsou na suché vozovce značně větší než síly hysterezní, proto je jejich využití vhodné převážně pro pneumatiky určené na provoz v suchých podmínkách. [11]

HYSTEREZE

Hystereze je definována jako ztráta vnitřní energie při deformaci pneumatiky během smýkání na kamenivě ve vozovce. To znamená, že na tento děj nemá vliv vodní vrstva na vozovce a tím pádem jsou pneumatiky s běhounem vyrobeným ze směsi převážně hysterezní pryže vhodné pro užití za mokra či v zimních měsících při výskytu sněhové vrstvy. [11]

1.3.3 PARAMETRY POPISUJÍCÍ CHOVÁNÍ PNEUMATIKY

V následující kapitole jsou blíže popsány jednotlivé parametry vyobrazené na *Obr. 13* (tedy parametry působící na kolo), a současně se zde vyskytují i parametry charakteristické přímo pro popis chování pneumatiky.

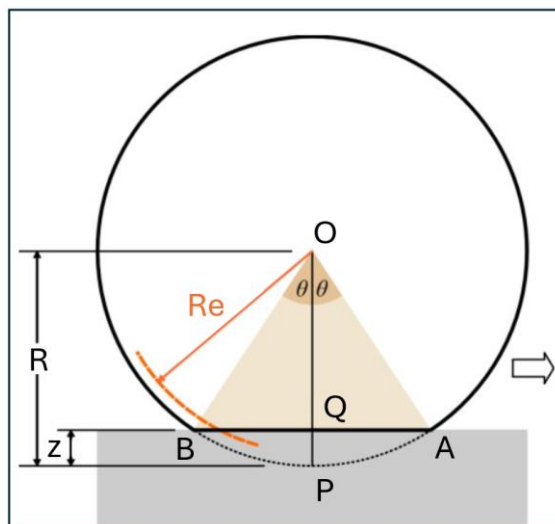
EFEKTIVNÍ POLOMĚR

Efektivní poloměr kola je skutečný poloměr kola. Pro volně rotující kolo lze získat z poměru dopředné rychlosti a úhlové rychlosti [12]. Uvažujeme tedy předpoklad dokonalého odvalování, tento předpoklad je popsán vztahem (1) níže.

$$R_e = \frac{V_x}{\omega_0} \quad (1)$$

Kde:

R_e	[m]	Efektivní poloměr
V_x	[m.s ⁻¹]	Dopředná rychlost
ω_0	[rad.s ⁻¹]	Úhlová rychlost



Obr. 17 Efektivní poloměr u zatíženého kola. (upraveno) [15]

Efektivní poloměr kola (R_e) je nutné znát i z důvodu správného odhadu rychlosti jízdy [15]. Pneumatika se za svou životnost nejčastěji vyskytuje v zatíženém stavu, a proto nelze rychlost dopočítávat z celkového poloměru kola (R). Častěji se u pneumatik mluví o celkovém průměru

nezatíženého kola (*Obr. 1*) [1]. U zatížené pneumatiky můžeme také rozlišovat některé další veličiny. Deformace pneumatiky (z) (*Obr. 17*), krajní hodnoty kontaktní plochy v podélném směru A a B (*Obr. 17*) a bod středu kontaktní plochy u zatížené pneumatiky Q a nezatížené pneumatiky P. Z *Obr. 17* taktéž vyplývá, že efektivní poloměr kola (R_e) a úhel (θ) budou měnit svoji velikost na základě míry zatížení kola.

SKLUZ

Při modelování pneumatik je jedním z hlavních parametrů právě skluzu, který bývá uvažován obvykle ve třech stavech: stav čistého podélného skluzu, při kterém se jedná převážně o stav trakce či brždění. Dále pak stav, kdy se skluz definuje jakožto úhel směrové úchylky a to pro děj zatačení, kdy pneumatika přenáší pouze boční sílu. Posledním stavem je stav kombinovaný, kdy pneumatika přenáší jak trakci a brzdné síly v podélném směru, tak současně přenáší i síly boční.

Pro stav podélného zatěžování pneumatiky je zaveden následující vztah (2) pro výpočet podélného skluzu, který je definován pro případ volného odvalování, při působení kroutícího momentu kolem osy kola [12]. Předpokladu volného odvalování na rozdíl od případu brždění a trakce se využívá hlavně z důvodu zjednodušení, protože pro jednotlivé stavy brždění a trakce by bylo zapotřebí definování efektivního poloměru kola (R_e) a to pro každý z dějů zvlášť. [12, 18]

$$\kappa = -\frac{V_x - R_e \omega}{V_x} = -\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \quad (2)$$

Kde:

κ	[%]	Podélný skluz
V_x	[m.s ⁻¹]	Dopředná rychlost
ω_0	[rad.s ⁻¹]	Úlová rychlost pro volně rotující kolo
ω	[rad.s ⁻¹]	Úlová rychlost skutečná
R_e	[m]	Efektivní poloměr

Pro výpočet je třeba uvažovat skutečnou rychlost kola ω a teoretickou (tedy rychlost volně rotujícího kola) ω_0 . Zde musí platit $\omega > \omega_0 = V_x/r_e$ [12]. Kladný směr se uvažuje ve směru jízdy, tedy pro trakci je hodnota podélného skluzu kladná a v situaci, kdy pneumatika přenáší brzdné síly je hodnota podélného skluzu záporná [12]. V některých případech může hodnota skluzu dosahovat vysokých hodnot, a proto je tedy zavedeno omezení, kdy při úplném zablokování kola je hodnota podélného skluzu při brždění $\kappa = -1$. [12]

Boční skluz je definován jako poměr příčných a dopředných složek rychlosti kola [12]. Pro správnost značení je třeba opět zavést kladný a záporný směr. Rozložení složek dle definice souřadného systému (*Obr. 13*) je uvažován směr boční nebo také příčné síly ve směru opačně orientovaném, než směr příčné složky rychlosti kola. Pro získávání boční síly a vratného

momentu se však více využívá úhel směrové úchylky, který je definovaný jako arkus tangens bočního skluzu (vztah (3)).

$$\alpha = \arctan\left(-\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (2)$$

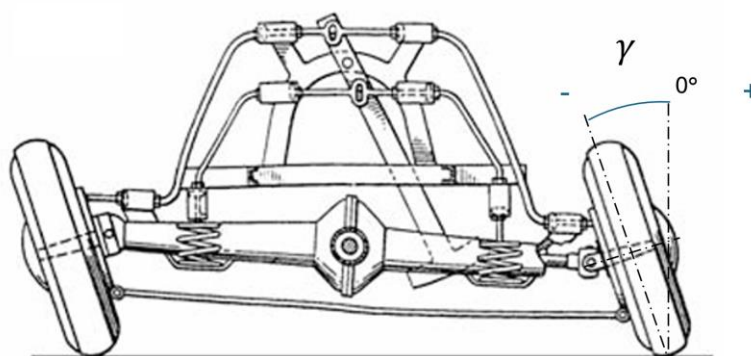
Kde:

α	[°]	Úhel směrové úchylky
V_x	[m.s ⁻¹]	Složka dopředné rychlosti
V_y	[m.s ⁻¹]	Složka příčné (boční) rychlosti

Poslední složkou skluzu je složka stáčení kolem vertikální osy. Rychlost stáčení (úhlová rychlost vozidla při jeho naklápění od jeho svislé osy) zapříčiňuje zakřivení dráhy při zachování nulového úhlu směrové úchylky. Tomuto zakřivení dráhy přispívá zejména úhel odklonu kola γ . [12]

ODKLON KOLA

Úhel odklonu kola je úhel definovaný mezi rovinou kola a roviny kolmé na vozovku se směru jízdy vozidla (jeho orientaci lze vidět na *Obr. 18* *Obr. 19*), přičemž úhel je realizován kolem osy směru jízdy dle *Obr. 13*. Úhel odklonu kola lze přednastavit u automobilu staticky, ale vzhledem ke konstrukci podvozku automobilu se jeho hodnota bude měnit v závislosti na zatížení automobilu v různých směrech. U starších automobilů se hodnota úhlu odklonu volila převážně kladná, v současné době je tomu naopak a volí se převážně záporná [2]. U závodních automobilů se hodnota odklonu volí záporná hlavně z důvodu lepšího přenosu sil v zatáčkách a s tím spojeným lepším rozložením teplot napříč běhounem. [2, 12]



Obr. 18 Znárodnění orientace úhlu odklonu. (upraveno) [2]

PODÉLNÁ SÍLA A TRAKCE

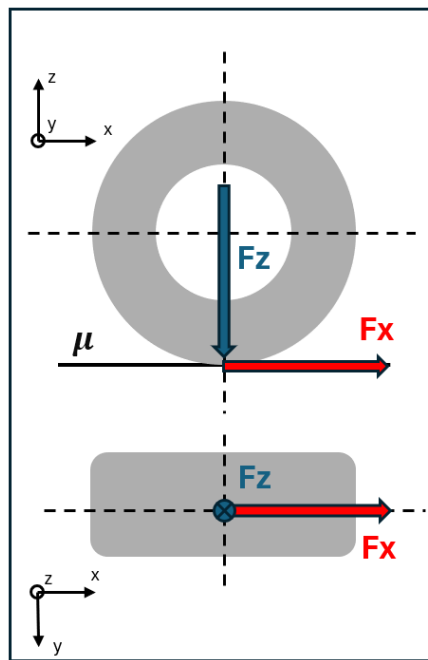
Trakce je označením pro podélnou sílu v místě kontaktu kola a vozovky vznikající díky deformačním silám v pneumatice při stavech, kdy je na pneumatiku kladena zátěž v podobě zrychlujících, či brzdících účinku kola [11]. Tento stav popisuje *Obr. 19*. Na podélnou sílu lze

nahlížet jako na funkci normálové síly (F_z), která kolo zatěžuje a součinitele tření (μ) mezi běhounem pláště a vozovkou [11].

$$\vec{F}_x = \vec{F}_z \cdot \mu \quad (4)$$

Kde:

F_x	[N]	Podélná síla
F_z	[N]	Normálová síla
μ	[-]	Součinitel tření



Obr. 19 Orientace podélné síly při rovné jízdě.

Současně na podélnou sílu lze nahlížet i z komplexnějšího hlediska (vztah (5)), a to jako na funkci jednotlivých složek skluzu (κ , α), hodnoty úhlu odklonu kola (γ) a vertikálního zatížení kola (F_z) [12].

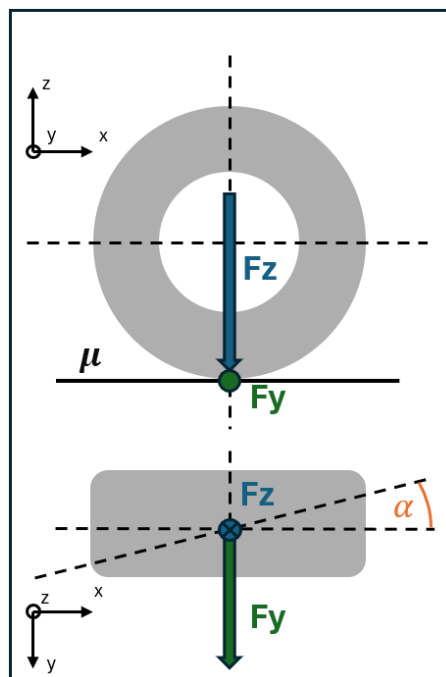
$$F_x = F_x(\kappa, \alpha, \gamma, F_z) \quad (5)$$

BOČNÍ SÍLA

Boční síla pneumatiky je síla potřebná k udržení vozidla na trajektorii zatáčení. Tato síla je generována deformací pneumatiky, která je v kontaktu s povrchem vozovky. Boční síla pneumatiky (F_y), jak je znázorněno na Obr. 20, je obecně znázorněna v závislosti na úhlu směrové úchytky (α). [19] Generovat boční sílu lze také pomocí změny úhlu odklonu kola (γ), kdy při nenulovém úhlu vzniká boční síla v kontaktu pneumatiky s vozovkou i při jízdě po rovné trajektorii [11]. Dochází totiž ke změně tvaru a rozložení kontaktní plochy, a to má za následek kromě vyvolání boční síly i další účinky, například vratný moment (M_z) [20].

Podobně jako u podélné síly lze i na boční (příčnou) sílu (vztah (6)) nahlížet z hlediska funkce jednotlivých složek skluzu (κ, α), hodnoty úhlu odklonu kola (γ) a vertikálního zatížení kola (F_z) [12].

$$F_y = F_y(\kappa, \alpha, \gamma, F_z) \quad (6)$$



Obr. 20 Orientace boční síly při průjezdu zatáčkou.

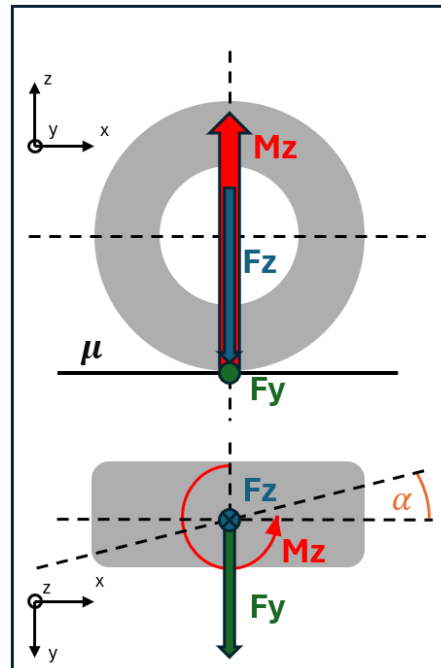
VRATNÝ MOMENT

Je moment, který vzniká působením boční síly na pneumatiku. Při nenulovém úhlu směrové úchytky má tento moment orientaci shodnou se směrem zatáčení pneumatiky [12]. Jeho orientace je ukázána na Obr. 21.

V případě nulového úhlu směrové úchytky (α) a nulového úhlu odklonu kola (γ) bude stále vznikat vratný moment, a to převážně z důvodu asymetrie rozložení tlaku na kontaktní ploše pneumatiky a také z důvodu nedokonalosti pláště při konstrukčním provedení. Typicky pro sériovou pneumatiku dosahuje vratný moment maximálních hodnot při 2°- 4° úhlu směrové úchytky (α) [21] a klesá k nule při přenosu maximální možné boční síle (F_y) [21], kterou je pneumatika schopna přenášet. [12, 21]

Vratný moment je definován jako funkce (vztah (7)) jednotlivých složek skluzu (κ, α), hodnoty úhlu odklonu kola (γ) a vertikálního zatížení kola (F_z) [12].

$$M_z = M_z(\kappa, \alpha, \gamma, F_z) \quad (7)$$

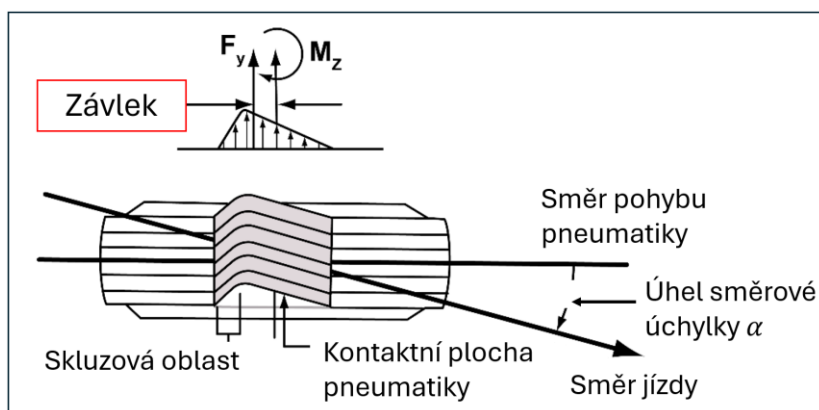


Obr. 21 Orientace vratného momentu vůči boční a vertikální síle.

ZÁVLEK

Jednou z důležitých složek pro generování vratného momentu (M_z) je závlek (t). Ten vzniká při zatáčení vlivem působení boční síly (F_y) podél délky kontaktní plochy pneumatiky [21, 22]. V Obr. 22 je ukázán jeho průběh po kontaktní ploše. Lze zde vidět, že k největší koncentraci boční síly dochází v zadní části kontaktní plochy, to má za následek právě zmíněný vznik vratného momentu (M_z) na pneumatice. Jednoduše lze závlek (t) vyjádřit pomocí vztahu (8) [12].

$$t = -\frac{M_z}{F_y} \quad (8)$$



Obr. 22 Závlek. (přeloženo) [22]

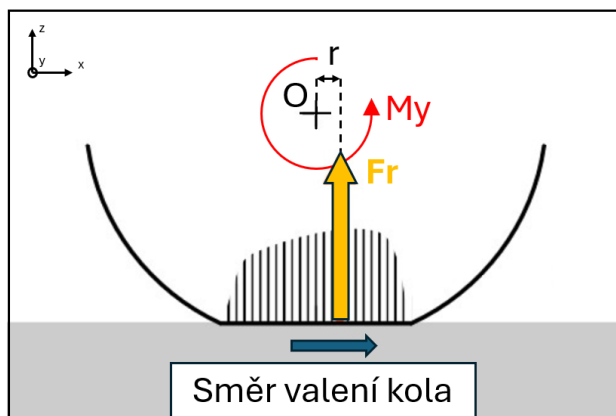
VALIVÝ ODPOR

Vlivem deformace pneumatiky a jejím hysterezním silám při valení kola vzniká nerovnoměrné rozložení tlaku v místě kontaktu pneumatiky s vozovkou a to má za následek, že silová výslednice se nachází na rameni valivého odporu (r) a vyvolává tak valivý odpor pneumatiky (M_y) působící proti směru jízdy (Obr. 23) [12]. Pro volně rotující nezatížené kolo se vzdálenost r rovna nule. V situaci, kdy se kolo nachází v ustáleném stavu valení se vpřed (točivý moment (M_d) a podélný skluz (κ) se rovnají nule) lze valivý odpor definovat následujícím vztahem (9) [12].

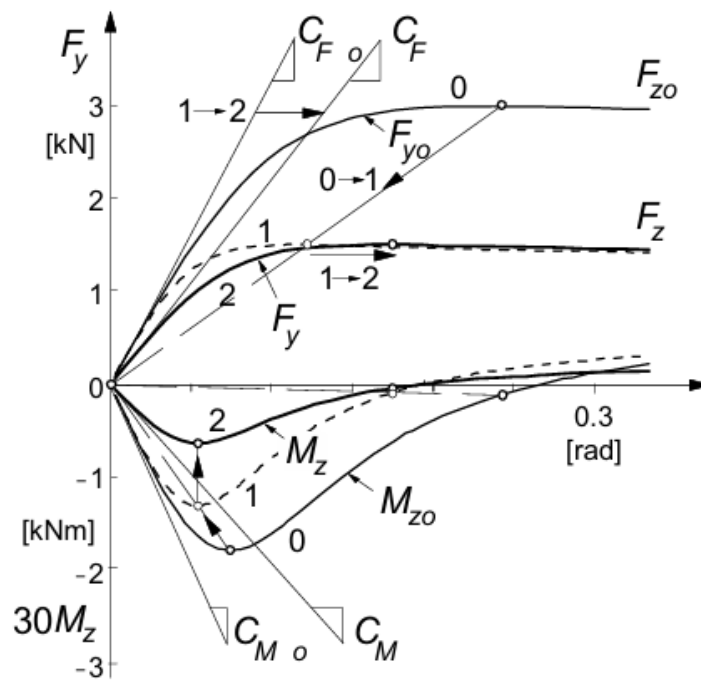
$$M_y = F_r \cdot r \quad (9)$$

Kde:

M_y	[Nm]	Moment valivého odporu
F_r	[N]	Síla valivého odporu
r	[m]	Rameno valivého odporu



Obr. 23 Valivý odpor.



Obr. 24 Výskyt jednotlivých tuhostí v charakteristikách. [18]

PODÉLNÁ SMYKOVÁ TUHOST

Sklonem křivky u čistého skluzu v situaci, kdy se skluz blíží nule je definována podélná smyková tuhost ($C_{F\kappa}$) [12]. Tedy o podélné tuhosti pneumatiky můžeme hovořit jako o lineární oblasti (popsána vztahem (10) a vyobrazena na Obr. 24) v podélné charakteristice pneumatiky.

$$F_x = C_{F\kappa}\kappa \quad (10)$$

Kde:

$C_{F\kappa}$	[N]	Podélná smyková tuhost
F_x	[N]	Podélná síla
κ	[%]	Podélný skluz

BOČNÍ A KLOPNÁ TUHOST

Tyto parametry jsou jedny z nejdůležitějších parametrů vlastností pneumatiky, protože jsou rozhodujícími pro jízdní vlastnosti a stabilitu vozidla v zatáčkách. Lze je vyjádřit pro nízké hodnoty úhlu odklonu kola a nízké hodnoty skluzu pomocí vztahu (11) a znázorněny na Obr. 24 [12].

$$F_y = C_{F\alpha}\alpha + C_{F\gamma}\gamma \quad (11)$$

Kde:

F_y	[N]	Boční síla
$C_{F\alpha}$	[N/°]	Boční tuhost
$C_{F\gamma}$	[N/°]	Klopná tuhost
α	[°]	Úhel směrové úchyly
γ	[°]	Úhel odklonu kola

MOMENTOVÉ TUHOSTI

Momentová tuhost odklonu ($C_{M\gamma}$) a vratná tuhost ($C_{M\alpha}$) jsou definovány v lineární oblasti pro nízké hodnoty skluzu a rostou se zvyšující se hodnotou vertikálního zatížení [18]. Jsou stěžejními parametry u charakteristik vratného momentu pro určení sklonu samotné charakteristiky momentu u počátku souřadného systému. Jejich průběh v momentové charakteristice je znázorněn na *Obr. 24*. Vztah (12) určuje vratný moment (M_z) získaný pomocí těchto tuhostí.

$$M_z = -C_{M\alpha}\alpha + C_{M\gamma}\gamma \quad (12)$$

Kde:

M_z	[Nm]	Vratný moment
$C_{M\alpha}$	[Nm/°]	Vratná tuhost
$C_{M\gamma}$	[Nm/°]	Momentová tuhost odklonu
α	[°]	Úhel směrové úchyly
γ	[°]	Úhel odklonu kola

1.4 MATEMATICKÉ MODEL Y

Nejčastěji se při modelování pneumatik lze potkat s předpokladem hladké vozovky. To má pak za následek modelování pneumatiky přes nízkofrekvenční vlny (dlouhá vlnová délka). Nejčastěji používanými a současně i nejpřesnějšími za tohoto předpokladu jsou modely fungující na základech modelu Magic Formula [23]. Existují ovšem i případy, kdy je třeba modelovat chování pneumatik na nerovné vozovce, a tedy předpokládat vyšší frekvence (kratší vlnovou délku). Tyto modely jsou významné především pro možnost modelování vertikální odezvy pneumatik a její vibrace, které pak mají vliv na komfort při jízdě po nerovné vozovce či v terénu [24].

1.4.1 EMPIRICKÝ MODEL

Tento druh modelu pneumatiky je založen na nelineárních matematických aproximacích sil a momentů pneumatiky nebo interpolaci testovacích dat [12]. Empirické modely pneumatik vyžadují komplexní měření pneumatik, zpracování dat a identifikaci parametrů [12]. Tyto

modely jsou obecně velmi přesné a používají se pro analýzu dynamiky vozidla v širokém rozsahu, od nelineární ovladatelnosti až po simulace jízdy [25].

Typickým příkladem empirických modelů vhodných pro výpočet na hladké vozovce jsou modely Pacejka 89 a Pacejka 94 [23]. Tyto modely nabízí možnost přesných výsledků při velmi krátkých výpočetních časech. Nejsou však schopny přesně předpovídat chování pneumatiky v terénu [23].

