

Univerzita Hradec Králové
Pedagogická fakulta

Bakalářská práce

2021

Zuzana Pavlasová

Univerzita Hradec Králové
Pedagogická fakulta
Katedra pedagogiky a psychologie

**Čtvrtletní práce z matematiky na 2. stupni ZŠ jako
příležitost formativního hodnocení**

Bakalářská práce

Autor: Zuzana Pavlasová

Studijní program: B 1701

Studijní obor: Fyzika se zaměřením na vzdělávání

Matematika se zaměřením na vzdělávání

Vedoucí práce: Mgr. Barbara Pospíšilová

Oponent práce: Mgr. Irena Loudová, Ph.D.

Hradec Králové

Červenec 2021



Zadání bakalářské práce

Autor:	Zuzana Pavlasová
Studium:	S17FY010BP
Studijní program:	B1701 Fyzika
Studijní obor:	Fyzika se zaměřením na vzdělávání, Matematika se zaměřením na vzdělávání
Název bakalářské práce:	Čtvrtletní práce z matematiky na 2. stupni ZŠ jako příležitost formativního hodnocení
Název bakalářské práce AJ:	Quarterly work on mathematics at secondary school as an opportunity for formative assessment

Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Bakalářská práce se zaměřuje na žákovu chybu v matematice, na její pojetí a jak s ní lze pracovat. Popisuje její možné příčiny a třídění a její důležitost ve vyučovacím procesu. Teoretická část pojednává o formativním hodnocení, jeho podstatě, zpětné vazbě a o pěti klíčových strategiích pro zlepšení učitelské praxe a výsledků studentů. V praktické části se budeme četnosti chyb ze čtvrtletní práce. V závěru práce budou na základě analýzy výsledků navrženy následující postupy, jak formativním přístupem chyb využít.

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu. 2., rozš. české vyd.* Přeložil Vladimír JŮVA, přeložil Vendula HLAVATÁ. Brno: Paido, 2010. ISBN 978-80-7315-185-0.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování. 2., aktualiz. vyd.* Praha: Portál, 2009. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-7367-397-0.

HEJNÝ, Milan. *Teória vyučovania matematiky 2.* Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1989.

STARÝ, Karel a Veronika LAUFKOVÁ. *Formativní hodnocení ve výuce.* Praha: Portál, 2016. ISBN 978-80-262-1001-6.

WILIAM, Dylan a Siobhán LEAHY. *Zavádění formativního hodnocení: praktické techniky pro základní a střední školy.* Druhé revidované vydání. Praha: ve spolupráci s nakladatelstvím Martina Romana a projektem Čtení pomáhá vydala EDUkační LABORatoř, [2016]. ISBN 978-80-906082-7-6.

Garantující pracoviště: **Katedra pedagogiky a psychologie,
Pedagogická fakulta**

Vedoucí práce: **Mgr. Barbara Pospíšilová**

Oponent: **Mgr. Irena Loudová, Ph.D.**

Datum zadání závěrečné práce: **4.4.2019**

Prohlášení

Tímto prohlašuji, že jsem bakalářskou závěrečnou práci Čtvrtletní práce z matematiky na 2. stupni ZŠ jako příležitost formativního hodnocení vypracovala samostatně pod vedením Mgr. Barbary Pospíšilové, v seznamu literatury jsem uvedla veškerou literaturu a další zdroje.

V Hradci Králové dne

Podpis studenta

Poděkování

Tímto bych chtěl velice poděkovat Mgr. Barbaře Pospíšilové, za cenné rady, připomínky a odborné vedení při psaní této bakalářské práce.

Anotace

PAVLASOVÁ, Zuzana. *Čtvrtletní práce z matematiky na 2. stupni ZŠ jako příležitost formativního hodnocení*. Hradec Králové: Pedagogická fakulta Univerzity Hradec Králové, 2021. 105 s. Bakalářská závěrečná práce.

Bakalářská práce se zaměřuje na žakovu chybu v matematice, na její pojetí a jak s ní lze pracovat. Popisuje její možné příčiny a třídění a její důležitost ve vyučovacím procesu. Teoretická část pojednává o formativním hodnocení, jeho podstatě, zpětné vazbě a o pěti klíčových strategiích pro zlepšení učitelské praxe a výsledků studentů. V praktické části se budeme čtenosti chyb ze čtvrtletní práce. V závěru práce budou na základě analýzy výsledků navrženy následující postupy, jak formativním přístupem chyb využít.

Klíčová slova: práce s chybou, zpětná vazba, matematika, formativní hodnocení

Annotation

PAVLASOVÁ, Zuzana. *Quarterly work on mathematics at secondary school as an opportunity for formative assessment*. Hradec Králové: Faculty of Education, University of Hradec Králové, 2021. 105 pp. Bachelor Degree Thesis.

This bachelor's thesis focuses on a student's error in mathematics, its concept and how to work with it. It describes the possible causes, classification and the importance of the teaching process. The theoretical part deals with formative assessment, its essence, feedback and five key strategies for improving teaching practice and students' results. In the practical part of this thesis, we will deal with the frequency of errors based on a quarterly exam. Additionally, at the end of the thesis, a formative approach of errors will be proposed based on the analysis of the results.

Keywords: work with mistakes, feedback, mathematics, formative evaluation

OBSAH

ÚVOD.....	8
TEORETICKÁ ČÁST.....	10
1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY	11
2 PRÁCE S CHYBOU	12
2.1 Definice chyby	12
2.2 Druhy chyb.....	14
2.3 Druhy práce s chybou.....	15
2.4 Práce s chybou v matematice	19
3 FORMATIVNÍ HODNOCENÍ	23
3.1 Strategie formativního hodnocení	27
4 ZPĚTNÁ VAZBA.....	30
4.1 Definice zpětné vazby	30
4.2 Vlastnosti zpětné vazby.....	32
4.3 Efekt zpětné vazby v procesu učení	34
4.4 Korektivní zpětná vazba.....	37
PRAKTICKÁ ČÁST	38
5 POPIS PROSTŘEDÍ VÝZKUMU	39
5.1 Charakteristika školy.....	39
5.2 Popis výzkumného vzorku	39
6 VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ.....	40
6.1 Cíle výzkumného šetření a vytyčení výzkumné otázky	40
6.2 Použitá metodologie.....	41
7 PŘEHLED VÝSKYTU ČETNOSTI CHYB.....	41
8 VYUŽITÍ PŘÍSTUPU FORMATIVNÍHO HODNOCENÍ VE ČTVRTLETNÍ PRÁCI.....	48
8.1 Návrh formativního hodnocení čtvrtletní práce	48
9 ZÁVĚR.....	53
CONCLUSION	56
ZDROJE	59
SEZNAM POUŽITÝCH OBJEKTŮ	62
SEZNAM POUŽITÝCH OBRÁZKŮ	62
SEZNAM POUŽITÝCH TABULEK.....	62
SEZNAM POUŽITÝCH GRAFŮ	62

ÚVOD

„Největší chyba, kterou v životě můžete udělat, je mít pořád strach, že nějakou uděláte.“

Elbert Hubbard (*1856 † 1915)

americký spisovatel, nakladatel, výtvarník a filozof

Od dětství nám bylo vštěpováno do hlavy, že chyba je něco špatného a kdo jí udělá, skoro jako by se dopustil nějakého zločinu. Potom vyvstává otázka, co je pravdy na výroku, že chybami se člověk učí? Odpovědí je, že nemůže být snad pravdivějšího tvrzení! Chyby jsou do očí bijící a stále u nich přetrvává jakýsi negativní přízrak.

Vzpomínám si na úvodní hodinu matematiky s novou paní učitelkou při přestupu na druhý stupeň základní školy. Paní učitelka beze slova začala psát na tabuli několik jednoduchých matematických příkladů i s výsledky a u jednoho udělala záměrně chybu. Všimaví spolužáci se ihned začali pošklebovat a nemohli se dočkat, až paní učitelku na chybu upozorní. Reakce paní učitelky byla taková, že za upozornění poděkovala, nicméně dodala, že všichni si hned všimli udělané chyby, ale nikdo neoceníl, že zbylé příklady byly bezchybné, tedy správné. Tento názorný příklad na mě silně zapůsobil a jeho pravdivost jsem si již několikrát ověřila.

Právě to, jak je na chybu stále pohlíženo, je předmětem této práce, která nese název *Čtvrtletní práce z matematiky na 2. stupni základní školy jako příležitost formativního hodnocení*. Jejím cílem je zaměření se na žakovu chybu v matematice, její pojetí a efektivní práce s ní.

Práce je po formální stránce rozdělena do 2 částí – teoretické a praktické.

Teoretická část je rozdělena do celkem 3 samostatných kapitol a dílčích podkapitol. Cílem této části je položit teoretické základy pro praktickou část práce. První kapitola je věnována úvodu do problematiky. Ve druhé kapitole je popsána práce s chybou, která zahrnuje definici chyby, její druhy včetně druhů práce s chybou a práci s chybou v matematice. Třetí kapitola je určena pro zpětnou vazbu. V této kapitole je pojednáno o definici zpětné vazby a jejích vlastnostech, jaký má zpětná vazba efekt vzdělávacím procesem, a poslední podkapitola popisuje formativní hodnocení.

Cílem praktické části je zaměřením se na práci s chybou v matematice v rámci čtvrtletní písemné práce z matematiky na druhém stupni základní školy. Tato část tedy spočívá v ohodnocení formou přesného rozboru chyb a podání zpětné vazby k čtvrtletní práci. Hlavní důraz při hodnocení bude kladen na kvalitní a efektivní zpětnou vazbu, která žákům poskytne informace o přesném místě, příčině a druhu chyb, kterých se dopustili, tak, aby do budoucna věděli, na čem zapracovat a čeho se vyvarovat, a také především, aby se z vlastních chyb poučili a v ideálním případě je opětovně neudělali.

TEORETICKÁ ČÁST

1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY

„Nikdo neposlouchá, co říkáte, dokud neuděláte chybu.“

Murphyho zákon

Tento Murphyho zákon výstižně popisuje mou osobní zkušenost z úvodní hodiny matematiky popsanou v úvodu této práce. Možná právě z důvodu „hlučnosti“ chyby dochází k přehlušení všeho ostatního, co je správné. A možná právě proto je chyba tak dobře zapamatovatelná, ovšem až po jejím samotném udělení.

Dělat chyby je lidské. *„Cílem diagnostiky není ohodnotit žáka známkou nebo body, ale poznat jistou oblast jeho matematické intelektuální výbavy.“* (Hejný et al, 2006, s. 3). Ku škodě je v současném školství stále patrný duch tzv. herbartovského učitelského přístupu. Johann Friedrich Herbart (*1776 - † 1841) významně ovlivnil pedagogickou praxi střední Evropy i Ameriky. Jeho filozofie učitelství vnímá chybu jako něco negativního, nežádoucího. A tento přístup je až přespříliš zakořeněný už od dětství, kdy se na udělení chyby hledí jako na něco hříšného. Tato filozofie, kdy je na prvním místě vykládaná látka a až pak žák, volá až po naléhavé změně. (Hejný et al, 2006, s. 4).

2 PRÁCE S CHYBOU

Cílem této kapitoly je pojednat o práci s chybou. Nejprve je vysvětlena definice chyby očima různých odborníků včetně jejího zasazení do historického a filozofického kontextu. Další podkapitola se zaměří na druhy chyb tak, jak je vnímají jednotliví autoři. Následně jsou uvedeny druhy práce s chybou se zaměřením na práci s chybou v matematice.

2.1 Definice chyby

Pohledů a názorů na chyby najdeme hned několik. Pro někoho je nepřijatelné, aby se dopustil chyby, jelikož má vsugerováno, že chyba je něco opravdu špatného. Uvědomme si, že chyby jsou neoddelitelným prvkem každodenního života. Ať je to například špatné odbočení při cestování autem, nedostatek spánku nebo zapomenutí kontroly u lékaře. Důležité je zamyslet se nad tím, jak chyb využít, abychom pomocí nich žáky přiměli k rozvoji a učebnímu posunu. Otázkou je, jak žáky přesvědčit, že chybovat je lidské, že na tom není nic špatného, protože člověk může z chyb hodně pozitivního či užitečného vytěžit. Důležité je, jaké učitel zaujímá stanovisko, jak reaguje a jak pracuje s chybami žáků. Myslím si, že nedílnou součástí práce učitele je pochopit, proč a v čem žák chyboval, poněvadž to vede k usnadnění komunikace mezi učitelem a žákem. Na základě toho si myslím, že je i pomoc od učitele pro žáka přijatelnější a srozumitelnější.

Hejný et al. (2006, s. 7-8) pohlíží na lidskou chybu a pohled na ní jako na kulturně-společenský jev. Tzn., že co jiné lidské společnosti, to jiné vnímání chyby. Naše vědomí bylo nejvíce zasaženo ze 4 proudů evropské kultury – Starý zákon, Nový zákon, Judea a antika.

Starý zákon definuje chybu, a to dokonce dvojího typu . První týkající se lidské pospolitosti (chyba), druhá se týká Božích příkazů (hřích). Jako chybu vnímá jednání Josefových bratrů, kteří ho prodali jako otroka. Josef se následně stal nejmocnějším egyptským úředníkem a vlastním bratrům jejich počin nakonec odpustil. Adam, který snědl jablko ze zapovězeného stromu, se dopustil hříchu, který následoval vyhnáním z ráje, čímž došlo k osudové změně jak jeho a Evina života, tak i celé lidské populace.

Nový zákon umožňuje hříšníkům získat naději a odpuštění díky upřímnému pokání. Přichází Ježíš působící jako spasitel. Nový zákon rovněž volá po vzájemném tolerování chyb, čímž se dostává do střetu se Starým zákonem. Trest za hřích ve Starém zákonu zbavuje člověka veškeré energie, Nový zákon energii naopak dodává.

Judea považuje chybu za běžnou životní součást. Hřích sice považuje za narušení Boží vůle stejně jako Starý zákon, chybu ale vnímá s porozuměním, především tu žákovu. Judaistická kultura jako první má porozumění pro dítě a žáka jako pro svébytnou osobnost neboli individuum, které vyžaduje specifický přístup. Tato kultura se rovněž vyznačuje tím, že nenechá chybu a její následky na člověka citově působit a nedovolí lidské ochromení neúspěchem. Stejně jako Nový zákon, i zde je chyba vnímána jako dodavatel energie, nikoliv její spotřebitel.

Také antika se staví k chápání chyby jakožto součástí lidské existence. Z tohoto proudu také pochází známé „*mýlit se je lidské*“ od Seneky (v originále *Errare humanum est*).

„Jako chyba je ve školním prostředí označován výkon žáka, který vykazuje určitou míru nedokonalosti vzhledem k výkonu plánovanému, očekávanému či správnému.“ (Starý & Laufková, 2016, s. 64) Chyba představuje ukazatel míry ne/zvládnutí učiva žáky. Chybu je možné vnímat také jako „*nezbytnou a přirozenou součást učení.*“ (Starý & Laufková, 2016, s. 64).

Slavík (1999, s. 71) vnímá chybu jako nepřipustnou odchylku od daného výsledku, kterou doprovází špatné užití prostředků na cestě od tohoto výsledku. Dále poznamenává, že k jejímu odhalení dojde prostřednictvím hodnocení neboli srovnáním kvalit. Předmětem tohoto hodnocení je cíl neboli to, čeho mělo být dosaženo či prostředek nějaké činnosti neboli jak mělo být k výsledku dospěno.

Kulič (1971, s. 5) vnímá chybu jako „*odchýlení od předepsané výkonové normy či od řešení, které vede k cíli v procesu učení; případně jde o řešení, které vede k cíli oklikou, s příliš velkými ztrátami.*“

2.2 Druhy chyb

V této podkapitole jsou uvedeny druhy chyb tak, jak je vidí různí odborníci.

Weimer (in Kulič, 1971) dělí chyby na:

- chyby vzniklé na základě větší zběhlosti;
- perservativní chyby;
- chyby na základě podobnosti;
- chyby vzniklé působením několika příčin současně;
- chyby podmíněné působením emocí a volních procesů.

Selz (in Kulič, 1971) rozlišuje:

- „vnější chyby“ neboli úplné;
- „vnitřní chyby“ neboli oprávněné.

Kulič sestavil přehlednou tabulku shrnující druhy chyb od jednotlivých odborníků.

Tabulka 1: Dělení chyb jednotlivými odborníky

Autor	Druhy chyb	
Ashby	Běžné	Smrtelné
Duncker	Dobré	Nesmyslné
Green	Smysluplné	Bezvýznamné
Köhler	Dobré	Smysluprosté
Lawrence	Kognitivní	Nekognitivní
Luchins	Smysluplné	Bezvýznamné
Menčinská	Poučné	Hloupé
Oléron	Poučné	Neinstruktivní
Selz	Oprávněné	Úplné

Zdroj: vlastní zpracování dle (Kulič, 1971, s. 94)

Sám Kulič (1971) dělí chyby následovně podle:

- kognitivní hodnoty na chyby smysluplné a nesmyslné;
- organizovanosti na chyby pravidelné a nahodilé;
- nositele na chyby individuální a hromadné;
- typičnosti na chyby běžné a neobvyklé;
- závažnosti na chyby podstatné a hromadné;
- charakteru nedostatku na deklarativní a procedurální.

Hejný (2004) rozeznává 3 příčiny tzv. domnělé chyby:

- neukončený poznávací proces;
- narušení konvence terminologie nebo záznamu;
- interpretační nesoulad.

Chybu vnímám jako něco pozitivního, něco, co člověka posune v životě (studiu) dál. Nikdo není bezchybný a za chyby by neměl být trestaný. Nejvíce se ztotožňuji s dělením chyb dle Weimera. Odhalení chyby, resp. její příčiny považuje za stěžejní část učitelovy práce, která je následovaná předáním zpětné vazby. Byť se jedná o časově náročný proces, je zároveň nezbytný pro žákův posun směrem kupředu a neopakování chyby v budoucnosti.

2.3 Druhy práce s chybou

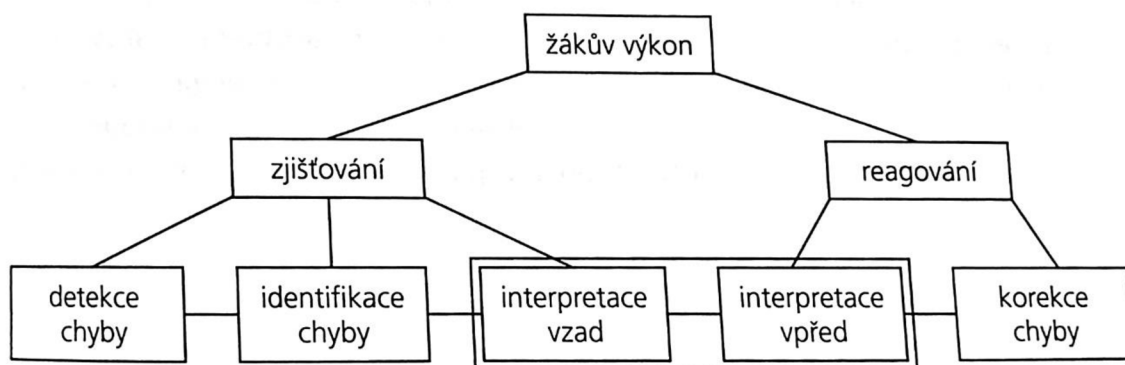
Tato podkapitola se věnuje druhům práce s chybou. Nejprve je popsán Kuličův čtyřbodový postup při práci s chybou zahrnující fázi zjišťování a reagování. Následně je popsána Hejného metoda zasloužené radosti z poznávání se zvláštním zaměřením na práci s chybou. Hejného metodu považuji za velice inspirativní a jaksi správnou, neboť se nejvíce přibližuje mému vlastnímu pohledu na práci učitele s chybou (v matematice) tak, jak bych jednoho dne sama ráda učila a přistupovala k chybě žáka. Na závěr kapitoly je uveden příklad didaktického řešení práce s chybou.

Kulič (1971) rozlišuje tyto 4 kroky v práci s chybou:

- detekce neboli odkrytí;
- identifikace neboli určení místa, typu nebo vzdálenosti od cíle výuky;
- interpretace neboli smysl rozdílu mezi tím, jak to je a jak to má být;
- korekce neboli náprava činnosti určená k odstranění rozporu.

Přehledně jsou tyto 4, resp. 5 kroků znázorněno na následujícím obrázku.

Obrázek 1: Reakce na chybu žáka



Zdroj: Kulič, 1971 in Starý & Laufková (2016, s. 65)

Hejného metoda zasloužené radosti z poznávání spočívá v 12 klíčových principech, mezi které patří:

- budování schémat;
- práce v prostředích;
- prolínání témat;
- rozvoj osobnosti;
- skutečná motivace;
- reálné zkušenosti;
- radost z matematiky;
- vlastní poznatek;
- role učitele;
- **práce s chybou;**
- přiměřené výzvy;
- podpora spolupráce.

Hejného princip práce s chybou spočívá v předcházení zbytečného strachu u dětí. Jak sám dodává, „*dítě, které by mělo zakázáno padat, by se nikdy nenaučilo chodit.*“ (Hejný, 2021). Dodává, že analyzování chyby směřuje k hlubší zkušenosti, která vede k lepšímu zapamatování daného poznatku. Zdůrazňuje, že chyby je potřeba využít jakožto prostředek k učení. Důležité je podporovat žáky v samostatném hledání chyb a učit je vysvětlovat, proč k chybě došlo. Na základě vzájemné důvěry mezi dětmi a pedagogem je pak podporována radost žáků z odvedené práce.

Chyba představuje přirozený jev především v procesu učení. Pokud se s chybou dobře naloží, znamená správnou cestu k porozumění. V případě, že si člověk uvědomí udělení chyby, a především proč k chybě došlo, dojde ke zdokonalení jeho schopnosti vykonat určitou činnost příště lépe.

S tímto názorem nemůžu více než souhlasit. Má vlastní zkušenost je taková, že zpětná vazba spočívala pouze ve vrácení opravené písemné práce s upozorněním na chybu a o tuto chybu sníženou známku. Vysvětlení příčiny udělení chyby nikde. Při další příležitosti potom došlo pouze k vybavení si předešlé chyby, ale nikoliv k uvědomění si důvodu udělení chyby, natož k předejití opakování chyby, neboť chybělo její vysvětlení.

Hejný chybu v učícím procesu hájí a dokonce vítá. Vnímá ji jako „*zprostředkovatele žákova opravdového poznání.*“ A co víc, přimlouvá se za znovunabytí účinnosti jednoho starého moudra, že „chybami se člověk učí.“

Dle Hejného chyba aktivuje myšlení. Upozorňuje na skutečnost, že pedagog vyučující instruktivně vyžaduje od žáků zopakování naučených postupů a pouček. Jakmile se však předvedený postup neshoduje s pedagogovým očekáváním, je to považováno za chybu čili jev nežádoucí. Myšlení žáka je tímto však neblaze ovlivněno. V případě učitelova vnímání chyby jakožto nežádoucího jevu dochází k vytvoření klimatu, které má na žáka blokující účinek, který ze strachu před uděláním chyby radši neudělá nic. To vede k zesílení tlaku ze strany učitele, který se tak snaží o odstranění chyby. Dle přesvědčení některých učitelů přiměřený či spravedlivý trest vede k povzbuzení žákova úsilí a zlepší jeho studijní výsledky. Tuto skutečnost však realita nepotvrzuje.

Faktem je, že žáci sice vynaloží na předmět, ze kterého mají strach, více energie, její větší část však padne na aktivity zaměřené na ochranu před trestem – předstírání nemoci, opisování, lhaní, absence nebo vymlouvání se.

Hejný dále zdůrazňuje, že je důležité neodhalovat chyby, nýbrž jejich příčiny. Příklad uvádí na žakově chybě při počítání, kde učitel okamžitě neví, kde žák udělal chybu. Pokud dojde pouze k opravě, příliš nápomocné to žákovi není a důvod vzniku udělení chyby se žák nedozví. V tomto případě, kdy učitel nemá snahu o pochopení příčiny vzniku chyby, je pak tato žákem vnímána jenom mocensky. Žákovi není jasné, při jaké jeho úvaze k chybě došlo, což vede k jejímu příštímú zopakování. Je důležité, aby chyba žáka neodradila, ale aby pro něj byla užitečnou zkušeností. Učitel zde hraje pomocnou roli v žakově poučení se z chyb.

Opět naprostý souhlas z mých vlastních zkušeností z období školních let. U opravených písemných prací byl žák, pokud měl vlastní zájem, donucen pátrat sám po příčině svých chyb. Ovšem ten, který takovou aktivitou nevynikal, měl smůlu. V tom spatřuji špatný přístup učitele/školy. Opravit pouze písemnou práci na dobře a špatně zabere totiž mnohem méně času, než podat kvalitní a efektivní zpětnou vazbu, která má nějakou vypovídací hodnotu.

V případě, že žák udělá chybu, je potřeba, aby jej učitel povzbudil vlastním příkladem, tzn., aby názorně ukázal, jakých vlastních chyb se dopustil a hledal jejich příčinu. Pokud žák upozorní na chybu učitele, je důležité, aby mu učitel poděkoval a vyslovil uznání. Jako velice efektivní a účinná je hlasitá analýza učitelovy chyby. Tak mají žáci šanci vidět, jak se k chybě stavět. *„Poznání příčin chyby je účinný způsob pronikání k podstatě zkoumaného jevu.“* (Hejný, 2021).

Tento přístup vnímám jako velice pozitivní a inspirativní, stejně jako byla popsána má vlastní zkušenost v úvodu práce. Důležité spatřuji ve vštípení žákům, že dělat chyby je lidské a příklad z vlastního udělení chyby vnímá jako nejlepší. Chyby se dělají běžně a často, ovšem málokdo umí chybu uznat nebo se za ni omluvit.

Posledním bodem práce s chybou v rámci Hejného metody je skutečnost, že díky chybě dojde k doplnění scházejících zkušeností. Pokud je učitel obeznámen s prací s chybou, naskytuje se mu při každém objevení chyby příležitost k didaktickému využití.

Učitelovo povědomí má tak 2 složky – diagnostickou a edukační. Při diagnostické složce zjišťuje, jak si žák chybu uvědomuje a je si vědom místa jejího výskytu. Při edukační složce dochází k nápravě vzniklého problému. V případě zjištění nějakých nesrovnalostí, doplní se scházející zkušenosti (Hejný, 2021).

Příkladem didaktického přístupu k chybě může být následující. Autoři Orság & Sulková (2020) uvádí, že pracovat s chybou lze různými způsoby. Např. je možné žáky rozdělit do skupin, ve kterých jim rozdat dříve odevzdané práce včetně hodnocení na zvláštních papírech. Úkolem skupiny je přiřadit práci odpovídající hodnocení a tuto volbu obhájit.

