UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

KATEDRA ALGEBRY A GEOMETRIE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Užití ploch technické praxe při řešení střech

Vedoucí práce:
RNDr. Lenka Juklová, Ph.D.
Rok odevzdání: 2014

Vypracoval:
Kateřina Motúzová
M-DG, 2. ročník

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením RNDr. Lenky Juklové, Ph.D., a že jsem uvedla veškeré zdroje použité při zpracování této práce.

V Olomouci dne ………………   ………………………..

Ráda bych poděkovala mé vedoucí práce paní RNDr. Lence Juklové, Ph.D. za poskytnuté informace, odborné rady, ochotu a čas.

Obsah

Úvod

Diplomová práce „Užití ploch technické praxe při řešení střech“ volně navazuje na mou bakalářskou práci „Střechy a jejich řešení“. Bakalářskou práci jsem věnovala problematice užití částí rovin k zastřešení budov.

Diplomová práce má za cíl seznámit čtenáře se základními plochami technické praxe, kterých lze využít k zastřešení budov. Zabývá se převážně plochami rotačními, přímkovými a zborcenými, jejich vlastnostmi, rozdělením a hlavně jejich využitím k zastřešení budov. Je zaměřena na zdůraznění využití deskriptivní geometrie v praxi, především v architektuře.

Účelem práce je, aby sloužila jako učební text pro studenty a jako pracovní text pro učitele matematiky, deskriptivní geometrie.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol. V první, úvodní kapitole je čtenář seznámen s pojmem střecha, jejím účelem a jejími částmi.

Druhá kapitola je věnována konkrétním typům technických ploch – rotačním plochám. Je rozčleněna do pěti podkapitol. V první podkapitole jsou zavedeny definice a obecné vlastnosti rotačních ploch. V druhé části je čtenář seznámen s rotačními plochami, které lze vytvořit rotačním pohybem přímky kolem osy. Ve třetí podkapitole jsou zavedeny rotační plochy vznikající rotačním pohybem kružnice, v předposledním oddílu druhé kapitoly jsou rozebrány rotační plochy vznikající rotací libovolné křivky kolem osy. Poslední segment je věnován rotačním kvadrikám. U každé zmíněné rotační plochy je praktická ukázka jejího možného využití k zastřešení budov.

Třetí kapitola je věnována kvadrikám a užitím kvadrik ke konstrukcím střech. Výklad a příklady se věnují obecným regulárním i singulárním kvadrikám.

V poslední, čtvrté kapitole jsou definovány plochy zborcené a návrhy využití těchto ploch k zastřešení.

Typy střech, kterými se práce zabývá, jsou v práci doprovázeny fotografiemi budov, na kterých jsou dané technické plochy využity.

1 Co je střecha?

Stavební konstrukce ukončující stavbu shora a chránící stavbu proti povětrnostním podmínkám se nazývá střecha. Střecha se skládá z nosné konstrukce a střešní krytiny. Nosná střešní konstrukce má za úkol přenášet zatížení střešního pláště do zbylých nosných částí domu a většinou plní funkci nosné vrstvy střešního pláště. Část střechy bez nosné konstrukce chránící dům před vnějšími vlivy se nazývá střešní plášť.

Konstrukcí střech z pohledu stavitelství jsem se zabývala v mé bakalářské práci, tudíž budu považovat informace z mé klasifikační práce bakalářského studia za známé a budu se na ni často odkazovat. [1]

Z praktických důvodů se k zastřešení budov volí co možná nejjednodušší plochy. Ve většině případů se tak ke konstrukcím střech využívají roviny. Využitím rovin při konstruování střech jsem se důkladně zabývala v mé bakalářské práci. Dále ke konstrukci střech je možné využít ploch technické praxe. Střechy s využitím ploch technické praxe se v praxi vyskytují daleko méně. Důvody méně častého výskytu jsou hlavně dva. Jedná se zde o náročnou praktickou konstrukci při samotné stavbě střechy a značná finanční zátěž její realizace v praxi. Nutno ale podotknout, že budovy, kde se využívá k zastřešení právě ploch technické praxe, patří k nejzajímavějším budovám vůbec.

[1] MOTÚZOVÁ, Kateřina: *Střechy a jejich řešení*. Bakalářská práce

2 Střechy tvořené rotačními plochami

2.1 Co je rotační plocha

Rotační plochy vznikají rotačním pohybem kolem osy. Otáčení je dáno, je–li v prostoru dána přímka *o* a orientovaný úhel. Jedná se o shodné zobrazení trojrozměrného eukleidovského prostoru. Přímka *o* se nazývá **osa otáčení**. Každý bod osy otáčení je samodružný. **Rotací** neboli **rotačním pohybem** bodu A nazveme množinu všech otáčení kolem osy *o*. Trajektorie každého bodu A, který neleží na ose, je kružnice. Střed kružnice leží na ose otáčení a rovina, v níž se kružnice nachází, je kolmá k ose otáčení.

„Definice: *Mějme dánu křivku k, která není částí osy o ani žádné trajektorie při rotaci kolem o. Rotací křivky k kolem o vzniká* ***rotační plocha*** *Φ(o, k). Přímka o se nazývá* ***osa rotační plochy****, křivka k se nazývá* ***tvořící křivka****. (Leží-li křivka k v rovině kolmé k o, rotací vznikne část roviny křivky, tento případ budeme vylučovat.)“*[2]

Mějme rotační plochu Φ(*o*,*k*). Každý bod řídící křivky *k* neležící na ose rotace *o*, vytváří při rotaci kolem osy *o* **rovnoběžkovou kružnici** neboli **rovnoběžku**. Libovolná křivka *m* plochy Φ, protínající všechny rovnoběžky této plochy a obsahující všechny body plochy ležící na ose rotace vytváří při rotaci kolem osy stejnou rotační plochu, tj. platí Φ(*o*,*k*) = Φ(*o*,*m*). Z toho vyplývá, že tvořící křivka rotační plochy není určena jednoznačně. Při zadávání rotační plochy se volí co možná nejjednodušší zadání tvořící křivky. Většinou je to křivka ležící v jedné rovině s osou rotace. Tyto křivky se nazývají **meridiány**. Všechny meridiány rotační plochy jsou shodné křivky, přičemž jedna v druhou přechází otočením kolem osy *o*. Každý meridián je souměrný podle osy rotace. Část meridiánu, která leží v jedné polorovině určené osou *o*, spolu s body křivky na ose se nazývá polomeridián. Každým bodem na rotační ploše prochází právě jedna rovnoběžka a právě jeden meridián, protože lze vést daným bodem vždy jednu rovinu, která je kolmá na osu a je incidenční s bodem a právě

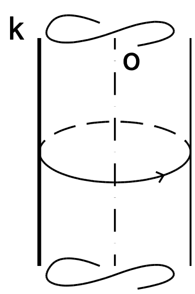
[2] JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6.

jednu rovinu, obsahující osu a daný bod. Rovnoběžky a meridiány rotační plochy tvoří pravoúhlou **síť**.[3]

V závislosti na tvaru křivky vznikají různé typy rotačních ploch:

a) Předpokládejme, že tvořící křivkou je přímka. V závislosti na poloze přímky a osy rotace vzniká několik typů rotačních ploch $\Phi(o, k)$.

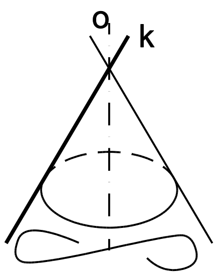
- Jestliže jsou přímky *o* a *k* rovnoběžné, vznikne **rotační válcová plocha.** (viz kapitola 2.2.1 Rotační válcová plocha)



Obrázek 1: Rotační plocha válcová

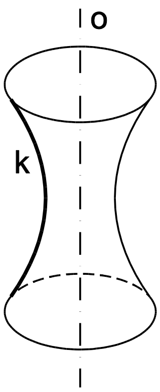
- V případě, že je tvořící křivka *k* různoběžná s osou rotace *o* vzniká **rotační plocha kuželová.** (viz kapitola 2.2.2 Rotační kuželová plocha)

[3] MACHALA, František. *Rotační plochy*. Vyd. 2. Olomouc: Rektorát Univerzity Palackého, 1992. ISBN 80-706-7169-6.



Obrázek 2: Rotační kuželová plocha

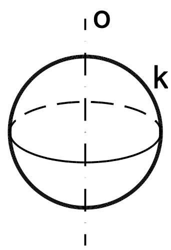
- Poslední možnost vzájemné polohy osy *o* a tvořící přímky *k* je mimoběžnost daných přímek. V tomto případě vzniká rotací přímky **rotační jednodílný hyperboloid**. Křivka hlavního meridiánu je hyperbola. (viz. kapitola 2.4.3 Jednodílný rotační hyperboloid)



Obrázek 3: Rotační jednodílný hyperboloid

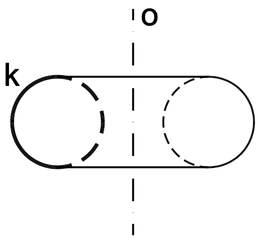
b) Dalším specifickým případem tvořící křivky je kružnice. V závislosti na poloze středu *S* kružnice a osy *o* opět vzniká několik typů rotačních ploch $\Phi(o, k)$.

- Leží-li střed *S* kružnice *k* na ose *o* a osa rotace leží v téže rovině, pak je rotační plochou **plocha kulová.** (viz. kapitola 2.3.1 Kulová plocha)



Obrázek 4: Rotační kulová plocha

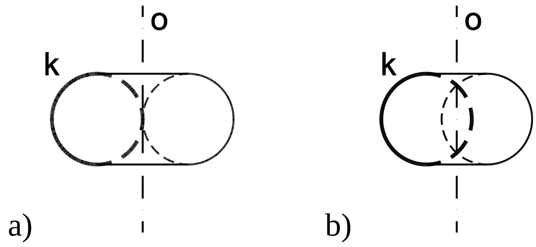
- Střed *S* tvořící kružnice neleží na ose *o* a osa rotace leží v téže rovině. Tvořící křivka nemá s osou rotace žádný společný bod. Vzniklá plocha nazývá **anuloid** (torus, kruhový prstenec).
  (viz. kapitola 2.3.2 Anuloid)



Obrázek 5: Anuloid

- Neleží-li opět střed *S* kružnice na ose, ale tvořící křivka k má s osou *o* společný jeden (osa o je tečna) popřípadě dva body (osa *o* je sečnou kružnice *k*), vzniká rotační těleso zvané **axoid** resp. **melonoid.** Ve všech již zmiňovaných případech je osa rotace a kružnice tvořící křivky v jedné rovině.

  Pozn.: V případě, že osa rotace a kružnice tvořící křivky neleží v jedné rovině, vzniká globoid.



Obrázek 6: a) axoid, b) melonoid

c) Další možností je případ, kdy tvořící křivkou je (regulární) kuželosečka. Rotací kuželosečky kolem osy vzniká rotační kvadrika.
(viz. kapitola 2.4 Tvořící křivka rotační plochy je kuželosečka)

d) Tvořící křivkou může být zcela obecná křivka. Typickým příkladem, kdy je tvořící křivka obecného tvaru jsou kopule na kostelech a církevních stavbách.

2.2 Tvořící křivka rotační plochy je přímka

Možnosti vzájemné polohy tvořící přímky *k* a osy *o* jsou následující:

- rovnoběžnost – vzniká rotační válcová plocha
- různoběžnost – vzniká rotační kuželová plocha
- mimoběžnost – vzniká jednodílný rotační hyperboloid

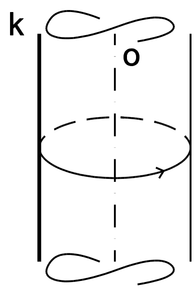
Následující kapitoly budou věnovány podobnějšímu rozboru vzniklých rotačních ploch a jejich využití při konstrukcích střech.

2.2.1 Rotační válcová plocha

Válcové skořepiny jsou spolu s klasickými kupolovými střechami (viz. kapitola 2.3.1 Kulová plocha) základními a prvotními typy střech, kdy je využito technických ploch.[4]

„Definice: ***Rotační válcová plocha*** *vzniká rotací přímky rovnoběžné s osou otáčení (a od ní různé).*

Poloměr *rotačního válce je poloměr r jeho podstavy."*[5]

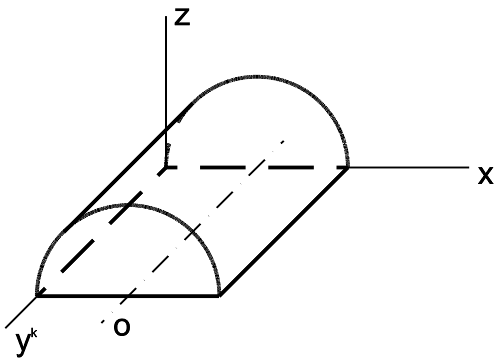


Obrázek 7: Rotační válcová plocha

Ke konstrukci střech pomocí rotačních válcových ploch se využívá pouze její části. Možné využití rotační válcové plochy k zastřešení budov si podrobněji rozebráno v této kapitole.