1.4.2 FYZIKÁLNÍ MODEL

Tento model podrobně popisuje kinematiku a dynamiku kontaktní plochy pneumatiky. Parametry, které popisují chování pneumatiky, jsou fyzikální a geometrické povahy [12]. Použití fyzikálního modelu pneumatik je neomezené [25]. Nejtypičtější použití je pro nestálé chování a nelineární ovládání [25]. Fyzické modely pneumatik mohou být velmi složité a často jsou přizpůsobeny pro konkrétní oblast použití [26].

1.4.3 SEMI – EMPIRICKÝ MODEL

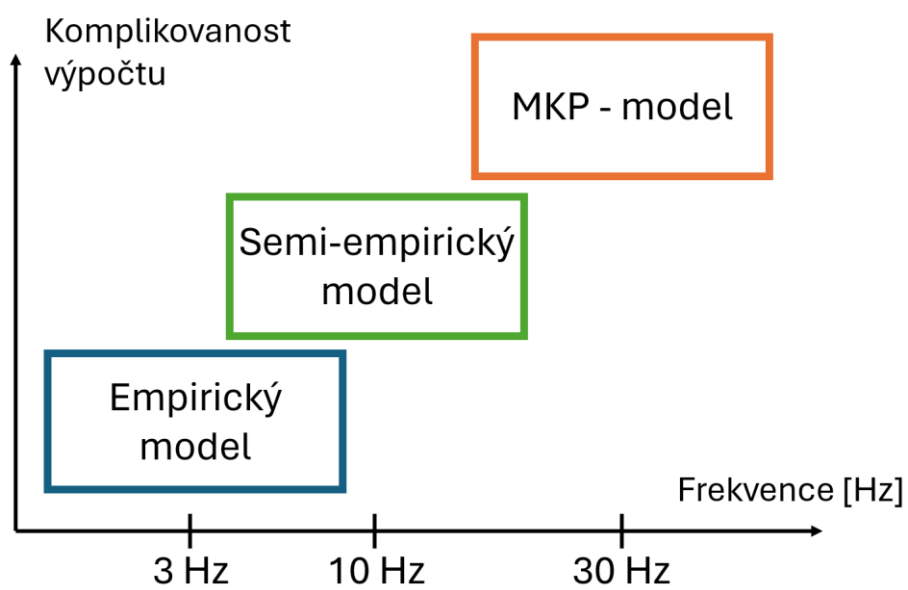
Semi-empirický model nabízí sjednocení výhod čistě empirických a fyzikálních modelů. Původně vyvinutý pro nerovné povrchy vozovky, nabízí efektivnější výpočet a současně nepožaduje takové množství parametrizačních dat jako MKP modely [27]. Mezi zástupce těchto modelů lze jednoznačně zařadit Pacejku 2002 a MF-Tire 5.2 [27].

1.4.4 MKP MODEL

Pneumatika je modelována pomocí detailní sítě konečných prvků pro kompletní strukturu pneumatiky včetně stlačeného vzduchu [12]. Lze zohlednit téměř jakýkoliv fyzikální jev, ale na druhou stranu výsledná výpočetní náročnost je velmi vysoká [25]. Jejich použití je většinou omezeno na detailní strukturální analýzu s vysokými nelineárními deformacemi, aquaplaning a akustickou analýzu [26]. Pro analýzu dynamiky vozidla je výpočet příliš složitý pro pravidelné používání [25].

Příkladem modelu, který pracuje na principu metody konečných prvků, je model FTire, který je schopný zachytit vysokofrekvenční odezvy pneumatiky [24]. Přestože je výborný pro určování chování pneumatiky v terénu, je velmi neefektivní z hlediska výpočetního času a pro parametrizaci těchto modelů pneumatik je zapotřebí velké množství parametrizačních dat [24].

Následující schéma (*Obr. 25*) znázorňuje závislost komplikovanosti výpočtu pro jednotlivé typy modelů v závislosti na frekvenci odezvy pneumatiky.



Obr. 25 Oblasti použitelnosti modelů.

2 MATEMATICKÉ MODELY MAGIC FORMULA

Modely Magic formula jsou jedny z nejznámějších a nejrozšířenějších původně empirických (v současné době semi-empirických) modelů pneumatik, které se v průmyslu používají. První model tohoto typu navrhli E. Bakker, L. Nyborg a H. Pacejka v roce 1987 a následně jej publikoval ve své knize „Tire and Vehicle dynamics“, a proto se také někdy modelům Magic formula přezdívá Pacejkovy modely. [14, 28]

Obecná forma Magic formula (13):

$$y = D \cdot \sin[C \cdot \arctan(1 - E) B \cdot x + E \cdot \arctan(B \cdot x)] \quad (33)$$

Kde platí:

$$Y(X) = y(y) + S_V \quad (14)$$

$$x = X + S_H \quad (15)$$

$$E = \frac{Bx_m - \tan(\pi/2C)}{Bx_m - \arctan(Bx_m)} \quad (16)$$

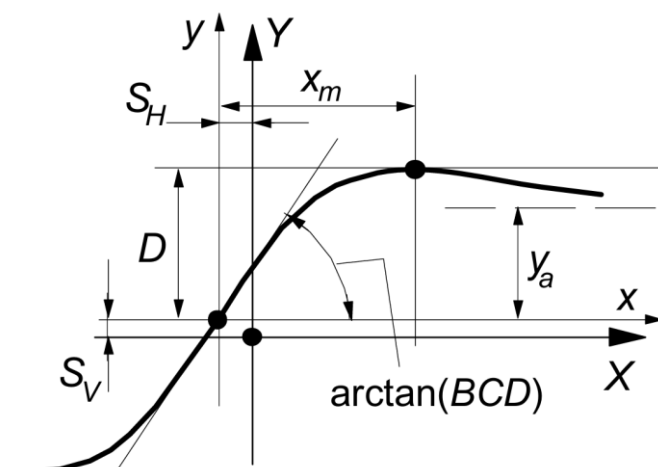
$$y_a = D \sin(\pi C / 2) \quad (14)$$

Kde Y je podélnou, nebo příčnou silou vyplývající z parametru skluzu X . B, C a E jsou přizpůsobovací konstanty.

Jednotlivé podobnostní konstanty a jejich jednotky:

B	[-]	Konstanta tuhosti
C	[-]	Konstanta tvaru
D	[N]	Amplituda
E	[-]	Konstanta zakřivení
S_H	[%]	Posuv v horizontálním směru
S_V	[N]	Posuv ve vertikálním směru
y_a	[N]	Asymptotická hodnota
x_m	[%]	Hodnota amplitudy na horizontální ose

Jméno Magic formula tyto rovnice získaly, protože pro strukturu zvolených rovnic neexistuje žádný konkrétní fyzikální základ [12], ale přitom věrně popisuje širokou škálu konstrukcí pneumatik a jejich provozních stavů na hladkých silnicích. Sada rovnic v obecném tvaru obsahuje tři základní rovnice, a to pro podélnou sílu, sílu příčnou a vratný moment [12, 18]. Jednotlivé složky rovnice jsou parametry, které ovšem v původním nejjednodušším Pacejkově modelu (Pac 87) byly uvažovány jako konstantní, a tudíž jsou jednotlivé parametry nazvány konstantami, ačkoliv jsou v modernějších modelech dopočítávány. [12, 18, 28]



Obr. 26 Křivka Magic Formula. [12]

Obr. 26 zachycuje zmíněné parametry. Vrchol křivky je tedy u Pacejkových modelů reprezentován amplitudou D a sklon v počátku je reprezentován smykovou tuhostí $K = BCD$. Pro udržení běžných tvarů křivek řízených konstantou tvaru C a konstantou zakřivení E je třeba splnit dvě omezení: $1 < C < 3$, a současně $-1 - 0,5C^2 < E < 1$. [14]

Z těchto podmínek je zřetelné, že není vždy jednoduché a intuitivní určit procento a rychlost maximálního poklesu vrcholu a koeficient tření při extrémních hodnotách skluzu, právě kvůli volbě zmíněných koeficientů [14].

Od svého vzniku před více než 35 lety byla Magic Formula poměrně rychle přijata jako průmyslový standardní model pneumatiky pro simulace ovládání vozidla [13]. V průběhu let došlo k různým vývojům s cílem zlepšit přesnost a rozšířit možnosti modelu. Například byla vylepšena metoda popisu kombinovaného skluzu (od PAC 94) a byla vyvinuta speciální verze Magic Formula (MF-Swift) pro modelování velkých úhlů odklonu (γ) vyskytujících se na motocyklech [18]. Paralelně s vývojem Pacejkových modelů, které v devadesátých letech využívaly stále ještě čistě empirických metod získávání parametrů, probíhal vývoj i modelů využívajících metody semi-empirické (MF-Tire 5.2, 1992) [14]. V pozdějších letech vznikly i modely určené pro vyšší frekvenční rozsahy (Swift modely) zavedením dynamiky tuhého prstence, přechodových jevů kontaktních ploch a modelu obklopujícího překážky [18].

To že se vztahy Magic Formula vyskytovaly již od začátku svého vývoje ve veřejně dostupné literatuře přispělo k jejich popularitě a stejně tak ke zrychlení vývoje těchto modelů [14]. Samozřejmě tato skutečnost měla i negativní stránku, a to v podobě mnoha různých nekompatibilních verzí [14]. V současné době existuje množství modelů fungujících na principech Magic Formula. Častokrát se ovšem u jednotlivých verzí jedná pouze o jistou formu implementace nebo rozšíření předchozích verzí [14]. Největšími vývojovými skoky by se daly nazvat přechod od čistě empirických metod výpočtů k metodám semi-empirickým a poté změna polohy uvažovaného souřadného systému ze středu kola do středu kontaktní plochy mezi kolem a vozovkou [18]. Největšího úspěchu dosáhl bezpochyby model pneumatiky MF-Tire 5.2 od společnosti TNO, který je díky své sofistikovanosti široce využíván v průmyslu [18, 29].

2.1 STARŠÍ PACEJKOVY MODELY

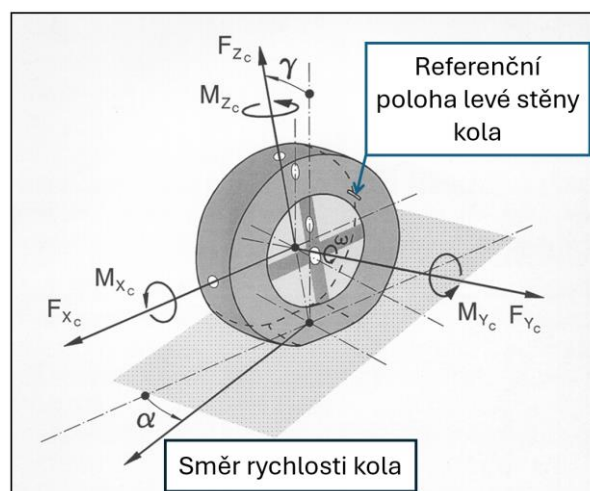
Jedná se o modely z počátku devadesátých let, které se v současné době v průmyslu takřka nevyužívají [30]. Těchto modelů se kvůli jejich jednoduchosti využívá spíše v počítačových hrách a silničních simulátorech, jelikož v těchto odvětvích se nemají možnost projevit jejich největší slabiny [30]. Mezi nejpoužívanější zástupce této kategorie modelů patří modely PAC89, PAC 94 a také PAC 96, který byl pouze jednoduchým rozšířením modelu PAC94 o možnost výpočtu vratného momentu jako závleku (tento výpočet však zůstal stejný) [30].

Prvotní modely se sebou nesly i jistá omezení, těmi nejvýznamnějšími jsou omezení fungování pouze za předpokladu nízkých hodnot skluzu a směru jízdy kola (kolo bylo omezeno pouze pro ustálené stavy jízdy vpřed) [31]. Nicméně některé multibody programy (například Adams/Car) stále umožňují svým uživatelům tyto modely využívat při návrhu nebo analýze dynamického chování vozidla a pneumatik [31].

2.1.1 PACEJKA 89

Tato ranná verze používající empirických metod k interpolaci naměřených dat je někdy označovaná jako „metoda Monte Carlo“ a to z důvodu místa, kde byl tento model prvně představen (Monte Carlo, Monaco, 1987) [20]. V původní práci věnující se Magic Formula autoři diskutovali nad možnostmi využití polynomu, nebo Fourierovy řady v modelech, pro co nejpřesnější vyjádření křivek sil a momentu [20]. Tyto metody měly však nevýhodu v podobě koeficientů, které neměly žádný základ v technickém pojetí vlastností pneumatik a jejich použití mohlo vést k nevhodnosti modelu pro konstrukční návrh pneumatiky (tato skutečnost je také popsána v práci A. Sitchena z roku 1983) [20].

Po roce 1989 se tento model stal vůbec prvním nástrojem sloužícím k výpočtu silových a momentových charakteristik při ustálených stavech pro studium závislosti chování pneumatik s ohledem na dynamiku vozidel [12, 18]. Vzhledem k tomu, že se využívalo pouze jisté formy obecného znění soustavy rovnic Magic formula, bylo pomocí tohoto modelu možno určovat pouze omezené množství parametrů v závislosti na možnostech měření [12, 18]. Taktéž se využíval předpoklad umístění orientačního systému do středu kola a působením sil právě v místě počátku, jak je znázorněno na Obr. 27. [12, 18]



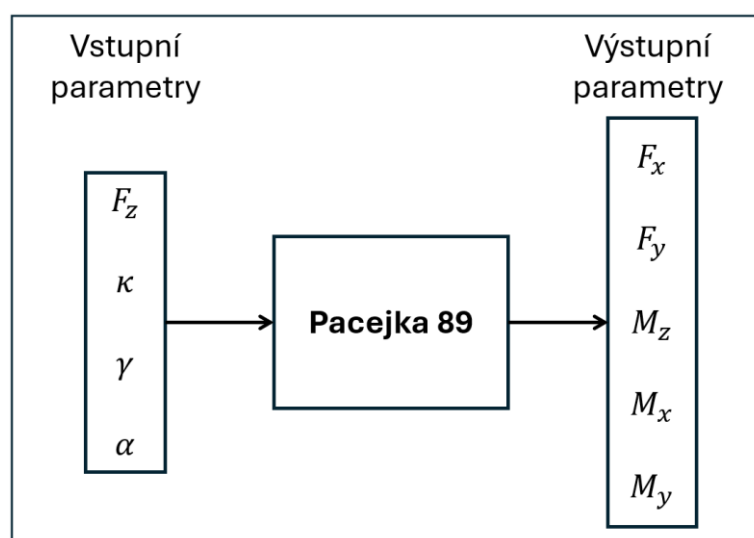
Obr. 27 Souřadný systém s umístěním ve středu kola. (upraveno) [32]

Obecný vzorec využívaný v tomto modelu byl shodný s tím, který byl zveřejněn v původní práci. K sadě vztahu (14-17) byly navíc definovány vztahy pro konstantu tuhosti (18), konstantu tvaru (19) a také pro amplitudu (20). Navíc byla zavedena sada zpřesňujících faktorů (Tab. 2) s označením a_n pro boční sílu, b_n pro podélnou sílu a c_n pro vratný moment. Obr. 28 znázorňuje schéma vstupních a výstupních parametrů tohoto modelu.

$$B = \frac{dy}{dx_{(x=0)}} / CD \quad (15)$$

$$C = (2/\pi) \arcsin(y_a/D) \quad (19)$$

$$D = y_{max} \quad (20)$$



Obr. 28 Diagram vstupních a výstupních parametrů modelu Pacejka 89.

Tab. 2 Používané parametry modelu Pacejka 89

Název	Značení		
	Podélná síla	Boční síla	Vratný moment
Faktor pro výpočet konstanty tvaru	b_0	a_0	c_0
Faktory pro výpočet amplitudy	b_1, b_2	a_1, a_2	c_1, c_2
Konstanty pro výpočet tuhosti BCD	b_3, b_4, b_5	a_3, a_4, a_5	c_3, c_4, c_5, c_6
Faktor pro výpočet konstanty zakřivení	b_6, b_7, b_8	a_6, a_7	c_7, c_8, c_9, c_{10}
Faktory pro výpočet horizontálního posuvu	b_9, b_{10}	a_8, a_9, a_{10}	c_{11}, c_{12}, c_{13}
Faktory pro výpočet vertikálního posuvu		a_{11}, a_{12}, a_{13}	$c_{14}, c_{15}, c_{16}, c_{17}$

PODÉLNÁ SÍLA

Rozdělení použitých vzorců se dá rozložit na podélnou sílu (F_x) jakožto funkci podélného skluzu (κ), a následující sadu vztahů (21-30) pro použití do vzorce Magic Formula (13) a získání charakteristiky ustáleného stavu podélné síly (F_x).

$$X_x = \kappa \quad (21)$$

$$Y_x = F_x \quad (22)$$

$$D_x = \mu_x F_z \quad (23)$$

$$\mu_x = b_1 F_z + b_2 \quad (24)$$

$$BCD_x = (b_3 F_z^2 + b_4 F_z) \exp(-b_5 F_z) \quad (25)$$

$$C_x = b_0 \quad (26)$$

$$E_x = b_6 F_z^2 + b_7 F_z + b_8 \quad (27)$$

$$B_x = \frac{BCD_x}{C_x D_x} \quad (28)$$

$$S_{Hx} = b_9 F_z + b_{10} \quad (29)$$

$$S_{Vy} = 0 \quad (30)$$

BOČNÍ SÍLA

Boční síla (F_y) v tomto modelu vystupuje jako funkce úhlu směrové úchylky (α). Opět je uvedena sada vztahů (31-40) pro boční sílu (F_y), která se následně využije při použití Magic Formula (13).

$$X_y = \alpha \quad (31)$$

$$Y_y = F_y \quad (32)$$

$$D_y = \mu_y F_z \quad (33)$$

$$\mu_y = a_1 F_z + a_2 \quad (34)$$

$$BCD_y = a_3 \sin(2 \arctan(F_z/a_4))(1 - a_5 |\gamma|) \quad (35)$$

$$C_y = a_0 \quad (36)$$

$$E_y = a_6 F_z + a_7 \quad (37)$$

$$B_y = \frac{BCD_y}{C_y D_y} \quad (38)$$

$$S_{Hy} = a_8 \gamma + a_9 F_z + a_{10} \quad (39)$$

$$S_{Vy} = a_{11} F_z \gamma + a_{12} F_z + a_{13} \quad (40)$$

VRATNÝ MOMENT

V neposlední řadě je vratný moment (M_z) opět funkcí úhlu směrové úchylky (α). A to z důvodu, že k měření vratného momentu (M_z) a boční síly (F_y) dochází při stejném ustáleném stavu zatáčení. Vratný moment (M_z) pro tento model tedy definuje sada vztahů (41-49).

$$X_z = \alpha \quad (41)$$

$$Y_z = M_z \quad (42)$$

$$D_z = c_1 F_z^2 + c_2 F_z \quad (43)$$

$$BCD_z = (c_3 F_z^2 + c_4 F_z)(1 - c_6 |\gamma|) \exp(-c_5 F_z) \quad (44)$$

$$C_z = c_0 \quad (45)$$

$$E_z = (c_7 F_z^2 + c_8 F_z + c_9)(1 - c_{10} |\gamma|) \quad (46)$$

$$B_z = \frac{BCD_z}{C_z D_z} \quad (47)$$

$$S_{Hz} = c_{11} \gamma + c_{12} F_z + c_{13} \quad (48)$$

$$S_{Vy} = (c_{14} F_z^2 + c_{15} F_z) \gamma + c_{16} F_z + c_{17} \quad (49)$$

KLOPNÝ MOMENT

Přetáčivý/klopny moment (M_x) je dopočítáván pomocí vertikální síly (F_z) a boční deformace (Def) (51). Boční tuhost ($C_{F\alpha}$) se používá k výpočtu přibližné boční deformace (Def) kontaktní plochy, když je přítomna boční síla (F_y) (50).

$$Def = \frac{F_y}{C_{F\alpha}} \quad (50)$$

$$M_x = -F_z \cdot Def \quad (51)$$

VALIVÝ ODPOR

Valivý odpor (M_y) je pro starší modely definován jako vertikální síla (F_z) na rameni (R) při součiniteli smykového tření (μ) vtahem (52) [12]. Tento vztah (52) využívá předpokladu pro výpočet valivého odporu běžného válcového tělesa (viz. vztah (9)) se zahrnutím smykového součinitele tření (μ).

$$M_y = F_z \cdot R \cdot \mu \quad (52)$$

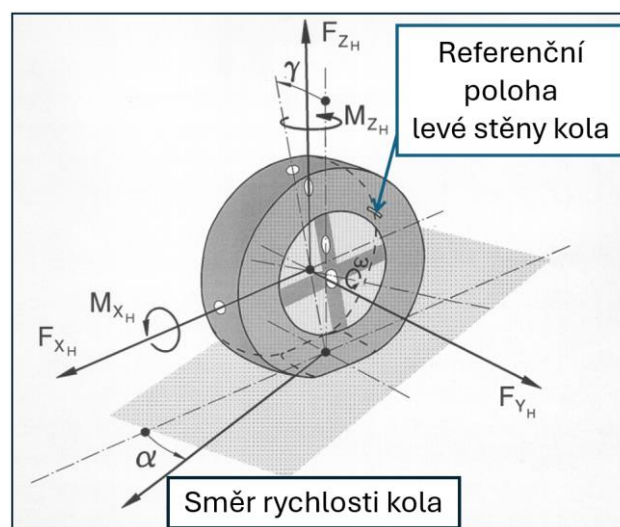
Kde:

M_y	[Nm]	Moment valivého odporu
F_z	[N]	Vertikální síla
R	[m]	Rameno zatíženého kola
μ	[-]	Součinitel smykového tření

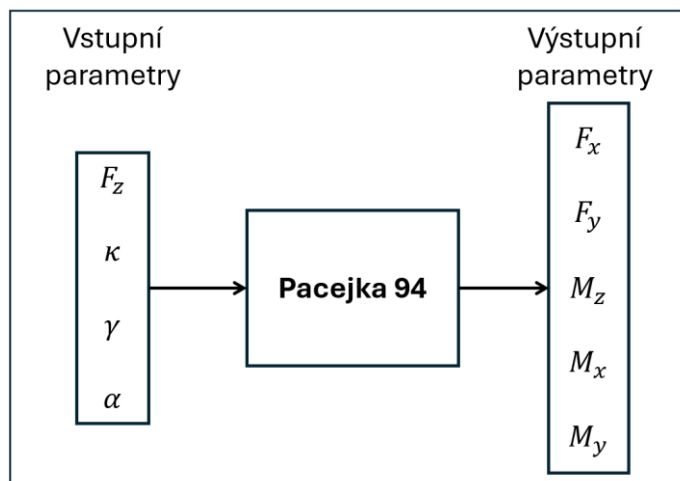
2.1.2 PACEJKA 94

V roce 1993 společnost Michelin přišla s použitím čistě empirické metody, která využívala funkce vycházející ze základu Magic formula k dosažení popisu generované horizontální síly pneumatiky při kombinovaném skluzu [12]. Tento přístup byl převzat pro následující verze úprav pro Magic formula [12].

Výraznou změnou bylo vyrovnání souřadného systému podle rovin vozovky (Obr. 29) [12]. V nové verzi byl původní popis vratného momentu (M_z) pozměněn tak, aby splňoval nově stanovené požadavky na souřadný systém a došlo i k úpravě vztahů (53-62) [31]. Počet vstupních a výstupních parametrů zůstal však stejný (Obr. 30). Přistoupilo se tedy na relativně jednoduchou metodu založenou na fyzikálních základech popisující prodloužení kombinovaného skluzu [14].