2.4 Práce s chybou v matematice

Cílem této podkapitoly je zúžit zaměření z práce s chybou obecně na práci s chybou v matematice.

Ve výuce matematiky shledávám důležitým, při vysvětlování látky, nechat žáky sdílet jejich myšlenky. To mi umožní vědět, zda všichni chápou látku, nebo zda látku musím vysvětlit znovu a jiným způsobem. Na konci výuky by měl učitel posoudit, zda žáci získali znalosti podle cíle. Pokud ne, pak by výuka měla být přepracována tak, aby lépe vyhovovala žákům.

Hejný (1989, s. 194) uvádí, že při řešení rovnic je potřeba pedagogicky zužitkovat všechny chyby i objevy žáků. Chyby na odstranění deformovaných matematických představ, objevy na motivaci a určitě zevšeobecnění. Nejedna objev, ke kterému žák v procesu řešení dojde, má všeobecnější použitelnost. Úlohou učitele je pak žáky na možnost zevšeobecnění objevené „finty.“

Na příkladě skalárního součinu a jeho geometrického významu (Obrázek 2: Hejného příklad na skalární součin a jeho geometrický význam) ukazuje další práci s chybou v matematice.

Obrázek 2: Hejného příklad na skalární součin a jeho geometrický význam

Pravidelný štvorboký ihlan $ABCDV$ je preťatý rovinou ω v štvoruholníku $A'B'C'D'$ ($A' \in \vec{AV}, \dots$). Poznáme dĺžky $a = |A'V|$, $b = |B'V|$, $c = |C'V|$, určte dĺžku $d = |D'V|$.

Zdroj: Hejný (1989, s. 427)

Výsledky písomnej overky obsahujúcej príklad výše nebyli dobré. Ve 30 % bolo riešenie nesmyslné alebo pomotané. Špatně dopadli i žáci, kteří se aktivně a úspěšně zapojovali do kolektivní práce při řešení příkladů na tabuli. Provedená analýza odhalila příčiny chyb, jejichž zdrojem je obvykle jen některá z oblastí – prostorová představivost, překlad geometrické situace do jazyka algebry, špatné počítání s vektory, neschopnost převést vztahy algebraické na aritmetické, chyby s výrazy (odmocniny či goniometrické funkce). Učitelé na chyby žáky jmenovitě upozornili a těm, kteří měli špatné výsledky z písomné práce, byla dána možnost opravné práce. Vstupenkou však byla rozsáhlá série úloh, která byla vytvořená individuálně pro každého zájemce. Jak se ukázala, tento povinný trénink přinesl ovoce. Opravná písomná práce dopadla o 1,63 stupně lépe než ta původní.

Hejný (1989, s. 155-156) dále poukazuje na 7 matematických druhů chyb, mezi které řadí:

- Numerické chyby

$$6(x + 2) = 6x + 14; (4x - 7)(x - 4) = 4x^2 - 4x - 7x + 28$$

- Úkonové chyby

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 2 + 3; 12 - (x + 5) = 12 - x + 5$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \frac{a}{b}, \text{ kdy došlo k vykrácení třetí odmocniny}$$

- Grafické chyby vznikají nedbalým zápisem, škrtním přepisování či grafickým prolínáním zápisů;
- Chyby velkých skoků znamenají, že se žák dopustí chyby ve snaze udělat úpravu, která zahrnuje víc kroků najednou:

$$\frac{x+2}{2x-1} - \frac{3-x}{x+4} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2+6x+4+2x^2-5x+3}{(2x-1)(x+4)} = 1$$

- Strategické chyby

$$\begin{array}{llll}
 x^2 + xy + z^2 = 2 & (a) & & (a)+(b) \rightarrow (x+y)^2=0 \rightarrow \\
 y^2 + xy - z^2 = -2 & (b) & \rightarrow & \rightarrow y = -x, \text{ potom} \\
 y^2 - 3xy = 4 & (c) & & (a) \rightarrow z = \pm\sqrt{2}, \\
 & & & (c) \rightarrow x = \pm 1.
 \end{array}$$

- Bezradnost a bloudění nepředstavují chyby v pravém smyslu slova, ale ztrátu orientace a neschopnost najít cestu k řešení.

$$(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 0 \Rightarrow (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 0$$

či

$$\frac{a^2 - 3ab + 2b^2}{(a - b)^2} = \frac{a^2 - 3ab + 2b^2}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{(a - b)(a - 2b)}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{a^2 - 3ab + 2b^2}{(a - b)^2}$$

- Jiné chyby, mezi které řadí všechny chyby, které nepatří do žádného z předchozích bodů, jedná se např. o roztržitost při opisování zadání nebo chybné zápisy dobře myšlených postupů:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = \frac{4-6}{24} = -\frac{2}{24} = -\frac{1}{12} : \frac{1}{2} = -\frac{2}{12} = -\frac{1}{6}$$

Mezi druhy chyb lze zařadit pět propletených řetězců, představujících matematickou zdatnost (National Research Council, 2005).

- koncepční porozumění; porozumění matematickým konceptům, operacím a vztahům
- procesní dovednost; pružně, přesně, efektivně a vhodně provádět procesy
- strategická kompetence; schopnost formulovat, reprezentovat a řešit matematické problémy
- adaptivní uvažování; schopnost logického myšlení, reflexe a vysvětlení
- produktivní dispozice; obvyklý sklon vnímat matematiku jako rozumnou, užitečnou a hodnotnou ve spojení s vírou v pracovitost a vlastní efektivitu

Tyto kompetence jsou navzájem propojené a mapují přímo principy, jak se lidé učí.

Další 4 typy matematických chyb popsali Fajmon Břetislav a Irena Růžičková ve svých skriptech pro fakultu elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně.

- chyby matematického modelu; vznikají nahrazením reálné fyzikální situace matematickým modelem. Může se jednat například o popis nějakého fyzikálního děje pomocí diferenciální rovnice.
- chyby vstupních dat; jsou způsobeny nepřesnostmi při měření fyzikálních veličin.
- chyby numerické metody; vznikají při náhradě původní matematické úlohy jednodušší úlohou numerickou. Často se jedná o náhradu nekonečného procesu procesem konečným, např. při výpočtu hodnoty některé elementární funkce pomocí součtu několika prvních členů její nekonečné Taylorovy řady nebo při aproximaci určitého integrálu součtem konečného počtu funkčních hodnot. Odhad této chyby je důležitou součástí řešení každé numerické úlohy.
- chyby zaokrouhlovací; vznikají tím, že při výpočtech pracujeme s čísly zaokrouhlenými na určitý, relativně nevelký, počet míst. Tyto chyby se při výpočtu mohou kumulovat, nebo naopak navzájem rušit. Při velkém počtu operací je posouzení jejich vlivu velmi náročné.

Při svých studiích jsem se dopustila snad všech výše uvedených chyb. Při písemné práci zkoumající osvojení nabytých znalostí hraje důležitou roli stres a často i nedostatek času. K chybě pak dojde takřikajíc raz dva. Písemná práce umožňuje vyzkoušení velkého množství žáků najednou. Nicméně především v matematice bych uvítala individuálnější přístup s vyzkoušením jednotlivců nebo dvojic, kteří by řešili příklady přímo před vyučujícím. Postup by mohl být takový, že by žáci dostali stejný příklad k vyřešení, který by řešili na tabuli. Učitel by žáky nejprve nechal příklad vypočítat bez jakýchkoliv zásahů. V případě udělení chyby by se učitel do procesu vložil a individuálně s žákem probral konkrétní místo problému. Žák by tak měl k dispozici okamžitou zpětnou vazbu a přesně věděl, kde a jaké chyby se dopustil.

V praktické části jsem se však zaměřila na písemnou formu, jelikož není nevyhnutelná. U ústního zkoušení učitel reaguje na žakovu odpověď ihned, proto je tato varianta snazší. Posláním učitelů je učit. Proč tedy nestrávit nad opravováním písemných prací více času, když víme, že to žákům přinese, jak se říká, ovoce? Sedm druhů matematických chyb od Hejného (1989, s. 155-156) využiji pro opravu výzkumných vzorků.

3 FORMATIVNÍ HODNOCENÍ

Pojem formativní hodnocení pochází z angličtiny, jeho původ je však pravděpodobně v latinském slově *formo* čili utvářet či dávat tvar. Výsledné slovní spojení formativní hodnocení „*tedy odkazuje k tomu, že na prvním místě je v duchu humanismu zájem o pozitivní rozvoj člověka v jeho poznání i chování*“ (Starý & Laufková, 2016, s. 11).

Cílem tohoto hodnocení je odhalit mylné představy, které žáci dělají. Jako učitel mohu rychle na takovou situaci reagovat a posílit správný proces učení pro žáky. Pokud jen dávám úkoly a opravím je známkami, bez konkrétního zpětné vazby nebo bez vytyčených cílů, pak hodnocení nebude mít takový dopad na učení, po kterém toužíme.

Formativní hodnocení se týká široké škály metod, které učitelé používají k provádění průběžných hodnocení žákova porozumění, vzdělávacích potřeb a akademického pokroku během lekce. Formativní hodnocení pomáhá učitelům identifikovat koncepty, které žákům dělají problémy při porozumění; dovednosti, k jejichž získání mají potíže nebo učební standardy, kterých ještě nedosáhly. To vše, aby bylo možné provádět úpravy lekcí, výukových technik a akademické podpory (Education Reform, 2014).

Každé hodnocení přinášející žákovi užitečné informace o jeho současném stavu vědomostí a dovedností je možné označit za formativní. Užitečnost zde znamená, že se žák dozví, kde se právě nachází včetně pokynů pro naučení se něčeho dalšího. Byť se to zdá jednoduché, realizace není snadná, o čemž svědčí i úroveň hodnocení v českých školách. Jak sami autoři konstatují, „*účinnou zpětnou vazbu poskytujeme velmi málo*“ (Starý & Laufková, 2016, s. 12). Ve škole jsou žáci klasifikováni prostřednictvím známek za své výkony. **Známkování však není formativním hodnocením.**

Jako příklad formativního hodnocení z praxe lze uvést následující. Ukázku znázorňuje 2 způsoby komunikace – zpětné vazby učitele k žákovi.

Obrázek 3: Příklady formativního hodnocení

*Martino,
jsi velice nadaná žákyně, sebejistá, výborná čtenářka. Tvoje práce je na
čistou jedničku!*

*Eliško,
Tvoje úvaha o ideální knize je dobře strukturována, postupně se vě-
nuješ jednotlivým znakům ideální knihy, v závěru vše shrneš a doplníš
konkrétními příklady. Líbí se mi, že si v rámci úvahy pokládáš závažné
otázky. Celkově považuji Tvou úvahu za zdařilou. Příště si po sobě zkus
práci ještě jednou přečíst, aby ses vyvarovala drobných gramatických
chyb z nepozornosti.*

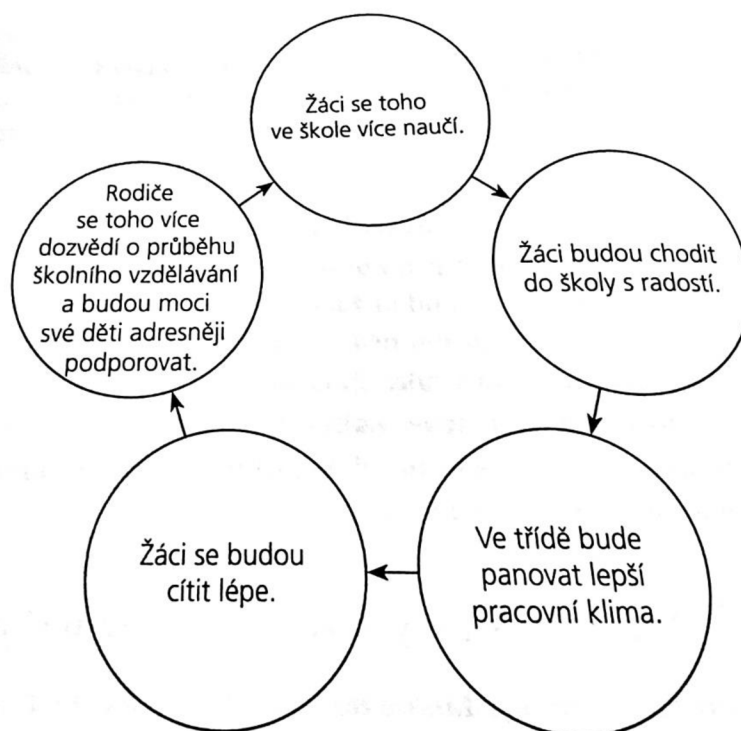
Zdroj: (Starý & Laufková, 2016, s. 12)

Z ukázky je patrné, že není hodnocení jako hodnocení. Zatímco první hodnocení přináší pouze informaci o nadanosti žákyně a výsledné známce za práci, druhé hodnocení má přidanou hodnotu v tom, že žákyně ví, co se v práci podařilo včetně rady, jak práci příště napsat ještě lépe.

Proč je dobré používat formativní hodnocení:

- Žáci se více naučí;
- Vytvoří se dobré klima pro výuku;
- Hodnocení představuje jeden ze vzdělávacích cílů.

Obrázek 4: Výhody využívání formativního hodnocení



Zdroj: (Starý & Laufková, 2016, s. 24)

Autoři spatřují metody formativního hodnocení v:

- Autonomním hodnocení, kdy žáci představují vlastníky svého učení, zahrnuje:
 - Vrstevnické hodnocení
 - Sebehodnocení;
 - Kombinace hodnocení vrstevnického, sebe a učitelova;
- Vzdělávací cíle a jejich role v hodnocení
- Kritéria;
- Zpětná vazba;
- Hodnocení chování.

Tyto metody vychází ze 3 klíčových otázek:

- Kam jdu/směřuji?
- Kde právě jsem?
- Jak se dostat k cíli?

Rozdíl mezi sumativním a formativním hodnocením spatřují autorky Vališová a Kasíková (2011) v následujícím.

Formativní hodnocení představuje hodnocení průběžné, kdy je žákům poskytnut čas na pochopení vyučované látky a prodloužen čas pro učení. V praxi se jedná o zkoušení, úkoly, písemné testy. Smyslem těchto aktivit je smysluplné zapojení žáka k podpoře porozumění a osvojení si učební látky. Žádoucí je žákovo zabývání se touto látkou, nikoliv krátká reprodukce a její okamžité zapomnění.

Sumativní hodnocení představuje hodnocení závěrečné, kdy je žákům poskytnut poměrný součet veškerých žakových aktivit za uplynulé pololetí (známka na vysvědčení). Autorky upozorňují, že by známka měla vyjadřovat dosažení dlouhodobých cílů a nebýt jenom průměrem veškerých známek.

Rozdíl těchto dvou hodnocení v testu je vidět na poznámkách vyučujícího. U sumativního hodnocení je například pouze u špatného výsledku udělán křížek, znak pro špatnou odpověď, a místo plného počtu bodů za úlohu číslo zmenšené. Na závěr písemky vyčteme, kolik bodů jsme celkem ztratili a co máme za známku.

Formativní hodnocení více rozvádí chyby, kterých jsme se dopustili. Místo křížku se nám snaží ukázat, kde se chyba stala, zamyslet se nad postupem, kterým jsme k výsledku dostali.

Praktické techniky k zavedení formativního hodnocení pro základní a střední školy výborně popsal Wiliam & Leahyová (2016). Ve svém díle Zavádění formativního hodnocení uvádí 5 klíčových strategií k zavedení formativního hodnocení s výkladem, proč je používat, jak jim porozumět včetně jejich technik. Jedná se o následující strategie:

- Objasňování, sdílení a porozumění cílům učení a kritériím úspěchu (cíle učení a kritéria úspěchu);
- Organizování efektivní třídní diskuze; aktivit a zadávání úloh, kterými získáme důkazy o učení (třídní diskuze a důkazy o učení);
- Poskytování efektivní zpětné vazby, která podporuje učení a posouvá je vpřed (poskytování zpětné vazby);
- Aktivizování žáků jako zdrojů učení pro sebe navzájem (vzájemné hodnocení);
- Aktivizování žáků jako „vlastníků“ svého učení (sebehodnocení).

3.1 Strategie formativního hodnocení

Kniha Dylana Wiliama, *Zavádění formativního hodnocení*, je plná řady poznatků. Základ knihy zdůrazňuje důležitost formativního hodnocení jako nástroje ke zlepšení praxe učitelů a v konečném důsledku ke zlepšení učení žáků.

V knize poskytuje pět strategií, o nichž se domnívá, že jsou základem úspěšné praxe formativního hodnocení ve třídě.

1. strategie

V rámci objasňování, sdílení a porozumění cílům učení a kritériím úspěchu chce Wiliam (2016, s. 25-59) upozornit, že *„účelem jakéhokoliv cíle učení nebo kritéria úspěchu není žákům pomoci dokončit danou aktivitu, ale pomoci jim se učit.“* Uvádí, že učební cíl nemusí být nastaven ihned po započetí hodiny. Zkušenost staví před výsledek.

Dále radí, že je vhodné udržovat kontext učení od cílů učení. Tím rozumí, aby žáci byli schopni naučenou látku aplikovat i v jiném kontextu. Vhodné je střídat aktivity a rozlišovat kritéria úspěchu nikoliv cílů učení.

Třetí technikou je primární zařazení ukázek prací než hodnotících tabulek při vysvětlování kvality. Radí používat 2 či více anonymních prací, pomoci s rozvojem „čichu na kvalitu,“ a zjišťovat, co si žáci myslí, že se učí.

Poslední technikou této strategie je používání velkých myšlenek, učebních pokroků a pravidelných pauz. Radí výuku směřovat směrem od velkých myšlenek, rozvíjet učební pokroky a zajistit postavení učebních pokroků na empirických i teoretických základech.

2. strategie

V rámci organizování efektivní třídní diskuze, aktivit a zadávání úloh, kterými lze získat důkazy o učení se autor (Wiliam, 2016, s. 61-100) snaží o zdůraznění důležitosti plánování otázek předem.

Uvádí, že žáky je vhodné vybírat náhodně pomocí chytrého telefonu, dřívek se jmény či malých kartiček. Nepovolovat neúčast nabídnutím možností, prostřednictvím pomoci „publika“ (ostatních žáků) či přítele na telefonu.

Vhodné je prodloužit čas na přemýšlení či uplatnit metodu „zamysli se,“ která umožňuje prodiskutování s partnerem či podělit se s ostatními.

Možností také je vyhnout se otázkám používáním oznamovacích či reflektivních výroků, vyslovení názoru či zájmu, odkazováním na jiné žáky či názory učitele atd.

3. strategie

V rámci poskytování efektivní zpětní vazby podporující učení a posunující vpřed uvádí Wiliam (2016, s. 101-132), že by „*zpětná vazba měla představovat více práce pro příjemce než pro jejího poskytovatele.*“

Upozorňuje, že reakce žáka má přednost před zpětnou vazbou. Radí, jak rozvinout u žáků růstové myšlení, aby se žáci víc soustředili na důvěru ve vlastní schopnosti než posuzování vlastní hodnoty. Zpětnou vazbu dávat do souvislosti s úkolem než s osobností. Zdůrazňuje používání osobního maxima oproti známám či bodům a poskytování pouze slovního hodnocení bez kombinace různých funkcí zpětné vazby dohromady.

Vhodné je zařadit zpětnou vazbu metodou detektivní práce, kdy mají žáci např. přiřadit hodnocení ke správné práci.

4. strategie

V rámci aktivizování žáků jako zdrojů učení pro sebe navzájem zdůrazňuje Wiliam (2016, s. 135-164) že „*vzájemná podpora přináší užitek nejen těm, kteří pomoc dostávají, ale i těm, kteří ji poskytují, díky čemuž všichni dosahují lepšího výsledku.*“

Snaží se o kooperativní učení, kdy je nutné splnit 5 podmínek:

- Pozitivní vzájemná závislost;
- Interakce tváří v tvář;
- Individuální odpovědnost;
- Interpersonální dovednosti a dovednosti pro práci v malé skupině;
- Reflexe skupinové činnosti.

Dále radí používat vzájemnou zpětnou vazbu, kterou je dobré započít ve dvojicích a práci anonymního žáka.

Vhodné je nastavit skupinové cíle, kdy je možné se od dvojic přesunout ke skupinám. Zařazení individuální odpovědnosti spočívá ve vzájemném pomáhání žáků k dosažení nejlepšího hodnocení celé třídy.

5. strategie

V rámci aktivizování žáků jako vlastníků svého učení Wiliam (2016, s. 165-198) uvádí, že „*učitelé nevytváří učení; pouze žáci jsou tvůrci svého učení. Učitelé však mohou vytvářet příležitosti, v nichž se žáci učí.*“ V této strategii radí, jak na „sebeuposuzování“ žáky, které má mít jasná kritéria a pravidla. Důležité je soustředění na zlepšování nikoliv na standardy. Ideální je pomoci žákům stát se vlastníky svého učení, kdy se sebehodnocení stává běžnou součástí výuky. Žáci mají změny identifikovat, ne je provést. Vhodné je podporovat vnitřní i vnější motivaci.

Jako poslední techniku této strategie uvádí angažování žáků do role pozorovatelů hodiny.

Z některých pěti předcházejících strategií od Wiliama budu ve své praktické části čerpat dané poznatky.

U třetí strategie budu klást důraz na to, abych zpětnou vazbou nezaúkolovala sama sebe, jako vyučujícího (např. otázku v příštím testu položím jinak, nebo na danou látku budu dávat příště větší důraz). Zpětná vazba má vést žáka k zamyšlení nad chybou, které se dopustil.

Jak u páté strategie navnadit žáka, aby se? Kdyby žáci dostávali opravenou písemnou práci s rozepsáním druhů chyb, které v práci udělali, s odstupem času by byly schopni sami takový rozbor udělat (viz. str. podkapitola 2.4 Práce s chybou v matematice, 7 matematických druhů chyb dle Hejného). Určili by sami, zda se nejčastěji dopouštějí chyb numerických, úkonových nebo grafických atd. Například konkrétní žák dělá opakovatelně grafické chyby. Když tento poznatek využije v procesu učení, kde bude více dbát na grafiku příkladů, je to kladný krok, krok vpřed.

Formativní hodnocení ve třídě matematiky vzkvétá z výukových přístupů, které podporují kritické myšlení. V procesu výuky a učení existuje nesčetné množství faktorů, které mají vliv na učení žáků. Nicméně, jak dobře učitel využívá matematické a pedagogické znalosti, aby pomohl žákům učit se matematiku, je jedním z faktorů, které ovlivňují úspěch žáků. Učitelé by se proto měli snažit vystavit žáky různým výukovým postupům, dát jim možnost výběru. Ukázat více postupů. Každému vyhovuje něco jiného, tedy někdo může lépe chápat první postup, druhému bude vyhovovat ten druhý.

4 ZPĚTNÁ VAZBA

Cílem této kapitoly je definovat pojem zpětná vazba a uvést vlastnosti zpětné vazby. Další podkapitola se zabývá efektem zpětné vazby v procesu učení a na závěr je uvedeno formativním hodnocením se zaměřením na 5 klíčových strategií, jak formativní hodnocení zavést do učícího procesu.

4.1 Definice zpětné vazby

Tato podkapitola uvádí různé definice slovního spojení zpětná vazba očima jednotlivých autorů.

„Zpětná vazba je zrcadlo důvěry.“ (Meier, 2009, s. 91). Autor dále poznamenává, že pokud se jedinec nedozví, co dělá dobře a kde se naopak musí zlepšit, nemůže se dále vyvíjet.

„Zpětná vazba signalizuje pouze dvě věci: že 'organismus' běží tak, jak má a nic není třeba měnit, nebo upozorňuje na nežádoucí odchylku či naznačuje potřebu změny.“ (Kubeš, 2008, s. 9).

Aby nám zpětná vazba něco dala, musí být upřímná, autentická a nestranná. Jejím cílem by mělo být poskytnutí pomoci a pokroku. Odkazuje se na přesně definovaný objekt. Čím konkrétnější a přesnější je, tím snazší bude pro osobu, která obdrží zpětnou vazbu, ji přijmout a využít. Také, pokud je to možné, je dobré hledat několik úhlů pohledu pro přesnější obrázek. Může přinášet pozitivní i negativní aspekty. Poskytuje cenné nápady pro učení, které jsou důležité pro růst člověka a pro zlepšení jeho dovedností. Prostřednictvím dobře formulované zpětné vazby má člověk příležitost uvědomit si, jaké mohou být jeho vlastní silné stránky.

Na různé významy slovního spojení zpětná vazba upozorňuje Scharlau (2008) a uvádí tyto příklady:

- zpětná vazba jako nastavení zrcadla někomu;
- zpětná vazba jako kritické rozhovory;
- zpětná vazba jako vyjádření představ a názorů;
- zpětná vazba jako chvála;
- zpětná vazba ve smyslu komunikačního tréninku, kdy si účastníci vzájemně říkají, co si o sobě myslí;
- zpětná vazba jako vlastní reakce na určitý způsob chování.

Sama tato autorka se přiklání k této definici zpětné vazby: „*ústně vyjádřená osobní reakce na nějaké chování*“ (Scharlau, 2008, s. 59). Dále uvádí, že cílem zpětné vazby je objasnit vlastní pohled jakožto předpoklad správného dorozumění a kooperace.

Ke slovnímu spojení zpětná vazba neboli z anglického *feedback* se vyjadřuje Rozbořil (2019) jako o chybném označení. Dle jeho názoru se slovní spojení vztahu k minulosti a neposkytuje prostor pro růst a vývoj do budoucnosti. Doplnuje, že v USA byl proto zaveden termín *feedforward*, který už je na budoucnost orientován.

Starý & Laufková (2016, s. 60) dávají zpětnou vazbu do souvislosti s formativním hodnocením. Zpětnou vazbu označují jako jádro formativního hodnocení. „*Zpětná vazba je informace, kterou učící se jedinec dostává od někoho jako reakci na svůj výkon.*“ Představuje také poznání ze zpětného pohledu na aktivitu, jehož cílem je tuto aktivitu zlepšit. Dále dodávají, že se slovním spojením zpětná vazba úzce souvisí s termínem chyba.

Cílem zpětné vazby žákovi o jeho výkonu je ovlivnění jeho opakovaného výkonu. Zpětnou vazbu ve škole nelze vyjádřit číselnou hodnotou výkonu – známkou, ale je zapotřebí podrobného popisu výkonu. I když zpětná vazba je vázána na minulosti či přítomnost, jejím smyslem je ovlivnění budoucnosti.

