



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MATEMATIKY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

# VLIV NESTABILIT NA KRITICKÝ TEPELNÝ TOK

INFLUENC OF INSTABILITY TO CRITICAL HEAT FLUX

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Jitka Khůlová

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Ladislav Suk

BRNO 2016



# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav matematiky
Studentka:	<b>Jitka Khůlová</b>
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Matematické inženýrství
Vedoucí práce:	<b>Ing. Ladislav Suk</b>
Akademický rok:	2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## Vliv nestabilit na kritický tepelný tok

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Kritický tepelný tok (KTT) je jedním z omezujících faktorů měrného výkonu jaderných reaktorů, ale i mnoha elektrotechnických aplikací s velkou generací tepla. K bezproblémovému odvodu tepla z těchto aplikací je třeba znát závislost tlakové ztráty na odváděném tepelném výkonu. V případě, že v tomto systému dojde k rozvoji nestabilit můžeme očekávat jejich zásadní vliv na výsledný KTT.

### Cíle bakalářské práce:

1. Zpracovat výčet jednotlivých metod řešení predikce nestabilit při (KTT)
2. Aplikace na stavěnou smyčku KTT a návrh možných opatření pro předejití nestabilitám.

### Seznam literatury:

Heřmanský B.: Termomechanika jaderných reaktorů, SNTL Praha:1986

TODREAS, Neil E a Mujid S .KAZIMI, Nuclear Systems I - Thermal Hydraulic Fundamentals.  
Taylor&Francis 1990

Kolev Nikolay: Multiphase Flow Dynamics 2: Thermal and Mechanical Interactions, 2007

Kazem Fahadi: A model for predicting statistic instability in two-phase flow systems,Progres in Nuclear Energy 51-2009

Ruspini L. C.: Experimental and numerical investigation on two-phase flow instabilities,NTNU Trondheim 2013

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

---

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Práce pojednává o dvoufázovém proudění ve vytápěném kanále. Uvádí problematiku spojenou s krizí přestupu tepla a vznikem proudových nestabilit, které mají negativní vliv na systém. Práce dále popisuje jednotlivé modely pro výpočet a predikci vzniku nestabilit. V praktické části pak aplikuje homogenní rovnovážný model pro výpočet tlakové ztráty testovací sekce. Součástí práce je zhodnocení použitého modelu a návrh opatření pro předejití nestabilitám.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

dvoufázové proudění, kritický tepelný tok, nestability proudění, homogenní rovnovážný model, tlaková ztráta

## **ABSTRACT**

This bachelor's thesis is elaborating about two-phase flow in the heated channel. It describes flow instabilities and their influence to critical heat flux. The calculation methods of two-phase flow are introduced. The homogeneous equilibrium method is selected for the practical part. The results are evaluated and possible solution to prevent flow instabilities is suggested.

## **KEYWORDS**

two-phase flow, critical heat flux, flow instabilities, homogeneous equilibrium model, pressure drop

KHŮLOVÁ, Jitka *Vliv nestabilit na kritický tepelný tok*: bakalářská práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav matematického inženýrství, 2016. 47 s. Vedoucí práce Ing. Ladislav Suk



## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Vliv nestabilit na kritický tepelný tok“ jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Brno .....

.....

(podpis autora)





## Poděkování

Ráda bych poděkovala svému vedoucímu Ing. Ladislavu Sukovi za cenné rady, trpělivost a čas, který mi věnoval. Dále bych chtěla poděkovat svému příteli Michalovi za pomoc, velkou trpělivost a podporu. V poslední řadě bych ráda poděkovala své rodině za podporu během celého studia.

Jitka Khůlová



# OBSAH

Úvod	13
<b>1 Základy dvoufázového proudění</b>	<b>15</b>
1.1 Var ve velkém objemu	15
1.2 Konvektivní var	16
1.3 Základní veličiny a vztahy	19
1.3.1 Geometrie	19
1.3.2 Tepelný tok	20
1.3.3 Hmotnostní tok	20
1.3.4 Tlak	21
1.3.5 Veličiny charakterizující parovodní směs	23
<b>2 Přehled nestabilit proudění</b>	<b>25</b>
2.1 Statické nestability	26
2.1.1 Základní statické nestability	26
2.1.2 Statické nestability na rozhraní dvou režimů	27
2.1.3 Statické složené nestability	27
2.2 Dynamické nestability	28
2.2.1 Základní dynamické nestability	28
2.2.2 Dynamické složené nestability	30
2.2.3 Dynamické složené nestability jako sekundární jev	30
<b>3 Metody řešení</b>	<b>31</b>
3.1 Model dvou proudů	33
3.2 Drift flux model	33
3.3 Homogenní rovnovážný model (HEM)	33
3.4 Slip-flow model	33
<b>4 Výpočet pomocí HEM</b>	<b>35</b>
4.1 Praktická úloha	36
4.1.1 Vstupní veličiny	36
4.1.2 Sestavení modelu	37
4.2 Výsledky modelu	40
4.2.1 Charakteristika čerpadla	41
4.2.2 Přidání škrtícího prvku	42
<b>5 Závěr</b>	<b>43</b>



# ÚVOD

Zařízení s velkou generací tepla, jako jsou například jaderné reaktory, jsou závislé na chlazení a odebírání vzniklého tepla ze svého povrchu. To zajišťuje chladicí médium proudící systémem. Mezi nejčastěji používané chladicí média patří voda. Médium odebírá teplo ze zařízení, čímž zamezuje jeho přehřátí a poškození. Získanou energii pak přenáší dál systémem, kde ji odevzdá a vrací se zpět na začátek ke zdroji tepla. Celý cyklus se tak opakuje. V případě chlazení palivových tyčí v jaderném reaktoru slouží chladicí kapalina navíc jako moderátor. V některých zařízeních, jako jsou například tlakovodní (PWR) nebo varné (BWR) reaktory, může docházet při ochlazování povrchu k varu chladicí kapaliny. Zatímco u varných reaktorů je var kapaliny využíván, protože se při změně skupenství odebírá velké množství tepla, u tlakovodních reaktorů k varu za provozních podmínek nedochází. Může k němu však docházet v krizových nebo havarijních situacích. Pokud v potrubí dochází k varu, uvažuje se dvoufázové proudění.

Pro dosažení lepších výkonů při zachování rozměrů je snahou odvádět co největší množství tepla, tedy dosáhnout velkého tepelného toku. Tepelný tok se však může zvyšovat pouze do určité hodnoty, kdy dosahuje svého maxima. Maximum nazýváme kritický tepelný tok (KTT). Po dosažení KTT se snižuje koeficient přestupu tepla, povrch není dostatečně chlazen a může dojít k přehřátí. Proto je znalost KTT důležitá při návrhu zařízení. Pro určení KTT se využívají korelační vztahy stanovené na základě experimentálních výsledků.

Dalším nedostatkem dvoufázového systému je jeho citlivost na nestability, které se mohou projevit například oscilacemi proudových veličin. Obecně mohou nestability vést k předčasnému dosažení KTT, způsobit vibrace, které mohou vést k opotřebení nebo dokonce poškození systému. Proto je kladen velký důraz na rozpoznání a predikci těchto nestabilit. Dalším krokem je pak navržení možných opatření, která předcházejí vzniku daných nestabilit. [1], [4]



# 1 ZÁKLADY DVOUFÁZOVÉHO PROUDĚNÍ

Dvoufázovým prouděním je označováno proudění dvou různých fází jedné látky. V této práci bude dvoufázové proudění představovat proudění kapaliny a její páry. Převážně pak bude uvažována situace, kdy dojde uvnitř potrubí k varu a kapalina začne měnit skupenství. Var kapaliny nastává při dodávání tepla do kapaliny o teplotě sytosti. Kapalina se již nemůže ohřívat a využije dodané teplo pro změnu skupenství. Teplota sytosti je závislá na tlaku a vlastnostech konkrétní kapaliny. Při této teplotě existují v rovnováze kapalina a její pára. Rozlišujeme dva základní typy varu, a to var ve velkém objemu charakteristický přirozenou konvekcí a konvektivní var charakteristický nucenou konvekcí. Pojem dvoufázové proudění ale může reprezentovat i jinou kombinaci dvou fází (kapalina – pevná látka, plyn – pevná látka), těm však v této práci nebude věnována pozornost. V této kapitole bylo převážně čerpáno z [1] a [2].

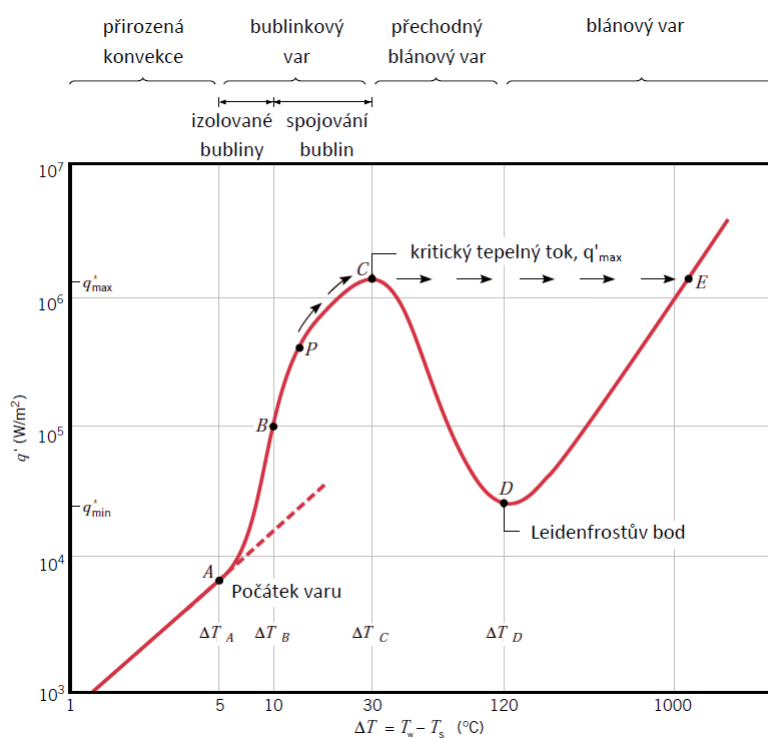
## 1.1 Var ve velkém objemu

Při varu ve velkém objemu je kapalina uvedena z klidového stavu do pohybu přirozenou konvekcí. Ta je důsledkem působení vztlakové síly na parní bubliny, které vznikají na vyhřívaném povrchu. Var ve velkém objemu je popsán pomocí křivky varu. Tato křivka splňuje podmínky Newtonova ochlazovacího zákona (1.1), který říká, že hustota tepelného toku je přímo úměrná rozdílu teplot  $\Delta T$ , tj. teploty stěny  $T_w$  a kapaliny  $T_s$ , v tomto případě o teplotě sytosti. Konstantou úměrnosti je součinitel přestupu tepla  $\alpha$ :