Na obrázku č. 8 střechu tvoří část rotační válcové plochy, která se nachází v jednom poloprostoru, který je dán rovinou rovnoběžnou s půdorysnou (rovina římsových hran[6]) procházející osou rotace a body ležícími nad půdorysnou. Štít střechy je tvořen půlkruhem.

[4] BANASIOVÁ, Lucie. *Využití matematických ploch k zastřešení*. Diplomová práce
[5] URBAN, Alois. *Deskriptivní geometrie 1*, Praha, SNTL/SVTL, 1965
[6] Hrana římsová – viz. Bakalářská práce Střechy a jejich řešení, Kateřina Motúzová



Obrázek 8: Střecha tvořená částí rotační válcové plochy s půlkruhovým štítem

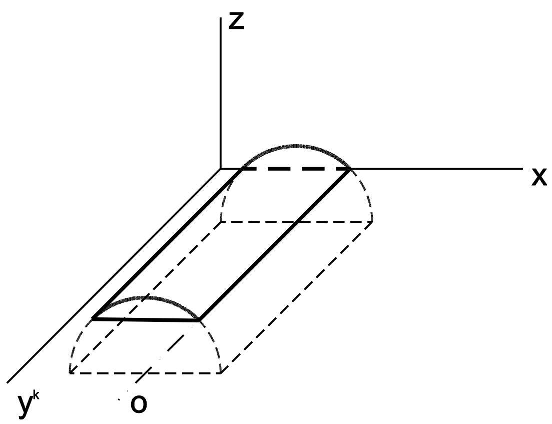
Obrázek 9: Opera Lyon (Francie)[7]

Střecha opery v Lyonu je tvořena částí rotační válcové plochy s půlkruhovým štítem na vyvýšených hranách římsových.

Posuneme-li osu rotace *o* pod úroveň římsových hran, bude štít střechy tvořen kruhovou úsečí.

(Pozn.: „*Definice - kruhová úseč je část kruhu, který je ohraničen tětivou a kruhovým obloukem).“*[8]

[7] Zdroj: http://www.themiraclejournal.com/2012/12/02/the-opera/
[8] Zdroj: přeloženo z http://www.mathopenref.com/segment.html



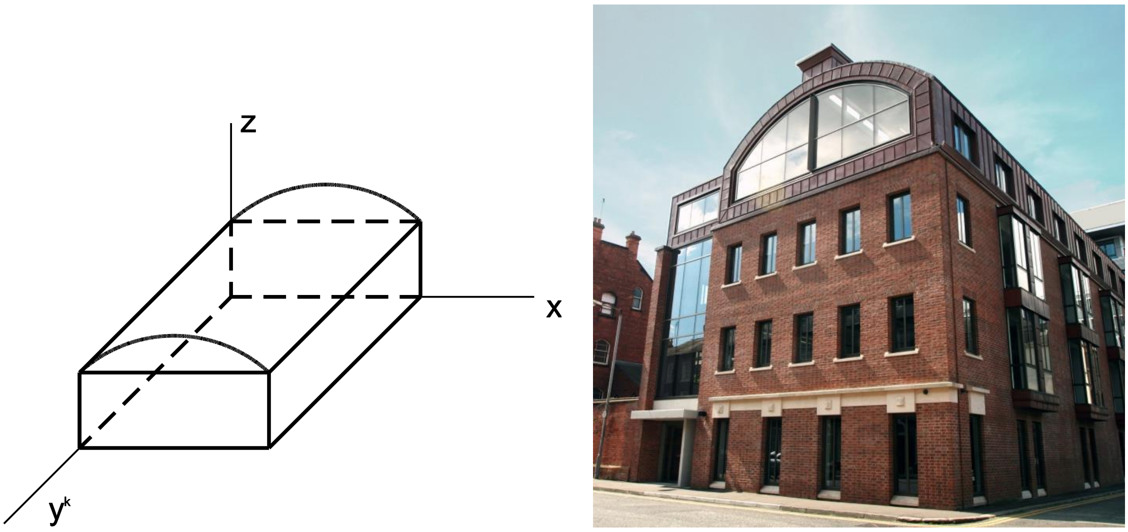
Obrázek 10: Střecha tvořená částí rotační válcové plochy se štítem tvaru kruhové úseče

Tento typ střechy je možno vidět například v Brně na budově společnosti PC-DIR Real, s. r. o. na ulici Zvonařka. Štít této střechy je ve tvaru kruhové výseče a budova je zastřešena částí válcové plochy s osou rotace pod hranami římsovými.

Obrázek 11: Střecha se štítem ve tvaru kruhové výseče[9]

[9] Zdroj: vlastní fotoarchiv

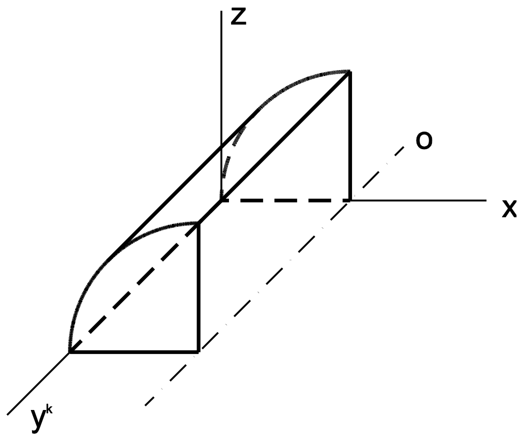
Tento typ střechy lze dále spatřit například na čtyřpatrové administrativní budově v Hamiltonu v severním Irsku (obr. č. 12: Hamilton house). V tomto případě je střecha doplněna mansardou[10] ve výšce nejvyššího patra. Tedy štít střechy je tvořen mansardou a kruhovou úsečí.



Obrázek 12: Hamilton house – severní Irsko[11]

Obrázek číslo 13 znázorňuje další možné využití části válcové plochy k zastřešení budovy, jejíž osa rotace *o* leží v půdorysně. Tentokrát je ale rotační plocha uťata dvěma rovinami procházejícími osou rotace. První rovina řezu je rovnoběžná s půdorysnou a druhá rovina řezu je kolmá k půdorysně. Průsečnicí těchto dvou rovin řezu je právě osa rotace *o*.

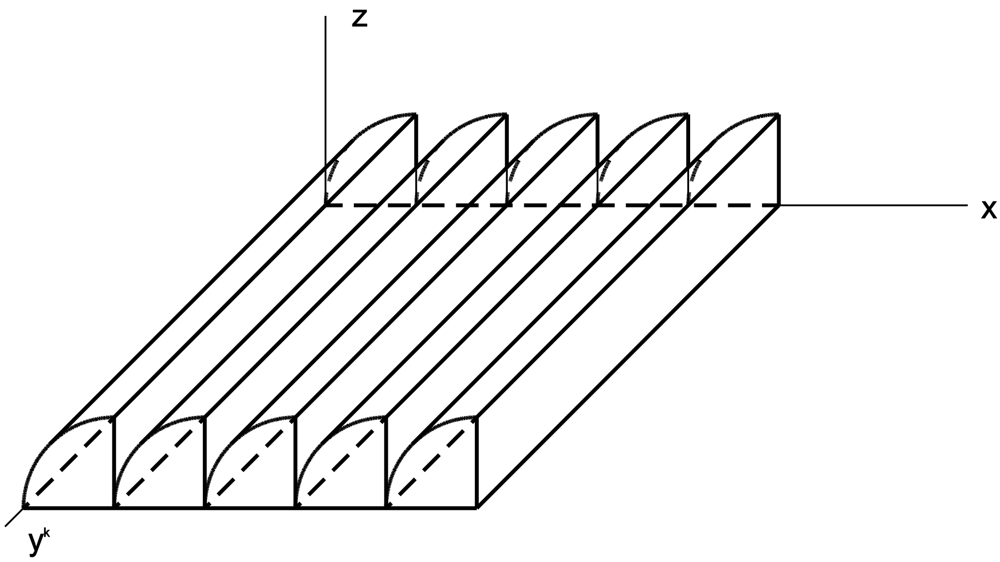
[10]Mansarda - viz. MOTÚZOVÁ, Kateřina: *Střechy a jejich řešení*. Bakalářská práce
[11] Zdroj: http://copperconcept.org/cs/reference/hamilton-house-belfast-severni-irsko



Obrázek 13: Střecha tvořená částí válcové plochy ohraničená dvěma kolmými rovinami

Předcházející střecha se v praxi často využívá k zastřešení rozlehlých továrních hal. Vzhledem k tomu, že haly jsou většinou rozsáhlejšího půdorysu a střecha by byla příliš vysoká, využívá se již zmíněná střecha z obrázku 13 ke konstrukcím pilových střech. (viz. dodatek)

Prostor na hřebenových štítech je často využíván pro světlíky k lepšímu prosvětlení vnitřku budovy.



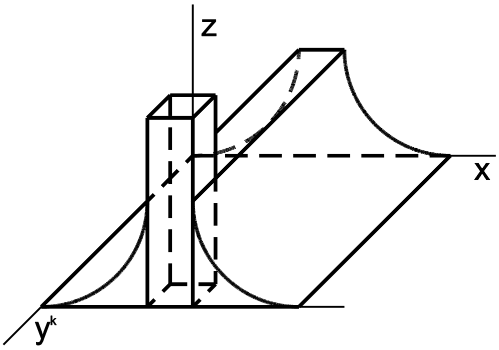
Obrázek 14: Střecha pilová

Tento složitější typ střechy pilové je využit k zastřešení centrální části střechy konstrukční haly firmy TOSHULÍN, a.s. v Hulíně. Pilová střecha je složena celkem z 10 částí, na hřebenových štítech se nacházejí světlíky. Druhá část střechy budovy je tvořena střechou plochou[12] a z druhé strany centrální části budovy je střecha tvořena osmi kulovými vrchlíky čtvercového půdorysu. (viz kapitola 2.3.1. Kulová plocha)

Obrázek 15: Budova firmy TOSHULIN, a.s., Hulín[13]

Netypicky je využit tento typ střechy k zastřešení kostela v Otrokovicích. K její konstrukci je využito dvou částí válcových ploch a střecha tvarem připomíná střechu sedlovou.[14]

[12] Viz. MOTÚZOVÁ, Kateřina: *Střechy a jejich řešení*. Bakalářská práce
[13] Zdroj: http://www.cad.cz/strojirenstvi/38-strojirenstvi/4166-edgecam-investice-do-obrabeni-nemela-nikdy-vetsi-navratnost.html
[14] Střecha sedlová – viz. MOTÚZOVÁ, Kateřina: *Střechy a jejich řešení*. Bakalářská práce



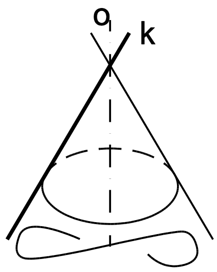
Obrázek 16: Kostel v Otrokovicích[15]

[15] Zdroj: http://www.otrokovice.cz/newWebOtr/informaceUrad/foto/kostel.jpg

2.2.2 Rotační kuželová plocha

Nejjednodušší způsob, jak zastřešit budovu kruhového půdorysu pomocí technických ploch, je sestrojit střechu tvaru rotační kuželové plochy.

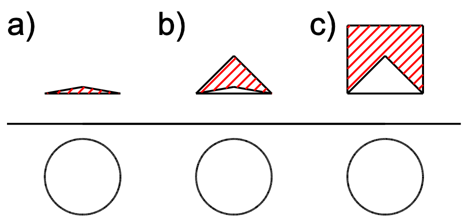
Definice: *„Množina všech přímek procházejících bodem V (vrcholem) a protínajících kružnici k (řídící kružnici), která leží v rovině ρ neprocházející vrcholem V, se nazývá* ***kuželová plocha****. Přímky plochy se nazývají vrcholové přímky.“*[16] V případě, že střed řídící kružnice leží na ose rotace *o* a osa *o* je kolmá k rovině určené řídící kružnicí, se vzniklá plocha nazývá **rotační kuželová plocha**.