Obr. 29 Souřadný systém s umístěním ve středu kola a vyrovnanými osami. (upraveno) [32]



Obr. 30 Diagram vstupních a výstupních parametrů modelu Pacejka 94.

Tab. 3 Používané parametry modelu Pacejka 94

Název	Značení		
	Podélná síla	Boční síla	Vratný
Faktor pro výpočet konstanty tvaru	b_0	a_0	c_0
Faktory pro výpočet amplitudy	b_1, b_2	a_1, a_2, a_{15}	c_1, c_2, c_{18}
Konstanty pro výpočet tuhosti BCD	b_3, b_4, b_5	a_3, a_4, a_5	c_3, c_4, c_5, c_6
Faktor pro výpočet konstanty zakřivení	b_6, b_7, b_8	a_6, a_7, a_{16}, a_{17}	$c_7, c_8, c_9, c_{10}, c_{19}, c_{20}$
Faktory pro výpočet horizontálního posuvu	b_9, b_{10}	a_8, a_9, a_{10}	c_{11}, c_{12}, c_{13}
Faktory pro výpočet vertikálního posuvu	b_{11}, b_{12}	$a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}$	$c_{14}, c_{15}, c_{16}, c_{17}$
Škálovací faktory	D_{lon}, BCD_{lon}	D_{lat}, BCD_{lat}	

Kvůli úpravě souřadného systému došlo v sadě vztahů (21-49) k jistým změnám a současně došlo i k přidání koeficientů $a_{15} - a_{17}$ (Tab. 3) pro zvýšení citlivosti odklonu kola [20]. V sadě vztahů (21-30) pro podélnou sílu (F_x) došlo ke změně výpočtu konstanty zakřivení E a k odlišnému výpočtu vertikálního posuvu (S_{Vy}), který nabývá hodnot různých od nuly pouze v případě kombinovaných stavů.

PODÉLNÁ SÍLA

$$E_x = (b_6 F_z^2 + b_7 F_z + b_8) (1 - b_{13} \operatorname{sgn}(\kappa + S_{Hx})) \quad (53)$$

$$S_{Vy} = b_{11} F_z + b_{12} \quad (54)$$

Pro stav, kdy působí pouze brzdná síla platí:

$$b_{11} = b_{12} = b_{13} = 0$$

BOČNÍ SÍLA

$$\mu_y = (a_1 F_z + a_2)(1 - a_{15} \gamma^2) \quad (55)$$

$$E_y = (a_6 F_z + a_7) \left(1 - (a_{16} \gamma + a_{17}) \operatorname{sgn}(\alpha + S_{Hy}) \right) \quad (56)$$

$$S_{Hy} = a_8 F_z + a_9 + a_{10} \gamma \quad (57)$$

$$S_{Vy} = a_{11} F_z + a_{12} + (a_{13} F_z^2 + a_{14} F_z) \gamma \quad (58)$$

KLOPNÝ MOMENT

$$D_z = (c_1 F_z^2 + c_2 F_z)(1 - c_{18} \gamma^2) \quad (59)$$

$$E_z = \frac{(c_7 F_z^2 + c_8 F_z + c_9)(1 - (c_{19} \gamma + c_{20}) \operatorname{sgn}(\alpha + S_{Hz}))}{(1 - c_{10} |\gamma|)} \quad (60)$$

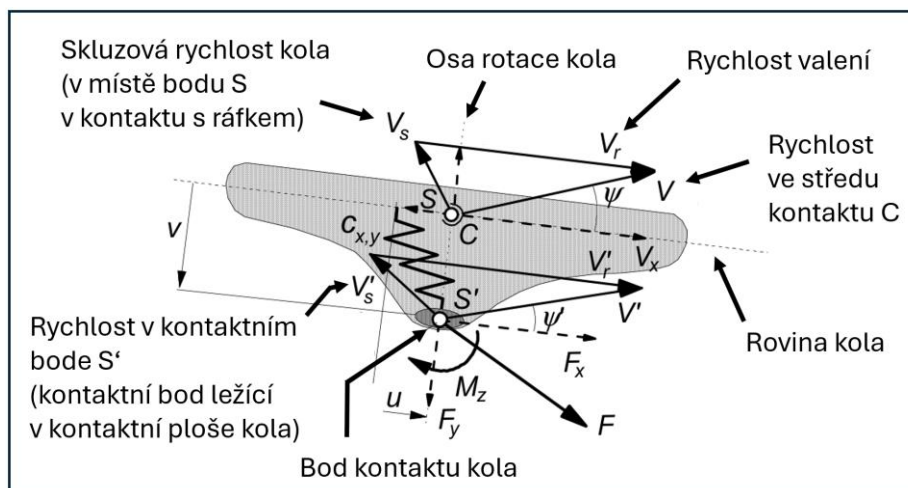
$$S_{Hz} = c_{11} F_z + c_{12} + c_{13} \gamma \quad (61)$$

$$S_{Vz} = c_{14} F_z + c_{15} + (c_{16} F_z^2 + c_{17} F_z) \gamma \quad (62)$$

CHOVÁNÍ V PŘECHODNÉM STAVU

Uvedené vztahy (21-62) u předchozích modelů využívají rovnice Magic Formula (Pacejka 89, 94) platí pro chování v ustáleném stavu. Při běžné jízdě však jednotlivé ustálené stavy střídáme a ve chvíli, kdy pneumatika přechází z jednoho ustáleného stavu do druhého, potřebuje určitou dobu na odezvu, která se následně projeví i změnou vstupů [31]. Pro nízkofrekvenční chování pneumatik (do 8 Hz) existuje další sada rovnic popisující odezvu pneumatiky za těchto podmínek, které promítají do jednotlivých charakteristik [12].

Pro lineární modely staršího data, jakými jsou právě předchozí dva (Pacejka 89, 94), lze uvažovat model pneumatiky s jedním kontaktním bodem S' a bodem skluzu kola S (Obr. 31). Předpokládá se, že body kontaktu a skluzu kola leží v jedné rovině procházející osou rotace kola a kolmé k vozovce. Tyto body ovšem mohou ležet na odlišných soustředných kružnicích a pohybují se pouze po této rovině. Tyto body následně nabývají rychlostí uvedených na Obr. 31. [12]

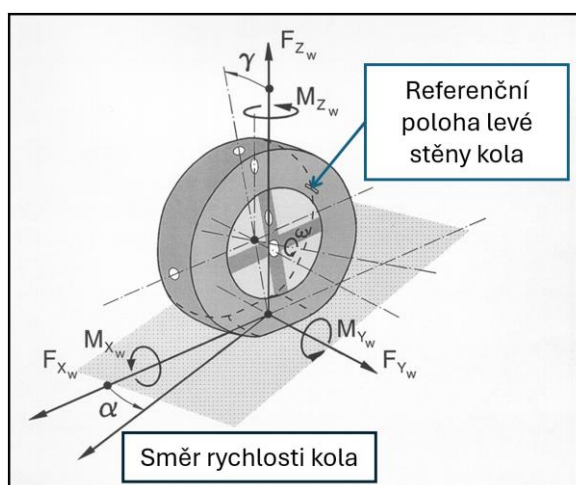


Obr. 31 Model pneumatiky uvažující kontakt s vozovkou pouze v jediném bodě. (přeloženo) [12]

2.2 MAGIC FORMULA PRO DVOUSTOPÁ VOZIDLA

Modernější verze Magic Formula modelů upustily od čistě empirických výpočtů. Bylo zavedeno několik experimentálních parametrů a škálovacích faktorů, které vylepšily fungování modelů a zpřesnily jejich výstupy v problematických oblastech (nelineární oblasti vrcholu charakteristik). Nejpoužívanějším a současně nejznámějším zástupcem jsou modely MF-Tire 5.2 a PAC 2002.

Model MF-Tyre 5.2 (stejně jako PAC 2002) používá k výpočtu chování pneumatiky v ustáleném stavu metodu Magic Formula. MF-Tire 5.2 vypočítává síly F_x , F_y a momenty M_x , M_y , M_z působící na pneumatiku za podmínek čistého a kombinovaného skluzu pomocí podélného a bočního skluzu (κ , α), odklonu kola (γ) a svislé síly (F_z) jako vstupní veličiny. Kromě popisu Magic Formula je definována sada diferenciálních rovnic, které představují přechodné chování pneumatiky s ohledem na ovladatelnost při frekvencích do 8 Hz. Rovnice jsou definované pro souřadný systém umístěný ve středu kontaktu kola s vozovkou (Obr. 32). [29]



Obr. 32 Souřadný systém s umístěním do středu kontaktní plochy kola. (upraveno) [32]

Vzhledem ke komplexnosti modelů MF-Tire 5.2 a PAC 2002 a množství stavů, ve kterých jsou tyto modely schopny pracovat, se nadále budeme zabírat pouze ustálenými stavy čistého podélného a bočního skluzu (2-3 v Tab. 4). Protože jsou tyto stavy schopny počítat i předchozí starší modely a tím pádem se nám nabízí jednodušší srovnání možností jednotlivých modelů právě při již zmíněných ustálených stavech. To se týká i porovnání množství parametrů (nebo taky koeficientu), jejichž značení pro jednotlivé stavy je popsáno v Tab. 5.

Tab. 4 Jednotlivé stavy, které lze pomocí modelů MF-Tire a PAC 2002 počítat.

Číslo	Stav	Skluzové podmínky	Výstupní parametry modelu
1	Propružení	-	$0, 0, F_z, 0, 0, 0$
2	Ustálený stav	Čistě podélný skluz	$F_x, 0, F_z, 0, M_y, 0$
3	Ustálený stav	Čistě příčný skluz	$0, F_y, F_z, M_x, 0, M_z$
4	Ustálený stav	Podélný a příčný skluz (nekombinovaný)	$F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$
5	Ustálený stav	Kombinované skluzové síly	$F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$
6	Přechodný stav	Čistě podélný skluz	$F_x, 0, F_z, 0, M_y, 0$
7	Přechodný stav	Čistě příčný skluz	$0, F_y, F_z, M_x, 0, M_z$
8	Přechodný stav	Podélný a příčný skluz (nekombinovaný)	$F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$
9	Přechodný stav	Kombinované skluzové síly	$F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$

Tab. 5 Značení koeficientů pro jednotlivé stavy u semi-empirických modelů Magic Formula

Parametr	Význam
p_n	Síla u čistého skluzu
q_n	Moment u čistého skluzu
r_n	Síla u kombinovaného skluzu
s_n	Moment u kombinovaného skluzu

Pro následující semi-empirické modely je třeba definovat vztah přírůstku svislého zatížení (63) a s tím související přizpůsobení jmenovitého zatížení (64), protože vstupují do následujících vztahů jakožto parametrizované svislé zatížení.

$$df_z = \frac{F_z - F'_{z0}}{F'_{z0}} \quad (63)$$

Kde přizpůsobené jmenovité zatížení je rovno:

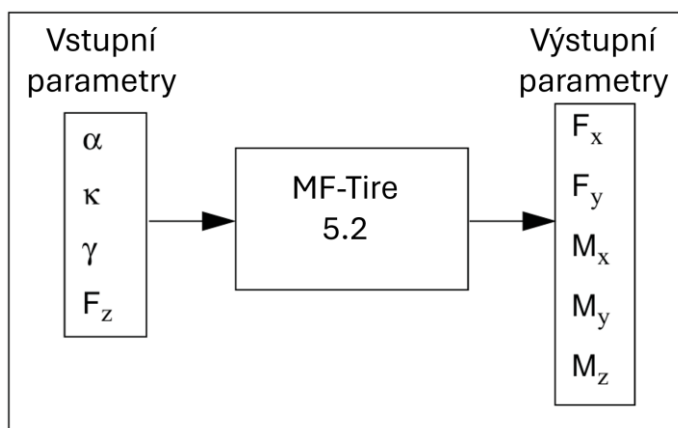
$$F'_{z0} = F_{z0} \cdot \lambda_{Fz0} \quad (64)$$

S jednotlivými parametry:

df_z	[-]	Přírůstek svislého zatížení
F_z	[N]	Svislá síla
F_{z0}	[N]	Jmenovitá síla
F'_{z0}	[N]	Přizpůsobené jmenovité zatížení
λ_{Fz0}	[-]	Škálovací faktor jmenovitého zatížení

2.2.1 MF-TIRES 5.2

MF-Tire je označením pro komerční software prodáváným též pod názvem „Delft-Tire“ [18]. Za tímto produktem stojí nizozemská organizace pro aplikovaný výzkum TNO (Nederlandse Organisatie voor Toegepast Natuurwetenschappelijk Onderzoek), která ve spolupráci s Technickou Univerzitou Delft přispívala k vývoji modelu pneumatiky v devadesátých letech minulého století. Díky implementaci modelů Magic Formula Tire Model do různých softwarových balíčků vznikly modely, které se staly v průmyslovém odvětví velmi populární hlavně díky relativně krátkému výpočetnímu času ve srovnání s modely využívající značně komplikovanějších výpočtů (například model FTire). Největšího úspěchu v průmyslu získal zejména model MF-Tire verze 5.2 [18], který koncem devadesátých let dosáhl statusu průmyslového standardu pro modelování pneumatik osobních automobilů. Množství vstupních a výstupních parametrů pro tento model je stejný, jako u předchozích variant (Obr. 33). [12, 18, 29, 33]



Obr. 33 Schéma vstupních a výstupních parametrů pro MF-Tire 5.2.

Pro zlepšení použitelnosti je k dispozici sada škálovacích faktorů (Tab. 6), která slouží pro zkoumání vlivu jednotlivých parametrů na celkové chování pneumatiky. V praxi se jejich výchozí hodnota stanovuje na hodnotu 1 [29], přičemž při následném zkoumání se jejich hodnota může měnit. Tyto součinitele jsou stanoveny pro tři odlišné stavy, se kterými model 5.2 pracuje (ustálený stav podélného skluzu, bočního skluzu se zanedbáním vratného momentu a bočního skluzu s vratným momentem).

USTÁLENÉ STAVY ČISTÝCH SKLUZŮ

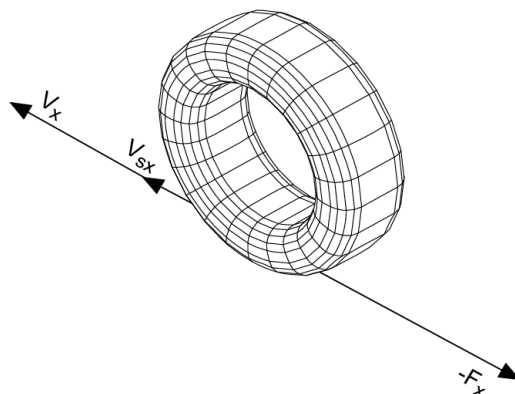
Stav čistého skluzu lze rozdělit na stav pouhého brždění nebo trakce. Při tomto stavu dochází pouze ke generování podélné síly a podélného skluzu. Dalším stavem je pak stav bočního skluzu se zanedbáním vyrovnávacího točivého momentu. K tomuto stavu dochází při ustáleném zatačením (zatačení o stálém poloměru otáčení a stálé rychlosti). Posledním ze základních ustálených stavů je stav bočního skluzu se zahrnutím vyrovnávacího točivého momentu.

Tab. 6 Škálovací faktory pro ustálené stavy.

Označení	Název
λ_{Fz0}	Škálovací faktor jmenovitého zatížení
λ_{Cx}	Škálovací faktor tvaru parametru podélné síly
$\lambda_{\mu x}$	Škálovací faktor koeficientu maximálního tření pro podélnou sílu
λ_{Ex}	Škálovací faktor zakřivení parametru podélné síly
λ_{Kx}	Škálovací faktor skluzové tuhosti podélné síly
λ_{Hx}	Škálovací faktor horizontálního posunu pro podélnou sílu
λ_{Vx}	Škálovací faktor vertikálního posunu pro podélnou sílu
$\lambda_{\gamma x}$	Škálovací faktor odklonu pro podélnou sílu
λ_{Cy}	Škálovací faktor tvaru parametru boční síly
$\lambda_{\mu y}$	Škálovací faktor koeficientu maximálního tření pro boční sílu
λ_{Ey}	Škálovací faktor zakřivení parametru boční síly
λ_{Ky}	Škálovací faktor skluzové tuhosti boční síly
λ_{Hy}	Škálovací faktor horizontálního posuvu pro boční sílu
λ_{Vy}	Škálovací faktor vertikálního posuvu pro boční sílu
$\lambda_{\gamma y}$	Škálovací faktor odklonu pro boční sílu
λ_t	Škálovací faktor vrcholu (maxima) závleku
λ_{Mr}	Škálovací faktor pro kompenzaci zbytkového točivého momentu
$\lambda_{\gamma z}$	Škálovací faktor odklonu pro vratný moment
λ_{Mx}	Škálovací faktor vratné dvojice
λ_{vMx}	Škálovací faktor vertikálního posuvu klopného momentu
λ_{My}	Škálovací faktor momentu valivého odporu

PODÉLNÝ SKLUZ

Pro tento stav je třeba zavést sadu faktorů a koeficientů (Tab. 7), které budou mít následně přímý vliv na chování modelu popsané rovnicemi (65-76), a bude tak snazší docílit u jednotlivých stavů co nejpřesnějších hodnot výstupních parametrů, jelikož od sebe tyto stavy budou skrze koeficienty izolované. Obr. 34 znázorňuje pneumatiku společně s podélnou silou (F_x), podélnou rychlostí (V_x) a složkou podélné rychlosti skluzu (V_{sx}) v místě kontaktu pneumatiky s vozovkou.



Obr. 34 Stav podélného skluzu při brždění nebo trakci. [29]

Tab. 7 Koeficienty pro podélný skluz.

Označení	Název
p_{Cx1}	Tvarový koeficient pro podélnou sílu
p_{Dx1}	Koeficient podélného tření při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Dx2}	Koeficient změny podélného tření při změně vertikálního zatížení
p_{Dx3}	Koeficient změny podélného tření při změně odklonu
p_{Ex1}	Koeficient podélného zakřivení při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Ex2}	Koeficient změny podélného zakřivení při změně vertikálního zatížení
p_{Ex3}	Koeficient změny podélného zakřivení při kvadrátu změny vertikálního zatížení
p_{Ex4}	Koeficient faktoru zakřivení způsobený vlivem jízdy
p_{Kx1}	Koeficient podélné smykové tuhosti při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Kx2}	Koeficient změny podélné smykové tuhosti při změně vertikálního zatížení
p_{Kx3}	Koeficient exponentu podélné smykové tuhosti při změně vertikálního zatížení
p_{Hx1}	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Hx2}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Vx1}	Koeficient posuvu ve vertikálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Vx2}	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení

Při využití koeficientů a faktorů pro prostý skluz získáme následující sadu rovnic (66-76):

Výsledná podélná síla jako funkce síly podélné prostého skluzu a skluzu vyjádřena vztahem (65).

$$F_x = F_{x0}(\kappa, F_z) \quad (65)$$

Podélná síla prostého skluzu:

$$F_{x0} = D_x \sin[C_x \arctan\{B_x \kappa_x - E_x (B_x \kappa_x - \arctan(B_x \kappa_x))\}] + S_{Vx} \quad (66)$$

Podélný skluz:

$$\kappa_x = \kappa + S_{Hx} \quad (67)$$

Úhel odklonu kol:

$$\gamma_x = \gamma \cdot \lambda_{\gamma x} \quad (68)$$

Kde jednotlivé konstanty mají tvar:

Konstanta tvaru pro prostý skluz:

$$C_x = p_{Cx1} \cdot \lambda_{Cx} \quad (69)$$

Amplituda pro prostý skluz:

$$D_x = \mu_x \cdot F_z \quad (70)$$

Kde:

$$\mu_x = (p_{Dx1} + p_{Dx2} df_z) \cdot (1 - p_{Dx3} \cdot \gamma_x^2) \lambda_{\mu x} \quad (71)$$

Konstanta zakřivení pro prostý skluz:

$$E_x = (p_{Ex1} + p_{Ex2} df_z + p_{Ex3} df_z^2) \cdot \{1 - p_{Ex4} \operatorname{sgn}(\kappa_x)\} \cdot \lambda_{Ex} (\leq 1) \quad (6)$$

Skluzová tuhost pro prostý skluz:

$$K_x = F_z \cdot (p_{Kx1} + p_{Kx2} df_z) \cdot \exp(p_{Kx3} df_z) \cdot \lambda_{Kx} \quad (73)$$

$$\left(K_x = B_x C_x D_x = \frac{\partial F_{x0}}{\partial \kappa_x} \text{ kde } \kappa_x = 0 \right)$$

Konstanta tuhosti pro prostý skluz:

$$B_x = \frac{K_x}{C_x D_x} \quad (74)$$

Posuv v horizontálním směru pro prostý skluz:

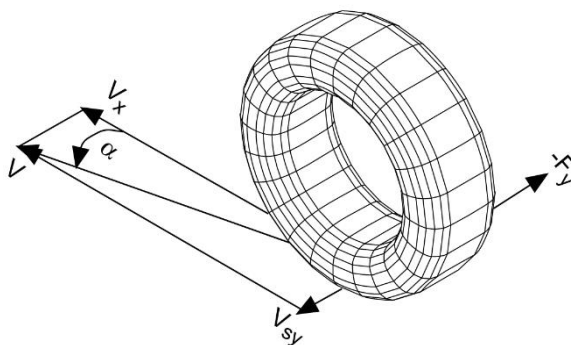
$$S_{Hx} = (p_{Hx1} + p_{Hx2} \cdot df_z) \lambda_{Hx} \quad (75)$$

Posuv ve vertikálním směru pro prostý skluz:

$$S_{Vx} = F_z \cdot (p_{Vx1} + p_{Vx2} df_z) \cdot \lambda_{Vx} \cdot \lambda_{\mu x} \quad (76)$$

BOČNÍ SKLUZ

Obr. 35 znázorňuje pneumatiku společně s boční silou (F_y), s podélnou rychlostí (V_x), složkou boční rychlosti skluzu (V_{sy}) a výslednou rychlostí působící pod úhlem směrové úchyvky (α) v místě kontaktu pneumatiky s vozovkou. Tab. 8 pak uvádí jednotlivé faktory a koeficienty, které se přímo promítnou do jednotlivých vztahů (77-98) pro boční sílu.



Obr. 35 Stav bočního skluzu při zatáčení se zanedbáním vratného momentu. [29]

Tab. 8 Koeficienty pro příčný skluz bez vratného momentu.