$$q' = \alpha(T_w - T_s) = \alpha\Delta T. \quad (1.1)$$

Jak je vidět na obrázku 1.1, pro vodu jako chladicí médium za atmosférického tlaku je křivka varu rozdělena na několik oblastí, vyznačujících se podobným chováním. Tlak a teplota kapaliny jsou konstantní. V první oblasti definované pro  $\Delta T < \Delta T_A$  se uplatňuje přirozená konvekce. Hustota tepelného toku je malá, nedochází zde k varu, pouze k ohřevu kapaliny. Var nastává, pokud je teplota stěny dostatečně velká k tvorbě bublin v kapalině. Pro vodu za atmosférického tlaku (101,325 kPa) k varu dochází při  $\Delta T = 5^\circ\text{C}$  (bod  $\Delta T_A$ ). Následuje oblast bublinkového varu, který se vyskytuje v rozmezí  $\Delta T_A < \Delta T < \Delta T_C$ . U vytápěného povrchu začínají vznikat izolované bubliny, které se s rostoucím tepelným tokem spojují. V bodě P se již vytvářejí větší parní objemy, součinitel přestupu tepla zde dosahuje maxima a začíná klesat. Při dosažení maximálního tepelného toku v bodě C se na povrchu vytváří souvislá vrstva parního objemu, která brání smáčení povrchu a přestupu tepla do kapaliny. Mluvíme o kritickém tepelném toku a krizi varu 1. druhu. Při KTT může

dojít přehřátím povrchu až k tavení materiálu. Tento nežádoucí jev je označován jako krize varu 1. druhu nebo „burn-out“. Při  $\Delta T_C < \Delta T < \Delta T_D$  se jedná o přechodný blánový var. Tento děj se objevuje v systémech s řízenou teplotou stěny, která je nezávislá na tepelném toku. Velikost tepelného toku klesá, jelikož součinitel přestupu tepla pro páru je menší. K obratu dochází v bodě D, nazývaném Leidenfrostův bod. Na vytápěném povrchu je vytvořena souvislá vrstva páry a přestup tepla probíhá převážně pomocí záření. V této oblasti dochází k tzv. blánovému varu. S dalším nárůstem  $\Delta T$  dochází k vyschnutí povrchu, které je označováno jako krize varu 2. druhu nebo „dry-out“. Následkem je přehřívání povrchu, které může vést k poškození zařízení. V systémech s kontrolovaným tepelným tokem, kde je teplota stěny závislá na tepelném toku, nedochází k přechodnému blánovému varu a křivka přechází rovnou do bodu E. To má za následek prudký nárůst teploty stěny a její možné přehřátí. [2]



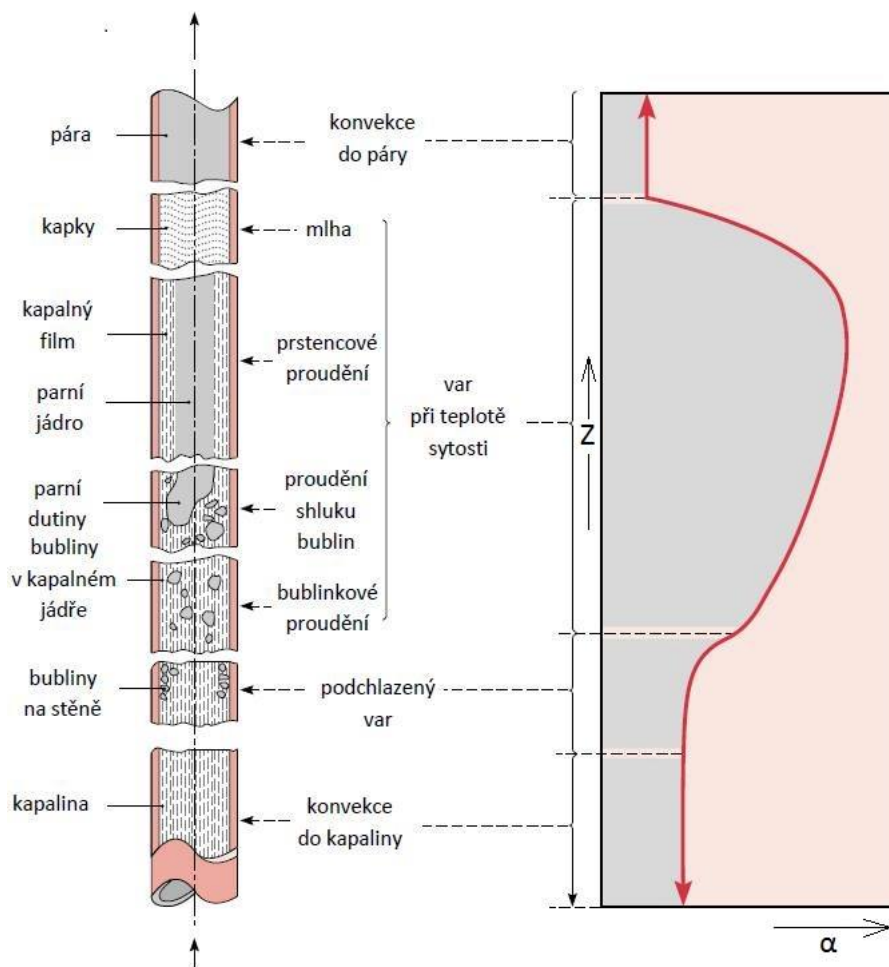
Obr. 1.1: Křivka varu vody za atmosférického tlaku. Upraveno z [2]

## 1.2 Konvektivní var

Při konvektivním varu se přenos tepla uskutečňuje nucenou konvekcí. V systémech s nucenou konvekcí je kapalina uváděna do pohybu vnější silou, většinou čerpadlem. Rozlišujeme nucenou konvekci při vnějším a vnitřním proudění. Vnější proudění



(obtékání potrubí, lopatek turbín) je charakteristické výskytem mezní vrstvy. Vnitřní proudění, které bude dále uvažováno, popisuje proudění kapaliny uvnitř potrubí nebo kanálu. [3] V zařízeních s velkou generací tepla může být přenos tepla doprovázen skupenskými přeměnami a prouděním obou fází pracovní látky. Na proudění se pak podílí vztlaková síla od parních bublin a přímý pohyb kapaliny. Na rozdíl od varu ve velkém objemu se tlak a teplota kapaliny uvnitř potrubí mění. U dvoufázového proudění se můžeme setkat s rozdílnými rychlostmi jednotlivých fází.

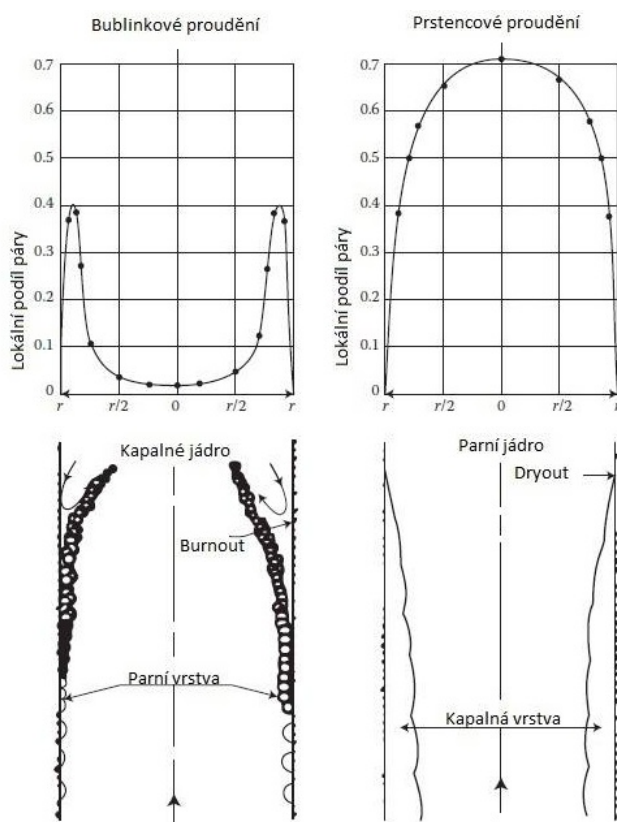


Obr. 1.2: Režimy konvektivního varu ve vertikálním potrubí. Upraveno z [2]

Obrázek 1.2 popisuje jednotlivé režimy konvektivního varu, ke kterým může v potrubí docházet. Do potrubí vstupuje pod tlakem chladící kapalina, která odebírá teplo z vyhřívaného povrchu a tím ochlazuje stěnu potrubí. Na vstupu je chladící kapalina o teplotě menší než je teplota sytosti. Jedná se o jednofázové proudění kapaliny. Teplota kapaliny roste s průchodem potrubím, ze začátku ale nedochází k varu. Jakmile se na stěně začnou tvořit parní bubliny, přechází kapalina do tzv. podchlazeného varu. Teplota kapaliny u stěny dosahuje teploty sytosti, uprostřed je však

teplota nižší, proto bubliny zanikají hned na povrchu. S dalším přenosem tepla bubliny již nezanikají, ale jsou strhávány do kapalného jádra. Začíná se uplatňovat bublinkový var a chladivo se ohřívá, až dosáhne teploty sytosti v celém průřezu. Oblast je nazývána bublinkové proudění. Počet a velikost parních bublin roste, dochází ke spojování bublin ve větší parní objemy, které zaujímají parabolický tvar s vrcholem ve směru proudu. V této oblasti může docházet k rozrušování bublin a vzniku nestabilit formou oscilací a vírů. Spojování bublin pokračuje, až nakonec bubliny vytvoří spojité parní jádro a proudění přechází v prstencové. Po vytvoření parního jádra probíhá přestup tepla přes vrstvu kapaliny u stěny až do jejího odpaření. Růst suchých míst je doprovázen přechodovým blánovým varem. Klesá přenos tepla a povrch není dostatečně chlazen. Jakmile dojde k odpaření celé vrstvy, přestup tepla probíhá do přehřáté páry. Tato oblast je nazývána jednofázové proudění přehřáté páry. Jednotlivé režimy, ve kterých se vyskytují obě skupenství, lze charakterizovat závislostí rychlosti kapalně a plynné složky proudění. V oblasti malých parních bublin má kapalná složka větší rychlost, zatímco po vytvoření parního jádra je rychlejší parní fáze. [1], [2]

V potrubí může docházet ke KTT ve všech režimech. Obrázek 1.3 ukazuje mechanismus vzniku krize varu pro režim prstencového a bublinkového proudění.



Obr. 1.3: Krize varu v oblasti bublinkového a prstencového proudění. Upraveno z [5]

Při prstencovém proudění dochází ke krizi varu již při nízkých hodnotách tepelného toku vypařením kapalného filmu u stěny. Tím nastává krize varu 2. druhu. Při bublinkovém proudění naopak dochází ke krizi varu při velkém tepelném toku, kdy bubliny na povrchu stěny brání smáčení povrchu a ten se začne přehřívat. V tomto případě se jedná o krizi varu 1. druhu. [4], [5]

## 1.3 Základní veličiny a vztahy

### 1.3.1 Geometrie

#### Poloha systému

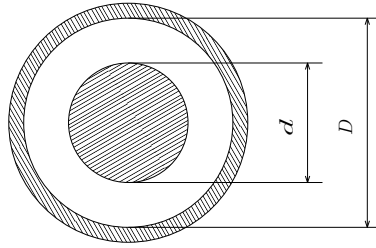
Poloha systému určuje charakter proudění. Rozlišujeme proudění v horizontálním, vertikálním a nakloněném potrubí. U vertikálního a nakloněného potrubí navíc uvažujeme směr pohybu kapaliny. Dvofázové proudění se může objevovat u každého z nich. Rozdělení zavádíme, protože poloha potrubí má vliv na působení gravitační a vztlakové síly na proudění. Tato práce se bude dále věnovat vertikálně situovanému potrubí s prouděním proti směru gravitace, které je typické pro zařízení jako jsou jaderné reaktory.