Zpětnou vazbu dělí na hodnotící a nehodnotící autor Slavík (1999 in Starý & Laufková, 2016). Nehodnotící nemá hodnotový soud, ale pouze informativní charakter. Hodnotící zpětná vazba už disponuje informačním vztahem, kdy je „vykonavateli určité činnosti poskytována informace o důsledcích této činnosti za účelem korigování činnosti daného jedince (Slavík, 1999, s. 186 in Starý & Laufková, 2016, s. 61). V českém školství je zpětná vazba ku škodě „znehodnocena“ na pouhé známkování. Znamka i motivační efekt známky jsou přeceňovány a co víc, motivačně působí jen na část žáků. Přitom zahraniční výzkumy ukazují, že informativní zpětná vazba poskytovaná žákům zlepšuje celkový přístup k učení i vzdělávací výsledky.

Dle mého názoru není zpětná vazba účinná, pokud není založena na definovaném předmětu, produktu nebo výkonu osoby, a místo toho odkazuje na osobní charakteristiky, což způsobuje obrannou a odmítající reakci. Zpětná vazba není užitečná, pokud je poskytnuta ve zlé víře nebo pro skryté účely, a není zaměřena na poskytování pomoci druhé osobě. Není účinná, pokud je příliš obecná a zobecněná a není účinná, pokud je nevyvážená a příliš zdůrazňuje pozitivní nebo negativní aspekty.

4.2 Vlastnosti zpětné vazby

Tato podkapitola se zabývá vlastnostmi zpětné vazby z obecného hlediska. Jsou uvedeny důležité body a zásady, které je potřeba v rámci zpětné vazbě dodržovat, neboť zpětná vazba představuje citlivé téma.

„Zpětná vazba činí z monologu dialog, z výkladu vzdělávání a z práce spolupráci“ (Trdá, 2011, s. 40). V případě jejího využívání lektorem dojde k postoupení o kvalitativní úroveň směrem výš. V ideálním případě proudí zpětná vazba dvěma směry: lektor → účastníci a účastníci → lektor.

Důležité při zpětné vazbě je pamatovat na následující:

- Pochválení má motivující efekt pro podávání lepších výkonů;
- Kritizování má demotivující efekt;
- Každý je dobrý v něčem jiném;
- Chybování nebývá úmyslné;
- Upozornění na chyby je nezbytné pro jejich odstranění (Trdá, 2011, s. 42).

Zpětná vazba je citlivé téma vyžadující důkladnou přípravu. Aby byl minimalizován efekt křivdy či kritiky, je dobré se držet následujících zásad zpětné vazby:

- Dbát na diskrétnost;
- Klást otázky namísto obviňování;
- Používat otevřených formulací;
- Vyvarovat se používání slova „ale“;
- Dbát na konkrétní a věcné formulace;
- Kritizovat chování, ne osobu;
- Snažit se o společné nalezení řešení.

Tyto zásady přehledně shrnuje následující tabulka.

Obrázek 5: Zásady zpětné vazby

Čeho se vyvarovat	Místo toho
Kritika před „shromážděným mužstvem“	Rozhovor mezi čtyřma očima
Obviňování	Otázky
Absolutní formulace (určitě ...)	Otevřené formulace (domnívám se, ..., proto si myslím...)
Používání „ale“ v návaznosti na chválu – negativně prožívané	Měkčí formulace (na jedné straně, na druhé straně, zároveň, ...)
Neosobní a mlhavé formulace (Byly nějaké problémy s ...)	Osobní, konkrétní a věcné formulace (3x jste přišel pozdě)
Kritizování osoby, zneuctění a znejistění	Kritika projevů chování a poukaz na důsledky
Nadřazené vševědoucí napomínání	Společné nalezení důvěry a řešení

Zdroj: (Slováčková, Horáková & Rendoš, 2014)

Mezi další zásady patří postupné dávkování informací metodou sendviče – zahájení pozitivními informacemi, kritiku zařadit doprostřed zpětné vazby, kterou zakončit opět pozitivními informacemi. Aby kritika nebyla přijata negativně, existuje zlaté pravidlo říkající, že poměr pozitivních ku negativním zprávám by měl být 4-5:1.

Zpětná vazba má podat odpovědi na 3 otázky:

- Co jsme zažili?
- Co si z toho odnese?
- Jak toho bude využito? (Slováčková, Horáková & Rendoš, 2014)

Při podávání zpětné vazby lze využít metodu OSCAR, jejíž název sestává z počátečních písmen anglických slov Observable, Specific, Consequence, Alternative a Result. Tzn., že je dobré, aby zpětná vazba:

- byla založená na pozorování;
- byla konkrétní;
- popisovala důsledky chování;
- nabízela alternativu;
- popisovala výsledek v případě využití alternativy (Rozbořil, 2019).

4.3 Efekt zpětné vazby v procesu učení

Z jakého důvodu je dobré podávat zpětnou vazbu? Důvodů je několik. Např. se jedná o:

- Podnícení motivace;
- Větší zapojení;
- Zacílení na zlepšování;
- Podpoření autority;
- Interakce;
- Podnícení soutěživosti (Trdá, 2011, s. 40).

Internetový deník denik.cz uvedl, že „výzkumy ukazují, že pokud žáci dostávají dostatek zpětné vazby a jejich učitelé kladou důraz na formativní hodnocení, známky na vysvědčení je už nezajímají – učí se pro sebe a pro život – ne pro rodiče a další instance. Takto u nich vzbuzujeme opravdový zájem k celoživotnímu učení“ (Laufková, 2019).

Zpětná vazba poskytuje rady ke zlepšení. Zpětná vazba se promítá do zdokonalování rozpracované činnosti a existuje pak větší pravděpodobnost větší úspěšnosti žáků. Současně dochází k oslabení významnosti známky, která představuje pouhé zhodnocení výkonu (Orság & Sulková, 2020, s. 21).

Zpětná vazba žáku učiteli může vypadat například tak, jak ji znázorňuje následující obrázek. Jedná se o sérii 10 otázek, u kterých se odpovídá pomocí výběru jednoho pole s odpovědí nikdy, někdy, často.

Obrázek 6: Zpětná vazba žáka učiteli

ZPĚTNÁ VAZBA ŽÁKA UČITELI (prosím nepodepisujte se, ke každému výroku jen vyberte jedno políčko)

	Nikdy	Někdy	Často
Říká vám učitel/ka, co se od vás očekává, než začnete úkol vypracovávat?			
Porovnáváte anonymní práce, abyste věděli, jak má vypadat dobře vypracovaný úkol?			
Ptá se vás učitel/ka na konci hodiny na to, co jste se naučili?			
Vybírá učitel/ka žáky, kteří mají odpovědět na otázku, náhodně?			
Když učitel/ka položí otázku, čeká tři vteřiny, abyste si mohli svou odpověď promyslet?			
Když žák odpoví na otázku, čeká učitel/ka tři vteřiny, aby mohl žák svou odpověď ještě rozvinout/doplnit?			
Pokládá učitel/ka otázky, na které odpovídá celá třída hromadně?			
Když učitel/ka ohodnotí váš úkol, poskytne vám k tomu také nějaký komentář, který vám pomáhá se zlepšovat?			
Dáváte zpětnou vazbu ostatním spolužákům?			
Pracujete s ostatními spolužáky ve skupinách, kde se snažíte si vzájemně pomáhat a zlepšovat se?			

Zdroj: Wiliam (2016, s. 99)

Seberefektivní dotazník poskytování efektivní zpětné vazby podporující učení a posunující ho vpřed může vypadat např. tak, jak je znázorněn na následujícím obrázku.

Obrázek 7: Reflektivní dotazník – poskytování efektivní zpětné vazby, která podporuje učení a posouvá ho vpřed

REFLEKTIVNÍ DOTAZNÍK KE STRATEGII 3:
Poskytování efektivní zpětné vazby, která podporuje učení a posouvá ho vpřed

	To nedělám.	To dělám jen někdy.	Je to v mé praxi pevně zavedeno.	Mohl bych pomoci (předat zkušenosti) někomu dalšímu.
Zaměřuji se spíše na reakci žáka na mou zpětnou vazbu než na zpětnou vazbu samotnou.				
Chválím žáky spíše za snahu než za jejich schopnosti.				
Dávám žákům zpětnou vazbu vztahující se spíše k danému úkolu než k jejich osobnosti.				
Písemnou zpětnou vazbu používám v omezené míře a dávám žákům čas na to, aby mohli zareagovat.				
Poskytuji „vyváženou“ písemnou zpětnou vazbu.				
Zpětnou vazbu převádím na „detektivní práci“.				
Používám pouze slovní hodnocení.				
Ostatní techniky této strategie, které používám ke zlepšení učení svých žáků:				

Zdroj: Wiliam (2016, s. 132)

Nikomu by se nelíbilo, kdyby měl neustále dokola poslouchat, že dělá něco špatně. Jestliže bude ve zpětné vazbě pouze kritika, žák nebude mít snahu své chyby napravit, jelikož bude zpětná vazba demotivující.

Ve zpětné vazbě by mělo být ukryto nějaké povzbuzení, podpora nebo motivace pro nápravu chyb, díky kterým se žák mnohem více snaží, tedy vede ke kladnému pokroku. Žáci by měli zpětné vazbě rozumět a měli by ji využít či zužitkovat ve svém procesu učení.

4.4 Korektivní zpětná vazba

Ve své praktické části využijí především korektivní zpětnou vazbu. Výše uvedenou teorii je možné zapojit při dlouhodobé práci s určitou skupinou dětí.

Cílem korektivní zpětné vazby je, aby si žák uvědomil své chyby. Je reakcí na chybu, kterou jsme zaznamenali u určitého postupu u určitého žáka. Dobře zvolenou otázkou, k určité chybě můžeme v žákovi vyvolat zamyšlení se nad chybou, kterou udělal a následně po něm požadovat opravu či doplnění.

Jako učitel, při korektivní zpětné vazbě navrhuji něco, co se má stát pro napravení dané věci.

PRAKTICKÁ ČÁST

5 POPIS PROSTŘEDÍ VÝZKUMU

5.1 Charakteristika školy

Pro výzkumnou část své práce jsem si vybrala základní školu, na které jsem sama absolvovala druhý stupeň. Prostředí školy mám prozkoumané již z praxí a vím, že veškerý učitelský sbor, včetně pana ředitele, je velmi vstřícný. V dnešní době potkat pedagoga, se kterým si, jak se říká, padnete do noty, je obrovským štěstím. Já takové měla právě na této škole. Odpověď na otázku, na koho se obrátit v rámci výzkumného vzorku pro svou práci, pro mě byla víc než jasná. Tímto bych chtěla paní učitelce poděkovat nejen za umožnění nahlédnutí hodin a sběru dat, ale také za nadšení z matematiky, které mi předala.

Základní škola Komenského prošla velikými změnami. Byla vybudována nová sportovní hala, která je ke škole připojena tunelem. V půdních prostorech vznikly odborné učebny pro výuku chemie, fyziky, přírodopisu a učebny pro speciální třídy. Zrekonstruována byla též učebna s počítači.

Školu navštěvuje přes 400 dětí. Velikým bonusem je přístup školy k žákům. Nespočet různorodých aktivit, kde si najde své každý. Poněvadž je škola spádová pro dalších 30 obcí, vychází vstříc s odpoledním vyučováním autobusovým spojem. Vedení školy nezanedbává ani prevenci rizikových jevů. Do výuky jsou zařazené zajímavé přednášky s odborníky.

5.2 Popis výzkumného vzorku

Výzkum byl realizován v šesté třídě, kterou navštěvuje 20 žáků. Třída je genderově vyvážená, tedy deset děvčat a deset chlapců. Žáci za sebou mají přechod z 1. na 2. stupeň základní školy, přičemž se mění pedagogický sbor. Jak je již zmíněno v předchozí kapitole, škola je spádová. Já osobně pocházím z vesnice, ve které se nachází základní škola fungující formou malotřídky, kde najdete žáky od prvňáčků po pátáky. Starší žáci přecházejí na druhý stupeň do jiných, větších městských, či spádových škol. Z naší vesnické školy se nejčastěji odchází právě na základní školu, kde jsem sbírala výzkumný vzorek. Z toho plyne, že i v této třídě se objevují žáci, pro které je nové prostředí, systém, spolužáci. Všechny výše uvedené faktory mají dopad na výkon žáků. Různorodost výsledků v této písence je způsobena různými učebními plány více učitelů a škol.

Nelze si klást za cíl odhalit příčiny chybovosti žáků, jak jsem již původně měla v plánu a k čemu mi měl přispět rozhovor s vyučující matematiky v této třídě.

V dnešní době je celkem časté, že téměř v každé třídě je alespoň jeden student, který má z poradny potvrzení poruchy pozornosti. Příkladem může být ADHD, ADD, Aproxie (úplná ztráta pozornosti), Hypoproxie (snížená kvalita pozornosti), atd. V matematice je nezanedbatelná porucha Dyskalkulie, se kterou žák zaměňuje početní operace nebo i čísla samotná. V mé výzkumné třídě se nachází tři žáci, u nichž je nějaká porucha potvrzena. Vyučující musí brát v potaz, že žáci mohou pracovat delší čas. V našem testu byly vynechány dvě cvičení a u dvou cvičení odebráno po jednom příkladu.

Po domluvě a svolení jsem směla být přítomna při psaní písemky. Paní učitelka vstupovala do třídy téměř se zvoněním, aby nevznikla časová prodleva. Veškeré úlohy prošla a vysvětlila, aby bylo jasné, co v jednotlivých cvičeních požaduje či očekává. Před třídou jsem se představila a vysvětlila, z jakého důvodu jsem přišla na jejich hodinu. Nikdo z žáků neměl námítky, abych si po ukončení testu jejich práce okopírovala, a anonymně jej využila v mé práci. Žáci poté vypracovávali v klidném a nerušeném prostředí výše popsanou čtvrtletní práci. Pro případné otázky či nejasnosti k testu měli žáci po celou dobu prostor směrem k vyučující.

6 VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ

6.1 Cíle výzkumného šetření a vytyčení výzkumné otázky

Výzkumný a hlavní problém je *příležitost formativního hodnocení při čtvrtletní práci*. Zaměřila jsem se konkrétně na možnost, jak formativní hodnocení zavést. Jak s ním začít a jak jej správně používat. S tímto tématem je spjata mnoho dalších ohledů a problematik v procesu učení, proto jsem si ke své práci zvolila ještě dva vedlejší výzkumné cíle

- analyzovat výskyt četnosti chyb
- názorná ukázka rozdílu v přístupu sumativního a formativního hodnocení

6.2 Použitá metodologie

Výzkumný vzorek byl získán formou testu. Cílem takového testu je získat informace a přehled o tom, jak a zda vůbec žáci látce rozumí.

Paní učitelka měla připravenou čtvrtletní práci, ve které bylo zahrnuto, vyjma nově probrané látky, opakování z prvního stupně. První cvičení se zaměřovalo na početní jako je sčítání, odčítání, správné odstraňování závorek a násobení pod sebou. Ve druhém cvičení měly žáci vyřešit příklady se znaménky menší, větší a rovno. Třetím cvičením bylo zaokrouhlování. V matematice je také důležité umět se zamyslet nad textem. Zároveň v něm najít důležitá a potřebná data a přijít na řešení, což bylo obsaženo ve čtvrtém cvičení formou slovní úlohy. Pátá a šestá úlohy byly rýsovací. Kolmost a rovnoběžnost přímek najdeme v pátém cvičení. Rýsování středu úsečky, ze kterého měla být sestrojena kružnice o zadaném poloměru, bylo úkolem šestého cvičení. Poslední cvičení zahrnovalo geometrické výpočty, a to obsah a obvod čtverce.

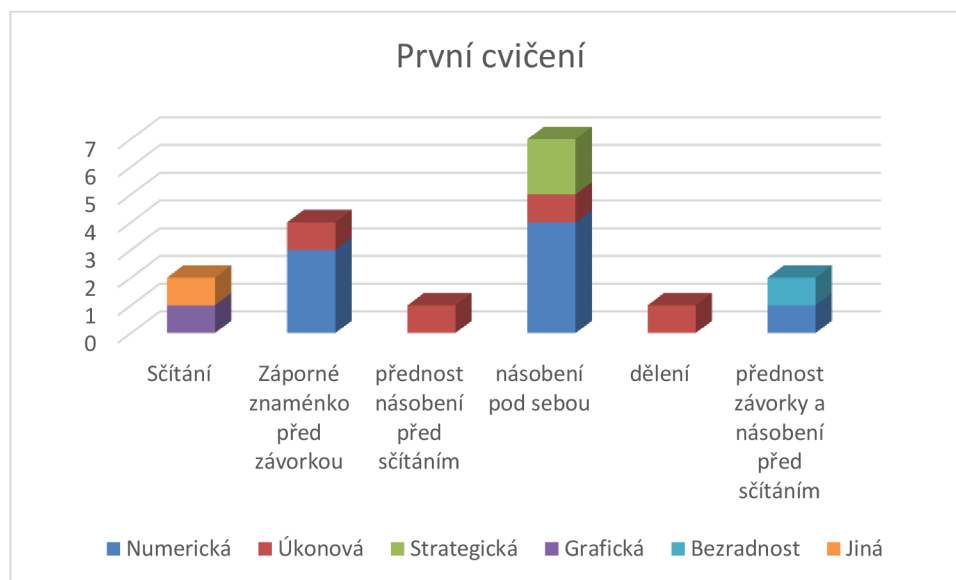
7 PŘEHLED VÝSKYTU ČETNOSTI CHYB

V této kapitole se u každého cvičení budu zabývat četností druhů chyb. Je rozdíl, zda žák udělá chybu z nepozornosti, kterou bývá nejčastěji numerický typ chyby, nebo strategickou či úkonovou, které jsou ukazatelem pochopení probírané látky.

Pokud učitel při opravě písemné práce oznámí žákovi, jaký typ chyby udělal, splňuje oprava jeden z faktů korektivní zpětné vazby, že podaná informace napomáhá k zamyšlení, jak chyba vznikla. V případě numerické chybnosti ví, že má hledat chybu v čísle. Při úkonové či strategické chybě je samozřejmé, že má špatně postup počítání. Samotnému žákovi, při opravě vícero stejných druhů chyb, musí proběhnout hlavou myšlenka, zda se těchto chyb nedopustil zbytečně mnoho. Druhy chyb, dělené dle Hejného nám napomohou zjistit, kdo je připraven jít dál, a kdo by potřeboval jinou cestu u této látky.

U prvního cvičení často žáci chybovali v početní operaci násobení pod sebou. Nejvíce chyb bylo numerických, jež byly určitě ovlivněny přičítáním desítek z předchozího sloupečku. Druhé nejtypičtější chyby byly úkonové, způsobené záporným znaménkem před závorkou.

Graf 1: Chybovost prvního cvičení



Příklady:

Obrázek 8: Chybné výpočty příkladů

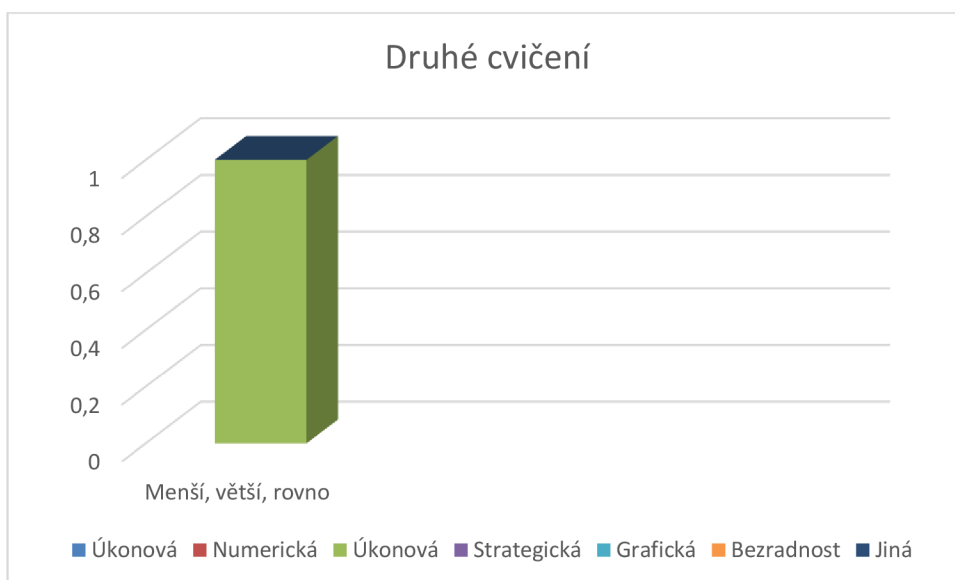
Zdroj: výzkumný vzorek autora

Násobení pod sebou v prvním případě je chybné. První řádek násobení je bez chyby, ovšem v druhém řádku místo čísla 9, má být správně číslo 7. Systém počítání je správně. Chyba je pouze numerická, tedy z nepozornosti či zbrklosti. Látce žák rozumí.

Druhá chyba má však zásadnější problém. Tím je špatný úkon. Znaménko před závorkou patří ke každému číslu ze závorky. Závorku tedy musím odečíst od prvního čísla. Násobení a sčítání je komutativní (zaměnitelný), ovšem u odčítání a dělení členy prohazovat nelze. Tento problém je nutno podchytit, jelikož toto téma se objevuje i v jiných kapitolách matematiky.

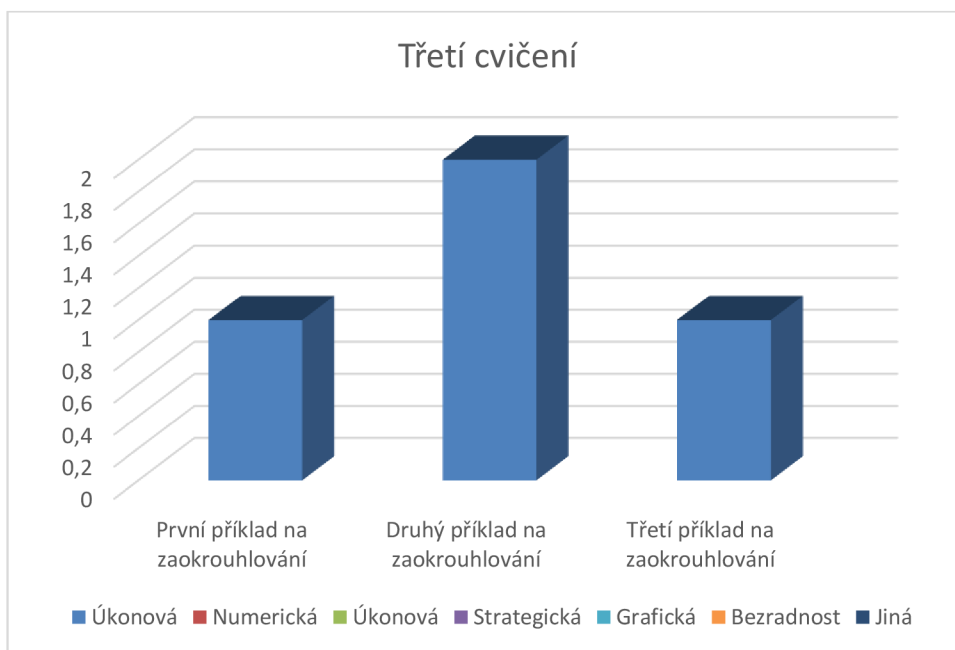
Téměř celá třída se vyznamenala u druhého cvičení. Pouze jediný žák nemá jasno mezi znaménky \leq a $<$. Ze všech prací pouze jedna úkonová chyba.

Graf 2: Chybovost druhého cvičení



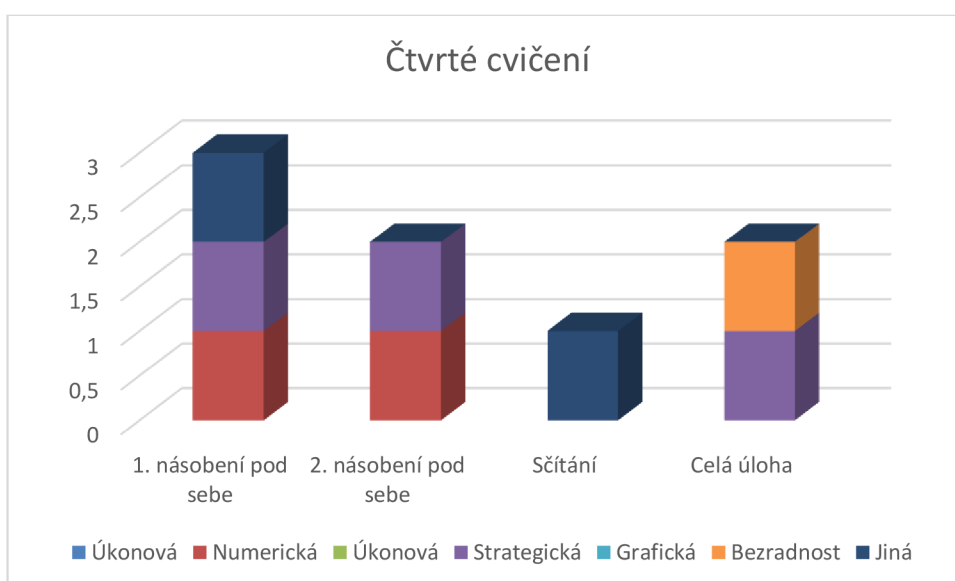
Zaokrouhlování nepatří mezi těžké látky probírané v matematice, ale i přesto se v tomto cvičení chybovost objevila. Jeden žák látku nepochopil vůbec, jelikož u všech tří příkladů se dopustil úkonových chyb. Ještě jeden žák udělal jednu úkonovou chybu. Pravděpodobně ze zbrklosti, poněvadž u ostatních příkladů zaokrouhlil čísla správně.