Označení	Název
p_{Cy1}	Tvarový koeficient pro boční sílu
p_{Dy1}	Koeficient Bočního tření při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Dy2}	Koeficient změny bočního tření při změně vertikálního zatížení
p_{Dy3}	Koeficient změny podélného tření při kvadrátu změny odklonu
p_{Ey1}	Koeficient bočního zakřivení při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Ey2}	Koeficient změny bočního zakřivení při změně vertikálního zatížení
p_{Ey3}	Koeficient závislosti bočního zakřivení při nulovém odklonu
p_{Ey4}	Koeficient závislosti bočního zakřivení při změně odklonu (nenulovém odklonu)
p_{Ky1}	Koeficient maximální hodnoty boční smykové tuhosti
p_{Ky2}	Koeficient vertikálního zatížení, při kterém boční tuhost dosáhne své maximální hodnoty
p_{Ky3}	Koeficient změny boční smykové tuhosti při změně odklonu
p_{Hy1}	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Hy2}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Hy3}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně odklonu
p_{Vy1}	Koeficient posuvu ve vertikálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Vy2}	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Vy3}	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně odklonu
p_{Vy4}	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení a odklonu

Při využití koeficientů a faktorů pro prostý skluz získáme následující sadu rovnic (78-98):

Výsledná boční síla jako funkce vertikálního zatížení, směrové úchylky a úhlu odklonu kola, která je dána vztahem (77).

$$F_y = F_{y0}(\alpha, \gamma, F_z) \quad (77)$$

Boční síla:

$$F_{y0} = D_y \sin \left[C_y \arctan \left\{ B_y \alpha_y - E_y \left(B_y \alpha_y - \arctan(B_y \alpha_y) \right) \right\} \right] + S_{Vy} \quad (78)$$

Směrová úchylka:

$$\alpha_y = \alpha + S_{Hy} \quad (79)$$

Úhel odklonu kol:

$$\gamma_y = \gamma \cdot \lambda_{\gamma y} \quad (90)$$

Kde jednotlivé konstanty mají tvar:

Konstanta tvaru:

$$C_y = p_{Cy1} \cdot \lambda_{Cy} \quad (91)$$

Amplituda:

$$D_y = \mu_y \cdot F_z \quad (92)$$

Kde:

$$\mu_y = (p_{Dy1} + p_{Dy2} df_z) \cdot (1 - p_{Dy3} \cdot \gamma_y^2) \lambda_{\mu y} \quad (93)$$

Konstanta zakřivení:

$$E_y = (p_{Ey1} + p_{Ey2} df_z) \cdot \{1 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \gamma_y) \operatorname{sgn}(\alpha_y)\} \cdot \lambda_{Ey} (\leq 1) \quad (94)$$

Skluzová tuhost:

$$K_y = p_{Ky1} F_{z0} \sin \left[2 \arctan \left\{ \frac{F_z}{p_{Ky2} F_{z0} \lambda_{Fz0}} \right\} \right] \cdot (1 - p_{Ky3} |\gamma_y|) \cdot \lambda_{Fz0} \cdot \lambda_{Ky} \quad (95)$$

$$\left(K_y = B_y C_y D_y = \frac{\partial F_{y0}}{\partial \alpha_y} \text{ kde } \alpha_y = 0 \right)$$

Konstanta tuhosti:

$$B_y = \frac{K_y}{C_y D_y} \quad (96)$$

Posuv v horizontálním směru:

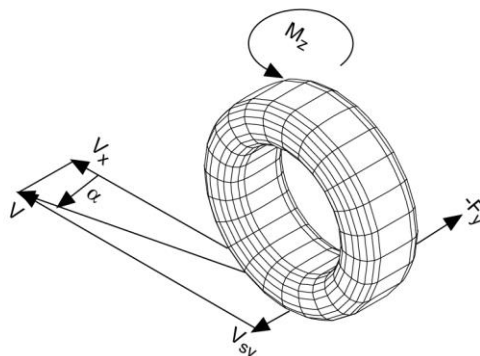
$$S_{Hy} = (p_{Hy1} + p_{Hy2}df_z)\lambda_{Hy} + p_{Hy3}\gamma_y \quad (97)$$

Posuv ve vertikálním směru:

$$S_{Vy} = F_z \cdot \{(p_{Vy1} + p_{Vy2}df_z) \cdot \lambda_{Vy} + (p_{Vy3} + p_{Vy4}df_z) \cdot \gamma_y\} \cdot \lambda_{\mu y} \quad (98)$$

VRATNÝ MOMENT PŘI UVAŽOVÁNÍ PŘÍČNÉHO SKLUZU

Obr. 36 znázorňuje pneumatiku společně s boční silou (F_y), podélnou rychlostí (V_x), složkou boční rychlosti skluzu (V_{sy}) a výslednou rychlostí působící pod úhlem skluzu (α) v místě kontaktu pneumatiky s vozovkou a vratný moment (M_z). Pro tento stav je pak uvedena sada rovnic (99-114) a další sada koeficientů (Tab. 9), která má pro moment, jak už bylo zmíněno výše, jiné značení, než jaké mají označení koeficienty pro výpočet sil.



Obr. 36 Stav bočního skluzu při zatáčení s uvažováním vratného momentu. [29]

Tab. 9 Koeficienty pro příčný skluz s vratným momentem.

Označení	Název
q_{Bz1}	Koeficient sklonu závleku při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Bz2}	Koeficient změny sklonu závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Bz3}	Koeficient změny sklonu závleku při kvadrátu změny vertikálního zatížení
q_{Bz4}	Koeficient změny sklonu závleku při změně odklonu
q_{Bz5}	Koeficient změny sklonu závleku při maximálním (absolutním) odklonu
q_{Bz9}	Koeficient sklonu závleku pro zbytkový moment 1
q_{Bz10}	Koeficient sklonu závleku pro zbytkový moment 2
q_{Cz1}	Tvarový koeficient pro závlek
q_{Dz1}	Koeficient amplitudy závleku
q_{Dz2}	Koeficient změny amplitudy závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Dz3}	Koeficient změny amplitudy závleku při změně odklonu

q_{Dz4}	Koeficient změny amplitudy závleku při kvadrátu změny odklonu
q_{Dz6}	Koeficient vrcholu zbytkového momentu (špičkový zbytkový moment)
q_{Dz7}	Koeficient změny konstanty amplitudy při změně vertikálního zatížení
q_{Dz8}	Koeficient změny konstanty amplitudy při změně odklonu
q_{Dz9}	Koeficient změny konstanty amplitudy při změně vertikálního zatížení a odklonu
q_{Ez1}	Koeficient zakřivení závleku při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Ez2}	Koeficient změny zakřivení závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Ez3}	Koeficient změny zakřivení závleku při kvadrátu změny vertikálního zatížení
q_{Ez4}	Koeficient změny zakřivení závleku vlivem úhlu směrové úchylky
q_{Ez5}	Koeficient změny zakřivení závleku vlivem úhlu směrové úchylky a změnou odklonu
q_{Hz1}	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Hz2}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení
q_{Hz3}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně odklonu
q_{Hz4}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení a odklonu

Při použití těchto koeficientů získáme sadu rovnic pro výpočet vratného moment (M_z), který je ve vztazích (99-100).

$$M_z = M_{z0}(\alpha, \gamma, F_z) \quad (99)$$

$$M_{z0} = -t \cdot F_{y0} + M_{zr} \quad (100)$$

Závlek:

$$t(\alpha_t) = D_t \cos[C_t \arctan\{B_t \alpha_t - E_t(B_t \alpha_t - \arctan(B_t \alpha_t))\}] \cos(\alpha) \quad (101)$$

$$\alpha_t = \alpha + S_{Ht} \quad (102)$$

Zbytkový moment:

$$M_{zr}(\alpha_r) = D_r \cos[\arctan(B_t \alpha_t)] \cos(\alpha) \quad (103)$$

$$\alpha_r = \alpha + S_{Hr} \quad (104)$$

$$S_{Hf} = S_{Hy} + \frac{S_{Vy}}{K_y} \quad (105)$$

Upravený odklon kola o škálovací faktor.

$$\gamma_z = \gamma \cdot \lambda_{\gamma z} \quad (106)$$

S jednotlivými konstantami:

$$B_t = (q_{Bz1} + q_{Bz2}df_z + q_{Bz3}df_z^2) \cdot (1 + q_{Bz4}\gamma_z + q_{Bz5}|\gamma_z|) \cdot \frac{\lambda_{Ky}}{\lambda_{\mu y}} \quad (107)$$

$$C_t = q_{Cz1} \quad (108)$$

$$D_t = F_z \cdot (q_{Dz1} + q_{Dz2}df_z) \cdot (1 + q_{Dz3}\gamma_z + q_{Dz4}\gamma_z^2) \cdot \left(\frac{R_0}{F_{z0}}\right) \lambda_t \quad (109)$$

$$E_t = (q_{Ez1} + q_{Ez2}df_z + q_{Ez3}df_z^2) \left\{ 1 + (q_{Ez4} + q_{Ez5}\gamma_z) \left(\frac{2}{\pi}\right) \arctan(B_t C_t \alpha_t) \right\} \quad (110)$$

$$S_{Ht} = q_{Hz1} + q_{Hz2}df_z + (q_{Hz3} + q_{Hz4}df_z)\gamma_z \quad (111)$$

$$B_r = q_{Bz9} \frac{\lambda_{Ky}}{\lambda_{\mu y}} + q_{Bz10} B_y C_y \quad (112)$$

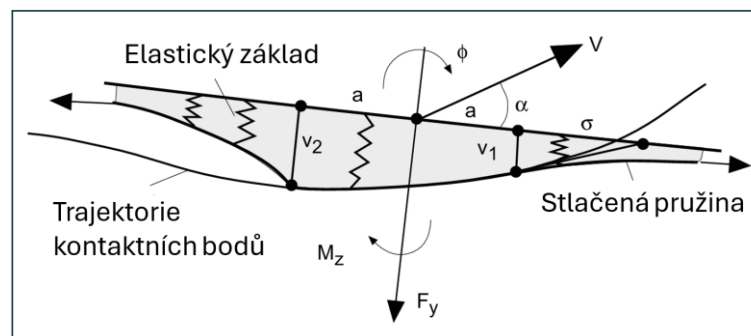
$$D_t = F_z \left((q_{Dz6} + q_{Dz7}df_z) \lambda_r + (q_{Dz8} + q_{Dz9}df_z) \gamma_z \right) \cdot R_0 \cdot \lambda_{\mu y} \quad (113)$$

Aproximace vyrovnávacího momentu:

$$K_z = -t \cdot K_y \quad \left(\approx -\frac{\partial M_z}{\partial \alpha} \text{ při } \alpha \right) = 0 \quad (114)$$

PŘECHODNÝ STAV

Model MF-Tire 5.2 využívá modelu „Natažené struny“ (Obr. 37), kde se uvažovaný plášť pneumatiky modeluje jako natažená struna, která je uchycena k ráfku kola pomocí příčně a podélně orientovaných pružin. Při valení kola se uvažuje dokonalý kontakt s vozovkou realizovaný v bodě dotyku při zanedbání jakéhokoliv smyku pneumatiky. Vzniká boční deformace pláště (*Def*), která přímo závisí na velikosti úhlu směrové úchyly (α) a boční deformaci (*Def*) předchozích kontaktních bodů. [12, 29, 34]



Obr. 37 Model „Natažené struny“. (přeloženo) [29]

2.2.2 PACEJKA 2002

Model PAC 2002 je jedním z nejnovějších verzí modelů fungujících na principu Magic Formula [12, 25]. Tento model podobně jako model MF-Tire, ze kterého částečně vychází, si sebou nese jistá omezení: vlnové délky odezvy kola musí být obvykle větší než délka obvodu pneumatiky a současně odklon kola nesmí být větší jak 15° [26]. U modelu se také objevuje pokročilejší modelování přechodu pneumatiky pomocí přidané hmotnosti v místě kontaktu s vozovkou [25]. Výsledkem je realističtější dynamická odezva modelu pneumatiky při velkém prokluzu, nízké rychlosti a stání [25, 34]. Vylepšené modelování zatíženého poloměru je vhodné pro simulace jízdy v extrémních podmínkách [26].

Škálovací faktory PAC2002 (Tab.10) lze považovat za funkci času, polohy nebo jakékoli jiné proměnné v datové sadě modelu. Nejvýraznějších změn oproti modelu MF-Tire dosahuje tento model ve stavech kombinovaných. Ve stavech ustálených jsou tyto dva modely velmi podobné.

Tab.10 Škálovací faktory pro ustálené stavy.

Označení	Název
λ_{Fz0}	Škálovací faktor jmenovitého zatížení
λ_{Cz}	Škálovací faktor tvaru parametru podélné síly
λ_{Cx}	Škálovací faktor koeficientu maximálního tření pro podélnou sílu
$\lambda_{\mu x}$	Škálovací faktor zakřivení parametru podélné síly
λ_{Ex}	Škálovací faktor skluzové tuhosti podélné síly
λ_{Kx}	Škálovací faktor horizontálního posuvu pro podélnou sílu
λ_{Hx}	Škálovací faktor vertikálního posuvu pro podélnou sílu
λ_{Vx}	Škálovací faktor odklonu pro podélnou sílu
$\lambda_{\gamma x}$	Škálovací faktor tvaru parametru boční síly
λ_{Cy}	Škálovací faktor koeficientu maximálního tření pro boční sílu
$\lambda_{\mu y}$	Škálovací faktor zakřivení parametru boční síly
λ_{Ey}	Škálovací faktor skluzové tuhosti boční síly
λ_{Ky}	Škálovací faktor horizontálního posuvu pro boční sílu
λ_{Hy}	Škálovací faktor vertikálního posuvu pro boční sílu
λ_{Vy}	Škálovací faktor odklonu pro boční sílu
λ_{gy}	Škálovací faktor vrcholu (maxima) závleku
λ_t	Škálovací faktor pro kompenzaci zbytkového točivého momentu
λ_{Mr}	Škálovací faktor odklonu pro vratný moment
$\lambda_{\gamma z}$	Škálovací faktor vratné dvojice
λ_{Mx}	Škálovací faktor vertikálního posuvu klopného momentu
λ_{vMx}	Škálovací faktor momentu valivého odporu
λ_{My}	Škálovací faktor jmenovitého zatížení

V modelu navíc vystupují i redukční konstanty (ζ), které se získávají pro kombinované zatěžování pomocí nové sady rovnic. Tyto konstanty nabývají na významu při řešení kombinovaných stavů a přechodných dějů. Vzhledem k tomu, že hodnotíme u jednotlivých modelů pouze zatěžování v ustálených stavech, tak tyto konstanty budou mít hodnotu rovnu jedné (viz. vztah (115)).

$$\zeta_i = 1 \tag{115}$$

$$i = 0 \dots 8$$

PODÉLNÁ SILA

Podobně jako u předchozího modelu zde vystupuje sada koeficientů (Tab. 11), které mají přímý vliv na sadu používaných rovnic (116-127), přičemž oproti modelu MF-Tire 5.2 jsou zde využity redukční konstanty (ζ) (115) pro dodatečné zpřesnění.

Tab. 11 Koeficienty pro podélný skluz.

Označení	Název
p_{Cx1}	Tvarový koeficient pro podélnou sílu
p_{Dx1}	Koeficient podélného tření při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Dx2}	Koeficient změny podélného tření při změně vertikálního zatížení
p_{Dx3}	Koeficient změny podélného tření při změně odklonu
p_{Ex1}	Koeficient podélného zakřivení při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Ex2}	Koeficient změny podélného zakřivení při změně vertikálního zatížení
p_{Ex3}	Koeficient změny podélného zakřivení při kvadrátu změny vertikálního zatížení
p_{Ex4}	Koeficient faktoru zakřivení způsobený vlivem jízdy
p_{Kx1}	Koeficient podélné smykové tuhosti při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Kx2}	Koeficient změny podélné smykové tuhosti při změně vertikálního zatížení
p_{Kx3}	Exponent podélné smykové tuhosti při změně vertikálního zatížení
p_{Hx1}	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Hx2}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení
P_{Vx1}	Koeficient posuvu ve vertikálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
P_{Vx2}	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení

$$F_x = F_{x0}(\kappa, F_z, \gamma) \tag{116}$$

$$F_{x0} = D_x \sin\left([C_x \arctan\{B_x \kappa_x - E_x (B_x \kappa_x - \arctan(B_x \kappa_x))\}] + S_{Hx}\right) \tag{117}$$

$$\kappa_x = \kappa + S_{Hx} \tag{118}$$

$$\gamma_x = \gamma \cdot \lambda_{\gamma x} \quad (119)$$

Kde:

$$C_x = p_{Cx1} \cdot \lambda_{Cx} \quad (120)$$

$$D_x = \mu_x \cdot F_z \cdot \zeta_1 \quad (121)$$

$$\mu_x = (p_{Dx1} + p_{Dx2} df_z) \cdot (1 - p_{Dx3} \cdot \gamma^2) \lambda_{\mu x} \quad (122)$$

$$E_x = (p_{Ex1} + p_{Ex2} df_z + p_{Ex3} df_z^2) \cdot \{1 - p_{Ex4} \operatorname{sgn}(\kappa_x)\} \cdot \lambda_{Ex} \quad (123)$$

Kde podélná smyková tuhost vystupuju jako:

$$K_x = F_z \cdot (p_{Kx1} + p_{Kx2} df_z) \cdot \exp(p_{Kx3} df_z) \cdot \lambda_{Kx} \quad (124)$$

$$B_x = \frac{K_x}{C_x D_x} \quad (125)$$

$$S_{Hx} = (p_{Hx1} + p_{Hx2} \cdot df_z) \lambda_{Hx} \quad (126)$$

$$S_{Vx} = F_z \cdot (p_{Vx1} + p_{Vx2} \cdot df_z) \lambda_{Vx} \cdot \lambda_{\mu x} \cdot \zeta_1 \quad (127)$$

BOČNÍ SÍLA

U modelu PAC 2002 vystupuje sada koeficientu uvedených v Tab. 12 a stejně jako u předchozího stavu zde vstupují do sady rovnic (128-141) redukční konstanty (ζ). Sada koeficientu pro tento model je takřka shodná s koeficienty modelu MF-Tire 5.2.

Tab. 12 Koeficienty pro příčný skluz bez vratného momentu.

Označení	Název
p_{Cy1}	Tvarový koeficient pro boční sílu
p_{Dy1}	Koeficient bočního tření při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Dy2}	Koeficient změny bočního tření při změně vertikálního zatížení
p_{Dy3}	Koeficient změny podélného tření při kvadrátu změny odklonu
p_{Ey1}	Koeficient bočního zakřivení při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Ey2}	Koeficient změny bočního zakřivení při změně vertikálního zatížení
p_{Ey3}	Koeficient závislosti bočního zakřivení při nulovém odklonu
p_{Ey4}	Koeficient závislosti bočního zakřivení při změně odklonu (nenulovém odklonu)
p_{Ky1}	Koeficient maximální hodnoty boční smykové tuhosti
p_{Ky2}	Koeficient vertikálního zatížení, při kterém boční tuhost dosáhne své maximální hodnoty
p_{Ky3}	Koeficient změny boční smykové tuhosti při změně odklonu

p_{Hy1}	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Hy2}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Hy3}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně odklonu
p_{Vy1}	Koeficient posuvu ve vertikálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Vy2}	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Vy3}	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně odklonu
p_{Vy4}	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení a odklonu

$$F_y = F_{y0}(\alpha, \gamma, F_z) \quad (128)$$

$$F_{y0} = D_y \sin \left(\left[C_y \arctan \left\{ B_y \alpha_y - E_y \left(B_y \alpha_y - \arctan(B_y \alpha_y) \right) \right\} \right] + S_{Vy} \right) \quad (129)$$

$$\alpha_y = \alpha + S_{Hy} \quad (130)$$

Upravený odklon kola o škálovací faktor:

$$\gamma_y = \gamma \cdot \lambda_{\gamma y} \quad (131)$$

Kde:

$$C_y = p_{Cy1} \cdot \lambda_{Cy} \quad (132)$$

$$D_y = \mu_y \cdot F_z \cdot \zeta_2 \quad (133)$$

$$\mu_y = (p_{Dy1} + p_{Dy2} df_z) \cdot (1 - p_{Dy3} \gamma_y^2) \cdot \lambda_{\mu y} \quad (134)$$

$$E_y = (p_{Ey1} + p_{Ey2} df_z) \cdot \{1 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \gamma_y) \operatorname{sgn}(\alpha_y)\} \cdot \gamma_{Ey} \quad (135)$$

Boční tuhost:

$$K_{y0} = p_{Ky1} \cdot F_{z0} \cdot \sin \left[2 \arctan \left\{ \frac{F_z}{p_{Ky2} F_0 \lambda_{F_{z0}}} \right\} \right] \cdot \lambda_{F_{z0}} \cdot \lambda_{Ky} \quad (136)$$

$$K_y = K_{y0} \cdot (1 - p_{Ky3} |\gamma_y|) \cdot \zeta_3 \quad (137)$$

$$B_y = \frac{K_y}{C_y D_y} \quad (138)$$

$$S_{Hy} = (p_{Hy1} + p_{Hy2} df_z) \cdot \lambda_{Hy} + p_{Hy3} \gamma_y \cdot \zeta_0 + \zeta_4 - 1 \quad (139)$$

$$S_{Vy} = F_z \cdot \{ (p_{Vy1} + p_{Vy2} df_z) \cdot \lambda_{Vy} + (p_{Vy3} + p_{Vy4} df_z) \cdot \gamma_y \} \cdot \lambda_{\mu y} \cdot \zeta_4 \quad (140)$$

Klopná tuhost:

$$K_{yy0} = P_{Hy3}K_{y0} + F_z(p_{Vy3} + p_{Vy4}df_z) \quad (141)$$

KLOPNÝ MOMENT

U koeficientů pro vratný moment (M_z) (Tab. 13) se opět promítne redukční konstanta (ζ) (115) do sady rovnic (142-159), podobně jako je tomu u předchozích stavů. Stejně jako u předchozího modelu (MF-Tire 5.2) se zde vypočítá závlek ($t(\alpha_t)$) a z něj se následně získávají hodnoty pro samotný vratný moment (M_z).

Tab. 13 Koeficienty pro příčný skluz s vratným momentem.

Označení	Název
q_{Bz1}	Koeficient sklonu závleku při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Bz2}	Koeficient změny sklonu závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Bz3}	Koeficient změny sklonu závleku při kvadrátu změny vertikálního zatížení
q_{Bz4}	Koeficient změny sklonu závleku při změně odklonu
q_{Bz5}	Koeficient změny sklonu závleku při maximálním (absolutním) odklonu
q_{Bz9}	Koeficient sklonu závleku pro zbytkový moment 1
q_{Bz10}	Koeficient sklonu závleku pro zbytkový moment 2
q_{Cz1}	Tvarový koeficient pro závlek
q_{Dz1}	Koeficient amplitudy závleku
q_{Dz2}	Koeficient změny amplitudy závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Dz3}	Koeficient změny amplitudy závleku při změně odklonu
q_{Dz4}	Koeficient změny amplitudy závleku při kvadrátu změny odklonu
q_{Dz6}	Koeficient vrcholu zbytkového momentu (špičkový zbytkový moment)
q_{Dz7}	Koeficient změny konstanty amplitudy při změně vertikálního zatížení
q_{Dz8}	Změna konstanty amplitudy při změně odklonu
q_{Dz9}	Koeficient změny konstanty amplitudy při změně vertikálního zatížení a odklonu
q_{Ez1}	Koeficient zakřivení závleku při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Ez2}	Koeficient změny zakřivení závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Ez3}	Koeficient změny zakřivení závleku při kvadrátu změny vertikálního zatížení
q_{Ez4}	Koeficient změny zakřivení závleku vlivem úhlu směrové úchyly
q_{Ez5}	Koeficient změny zakřivení závleku vlivem úhlu směrové úchyly a změnou odklonu
q_{Hz1}	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Hz2}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení

q_{Hz3}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně odklonu
q_{Hz4}	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení a odklonu

Při použití těchto koeficientů získáme sadu rovnic:

$$M_z = M_{z0}(\alpha, \gamma, F_z) \quad (142)$$

$$M_{z0} = -t \cdot F_{y0} + M_{zr} \quad (143)$$

Kde pro závlek platí:

$$t(\alpha_t) = D_t \cos[C_t \arctan\{B_t \alpha_t - E_t(B_t \alpha_t - \arctan(B_t \alpha_t))\}] \cos(\alpha) \quad (144)$$

$$\alpha_t = \alpha + S_{Ht} \quad (145)$$

Kde je zbytkový moment:

$$M_{zr}(\alpha_r) = D_r \cos[C_r \arctan(B_r \alpha_r)] \cdot \cos(\alpha) \quad (146)$$

$$\alpha_r = \alpha + S_{Hf} \quad (147)$$

$$S_{Hf} = S_{Hy} + \frac{S_{Vy}}{K_y} \quad (148)$$

Upravený odklon kola o škálovací faktor:

$$\gamma_z = \gamma \cdot \lambda_{\gamma z} \quad (149)$$

Kde:

$$B_t = (q_{Bz1} + q_{Bz2} df_z + q_{Bz3} df_z^2)(1 + q_{Bz5} \gamma_z + q_{Bz5} |\gamma_z|) \frac{\lambda_{Ky}}{\lambda_{\mu y}} \quad (150)$$

$$C_t = q_{Cz1} \quad (151)$$

$$B_r = \left(q_{Bz9} \cdot \frac{\lambda_{Ky}}{\lambda_{\mu y}} + q_{Bz10} \cdot B_y \cdot C_y \right) \zeta_6 \quad (152)$$

$$D_t = F_z (q_{Dz1} + q_{Dz2} df_z) \cdot (1 + q_{Dz3} \gamma_z + q_{Dz4} \gamma_z^2) \cdot \frac{R_0}{F_{z0}} \cdot \lambda_t \cdot \zeta_5 \quad (153)$$

$$E_t = (q_{Ez1} + q_{Ez2} df_z + q_{Ez3} df_z^2) \cdot \left\{ 1 + (q_{Ez4} + q_{Ez5} \gamma_z) \left(\frac{2}{\pi} \arctan(B_t C_t \alpha_t) \right) \right\} \quad (154)$$

$$S_{Ht} = q_{Hz1} + q_{Hz2} df_z + (q_{Hz3} + q_{Hz4} df_z) \gamma_z \quad (155)$$

$$B_r = \left(q_{Bz9} \cdot \frac{\lambda_{Ky}}{\lambda_{\mu y}} + q_{Bz10} \cdot B_y \cdot C_y \right) \zeta_6 \quad (156)$$

$$C_r = \zeta_7 \quad (157)$$

$$D_r = F_z \cdot [(q_{Dz6} + q_{Dz7}df_z)\lambda_r + (q_{Dz8} + q_{Dz9}df_z)\gamma_z]R_0\lambda_{\mu y} + \zeta_8 - 1 \quad (158)$$

Aproximace tuhosti klopného momentu:

$$K_z - t \cdot K_y \quad \left(\approx -\frac{\partial M_z}{\partial \alpha} \text{ při } \alpha \right) = 0 \quad (159)$$

PŘECHODOVÝ STAV

Model Pacejka 2002 uvažuje přechodové chování pro nízkofrekvenční kmitání až do 15 Hz a současně nabízí možnost dvou odlišných metod modelování tohoto chování [34]. Model „natažené struny“ a „Contact mass“ model.