#### Tvar a rozměr potrubí

V experimentech zabývajících se kritickým tepelným tokem a proudovými nestabilitami se obvykle volí mezikruhové potrubí, které představuje značně zjednodušený model chlazení v jaderném reaktoru. Ve středu mezikruží se nachází zdroj tepla (palivová tyč). Zatímco aktivní zóna reálného zařízení je tvořena svazkem paralelních palivových tyčí a chladící médium proudí jednosměrně prostorem mezi nimi, v této práci bude uvažována jedna palivová tyč a proudění média potrubím, které ji obklopuje.

Charakteristickým rozměrem průtočného profilu je hydraulický průměr  $D_h$ , který je definován jako podíl čtyřnásobku průtočného průřezu  $S_p$  a smáčeného obvodu  $O_s$ , kde  $D$  vnitřní průměr potrubí a  $d$  vnější průměr palivové tyče. Hydraulický průměr se využívá u výpočtu třecí ztráty systému. [4] Pro mezikruží platí:

$$D_h = \frac{4S_p}{O_s} = \frac{4 \frac{\pi(D^2-d^2)}{4}}{\pi(D+d)} = D - d. \quad (1.2)$$



Obr. 1.4: Průřez testovací sekci.

### 1.3.2 Tepelný tok

Tepelný tok  $Q'$  je definován jako množství tepla  $Q$ , které se přeneso za jednotku času vyhřívanou plochou. Dále hustota tepelného toku  $q'$ , definována jako teplo, které se přeneso jednotkou plochy za jednotku času. Hustota tepelného toku je vektorová veličina udávající směr přestupu tepla. Proto je kolmá na vytápěnou plochu  $S_v$ .

$$q' = \frac{Q'}{S_v} = \frac{Q}{\pi d L t} \quad (1.3)$$

KTT představuje maximální hodnotu tepelného toku smáčeného povrchu a tvoří kritérium bezpečného provozu. Zvýšení tepelného toku nad tuto hodnotu vede ke snížení přestupu tepla do kapaliny. Určení hodnoty KTT je značně složité, protože závisí na mnoha faktorech. V rovnoměrně vytápěném potrubí KTT ovlivňují hlavně následující parametry: průměr potrubí, délka vytápěné sekce, tlak v systému, hmotnostní tok, podchlazení na vstupu, suchost na výstupu a režim proudění. Ke KTT nejčastěji dochází, když stěna potrubí není v kontaktu s chladicí kapalinou. [10], [14]

### 1.3.3 Hmotnostní tok

Hmotnostní tok  $\dot{m}$  je definován jako hmotnost kapaliny, která projde průtočnou plochou za jednotku času. Úpravou přes objemový tok dostáváme:

$$\dot{m} = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \rho S_p v \quad (1.4)$$

Hmotnostní průtok  $G$  je pak definován jako hmotnostní průtok na jednotku plochy.

$$G = \frac{\dot{m}}{S_p} = \frac{\rho S_p v}{S_p} = \rho v \quad (1.5)$$

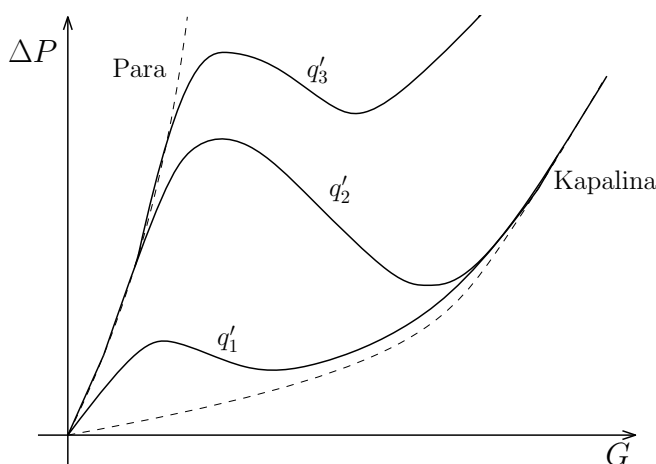
### 1.3.4 Tlak

V systémech s přenosem tepla nucenou konvekcí se uvažuje proudění reálné kapaliny. Při proudění reálné kapaliny dochází ke vzniku ztrátové energie ve směru proudění. Ztrátová energie se v potrubí s nuceným prouděním projeví jako úbytek tlaku na výstupu.

Křivka čerpadla (externí charakteristika) udává závislost výtlačné výšky čerpadla na objemovém průtoku. Výtlačnou výšku lze přepočítat na tlak. Pro účely této práce a geometrii testovací sekce se objemový průtok [ $m^3/s$ ] převádí na hmotnostní průtok [ $kg/m^2s$ ]. Výsledkem je závislost rozdílu tlaků  $\Delta p_{ext}$  na hmotnostním průtoku  $G$ . S rostoucím hmotnostním průtokem klesá výtlačná výška čerpadla. Oproti tomu křivka potrubí (interní charakteristika) udává závislost tlakové ztráty mezi vstupem a výstupem z potrubí  $\Delta p_{int}$  na hmotnostním průtoku  $G$ .

Pro jednofázové proudění kapaliny nebo páry roste interní tlaková ztráta spolu s nárůstem hmotnostního toku. Křivka jednofázového proudění páry je strmější, protože pára má menší hustotu. Tlaková ztráta dvoufázového proudění ve vytápěném kanále má složitější průběh, protože je závislá na velikosti tepelného toku  $q'$  a podílu páry v kapalině.

Jak je vidět na obrázku 1.5, pro tepelný tok  $q'_2$  kopíruje charakteristika potrubí v oblasti velkých průtoků tlakovou ztrátu jednofázového proudění kapaliny. Tlaková ztráta klesá s klesajícím hmotnostním průtokem. Jakmile dojde v potrubí k varu, charakteristika se začne od křivky jednofázového proudění kapaliny odchylovat vlivem tvorby parních bublin. S dalším snižováním hmotnostního průtoku prochází lokálním minimem a tlaková ztráta začíná růst. Tlaková ztráta roste až do lokálního maxima, kdy je téměř veškerá kapalina přeměněna na páru. Při nízkých průtocích se charakteristika přibližuje ke křivce tlakové ztráty jednofázového proudění páry.



Obr. 1.5: Křivka tlakové ztráty potrubí, kde  $q'_1 < q'_2 < q'_3$ . Upraveno z [1]

Na celkové tlakové ztrátě vyhřívaného potrubí se podílí několik složek, a to hydraulické ztráty (vlivem tření a místními odpory), ztráty urychlením chladiva a ztráty dané rozdílem hydrostatických tlaků, nebo-li ztráty gravitací. [1], [7]

V systémech s prouděním proti směru gravitace má ztráta vlivem gravitace stabilizující efekt, zatímco zbylé dvě destabilizují systém. Celková tlaková ztráta je dána vztahem:

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{dp_G}{dz} + \frac{dp_T}{dz} + \frac{dp_Z}{dz} \quad (1.6)$$

### Tlaková ztráta zrychlením

Dochází-li k ohřevu nebo dokonce varu kapaliny v potrubí, klesá hustota kapaliny. Za stálého hmotnostního průtoku a konstantní průtočné plochy z rovnice kontinuity vyplývá, že se snižující se hustotou dochází ke zvýšení rychlosti. Změna hybnosti pak v potrubí způsobí tlakovou ztrátu na urychlení chladiva.

$$\frac{dp_Z}{dz} = \frac{G_m^2}{\rho_m} \quad (1.7)$$

$$\Delta p_Z = \left( \frac{G_m^2}{\rho_m} \right)_{out} - \left( \frac{G_m^2}{\rho_m} \right)_{in} . \quad (1.8)$$

### Tlaková ztráta třením

Při proudění reálných kapalin vzniká tření mezi kapalinou a obtékaným povrchem a mezi molekulami kapaliny navzájem. Třením dochází ke snížení kinetické energie. Rychlost kapaliny však zůstává stejná, a proto musí dojít na výstupu k poklesu tlaku.

$$\frac{dp_T}{dz} = \frac{\tau_w O_s}{S_p} \quad (1.9)$$

$$\Delta p_T = \int_{z_{in}}^{z_{out}} \frac{\tau_w O_s}{S_p} dz = \int_{z_{in}}^{z_{out}} \frac{f_{TP}}{D_h} \frac{G_m^2}{2\rho_m} dz , \quad (1.10)$$

kde  $\tau_w$  je smykové napětí na stěně a  $f_{TP}$  koeficient tření.

### Tlaková ztráta gravitací

$$\frac{dp_G}{dz} = \rho_m g \cos \alpha \quad (1.11)$$

$$\Delta p_G = \int_{z_{in}}^{z_{out}} \rho_m g \cos \alpha dz \quad (1.12)$$

Pro vertikální potrubí s prouděním proti směru gravitace je  $\cos \alpha = 1$ .

### 1.3.5 Veličiny charakterizující parovodní směs

#### Podíl páry

Pomocí objemových zlomků jednotlivých fází se zavádí veličina  $\beta$  udávající podíl páry v celkovém objemu.

$$\beta \equiv \beta_v = \frac{V_v}{V} \quad (1.13)$$

$$1 - \beta \equiv \beta_l = \frac{V_l}{V} \quad (1.14)$$

#### Poměrná suchost

Udává poměr hmotnosti páry k celkové hmotnosti. Lze ji vyjádřit pomocí podílu páry.

$$x = \frac{m_v}{m_v + m_l} = \frac{\rho_v \beta}{\rho_v \beta + \rho_l (1 - \beta)} \quad (1.15)$$

#### Hustota parovodní směsi

$$\rho_m = \frac{m_v + m_l}{V} = \rho_v \beta + \rho_l (1 - \beta) \quad (1.16)$$

#### Entalpie parovodní směsi

$$h_m = x h_v + (1 - x) h_l \quad (1.17)$$

#### Hmotnostní průtok parovodní směsi

$$G_{m,z} = (\rho_v v_v \beta_v + \rho_l v_l \beta_l)_z \quad (1.18)$$

#### Reynoldsovo číslo

Reynoldsovo číslo je podobnostní číslo, které charakterizuje stav proudění. Na tomto čísle pak závisí výpočet součinitele tření. Výpočet je dán vztahem:

$$Re = \frac{v D_h}{\nu} = \frac{v \rho D_h}{\mu}. \quad (1.19)$$





## 2 PŘEHLED NESTABILIT PROUDĚNÍ

Během dvoufázového proudění může docházet ke vzniku nestabilit, které ovlivňují charakter proudění. Rozlišujeme více druhů nestabilit podle toho, jak se chovají a ovlivňují daný systém. Nestability jsou charakteristické oscilací proudu, která může způsobit vibrace zařízení, změnit charakter proudění nebo vést k dřívějšímu dosažení kritického tepelného toku. Důsledkem pak může být zkrácení životnosti nebo porucha zařízení. Abychom mohli zamezit vzniku nestabilit, musíme znát jejich chování, kdy a za jakých podmínek vznikají. Většina informací v této kapitole byla převzata z [6], [7], [9] a [11].