Obrázek 17: Rotační kuželová plocha

Střechy tvořené rotační kuželovou plochou lze dělit dle sklonu povrchových přímek na tři druhy:

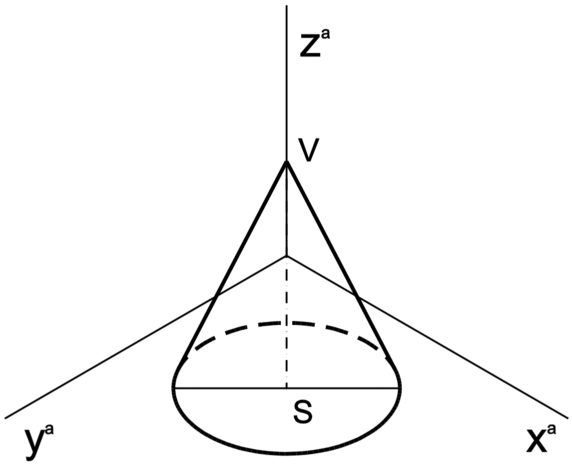
- 0˚ - 10˚ - střechy ploché
- 10˚ - 45˚ - střechy šikmé
- 45˚ - 90˚ - střechy strmé



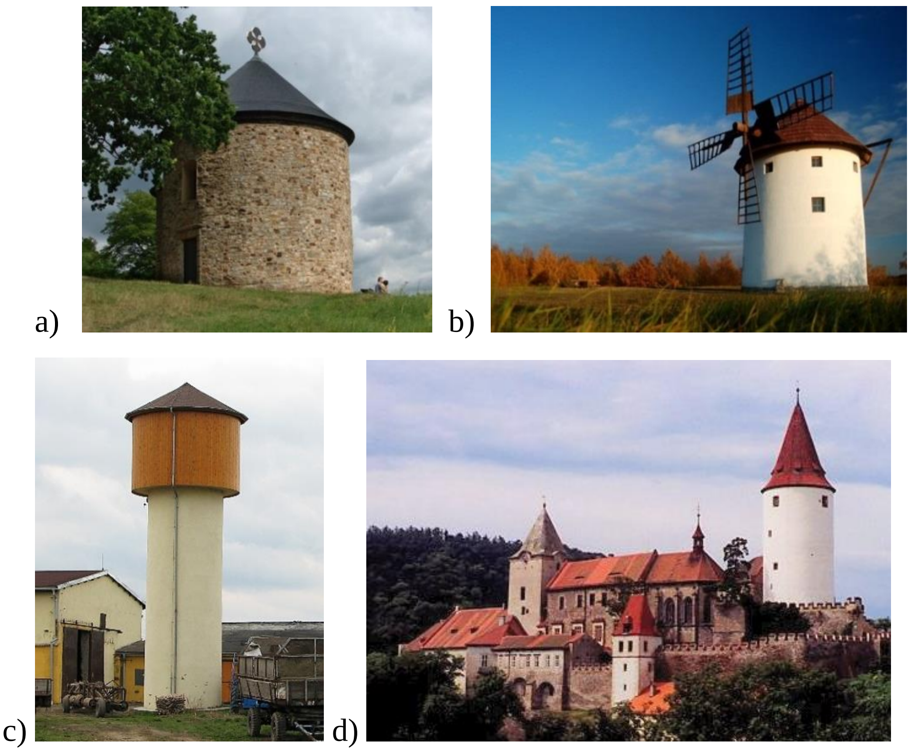
Obrázek 18: a) střecha plochá, b) střecha šikmá, c) střecha strmá

[16] URBAN, A.: *Deskriptivní geometrie I.*, Praha, SNTL/SVTL, 1965

Mezi nejstarší a zároveň nejtypičtější stavby, na kterých je využita k zastřešení budovy rotační kuželová plocha, jsou rotundy, mlýny, vodárenské věže, dále byla hojně využívána ve středověku k zastřešení hradních věží, apod.



Obrázek 19: Střecha tvaru rotačního kužele



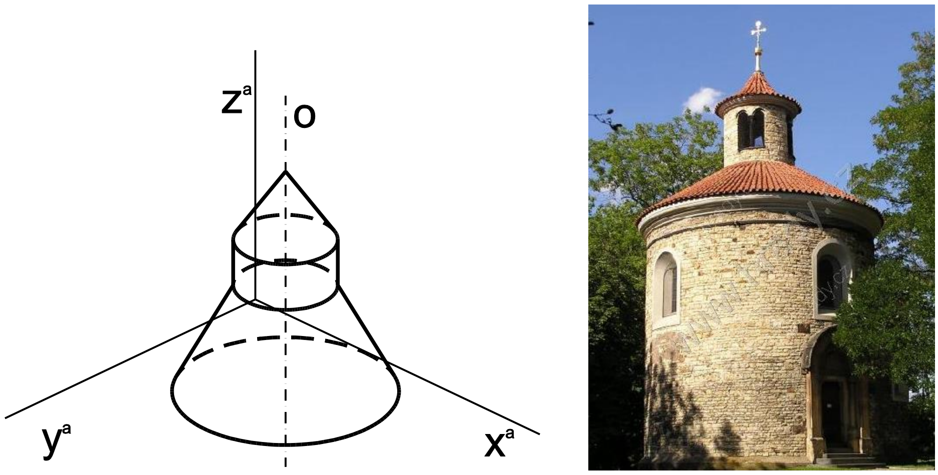
Obrázek 20: a) Rotunda Starý Plzenec[17], b) Mlýn v Chomutovském Zooparku[18], c) Vodárenská věž Kobeřice[19], d) Hrad Křivoklát[20]

[17]Zdroj: http://wiki.rvp.cz/Kabinet%2FObrazky%2F%C4%8Cesko%2F1.Kraje%2FPlze%C5%88sk%C3%BD_kraj%2FStar%C3%BD_Plzenec_(rotunda

[18] Zdroj: http://www.krusnohorsky.cz/2009/07/15/mlyn-v-chomutovskem-zooparku/

Na obrázku č. 20 a), b) a c) se jedná o střechy šikmé, v poslední variantě d) na hradě Křivoklátu je věž zastřešena pomocí strmé střechy rotačního kužele.

Ukázky využití střech tvaru rotačního kužele na složitějších střechách:



Obrázek 21: Rotunda sv. Martina na Vyšehradě[21]

Obrázek 22: Benzinová stanice ve Valašské Polance[22]

Střecha benzinové stanice ve Valašské Polance je tvořena dvěma rotačními kuželi se společnou osou. Základ střechy tvoří šikmá střecha tvaru rotačního kužele s větším poloměrem podstavy. Druhý plochý kužel zastřešuje vikýře střechy.

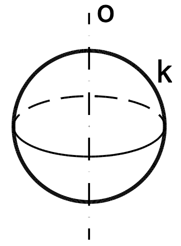
[19] Zdroj: http://www.vodarenskeveze.cz/Koberice/Koberice.html
[20] Zdroj: http://czech-transport.com/images/krivoklat-castle.jpg
[21] Zdroj: http://www.hrady.cz/?OID=1629&PARAM=2
[22] Zdroj: vlastní fotoarchiv

2.2.3 Jednodílný rotační hyperboloid

Jak již bylo řečeno, jednodílný hyperboloid vzniká rotací tvořící přímky *k* kolem osy rotace *o*, kdy osa rotace a tvořící přímka jsou mimoběžné. Hlavní meridián plochy je hyperbola. Z tohoto důvodu bude plocha jednodílného rotačního hyperboloidu podrobně rozebrána v kapitole 2.5.3. Rotační hyperboloid.

2.3 Tvořící křivka rotační plochy je kružnice

Definice: ***„Kulová plocha (sféra)*** *je množina všech bodů v prostoru, které mají od daného bodu,* ***středu*** *kulové plochy, danou vzdálenost.“* Tuto vzdálenost nazýváme **poloměrem** kulové plochy.[23]



Obrázek 23: Rotační kulová plocha

Kulová plocha vzniká rotací kružnice *k* kolem osy *o*, která prochází středem kružnice a leží s osou ve stejné rovině. Ke konstrukcím střech se využívá pouze její části – tzv. vrchlíku.

(Pozn. Vrchlík je jedna ze dvou částí, na které dělí kulovou plochu sečná rovina).

[23] Zdroj: http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/jan_koncel/plochy.php

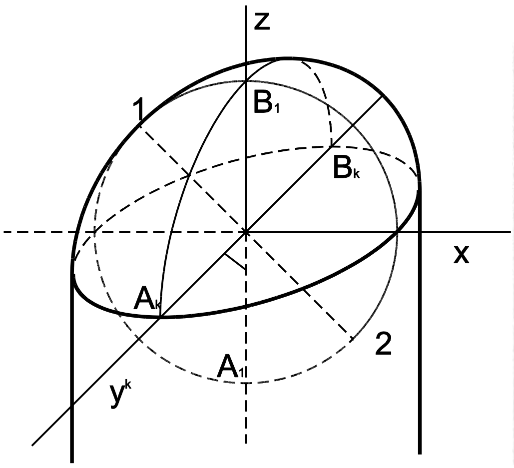
2.3.1 Kulová plocha

Střecha, kterou tvoří část kulové plochy, se nazývá kopule (= kupole, báň). Tento typ střech se začal objevovat již 6000 let př. n. l. Patrně nejstarší dochovaná kupole se nachází v Římě na budově Pantheonu (rok vybudování 125 n.l.).

Obrázek 24: Pantheon v Římě[24]

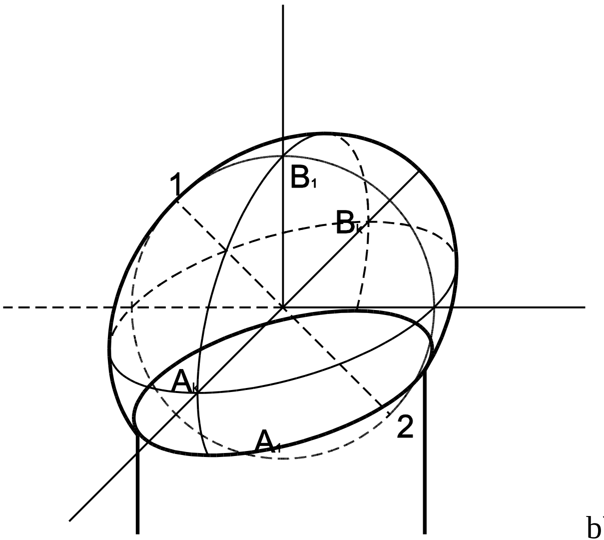
Kupole jsou dále typické pro hvězdárny, v moderní době se začal vrchlík využívat též k zastřešení vojenských radarů.

Na střechách hvězdáren je nejčastěji využito půlkruhového vrchlíku.



Obrázek 25: a) Hvězdárna v Ondřejově (astronomický ústav)[25]

[24] Zdroj: http://barnessite.weebly.com/washington-unlocket.html



b) 

Obrázek 26: Vojenský radar v obci Sokolnice na Brněnsku[26]

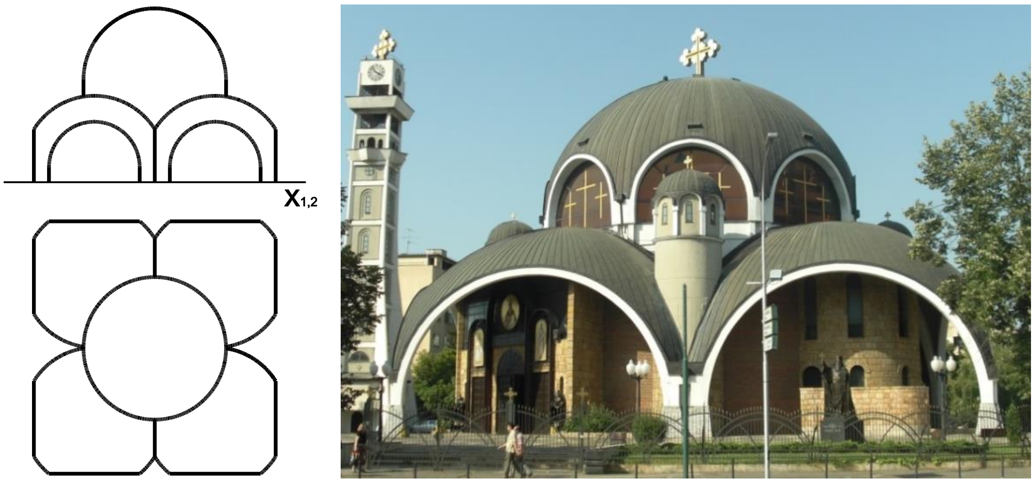
Obrázek 27: Kupole na vrcholu světoznámé budovy Říšského sněmu v Berlíně[27]

Na kostele v hlavním městě Makedonie Skopje je k zastřešení kostela svatého Klimenta Ohridského využito střechy skládající se z 5-ti kopulí. K zastřešení spodních dvou pater je využito čtyř kopulí a poslední kopule nahrazuje pro kostely typickou věž.