„Contact mass“ model je založen na předpokladu oddělení skluzových vlastností kontaktní plochy kola a poddajnosti kostry pláště pneumatiky. Místo použití relaxačních délek sloužících k popisu efektu poddajnosti jsou využity pružiny explicitně nahrazující kostru pláště [34]. Pro zajištění výpočetní příčinnosti je vnesena setrvačnost do kontaktní plochy pneumatiky [18]. Tento přístup zohledňuje přímo ve výpočtech zpožděnou odezvu na skluz a změny zatěžení. Samotná kontaktní plocha využívá relaxačních délek ke zjednodušení výpočtu při nízkých rychlostech. Ke kontaktní ploše je uvažována hmotnost umožňující výpočet. Deformace kontaktní plochy vzhledem k ráfku kola jsou povoleny v příčném i podélném směru. [18, 34]

2.3 MAGIC FORMULA PRO JEDNOSTOPÁ VOZIDLA

Motocykly při jízdě a jednotlivých manévrech nabývají obvykle mnohem nižších hodnot úhlu směrové úchytky (1-2°) a jiných hodnot skluzu než běžné automobily [35]. Proto vyžadují model pneumatiky, který je schopen zajistit popis chování pneumatiky při velkých odklonech (až 60°) [36]. Modely tohoto typu také disponují vylepšeným vztahem pro výpočet poloměru zatíženého kola při situacích, kdy je kolo vystaveno vysokému bočnímu skluzu a velkému odklonu kola [33]. Jejich základ je převážně založen na principu fungování modelů MF-Tire 5.2 a PAC 2002, tedy na sadě rovnic, které uvažují sadu vstupních koeficientů a sadu škálovacích faktorů. Tyto modely taktéž umožňují díky svým změnám vyšší frekvence odezvy (60-80 Hz) [18].

Nejvýznamnějšími modely pro účely výpočtu dynamických vlastností motocyklových pneumatik jsou modely Pacejka 2012 a MF-Tire/MF-Swift. Modely typu Swift existovaly už dříve (koncem devadesátých let minulého století), ovšem až s příchodem modelu MF-Tire/MF-Swift byly funkce těchto modelů sjednoceny do jediného modelu pneumatiky. Nejúspěšnější verzí tohoto motocyklového modelu je verze 6.2. [33]

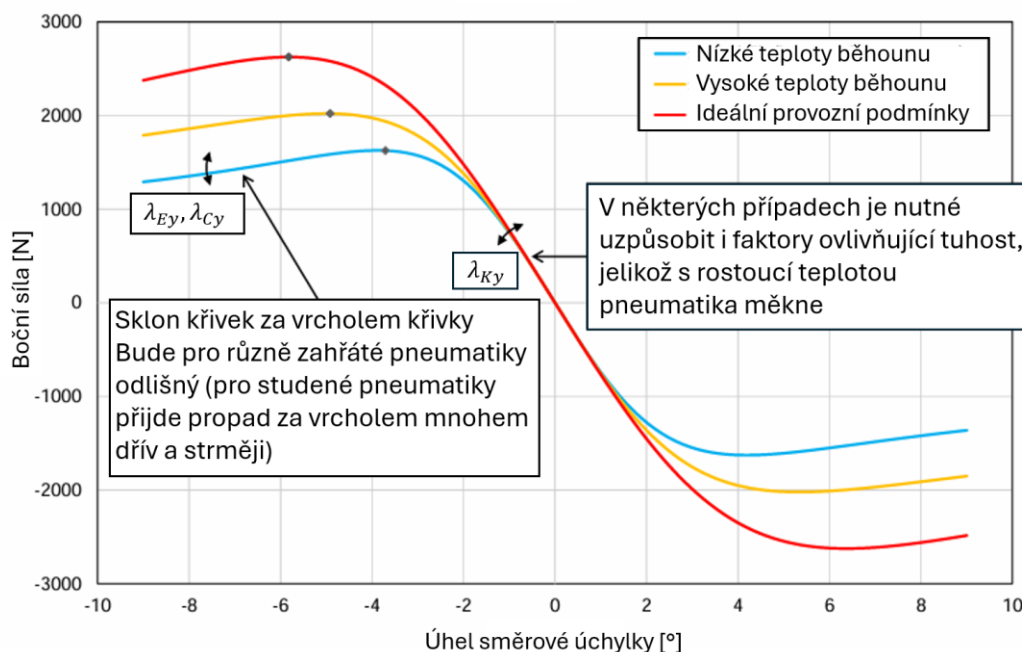
Tento typ sady rovni nabývá takové složitosti výpočtu a nutnosti množství vstupních parametrů, že je jejich použití značně neefektivní pro potřeby běžných automobilů. Vzhledem k tomuto omezení je jejich použití značně specifické.

3 URČOVÁNÍ KONSTANT JEDNOTLIVÝCH ZÁVISLOSTÍ

V praktické části této bakalářské práce jsou zpracována poskytnutá data pro tvorbu jednotlivých charakteristik. Na základě těchto dat jsou následně vytvořeny silové (respektive momentová) závislosti na parametrech skluzu pro dané stavy a získávány jednotlivé konstanty.

3.1 SROVNÁNÍ UVEDENÝCH MODELŮ

Pro určení použitelnosti a vhodnosti jednotlivých modelů je třeba učinit srovnání na základě použitých přístupů. Nejjednodušším výpočtovým modelem je původní verze z roku 1987, která nabízí pouze základní možnosti vykreslení závislostí. Tento model je čistě empirického typu a je dán vztahem (13). Veškeré parametry vstupující do tohoto vztahu jsou konstantní. Předností tohoto modelu je jeho jednoduchost. Novějšími a značně přesnějšími jsou modely umožňující parametrizovat širší škálu proměnných. Díky tomu jsou schopny zachytit v silových i momentových charakteristikách velké množství vnějších vlivů, které dané charakteristiky nepřímo ovlivňují. Typickým příkladem takového jevu je provozní teplota pneumatik. Obr. 38 zachycuje vliv různých provozních teplot u závislosti boční síly (F_y) na úhlu směrové úchytky (α). Ačkoliv je normálová síla (F_z) pro všechny závislosti stejná, tak se průběhy těchto závislostí liší v maximálních hodnotách vyvolávané boční síly (F_y). Tento rozdíl je obvykle zachycen ve škálovacích faktorech pro danou silovou (respektive momentovou) charakteristiku/závislost.



Obr. 38 Příklad rozdílných křivek pro různé teploty.

Vykreslená závislost boční síly (Obr. 38) je příkladem použití škálovacích faktorů modelu MF-Tire 5.2. Hodnoty daných faktorů jsou voleny dle doporučení výrobce, který pro některé typy svých závodních pneumatik hodnoty faktorů uvádí.

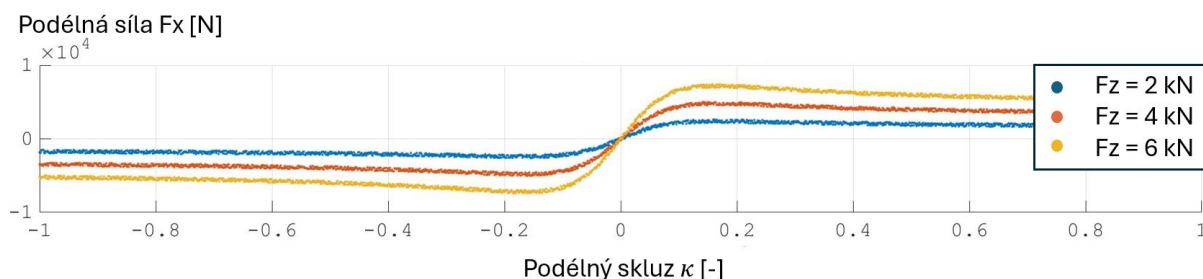
Všeobecně lze konstatovat, že právě díky možnostem detailnějšímu popisu jednotlivých úseků řešených závislostí je častokrát v průmyslové praxi vhodné využívat těchto složitějších modelů (MF-Tire 5.2, Pacejka 2002), které na rozdíl od svých nástupců (MF-Tire 6.2, Pacejka 2012/MC) stále nabízí možnost relativně jednoduchého definování většiny parametrů a následnou práci s nimi při jízdě po hladké vozovce. Zmíněné nástupce (většinou se jedná o modely jednostopých vozidel) má smysl využívat převážně pro pneumatiky u kterých je předpokládán provoz při vysokých hodnotách úhlu odklonu (převážně motocyklové pneumatiky), nebo v případě, že je zapotřebí simulovat jednoduchý přejezd překážky, k jehož výpočtu jsou tyto modely taktéž uzpůsobené [18].

3.2 ZÍSKÁVÁNÍ DAT

Proces identifikace parametrů může být problematický, zvláště u složitějších verzí modelů, jelikož s počtem požadovaných parametrů přímo úměrně stoupá i požadavek na výpočetní čas a kapacitu. Pro získání co nejpřesnějších hodnot koeficientů a faktorů se obvykle využívá numerických metod, jako je například metoda nejmenších čtverců [37]. Ve fyzikálním modelu pneumatiky jsou všechny charakteristiky propojeny, například změna tuhosti materiálu může ovlivnit vše od vertikální tuhosti až po tuhost v zatáčkách a relaxační délku [38].

3.2.1 POSTUP ZÍSKÁVÁNÍ HODNOT KONSTANT

Pro tuto práci bylo využito poskytnutých dat závislostí sil F_x , F_y a momentu M_z na parametrech skluzu (κ , α) pro tři případy zátěžné síly (F_z). Ta pro všechny tři sady dat (podélná boční a klopná data) dosahovala vždy hodnot znázorněných na Obr. 39 (tedy 2, 4 a 6 kN). Pro další zpracování byla zvolena z každé sady vždy nejvyšší hodnota zátěžné síly (F_z), pro kterou byla závislost vykreslena. Pro tuto hodnotu zátěžné síly byla vyšetřována hodnota čtyř vstupních konstant pro stanovení průběhu výsledného tvaru matematického modelu pro danou závislost (požadavek na co možná nejpřesnější aproximaci bodů dodané charakteristiky). Z dodaných hodnot lze také vyčíst, že není třeba střed získané závislosti posouvat ve vertikálním (S_V), či horizontálním (S_H) směru.

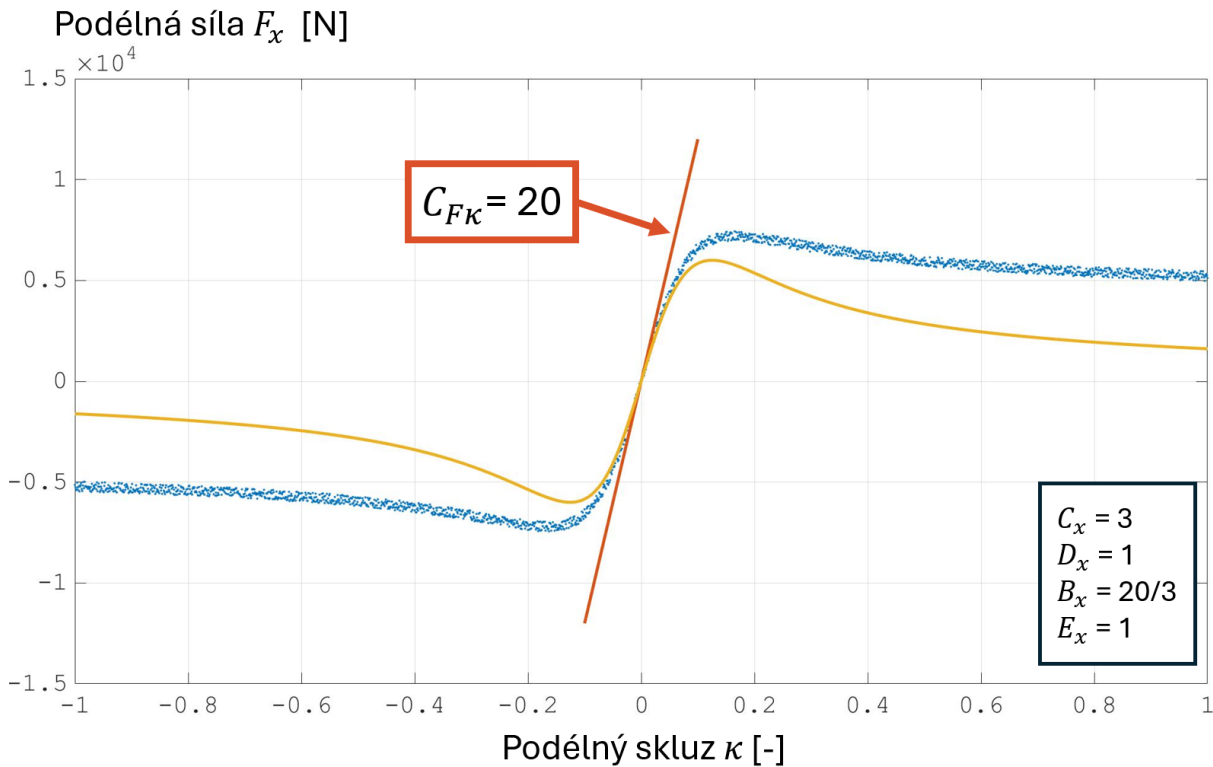


Obr. 39 Závislost naměřených hodnot podélného skluzu na zátěžných silách.

PODÉLNÁ SÍLA

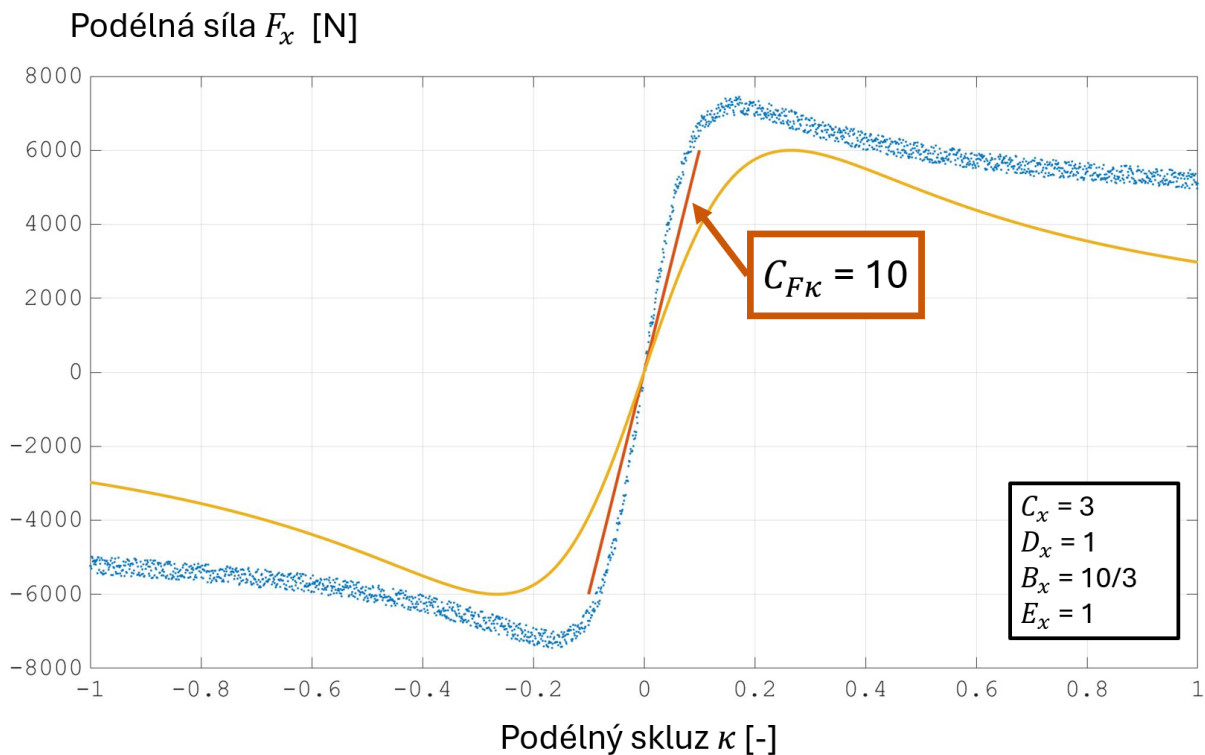
Při vyšetřování podélné charakteristiky z dodaných dat byla v první fázi vzniklými body prokládána přímka popisující průběh podélné smykové tuhosti ($C_{F\kappa}$). Tato přímka

charakterizuje sklon, pod kterým bude výsledná závislost podélné síly (F_x) stoupat v okolí jejího středu (nulové hodnoty skluzu). Podélná smyková tuhost (C_{FK}) také určuje poměr mezi základními konstantami ovlivňující podobu závislosti podélné síly (F_x) (konstanta tuhosti B_x , tvaru C_x a amplitudy D_x). Tento předpoklad vychází ze vztahu (28), který popisuje vztah konstanty tuhosti B_x vůči podélné smykové tuhosti (C_{FK}) ku konstantě tvaru C_x a amplitudy D_x . Bylo taktéž využito základního předpokladu: $1 < C < 3$, a současně $-1 - 0,5C^2 < E < 1$ pro stanovení počátečních hodnot jednotlivých konstant a jejich rozmezí hodnot, pro které bude funkce existovat.



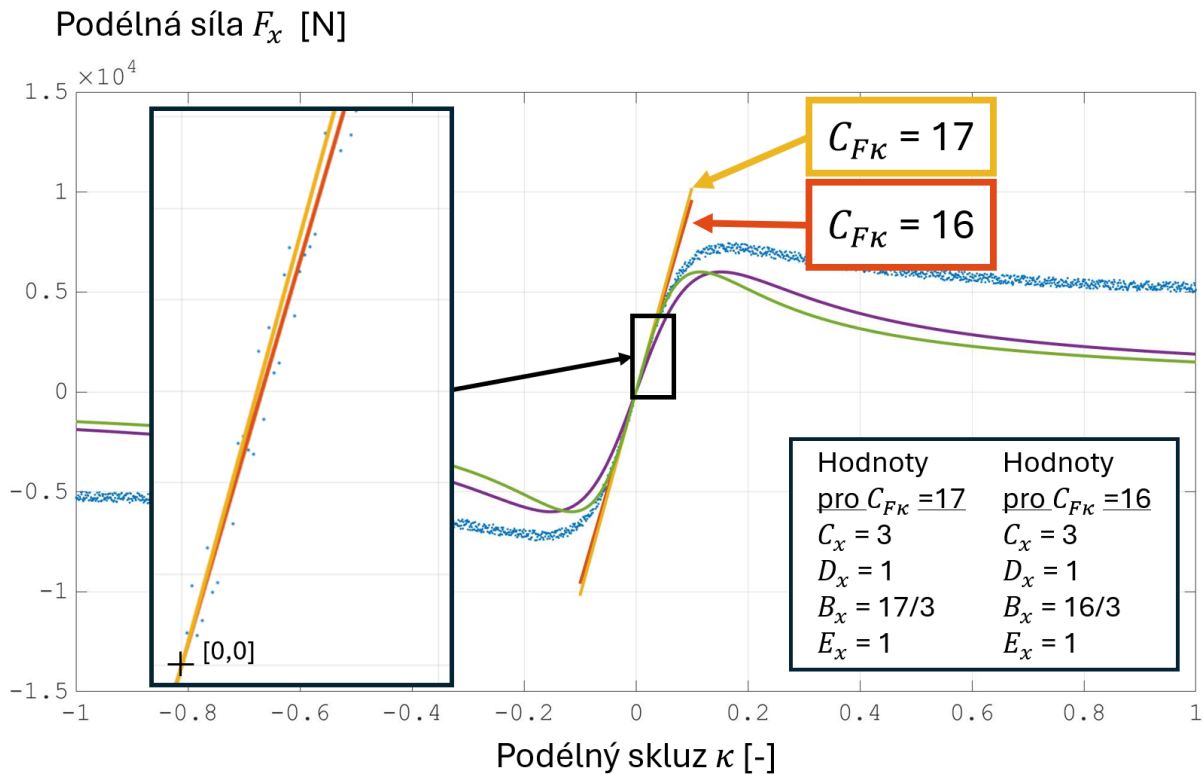
Obr. 40 Vykreslení podélné tuhosti s hodnotou $C_{FK} = 20$.

Na Obr. 40 je ukázáno, že hodnota podélné smykové tuhosti (C_{FK}) je příliš vysoká a to způsobuje, že tuhost stoupá strměji, než naměřená data. Bylo třeba hodnotu snížit tak, aby byla nalezena spodní hranice stoupání (stav, kdy tuhost stoupá pomaleji než naměřená data), abychom našli druhý extrém (limitní spodní hodnotu) pro následné použití bisekce (půlení intervalů) při hledání shodného stoupání.



Obr. 41 Vykreslení podélné tuhosti s hodnotou $C_{F\kappa} = 10$.