Prvotní rozdělení nestabilit je na mikroskopické a makroskopické. Zatímco mikroskopické se objevují pouze lokálně na rozmezí dvou fází, makroskopické mohou ovlivňovat celý systém. Mezi mikroskopické patří například Kelvin-Helmholtzovy nebo Rayleigh-Taylorovy nestability. [7] Nejznámější rozdělení makroskopických nestabilit zavedl Boure [6], a to na statické a dynamické. V systému se za určitých podmínek mohou objevovat statické i dynamické nestability současně. Pokud některé nestability způsobí vznik dalších, jedná se o primární a sekundární jevy. Nestability se nazývají složené, jestliže se současně uplatňuje několik od sebe nerozlišitelných elementárních mechanismů. V opačném případě se jedná o základní nestability. Nestability se objevují v systémech s nucenou i přirozenou konvekcí. V obou případech se mohou uplatňovat stejné druhy nestabilit, ale nemusí mít stejný dopad na chování systému. Obecně jsou systémy s přirozenou konvekcí více náchylné k nestabilitám, protože na kapalinu působí menší hnací síla.

K určení stability proudění slouží podmínka stability, která je definovaná v pracovním bodě systému. Pracovním bodem nazýváme průnik charakteristik externího a interního ustáleného systému. Pro pracovní bod platí:

$$\Delta p_{int} = \Delta p_{ext}. \quad (2.1)$$

Pracovní bod je stabilní, jestliže je v tomto bodě externí charakteristika více klesající než interní charakteristika.

$$\frac{\partial \Delta p_{int}}{\partial G} > \frac{\partial \Delta p_{ext}}{\partial G} \quad (2.2)$$

Obecně je proudění stabilní, jestliže při malé výchylce počátečních podmínek, dostáváme nové pracovní podmínky, které se blíží původním. Pokud se ovšem nové pracovní podmínky liší nebo dochází k oscilacím hodnot s rostoucí amplitudou, proudění je nestabilní. Matematicky je hlavní příčinou vzniku nestabilit existence vícenásobného řešení, tedy několika pracovních bodů. Pokud je zvolen nestabilní pracovní bod, systém se nedokáže ustálit a místo toho přechází skokově na jiný, stabilní pracovní bod.

## 2.1 Statické nestability

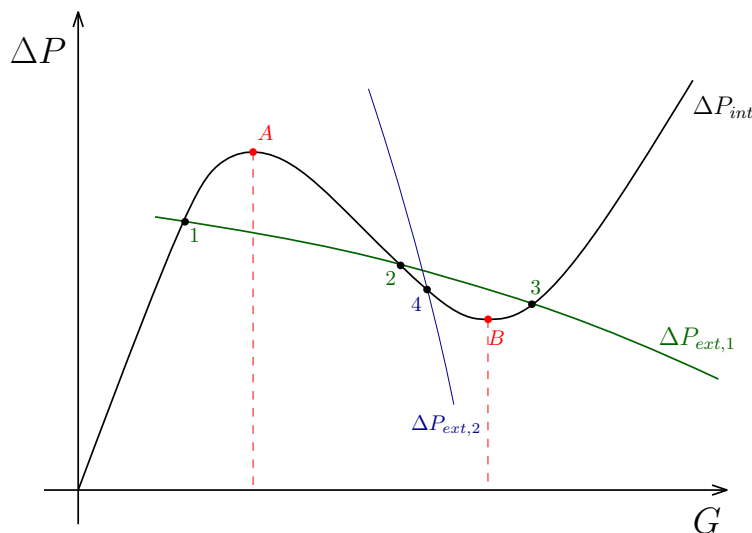
Systém podléhá statickým nestabilitám, jestliže malá výchylka počátečních podmínek vede k novému ustálenému stavu s jinými pracovními podmínkami. [6] Tato situace nastává, jestliže je zvolen nestabilní pracovní bod. Systém pak přechází do nového pracovního bodu, ve kterém je splněna podmínka stability. V některých případech mohou statické nestability vést ke vzniku dynamických nestabilit.

### 2.1.1 Základní statické nestability

#### Ledineggovy nestability (LN, flow excursion)

Ledineggovy nestability patří mezi základní a jedny z nejvíce zkoumaných nestabilit. Objevují se převážně v systémech s malým průtokem, velkým podchlazením a nízkým tlakem. Často se projevují v systémech s prouděním ve směru gravitace. Vyznačují se náhlými změnami hlavních proudových veličin. Oblast výskytu LN lze určit pomocí  $\Delta p-G$  křivek. Podmínkou vzniku LN je existence více průsečíků interní a externí charakteristiky, přičemž jeden z průsečíků (pracovních bodů) je nestabilní (bod, ve kterém je interní charakteristika více klesající než externí). [7] Nestability se projeví, jestliže systém náhle přejde z nestabilního do stabilního pracovního bodu. Důsledkem je snížení průtoku a rapidní nárůst teploty. Rychlá přeměna chladicí kapaliny v páru pak může vést až k tavení materiálu. Podmínka výskytu LN:

$$\frac{\partial \Delta p_{int}}{\partial G} \leq \frac{\partial \Delta p_{ext}}{\partial G}. \quad (2.3)$$



Obr. 2.1: Interní vs. externí charakteristika. Upraveno z [7]

Podle definice stability je oblast mezi body A a B obrázku 2.1 náchylná ke vzniku nestabilit. V případě charakteristiky čerpadla 1 (zelená křivka) je bod 2 nestabilní a snížením průtoku přejde systém skokově do bodu 1. Oproti tomu charakteristika čerpadla 2 (modrá křivka) má pouze jeden průsečík, a proto je systém stabilní. Aby byla zaručena stabilita systému, může existovat pouze jeden pracovní bod. V praxi se toho docílí instalací škrťacího ventilu (clony) za čerpadlo. [1]

### 2.1.2 Statické nestability na rozhraní dvou režimů

Tyto nestability se objevují za podmínek na rozhraní dvou proudových režimů. Vyskytují se převážně na přechodu bublinkového a prstencového proudění. Stejně jako u LN lze chování těchto nestabilit určit pomocí křivek tlakové ztráty. Amplituda těchto nestabilit je však oproti LN menší. [7]

Při bublinkovém proudění může dojít k nárůstu tvorby bublin vlivem snížení průtoku. Proudění pak přechází do režimu prstencového proudění, které je však charakteristické menší tlakovou ztrátou. Ta způsobí urychlení proudu a tím i snížení tvorby páry. Jelikož se netvoří dostatečné množství páry, přechází proudění zpět do režimu bublinového proudění. Za určitých podmínek se může celý cyklus opakovat a tvořit periodicky se opakující oscilace.

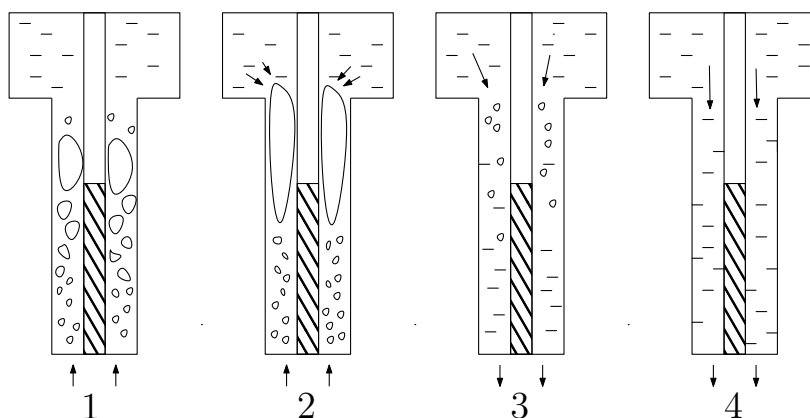
### 2.1.3 Statické složené nestability

Složené nestability se skládají z elementárních mechanismů, které od sebe nelze rozlišit. Jsou charakteristické opakujícím se chováním, které nemusí být nutně periodické.

#### Nestabilita střídavého varu (geysering)

Tato nestabilita byla pozorována při nízkých výkonech a malých průtocích u dlouhých vertikálních potrubích ústících do zásobníku kapaliny. [7], [13] Potrubí v tomto případě není ohříváno po celé svojí délce, ale pouze ve spodní části, zatímco zbytek kanálu není vytápěn. Celý proces je možné vidět na obrázku 2.2. Stav 1 ukazuje začátek varu ve vyhřívané části potrubí (vyšrafovaná část). V potrubí se tvoří bubliny, které se spojují ve větší shluky. S poklesem hydrostatického tlaku se bubliny zvětšují a jsou urychlovány směrem ke konci potrubí. Jakmile se však bubliny dostanou do zásobníku s chladnější kapalinou, začnou kondenzovat (stav 2). Kondenzace bublin způsobí zmenšení vztlakové síly a následné snížení průtoku. To se projeví obrácením proudu (stav 3). Systém se poté vrací zpět do podchlazeného stavu a jsou navraceny původní podmínky (stav 4). Kapalina se začne znovu ohřívat v dolní části potrubí a dochází k opětovnému obrácení proudu. Celý cyklus se opakuje. Chování

této nestability je velmi podobné přírodním gejzírům, proto je nestabilita nazývána podle nich.



Obr. 2.2: Princip nestability střídavého varu. Upraveno z [13]

## 2.2 Dynamické nestability

Systém podléhá dynamickým nestabilitám, jestliže je proudění ovlivňováno setrvačností a zpětnovazebnými jevy, ke kterým patří oscilace teploty, tlaku a hustoty. [12] Dynamické nestability jsou charakteristické šířením rozruchů potrubím. Systémem se šíří vlny, které se na konci odráží a vrací zpět. Tím způsobují další poruchy.