Graf 3: Chybovost třetího cvičení



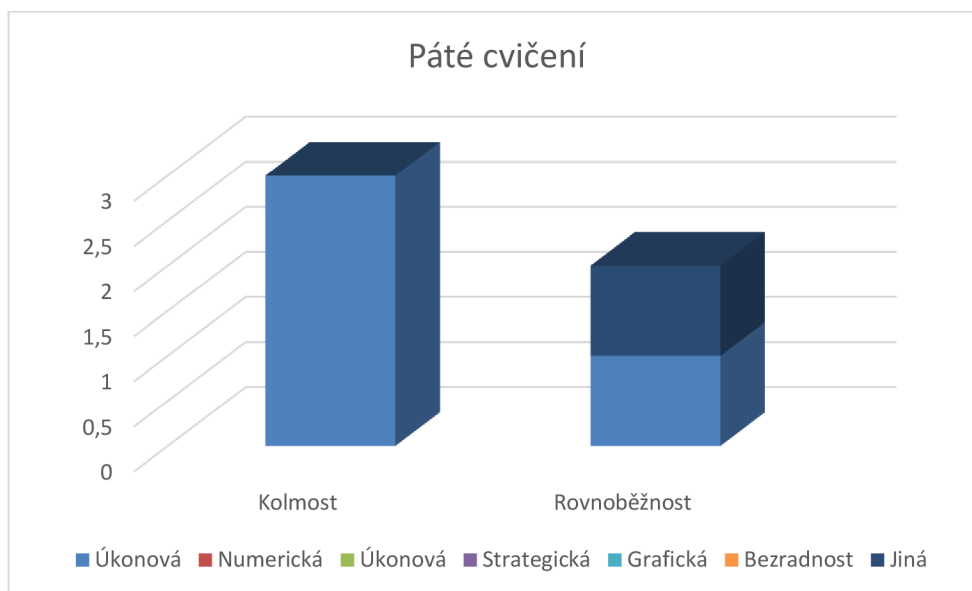
Se čtvrtým cvičením si žáci spíše nevěděli rady. Nejčastěji se vyskytovala bezradnost, nebo špatně zvolený postup počítání, tedy chyba strategická. Mimo jiné se opakovaly numerické chyby z nepozornosti.

Graf 4: Chybovost čtvrtého cvičení



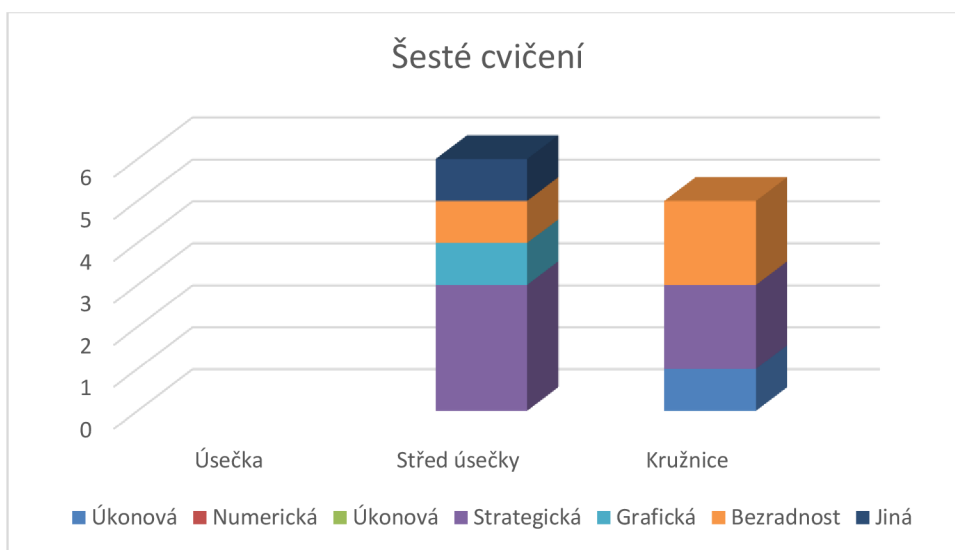
V páté úloze, v rýsování, je chybovost obdobná, jako ve druhé úloze. Jeden žák obměnil kolmost za rovnoběžnost. Tedy u všech bodů se dopustil úkonových chyb. Druhý žák pravděpodobně nepochopil kolmost. Všechno je rovnoběžné, tedy výskyt další úkonové chyby.

Graf 5: Chybovost pátého cvičení



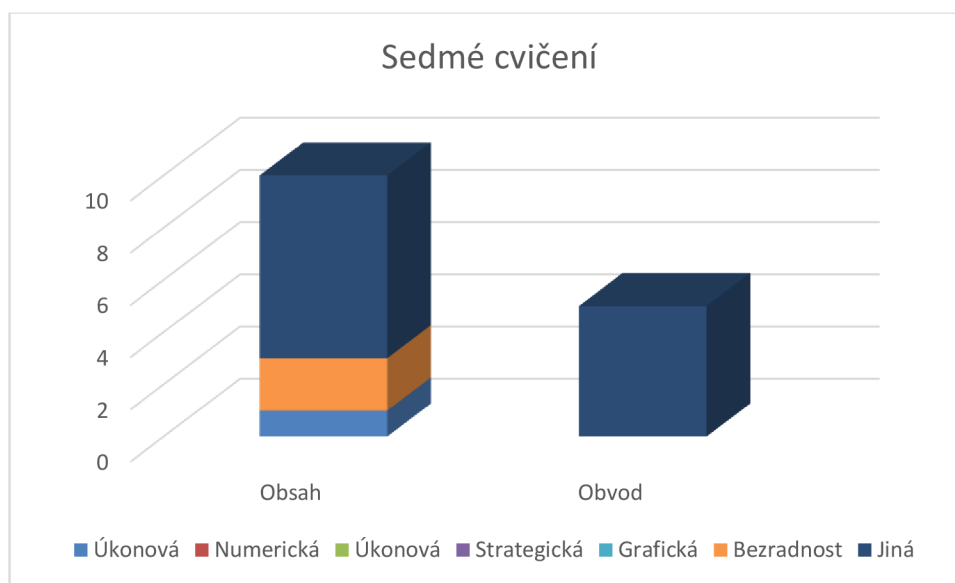
Největší problém v šesté úloze bylo pochopení zadání. Většina chybovosti je ve špatně zvolené strategii, nebo je viditelná bezradnost. Veškeré zadání mělo být narýsováno do jednoho obrázku. Mnoho žáků rýsovalo více obrázků. Zde bych spíše volila, jako učitel, jiné znění zadání.

Graf 6: Chybovost šestého cvičení



Poslední cvičení, ač se zdá jedním z lehčích, mělo opravdu četně chyb. Především se objevovaly chyby jiné. Žáci často u obsahu obrazce zapomínají na čtverečné jednotky, na které se v tomto cvičení a v tomto ročníku školy klade veliký důraz. Dále jsem zachytila časté zmatení ve vzorečkách. Žáci se pravděpodobně naučí vzorečky, a zapomenou, který vzoreček je k čemu vhodný.

Graf 7: Chybovost sedmého cvičení



Z analýzy chyb je zřejmé, že žáci by se potřebovali ještě věnovat násobení pod sebou a práci se znaménky před závorkou. U těchto operací byly nejčastější chyby úkonové a bezradnost. Žáci pravděpodobně v případě bezradnosti nevěděli, co s příkladem dělat. Vůbec nepochopili dané početní operace. "

Zde provádíme analýzu všech prací dohromady. Umožní nám informace o celé třídě dohromady. Z výsledků vidíme, s čím je potřeba ještě pracovat. Můžeme k tomu ovšem přizvat žáky a vymyslet zajímavé procvičování s nimi. Na toto téma se zaměříme v další úloze. Důležité zde ale je zapojit žáky. Jak je již zmíněno u třetí strategie v kapitole 3.1 Strategie formativního hodnocení, učitel nesmí zaúkolovat pouze sám sebe.

Druh chyby nám napoví, jako zpětnou vazbu studentovi poskytnout. Tomu by nám napomohla i zpětná vazba od žáků. Navrhovala bych u každého příkladu vytvořit škálu pocitů, jak moc si je student jist správností svého výsledku. K žákovi č.1, který měl chybu v příkladu, a přitom si byl jist, že má příklad správně, přistoupíme úplně jinak, než k žákovi

č.2, který si nebyl jist svým výsledkem. U žáka č.1 by mohla stačit písemná zpětná vazba, vyžadující opravu chybného příkladu. U druhého žáka bych preferovala osobní konzultaci, společnou debatu nad příkladem, pro zjištění detailů, proč a v čem si nebyl u příkladu jist abych mu tak mohla pomoci navést ho na správnou cestu řešitelnosti.

Dala bych i žákům možnost, aby si testy navzájem vyměnily a napsali si zpětnou vazbu navzájem. Studenti, kteří často chybují, napíší pochvalující a kladnou zpětnou vazbu na dobře napsanou práci. Opačně bude zpětná vazba velice přínosná, pokud vysvětlíme, že u chybných příkladů by se žáci měli rozepsat a snažit se spolužákovi poradit, jak přijít na správné řešení. Již v teoretické části se zmiňuji, že žáci ve stejné věkové kategorii si navzájem dokáží lépe předat myšlenkové pochody, z čehož bych touto zpětnou vazbou těžila.

8 VYUŽITÍ PŘÍSTUPU FORMATIVNÍHO HODNOCENÍ VE ČTVRTLETNÍ PRÁCI

Pokud bude učitel chtít využít formativní hodnocení a bude opravovat písemnou práci, neměl by chybu pouze červeně podtrhnout, ale měl by se snažit žákovi položit takovou otázku, která ho navede na původ chyby. Dle mého názoru je korektivní zpětná vazba nedílnou součástí formativního hodnocení. Dobře zvolenou korektivní vazbou se již vzdaluje od sumativního hodnocení. Jak je výše uvedeno, žák se nad chybou zamyslí, a sám hledá, kde se chyby dopustil.

8.1 Návrh formativního hodnocení čtvrtletní práce

Cílem vyučujícího je dětem pomoci s učením a snažit se žáky vést k tomu, aby se uměly učit samostatně. Je tedy žádoucí, abychom u opravy písemných prací strávili více času a dali si práci s řádnou a poctivou opravou. I když většina učitelů vidí právě nevýhodu v čase, který stráví navíc při náročnější a rozsáhlejší opravě. Naše oprava má žákům však pomoci a poradit. Není to pouze o červeném podtržení špatného výsledku.

Jak by oprava neměla vypadat? Příklad můžeme vidět na obrázku č.9.

Obrázek 9: Jak by nemělo vypadat upozornění na chybu

d.) 75 d.) 75 d.) 75
.46 .46 .46
310 310 310

Zdroj: výzkumný vzorek autora

Návrh formativního hodnocení:

Tento výsledek není správný. Zkus se zamyslet nad tím, jak se správně násobí pod sebou. Jak jsme si to vysvětlovali na hodině? Musíme násobit čísla postupně každým číslem zvlášť pod sebe, vzpomínáš si? Do příští hodiny se pokus napsat opravu, jak se tento příklad řeší správně.

Co si odnese žák z písemky, když bude jeho výsledek škrtnutý či podtržený? S pocitem chybného příkladu půjde dál, protože sám neví, co by s příkladem dělal. Užitečnější je v příkladu zatrhnout místo, kde se dělí správný a špatný postup počítání, nebo kde konkrétně se chyba vyskytla. Se společnou korektivní vazbou žák bude mít instrukce, co se v příkladu stalo a jak by mohl správně pokračovat.

Po červenou zarážku je příklad v pořádku. Je zvolená vhodná metoda i postup počítání. Za červenou zarážkou je ve výpočtu chyba numerická. Po opravě výpočtu výdělku za vstupenky po 240 korunách, je potřeba opravit i součet celkového výdělku. Viz obr. č.10.

Obrázek 10: Správné upozornění na chybu

(4)

235 vstupenek po 360 Kč
150 vstupenek po 240 Kč
za vstupenky utížili?

235 Kč ·	150 Kč	84600 Kč
1360 Kč ·	240 Kč	48000 Kč
0000 Kč	10000 Kč	<u>124600 Kč</u>
141000 Kč	10000 Kč	
705000 Kč	300 Kč	
846600 Kč	40000 Kč	

utížili 124 600 Kč

Zdroj: výzkumný vzorek autora

V teoretické části, v kapitole 3.1 Strategie formativního hodnocení, v páté strategii se snažíme navnadit žáka, aby byl dobrým strůjcem učení. Jak je již v této kapitole popsáno, žák může vytěžit z učitelovi zpětné vazby, aby se při učení zaměřil na numerické chyby. Pokud si bude opakovat a procvičovat základní numerické výpočty, určitě mu to bude užitečnější, než aby se například zaměřil na úkonové chyby, kterých se vůbec nedopustil.

Nebo se pojdme vyhnout klasickému opravování písemek úplně a pokusme se využít chyb žáků úplně jinak. Nejlépe hravou formou.

Obrácená písemka? Ano, sestavme již vypočítanou písemku, ve které namícháme správné a špatné postupy počtů od dětí. Nakopírované písemky rozdáme dětem, jejichž úkolem je opravit písemku. Najít, kde jsem se v příkladu dopustila chyby a poradit mi, jak postupovat jinak, abych se vyvarovala chyb. Opět učíme žáky hledat chyby, přijít na správná řešení a umět podat korektivní zpětnou vazbu.

Příkladem může být i pexeso stejných druhů chyb. Z písemných prací vyberte stejné druhy chyb a poskládejme kartičky na pexeso. Žáci se nejen učí hledat chyby, ale zdokonalují se i ve znalosti druhů chyb, kterých se mohou dopustit.

Obrázek 11 : Pexeso stejných druhů chyb

$S = a \cdot a$ $S = 6 \cdot 6$ $S = 36 \text{ cm}^2$	$\begin{array}{r} 75 \\ d) \quad 46 \\ \hline 450 \\ 160 \\ \hline 2050 \end{array}$	$\begin{array}{r} d) \quad 75 \\ \cdot 46 \\ \hline 310 \end{array}$	$\begin{array}{r} d) \quad 75 \\ - 46 \\ \hline 520 \\ 3000 \\ \hline 3520 \end{array}$	<p>OBSAH</p> $S = 5 \cdot 4$ $S = 20 \text{ cm}^2$
$\begin{array}{r} 48 - (22 + 14) = 88 \\ 36 \\ - 48 \\ \hline 88 \end{array}$	$\begin{array}{r} 75 \\ \cdot 46 \\ \hline = 450 \end{array}$	$\begin{array}{r} 308 : 7 = 44 \text{ r} 1 \\ 28 \\ 08 \\ 1 \end{array}$	$S = a \cdot a$ $S = 6 \cdot 6$ $S = 36 \text{ cm}^2$	
$S = a \cdot 5 + a \cdot 5$ $S = 4 \cdot 5$ $S = 20 \text{ cm}^2$				

Zdroj: výzkumný vzorek autora

Nejde pouze o to najít stejné příklady, protože o to tu vůbec nejde. Příklady mohou být různé, ale typy chyb musí být stejné.

Pokud se podíváme na příklad se záporným znaménkem před závorkou (první příklad ve druhé řadě), vidíme, že žák si prohodil mnohočleny při odčítání. Ovšem nevyměnil s mnohočleny i znaménka. Dopustil se tak špatného úkonu.

U příkladu s dělením (třetí příklad v druhé řadě) žák začal dělit správným postupem. Po dopsání osmičky do druhého řádku nám žádná čísla v zadání nezbyly, a žák měl příklad ukončit, to ovšem neudělal a pokračoval špatným úkonem. Právě jsme našli dvojici úkonových chyb.

Podívejme se nyní na příklady s obsahem. Víme, že obsah čtverce se počítá délka strany krát délka strany, tedy $a \cdot a$. Poslední příklad v prvním řádku je špatně. Čísla nejsou stejná, a právě jsme si řekli, že čísla mají být stejná. Žák zvolil špatnou strategii počítání. Vzoreček v posledním příkladu je též špatně zvolený. Máme dvojici strategických chyb.

Tímto stylem musí žáci najít stejné dvojice chyb.

Dalším příkladem může být učitel počítající příklady z písemky na tabuli. Kromě správného počítání ovšem použijí i chyby dětí z písemek. Každý žák bude mít za úkol zapsat na papír, který příklad počítá učitel správně a které ne. Ve špatných příkladech popsat, kde a které chyby se dopustil a navrhnout mu, jak pokračovat, abychom příklad úspěšně dokončili.

Podobným principem můžeme i příklady ze čtvrtletní práce promítnout na tabuli a žáky opět necháme chyby hledat. Opět použijeme kombinaci správných i chybných příkladů. Můžeme ve třídě vytvořit i dvojice, aby žáci nad chybami diskutovali společně, a opět podložili argumenty veškeré své myšlenky. Pokud žáci budou pracovat společně, naučí se diskutovat nad chybami. Mezi sebou se nebudou stydět cokoliv říct a kolikrát mohou být nápady a argumenty efektivnější, než kdyby pracovali jednotlivě. Nepouštěla bych se osobně do větších skupin, aby mohli vyjádřit svůj názor i uzavřenější žáci. Ty by totiž ve velkých skupinách zapadli do davu a nikdo by se jich na názory neptal.

Důležité u těchto postupů je, aby každý žák měl svůj papír a hledal, opravoval a popisoval chyby samostatně. Pokud bychom zavedli, že žáci by se hlásili, účastnili by se pouze rychlejší žáci. My ovšem chceme zapojit celou třídu. Je potřebné, aby se i žáci s pomalejšími reakcemi necítili odstrčeni.

9 ZÁVĚR

Cílem teoretické části práce bylo pojednat o chybách v českém školství, zpětné vazbě a formativním hodnocení.

Práce byla po formální stránce rozdělena do 3 samostatných kapitol a dílčích podkapitol.

První kapitola se věnovala úvodu do problematiky.

Druhá kapitola byla věnována práci s chybou, ve které byl nejprve pojem chyba definován, dále byly vyjmenovány druhy chyb a příklady, jak s chybou pracovat. Poslední podkapitola byla věnována práci s chybou v matematice.

Třetí kapitola byla určena pro zpětnou vazbu, její definici, vlastnostem a efektu. Poslední podkapitola se zabývala formativním hodnocením.

Z práce vyplývá, že vnímání chyby je stále v českém školství zakořeněno jako něco negativního a „ostudyhodného.“ Druhů chyb existuje celá řada. Děláním chyb vede k horšímu ohodnocení výkonu, resp. snížení známky, na kterou je stále důležitě pohlíženo.

Formativní hodnocení tento zastaralý a neefektivní přístup odstraňuje. Chybu vnímá jako něco vítaného, jako něco, co žáka posune vpřed. Zpětná vazba jako jedna ze strategií formativního hodnocení poskytuje žákovi dostatečné informace o skutečnosti, kde se stala chyba a především, jak se z této chyby poučit pro příště. Formativní hodnocení odstraňuje pocit studu za chybu a snahu vyhnout se neúspěchu. Má motivující efekt, žáci se díky němu více naučí a dochází k vytvoření příjemného klimatu pro výuku. Jeho snahou je také eliminace „*série nechtěných odpovědí na nevyřčené otázky*“, jak sál Dylan Wiliam parafrázoval výrok rakousko-britského filozofa Karla Poppera na konto současného stavu ve školách (Orság, 2020).

Praktickou část zahájil popis školy, na které mi byl umožněn výzkum. Zde najdeme i informace a podrobnosti o sběru dat.

V sedmé kapitole jsem nejen slovně, ale i pomocí grafů popsala, kterých chyb se žáci dopouštěli nejčastěji. Jak je již v kapitole zmíněno, druhy chyb jsou při procesu učení matematiky důležité. Můžeme díky nim zvolit vhodnou zpětnou vazbu. Nejen pro žáky, ale i pro rodiče je přehled chyb důležitý, pokud je jim vysvětleno, co které chyby znamenají, které chyby jsou závažnější a jak každý druh chyby opravovat či trénovat. Samozřejmě pro mě jako pro učitele je zároveň výhodou, že pomocí druhů chyb mám přehled o tom, kolik žáků látku pochopilo.

Osmou kapitolou se nesou návrhy, jak naložit s písemkami, tak abychom využili formativního přístupu. V těchto návrzích já osobně vidím veliký potenciál, jak pomoci žákům s učením.

Závěrem práce sama docházím k přesvědčení, že více času stráveného nad opravou písemky, ze strany učitelů, by žákům opravdu pomohlo. Většina učitelů, dle mého názoru, nemá povědomí o formativním hodnocení. Neví, co takové hodnocení obnáší.

Jelikož žáci berou školu jako něco, co je omezuje, co je okrádá o volný čas, je potřeba je zaujmout. Umět si udělat srandu ze sebe i z probírané látky je součástí naší práce. Žáci touží být v opačné roli, být dospělým, učitelem a opravovat ty, kteří věčně napomínají je. Dopřejme jim tu možnost opravovat učitele, ať už obrácenou písemkou, nebo při počítání příkladů u tabule.

Jednou obrovskou výhodou formativního hodnocení je pravidelné sledování pokroku u žáků. Zároveň touto výhodou udržujeme na paměti cíle učení. Žáci tak mají jasný cíl, kterého se snaží dosáhnout. Pokud se žáci zaměří na to, čeho chtějí docílit, výsledky by stoupali rychleji a efektivněji. Učitelé zde jsou od toho, aby žákům pomohli vyjasnit případná nedorozumění, která by nemusela k cíli vést. Tímto zároveň i zvyšujeme motivaci.

Pokud bude učitelům i žákům poskytována zpětná vazba, o pokroku plnění cílů, což je hlavní funkcí formativního hodnocení, pomůže to zvýšit školní výsledky.

. Formativní hodnocení pomáhá žákům překlenout propast mezi jejich současnými znalostmi a jejich studijními cíli. Využití údajů shromážděných z častých kontrol učení umožňuje učitelům činit spolehlivá rozhodnutí založená na datech.

„Průměrný učitel vypráví. Dobrý učitel vysvětluje. Výborný učitel ukazuje.

Nejlepší učitel inspiroje.“

Charles Farrar Browne (*1834 † 1867)

americký spisovatel

CONCLUSION

The theoretical part of the work aimed to deal with mistakes in Czech education, feedback, and formative evaluation.

The work was divided into three separate chapters and subchapters.

The first chapter was devoted to an introduction to the issue.

The second chapter was devoted to work with mistakes, in which the term mistake was first defined, then the types of mistakes and examples of how to work with the mistakes were listed. The last subchapter was devoted to working with an mistakes in mathematics.

The third chapter was intended for feedback, its definition, properties, and effect. The last subchapter dealt with formative evaluation.

The work shows that the perception of mistakes is still rooted in Czech education as something negative and "shameful." There are many types of mistakes. Making them leads to a worse evaluation of performance, resp. a reduction in the mark, which is still being looked at as important.

Formative evaluation removes this outdated and ineffective approach. Mistakes are perceived as something welcomed, as something that moves the student forward. Feedback as one of the strategies of formative assessment provides the student with sufficient information about the fact where the mistake occurred and especially how to learn from this mistake for the next time. Formative assessment removes the feeling of shame for the mistake and the effort to avoid failure. It has a motivating effect; students learn more and creates a pleasant climate for teaching. Its effort is also to eliminate "a series of unwanted answers to unspoken questions," as Dylan Wiliam Hall paraphrased the statement of the Austrian-British philosopher Karel Popper on account of the current state of affairs in schools. (Country, 2020)

The practical part of the work began with a description of the school where I was allowed to do research. Here are the information and details about data collection.

In the seventh chapter, I described not only verbally, but also with the help of graphs, which mistakes the children made most often. As mentioned in the chapter, the types of mistakes are important in the process of learning mathematics. Thanks to them, we can choose the appropriate feedback. Not only for children but also for parents, an overview of mistakes is important if they are explained what mistakes mean, which mistakes are more serious, and how to correct or train each type of mistake. Of course, for me as a teacher, the advantage is that I have an overview of how many students understood the material using the types of mistakes.

The eighth chapter contains suggestions on how to deal with tests so that we use a formative approach. In these suggestions, I personally see great potential to help children learn.

At the end of the work, I conclude that more time spent on the correction of the test by teachers would help students. Most teachers, in my opinion, are not aware of formative assessment. They do not know what such an assessment entails.

Because children see school as something that limits them, robs them of their free time, they need to be interested. Being able to make fun of yourself and the subject matter is part of our work. Children desire to be in the opposite role, to be an adult, a teacher, and to correct those who eternally admonish them. Let's allow them to correct teachers, either with an inverted paper or when counting examples on the blackboard.

One huge advantage of formative assessment is the regular monitoring of students' progress. At the same time, with this advantage, we keep the goal of learning in mind. Students thus have a clear goal that they are trying to achieve. If students focus on what they want to achieve, the results will rise faster and more effectively. Teachers are here to help students clarify possible misunderstandings that might not lead to the goal. This also increases motivation.

Providing feedback to teachers and students on the progress helps to meet the objectives, which is a key function of formative assessment, it will help increase school performance. Formative assessment helps students overcome the gap between their current knowledge and their learning objectives. The use of data collected from frequent learning reviews allows teachers to make reliable data-based decisions.

"The average teacher tells. A good teacher explains. Excellent teacher shows. The best teacher inspires. "

Charles Farrar Browne (* 1834 † 1867)

American writer

ZDROJE

Edukační laboratoř. *Známky děti neinspirují. Nemají zpětnou vazbu* [online]. 2019 [cit. 2021-02-24]. Dostupné z: <https://www.edukacnilaborator.cz/novinky/znamky-deti-neinspiruji-nemaji-zpetnou-vazbu-denik-cz>

FAJMON, Břetislav a Irena RŮŽIČKOVÁ. VUT FEKT. Matematika 3. Dostupné také z: <http://www.umat.feec.vutbr.cz/~hlavicka/skripta/matematika3.pdf>

Hejného metoda. *Práce s chybou: předcházíme u dětí zbytečnému strachu* [online]. 2021 [cit. 2021-02-24]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/principy/prace-s-chybou>

HEJNÝ, Milan a František KURŮINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-7367-397-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana KRATOCHVÍLOVÁ. Studijní materiály k projektu: Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP. *Práce s chybou jako strategie rozvoje klíčových kompetencí žáka* [online]. 2006 [cit. 2021-02-03]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/30789949-Prace-s-chybou-jako-strategie-rozvoje-klicovych-kompetenci-zaka.html>

HEJNÝ, Milan. *Téoria vyučovania matematiky 2*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1989. ISBN 80-08-00014-7.

KUBEŠ, Marián a Ľubica ŠEBESTOVÁ. *360stupňová zpětná vazba jako nástroj rozvoje lidí*. Praha: Grada, 2008. Manažer. ISBN 978-80-247-2314-3.

KULIČ, Václav. *Chyba a učení: Funkce chybného výkonu v učení a v jeho řízení*. 1. vyd. Praha: SPN, 1971. 248 s. ISBN 14-299-71.

Magazin.lmc.eu. *Jak správně dávat feedback?* [online]. 2019 [cit. 2021-02-24]. Dostupné z: <https://magazin.lmc.eu/clanky/jak-spravne-davat-feedback/>

MEIER, Rolf. *Úspěšná práce s týmem: 25 pravidel pro vedoucí týmu a členy týmu*. Praha: Grada, 2009. Vedení lidí v praxi. ISBN 978-80-247-2308-2.

National Research Council. 2005. *How Students Learn: History, Mathematics, and Science in the Classroom*. Washington, DC: The National Academies Press. ISBN 978-0-309-07433-9.