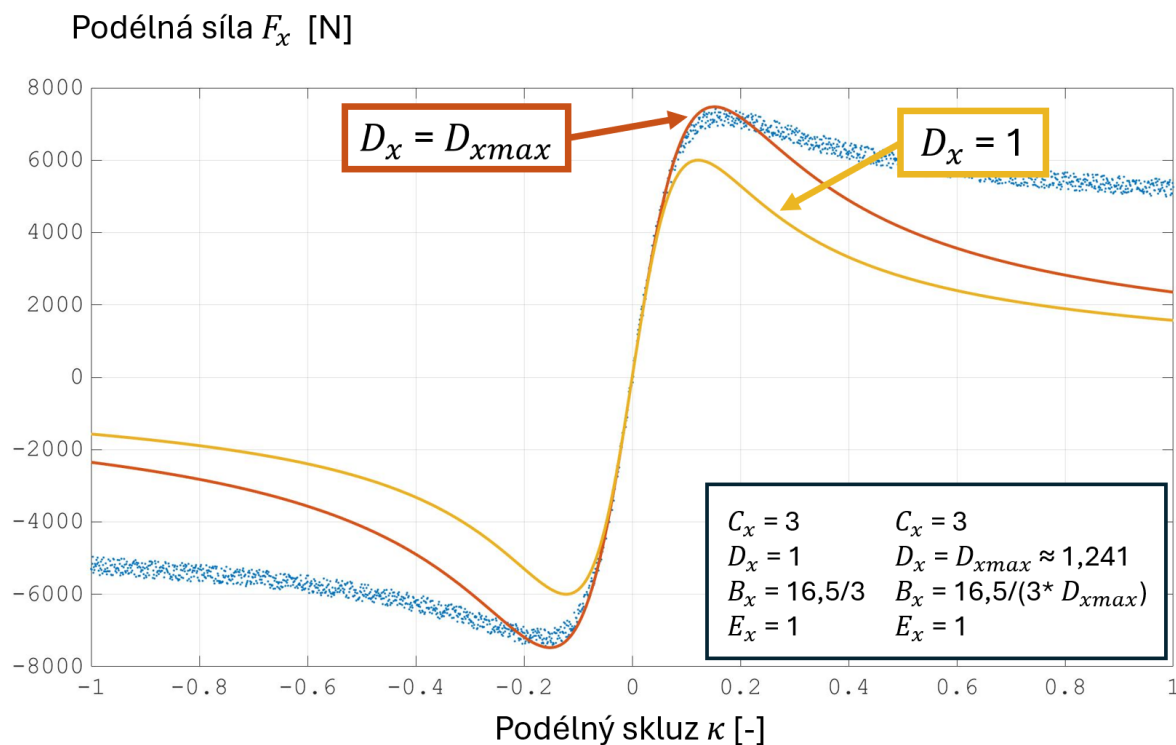
Po nalezení dvou počátečních extrémů (Obr. 40 a Obr. 41), bylo nutné nalézt optimální hodnotu podélné smykové tuhosti ($C_{F\kappa}$) definující lineární oblast dat. Toho bylo docíleno, postupným snižováním rozdílu mezi krajními extrémy, dokud nedošlo k proložení co největšího množství bodů touto přímkou. Pro snížení výpočtového času byl krok této operace nastaven na hodnotu v jednotkách. Díky tomu byly nalezeny dvě hodnoty tuhosti ($C_{F\kappa}$), které nejlépe odpovídaly naměřeným datům.



Obr. 42 Vykreslení boční tuhostí s hodnotou $C_{Fk} = 16$ a $C_{Fk} = 17$.

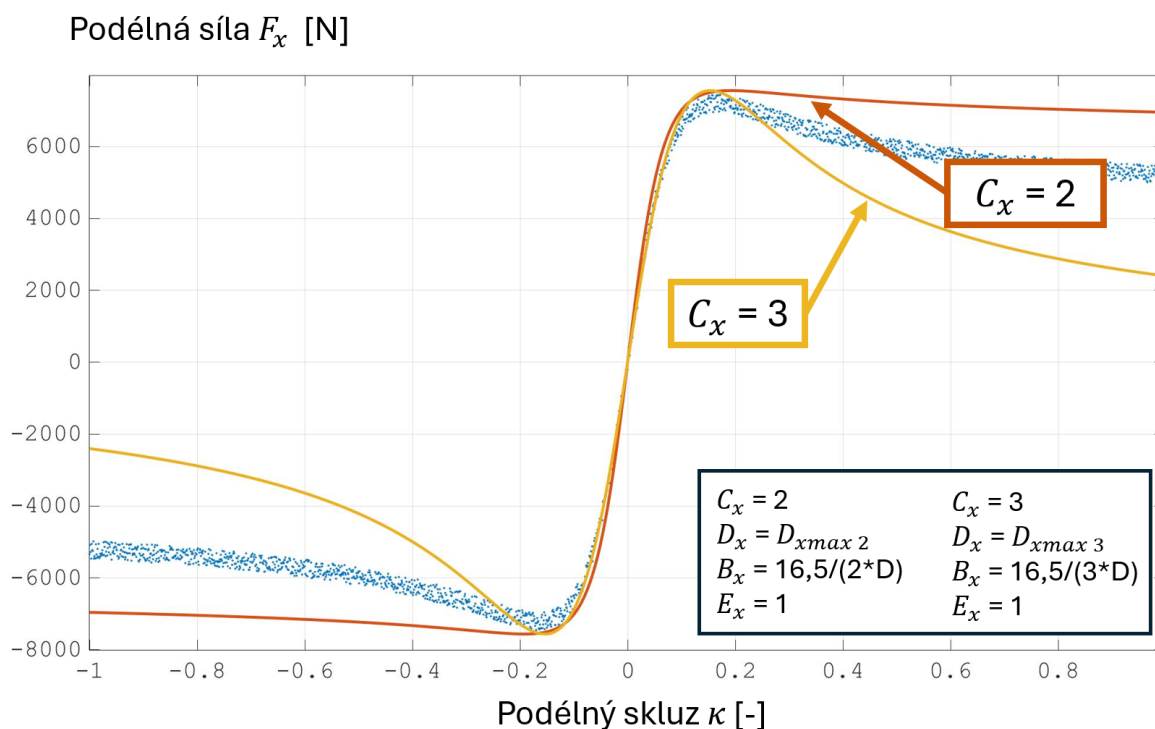
Vzhledem k relativně nízkému počtu bodů v této oblasti (přibližná oblast, Obr. 42) nelze s úplnou přesností stanovit správnost jednotlivých výsledků s vyšším stupněm přesnosti. Proto byl dále zvolen předpoklad, že hodnota, která nejlépe definuje tuto oblast je průměrem těchto dvou hodnot tedy $C_{Fk} = 16,5$.

Pro tuto hodnotu se dále hledala kombinace jednotlivých volených konstant (B_x , C_x , D_x a E_x) tak, aby došlo k proložení modelu v celé oblasti naměřených dat. Jako další nevhodnější krok se nabízelo získání maximální hodnoty amplitudy D_x z poskytnutých dat. Tato hodnota se dá jednoduše dopočítat ze vztahu (13). Při identifikaci bodu s největší maximální hodnotou y_{max} z datového souboru byla získána i jeho souřadnice na horizontální ose x_{max} . Těchto hodnot bylo využito pro iterační dopočet ze vztahu (13) pro získání vhodnějších hodnot konstant D_x a B_x pro vyrovnání modelu v oblasti jeho maxima, to znázorňuje Obr. 43. Během těchto výpočtů bylo zjištěno, že pro dostatečné hodnoty stačí tři iterace, jelikož se pak hodnota amplitudy měnila pouze v rámci tisícinného čísla, což vzhledem k hrubému nastavení hodnoty tuhosti (C_{Fk}) s přesností na pět desetinných míst je zbytečné dále zpřesňovat.



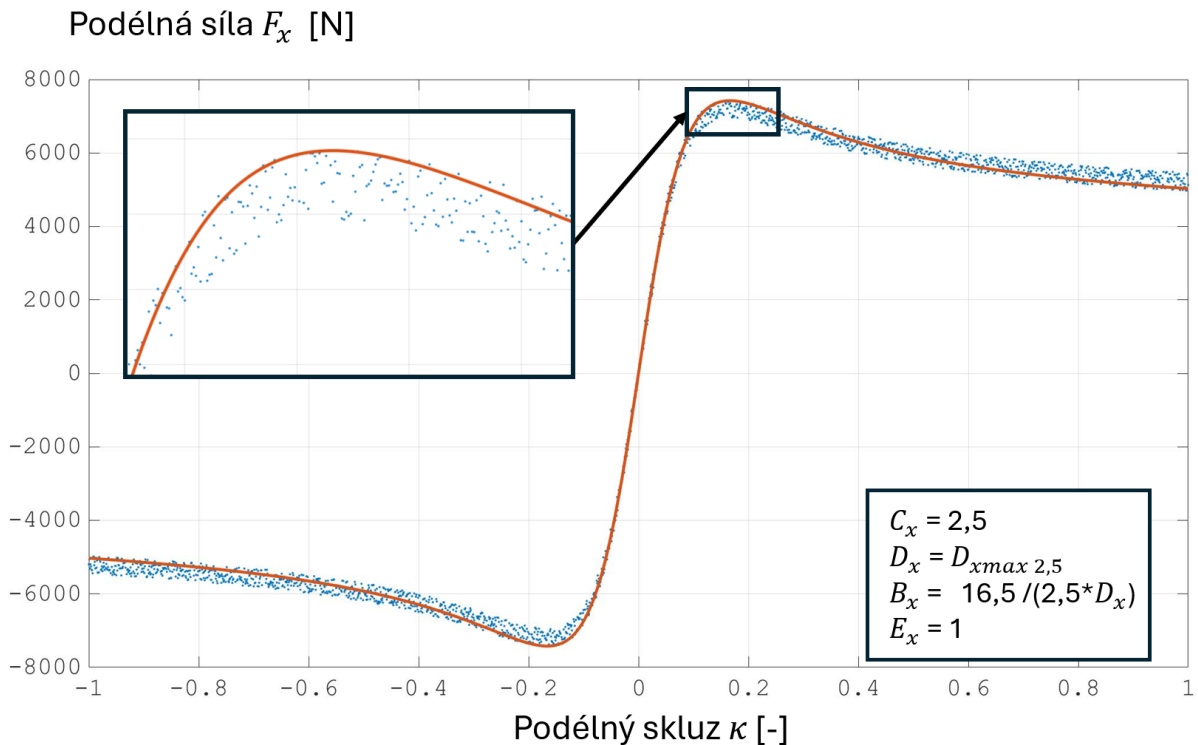
Obr. 43 Vykreslení závislosti s rozdílnými hodnotami amplitud D_x .

Po stanovení orientační hodnoty amplitudy D bylo dalším krokem nalezení konstanty tvaru C_x , která ovlivňovala průběh od maxima do asymptoty. Zde bylo zapotřebí postupovat podobným způsobem jako u hledání tuhosti ($C_{F\kappa}$), a tedy nalezení dvou extrémů a využití bisekce (znázorněno na Obr. 44) a následným hledáním co nejpřesnější hodnoty pro dané rozmezí.



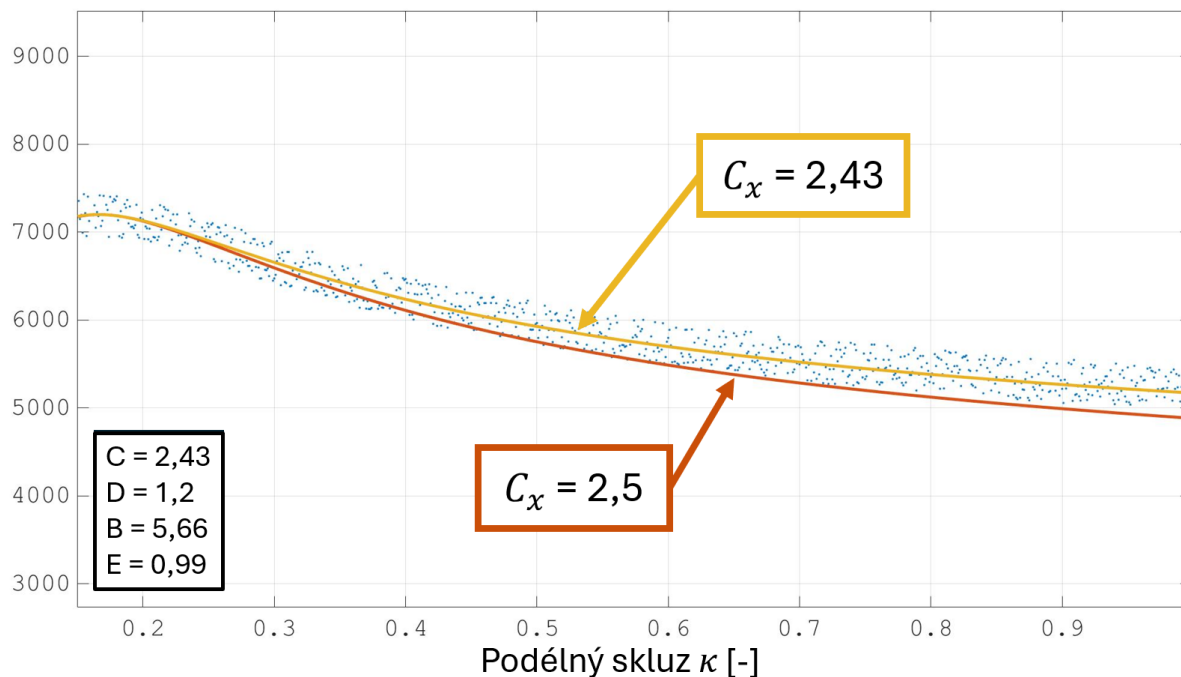
Obr. 44 Závislosti s rozdílnými hodnotami konstanty tvaru C_x .

Volené konstanty tvaru C_x vystupují jak v iteračním přepočtu konstanty tuhosti B_x , tak ve zpřesňujících výpočtech amplitudy D_x a proto bylo třeba tyto hodnoty přepočítávat s každou úpravou hodnoty konstanty tvaru C_x . Při nastavení kroku jedné desetiny hodnoty konstanty C_x bylo dosaženo nejlepší aproximace naměřených dat pro hodnotu $C_x = 2,5$. To lze vidět na Obr. 45.

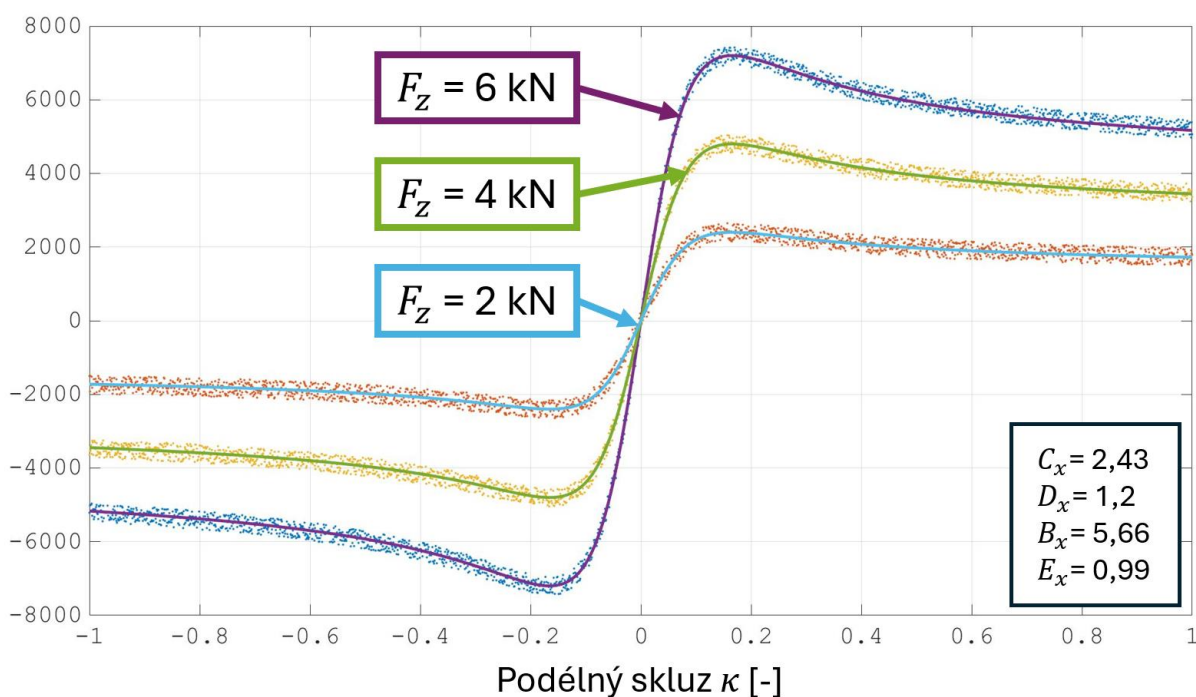


Obr. 45 Průběh závislosti Podélné charakteristiky s přiblížením na oblast vrcholu.

Vzhledem k tomu, že v průběhu dosazování hodnot a aproximování modelu do poskytnutých dat byla uvažována pro amplitudu D_x její maximální hodnota na základě maximální hodnoty vyskytujícího se bodu, tak musela být její hodnota uměle snížena, aby na vrcholu závislosti kopírovala průměrný průběh dat, spíše než průběh maximální. S ohledem na zaokrouhlování ostatních hodnot na jedno desetinné místo došlo i zde na zaokrouhlení hodnoty na nejbližší nižší číslo. Tato operace měla za následek zúžení křivky ve vertikálním směru a tudíž bylo nutné snížit opět konstantu tvaru C_x (to je ukázáno na Obr. 46). Zde bylo nutné postupovat po setinovém kroku, protože tato dokončovací operace byla velmi citlivá na změny. Současně s tím musela být upravena konstanta zakřivení E_x , která definuje konec křivek u asymptotické hodnoty tak, aby splňovala podmínku nerovnosti $E < 1$.

Podélná síla F_x [N]Obr. 46 Zakreslení vlivu hodnot konstanty tvaru C_x na průběh závislosti za vrcholem.

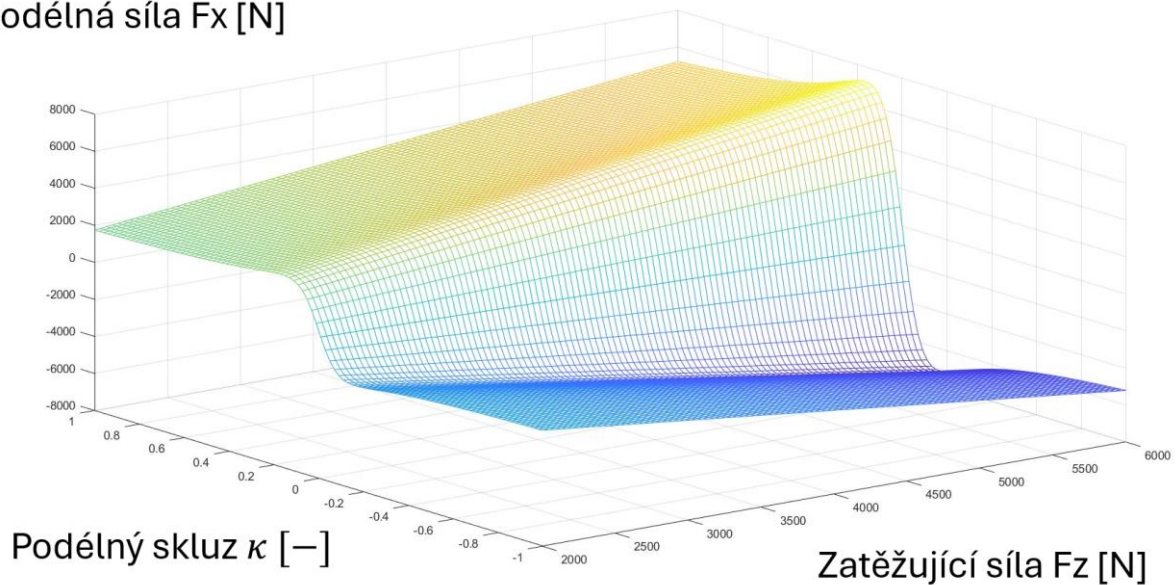
Pro ověření správnosti stanovených hodnot konstant lze vykreslit závislosti pro jednotlivé hodnoty zátěžné síly (F_Z) (to je uskutečněno na Obr. 47) a ověřit, zda tyto křivky věrně kopírují průběh naměřených dat.

Podélná síla F_x [N]

Obr. 47 Vykreslení křivek pro jednotlivé hodnoty zátěžné síly.

Kvůli nutnosti znát hodnoty podélné síly (F_x) pro jakoukoliv hodnotu zátěžné síly (F_z) lze na základě získaných hodnot konstant interpolovat měřená data do formy mapy (Obr. 48), na které je pak zřetelnější průběh podélné síly (F_x) na parametrech skluzu (κ) a zatížení. Jedná se však o lineární interpolaci a reálná mapa se může od této teoretické lišit.

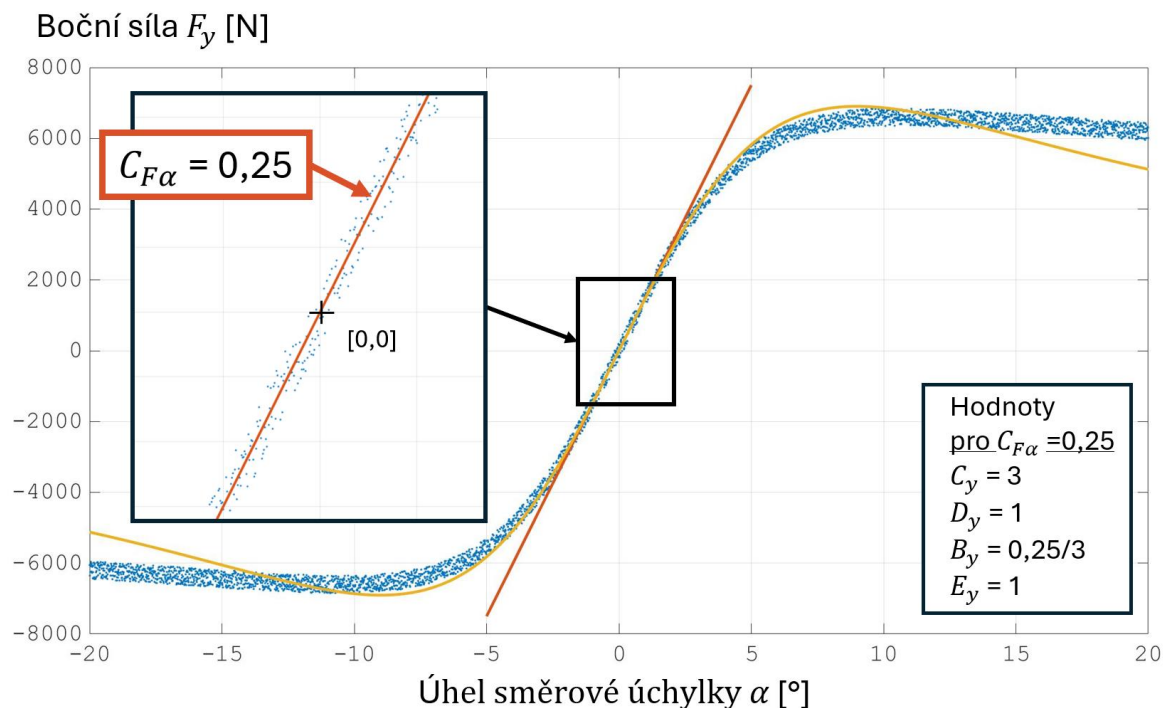
Podélná síla F_x [N]



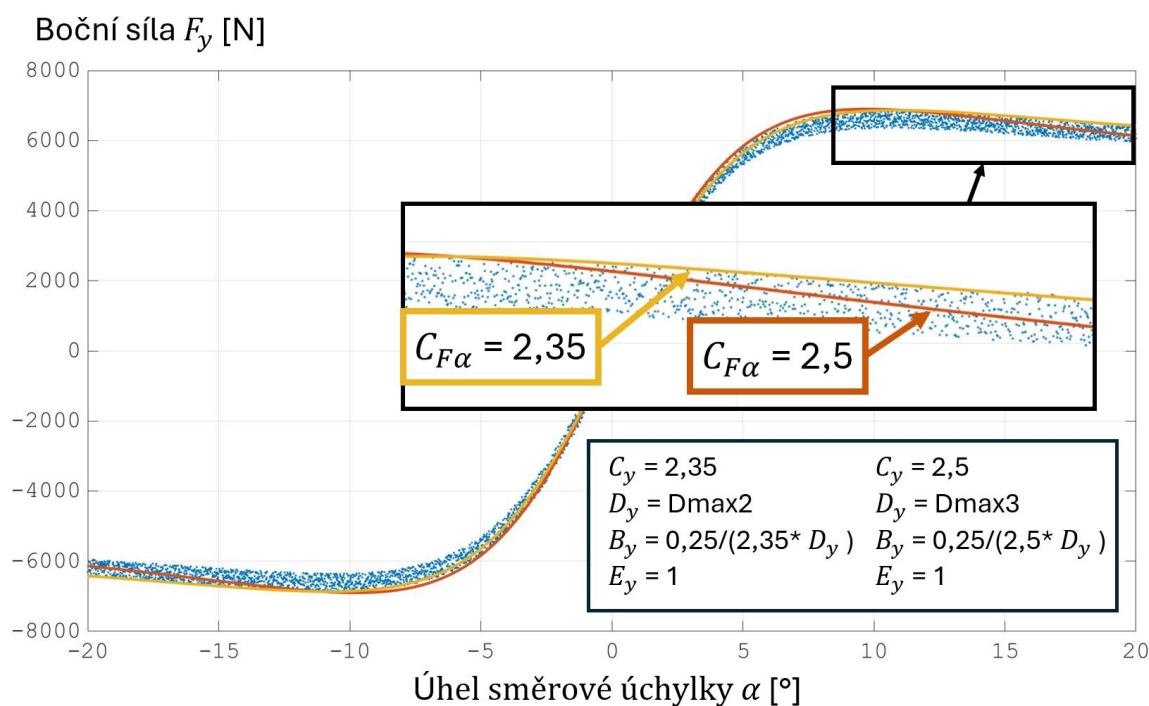
Obr. 48 Mapa podélné charakteristiky.