### 2.2.1 Základní dynamické nestability

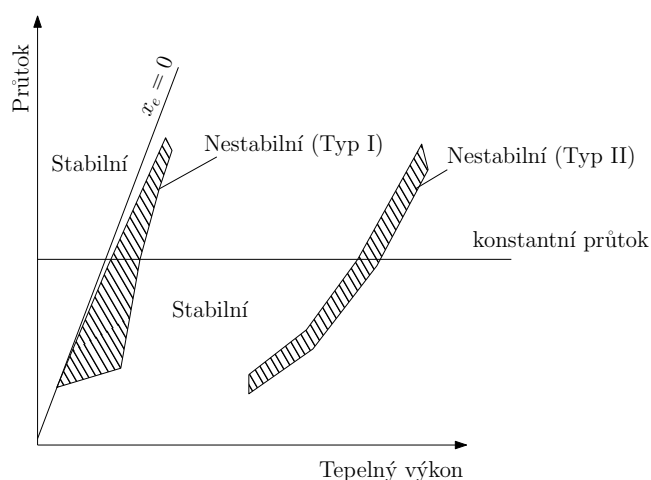
Mechanismus základních dynamických nestabilit spočívá ve tvoření rozruchů, které jsou přenášeny potrubím 2 druhy vln, akustickou a hustotní vlnou. V reálných zařízeních se objevují oba typy vln, jejich rychlosti se však řádově liší, a proto je možné je od sebe odlišit. [6]

#### Nestability hustotních vln

Nestability hustotních vln patří mezi nejznámější dynamické nestability. Výskyt oscilací je způsoben vzájemnými vazbami mezi prouděním, entalpií, hustotou a tlakovou ztrátou. Například snížením proudu na vstupu do potrubí dochází ke zvýšení entalpie a tím ke snížení hustoty. Tento rozruch pak ovlivní tlakovou ztrátu a přenos tepla. V reálných zařízeních mají oscilace poměrně nízkou frekvenci, perioda je okolo jeden až dvojnásobku času, za který projde částice potrubím. Nestability hustotních vln je možné dále dělit podle mechanismů, které je způsobují. Následující dělení zavedl Fukuda na základě výsledků experimentu. [8], [7]

**Typ I (vlivem gravitace):** Nestabilita byla pozorována ve vertikálních kanálech s dlouhou nevytápěnou částí po proudu od vytápěné sekce. Důležitou roli zde hraje tlaková ztráta gravitací. Nestability typu I se projevují, pokud se výstupní suchost blíží k 0. To může nastat v systémech s malým tepelným výkonem. Malé rozruchy pak mohou znatelně ovlivnit podíl páry a jiné proudové veličiny. Typ I je charakteristický spíše pro systémy s přirozenou konvekcí, ale objevuje se i v systémech s nucenou konvekcí.

**Typ II (vlivem tření):** Nestability typu II se objevují při vyšších hodnotách suchosti, a proto v systémech s vyšším tepelným výkonem. Dominantní je tlaková ztráta třením. Hlavní příčinou vzniku je rozdílná rychlost šíření rozruchů v oblasti jednofázového a dvoufázového proudění. Mění se podíl páry v dvoufázovém proudění způsobuje oscilace tlakové ztráty.



Obr. 2.3: Oblasti nestabilit hustotních vln. Upraveno z [8]

### Akustické nestability

Akustické nestability jsou způsobeny rezonancí tlakových vln. Akustické oscilace jsou charakteristické vysokou frekvencí, řádově 10 – 100 Hz v závislosti na době šíření tlakových vln. Perioda akustické oscilace závisí na čase, za který projde tlaková vlna systémem. Nestabilita byla pozorována v oblastech podchlazeného, bublinkového i blánového varu. Průchod tlakové vlny potrubím má vliv na parní vrstvu. Při kompresi je stlačen parní film a dochází ke zvýšení tepelné vodivosti parní vrstvy a nárůstu vzniku parních bublin. V opačném případě parní vrstva expanduje a sníží se tvorba parních bublin. Při velmi vysokých tlacích je jev doprovázen slyšitelným zvukem. [6]

## **2.2.2 Dynamické složené nestability**

### **Tepelné nestability**

Tepelné nestability jsou charakteristické velkými výkyvy teploty stěny potrubí vlivem měnícího se koeficientu přestupu tepla. Objevují se v systémech jako následek krize varu druhého druhu. Nestability se projevují společně s hustotními oscilacemi, které destabilizují blánový var. [7]

## **2.2.3 Dynamické složené nestability jako sekundární jev**

### **Nestability tlakové ztráty**

Nestability tlakové ztráty jsou sekundárním jevem statických nestabilit. Použití nestabilního pracovního bodu v systému s vyrovnávací nádrží má za následek oscilace tlakové ztráty. Vznikají při vyšších průtocích než hustotní oscilace a frekvence oscilací je obvykle mnohem menší. Stejně jako LN mohou způsobit dřívější dosažení KTT. [7]

### 3 METODY ŘEŠENÍ

Při výpočtech dvoufázového proudění se využívají modely postavené na zákonech zachování hmotnosti, hybnosti a energie. Nedílnou součástí je také stanovení okrajových podmínek a dodatečných fyzikálních předpokladů a aproximací. [5]

**Zákon zachování hmoty:**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.1)$$

**Zákon zachování hybnosti:**

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{v} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \cdot \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho \vec{F} \quad (3.2)$$

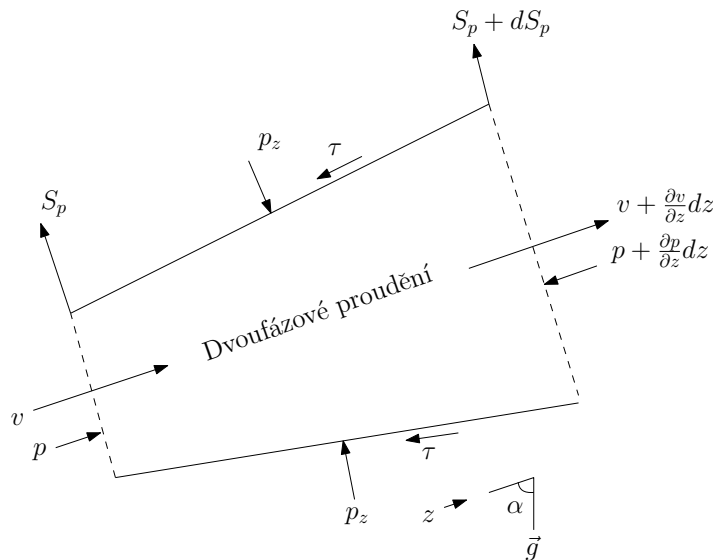
Rovnice může být brána jako přepis Newtonova pohybového zákona, kde levá strana představuje člen  $m\vec{a}$  a pravá strana součet sil působících na soustavu.  $\bar{\tau}$  je symetrický tenzor smykového napětí a veličina  $\vec{F}$  představuje obecnou funkci. Pokud jediná síla působící na soustavu je gravitační síla, pak  $\vec{f} = \vec{g}$ .

**Zákon zachování energie:**

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u = -\nabla \cdot \rho u \vec{v} - \nabla \cdot \vec{q} + q'' - \nabla p \vec{v} + \nabla \cdot (\bar{\tau} \vec{v}) + \vec{v} \cdot \rho \vec{f} dz, \quad (3.3)$$

kde  $u$  je vnitřní energie a  $q''$  objemový vývin tepla.

Pro snadnější řešitelnost reálných problémů často dochází k převedení na jedno-rozměrnou úlohu. Rovnice zůstávají závislé na čase a jedné souřadnici (pro vertikální potrubí osa  $z$ ). Úloha pak představuje 1D proudění ve směru osy  $z$  průřezem  $S_p$ .



Obr. 3.1: 1D proudění potrubím. Upraveno z [5]

Zákon zachování hmotnosti ve směru  $z$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{S_p} \rho dS_p + \frac{\partial}{\partial z} \iint_{S_p} \rho v_z dS_p = 0 \quad (3.4)$$

Integrací přes  $S_p$  a dosazením z (1.16) a (1.18) přechází rovnice do tvaru:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m S_p) + \frac{\partial}{\partial z}(G_m S_p) = 0 \quad (3.5)$$

Zákon zachování hybnosti ve směru  $z$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{S_p} \rho v_z dS_p + \frac{\partial}{\partial z} \iint_{S_p} \rho v_z^2 dS_p = & - \iint_{S_p} \frac{\partial p}{\partial z} dS_p + \frac{\partial S_p}{\partial z} \frac{1}{O_s} \int_{O_s} p dO_s \\ & - \int_{O_s} \tau_w dO_s - \iint_{S_p} \rho g \cos \alpha dS_p \end{aligned} \quad (3.6)$$

Za předpokladu, že se  $p$  v průřezu nemění, pak integrací a dosazením z (1.16) a (1.18) přechází rovnice do tvaru:

$$\frac{\partial}{\partial t}(G_m S_p) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{G_m^2}{\rho_m} S_p \right) = - \frac{\partial(p S_p)}{\partial z} + p \frac{\partial S_p}{\partial z} - \int_{O_s} \tau_w dO_s - \rho_m g \cos \alpha S_p \quad (3.7)$$

Zákon zachování energie ve směru  $z$ :

Sloučením první a druhé formy 1. termodynamického zákona se určí vztah mezi vnitřní energií a entalpií:

$$h = u + pv = u + \frac{p}{\rho} \quad (3.8)$$

Člen  $(-\nabla \cdot \rho u \vec{v} - \nabla \cdot p \vec{v})$  z (3.3) lze pak nahradit členem  $(-\nabla \cdot \rho h \vec{v})$ . Axiální vedení tepla, stejně jako práce gravitační síly a vliv smykového napětí se zanedbává. Pro 1D úlohu pak platí:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{S_p} \rho u dS_p + \frac{\partial}{\partial z} \iint_{S_p} \rho h v_z dS_p = \dot{q}_L + \iint_{S_p} q'' dS_p \quad (3.9)$$

S využitím rovnice (3.8), (1.16) a (1.18), kde tlak se předpokládá stejný přes průřez, lze integrací obdržet rovnici:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m h_m S_p) + \frac{\partial}{\partial z}(G_m h_m S_p) = \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right) S_p + \dot{q}_L + \iint_{S_p} q'' dS_p, \quad (3.10)$$

kde

$$h_m = \frac{1}{\rho_m}(\rho_v \beta h_v + \rho_l(1 - \beta)h_l) = \frac{1}{G_m}(\rho_v \beta h_v v_{v,z} + \rho_l(1 - \beta)h_l v_{l,z}) \quad (3.11)$$



Podle stupně zjednodušení předchozích rovnic se zavádí následující základní modely. [5], [7], [11]

### 3.1 Model dvou proudů

Model umožňuje obecnou formulaci úlohy dvoufázového proudění. Jednotlivé fáze nemusí být v rovnováze ani mít stejné rychlosti. Základem úlohy je 6 rovnic, zákony zachování pro plynou fázi a pro kapalnou fázi. K výpočtu je však potřeba velké množství doplňujících rovnic a vztahů na hranici mezi jednotlivými fázemi a u stěny potrubí. Přestože je model považován za teoreticky velmi slibný, pro praktické využití je kvůli doplňujícím rovnicím velmi komplikovaný. Využívá se v systémech, kde děje probíhají velmi rychle.

### 3.2 Drift flux model

Drift flux model je určitým zjednodušením modelu dvou proudů. Existuje více typů tohoto modelu, podle počtu rovnic, které jsou potřeba. Často používaným je rovnovážný drift flux model definovaný 3 rovnicemi, který uvažuje rozdílné rychlosti obou fází. Tento model se využívá v systémech s malými průtoky a tlakem.

### 3.3 Homogenní rovnovážný model (HEM)

Homogenní rovnovážný model je nejjednodušším a velmi využívaným modelem, ve kterém se dvoufázové proudění přirovnává k jednofázovému proudění stlačitelné kapaliny. Rychlosti jednotlivých fází jsou považovány za stejné a předpokládá se termodynamická rovnováha mezi parní a kapalnou fází. Během výpočtu dochází, mimo jiné, k zanedbání oblasti podchlazeného varu. K popisu proudění jsou dostačující 3 rovnice vyjadřující modifikované zákony zachování pro parovodní směs. Model je nejlépe aplikovatelný u těch proudových režimů, kde jsou obě fáze dobře promíchány (bublínkové proudění, proudění shluků bublin) a je vhodný pro systémy s velkými průtoky a tlakem. [5] HEM lze dále rozšířit, obvykle pomocí empirických vztahů, a tím zahrnout například relativní rychlosti fází. Tento model bude v této práci dále používán.