ORSÁG, Michal a Květa SULKOVÁ. Edukační laboratoř. *Za chybu žáky netrestejte, pracujte s ní a odhadujte její příčiny (Učitelství měsíčník)* [online]. 2020 [cit. 2021-02-24]. Dostupné z: <https://www.edukacnilaborator.cz/novinky/za-chybu-zaky-netrestejte-pracujte-s-ni-a-odhadujte-jeji-priciny>

ORSÁG, Michal. Edukační laboratoř. *Zpětná vazba jako základ efektivní výuky* [online]. 2020 [cit. 2021-02-24]. Dostupné z: <https://www.edukacnilaborator.cz/novinky/zpetna-vazba-jako-zaklad-efektivni-vyuky-rizeni-skoly>

SCHARLAU, Christine. *Techniky vedení rozhovoru: zdokonalte své komunikační dovednosti*. Praha: Grada, 2008. Praxe & kariéra. ISBN 978-80-247-2234-4.

SLAVÍK, Jan. *Hodnocení v současné škole: východiska a nové metody pro praxi*. Praha: Portál, 1999. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 80-7178-262-9.

SLOVÁČKOVÁ, Zuzana, Pavla HORÁKOVÁ a Dušan RENDOŠ. Průvodce personální psychologií. *Zpětná vazba* [online]. 2014 [cit. 2021-02-24]. Dostupné z: https://is.muni.cz/do/rect/el/estud/ff/js14/pers_psych/web/pages/08-zpetna-vazba.html

STARÝ, Karel a Veronika LAUFKOVÁ. *Formativní hodnocení ve výuce*. Praha: Portál, 2016. ISBN 978-80-262-1001-6.

The Glossary of Education Reform for journalist, parents and community members. *FORMATIVE ASSESSMENT* [online]. 2014 [cit. 2021-02-24]. Dostupné z: <https://www.edglossary.org/formative-assessment/>

TRDÁ, Jana. *Lektorské finty: jak připravit a realizovat zajímavá školení*. 2., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Grada, 2011. Poradce pro praxi. ISBN 978-80-247-3675-4.

WILIAM, Dylan a Siobhán LEAHY. *Zavádění formativního hodnocení: praktické techniky pro základní a střední školy*. Druhé revidované vydání. Praha: ve spolupráci s nakladatelstvím Martina Romana a projektem Čtení pomáhá vydala EDUKAČNÍ LABORATOŘ, [2016]. ISBN 978-80-906082-7-6.

SEZNAM POUŽITÝCH OBJEKTŮ

Výzkumný vzorek 1	63
-------------------------	----

SEZNAM POUŽITÝCH OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Reakce na chybu žáka	16
Obrázek 2: Hejného příklad na skalární součin a jeho geometrický význam	20
Obrázek 3: Příklady formativního hodnocení	24
Obrázek 4: Výhody využívání formativního hodnocení	25
Obrázek 5: Zásady zpětné vazby	33
Obrázek 6: Zpětná vazba žáka učiteli	35
Obrázek 7: Reflektivní dotazník – poskytování efektivní zpětné vazby, která podporuje učení a posouvá ho vpřed	36
Obrázek 8: Chybné výpočty příkladů	42
Obrázek 9: Jak by nemělo vypadat upozornění na chybu	48
Obrázek 10: Správné upozornění na chybu	49
Obrázek 11: Pexeso stejných druhů chyb	50

SEZNAM POUŽITÝCH TABULEK

Tabulka 1: Dělení chyb jednotlivými odborníky	14
---	----

SEZNAM POUŽITÝCH GRAFŮ

Graf 1: Chybovost prvního cvičení	42
Graf 2: Chybovost druhého cvičení	43
Graf 3: Chybovost třetího cvičení	44
Graf 4: Chybovost čtvrtého cvičení	44
Graf 5: Chybovost pátého cvičení	45
Graf 6: Chybovost šestého cvičení	45
Graf 7: Chybovost sedmého cvičení	46

1. papír

1. čtvrtletní práce z matematiky

17.11.201

(A)

6.B

(1.)

$$\begin{array}{r} a) \quad 67 \\ \quad 89 \\ \hline 1400 \\ \hline 1556 \end{array}$$

$$b) 48 - (22 + 14) = 12$$

$$c) 2 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 37$$

$$\begin{array}{r} d) \quad 85 \\ \quad 24 \\ \hline 340 \\ 170 \\ \hline 1040 \end{array}$$

$$e) \quad \begin{array}{r} 308 : 7 = 44 \text{ zb. } 0 \\ \quad 28 \\ \quad \quad 0 \end{array}$$

$$f) (17 - 2) \cdot 4 + 32 =$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \cdot 4 \\ \hline 60 \end{array}$$

(2.)

$$a) 18 \leq x < 21 = 18, 19, 20$$

$$b) 519 < x \leq 523 = 520, 521, 522$$

(3.)

prodáno vstupenek 150 ks po 360 Kč
prodáno vstupenek 235 ks po 240 Kč.

Kolik korun ušetřily na vstupenky?

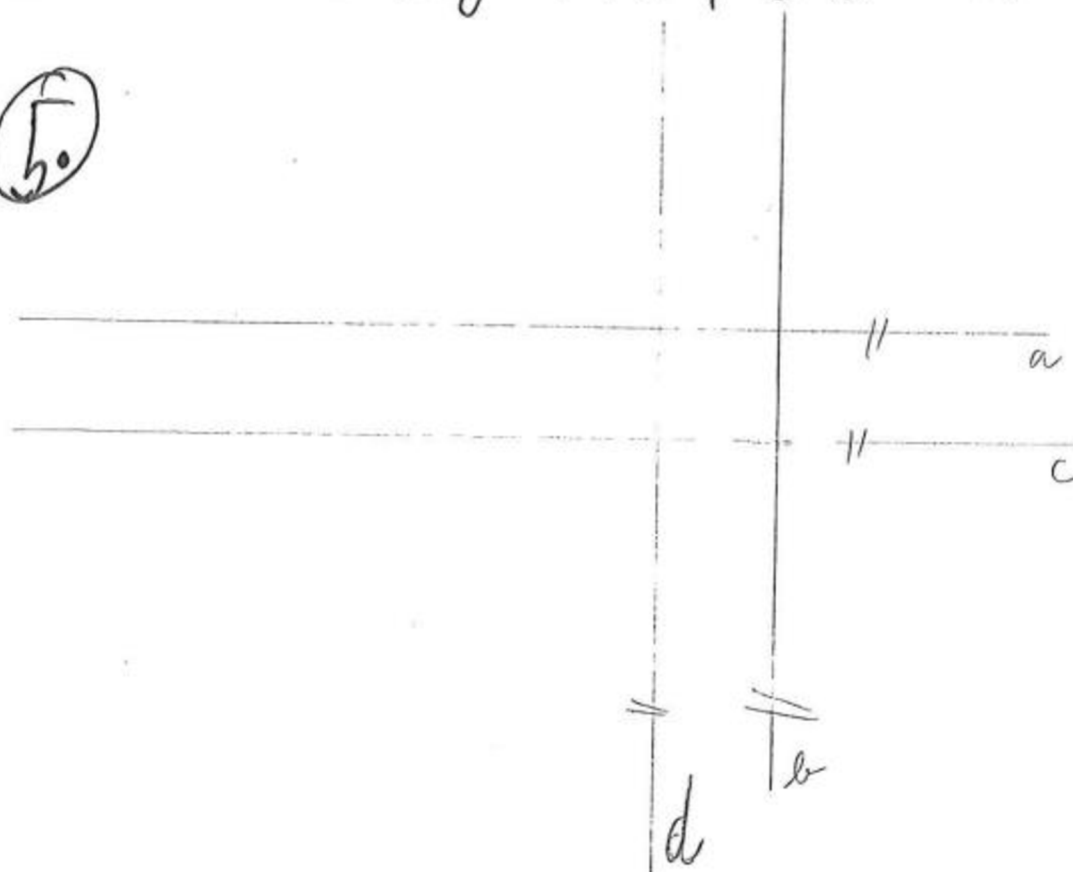
$$\begin{array}{r}
 360 \\
 \cdot 150 \\
 \hline
 000 \\
 1800 \\
 360 \\
 \hline
 54000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 240 \\
 \cdot 235 \\
 \hline
 7200 \\
 720 \\
 480 \\
 \hline
 56400
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 54000 \\
 56400 \\
 \hline
 110400
 \end{array}$$

Celkem ušetrily 110400 Kč.

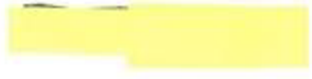
5.



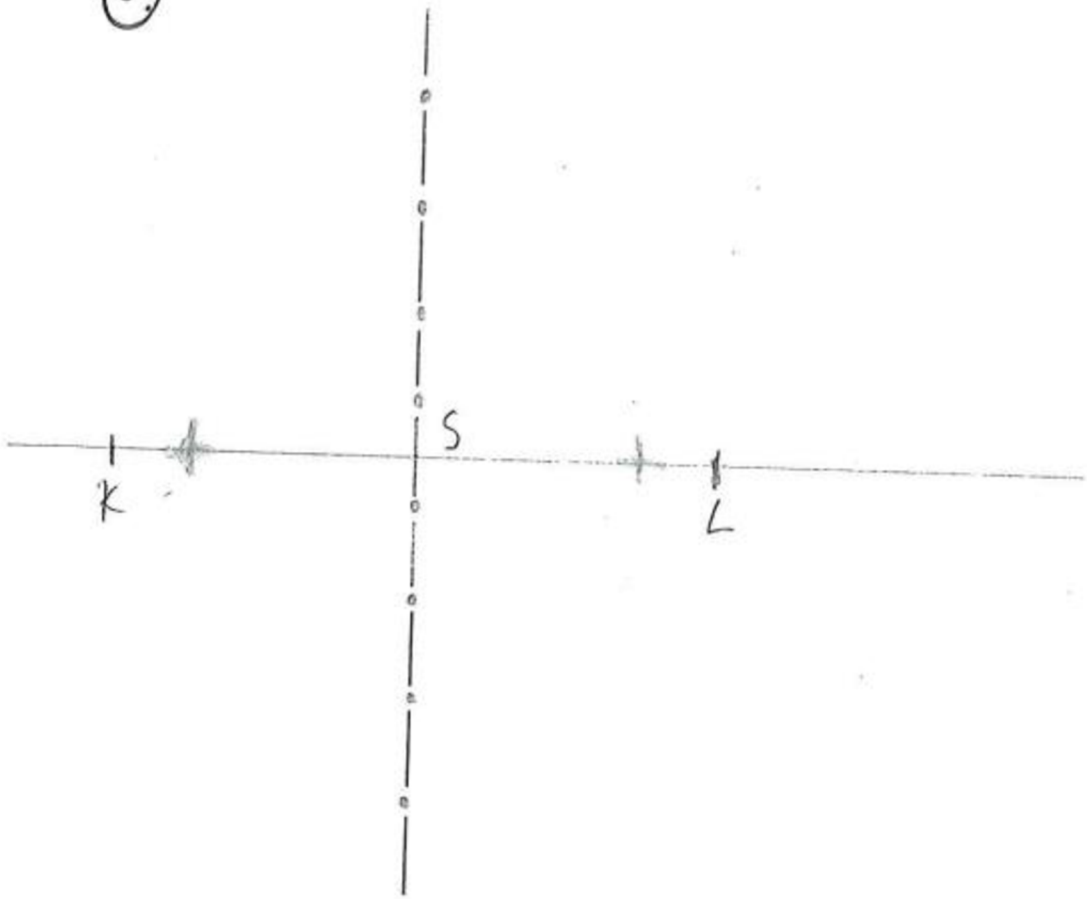
6) Na druhem papíře

↑

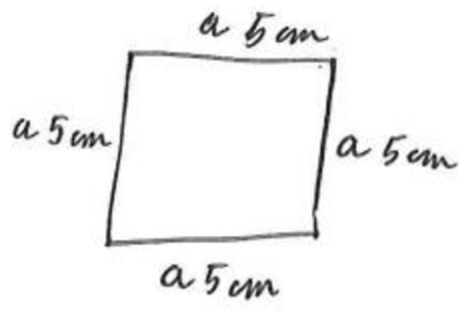
↑



6.



7.



$$\begin{aligned} \sigma &= a \cdot a \\ \sigma &= 4 \cdot 5 \\ \sigma &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= a \cdot 5 + a \cdot 5 \\ S &= 4 \cdot 5 \\ S &= 20 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Ali Obvod črvenca je 20 cm.
 Obsah črvenca je 20 cm².

A

6.B

1. Vypočítej

$$\begin{array}{r} a) 67 \\ 89 \\ \hline 1400 \\ \hline 1556 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) 22 \quad 48 \\ 14 \quad -36 \\ \hline 36 \quad \underline{12} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) 16 \\ 21 \\ \hline 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d) 85 \\ 24 \\ \hline 340 \\ 1700 \\ \hline 2040 \end{array}$$

$$e) \begin{array}{r} 308 \\ 28 \\ \hline 0 \end{array} : 7 = \underline{\underline{44}} \quad (0)$$

$$f) \begin{array}{r} 15 \quad 60 \\ \cdot 4 \quad 32 \\ \hline 60 \quad \underline{92} \end{array}$$

2. a) $18 \leq x < 21 \quad x = 18, 19, 20$

b) $519 < x < 523 \quad x = 520, 521, 522$

3. a) $382 \div 400$

b) $1642 \div 1600$

c) $1072 \div 1100$

prodali 150 vstupenek po 360 Kč

235 vstupenek po 240 Kč

uzrěli ?

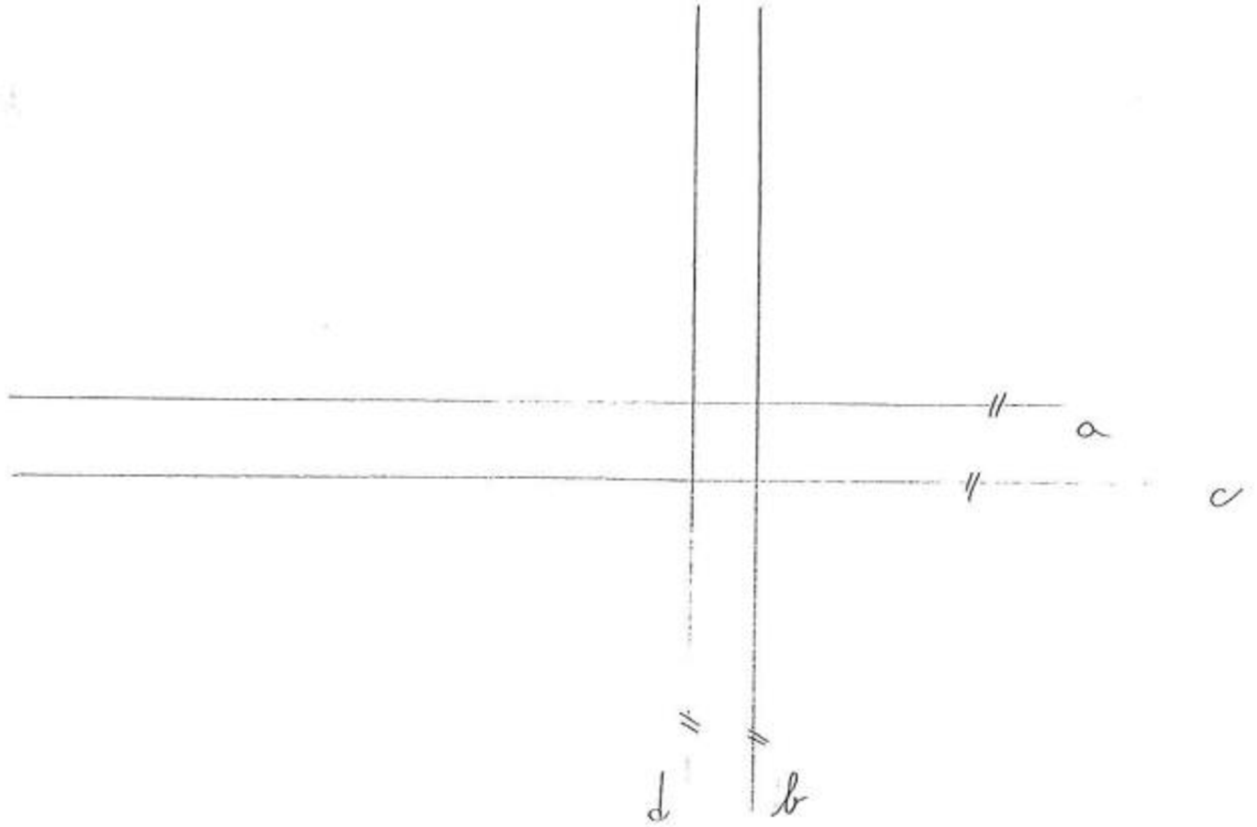
$$\begin{array}{r} 150 \\ \cdot 360 \\ \hline 000 \\ 9000 \\ 45000 \\ \hline 54000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 235 \\ \cdot 240 \\ \hline 000 \\ 9400 \\ 47000 \\ \hline 56400 \end{array}$$

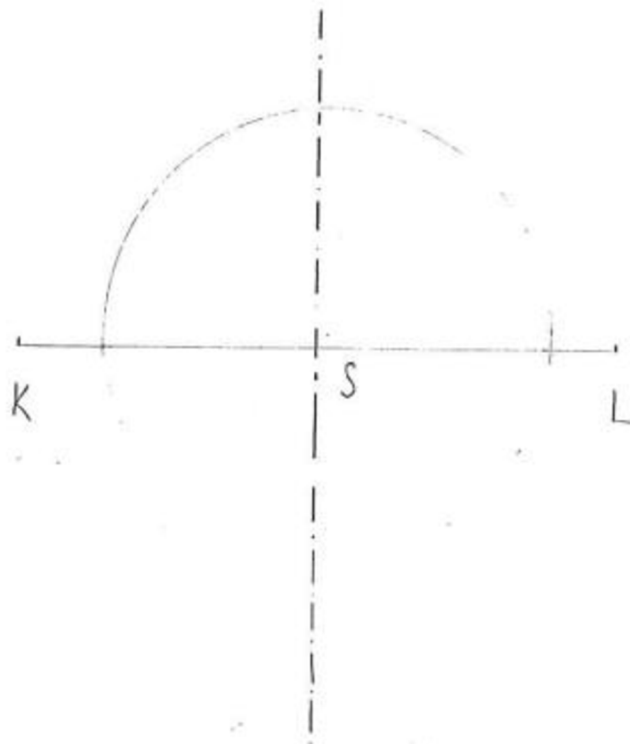
$$\begin{array}{r} 54000 \\ 56400 \\ \hline 110400 \end{array}$$

Uzrěli 11 0400 Kč.

5.



6.



7.

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$\sigma = 4 \cdot a$$

$$\sigma = 4 \cdot 5$$

$$\sigma = \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$$

$$S = a \cdot a$$

$$S = 5 \cdot 5$$

$$S = 25 \text{ cm}^2$$

Obvod je 20 cm .

Obsah je 25 cm²

2. b ne
3 c ne
4 ne
6 ne

1. číselní práce a matky

11. 11. 201.

(A)

6.B

1) vypočítej

$$\begin{array}{r} a \ 67 \\ 89 \\ \hline 400 \\ \hline 556 \end{array}$$

$$c \ 2 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 37$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 16 \\ \hline 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d \ 85 \\ \cdot 24 \\ \hline 340 \\ 170 \\ \hline 2040 \end{array}$$

$$l \ 30 \overline{) 210} : 7 = 44$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 0 \end{array}$$

$$b \ 48 - (22 + 14) = 88$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ -48 \\ \hline 88 \end{array}$$

2) napiš všechna přirozená čísla x pro která platí

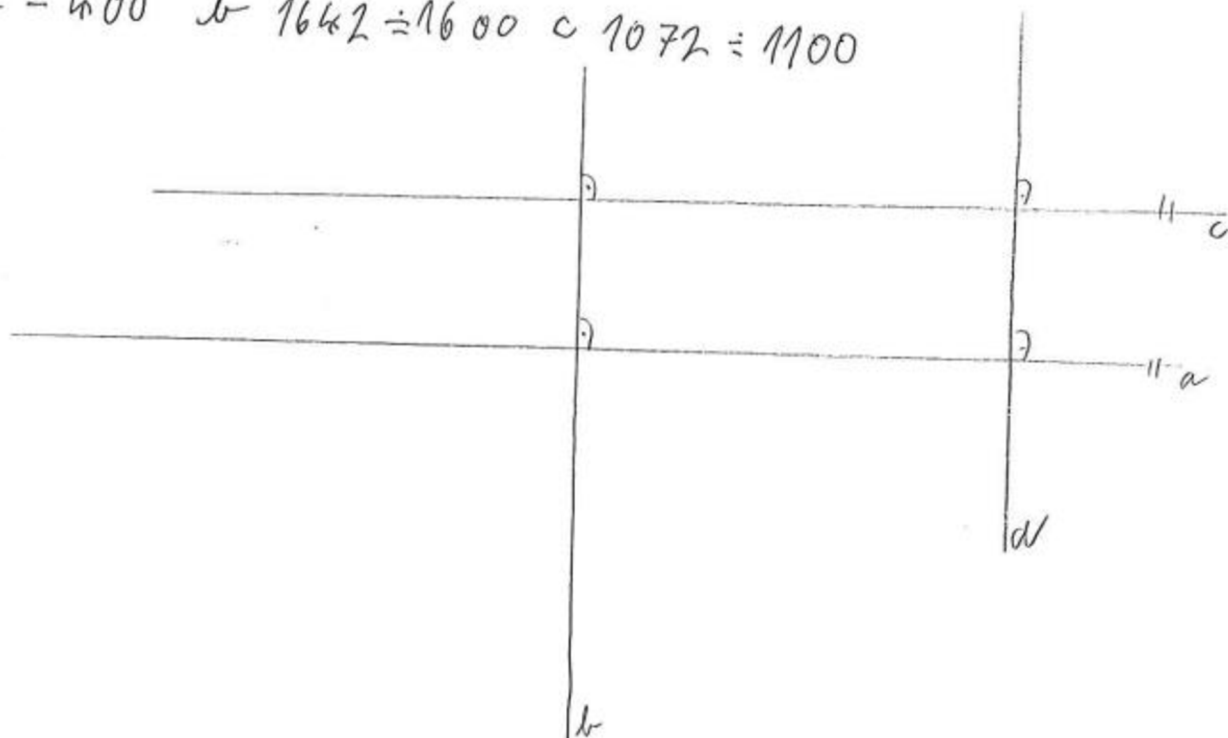
$$a, 18, 19, 20,$$

$$b, 520, 521, 522$$

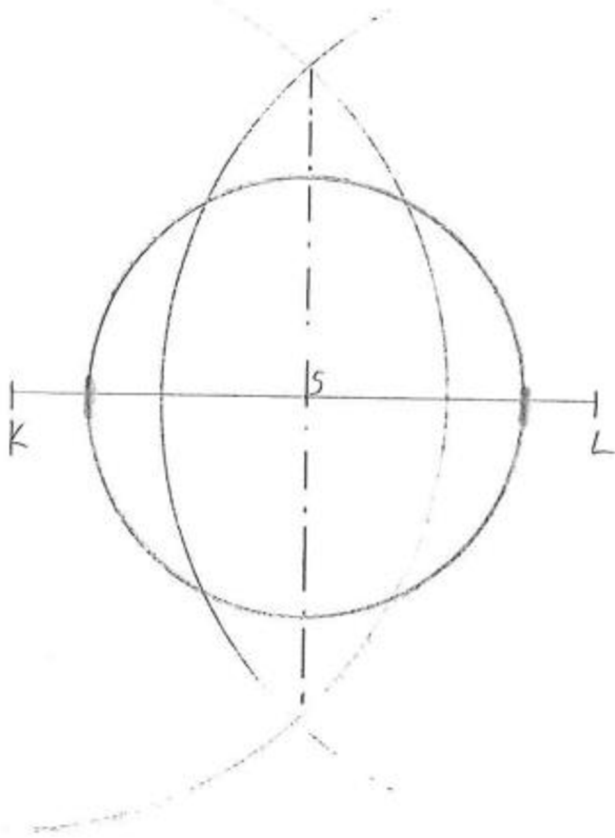
i) roztroukni čísla na slovy

$$a \ 382 \doteq 400 \quad b \ 1642 \doteq 1600 \quad c \ 1072 \doteq 1100$$

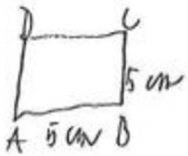
5)



6. narysuj podľa návodu



7



$$\sigma = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$\sigma = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \quad \text{obvod je } 20 \text{ m}$$

$$\sigma = 20 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot b$$

$$S = 5 \cdot 5 \quad \text{obsach je } 25 \text{ m}^2$$

$$S = 25 \text{ cm}^2$$

1.

a) $67 + 89 + 1400 = 1556$ b) $48 - (22 + 14) = 12$ c) $2 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 37$

d) 85 e) $308 \overline{) 7} = 44$ f) $(17 - 2) \cdot 4 + 32 = 92$

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 24 \\ \hline 340 \\ 170 \\ \hline 2040 \end{array}$$

2.

a) $18 \leq 18, 19, 20 < 21$ b) $519 < 520, 521, 522 < 523$

3.

a) $382 \div 400$ b) $1642 \div 1600$ c) $1072 \div 1100$

4.