[25] Zdroj: http://www.frantovastranka.estranky.cz/fotoalbum/ondrejovska-hvezdarna/kopule--ochranuje--nejvetsi-2m-dalekohled-v-ceske-republice.html

[26] Zdroj:http://www.lidovky.cz/paroubek-radil-usa-jak-prosadit-v-cesku-radar-fn0-/zprávy-domov.aspx?c=A110904_212528_ln_domov_ani

[27] Zdroj: vlastní fotoarchiv

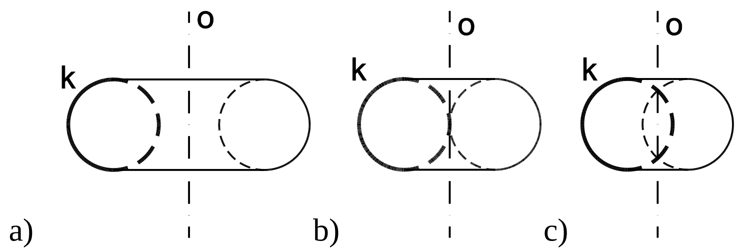


Obrázek 28: Kostel svatého Klimenta Ohridského, Skopje, Makedonie[28]

[28] Zdroj: http://tripio.cz/media/images/2/f/img4e5e22fc6c7f2_1000.JPG

2.3.2 Anuloid

Definice: *„Anuloid je vytvářen kružnicí, která se otáčí okolo osy, položené v rovině této kružnice, ale neprocházející jejím středem. V praxi je jednou z nejpoužívanějších ploch (hlavně ve strojírenství). Neprotíná-li kružnice osu rotace, má plocha rovník i hrdlo a bývá též nazývána kruhovým prstencem, plochou okruhovou nebo torusem. Dotýká-li se meridián osy, je vytvořená plocha znána axoidem, a protíná-li ji, nemá plocha hrdla, ale dva rovníky – jmenuje se melonoid.“*[29]



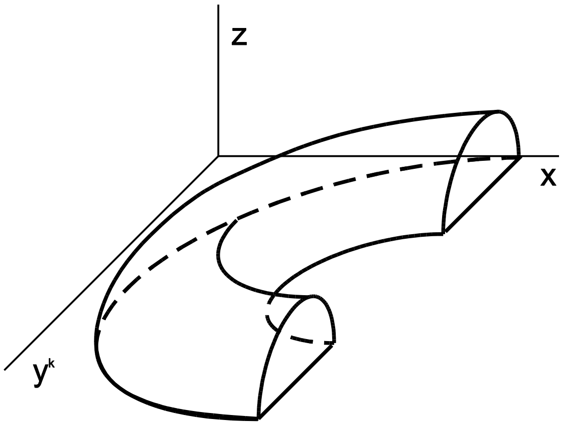
Obrázek 29: a) anuloid, b) axoid, c) melonoid

Anuloid lze vytvořit také jako obalovou plochu plochy kulové, otáčející se kolem osy *o* a neprotínající osu rotace.

Tato plocha je ke konstrukcím střech hojně využívána. K zastřešení budov se využívá části anuloidu.

Části anuloidu je využito například k zastřešení depa kolejových vozidel v Přerově. Střechu tvoří anuloid, jehož osa je kolmá k půdorysně. Anuloid je ořezán dvěma rovinami. První rovina řezu je kolmá na osu rotace, druhá rovina řezu je kolmá k půdorysně a inciduje s osou rotace.

[29] KADEŘÁVEK, F., KLÍMA, J., KOUNOVSKÝ, J.: *Deskriptivní geometrie I.*, Praha, Nakladatelství československé akademie věd, 1954



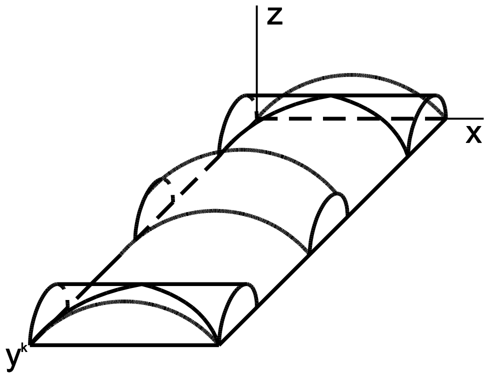
Obrázek 30: Depo kolejových vozidel Přerov[30]

Budova Auly a Centra informačních technologií VŠB-TU v Ostravě je zastřešena plochou střechou a v její centrální části je využito části anuloidu. Anuloid je v tomto případě oříznut třemi rovinami. Jedna rovina je kolmá na osu rotace, zbylé dvě jsou s osou rotace incidentní a navzájem kolmé. Střecha je atypicky řešena kvůli potřebě vyvýšeného stropu auly.

Obrázek 31: Aula a Centrum informačních technologií VŠB -TU Ostrava[31]

[30]Zdroj: http://www.moravia.cz/userfiles/images/reference/prerov_nadrazi.jpg
[31] Zdroj: http://archinews.cz/13-55-realizace-aula-a-centrum-informacnich-technologii- vsb-tu-ostrava.aspx#.UzFFSP15OcI

Na budově Státní rostlinářské správy v Olomouci je střecha tvořena částí rotačního válce. Osa této plochy leží pod úrovní hran římsových. Krajní části střechy jsou tvořeny částmi rotačních válců, jejichž osy leží ve stejné rovině jako osa hlavní části a jsou rovnoběžné s půdorysnou. Středová část střechy je tvořena částí anuloidu. Osa anuloidu inciduje s osou rotace hlavní části.



Obrázek 32: Budova Státní rostlinolékařské správy, Olomouc[32]

[32] Zdroj: http://www.jart.cz/sluzby/#novostavba-objektu-statni-rostlinolekarske-spravy-olomouc-01-04-2003

2.4 Tvořící křivka rotační plochy je kuželosečka

Kuželosečky

Definice: ***Kuželosečky*** *jsou množiny bodů v rovině, které lze získat jako průnik rotační kuželové plochy a roviny.*[33]

Kuželosečky (alespoň jednobodové) lze dělit na dvě kategorie:

- **singulární** (jednobodové množiny, dvojice různoběžných přímek, dvojice rovnoběžných přímek)
- **regulární** (elipsy, paraboly, hyperboly)

V následující kapitole budeme brát v úvahu pouze regulární kuželosečky.

Regulární kuželosečky:

Elipsa: Je to množina všech bodů v rovině, které mají od dvou pevných různých bodů stálý součet vzdáleností větší než vzdálenost pevných bodů.

Hyperbola: Je to množina všech bodů v rovině, které mají od dvou pevných různých bodů stálý kladný rozdíl vzdáleností menší než vzdálenost obou pevných bodů.

Parabola: Je to množina všech bodů v rovině, které mají od pevného bodu a pevné přímky, která tímto bodem neprochází, stejné vzdálenosti.

*„**Rotační kvadrika** vzniká rotací kuželosečky kolem její osy. Je-li kuželosečka regulární resp. singulární, pak je také příslušná kvadrika **regulární** resp. **singulární**. Pokud nebude uvedeno jinak, bude pod pojmem rotační kvadriky myšlena reálná regulární kvadrika. (Singulární rotační kvadriky – rotační válcová plocha a kuželová plocha jsou podrobně rozebrány v kapitolách* 2.2.1. Rotační válcová plocha a 2.2.2. Rotační kuželová plocha. *Ze stejného důvodu se v této kapitole nebude rozebírat plocha kulová“,* která je regulární

[33] Metodická příručka, Gymnázium Praha 10

reálnou kvadrikou a lze ji chápat jako zvláštní případ elipsoidu, kdy mají hlavní a vedlejší osa tvořící elipsy sejnou délku – viz kapitola 2.3.1. Kulová plocha.

Průsečíky osy rotace s rotační kvadrikou jsou **vrcholy plochy**. *Je-li kuželosečka* k *středová, pak je také příslušná* kvadrika ***středová*** *a jejím středem je střed kuželosečky* k. *Rotační (regulární) kvadriky dělíme jednak podle druhu rotující kuželosečky, jednak podle toho, která její osa je osou rotace.*[34]

Rotační kvadriky:

- **rotační elipsoid** (vzniká rotací elipsy dle její osy) – dělíme na protáhlý elipsoid a zploštělý elipsoid
- **rotační paraboloid** (vzniká rotací paraboly dle její osy)
- **rotační hyperboloidy** – dělíme na **rotační jednodílný hyperboloid** (vzniká rotací hyperboly kolem vedlejší osy) a **rotační dvojdílný hyperboloid** (vzniká rotací hyperboly kolem hlavní osy)[35]

„Řez kvadriky rovinou ρ je kuželosečka. Je-li rovina tečná, je řezem regulární kvadriky singulární kuželosečka, není-li rovina ρ tečná je řezem regulární kvadriky regulární kuželosečka.“[36]

[34] MACHALA, František. *Rotační plochy*. Vyd. 2. Olomouc: Rektorát Univerzity Palackého, 181 s. ISBN 80-706-7169-6.

[35] KARGEROVÁ, Marie. *Deskriptivní geometrie pro technické školy vysoké, vyšší a střední*. Ostrava: Montanex, 1997. ISBN 80-857-8068-2.

[36] JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6

2.4.1 Rotační elipsoid

Definice: Rotační elipsoid vzniká rotací elipsy kolem její osy. Je to středová kvadrika se dvěma vrcholy na ose rotace. Je-li osou rotace hlavní osa elipsy tak se vzniklý rotační elipsoid nazývá **protáhlý** (vejčitý). V opačném případě se elipsoid nazývá **zploštělý** (osou rotace je vedlejší osa elipsy). (Obrázek č.33: a) protáhlý elipsoid, b) zploštělý elipsoid)

Oba elipsoidy mají základní vlastnosti stejné. Při konstrukci není v převážné většině nutné rozlišovat, zda je elipsoid zploštělý či protáhlý. Oba elipsoidy jsou bodové středové kvadriky mající dva vrcholy. Průnikem nevlastní roviny s elipsoidem je vždy prázdná množina. U obou typů elipsoidů je prvním obrysem rovníková kružnice (v případě, je-li osa elipsoidu kolmá k půdorysně). V případě protáhlého elipsoidu leží jeho ohniska na ose rotace řídící křivky (elipsy). Pro všechny meridiány jsou ohniska společná. Z tohoto důvodu lze protáhlý elipsoid v prostoru definovat podobným způsobem jako elipsu v rovině:[37]

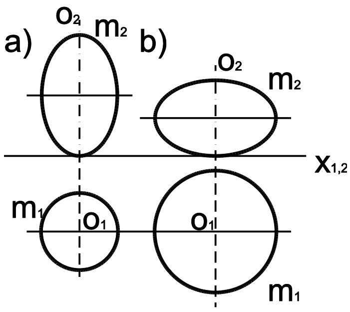
Definice: *„Protáhlý elipsoid je množina bodů v prostoru, jejichž součet vzdáleností od dvou pevných různých bodů je konstantní, větší než vzdálenost daných bodů. Tyto body nazýváme ohniska protáhlého rotačního elipsoidu.*

Pro zploštělý elipsoid to neplatí, ohniska tvořící elipsy neleží na ose, při rotaci opíší kružnici.“[38]

Na obrázku jsou vyznačeny sdružené průměty hlavního meridiánu *m* rotačního protáhlého elipsoidu (obr. č. 33 a)) a rotačního zploštělého elipsoidu (obr. č. 33 b)) v Mongeově promítání.