### 3.4 Slip-flow model

Model uvažuje dva oddělené proudy, jeden s kapalnou a druhý s parní fází, typické například pro režim prstencového proudění. V nejjednodušší formě této metody se

předpokládá termodynamická rovnováha mezi fázemi a stejná rychlost (stejně jako u HEM). V obecnějších případech, kdy jsou rychlosti různé, se zavádí skluzový poměr (poměr rychlostí jednotlivých fází).

$$k = \frac{v_g}{v_f} \quad (3.12)$$

## 4 VÝPOČET POMOCÍ HEM

K sestavení modelu je potřeba definovat další vztahy, které platí pro soustavu při termodynamické rovnováze. Pro snadnější orientaci ve vzorcích se zavádí koeficienty  $l$  – pro vodu o teplotě  $T < T_{sat}$ ,  $f$  – pro vodu o teplotě  $T = T_{sat}$ ,  $g$  – pro páru o teplotě  $T = T_{sat}$  a  $v$  – pro páru o teplotě  $T > T_{sat}$ .

Zavedení tzv. rovnovážné suchosti  $x_e$ :

$$x_e = \frac{h_m - h_f}{h_g - h_f} \quad (4.1)$$

Za  $h_m$  se dosadí ze vztahu (1.17). Dochází-li k varu, pak  $h_l = h_f$ ,  $h_v = h_g$ , a platí  $x_e = x$ . V místě, kde nedochází k varu nabývá  $x_e$  záporných hodnot, protože za  $h_m$  je dosazeno  $h_l$  a platí  $h_l < h_f$ . Vyjádřením  $\beta$  z rovnice (1.15) a dosazením rovnovážné suchosti je podíl páry pro HEM definován:

$$\beta = \frac{1}{1 + \frac{(1-x_e) \rho_g}{x_e \rho_f}} \quad (4.2)$$

Ke stanovení rovnic tlakové ztráty modelu se využívá zákon zachování hybnosti parovodní směsi proudící ve směru  $z$  1D potrubím (rovnice (3.7)). Protože je uvažován ustálený stav a konstantní průřez, pak členy  $(\frac{\partial}{\partial t}(G_m S_p))$  a  $(p \frac{\partial S_p}{\partial z})$  jsou nulové. Vydělením obou stran členem  $S_p$  přechází rovnice na tvar:

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{d}{dz} \left( \frac{G_m^2}{\rho_m} \right) + \frac{1}{S_p} \int_{O_s} \tau_w dO_s + \rho_m g \cos \alpha \quad (4.3)$$

Rovnice (4.3) představuje součet jednotlivých tlakových ztrát definovaných dříve pomocí (1.9), (1.11) a (1.7). Při výpočtu tlakové ztráty třením se za smykové napětí na stěně dosazuje z Darcyho vztahu, kde

$$\tau_w = \tilde{f} \frac{\rho v_m^2}{2} \quad (4.4)$$

Pokud se  $\tilde{f}$  uvažuje jako součinitel tření dvoufázového proudění  $f_{TP}$ , pak pro tlakovou ztrátu třením platí:

$$\Delta p_T = \frac{f_{TP} L}{D_h} \frac{G_m^2}{2\rho_m} \quad (4.5)$$

Součinitel tření pro dvoufázové proudění se nahradí součinitelem pro jednofázové proudění  $f_{lo}$ , resp.  $f_{vo}$ , a korekčním součinitelem  $\Phi_{lo}^2$ , resp.  $\Phi_{vo}^2$ .

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_T^{TP} = \frac{f_{TP}}{D_h} \left( \frac{G_m^2}{2\rho_m} \right) = \Phi_{lo}^2 \left( \frac{dp}{dz} \right)_T^{lo} = \Phi_{lo}^2 \frac{f_{lo}}{D_h} \left( \frac{G_m^2}{2\rho_l} \right) \quad (4.6)$$

kde

$$\Phi_{lo}^2 = \frac{\rho_l}{\rho_m} = \left[ 1 + x_e \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right) \right] \quad (4.7)$$

Součinitel tření  $f_{lo}$ , případně  $f_{vo}$  se určí pomocí Reynoldsova čísla. Existuje mnoho různých vztahů v závislosti na stavu proudění (laminární vs. turbulentní). Pro další účely byla zvolena Colebrookova rovnice, která navíc zahrnuje drsnost potrubí.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left[ \frac{\lambda}{3,70 D_h} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right] \quad (4.8)$$

Protože pravá strana rovnice obsahuje neznámou v logaritmu, výpočet probíhá iteračně a hledá se nejpřesnější řešení.

## 4.1 Praktická úloha

Praktickou část této práce tvoří sestavení HEM modelu a výpočet tlakové ztráty reálné smyčky. V případě, že křivka bude v některé oblasti klesající, zvolí se možné opatření proti proudovým nestabilitám.

Při výpočtu pomocí HEM se uvažuje rovnost rychlostí jednotlivých fází a rovnovážný stav mezi fázemi. Vývin tepla po délce potrubí byl uvažován konstantní. V případě jaderného reaktoru je však vývin tepla přirovnatelný spíše k sinusoidě, protože se nejvíce tepla uvolňuje okolo poloviny délky palivové tyče. Model byl sestaven v programu Matlab za využití knihovny XSteam, která zprostředkovává data pro vodu, páru a parovodní směs, a s pomocí [5].

### 4.1.1 Vstupní veličiny

Vnitřní průměr potrubí	$D = 14 \text{ mm}$
Vnější průměr palivové tyče	$d = 9 \text{ mm}$
Vytápěná délka potrubí	$L = 326 \text{ mm}$
Výstupní tlak	$p_{out} = 115 \text{ kPa}$
Vstupní teplota kapaliny	$T_{in} = 95 \text{ }^\circ\text{C}$
Tepelný výkon	$\dot{q} = 7000 \text{ W}$

Výpočet byl proveden pro různé hmotnostní průtoky  $G \in \langle 80; 8000 \rangle$ , vývin tepla po délce byl uvažován konstantní, tzn.  $q'_L = \dot{q}/L = konst.$

## 4.1.2 Sestavení modelu

Pro doplnění vstupních dat se nejdříve určí vstupní entalpie  $h_l$  a hustota vody na vstupu  $\rho_l$  z XSteamu. Obě veličiny jsou závislé na teplotě a tlaku. Jelikož vstupní tlak není zadán, je použit tlak výstupní, který vede k velmi podobným výsledkům. Dalším krokem je stanovení výstupní entalpie pomocí generovaného tepla:

$$\Delta h = h_{out} - h_{in} = \frac{\dot{q}}{\dot{m}} \quad (4.9)$$

$$h_{out} = \frac{\dot{q}}{\dot{m}} + h_{in} \quad (4.10)$$

Z výstupního tlaku a entalpie lze následně vypočítat výstupní teplotu. Pokud by  $T_{sat}$  byla teplota varu při výstupním tlaku, pak vznikají 3 možnosti:

$$T_{out} < T_{sat}$$

Pokud  $T_{out} < T_{sat}$ , pak v potrubí nedochází k varu a tlaková ztráta je počítána pro jednofázové proudění kapaliny. Tlaková ztráta zrychlením je nulová, protože se zanedbává změna hustoty. Kinematická viskozita je určena z výstupního tlaku a střední hodnoty entalpií. Tlaková ztráta třením a gravitací se vypočítá podle (1.10) a (1.12).

$$\Delta p_Z = 0 \quad \Delta p_G = g\rho_l L \quad \Delta p_T = \frac{f_{lo} G_m^2 L}{2D_h \rho_l} \quad (4.11)$$

$$T_{out} = T_{sat}$$

Pokud  $T_{out} = T_{sat}$ , pak v potrubí dochází k varu a tlaková ztráta se počítá pro dvoufázové proudění. Pomocí knihovny XSteam se stanoví entalpie a hustoty pro sytou kapalinu a sytou páru. Souřadnici, na které dojde k varu, lze určit ze vztahu:

$$z_{sat} = (h_f - h_{in}) \frac{\dot{m}L}{\dot{q}} \quad (4.12)$$

Dále jsou zavedeny funkce entalpie, rovnovážné suchosti a podílu páry v závislosti na  $z$ .

$$h(z) = h_{in} + \int_0^z \frac{\dot{q}}{\dot{m}L} dz = h_{in} + z \frac{\dot{q}}{\dot{m}L} = h_{in} + z \frac{(h_{out} - h_{in})}{L} \quad (4.13)$$

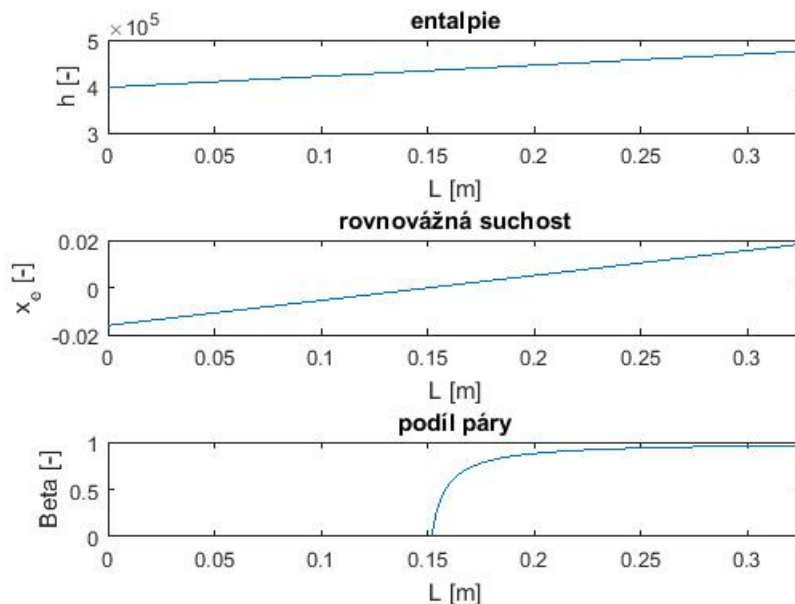
S využitím (4.1), kde  $h_m = h_{in}$  a následně  $h_m = h(z)$  z (4.13), je zavedena funkce rovnovážné suchosti, kde  $h_{fg} = h_g - h_f$ .

$$x_e(z) = x_{e,in} + \int_0^z \frac{\dot{q}}{\dot{m}L h_{fg}} dz = x_{e,in} + z \frac{\dot{q}}{\dot{m}L h_{fg}} = \frac{h_{in} - h_f}{h_g - h_f} + z \frac{\dot{q}}{\dot{m}L h_{fg}} \quad (4.14)$$

S využitím funkce suchosti je určen podíl páry v místě  $z$ .

$$\beta(z) = \frac{1}{1 + \frac{(1-x_e(z)) \rho_g}{x_e(z) \rho_f}} \quad (4.15)$$

Pro  $G = 1000 \text{ kg/m}^2\text{s}$  je  $z_{sat} = 103,95 \text{ mm}$  a funkce  $h_z$ ,  $x_e$  a  $\beta$  mají následující průběh.