150 kusů penek po 360 Kč

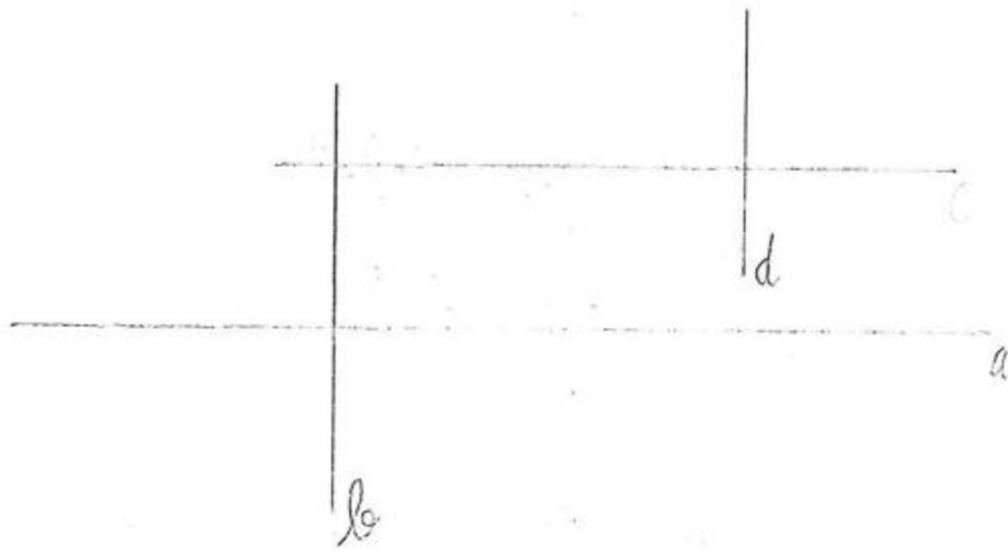
135 kusů penek po 240 Kč

2 kusů penek po 2 Kč

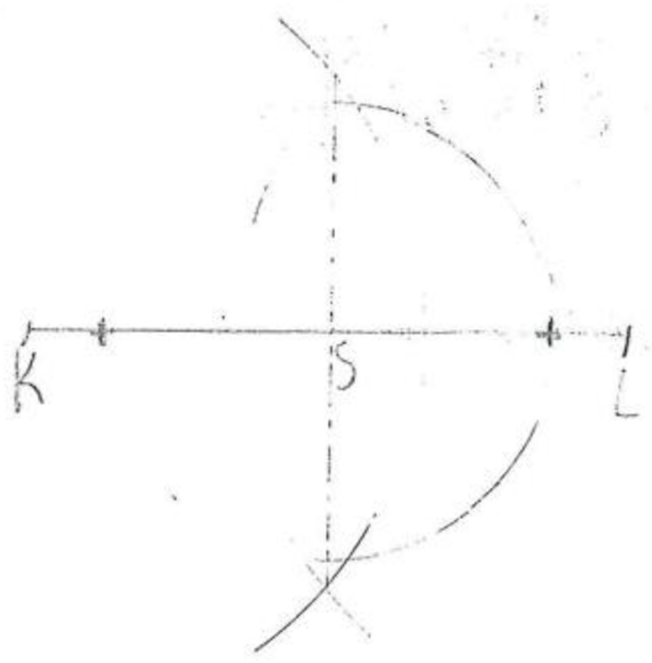
360	240	54000
$\cdot 150$	$\cdot 135$	56400
$\hline 000$	$\hline 720$	$\hline 110400$
1800	1200	
360	720	
$\hline 4000$	480	
	$\hline 56400$	

Dokromady usůřily 110400 Kč.

7.



6.



7.

$\varphi = 4 \cdot a$ $S = a \cdot a$
 $\varphi = 4 \cdot 5$ $S = 5 \cdot 5$
 $\varphi = 20 \text{ cm}$ $S = 25 \text{ cm}^2$
 Průměr má obvod 20 cm
 a obsah 25 cm²

1. čtvrtletní práce z MATEMATIKY

11.11.2019

G.B

(A)

1. a)
$$\begin{array}{r} 67 \\ 89 \\ \hline 1400 \\ \hline 1550 \end{array}$$

b) $48 - (22 + 14) = 12$

c) $2 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 37$

d)
$$\begin{array}{r} 85 \\ \cdot 24 \\ \hline 340 \\ 170 \\ \hline 2040 \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r} 308 \\ \cdot 7 \\ \hline 2156 \end{array}$$

f) $(17 - 2) \cdot 4 + 32 = 92$

2. a) $18 \leq x < 21$ 18, 19, 20

b) $519 < x < 523$ 520, 521, 522

3. a) $382 \div 400$ b) $1642 \div 1600$ c) $1072 \div 1100$

4.) prodáno..... 150 vstupenek po..... 360 Kč
prodáno..... 235 vstupenek po..... 240 Kč
celkem utržili:..... ? Kč

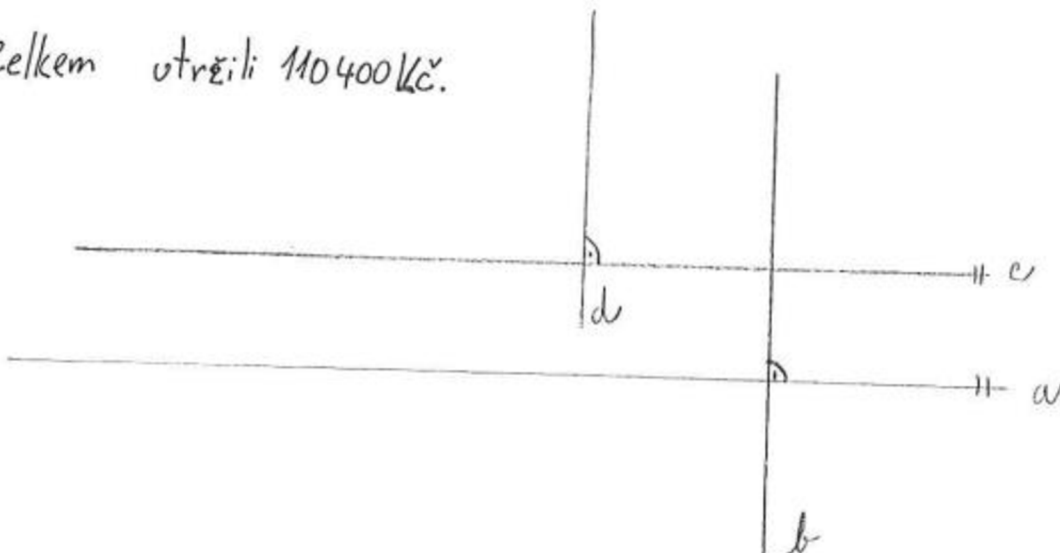
$$\begin{array}{r} 360 \\ \cdot 150 \\ \hline 000 \\ 1800 \\ 360 \\ \hline 54000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 235 \\ \cdot 240 \\ \hline 000 \\ 940 \\ 470 \\ \hline 56400 \end{array}$$

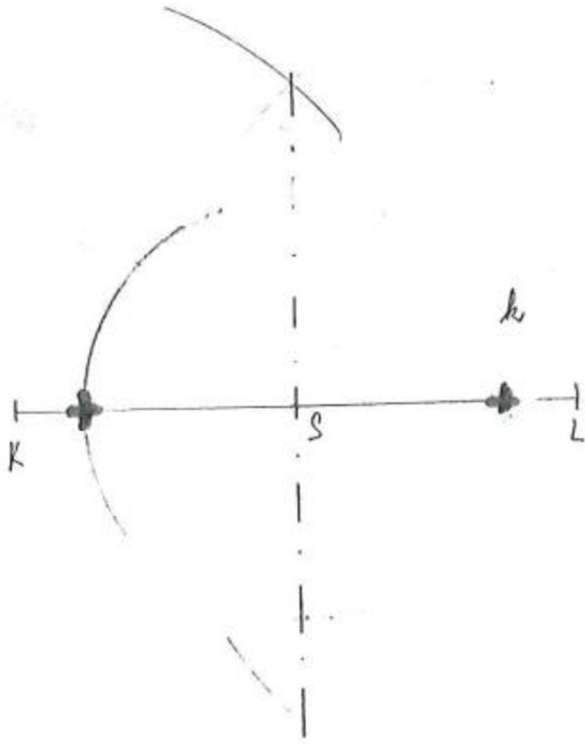
$$\begin{array}{r} 54000 \\ + 56400 \\ \hline 110400 \end{array}$$

Celkem utržili 110400 Kč.

5.



6.



7.

$$\begin{aligned} \sigma &= 4.0 \\ \sigma &= 4.5 \\ \sigma &= 20 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s &= 0.0 \\ s &= 5.5 \\ s &= 25 \text{ cm} \end{aligned}$$

1.)

$$\begin{array}{r} a) 1300 \\ 88 \\ 79 \\ \hline 1467 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d) 75 \\ .46 \\ \hline 310 \end{array}$$

$$b) 48 - (22 + 74) = 212^B$$

$$e) \overline{504} : 7 = 72$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 0 \end{array}$$

$$c) 3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 38 \quad 6.B$$

$$f) (19 - 4) \cdot 3 + 42 = 97$$

$$45$$

2.)

$$a) 19 < x \leq 23 \quad 20, 21, 22, 23$$

$$b) 418 \leq x \leq 423 \quad 418, 419, 420, 421, 422, 423$$

3.)

$$a) 500 \quad b) 1700 \quad c) 1100$$

4.)

rodali: 235 vstupenek
 ro 360 Kč
 rodali: 150 vstupenek
 ro 240 Kč

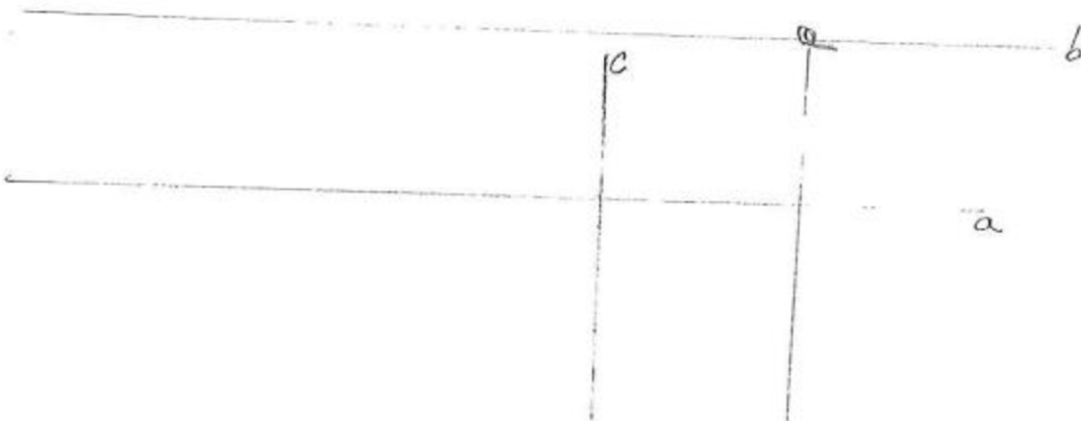
$$\begin{array}{r} 235 \\ 60 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 5 \\ \hline 1600 \end{array}$$

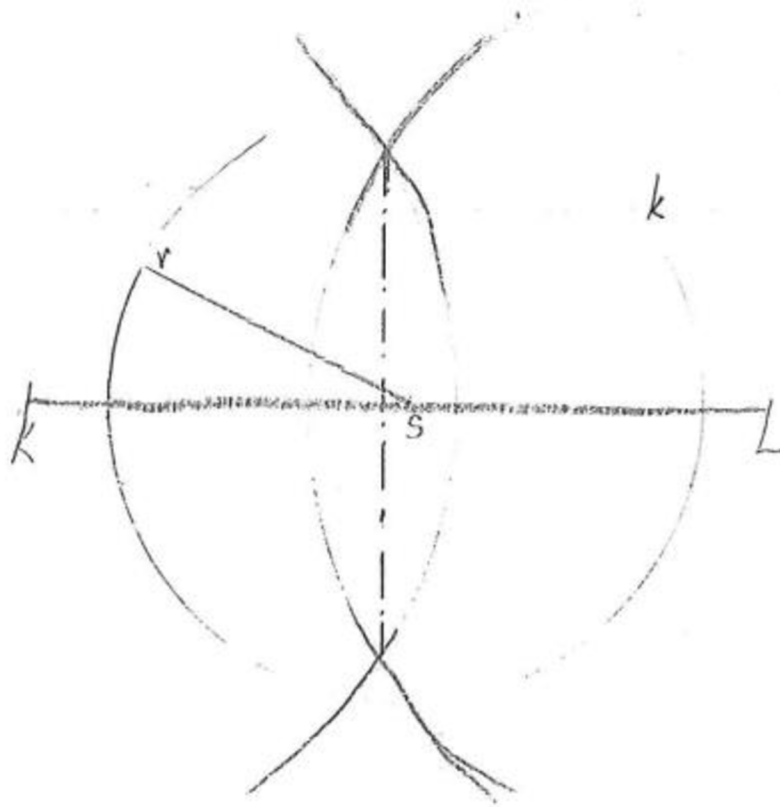
$$\begin{array}{r} 150 \\ 240 \\ \hline 0 \\ 300 \\ \hline 36000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24600 \\ 36000 \\ \hline 20600 \end{array}$$

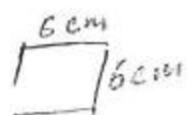
uvěřili 120 600 Kč za vstupenky

)





5)



$$O = 4 \cdot a$$

$$O = 4 \cdot 6$$

$$O = \underline{\underline{24 \text{ cm}}}$$

$$S = a \cdot a$$

$$S = 6 \cdot 6$$

$$S = \underline{\underline{36 \text{ cm}^2}}$$

B

6. B

1)

$$\begin{array}{r} a) 1300 \\ 88 \\ 79 \\ \hline 1467 \end{array}$$

b) $48 - (22 + 14) = 12$

c) $3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 38$

$$\begin{array}{r} d) 75 \\ - 46 \\ \hline 520 \\ 300 \\ \hline 3520 \end{array}$$

e) $504 : 7 = 72$ (o)

$$\begin{array}{r} 14 \\ 0 \end{array}$$

f) $(19 - 4) \cdot 3 + 42 = 87$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 45 \end{array}$$

2)

a) $19 < \overset{x}{20, 21, 22, 23} \leq 23 = 20, 21, 22, 23$

b) $418 \leq x \leq 423 = 418, 419, 420, 421, 422, 423$

3)

a) $471 \approx 500$

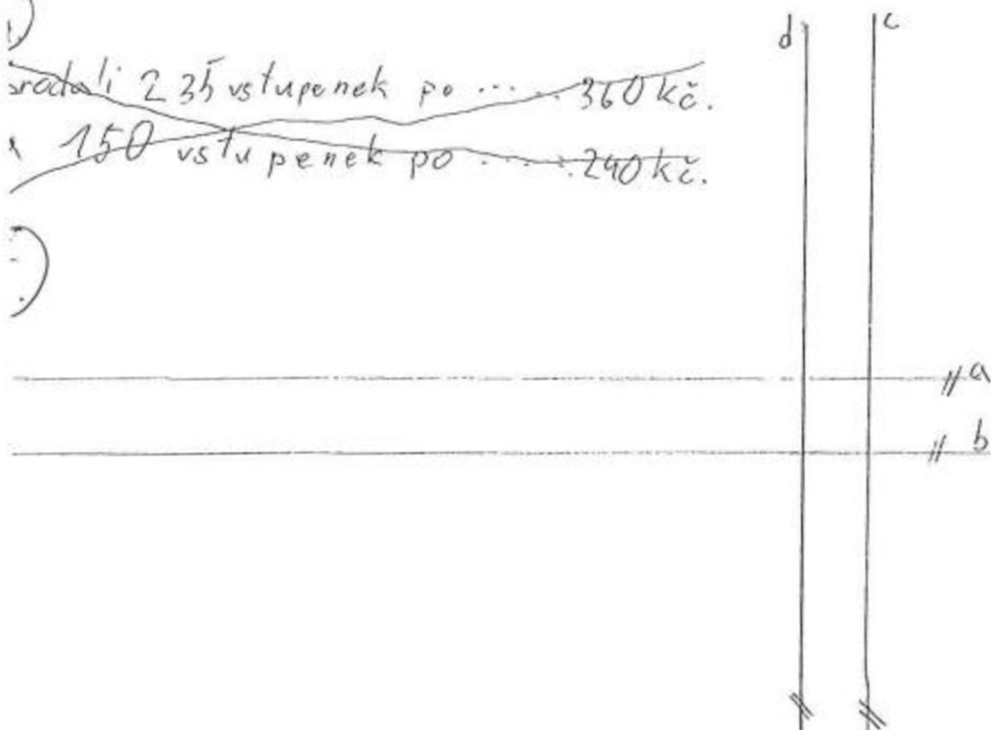
b) $1731 \approx 1700$

c) $1093 \approx 1100$

4)

~~sradali 235 vstupenek po ... 360 Kč.~~~~x 150 vstupenek po ... 240 Kč.~~

5)



6)

~~úhelník~~



7) $a = 6 \text{ cm}$

$$O = 4 \cdot 6a$$

$$O = 4 \cdot 6$$

$$O = \underline{\underline{24 \text{ cm}}}$$

$$S = a \cdot a$$

$$S = 4 \cdot 4$$

$$S = \underline{\underline{16 \text{ cm}}}$$

8) 235 vstupenek po 360 Kč
 150 vstupenek po 240 Kč

360	240	84600
235	150	36000
1800	2000	120600
1080	1200	
720	240	
84600	36000	

Utřelili 120 600 Kč.

B

6.B

1. Vypočítej:

a) 79

b) $48 - (22 + 14) = 88$

c) $3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 38$

$$\begin{array}{r} 88 \\ 1300 \\ \hline 1467 \end{array}$$

d) $75 : 10 = 7.5$

e) $504 : 7 = 72$

f) $(19 - 4) \cdot 3 + 42 = 87$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ \hline 7450 \end{array}$$

2. Napiš všechna přírodní čísla x , pro která platí:

a) $19 < x \leq 23 \Rightarrow 20, 21, 22, 23$

b) $418 \leq x \leq 423 \Rightarrow 418, 419, 420, 421, 422, 423$

3. Zaokrouhli čísla na stovky

a) 500

b) 1700

c) 1000

4. Vstupné za představení 235 Kč po 365 Kč

Kolik lidí navštívilo představení?

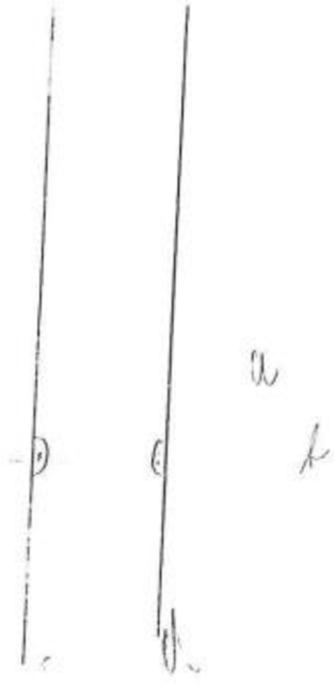
$$8235$$

$$360$$

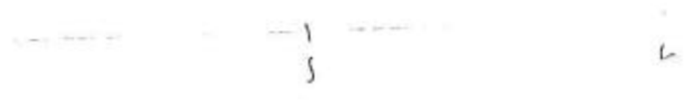
$$\hline 240$$

$$835$$

a) navštívilo představení 835 lidí



1. a. Miringi miringi. $L = 2000 \text{ m}$



$$\begin{aligned}
 7. \quad r &= 4 \cdot a & s &= a \cdot a \\
 r &= 4 \cdot 6 & s &= 6 \cdot 6 \\
 r &= 24 \text{ cm} & s &= 36 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

1. a. Miringi miringi. $L = 2000 \text{ m}$

(B)

1. výpočty

a) $79 + 88 + 1300 = 1467$ b) $48 - (22 + 14) = 12$ c) $3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 38$

d) 75 e) $504 : 7 = 72$ f) $(19 - 4) \cdot 3 + 42 = 87$

$$\begin{array}{r} 75 \\ -46 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 504 \\ : 7 \\ \hline 72 \end{array}$$

6.B.

2. y jsou všechna přirozená čísla x, pro která platí:

a) $19 < x \leq 23$ 20, 21, 22, 23

b) $418 \leq x \leq 423$ 418, 419, 420, 421, 422, 423

3. a) $471 \neq 503$ b) $1731 \neq 1700$ c) $1093 \neq 1100$
 y jsou všechna čísla se slovy.

4. platí 130 235 vstupenek po ... 360 Kč
 platí 150 vstupenek ... po 240 Kč
 Kolik vstupenek uvýžili?

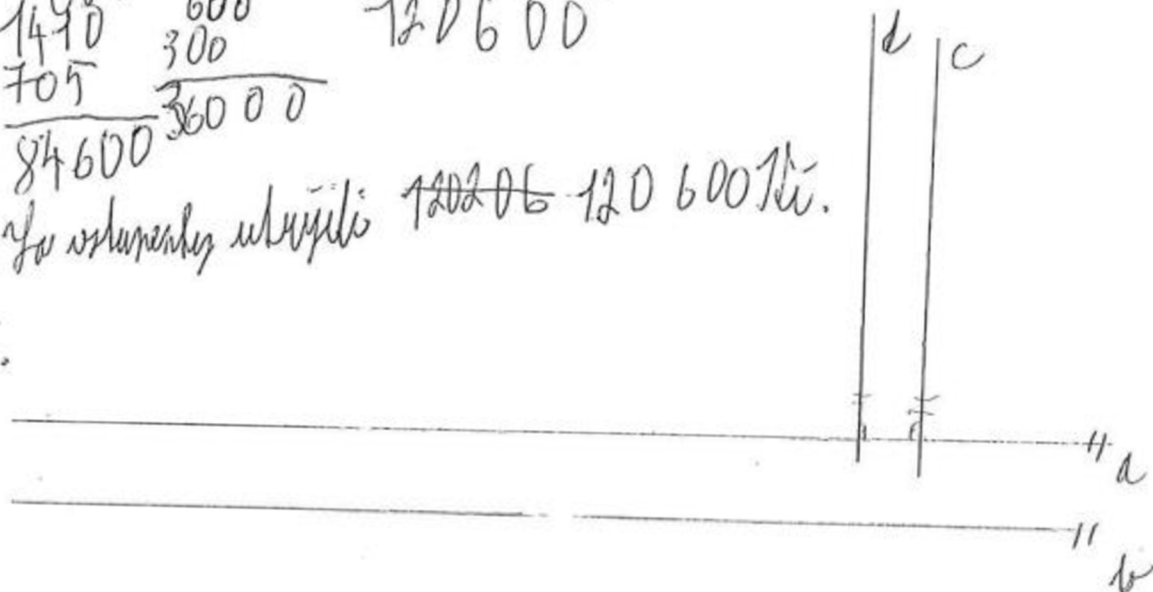
$$\begin{array}{r} 235 \\ \cdot 360 \\ \hline 1410 \\ 705 \\ \hline 84600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \cdot 240 \\ \hline 600 \\ 300 \\ \hline 36000 \end{array}$$

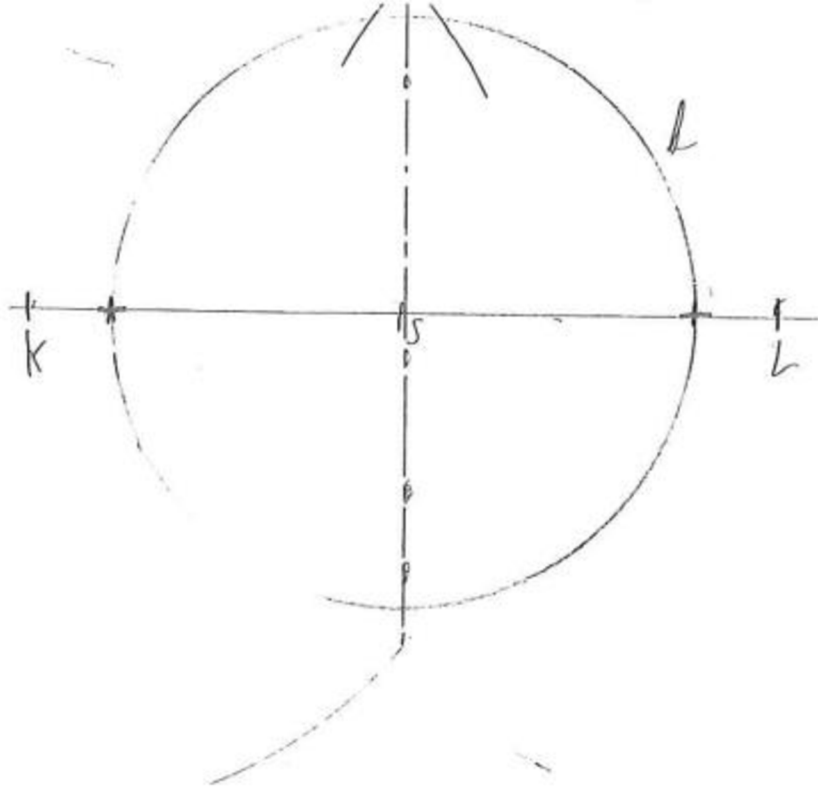
$$\begin{array}{r} 84600 \\ - 36000 \\ \hline 48600 \end{array}$$

48600 Kč
 48600 Kč - 36000 Kč = 12600 Kč.

5.



6.



7.

OBVOD
 $a = r \cdot 2$
 $a = 4 \cdot 6$
 $a = 24 \text{ cm}$

OBSAH
 ~~$S = a \cdot b$~~
 ~~$S = 24 \cdot 4$~~
 $S = 46 \text{ cm}^2$

Obvod je 24 cm.
 Obsah je 46 cm².

① a) $\begin{array}{r} 1300 \\ 79 \\ \hline 88 \\ \hline 1467 \end{array}$

b) $48 - (22 + 14) = \underline{\underline{12}}$

c) $\begin{array}{r} 24 \quad 14 \\ 3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 38 \\ \hline 45 \end{array}$

d) $\begin{array}{r} 75 \\ 46 \\ \hline 450 \\ 160 \\ \hline 2050 \end{array}$

e) $504 : 7 = 72 \text{ (o)}$
 $\begin{array}{r} 14 \\ 0 \end{array}$

f) $(19 - 4) \cdot 3 + 42 = \underline{\underline{87}}$

- ② a) 20, 21, 22, 23
 b) 418, 419, 420, 421, 422, 423

- ③ a) $471 = \underline{\underline{500}}$
 b) $1731 = \underline{\underline{1700}}$
 c) $1093 = \underline{\underline{1100}}$

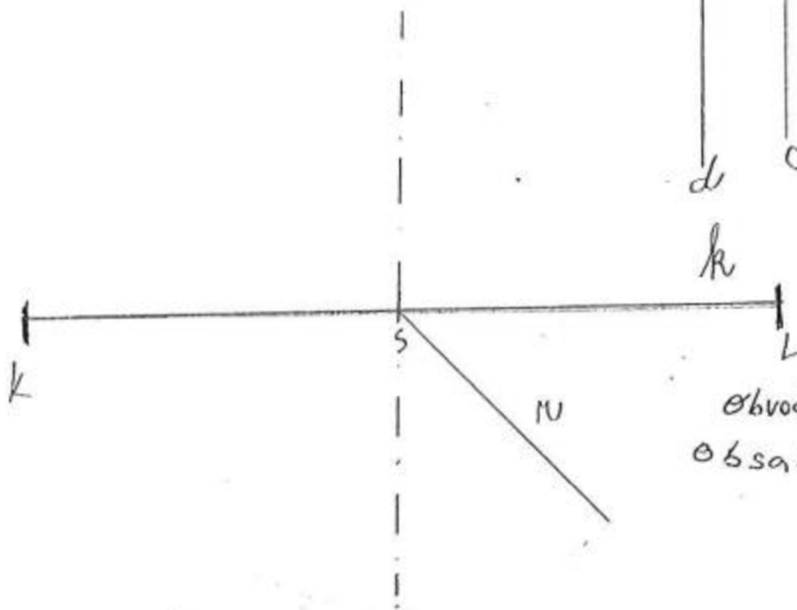
④ 235 vstupenek po 360 Kč
 150 vstupenek po 240 Kč
 za vstupenky utížili?