BOČNÍ SÍLA

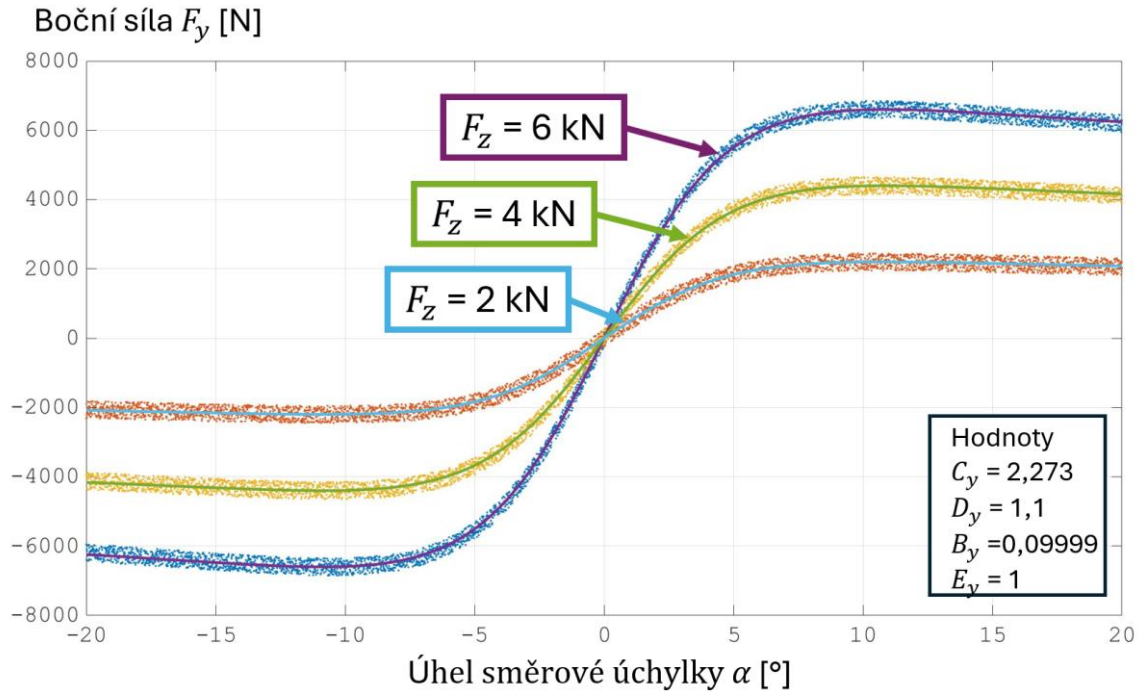
Vhledem k tomu, že hledání jednotlivých konstant a následně nalezení závislosti, která by vhodně popisovala průběh dat je takřka identické (respektive postup jejich hledání je identický), tak byla po vzoru předchozího postupu nejprve nalezena hodnota boční smykové tuhosti ($C_{F\alpha}$) tak, aby opět co nejméně kopírovala průběh dat v lineární oblasti (okolo nulové hodnoty úhlu směrové úchylky). Chování oproti předchozí podélné tuhosti ($C_{F\kappa}$) bylo u tuhosti boční ($C_{F\alpha}$) značně citlivější na změny její hodnoty, a proto bylo postupováno po pěti setinách hodnoty tuhosti ($C_{F\alpha}$), až byla nalezena hodnota, která se jevila, jako optimální. Na Obr. 49 lze vidět, že tuhost dosahuje hodnoty $C_{F\alpha} = 0,25$.

Obr. 49 Boční smyková tuhost $C_{F\alpha} = 0,25$.

Dalším krokem bylo nalezení maximální hodnoty amplitudy D_y , se kterou se následně hledal sklon závislosti, a tedy odpovídající hodnotu konstanty tvaru C_y . Hodnota konstanty se následně změní (zmenší), jelikož dojde v posledním kroku na úpravu amplitudy D_y tak, aby závislost procházela ideálně středem naměřených dat. Hledání konstanty tvaru C_y pro boční sílu (F_y) znázorňuje Obr. 50.

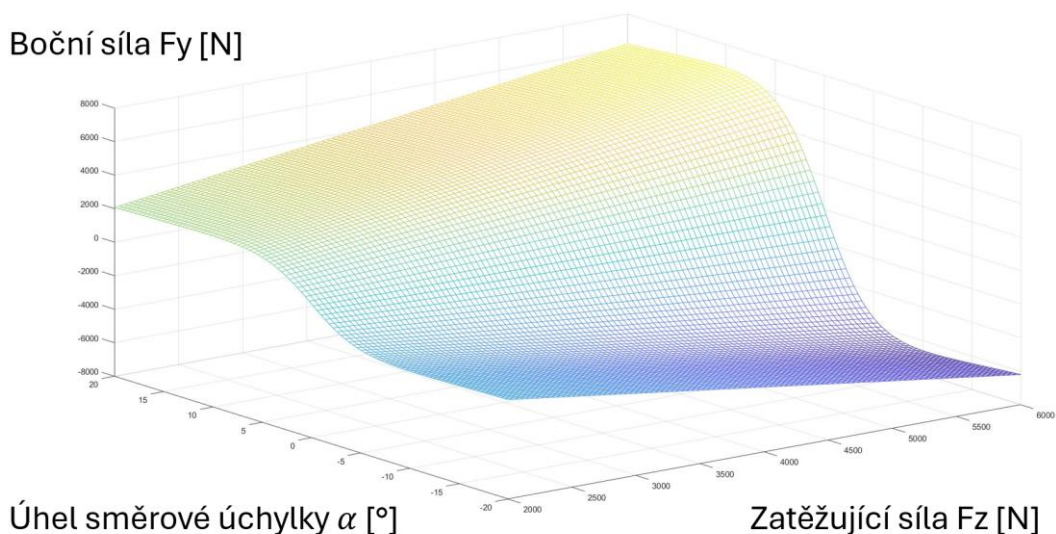
Obr. 50 Hledání konstanty tvaru C_y

Výsledné závislosti s již korigovanými hodnotami konstant pro různé velikosti zatížení jsou vykresleny na Obr. 51. Zde na základě i drobných změn hodnoty amplitudy D_y docházelo k velkým změnám hodnoty konstanty tvaru C_y . To bylo způsobeno přepočtem konstanty tuhosti B_y , kdy se v rámci hledání sklonu křivky tato konstanta měnila, ale jakmile byl nalezen optimální průběh závislosti nastala nutnost tuto hodnotu konstanty zachovat, a tudíž se následné změny posledních zpřesňujících kroku promítly do hodnoty konstanty tvaru C_y .



Obr. 51 Vykreslení křivek pro jednotlivé hodnoty zátěžné síly.

Na závěr byla pro velikost boční síly (F_y) rovněž vytvořena aproximační mapa v závislosti na úhlu směrové úchylky (α) a zatěžující síle (F_z) (Obr. 52). Znovu je zde vhodné zmínit, že se jedná o teoretické hodnoty a skutečná podoba závislosti se může od této teoretické značně lišit.

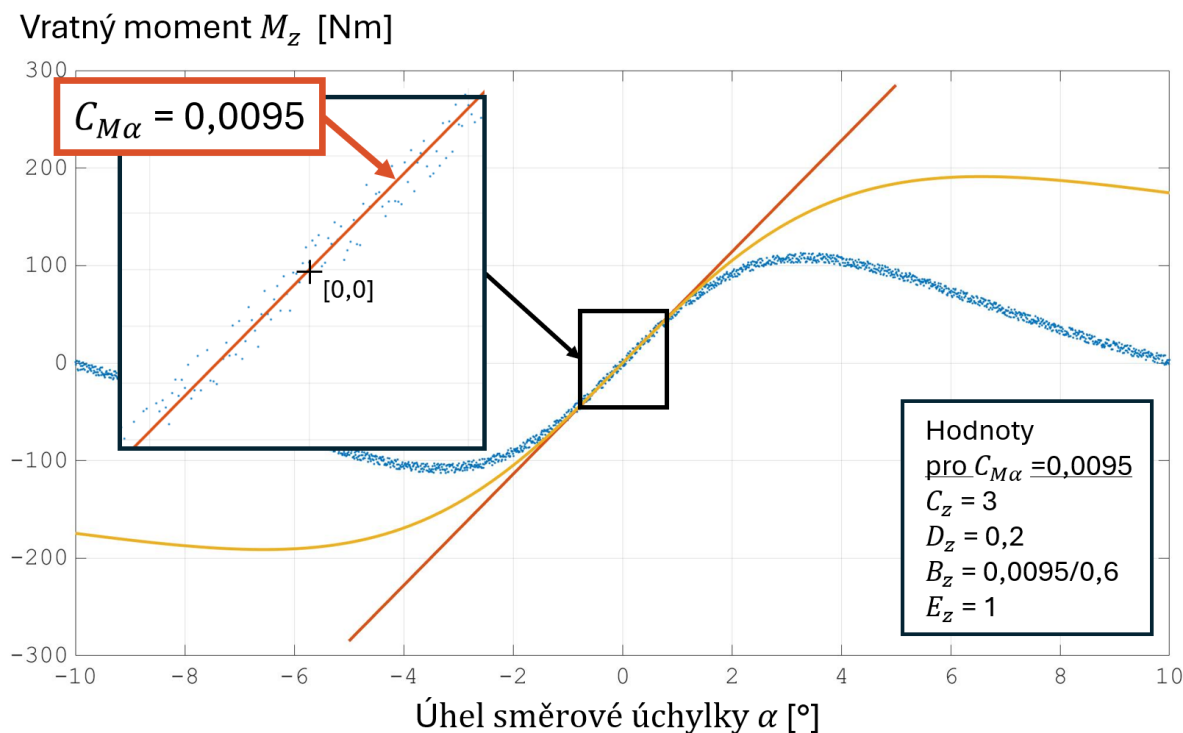


Obr. 52 Mapa boční charakteristiky.

VRATNÝ MOMENT

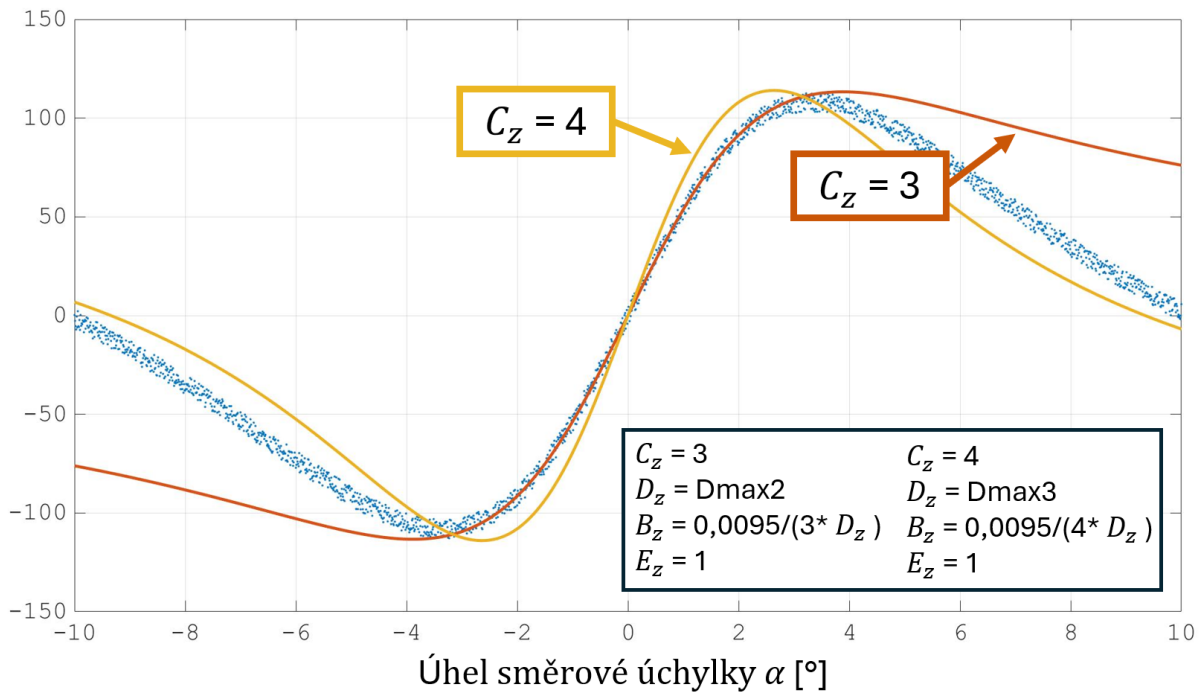
Pro poslední z zkoumaných závislosti je viditelné, že se oproti předchozím závislostem, které se týkaly sil, má tato závislost jiný průběh. Na vertikální ose jsou hodnoty v Newton metrech a současně i rozsah úhlu směrové úchylky (α) je značně užší (v tomto případě poloviční). Je tedy žádoucí pro zjednodušení práce se závislostmi a následným hledáním přímky tuhosti ($C_{M\alpha}$) upravit některé počáteční hodnoty konstant. Hodnoty na ose y oproti předchozím závislostem nedosahují příliš vysokých hodnot a je tedy vhodné počáteční hodnotu amplitudy D_z snížit. Podobně na tom bude i hodnota tuhosti ($C_{M\alpha}$) (a s tím související hodnota konstanty tuhosti B_z).

Pro dodaná data byla nalezena hodnota vratné tuhosti $C_{M\alpha} = 0,0095$. Tento parametr měl na rozdíl od předchozích tuhostí velmi malou hodnotu a jeho nalezení bylo časově nejnáročnější, jelikož se sklon přímky při kroku 0,0005 příliš neměnil. Výslednou podobu závislosti pro počáteční hodnoty lze vidět na *Obr. 53*.

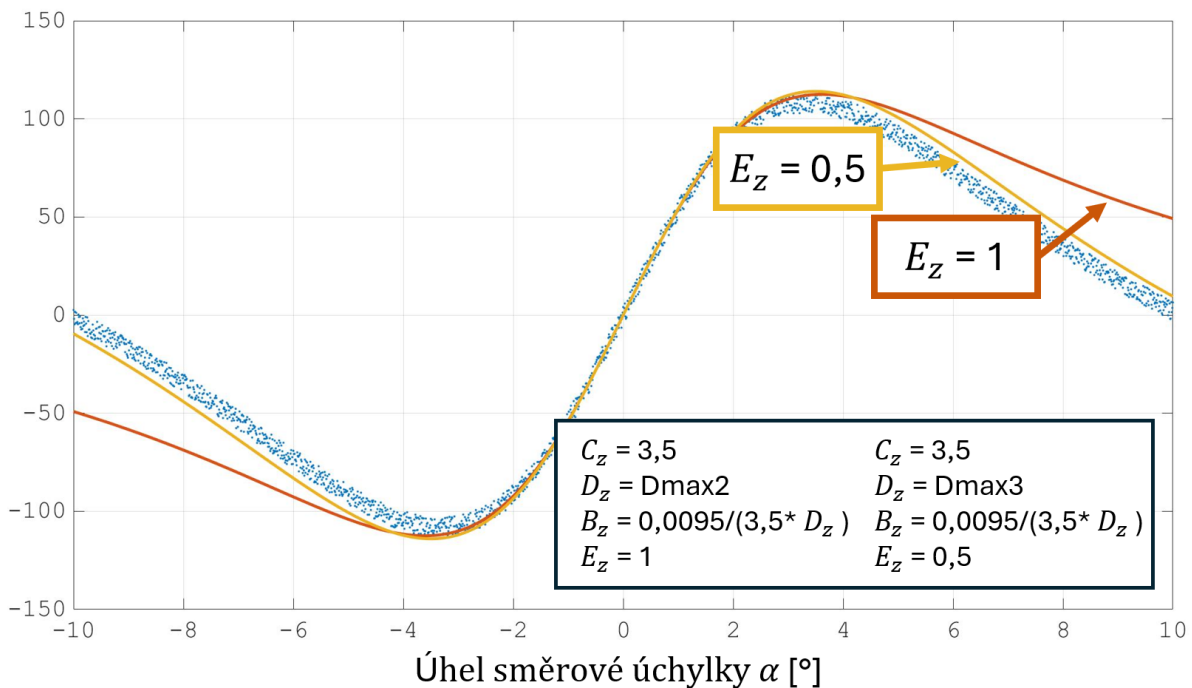


Obr. 53 Nalezení tuhosti $C_{M\alpha} = 0,0095$

Dalším krokem po vypočtení maximální hodnoty amplitudy D_z bylo nutné nalézt přibližnou odpovídající hodnotu konstanty tvaru C_z . Vzhledem k tomu, že změna hodnoty této konstanty výrazně měnila celkovou podobu křivky (opět za tuto změnu byla odpovědná hlavně změna konstanty tuhosti B_z , která v tomto případě byla velmi citlivá na změnu své hodnoty), bylo nutné postupovat metodou nalezení horního a spodního extrému (*Obr. 54*) a následně hledat hodnotu, díky které by křivka nabyla požadovaného tvaru.

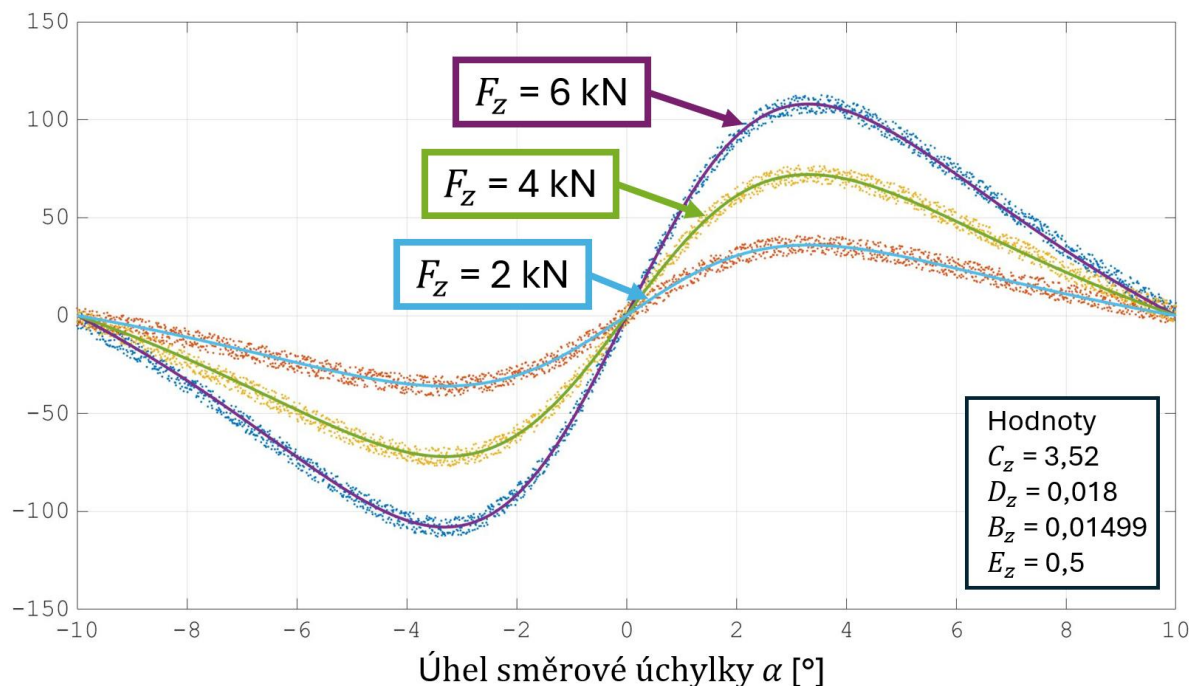
Vratný moment M_z [Nm]

 Obr. 54 Nalezení extrémů konstanty tvaru C_z .

O výslednou podobu křivky v hodnotách úhlu směrové úchyly (α) za hodnotou pro maximum a minimum křivky ve vertikálním směru je zodpovědná konstanta zakřivení E_z . Zde se jako ideální hodnota této konstanty jevila hodnota 0,5 (Obr. 55).

 Vratný moment M_z [Nm]

 Obr. 55 Nalezení hodnoty zakřivení E_z .

Podobně jako u předchozích závislostí i zde bylo nutné pro kontrolu správnosti jednotlivých hodnot dosadit tyto hodnoty do závislostí pro jednotlivé hodnoty zátěžné síly (F_z) (Obr. 56) a porovnat, zda hodnoty odpovídají, a tedy vykreslené závislosti prostupují naměřenými daty.