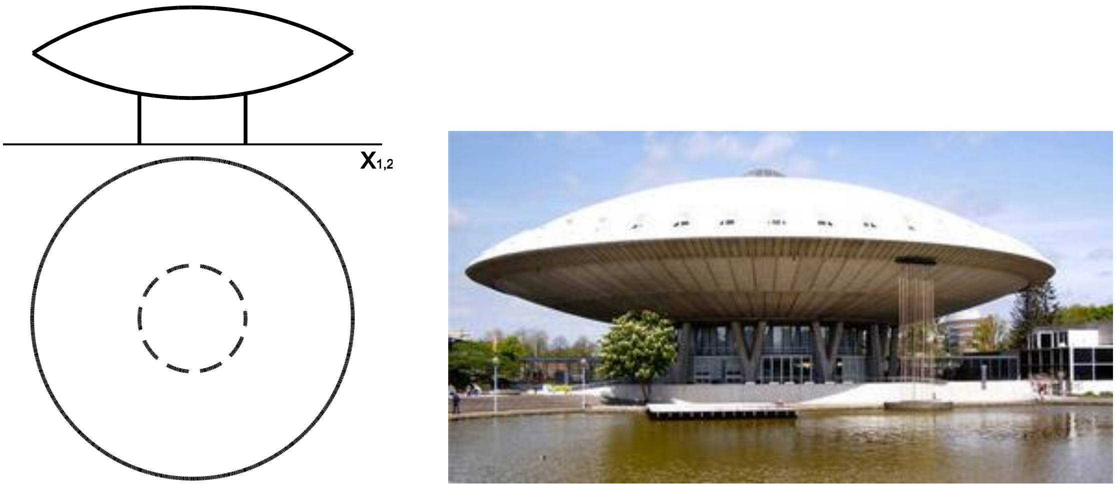
[37]JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6

[38]JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6



Obrázek 33: a) protáhlý elipsoid, b) zploštělý elipsoid

Na střechách se rotační elipsoid využívá ve formě vrchlíku. Kupole tudíž nemusí mít pouze tvar koule. Báň tvaru rotačního zploštělého elipsoidu lze spatřit například na výstavní hale Het Evoluon v Eindhovenu (Nizozemí). Ve střeše jsou zabudovány světlíky pro lepší osvětlení vnitřního prostoru veliké výstavní haly. Eliptického zploštělého vrchlíku je též využito k zastřešení kaple ve městě Taksony v Maďarsku.

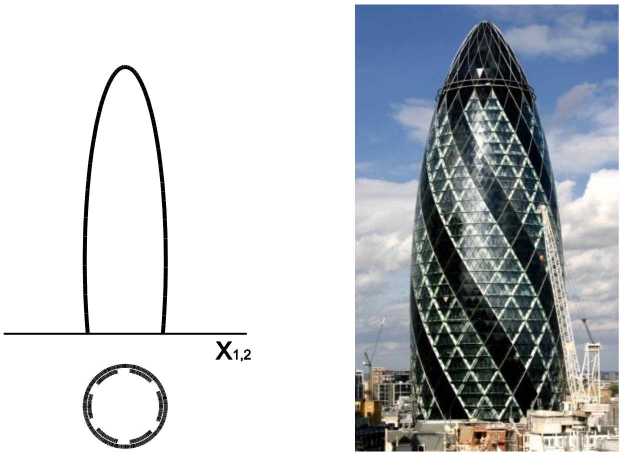


Obrázek 34: Výstavní hala Het Evoluon, Eindhoven, Nizozemí[39]

[39] Zdroj: http://www.youropi.com/nl/eindhoven/location/evoluon-871

Obrázek 35: Kostel v Taksony, Budapešť, Maďarsko[40]

Rotačního elipsoidu je též využito na světoznámé budově Swiss Re v Londýně. V České Republice je tato stavba známá pod přezdívkou „nakládaná okurka“. V tomto případě není využito rotačního elipsoidu pouze k zastřešení budovy ale je jím tvořena celá skořepina budovy. Stavba získala mnoho ocenění za design a je jedinečná svého druhu na světě.



Obrázek 36: Swiss Re, Londýn, Velká Británie[41]

[40]Zdroj: http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Realizace/RotacniPlochy/RotacniPlochy.html

[41]Zdroj: http://www.somfy-architecture.com/common/img/library/swiss-re-tower.jpg

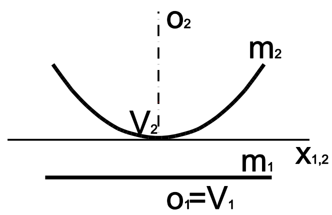
2.4.2 Rotační paraboloid

<u>Definice</u>:* *Rotační paraboloid *vzniká rotací paraboly kolem její osy.*

„Rotační paraboloid je nestředová kvadrika, nevlastní rovina ω^∞ se jej dotýká v nevlastním bodě O^∞ osy, bod O^∞ je pólem roviny ω^∞. Rotační paraboloid má jeden vrchol. Je-li osa kolmá k půdorysně, nemá plocha první obrys, půdorysem plochy je celá rovina π. Řídící přímka tvořící paraboly vyplní rotací rovinu σ. Rotační paraboloid v prostoru lze také definovat podobně jako parabolu v rovině.

<u>Definice:</u>* *Rotační paraboloid *je množina bodů v prostoru, které mají od daného bodu F a dané roviny σ stejnou vzdálenost. Bod* ***F*** *nazýváme* **ohnisko** *rotačního paraboloidu, rovinu* ***σ*** *nazýváme* ***řídící rovina*** *rotačního paraboloidu.“*[42]

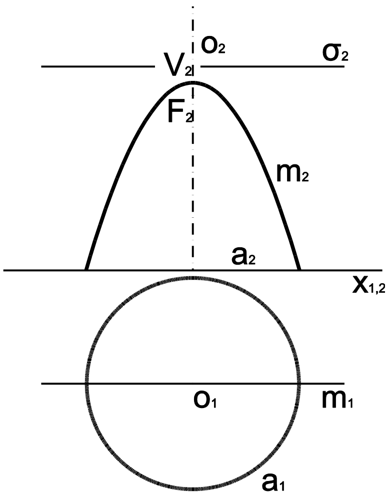
Na obrázku 37 leží vrchol *V* paraboloidu v půdorysně. Rotační paraboloid je znázorněn v Mongeově promítání. Prvním průmětem plochy je celá půdorysna. Je-li F ohnisko a d řídící přímka paraboly k, Φ paraboloid vytvořený rotací k a ρ rovina vytvořená rotací přímky d, pak je Φ množina bodů v prostoru stejně vzdálených od F a od ρ. Bod F je ohnisko paraboloidu Φ.



Obrázek 37: rotační paraboloid

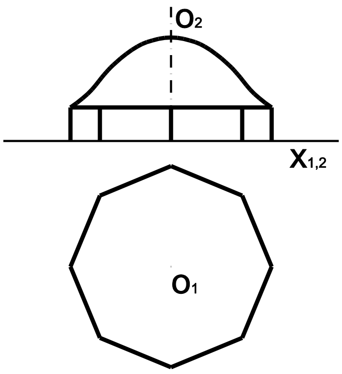
Rotačního paraboloidu se opět využívá při zastřešování budov ve formě parabolické kopule. K vidění je například na budově planetária v Moskvě.

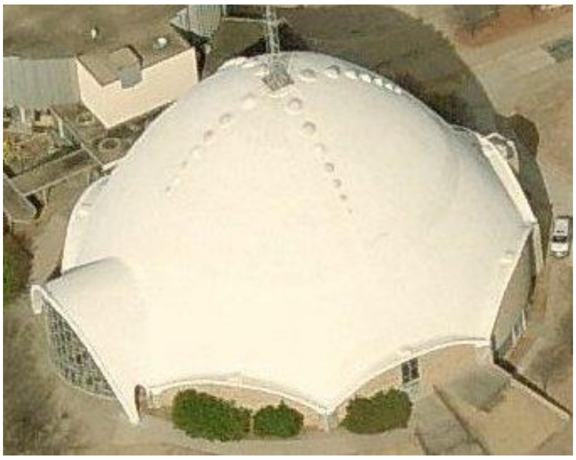
[42] JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6



Obrázek 38: Planetárium v Moskvě[43]

V Oklahoma City ve Spojených Státech Amerických se nachází kostel, jehož celý plášť budovy je tvořen rotačním paraboloidem. Paraboloid je omezen svislými rovinami, které udávají budově půdorys pravidelného osmiúhelníku.





Obrázek 39: Kostel v Oklahoma City, Spojené státy Americké[44]

[43] Zdroj: http://www.presnja.ru/d/marcopolo/media/optimised_images/Surroundings/Plonetarium.jpg
[44] Zdroj: http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Realizace/RotacniPlochy/KostelOklahomaCity.jpg

2.4.3 Rotační hyperboloid

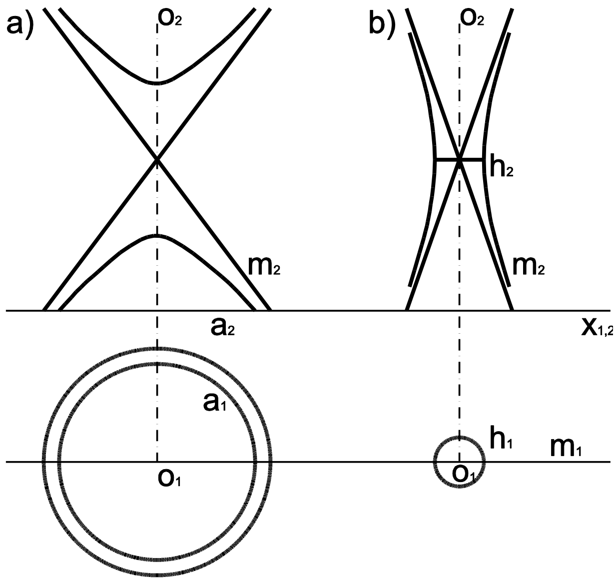
Rotační hyperboloid

V případě, že hyperbola rotuje kolem své osy, získáváme dvě rotační kvadriky, které mají rozdílné vlastnosti. Hyperbola se skládá ze dvou větví a v případě, že hyperbola rotuje kolem hlavní osy, přechází každá větev sama v sebe. V opačném případě rotuje hyperbola kolem vedlejší osy a přechází jedna větev ve druhou. Osy hyperboly jsou tvořeny osami úhlů, které svírají asymptoty hyperboly (obvykle se asymptoty značí *u*,*v*).

Pozn.: Asymptoty hyperboly jsou tečny hyperboly, dotýkající se jí v jejích nevlastních bodech U^{∞}, V^{∞}.[45]

Definice: *„Rotací hyperboly kolem hlavní osy vzniká **rotační dvojdílný hyperboloid** (obr č. 40 a)), rotací hyperboly kolem vedlejší osy vzniká **rotační jednodílný hyperboloid** (obr č. 40 b)).*

[45] JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6



Obrázek 40: a) rotační dvojdílný hyperboloid,

b) rotační jednodílný hyperboloid

Definice: *Rotací asymptot hyperboly vzniká kuželová plocha Ω, která se nazývá* ***asymptotická kuželová plocha****."*[46]

Rotační hyperboloidy patří mezi středové kvadriky. Nevlastní rovina ω^{∞} protíná hyperboloidy v regulární kuželosečce l^{∞}, která vzniká rotací nevlastních bodů U^{∞}, V^{∞} (body dotyku asymptot). Podél regulární kuželosečky l^{∞} se hyperboloidu dotýká asymptotická kuželová plocha. Tato asymptotická kuželová plocha je tvořena rotací asymptot hyperboly kolem její osy (vrchol asymptotické kuželové plochy splývá se středem hyperboly).

Dvojdílný rotační hyperboloid patří mezi bodové kvadriky. Na ose tvořící hyperboly leží její ohniska, tudíž je možno definovat tuto kvadriku podobným způsobem jako hyperbolu v E_2:

Definice: *„Dvojdílný rotační hyperboloid je množinou bodů v prostoru, které mají od dvou pevných různých bodů stálý kladný rozdíl vzdáleností, menší než je vzdálenost daných bodů. Body nazýváme ohniska rotačního hyperboloidu.*

[46] JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6

Dvoudílný rotační hyperboloid nemá při konstrukcích střech valné užití na rozdíl od rotačního hyperboloidu jednodílného.