$\begin{array}{r} 235 \text{ Kč} \\ 1360 \text{ Kč} \\ \hline 84600 \text{ Kč} \end{array}$	$\begin{array}{r} 150 \text{ Kč} \\ 240 \text{ Kč} \\ \hline 36000 \text{ Kč} \end{array}$	$\begin{array}{r} 84600 \text{ Kč} \\ 36000 \text{ Kč} \\ \hline 124600 \text{ Kč} \end{array}$
---	--	---

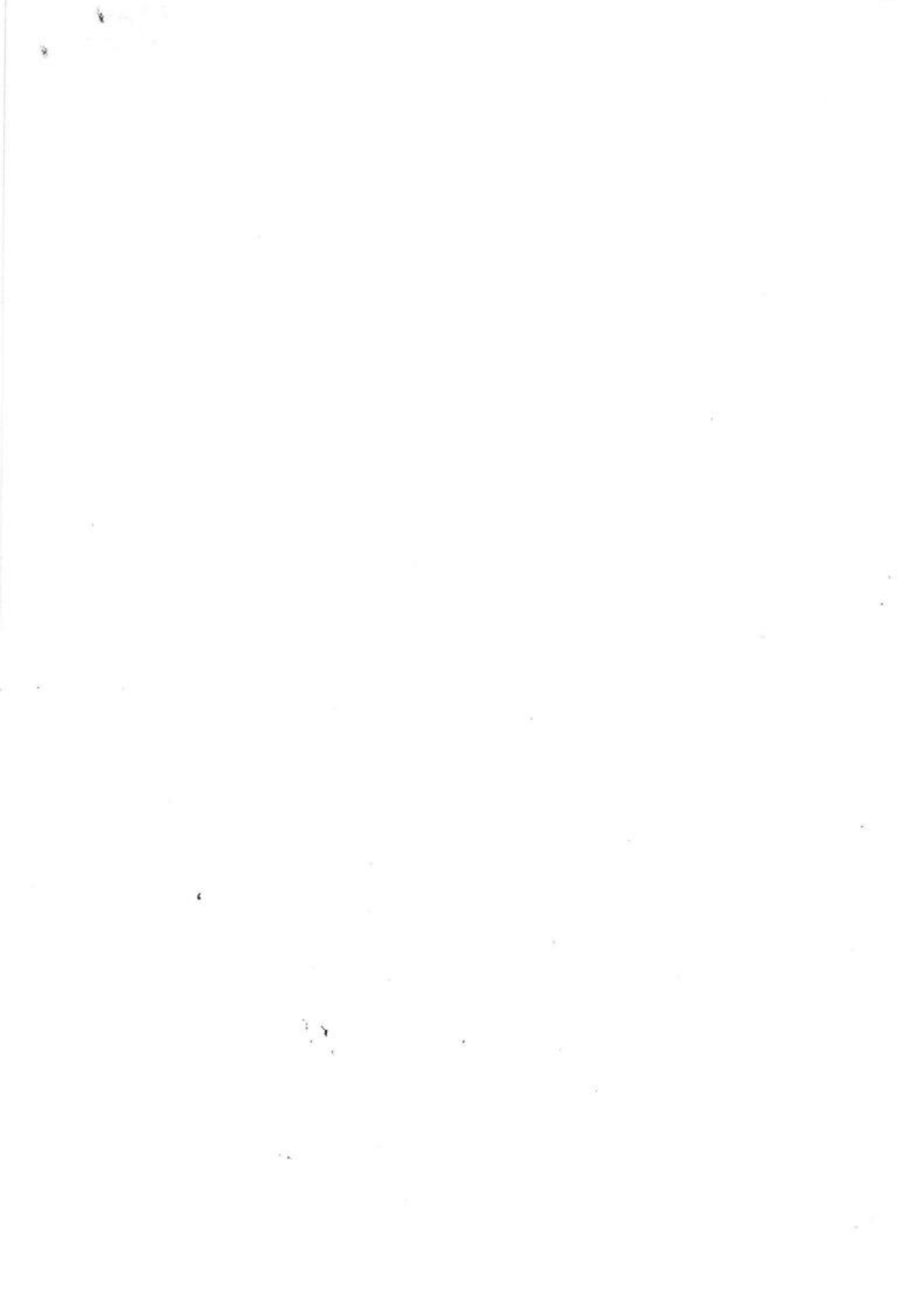
utížili 124 600 Kč



⑥



⑦ $\begin{array}{l} \text{obvod je } 24 \text{ cm} \\ \text{obsah je } 36 \text{ cm}^2 \end{array}$
 $\begin{array}{l} a \cdot b = a \cdot 4 \\ a \cdot 6 = 6 \cdot 4 \\ a = 24 \text{ cm} \\ S = a \cdot a \\ S = 6 \cdot 6 \\ S = 36 \text{ cm}^2 \end{array}$



(B)

2b
3c
4
6

1. Vypočítej:

$$\begin{array}{r} 1300 \\ a) 79 \\ \underline{88} \\ 1467 \end{array}$$

$$b) 48 - (22 + 14) = \underline{12}$$

$$c) 3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = \underline{38}$$

$$d) \begin{array}{r} 75 \\ \cdot 46 \\ \hline 450 \\ 300 \\ \hline 3450 \end{array}$$

$$e) 504 : 7 = \underline{72}$$

$$f) (19 - 4) \cdot 3 + 42 = \underline{87}$$

2.

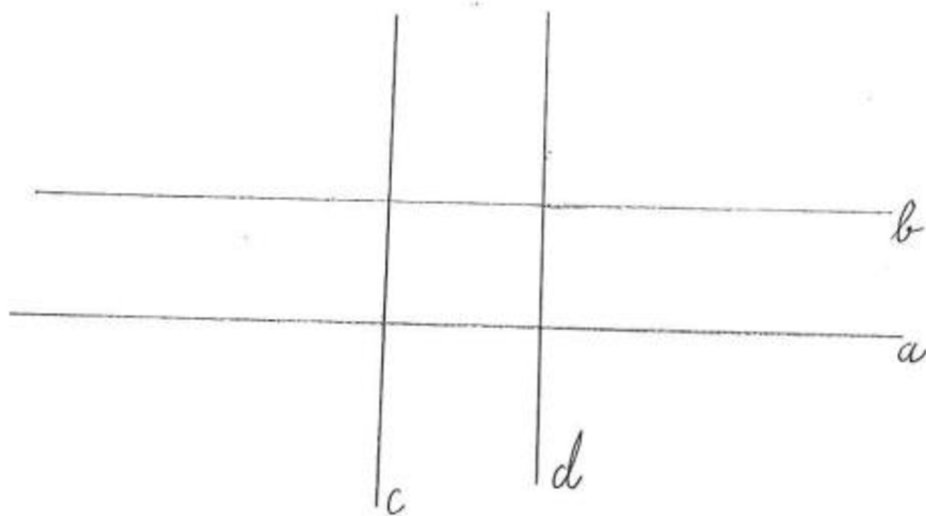
a) $19 \leq x \leq 23$ 20, 21, 22, 23

b) $418 \leq x \leq 423$ 418, 419, 420, 421, 422, 423

3. Zaokrouhli na stov

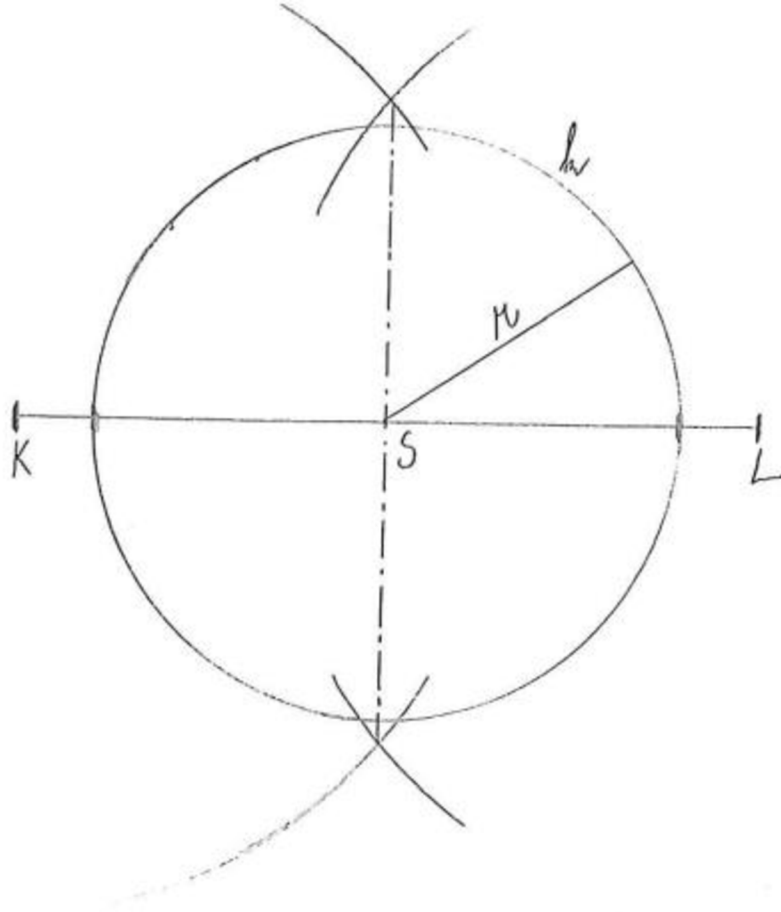
a) $471 \approx 500$
 b) $1731 \approx 1700$

5.



b||a
 c||a
 d||c

6.



7. Čtverec $a = 6 \text{ cm}$ vypočítej jeho obvod a obsah



$$\begin{aligned} \varnothing &= 4 \cdot a & S &= a \cdot a \\ \varnothing &= 4 \cdot 6 & S &= 6 \cdot 6 \\ \varnothing &= \underline{\underline{24 \text{ cm}}} & S &= \underline{\underline{36 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

(B)

Príklady

$$\begin{array}{r} 88 \\ a) \underline{+79} \\ 167 \end{array} + 1300 = 1467$$

$$c) \underline{24+14} = 38$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ b) \underline{48} \\ 84 \end{array} = 12$$

$$d) \begin{array}{r} 75 \\ \underline{+46} \\ 121 \end{array}$$

$$e) \sqrt[14]{504} = 72$$

$$f) \frac{19-4}{10} = 72$$

2. Napíš všetky prirodzené čísla x menšie ako 23
a) 19 < 19202 1221231 < 23

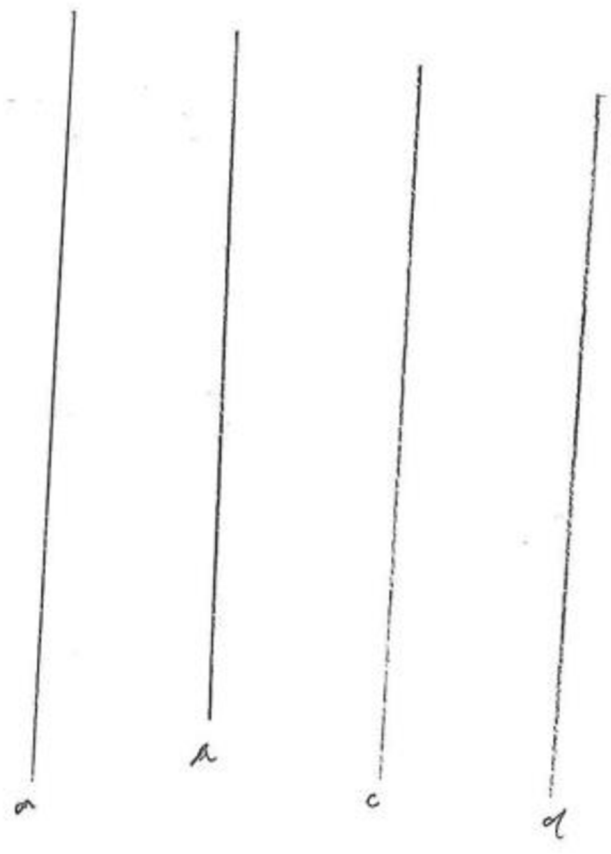
$$b) 4184, 191420, 4271422, 123 < 423$$

3. Zaobkruhli čísla menšie

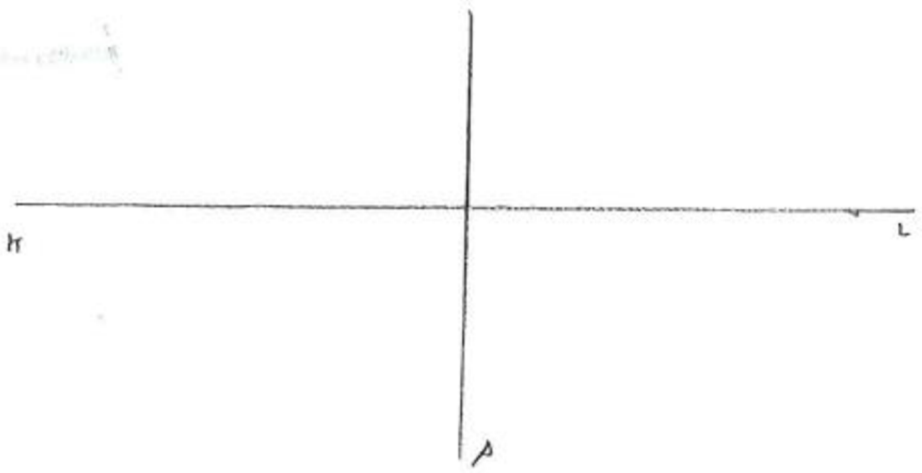
$$\frac{471}{500} \quad \frac{1731}{1700} \quad \frac{7093}{1100}$$

4. Na koncert prišlo 255 vstupeniek po 360 Kč = 150 vstupeniek po 240 Kč. Koľko vstupeniek na koncert?
360 + 240 = 600
vstúpili 600 Kč

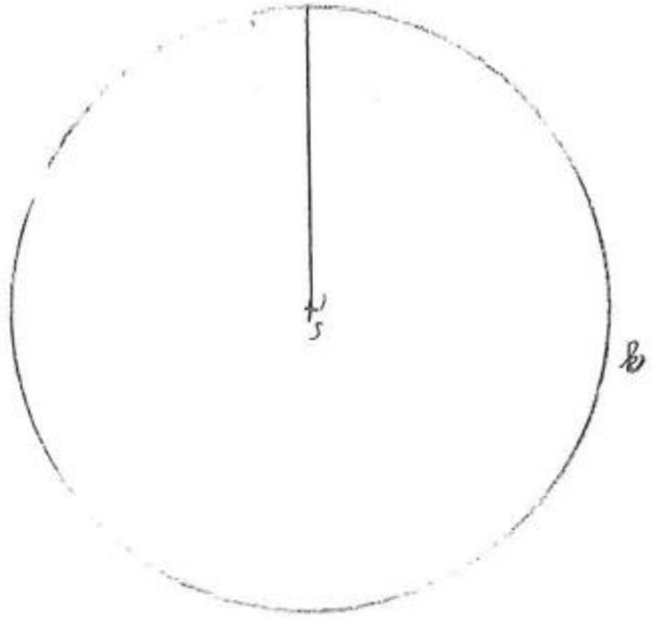
5
↓



b



c



d 2

7

$v = a \cdot r$
 $v = a \cdot y$
 $v = 24$
 $56 \cdot v \cdot z$
 5

B

1.

$$\begin{array}{r} 1300 \\ 88 \\ 79 \\ \hline 1467 \end{array}$$

b) $48 - (22 + 14) = 12$

c) $3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 38$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \cdot 46 \\ \hline 450 \\ 300 \\ \hline 3450 \end{array}$$

e) $504 : 7 = 72$ (0)

$$\begin{array}{r} 72 \\ 7 \overline{) 504} \\ \underline{49} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

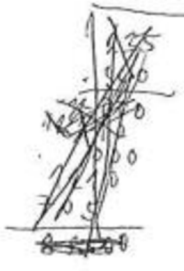
f) $(19 - 4) \cdot 3 + 42 = 87$

2. a) $19 < x \leq 23$ 20, 21, 22, 23

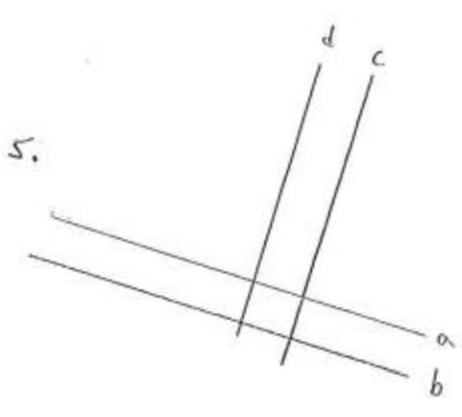
b) $418 \leq x \leq 423$ 418, 419, 420, 421, 422, 423

3. a) $471 \approx 500$ na stovky
 b) $1731 \approx 1700$ na stovky
 c) $1093 \approx 1100$ na stovky

4. prodali 235 vstupenek po 360 Kč
 prodali 150 vstupenek po 240 Kč
 kolik utržili za vstupenky ?

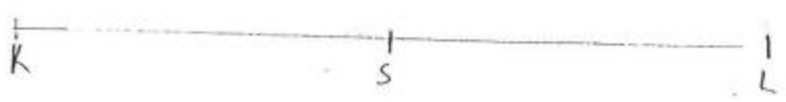


~~1. prodali 235 vstupenek po 360 Kč
 prodali 150 vstupenek po 240 Kč
 Kolik utržili za vstupenky ?~~



6.

k



7.

$$\begin{array}{l} 0 = a \cdot 4 \\ 0 = b \cdot 4 \\ 0 = 24 \text{ cm} \end{array} \quad \begin{array}{l} S = a \cdot a \\ S = 6 \cdot 6 \\ S = 36 \text{ cm} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \cdot 7 \\ \hline 182 \end{array} \quad \text{6.B}$$

1. Vypočítej:

a) 1300
 $\begin{array}{r} 88 \\ 79 \\ \hline 1467 \end{array}$

b) $48 - (22 + 14) = 12$

c) $3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 182$

d) 75
 $\begin{array}{r} 46 \\ \hline 450 \\ 300 \\ \hline 3450 \end{array}$

e) $504 : 7 = 72$
 $\begin{array}{r} 14 \\ 0 \end{array}$

$\begin{array}{r} 15 \\ \cdot 3 \\ \hline 45 \end{array}$

f) $(19 - 4) \cdot 3 + 42 = 87$

2. Zapiš všechna nůvrozená čísla x pro která platí:

a) $19 < x \leq 23$: 20, 21, 22, 23

b) $418 \leq x \leq 423$: 418, 419, 420, 421, 422, 423

3. Zaokroukli čísla na stovky:

a) $471 \approx 500$

b) $1731 \approx 1700$

c) $1093 \approx 1100$

4. prodali 235 vstupenek po

360 Kč

a 150 vstupenek po

240 Kč

Kolik Kč ušetřili za vstupenky

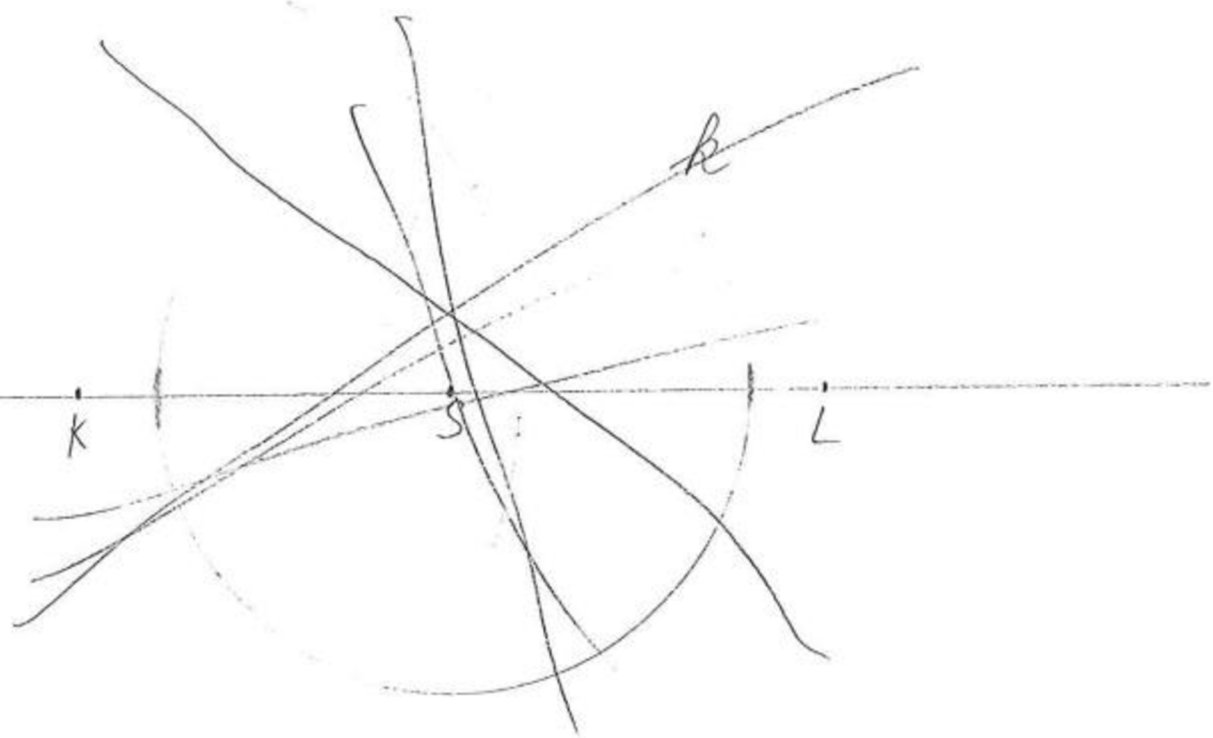
?

Výpočet: 235
 $\begin{array}{r} 360 \\ \hline 000 \\ 1410 \\ 705 \\ \hline 84600 \end{array}$

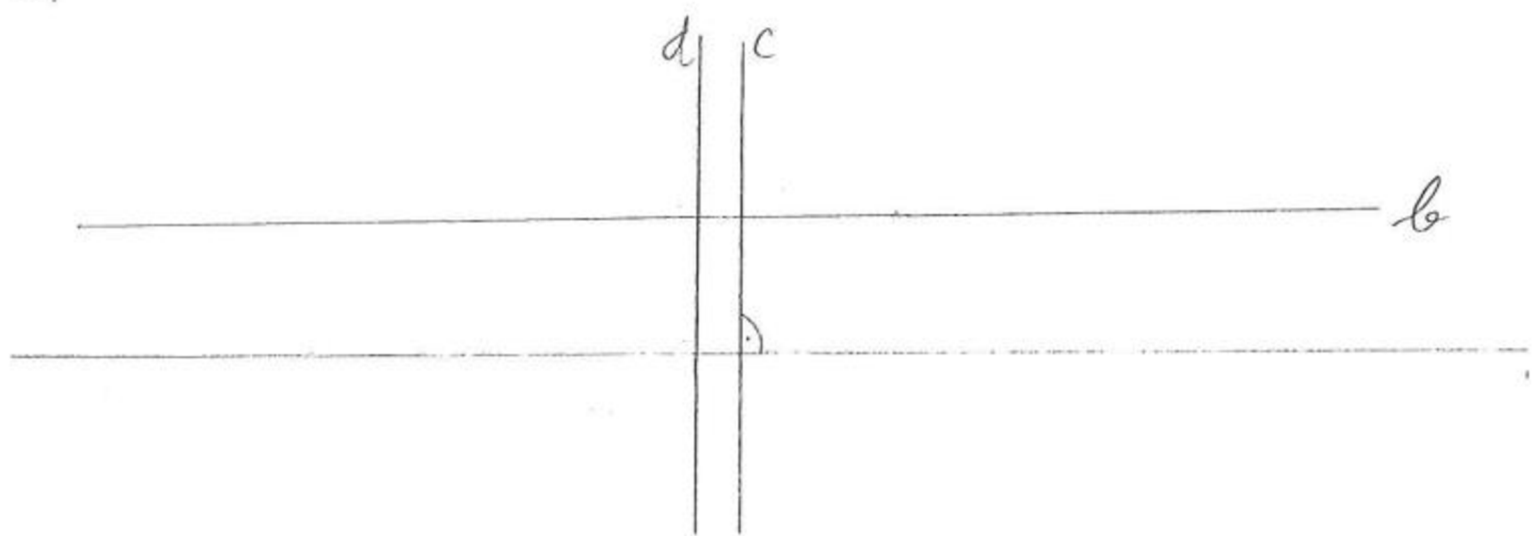
150
 $\begin{array}{r} 240 \\ \hline 000 \\ 600 \\ 300 \\ \hline 36000 \end{array}$

36000
 84600
 $\hline 120600$

odpověď: Za vstupenky celkem ušetřili 120 600 Kč



5.



6.

1. Vypočítej

$$\begin{array}{r} 1300 \\ 88 \\ 79 \\ \hline 1467 \end{array}$$

b) $48 - (22 + 14) = 12$

c) $3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 = 38$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 46 \\ \hline 450 \\ 3000 \\ \hline 3450 \end{array}$$

e) $5047 : 7 = 721$

f) $(19 - 4) \cdot 3 + 42 = 87$

2. Zapiš všechna přirozená čísla x pro která platí:

a) $19 < x \leq 23$ 20, 21, 22, 23

b) $418 \leq x \leq 423$ 418, 419, 420, 421, 422, 423

3. Zaokrouhli na stovky

a) $4771 \approx 5000$

b) $1731 \approx 1700$

c) $1093 \approx 1100$

1.