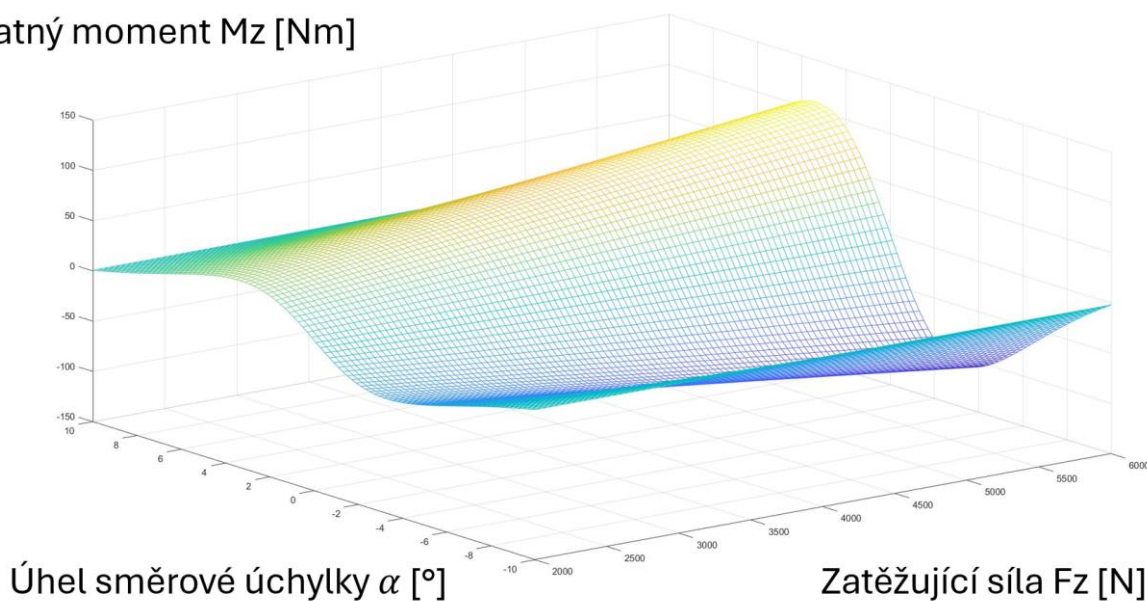
Vratný moment M_z [Nm]



Obr. 56 Vykreslení křivek pro jednotlivé hodnoty zátěžné síly.

Na závěr byla vykreslena závislost pro úhel směrové úchytky (α), zátěžné síly (F_z) a vratného momentu (M_z). Tuto závislost lze vidět na Obr. 57 a lze zde také vidět, že je tato závislost v porovnání s předchozími mírněji stoupající ve směru zvyšování zátěžné síly (F_z).

Vratný moment M_z [Nm]



Obr. 57 Mapa boční charakteristiky.

ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo definování vstupních a výstupních parametrů matematických modelů pneumatik, provést rešerše současně používaných Pacejkovských modelů a tvorba jednoduchého modelu z poskytnutých dat.

V první části bakalářské práce byly definovány základní rozměry popisující tvar a konstrukci pneumatiky. Dále se určily důležité veličiny ovlivňující chování pneumatiky na vozovce a následně byly popsány vstupní a výstupní parametry důležité pro následnou tvorbu matematických modelů.

Na základě nabytých poznatku z první části bylo provedeno krátké srovnání existujících typů matematických modelů. Z nichž nejpoužívanější byl blíže popsán v rešeršní části. Ta se zaměřovala převážně na verze modelu používané pro dvoustopá vozidla, hlavně kvůli jejich širšímu využití. V rámci popisu jednotlivých modelů byly vypsány i vztahy pro nejčastěji řešené zátěžné stavy, tedy stavy ustálené. Pro jednotlivé modely byly popsány veškeré koeficienty ovlivňující konečnou podobu daných modelů.

Pro řešení praktické části a tvorbu jednoduchého modelu byly poskytnuty sady dat, které představovali závislosti sil a momentu na parametrech skluzu. Na základě těchto závislostí byly stanoveny konstanty pro tvorbu matematického modelu typu Magic Formula. S jeho pomocí byly následně vytvořeny prostorové závislosti pro podélnou, boční i vratnou charakteristiku pneumatiky. Při získávání konstant byl využit nejjednodušší existující matematický model fungující na principech Magic Formula. I přes omezené možnosti tohoto modelu bylo dosaženo uspokojivých výsledků. Vzniklé křivky závislostí věrně popisují průběhy charakteristik v daných složkách určených poskytnutými daty.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] CONTINENTAL A.S., Personální divize. CONTINENTAL. *Gumárenská technologie*. 1. Otrokovice, Česká republika: Continental Barum s.r.o., 2017, 102 s.
- [2] DIXON, John C. *Suspension Geometry and Computation*. 2. The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex, PO19 8SQ, United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd, 1996. ISBN 978-0-470-51021-6.
- [3] CONTINENTAL. Tyre components. In: CONTINENTAL. *Continental-tyres.co.uk* [online]. 2022 [cit. 2024-03-23]. Dostupné z: <https://www.continental-tyres.co.uk/b2c/tyre-knowledge/tyre-components/>
- [4] Konstrukce pneumatiky. In: *Autolexicon.net* [online]. 2014 [cit. 2024-03-23]. Dostupné z: <https://www.autolexicon.net/cs/articles/konstrukce-pneumatiky/>
- [5] CEW. THE SCIENCE BEHIND TREAD COMPOUNDS ON PASSENGER TIRES. In: *CEW wheel sinc* [online]. 2024 [cit. 2024-04-23]. Dostupné z: <https://www.cewheelsinc.com/the-science-behind-tread-compounds-on-passenger-tires/>
- [6] Pneumatiky - konstrukce. In: *AutoZnalosti* [online]. 2014 [cit. 2024-03-23]. Dostupné z: <http://www.autoznalosti.cz/index.php/podvozek-a-kola/12%20pneumatiky->
- [7] MANAS, D. Wear of Tires. In: WANG, Jane Q. a Yip-Wah CHUNG, ed., Jane WANG, Yip-Wah CHUNG. *Encyclopedia of Tribology* [online]. 1. Springer, Boston, 2013, s. 4074-4081 [cit. 2024-04-24]. ISBN 978-0-387-92897-5. Dostupné z: https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-0-387-92897-5_908
- [8] CONTINENTAL. Tyre tread patterns. In: CONTINENTAL. *Continental-tyres.co.uk* [online]. 2023 [cit. 2024-03-23]. Dostupné z: <https://www.continental-tyres.co.uk/b2c/tyre-knowledge/tyre-tread/>
- [9] TYROOLA PTY. Your Guide To Tyre Tread Patterns. In: TYROOLA PTY. *Tyroola.com.au* [online]. 2024 [cit. 2024-04-25]. Dostupné z: <https://www.tyroola.com.au/guides/tyre-tread-pattern-guide/>
- [10] Typy dezénů pneumatik - symetrický, směrový, asymetrický. In: *Pneulux.cz* [online]. 2014 [cit. 2024-03-23]. Dostupné z: <http://www.pneulux.cz/typy-dezenu-pneumatik-symetricky-smerovy-asymetricky-220489>
- [11] GILLESPIE, Thomas. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. 1. SAE International, 1992. ISBN 978-1-4686-0176-3.

- [12] PACEJKA, Hans B. *Tyre and Vehicle Dynamics*. 2. Elsevier Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP 30 Corporate Drive, Suite 400, Burlington, MA 01803: Butterworth-Heinemann, 2006. ISBN 0-7506-6918-7.
- [13] CONTINENTAL. What is a Contact Patch? Your Car's Footprint. In: *Continental-tyres.co.uk* [online]. 2022 [cit. 2024-04-25]. Dostupné z: <https://continentaltire.com/learn/what-contact-patch-your-car-s-footprint>
- [14] *Vehicle/Tire/Road Dynamics* [online]. 1. Elsevier Science, 2022 [cit. 2024-03-31]. ISBN 9780323906913. Dostupné z: <https://www.perlego.com/book/3867251/vehicletireroad-dynamics-handling-ride-and-nvh-pdf>
- [15] The Contact patch. In: *The Contact patch - Transport technology from the ground up* [online]. 2019 [cit. 2024-04-25]. Dostupné z: <https://the-contact-patch.com/book/road/c2019-the-contact-patch>
- [16] SOLMAZ, Selim. *A Novel Method for Indirect Estimation of Tire Pressure* [online]. Turecko, 2014 [cit. 2024-04-25]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/Effect-of-inflation-pressure-on-the-tire-contact-patch-geometry_fig1_259864080. Konferenční listina. Gediz University, Department of Mechanical Engineering. Vedoucí práce Seyrek Izmir.
- [17] CHOUBANE, Bouzid, Charles HOLZSCHUHER a Salil GOKHALE. Precision of Locked-Wheel Testers for Measurement of Roadway Surface Friction Characteristics. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* [online]. 2004, **1**(1869), 145-151 [cit. 2024-04-22]. Dostupné z: doi:10.3141/1869-17
- [18] PACEJKA, Hans B. *Tire and Vehicle Dynamics* [online]. 3. Butterworth-Heinemann, 2012 [cit. 2024-03-31]. ISBN 9780080970165. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080970165020015>
- [19] FIALA, Ernst. *Lateral forces on rolling pneumatic tires* [Online]. 1. Německo, 1954, 31 s. Dostupné také z: <https://edccorp.com/library/TechRefPdfs/EDC-1011.pdf>
- [20] BLUNDELL, Mike a Damian HARTY. *The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics*. 2. Butterworth-Heinemann, 2015. ISBN 978-0-08-099425-3.
- [21] MILLIKEN, William a Douglas MILLIKEN. *Race Car Vehicle Dynamics*. 1. SAE International, 1994. ISBN 1560915269.
- [22] HEISLER, Heinz. *Advanced Vehicle Technology*. 2. Butterworth-Heinemann, 2002. ISBN 978-0-7506-5131-8.
- [23] CABRERA, J., A. ORTIZ, E. CARABIAS a A. SIMON. An Alternative Method to determine the Magic Tyre Model Parameters Using Generic Algorithms. *Vehicle System Dynamics*. 2004, **2**(42), 109-127.

- [24] ZEGELAAR, P. W. A. *The dynamic response of tyres to brake torque variations and road unevenness*. Nizozemsko, 1998. Disertační práce. Delft University of Technology.
- [25] KUIPER, E. a J. OOSTEN. The PAC2002 advanced handling tire model. *International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*. 2007, **1**(42), 153-167.
- [26] SHAJU, Aashish a Ashok PANDEY. Modelling transient response using PAC 2002 based tyre model: Vehicle System Dynamics. *International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility* [online]. 2020, **60**(1), 28 [cit. 2024-03-23]. Dostupné z: doi:10.1080/00423114.2020.1802048
- [27] FREY, W. F. *Development of rigid ring tire model and comparison among various tire models for ride comfort simulations*. USA, Jižní Karolína, Clemson, 2009. Vysokoškolská diplomová práce. Clemson University.
- [28] BAKKER, E., L. NYBORG a H. PACEJKA. Tyre Modelling for Use in Vehicle Dynamics Studies. *SAE Transactions*. 1987, **2**(96), 190-204.
- [29] *MF-Tyre User Manual Version 5.2* [Online]. 2. TNO, 2001.
- [30] Pacejka's Magic Formula. In: *Racer* [online]. 2015 [cit. 2024-04-26]. Dostupné z: <http://www.racer.nl/reference/pacejka.htm>
- [31] MSC SOFTWARE. MSC SOFTWARE CORPORATION. *Adams Tire User's Guide*. U.S.A.: FLEXlm and FlexNet, 2018, 715 s. Dostupné také z: www.mscsoftware.com
- [32] UNRAU, H.-J. a J. ZAMOW. *TYDEX-Format: Description and Reference Manual*. 3. Nizozemsko, 1997.
- [33] TNO. *MF-Tyre/MF-Swift 6.2: Help Manual*. 2. Helmond, Nizozemsko, 2013. Dostupné také z: <http://www.delft-tyre.nl>
- [34] *Using the PAC2002Tire Model: Adams/Tire*. 2018.
- [35] LOT, Roberto. A Motorcycle Tire Model for Dynamic Simulations: Theoretical and Experimental Aspects. *Meccanica*. 2004, **39**(3), 207-220. DOI:10.1023/B:MECC.0000022842.12077.5c.
- [36] YOSHITAKA, Tezuka, Hidefumi ISHII a Kiyota SATORU. Application of the magic formula tire model to motorcycle maneuverability analysis. *JSAE Review* 22. 2000, **3**(15), 305-310.
- [37] BESSELINK, I., A. SCHMEITZ a H. PACEJKA. *An improved Magic Formula/Swift tyre model that can handle inflation pressure changes: Proceedings of the 21st symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics*. Stockholm, Švédsko, 2010, 15 s. DOI: 10.1080/00423111003748088. Výzkumná práce. Technische Universiteit Enidhoven, University of Technology.

- [38] JONSON, Alex a Eric OLSSON. *A Methodology for Identification of Magic Formula Tire Model Parameters from In-Vehicle Measurements*. Gothenburg, Švédsko, 2016. Vysokoškolská diplomová práce. Chalmers University of Technology, Vehicle Engineering and Autonomous Systems.

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

MF		Magic Formula
MKP		Metoda konečných prvků
PAC		Pacejkovův model
R	[m]	Celkový nezatížený poloměr kola
R_e	[m]	Efektivní poloměr
z	[m]	Deformace pneumatiky
r	[m]	Rameno valivého odporu
t	[m]	Závlek
θ	[°]	Poloviční úhel sevřený kontaktní plochou a osou souměrnosti kola
α	[°]	Úhel směrové úchyly
γ	[°]	Úhel odklonu kola
ω_0	[rad.s ⁻¹]	Úhlová rychlost volně rotujícího kola
ω	[rad.s ⁻¹]	Úhlová rychlost skutečná
V_x	[m.s ⁻¹]	Dopředná (podélná) rychlost
V_y	[m.s ⁻¹]	Boční rychlost
V_{xs}	[m.s ⁻¹]	Podélná rychlost skluzu
V_{ys}	[m.s ⁻¹]	Boční rychlost skluzu
F_r	[N]	Síla valivého odporu
F_x	[N]	Podélná síla
F_z	[N]	Normálová (vertikální) síla
F_y	[N]	Boční síla
F_{z0}	[N]	Jmenovitá síla
F'_{z0}	[N]	Přizpůsobené jmenovité zatížení
C_{Fk}	[N]	Podélná smyková tuhost
D	[N]	Amplituda

S_V	[N]	Posuv ve vertikálním směru
x_m	[N]	Hodnota amplitudy na horizontální ose
$C_{F\alpha}$	[N/°]	Boční tuhost
$C_{F\gamma}$	[N/°]	Klopná tuhost
M_Z	[Nm]	Vratný moment
M_a	[Nm]	Točivý moment
M_y	[Nm]	Valivý odpor
$C_{M\alpha}$	[Nm/°]	Vratná tuhost
$C_{M\gamma}$	[Nm/°]	Momentová tuhost odklonu
κ	[%]	Podélný skluz
S_H	[%]	Posuv v horizontálním směru
μ	[-]	Součinitel tření
df_z	[-]	Přírůstek svislého zatížení
ζ	[-]	Redukční konstanta
E	[-]	Konstanta zakřivení
B	[-]	Konstanta tuhosti
C	[-]	Konstanta tvaru
γ_a	[-]	Asymptotická hodnota
a_0	[-]	Faktor pro výpočet konstanty tvaru
a_1	[-]	Faktor pro výpočet amplitudy
a_2	[-]	Faktor pro výpočet amplitudy
a_3	[-]	Konstanta pro výpočet boční tuhosti
a_4	[-]	Konstanta pro výpočet boční tuhosti
a_5	[-]	Konstanta pro výpočet boční tuhosti
a_6	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
a_7	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení

a_8	[-]	Faktor pro výpočet horizontálního posuvu
a_9	[-]	Faktor pro výpočet horizontálního posuvu
a_{10}	[-]	Faktor pro výpočet horizontálního posuvu
a_{11}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
a_{12}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
a_{13}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
a_{14}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
a_{15}	[-]	Faktor pro výpočet amplitudy
a_{14}	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
a_{15}	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
b_0	[-]	Faktor pro výpočet konstanty tvaru
b_1	[-]	Faktor pro výpočet amplitudy
b_2	[-]	Faktor pro výpočet amplitudy
b_3	[-]	Konstanta pro výpočet podélné tuhosti
b_4	[-]	Konstanta pro výpočet podélné tuhosti
b_5	[-]	Konstanta pro výpočet podélné tuhosti
b_6	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
b_7	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
b_8	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
b_9	[-]	Faktor pro výpočet horizontálního posuvu
b_{10}	[-]	Faktor pro výpočet horizontálního posuvu
b_{11}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
b_{12}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
c_0	[-]	Faktor pro výpočet konstanty tvaru
c_1	[-]	Faktor pro výpočet amplitudy
c_2	[-]	Faktor pro výpočet amplitudy

c_3	[-]	Konstanta pro výpočet vratné tuhosti
c_4	[-]	Konstanta pro výpočet vratné tuhosti
c_5	[-]	Konstanta pro výpočet vratné tuhosti
c_6	[-]	Konstanta pro výpočet vratné tuhosti
c_7	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
c_8	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
c_9	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
c_{10}	[-]	Faktor pro výpočet konstanty zakřivení
c_{11}	[-]	Faktor pro výpočet horizontálního posuvu
c_{12}	[-]	Faktor pro výpočet horizontálního posuvu
c_{13}	[-]	Faktor pro výpočet horizontálního posuvu
c_{14}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
c_{15}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
c_{16}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
c_{17}	[-]	Faktor pro výpočet vertikálního posuvu
c_{18}	[-]	Faktor pro výpočet amplitudy
c_{19}	[-]	Součinitel tření
D_{lon}	[-]	Škálovací faktor pro amplitudu podélné síly
BCD_{lon}	[-]	Škálovací faktor pro výpočet podélné tuhosti
D_{lat}	[-]	Škálovací faktor pro amplitudu boční síly
BCD_{lat}	[-]	Škálovací faktor pro výpočet boční tuhosti
λ_{Fz0}	[-]	Škálovací faktor jmenovitého zatížení
λ_{Cx}	[-]	Škálovací faktor tvaru parametru podélné síly
$\lambda_{\mu x}$	[-]	Škálovací faktor koeficientu maximálního tření pro podélnou sílu
λ_{Ex}	[-]	Škálovací faktor zakřivení parametru podélné síly
λ_{Kx}	[-]	Škálovací faktor skluzové tuhosti podélné síly

λ_{Hx}	[-]	Škálovací faktor horizontálního posuvu pro podélnou sílu
λ_{Vx}	[-]	Škálovací faktor vertikálního posuvu pro podélnou sílu
$\lambda_{\gamma x}$	[-]	Škálovací faktor odklonu pro podélnou sílu
λ_{Cy}	[-]	Škálovací faktor tvaru parametru boční síly
$\lambda_{\mu y}$	[-]	Škálovací faktor koeficientu maximálního tření pro boční sílu
λ_{Ey}	[-]	Škálovací faktor zakřivení parametru boční síly
λ_{Ky}	[-]	Škálovací faktor skluzové tuhosti boční síly
λ_{Hy}	[-]	Škálovací faktor horizontálního posuvu pro boční sílu
λ_{Vy}	[-]	Škálovací faktor vertikálního posuvu pro boční sílu
$\lambda_{\gamma y}$	[-]	Škálovací faktor odklonu pro boční sílu
λ_t	[-]	Škálovací faktor vrcholu (maxima) závleku
λ_{Mr}	[-]	Škálovací faktor pro kompenzaci zbytkového točivého momentu
$\lambda_{\gamma z}$	[-]	Škálovací faktor odklonu pro vratný moment
λ_{Mx}	[-]	Škálovací faktor vratné dvojice
λ_{vMx}	[-]	Škálovací faktor vertikálního posunu klopného momentu
λ_{My}	[-]	Škálovací faktor momentu valivého odporu
p_{Cx1}	[-]	Tvarový koeficient pro podélnou sílu
p_{Dx1}	[-]	Koeficient podélného tření při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Dx2}	[-]	Koeficient změny podélného tření při změně vertikálního zatížení
p_{Dx3}	[-]	Koeficient změny podélného tření při změně odklonu
p_{Ex1}	[-]	Koeficient podélného zakřivení při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Ex2}	[-]	Koeficient změny podélného zakřivení při změně vertikálního zatížení
p_{Ex3}	[-]	Koeficient změny podélného zakřivení při kvadrátu změny vertikálního zatížení
p_{Ex4}	[-]	Koeficient faktoru zakřivení způsobený vlivem jízdy

p_{Kx1}	[-]	Koeficient podélné smykové tuhosti při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Kx2}	[-]	Koeficient změny podélné smykové tuhosti při změně vertikálního zatížení
p_{Kx3}	[-]	Koeficient exponentu podélné smykové tuhosti při změně vertikálního zatížení
p_{Hx1}	[-]	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Hx2}	[-]	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Vx1}	[-]	Koeficient posuvu ve vertikálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Vx2}	[-]	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Cy1}	[-]	Tvarový koeficient pro boční sílu
p_{Dy1}	[-]	Koeficient Bočního tření při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Dy2}	[-]	Koeficient změny bočního tření při změně vertikálního zatížení
p_{Dy3}	[-]	Koeficient změny podélného tření při kvadrátu změny odklonu
p_{Ey1}	[-]	Koeficient bočního zakřivení při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Ey2}	[-]	Koeficient změny bočního zakřivení při změně vertikálního zatížení
p_{Ey3}	[-]	Koeficient závislosti bočního zakřivení při nulovém odklonu
p_{Ey4}	[-]	Koeficient závislosti bočního zakřivení při změně odklonu (nenulovém odklonu)
p_{Ky1}	[-]	Koeficient maximální hodnoty boční smykové tuhosti
p_{Ky2}	[-]	Koeficient vertikálního zatížení, při kterém boční tuhost dosáhne své maximální hodnoty
p_{Ky3}	[-]	Koeficient změny boční smykové tuhosti při změně odklonu
p_{Hy1}	[-]	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení

p_{Hy2}	[-]	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Hy3}	[-]	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně odklonu
p_{Vy1}	[-]	Koeficient posuvu ve vertikálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
p_{Vy2}	[-]	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení
p_{Vy3}	[-]	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně odklonu
p_{Vy4}	[-]	Koeficient změny vertikálního posuvu při změně vertikálního zatížení a odklonu
q_{Bz1}	[-]	Koeficient sklonu závleku při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Bz2}	[-]	Koeficient změny sklonu závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Bz3}	[-]	Koeficient změny sklonu závleku při kvadrátu změny vertikálního zatížení
q_{Bz4}	[-]	Koeficient změny sklonu závleku při změně odklonu
q_{Bz5}	[-]	Koeficient změny sklonu závleku při maximálním (absolutním) odklonu
q_{Bz9}	[-]	Koeficient sklonu závleku pro zbytkový moment 1
q_{Bz10}	[-]	Koeficient sklonu závleku pro zbytkový moment 2
q_{Cz1}	[-]	Tvarový koeficient pro závlek
q_{Dz1}	[-]	Koeficient amplitudy závleku
q_{Dz2}	[-]	Koeficient změny amplitudy závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Dz3}	[-]	Koeficient změny amplitudy závleku při změně odklonu
q_{Dz4}	[-]	Koeficient změny amplitudy závleku při kvadrátu změny odklonu
q_{Dz6}	[-]	Koeficient vrcholu zbytkového momentu (špičkový zbytkový moment)
q_{Dz7}	[-]	Koeficient změny konstanty amplitudy při změně vertikálního zatížení
q_{Dz8}	[-]	Koeficient změny konstanty amplitudy při změně odklonu

q_{Dz9}	[-]	Koeficient změny konstanty amplitudy při změně vertikálního zatížení a odklonu
q_{Ez1}	[-]	Koeficient zakřivení závleku při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Ez2}	[-]	Koeficient změny zakřivení závleku při změně vertikálního zatížení
q_{Ez3}	[-]	Koeficient změny zakřivení závleku při kvadrátu změny vertikálního zatížení
q_{Ez4}	[-]	Koeficient změny zakřivení závleku vlivem úhlu směrové úchytky
q_{Ez5}	[-]	Koeficient změny zakřivení závleku vlivem úhlu směrové úchytky a změnou odklonu
q_{Hz1}	[-]	Koeficient posuvu v horizontálním směru při jmenovitém vertikálním zatížení
q_{Hz2}	[-]	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení
q_{Hz3}	[-]	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně odklonu
q_{Hz4}	[-]	Koeficient změny horizontálního posuvu při změně vertikálního zatížení a odklonu