V případě rotačního jednodílného hyperboloidu neprotíná tvořící hyperbola m (což je hlavní meridián) osu rotace, plocha nemá vrcholy. Zvolme bod M na tvořící hyperbole m. Tečná rovina τ plochy Φ v bodě M protíná jednodílný hyperboloid v kuželosečce k, kuželosečka k je singulární, protože τ je tečná rovina. Rovina τ´ rovnoběžná s rovinou τ vedená středem O plochy protíná asymptotickou kuželovou plochu Ω ve dvou povrchových přímkách a´,n´, tedy v kuželosečce typu hyperbola. Plochy Φ a Ω se dotýkají podél regulární nevlastní kuželosečky l^{∞}. *Roviny τ a τ´ se protínají v nevlastní rovině v přímce* q^{∞}. *Přímka* q^{∞} *protíná kuželosečku* l^{∞} *v bodech* A^{∞}, N^{∞}, *tj. roviny τ,τ´ protínají Φ i Ω v kuželosečce typu hyperbola. Rovina τ je tečná rovina plochy Φ, proto plochu Φ protne v singulární kuželosečce typu hyperbola, tj. ve dvojici různoběžných přímek a, n, pro které platí a∥a´, n∥n´. Přímka a zřejmě protíná všechny rovnoběžkové kružnice plochy Φ, tj. a je také tvořící přímkou plochy Φ. Přímka a je mimoběžná s osou o rotace. Kdyby byla různoběžná s o, průsečík přímek a a o by patřil ploše Φ a plocha by obsahovala bod na ose (měla by vrchol). Rotační jednodílný hyperboloid tedy vzniká rotací hyperboly kolem vedlejší osy, ale také rotací přímky mimoběžné s osou rotace kolem této osy. Je-li osa plochy Φ kolmá k půdorysně, nárysy přímek plochy obalí tvořící hyperbolu (hlavní meridián m).“*[47]

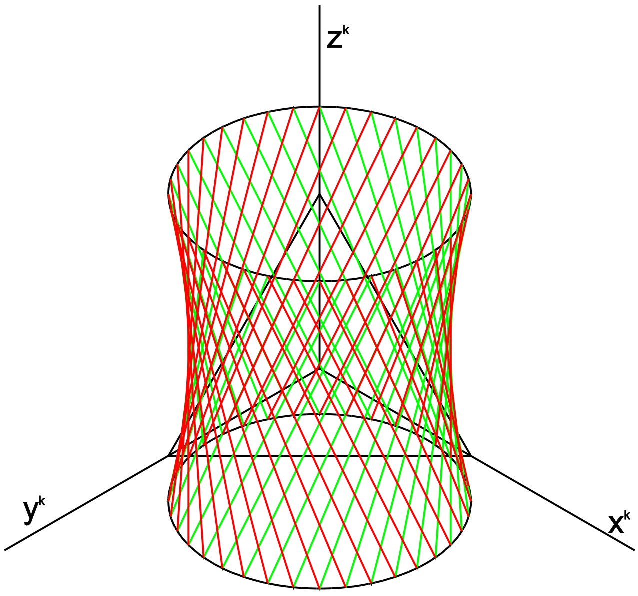
Rotační jednodílný hyperboloid je jediná regulární rotační přímková kvadrika.

Definice: *„Množinu přímek rotačního jednodílného hyperboloidu Φ(o,a), které vzniknou rotací přímky a kolem osy nazýváme* **regulus.**

[47]JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6

Pozn.: Přímky jednoho regulu plochy Φ jsou vzájemně mimoběžné. Kdyby byly různoběžné, patřil by jejich průsečík ploše Φ, a protože rotací přechází přímka jednoho regulu v druhou přímku téhož regulu, musel by průsečík být bod plochy ležící na ose rotace.“[48]

Na obrázku č. 41 je v izometrii znázorněn jednodílný hyperboloid se svými reguly.

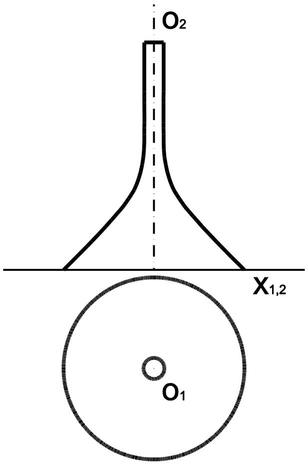


Obrázek 41: Reguly jednodílného hyperboloidu

Rotačního hyperboloid je nejčastěji využívaná rotační kvadrika k zastřešení budov. Asi nejznámější stavbou v České Republice, kde se využívá této technické plochy je vysílací věž Ještěd. Spodní část budovy tvoří část rotačního hyperboloidu, která plynule ve vrchní části přechází v plochu rotačního válce. Budova byla postavena v letech 1966 – 1973.

Pozn.: Autorem stavby je Karel Hubáček, který jako jediný v historii České (Československé) republiky získal za tuto stavbu prestižní Perretovu cenu udělovanou Mezinárodním svazem architektů.

[48] JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6



Obrázek 42: Ještěd[49]

Skořepina katedrály v hlavním městě Brazílie Brasilia je taky tvořena jednodílným rotačním hyperboloidem. Podobným způsobem je zastřešeno též McDonnellovo planetárium v Saint Louis.

Obrázek 43: Katedrála Brasilia[50]

[49] Zdroj: Vlastní fotoarchiv
[50] Zdroj: http://tripio.cz/media/images/8/5/file-4e28795e99a58_1000.jpg

Obrázek 44: McDonnellovo planetarium v Saint Louis v USA[51]

[51] Zdroj: http://mat.fsv.cvut.cz/bakalari/kog/rzh/

3 Střechy tvořené kvadrikami

Základními a v praxi nejužívanějšími typy kvadrik jsou rotační kvadriky. Střechy tvořené tímto typem ploch jsou podrobně rozebrané v předcházející kapitole – 2.4 Tvořící křivka rotační plochy je kuželosečka.

3.1 Obecné kvadriky

Z rotačních kvadrik k obecným kvadrikám se přechází pomocí kolmé afinní transformace v prostoru.

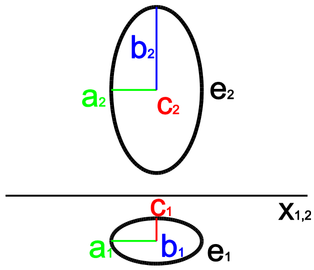
Pomocí této transformace vzniká:

- trojosý elipsoid
- dvojdílný trojosý hyperboloid
- jednodílný trojosý hyperboloid
- eliptický paraboloid

Všechny tyto zmíněné kvadriky mohou sloužit k zastřešení budov, popřípadě věží, které mají eliptický půdorys.

3.1.1 Trojosý elipsoid

Trojosý elipsoid vzniká kolmou afinní transformací z rotačního elipsoidu. Patří mezi regulární středové kvadriky. Speciálním případem je elipsoid rotační, který má dvě osy stejně dlouhé. Rotační elipsoid je podrobně popsán v předchozí kapitole, tudíž tuto variantu již nebudu brát v úvahu. Na následujícím obrázku je znázorněn trojosý elipsoid a jeho osy v Mongeově promítání.

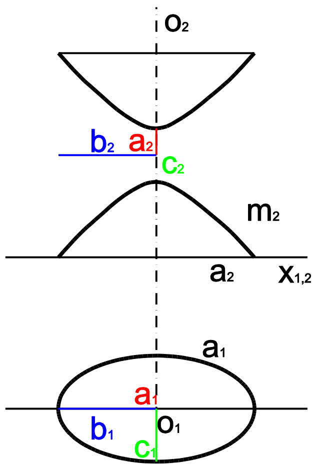


Obrázek 45: Trojosý elipsoid

K zastřešení se tato technická plocha se využije, stejně jako rotační elipsoid, ve formě báně.

3.1.2 Dvojdílný trojosý hyperboloid

Tato technická plocha vzniká kolmou afinní transformací z rotačního dvojdílného hyperboloidu. Je stejně jako elipsoid regulární středová kvadrika. Jeho jedné části může být využito jako kupole k zastřešení budovy eliptického půdorysu.

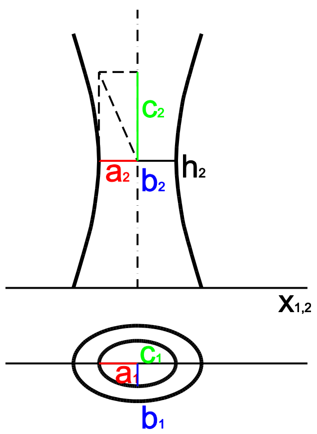


Obrázek 46: Trojosý hyperboloid dvojdílný

3.1.3 Jednodílný trojosý hyperboloid

Trojosý hyperboloid patří mezi plochy zborcené. Jednodílný trojosý hyperboloid vzniká kolmou afinní transformací z rotačního jednodílného hyperboloidu. Jednodílný trojosý hyperboloid je přímkovou kvadrikou se dvěma reguly tvořících přímek, kvadrika má stejné vlastnosti jako rotační jednodílný hyperboloid.

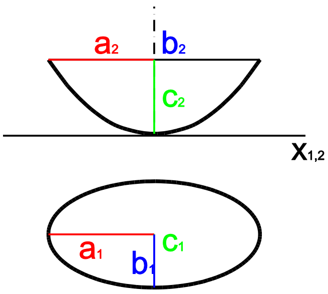
Více informací o této technické ploše a jejím využití k zastřešení – Kapitola 2.4.3 Rotační hyperboloid.



Obrázek 47: Trojosý hyperboloid jednodílný

3.1.4 Eliptický paraboloid

Eliptický paraboloid vzniká kolmou afinní transformací z rotačního paraboloidu. Jedná se opět o regulární kvadriku. Ve formě vrchlíku může být využit k zastřešení budovy eliptického půdorysu.



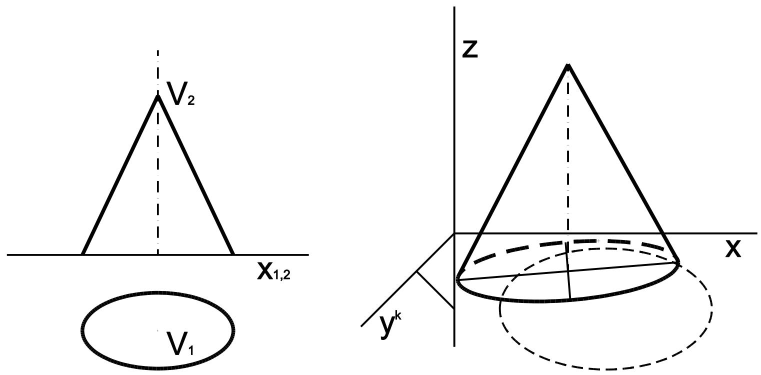
Obrázek 48: Trojosý paraboloid

3.2 Obecné singulární kvadriky

Obecné singulární kvadriky se využívají v technické praxi k zastřešení velice málo. Jejich využití při zastřešení se nevylučuje, proto si je stručněji uvedeme.

Mezi obecné kvadriky dále patří singulární kvadriky:

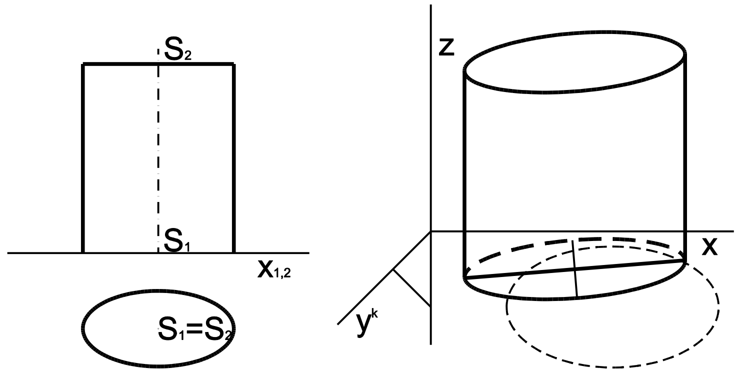
3.2.1 Kvadratická kuželová plocha



Obrázek 49: Kvadratický kužel

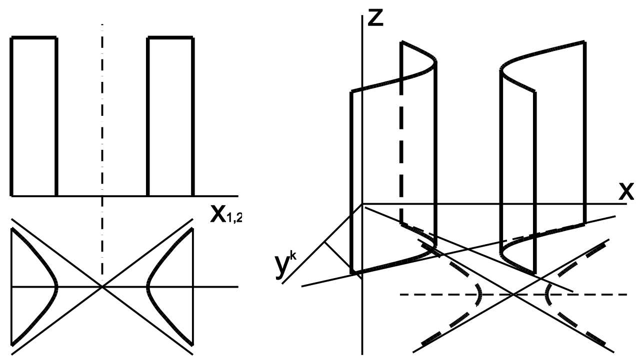
Kvadratické kuželové plochy může být využito k zastřešení budovy eliptického půdorysu.