Obr. 4.1: Průběh funkcí v závislosti na  $z$ .

Pro výpočet tlakové ztráty zrychlením se za hustotu parovodní směsi dosadí ze vztahu, který platí pro stejné rychlosti fází.

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{x_e^2}{\rho_g \beta} + \frac{(1 - x_e)^2}{\rho_f (1 - \beta)} \quad (4.16)$$

Dosazením do (1.8) přejde na tvar

$$\Delta p_Z = \left[ \left( \frac{x_e^2}{\rho_g \beta} + \frac{(1 - x_e)^2}{\rho_f (1 - \beta)} \right)_{out} - \frac{1}{\rho_l} \right] G_m^2 \quad (4.17)$$

Tlaková ztráta gravitací je součtem ztráty v oblasti jednofázového a v oblasti dvoufázového proudění vypočítaná podle (1.12).

$$\Delta p_G = \int_0^{z_{sat}} \rho_l g dz + \int_{z_{sat}}^L \rho_m g dz \quad (4.18)$$

Za  $\rho_m$  se dosadí z (1.16). Úpravou (4.14) a (4.15) se zavádí 3 pomocné proměnné  $x_a$ ,  $x_b$  a  $x_c$  jako:

$$x_a = \frac{x_{e,out} - x_{e,in}}{L} \quad x_b = x_{e,in} + \frac{\rho_g}{\rho_f} (1 - x_{e,in}) \quad x_c = x_a \left( 1 - \frac{\rho_g}{\rho_f} \right) \quad (4.19)$$

Použitím (4.19) přejde podíl páry na tvar:

$$\beta(z) = \frac{x_{e,in} + x_a z}{x_b + x_c z} \quad (4.20)$$

Výsledek integrálu tlakové ztráty gravitací:

$$\Delta p_G = g \left[ \rho_l z_{sat} + \rho_f (L - z_{sat}) - \frac{(\rho_f - \rho_g)}{x_c} A \right] \quad (4.21)$$

kde

$$A = x_{e,in} \ln \frac{x_b + x_c L}{x_a + x_c z_{sat}} + x_a (L - z_{sat}) - \frac{x_a x_b}{x_c} \ln \frac{x_b + x_c L}{x_b + x_c z_{sat}} \quad (4.22)$$

Stejně tak tlaková ztráta třením je rovna součtu ztráty v oblasti jednofázového a ztráty v oblasti dvoufázového proudění vypočítaná podle (1.10)

$$\Delta p_T = \int_0^{z_{sat}} \frac{f_{lo} G_m^2}{De 2\rho_l} dz + \int_{z_{sat}}^L \Phi_{lo}^2 \frac{f_{lo} G_m^2}{De 2\rho_l} dz \quad (4.23)$$

Výsledek integrálu tlakové ztráty třením:

$$\Delta p_T = \frac{f_{lo} G_m^2}{2D_h \rho_l} \left( L + \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right) (x_{e,in} (L - z_{sat}) + 0,5 x_a (L^2 - z_{sat}^2)) \right) \quad (4.24)$$

$$T_{out} > T_{sat}$$

Pokud  $T_{out} > T_{sat}$ , pak se veškerá kapalina v kanále přemění v páru a na výstupu zůstane jednofázové proudění přehřáté páry. Na výstupu se stanoví hustota páry a kromě souřadnice dosažení varu se navíc počítá souřadnice syté páry  $z_v$ .

$$z_v = (h_v - h_{in}) \frac{\dot{m} L}{\dot{q}} \quad (4.25)$$

Tlaková ztráta zrychlením:

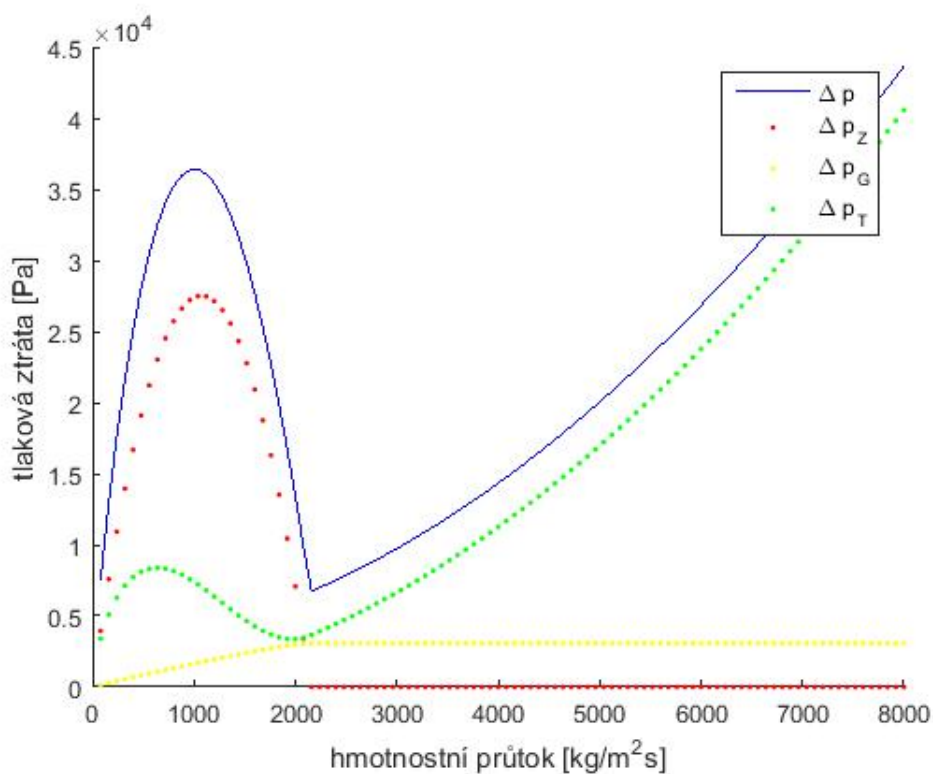
$$\Delta p_z = \left( \frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l} \right) G_m^2 \quad (4.26)$$

Při výpočtu ztrát gravitací a třením se k rovnici přičte člen popisující jednofázové proudění páry od souřadnice  $z_v$  po konec potrubí. V případě třecí ztráty se tak dopočítává druhý koeficient tření  $f_{vo}$ .

## 4.2 Výsledky modelu

Dosazením vstupních dat do sestaveného modelu v Matlabu byl vykreslen graf tlakové ztráty v závislosti na hmotnostním průtoku. Na obrázku 4.2 je modrou čarou znázorněna celková tlaková ztráta a tečkovanými čarami pak jednotlivé její složky. Oproti očekávaným výsledkům nastává v lokálním minimu ostrý zlom, který je způsoben klesnutím  $\Delta p_Z$  na nulu pro hmotností toky, při kterých v potrubí nedochází k varu. Pro hmotnostní toky, při kterých k varu dochází, se předpokládaly menší hodnoty  $\Delta p_Z$ . To může být způsobeno vlastnostmi modelu, který zanedbává rozdílné rychlosti jednotlivých fází.

Nestability mohou vznikat v oblasti, kde je křivka klesající. Pro vstupní hodnoty testovací sekce vzniká oblast nestabilit pro  $G = 1010 - 2150 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . Pro tento interval je tlaková ztráta v rozmezí  $\Delta p_{int} = 3,64 \cdot 10^4 - 0,67 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .



Obr. 4.2: Tlaková ztráta v potrubí.

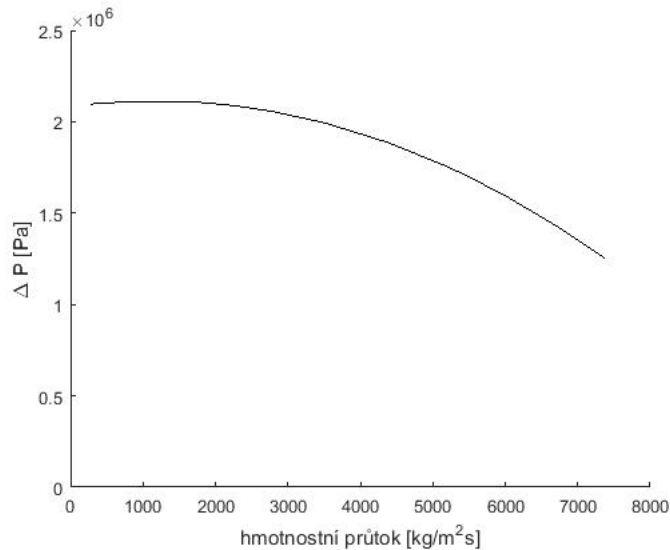


## 4.2.1 Charakteristika čerpadla

Instalované čerpadlo je typu CR 1-25 A-FGJ-A-E-HQQE. Parametry čerpadla jsou uvedeny v [15]. Hlavní parametry jsou uvedeny v následující tabulce:

Čerpaná kapalina	voda
Teplota kapaliny	$T = 95 \text{ } ^\circ\text{C}$
Hustota kapaliny	$\rho_l = 961,9 \text{ kg/m}^3$
Skutečná hodnota průtoku (příklad)	$Q_V = 2,67 \text{ m}^3/\text{h}$
Výtlak čerpadla (příklad)	$H = 1253 \text{ kPa}$
Otáčky	$n = 3461 \text{ ot/min}$

Charakteristika čerpadla byla přepočítána z údajů v technické specifikaci čerpadla.



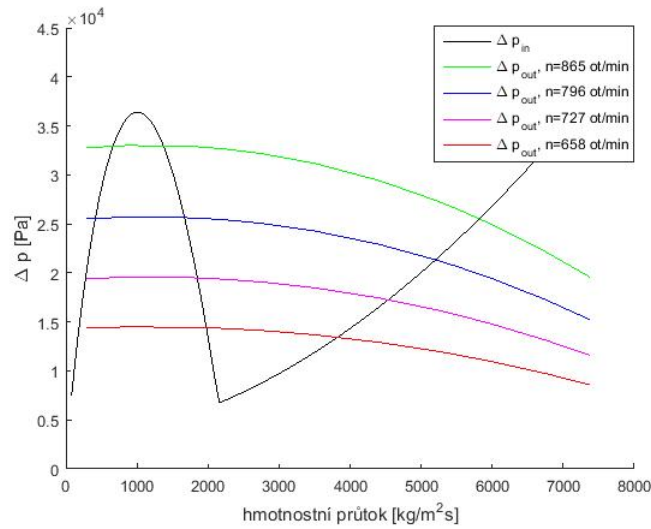
Obr. 4.3: Charakteristika čerpadla vztažena ke geometrii ohřívaného mezikruží.

Pomocí afinního vztahu (4.27) byly sníženy otáčky čerpadla tak, aby docházelo k průniku s interní charakteristikou v oblasti, kde je křivka klesající.

$$\frac{p}{p_0} = \left( \frac{n}{n_0} \right)^3 \quad (4.27)$$

$$n = \sqrt[3]{\frac{p}{p_0}} n_0 \quad (4.28)$$

V grafu 4.4 jsou vykresleny externí charakteristiky pro různé hodnoty otáček čerpadla spolu s interní charakteristikou. Pro otáčky v rozmezí  $n = 600 - 900 \text{ ot/min}$  existuje vícenásobné řešení a v nestabilních bodech se mohou projevit proudové nestability.