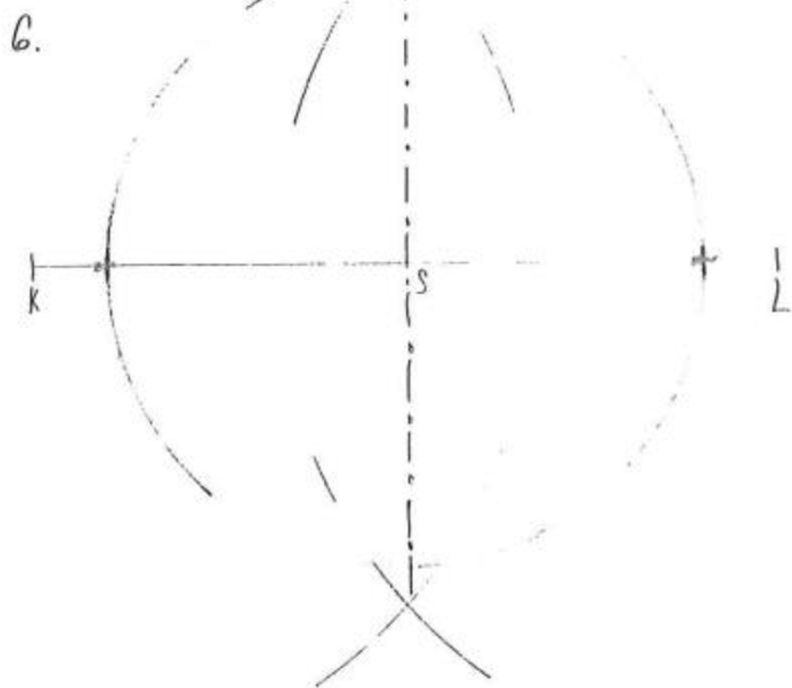
135 po ... 360 Kč

50 po ... 240 Kč

kolik za vstupenky utržili:

300	150	84 000
<u>235</u>	<u>240</u>	<u>36 000</u>
200	000	120 000
1800	6000	
<u>1000</u>	<u>30000</u>	
1000	36000	

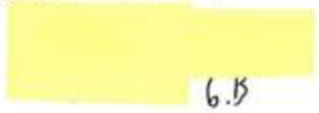
a vstupenky utržili 120 000 Kč.



7. Čtverec má délku $a=6\text{cm}$ vypočítej obvod a obsah

$p = 4 \cdot a$	$S = a \cdot a$
$p = 4 \cdot 6$	$S = 6 \cdot 6$
$p = 24\text{cm}$	$S = 36\text{cm}^2$

(A)



1) Vypočítej

$$\begin{array}{r} 1400 \\ 89 \\ 67 \\ \hline 1556 \end{array}$$

a) $48 - (22 + 14) = 12$
 b) $2 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 37$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \cdot 24 \\ \hline 340 \\ 160 \\ \hline 1940 \end{array}$$

c) $398 : 7 = 441 \text{ zb. } 1$
 $\begin{array}{r} 28 \\ 08 \\ 1 \end{array}$

d) $(17 - 2) \cdot 4 + 32 = 92$

- 2
- a) $18 \leq x < 21 = 18, 19, 20$
 - b) $519 < x < 523 = 520, 521, 522$

- 3
- a) $382 \div 400$
 - b) $1642 \div 1600$
 - c) $1072 \div 1100$

medaili 750 vstupenek po 360 Kč
 235 vstupenek po 240

Kolik mohli se vstupenky?

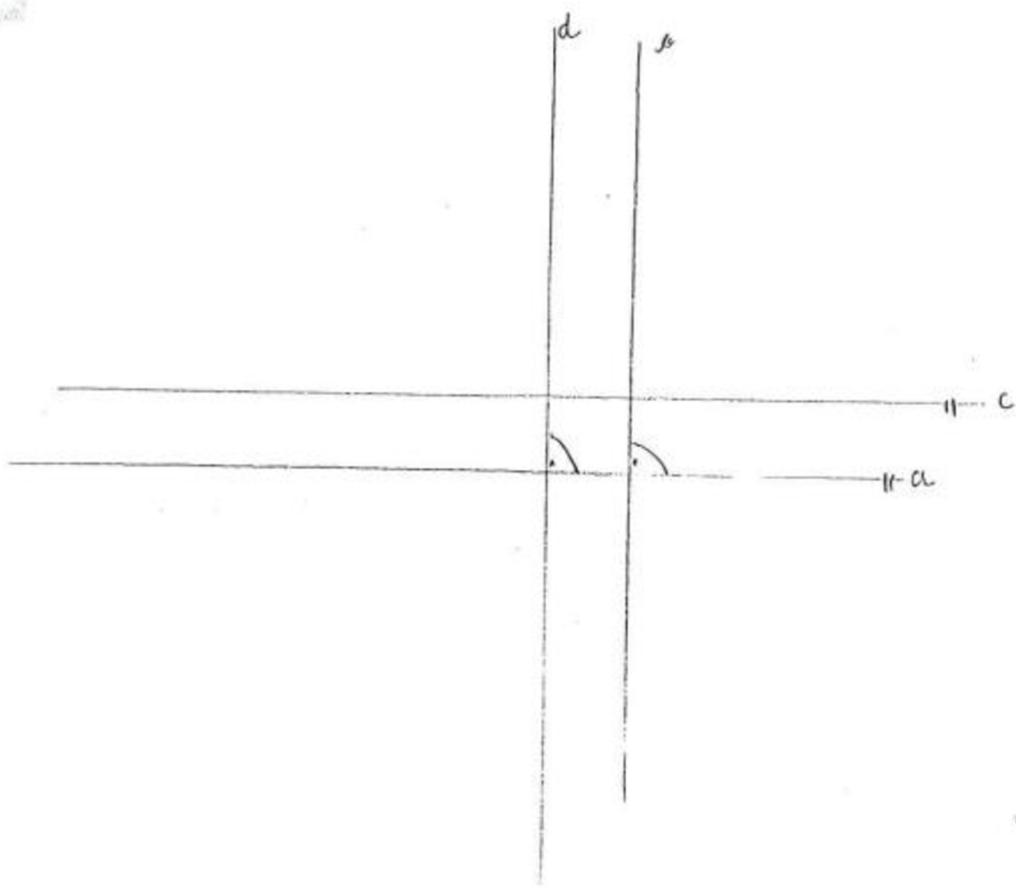
$$\begin{array}{r} 360 \\ \cdot 150 \\ \hline 000 \\ 7800 \\ 360 \\ \hline 54000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 240 \\ \cdot 235 \\ \hline 1200 \\ 720 \\ 480 \\ \hline 56400 \end{array}$$

~~Byly vstupenky mohli se vstupenky po 110400 Kč.~~

za vstupenky mohli 110400 Kč.

$$\begin{array}{r} 54000 \\ 56400 \\ \hline 110400 \end{array}$$

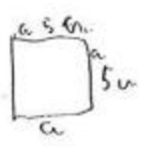
5



6.



7.



$\sigma = a \cdot 4$
 $\sigma = 4 \cdot 5$
 $\sigma = a \cdot a$

$S =$
 $S =$
 $S =$

$\sigma = 20 \text{ mm}$

Absatz mit 20 mm

(A)

1. vypočítej:

a) 67

$$\begin{array}{r} 89 \\ 1400 \\ \hline 1556 \end{array}$$

b) $48 - (22 + 14) = 12$

d) 85

$$\begin{array}{r} 24 \\ 740 \\ 170 \\ \hline 2040 \end{array}$$

e) $308 : 7 = 44$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 308} \\ 28 \\ \hline 0 \end{array}$$

b.b

c) $2 \cdot 8 + \frac{21}{5} \cdot 7 = 37$

f) $(17 - 2) \cdot 4 + 32 = 92$

2. Zapiš všechna přirozená čísla x, pro která platí

a) $18 \leq x < 21$ 18, 19, 20

b) $519 < x < 523$ 520, 521, 522

3. zaokrouhli čísla na stovky:

a) $382 \approx 400$ b) $1642 \approx 1600$ c) $1072 \approx 1100$

4. Na koncertě prodali 150 vstupenek po 360 Kč a 235 vstupenek po 240 Kč. Kolik vybrali za vstupenky?

prodali 150 vstupenek po 360 Kč
 a 235 vstupenek po 240 Kč
 vybrali ? Kč

150

$$\begin{array}{r} 360 \\ 900 \\ 50 \\ \hline 1000 \end{array}$$

235

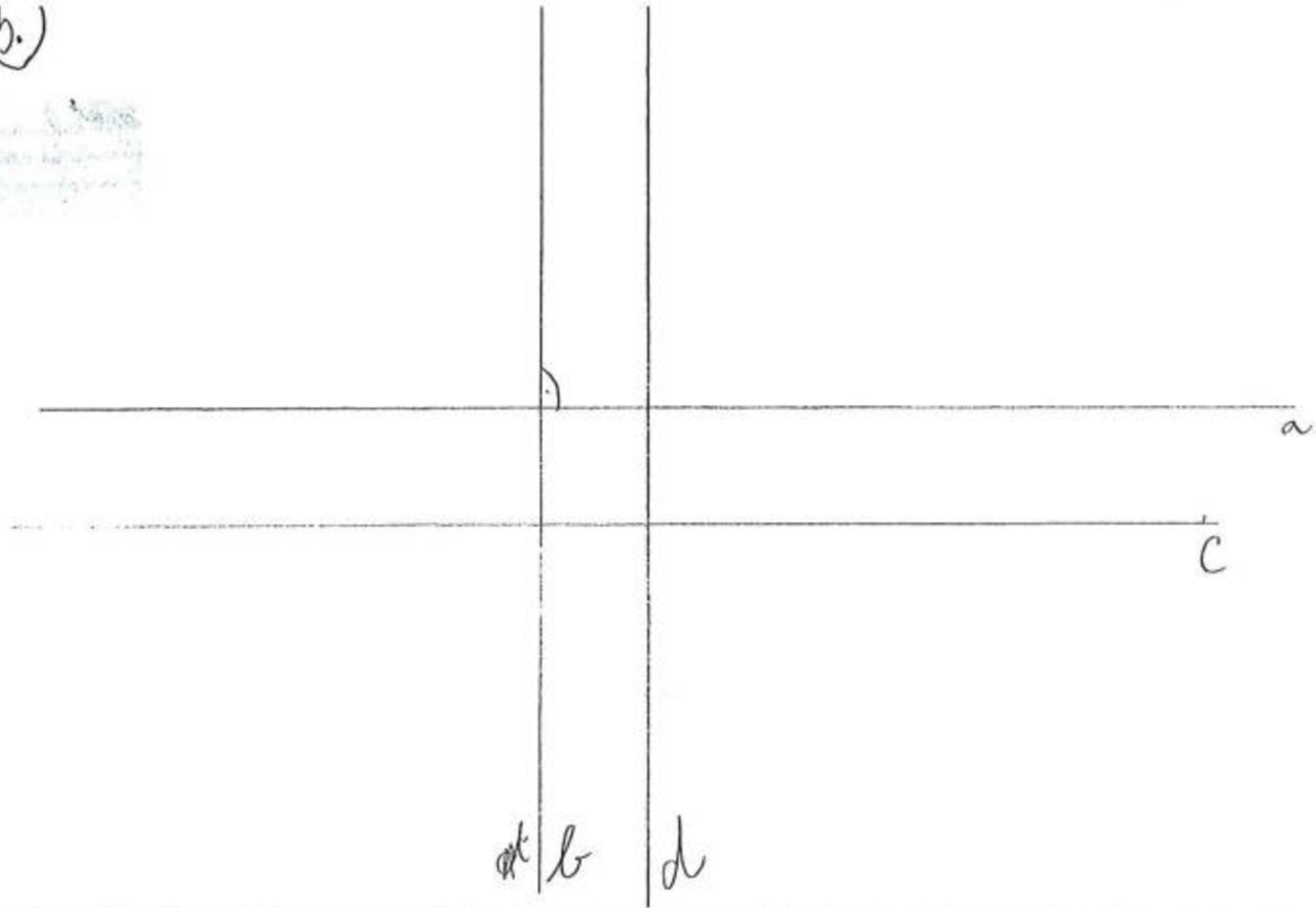
$$\begin{array}{r} 240 \\ 940 \\ 470 \\ \hline 56400 \end{array}$$

54 000

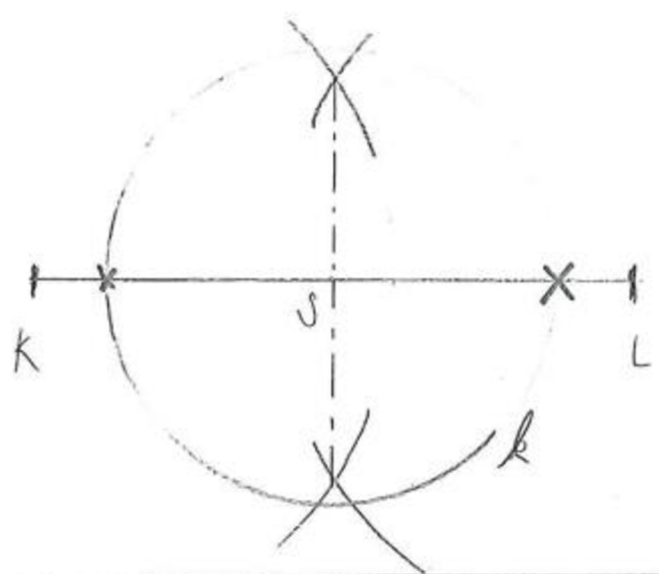
$$\begin{array}{r} 56400 \\ \hline 110400 \end{array}$$

Celkem vybrali 110 400 Kč.

5.)



6.)



7.)

$$\begin{aligned}
 o &= 4 \cdot a \\
 o &= 4 \cdot 5 \\
 o &= 20 \text{ cm} \\
 S &= a \cdot a \\
 S &= 5 \cdot 5 \\
 S &= 25 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

obvod
 Obvod čtverce je 20cm a obsah je 25cm²

1. Vypočítej

a) $67 \cdot 23$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 23 \\ \hline 201 \\ 134 \\ \hline 1541 \end{array}$$

b) $48 - (22 + 14) = 10$

(A) c) $2^{16} \cdot 8 + 3 \cdot 7^{21} = 37$

d) $85 \cdot 24$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \cdot 24 \\ \hline 340 \\ 1700 \\ \hline 2040 \end{array}$$

e) $308 \cdot 7 = 440$

$$\begin{array}{r} 308 \\ \cdot 7 \\ \hline 2156 \end{array}$$

f) $(17 - 2) \cdot 4 + 32 = 92$

! Zapiš všechna přirozená čísla x pro která platí:

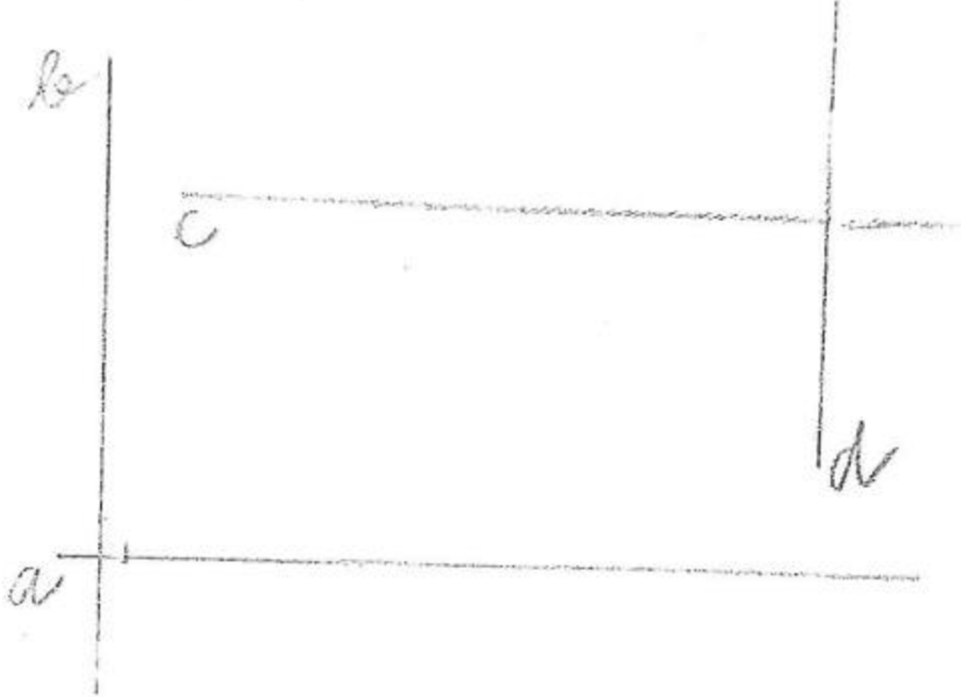
- a) $18 \leq x < 21$: 18, 19, 20
- b) $519 < x < 521$: 520, 521, 522

Zaokrouhli čísla na stovky

- a) $382 \approx 400$
- b) $1642 \approx 1700$
- c) $1072 \approx 1100$

vanišuj přímku a. Přisuj další přímký b, c, d aby platilo

: b \perp a, c \parallel a, d \perp c



4. Na koncertě prodali 150 vstupenek po 360 Kč a 235 vstupenek po 240 Kč. Kolik utržili za vstupenky?

zápis

150 vstupenek po 360 Kč
235 vstupenek po 240 Kč
kolik utržili za vstupenky?

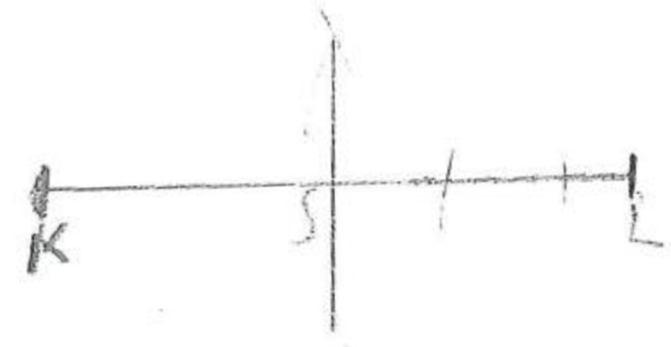
celkem utržili za vstupenky 110 000 Kč

výpočet

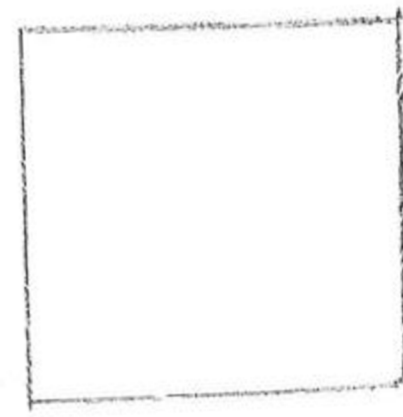
150	235
· 360	· 240
0000	0000
90000	94000
56000	47000
54000	56400
11000	
00	
110000	

6. NARÝSuj PODLE NÁVODU

- a) NARÝSuj ÚSEČKU KL o délce 8 cm
- b) Vyznač střed úsečky KL a označ $H_{0,5}$
- c) Vyznač kružnici k ($S, r = 3$ cm)
- d) Vyznač rovnoběžné přísečky kružnice k a úsečky KL



ČTVEREC MÁ DĚLKV STRANY $a = 5$ cm Vypočítej obvod a obsah

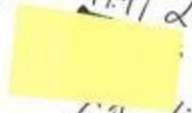


$$\begin{aligned}
 \text{O} &= 4 \cdot a & \text{S} &= a \cdot a \\
 \text{O} &= 4 \cdot 5 & \text{S} &= 5 \cdot 5 \\
 \text{O} &= 20 \text{ cm} & \text{S} &= 25 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

obvod / obsah
SE ROVNÁ / SE ROVNÁ
20 cm / 25 cm²

~~2. cv. 2019/2020 1. ročník 12. matematika~~

~~2. cv. 2019/2020 1. ročník 12. matematika~~



$$6 \cdot 15 = 48$$
$$\frac{48}{-36}$$
$$\hline 12$$

$$AGU \quad 100 \quad \begin{matrix} 1567 \\ 89 \\ 1400 \\ \hline 1556 \end{matrix}$$

$$b. 48(22+24) = 12$$

$$c. 28 + 3 \cdot 2 = 32$$

$$d) \begin{matrix} 85 \\ 24 \\ \hline 340 \\ 190 \\ \hline 2240 \end{matrix}$$

$$E) 308 : 7 = 44$$
$$\begin{matrix} 15 \\ 4 \\ \hline 60 \end{matrix}$$

$$F) (17-2) \cdot 4 + 32 = 92$$

2. cv

$$18 \leq x < 21 \quad 18, 19, 20$$

$$519 < x < 523 \quad 520, 521, 522$$

3. cv

$$a. 382 \approx 400 \quad b. 1642 \approx 1600 \quad c. 1072 \approx 1100$$

4. cv

KONCERT 150 VSTUPENEK PO 360 Kč
235 VSTUPENEK PO 240 Kč
Kolik vstoupících vstupenek.....?

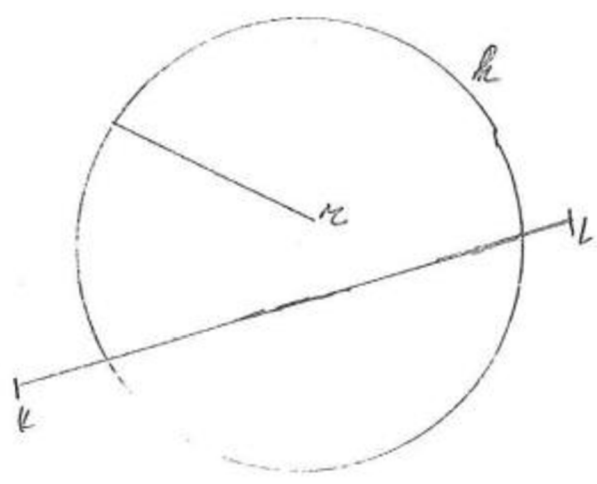
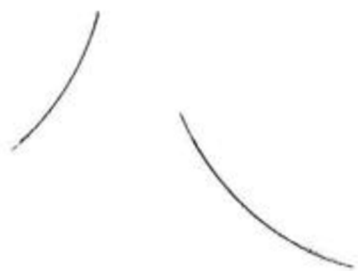
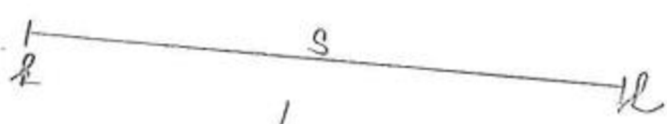
$$\begin{matrix} 150 \\ \cdot 360 \\ \hline 000 \\ 900 \\ 450 \\ \hline 1350 \end{matrix}$$

~~2a 150 vstupenek vstupenek 1350 Kč~~

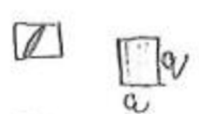
$$\begin{matrix} 235 & 1350 \\ \cdot 240 & 1420 \\ \hline 000 & 2770 \\ 940 & \\ 480 & \\ \hline 1420 & \end{matrix}$$

2a vstupenek vstupenek celkem 2770 Kč

5 cv



7 cv



OBVOD	OBSAH
$\sigma = 0.0$	$S = 5.4$
$\sigma = 5.4$	$S = 20 \text{ cm}^2$
$\sigma = 20 \text{ cm}$	

Číslo má obsah 20 cm a vrch 20 cm

1) Vypočítej

$$\begin{array}{r} a) 1400 \\ 89 \\ 67 \\ \hline 17000 \end{array}$$

$$b) 48 - (22 + 14) = 12$$

$$c) 2 \cdot 8 + 3 \cdot 7 = 37$$

A

$$\begin{array}{r} d) 85 \\ 24 \\ \hline 345 \\ 170 \\ \hline 2045 \end{array}$$

$$e) 307 : 7 = 43(6)$$

$$f) (17 - 2) \cdot 4 + 32 = 97$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 307} \\ \underline{18} \\ 127 \\ \underline{127} \\ 0 \end{array}$$

2) a) $18 \leq x < 21 = 18, 19, 20$

b) $519 < x < 523 = 520, 521, 522$

3) Zaokrouhli čísla na stovky:

a) $332 \approx 300$ b) $1642 \approx 1700$ c) $1072 \approx 1000$

4) Na koncert prodali 150 vstupenek po 360 Kč a 235 vstupenek po 240 Kč. Kolik utvřili za vstupenky?

150 vstupenek po 360 Kč

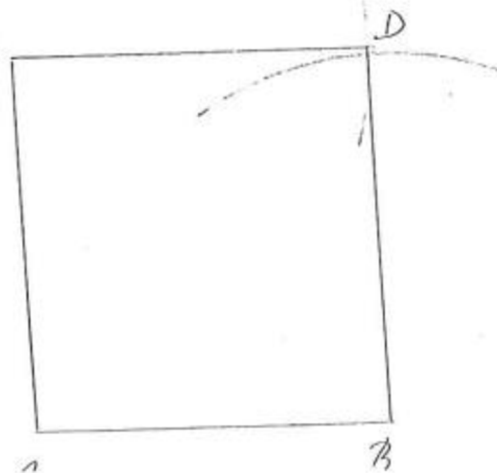
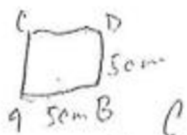
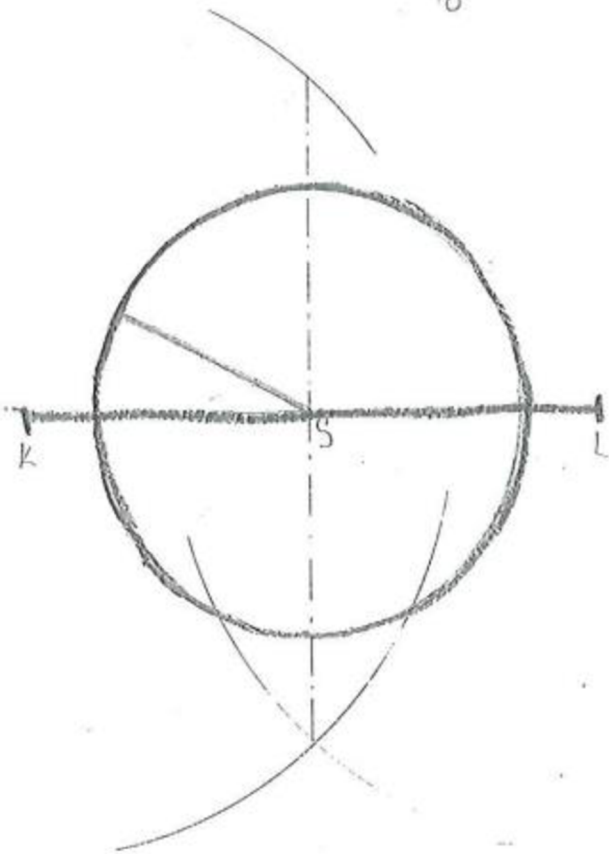
235 vstupenek po 240 Kč

$$\begin{array}{r} 360 \\ \cdot 150 \\ \hline 000 \\ 000 \\ 000 \\ \hline 54000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot 235 \\ \hline 000 \\ 720 \\ 4800 \\ \hline 56400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56400 \\ 54000 \\ \hline 110400 \end{array}$$

a vstupenky utvřili 110400 Kč



$$O = 4 \cdot a$$

$$O = 4 \cdot 5$$

$$O = 20 \text{ cm}$$

$$P = a \cdot a$$

$$P = 5 \cdot 5$$

$$P = 25 \text{ cm}^2$$