3.2.2 Kvadratická eliptická válcová plocha



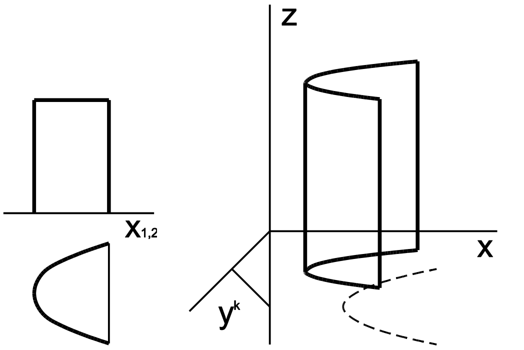
Obrázek 50: Kvadratický válec

3.2.3 Kvadratická hyperbolická válcová plocha



Obrázek 51: Kvadratický hyperbolický válec

3.2.4 Kvadratická parabolická válcová plocha



Obrázek 52: Kvadratický parabolický válec

Kvadratická parabolická válcová plocha je užita ke skořepině budovy pavilonu A na brněnském výstavišti. Centrální část budovy je tvořena rotační válcovou plochou, jejichž osa je kolmá k povrchu země. Tato centrální část je zastřešena střechou rovnou. K centrální části budovy jsou napojeny dvě shodné soustavy budov. Skořepina každé ze dvou komplexů je tvořena třemi kvadratickými parabolickými válcovými plochami. První kvadratický parabolický válec ústí z centrální části rotačního válce a zbylé dva kvadratické parabolické válce jsou v půdorysu k prvnímu kolmé.

Obrázek 53: Výstaviště Brno, Pavilon A [52]

[52]Zdroj: http://img.aktualne.centrum.cz/500/73/5007310-vystaviste-brno.jpg

4 Střechy tvořené zborcenými plochami

4.1 Zborcené plochy

Definice: *„Přímkové plochy, které mají tu vlastnost, že tečné roviny podél jejich tvořící přímky (s výjimkou množiny izolovaných tvořících přímek, tzv. přímek torzálních) tvoří svazek rovin, nazýváme plochami **zborcenými.** Tvořící přímka zborcené plochy se nazývá **torzální přímkou,** jestliže tečná rovina ve všech jejich regulárních bodech na ploše je táž.*

nebo

Definice: *„Přímkové plochy, které obsahují regulární přímky, se nazývají zborcené.“*[53]

Věta: *Každá přímka na ploše válcové, kuželové a ploše tečen prostorové křivky (tj. na ploše rozvinutelné) je přímkou torzální.“*[54]

Jednou z nejdůležitějších vlastností zborcených ploch je, že tečné roviny plochy v regulárních bodech netorzální přímky tvoří svazek rovin. O tomto svazku rovin pojednává následující věta:[55]

Věta (Chaslesova): *„ Zobrazení, které každému bodu X regulární přímky p přiřadí tečnou rovinu plochy v bodě X je projektivní.“*[56]

V případě, že na přímce *p* existuje bod (u_0,v_0) pro který platí, že vektory $f'(u)$, $g(u)$, $g'(u)$ jsou lineárně závislé, pak existuje tečná rovina dotýkající se podél celé přímky. Tato rovina a přímka se nazývají *torzální.* Poté na přímce *p* existuje bod *K* (jedná se průsečík přímky *p* s každou nekonečně blízkou přímkou k přímce p). Tento bod *K* se nazývá *kuspidální bod*. Bod *K* je bod dotyku každé netorzální roviny procházející přímkou *p*. Plocha se nazývá rozvinutelná, jestliže všechny přímky plochy jsou torzální.

[53] Zdroj: http://www.kag.upol.cz/data/upload/16/plochy2/zborc.pdf

[54] K. DRÁBEK, F. HARANT, B. KEPR, M. MENŠÍK: *Deskriptivní geometrie 3.,* 1. Vyd. Státní nakladatelství technické literatury Praha, 1963

[55] K. DRÁBEK, F. HARANT, B. KEPR, M. MENŠÍK: *Deskriptivní geometrie 3.,* 1. Vyd. Státní nakladatelství technické literatury Praha, 1963

[56] Zdroj: http://www.kag.upol.cz/data/upload/16/plochy2/zborc.pdf

Definice: *„Vlastní tečná rovina α v nevlastním bodě přímky p zborcené plochy Φ se nazývá* ***asymptotická****.*

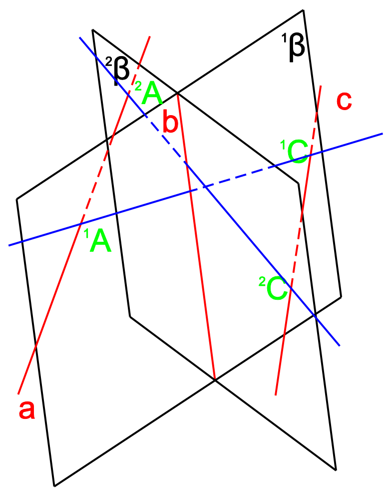
Rovina γ procházející přímkou p a kolmá k asymptotické rovině α se nazývá ***centrální rovina****, její bod dotyku nazveme* ***centrální bod****.*

Množina centrálních bodů plochy vytváří tzv. ***strikční křivku****.“*[57]

Vytvoření zborcené plochy

Nejdříve se zaměříme na plochy Φ, jejichž řídícími křivkami jsou tři navzájem mimoběžné přímky *a, b, c*. Proložíme přímkou *b* roviny $^1\beta$, $^2\beta$, $^3\beta$. Najdeme průsečík ^1A přímky *a* a roviny $^1\beta$, poté průsečík ^1C přímky *c* a roviny $^1\beta$, dále průsečík ^2A přímky *a* a roviny $^2\beta$ a tak dále. Přímky $^im={}^iA\,{}^iC$ mají průsečíky s přímkou *b* v bodech ^iB, které incidují s plochou. Odtud plyne, že zobrazení *f* přiřazující bodům ^iA roviny $^i\beta$ a zobrazení *g*, které přiřazuje rovinám $^i\beta$ body ^iC jsou perspektivní.

Složení zobrazení f a g tedy přiřazuje bodům ^{i}A body ^{i}C je projektivní. Odtud vyplývá, že zborcená plocha určuje projektivitu dvou nesoumístných řad bodových popsanou v předchozím odstavci. Tvrzení platí i naopak, tedy že spojnice odpovídajících si bodů dvou projektivních řad bodových je zborcená plocha.



Obrázek 54: Vytvoření zborcené plochy

[57] Zdroj: http://www.kag.upol.cz/data/upload/16/plochy2/zborc.pdf

Stupeň zborcené plochy

Nechť je dána zborcená plocha $\Phi_{k,l,m}$ algebraickými křivkami k, l, m stupňů n_k, n_l, n_m. V případě, že řídící křivky nemají žádný společný bod je plocha $\Phi_{k,l,m}$ stupně $2n_k n_l n_m$. Jestliže mají řídící křivky k, l společných s_{kl} bodů, křivky k, m společných s_{km} bodů, křivky m, l společných s_{ml} bodů, potom je plocha $\Phi_{k,l,m}$ stupně $2n_1 n_2 n_3 - s_{kl} n_m - s_{km} n_l - s_{ml} n_k$.

4.2 Zborcené kvadriky

Zborcené kvadriky jsou zborcené plochy 2. stupně. Tudíž pro tvořící přímky plochy $\Phi_{k,l,m}$ musí platit $2n_1 n_2 n_3 - s_{kl} n_m - s_{km} n_l - s_{ml} n_k = 2$. Jediný způsob, jak docílit rovnosti je, že všechny stupně n_1, n_2, n_3 jsou rovny jedné a řídící křivky se navzájem neprotínají. Z toho vyplývá, že zborcená kvadrika Φ je jednoznačně určena třemi navzájem mimoběžnými přímkami.

Na zborcené přímkové kvadrice se nachází dva systémy přímek, tzv. reguly.

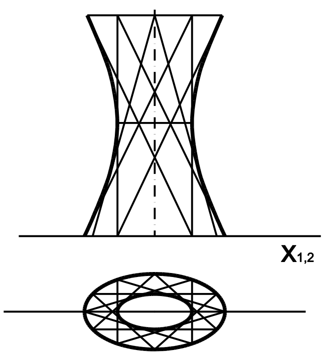
Věta: *„Přímky téhož regulu jsou navzájem mimoběžné a přímka jednoho regulu protíná všechny přímky druhého regulu. Kvadrika je jednoznačně určena kterýmikoliv třemi přímkami téhož regulu.“*[58]

Libovolným bodem K zborcené plochy 2. stupně prochází právě jedna přímka z každého regulu. Tyto dvě přímky jednoznačně určují tečnou rovinu τ v bodu K (jedná se o množinu tečen ke křivkám plochy procházejících bodem M.

[58] Zdroj: http://is.muni.cz/th/64132/prif_m/diplomka.pdf

4.2.1 Zborcený (trojosý) hyperboloid

Zborcený hyperboloid je taková zborcená kvadrika, která má všechny řídící mimoběžky vlastní přímky. Tedy tato kvadrika neobsahuje žádnou nevlastní přímku. Jedná se o plochu přímkovou. Jak již bylo v textu uvedeno, zborcený hyperboloid lze získat kolmou afinní transformací z hyperboloidu rotačního.



Obrázek 55: Zborcený hyperboloid

V praxi se nejvíce uplatňuje rotační zborcený hyperboloid. Využití rotačního hyperboloidu je podrobně rozebráno v kapitole 2.4.3 Rotační hyperboloid.

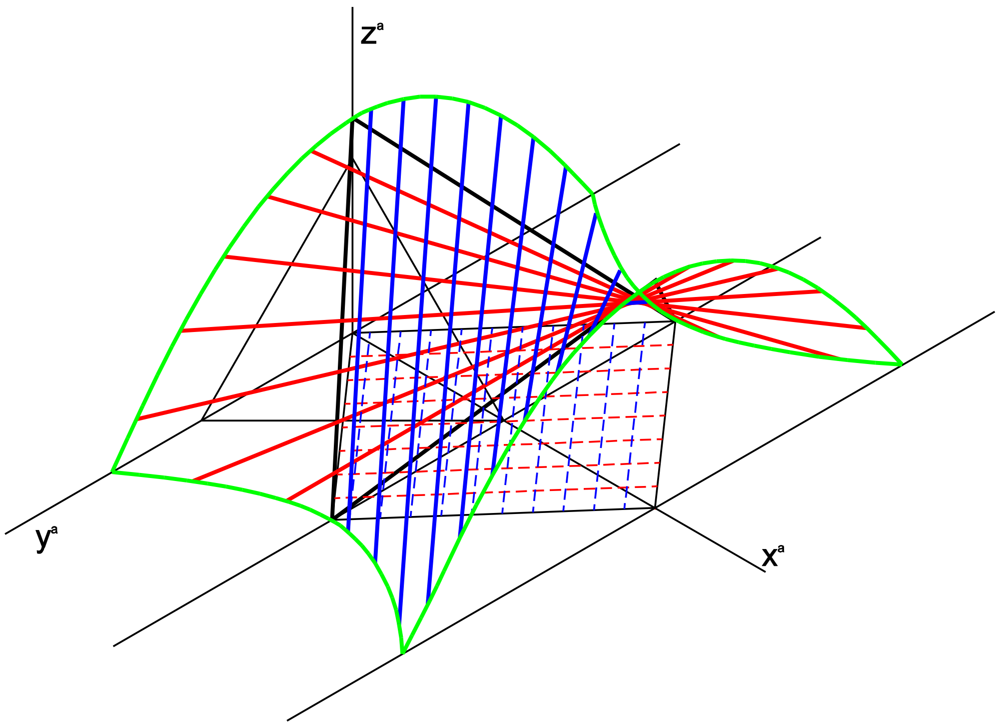
4.2.2 Hyperbolický paraboloid

V případě, že je jedna z řídících přímek nevlastní, vzniká hyperbolický paraboloid. Kvadrika je proťata nevlastní rovinou v kuželosečce, tzn. že Φ obsahuje dvě nevlastní přímky. Nevlastní přímky c^{∞}, q^{∞} patří různým regulům plochy Φ, jsou určené rovinami γ, σ, které jsou různoběžné. Tyto roviny se nazývají řídícími rovinami hyperbolického paraboloidu. Za řídící roviny mohou být voleny libovolné roviny rovnoběžné s rovinami γ, σ, protože všechny přímky náležící prvnímu regulu protínající q^{∞} jsou rovnoběžné s řídící rovinou σ. Znění platí i naopak pro přímky druhého regulu.