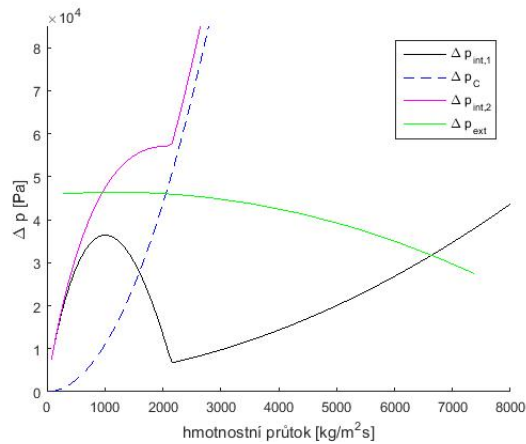
Obr. 4.4: Pracovní body pro různé otáčky čerpadla.

#### 4.2.2 Přidání škrťícího prvku

Přidáním clony za čerpadlo při daném hmotnostním průtoku, se zvýší tlaková ztráta v potrubí. Celková tlaková ztráta je součtem  $\Delta p_{int}$  a  $\Delta p_C$ . Tlaková ztráta clony se vypočítá ze vztahu:

$$\Delta p_C = \zeta \rho_l \frac{v^2}{2} = \zeta \frac{G_m^2}{2\rho_l} \quad (4.29)$$

Ztrátový součinitel  $\zeta$  se volí tak, aby charakteristika nebyla klesající pro žádný hmotnostní průtok. Jak je vidět na obrázku 4.5, volbou clony o  $\zeta = 21$  (případně  $\zeta > 21$ ) je tato podmínka splněna. Původní charakteristika  $\Delta p_{int,1}$  přejde na  $\Delta p_{int,2}$ .



Obr. 4.5: Součtová charakteristika ohřivaného kanálu a škrťícího prvku.

## 5 ZÁVĚR

V teoretické části této práce byl přiblížen úvod do problematiky dvoufázového proudění, byly zavedeny základní veličiny a vztahy. Dále byl uveden stručný přehled proudových nestabilit a jejich vliv na systém. Nakonec byl zpracován přehled metod, které se využívají při výpočtech dvoufázového proudění. Pro praktickou část této práce byl zvolen homogenní rovnovážný model.

V praktické části byly odvozeny vztahy pro výpočet tlakové ztráty v potrubí, pomocí kterých byl následně sestaven HEM model. Dosazením vstupních dat do modelu byla získána charakteristika testovací sekce. Výsledek se liší od předpokládaného řešení, jelikož HEM model zanedbává rozdílné rychlosti fází. Výsledná tlaková ztráta byla mnohem více ovlivněna tlakovou ztrátou způsobenou zrychlením chladiva, než se předpokládalo. Pro získání přesnějších výsledků by proto bylo vhodné použít model, který uvažuje rozdílné rychlosti jednotlivých fází. Takovýmto modelem je například drift flux model, jehož sestavení však již přesahuje rámec této práce.

Řešení ukázalo, že při tepelném výkonu  $7 \text{ kW}$  a délce kanálu  $326 \text{ mm}$  je křivka tlakové ztráty klesající pro hmotnostní průtoky v rozsahu  $1010\text{--}2150 \text{ kg/m}^2\text{s}$ , a tedy náchylná ke vzniku proudových nestabilit. K nestabilitám dochází, jestliže existuje více pracovních bodů systému, tedy více průniků charakteristiky potrubí a čerpadla. Na základě charakteristiky testovací sekce proto byly stanoveny otáčky čerpadla, při kterých bude existovat více pracovních bodů. Dále bylo navrženo opatření proti proudovým nestabilitám formou clony. Instalací clony před testovací sekci došlo ke změně sklonu charakteristiky testovací sekce a díky tomu zanikla oblast náchylná na proudové nestability.

Tato práce poskytuje teoretický základ, který může být později využit jako podklad k experimentu na reálném experimentálním zařízení.



## SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] HEŘMANSKÝ, Bedřich. *Termomechanika Jaderných Reaktorů*. Academia Praha 1986
- [2] INCROPERA, Frank P. *Fundamentals of heat and mass transfer*. 6th ed. Hoboken, NJ: John Wiley, c2007. ISBN 9780471457282.
- [3] PAVELEK, Milan. *Termomechanika*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2011. ISBN 978-80-214-4300-6.
- [4] SVITÁK, František, Zdeněk MLADÝ a Adolf ZBYTOVSKÝ. *Rozbor problematiky krize přestupu tepla v palivových článcích lehkovodních reaktorů*. Plzeň, 1972. Zpráva.
- [5] TODREAS, Neil E. a Mujid S. KAZIMI. *Nuclear systems*. 2nd ed. Boca Raton, FL: Taylor and Francis, 2012-. ISBN 9780415802871
- [6] BOURE, J.A., A.E. BERGLES a L.S. TONG. Review of two-phase flow instability. *Nuclear Engineering and Design*. [online]. 1973, 25(2), 165-192 [cit. 2016-05-25]. DOI: 10.1016/0029-5493(73)90043-5. ISSN 00295493. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0029549373900435>
- [7] RUSPINI, Leonardo Carlos, Christian Pablo MARCEL a Alejandro CLAUSSE. Two-phase flow instabilities: A review. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. [online]. 2014, 71, 521-548 [cit. 2016-05-25]. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.12.047. ISSN 00179310. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931013010922>
- [8] FUKUDA, Kenji a Tetsuo KOBORI. Classification of Two-Phase Flow Instability by Density Wave Oscillation Model. *Journal of Nuclear Science and Technology*. [online]. 1979, 2(16), 95-108 [cit. 2016-05-25]. Dostupné z: <http://booksc.org/book/28627278>
- [9] NAYAK, A. K. a P. K. VIJAYAN. Flow Instabilities in Boiling Two-Phase Natural Circulation Systems: A Review. *Science and Technology of Nuclear Installations* [online]. 2008, 2008, 1-15 [cit. 2016-05-25]. DOI: 10.1155/2008/573192. ISSN 1687-6075. Dostupné z: <http://www.hindawi.com/journals/stni/2008/573192/>
- [10] AHMED, Wael H., Meamer A. EL-NAKLA a Basel I. ISMAIL. Towards understanding the critical heat flux for industrial applications. *International Journal of Multiphase Flow* [online]. 2010, 36(3), 153-165 [cit. 2016-05-26]. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2009.10.002. ISSN 03019322. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0301932209001670>

- [11] KAKAC, S. a B. BON. A Review of two-phase flow dynamic instabilities in tube boiling systems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. [online]. 2008, 51(3-4), 399-433 [cit. 2016-05-25]. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.09.026. ISSN 00179310. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931007005959>
- [12] HAAS, Christoph. *Critical Heat Flux for Flow Boiling of Water at Low Pressure on Smooth and Micro-Structured Zircaloy Tube Surfaces KIT Scientific Reports; 7627*. Karlsruhe, Baden: KIT Scientific Publishing, 2012. ISBN 9783866449237.
- [13] ARITOMI, Masanori, Jing Hsien CHIANG a Michitsugu MORI. Geysering in parallel boiling channels. *Nuclear Engineering and Design* [online]. 1993, 141(1-2), 111-121 [cit. 2016-05-26]. DOI: 10.1016/0029-5493(93)90096-R. ISSN 00295493. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/002954939390096R>
- [14] KIM, Yun Il, Won-Pil BAEK a Soon Heung CHANG. Critical heat flux under flow oscillation of water at low-pressure, low-flow conditions. *Nuclear Engineering and Design*. [online]. 1999, 193(1-2), 131-143 [cit. 2016-05-26]. DOI: 10.1016/S0029-5493(99)00158-2. ISSN 00295493. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0029549399001582>
- [15] GRUNDFOS [online]. [cit. 2016-05-26]. Dostupné z: <https://product-selection.grundfos.com>

## SEZNAM ZKRATEK A POUŽITÝCH SYMBOLŮ

$\alpha$	$[kW/m^2K]$	koeficient přestupu tepla
$\beta$	$[-]$	podíl páry
$\zeta$	$[-]$	ztrátový koeficient
$\lambda$	$[m]$	drsnota potrubí
$\mu$	$[Pa \cdot s]$	dynamická viskozita
$\nu$	$[m^2/s]$	kinematická viskozita
$\rho$	$[kg/m^3]$	hustota
$\tau_w$	$[Pa]$	smykové napětí na stěně
$\phi$	$[-]$	korekční součinitel
$d$	$[m]$	vnější průměr palivové tyče
$D$	$[m]$	vnitřní průměr potrubí
$D_h$	$[m]$	hydraulický průměr potrubí
$f$	$[-]$	koeficient tření
$g$	$[m/s^2]$	gravitační zrychlení
$G$	$[kg/m^2s]$	hmotnostní průtok
$h$	$[J/kgK]$	entalpie
$k$	$[-]$	skluzový poměr
$L$	$[m]$	délka potrubí
$m$	$[kg]$	hmotnost
$\dot{m}$	$[kg/s]$	hmotnostní tok
$n$	$[ot/min]$	otáčky čerpadla
$O_s$	$[m]$	smáčený obvod
$p$	$[Pa]$	tlak
$\Delta p_{int}$	$[Pa]$	tlaková ztráta potrubí
$\Delta p_{ext}, H$	$[Pa]$	výtlaček čerpadla
$\dot{q}$	$[W]$	tepelný výkon
$\dot{q}_L$	$[W/m]$	vývin tepla po délce
$q'$	$[J/m^2s]$	hustota tepelného toku
$q''$	$[J/m^3s]$	objemový tepelný tok
$Q$	$[J]$	teplo
$Q'$	$[J/s]$	tepelný tok
$Q_V$	$[m^3/s]$	objemový tok
$Re$	$[-]$	Reynoldsovo číslo
$S_v$	$[m^2]$	vytápěná plocha
$S_p$	$[m^2]$	průtočná plocha
$t$	$[s]$	čas

$T_s$	[°C]	teplota sytosti
$T_w$	[°C]	teplota stěny
$v$	[m/s]	rychlost
$V$	[m <sup>3</sup> ]	objem
$x$	[-]	poměrná suchost
$x_e$	[-]	rovnovážná suchost
$z_{sat}$	[m]	souřadnice místa počátku varu
$z_v$	[m]	souřadnice syté páry
$\nabla$		operátor nabla

#### Použité koeficienty

$m$	parovodní směs obecně
$l$	kapalina o teplotě nižší než je teplota sytosti
$f$	kapalina o teplotě sytosti
$g$	pára o teplotě sytosti
$v$	pára o teplotě vyšší než je teplota sytosti
$T$	tření
$G$	gravitace
$Z$	zrychlení
$TP$	dvoufázový
$lo$	jednofázový, kapalina
$vo$	jednofázový, pára

#### Použité zkratky

PWR	tlakovodní reaktor – Pressurized Water Reactor
BWR	varný reaktor – Boiling Water Reactor
KTT	kritický tepelný tok
LN	Ledineggovy nestability – flow excursion
HEM	homogenní rovnovážný model