Hyperbolický paraboloid je jednoznačně určen:

- Dvěma vlastními mimoběžnými přímkami a řídící rovinou, která je různoběžná s danými přímkami
- Třemi vlastními mimoběžkami rovnoběžnými s řídící rovinou
- Zborceným čtyřúhelníkem

Nejčastěji je hyperbolický paraboloid zadán zborceným čtyřúhelníkem. Hyperbolický paraboloid bývá často nazýván též jako plocha sedlová.

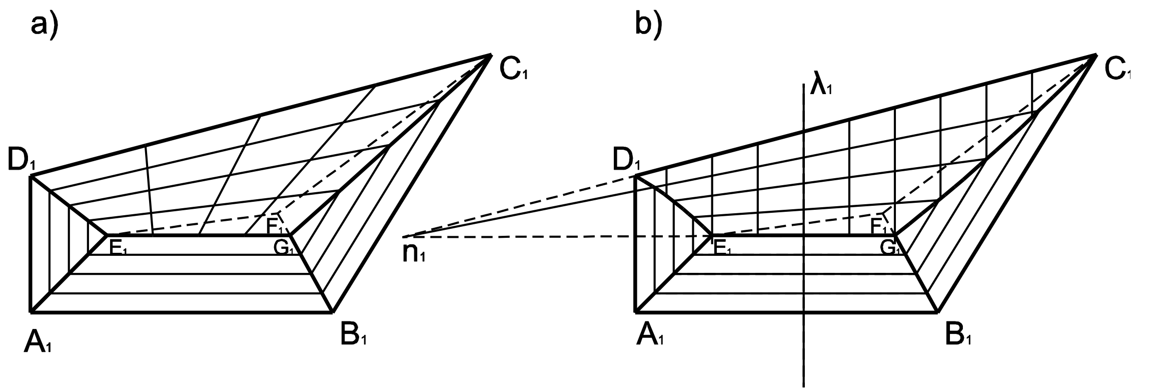


Obrázek 56: Hyperbolický paraboloid

Na obrázku 55 je v izometrii znázorněn hyperbolický paraboloid se svými dvěma reguly.

Hyperbolický paraboloid je často užíván ve stavební praxi. Nejčastěji se využívá k zastřešení rozlehlejších objektů a budov s nepravidelnými půdorysy. Plocha je často využívána k zastřešení díky jednoduchému konstruování střechy v praxi (jedná se plochu přímkovou), odtud plyne dobrá pevnost konstrukce. V neposlední řadě je sedlová plocha vyhledávána taky kvůli své estetičnosti.

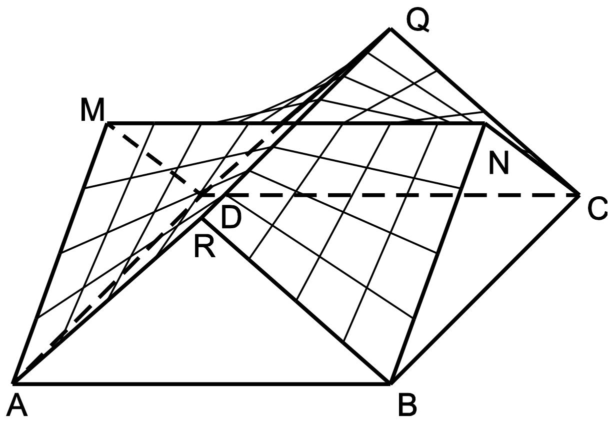
Na následujícím obrázku je v kótovaném promítání znázorněno zastřešení budovy s okapy ve stejné výšce s nepravidelným půdorysem. V případě, že bychom vytvořili střechu klasickým způsobem pomocí rovin stejného spádu, by hřeben EF nebyl vodorovný a esteticky by střecha nepůsobila dobrým dojmem. Proto je hřeben zvolen rovnoběžně s hranou římsovou AB. Z původního, vzhledově nevábného, hřebenu EF se přechází ve vodorovný hřeben EG. Část střechy je doplněna hyperbolickým paraboloidem, který je jednoznačně určen zborceným čtyřúhelníkem DEGC. Ve druhé variantě b) se zastřešení stejné budovy řešeno opět pomocí hyperbolického paraboloidu. Tentokráte je ale hyperbolický paraboloid určen přímkami CD, EG a řídící rovinou $\lambda \perp EG$. Půdorysy tvořících přímek jednoho regulu procházejí bodem n_1 a půdorysy přímek druhého regulu jsou rovnoběžné s půdorysnou stopou roviny λ. Roviny AED a BCG protínají hyperbolický paraboloid v kuželosečkách. Nezanedbatelnou výhodou z hlediska praktického využití je, že voda stéká do okapu všude pod stejným, dostatečně velkým úhlem na rozdíl od varianty a) kde voda stéká do okapu pod různými úhly a může docházet k ucpání okapů.



Obrázek 57: Zastřešení střechy pomocí hyperbolického paraboloidu

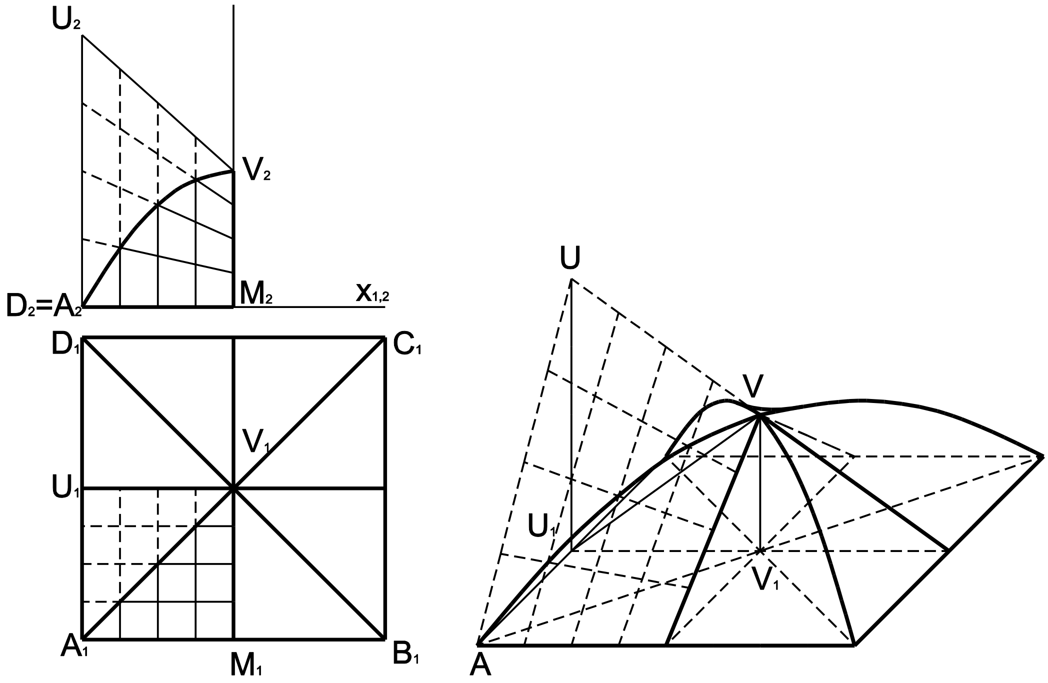
Hyperbolického paraboloidu lze využít i k zastřešení budovy čtvercového půdorysu. Rohy hran římsových označíme postupně A, B, C, D. Střechu lze sestrojit pomocí 4 hyperbolických paraboloidů. Nad všemi hranami římsovými vytvoříme trojúhelníkové štíty. Vzniklé vrcholy štítů označíme M, N, R, Q. Vrcholy protějších štítů spojíme, tím vznikají

2 hřebeny střechy MN a QR. Hyperbolické paraboloidy, které vytvoří střechu, jsou jednoznačně určeny zborcenými čtyřúhelníky MARV, VRBN, QVNC, DMVQ.



Obrázek 58: Zastřešení střechy čtyřmi hyperbolickými paraboloidy

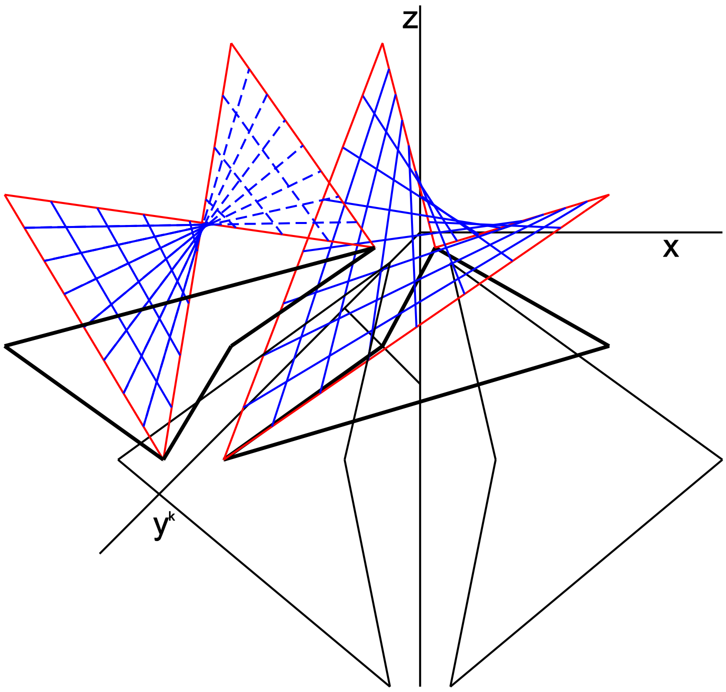
Dalším způsobem, jak zastřešit střechu čtvercového půdorysu pomocí hyperbolických paraboloidů je využít typ střechy zvaný Aymondova báň. Tento typ střechy se vyznačuje výbornými statickými vlastnostmi. Střecha je rozdělena na osminy. Každou osminu tvoří část hyperbolického paraboloidu. Střecha se vytvoří následujícím způsobem: Mějme budovu čtvercového půdorysu A, B, C, D. Půdorys plochy je rozdělen čtyřmi rovinami, které jsou kolmé k půdorysně. Půdorysné stopy dvou rovin tvoří v půdoryse úhlopříčky čtverce, půdorysné stopy zbylých dvou rovin spojují středy protějších stran. Střed čtverce označíme V. Nyní je půdorys střechy rozdělen na osminy. Plochu AMV zastřešíme pomocí hyperbolického paraboloidu tak, že zvolíme 4. bod U, který bude ležet na kolmici k půdorysně vztyčené ze středu strany AD ve dvojnásobné výšce, než se nachází bod V. Nyní je část střech AMV jednoznačně dána zborceným čtyřúhelníkem AMVU. Stejným postupem se zastřeší zbylých sedm osmin střechy.



Obrázek 59: Aymondova báň

Jeden z nejvýznamnějších architektů, který ve své práci hojně využíval k zastřešení budov hyperbolického paraboloidu, byl Félix Candela. Félix Candela ve své práci dokázal využít různé části hyperbolického paraboloidu, tyto části vhodně spojoval do celků a vytvářel tak impozantní stavby.

Jedna z impozantních budov navržených Félixem Candelou je kostel v San José Obrero v Monterei. Félix Candela zde využil k zastřešení části dvou hyperbolických paraboloidů. Hyperbolické paraboloidy jsou souměrné podle roviny yz.



Obrázek 60: Kostel San José Obrero in Monterei[59]

[59] Zdroj: http://architectureofdoom.tumblr.com/image/62138637437

4.3 Zborcené plochy vyšších stupňů

„Zborcená plocha $\Phi_{k,l,m}$ kde k,l jsou křivky a m nevlastní přímka daná řídící rovinou, se nazývá cylindroid nebo také Catalanova plocha. Jestliže je u cylindroidu $\Phi_{k,l,m}$ navíc l (vlastní) přímka, pak se Φ nazývá konoid.“[60]

4.3.1 Konoidy

Definice: *„Nerozvinutelné přímkové plochy určené řídící křivkou k, popř. plochou, jednou vlastní a jednou nevlastní řídící přímkou se nazývají konoidy.“* [61]

V případě, že je řídící přímka kolmá k řídící rovině, vzniklá plocha se nazývá **přímý konoid**. Pokud řídící přímka nesvírá s řídící rovinou úhel 90°, nazývá se vzniklý **konoid kosý**. Název konoidu se většinou odvozuje podle tvaru řídící křivky *k*. **Kruhový konoid** vznikne, je-li křivka *k* kružnice. **Eliptický konoid** vzniká v případě, že řídící křivka *k* je elipsa. Dalším typem konoidu je **konoid šroubový** nebo například **konoid kulový**, jehož řídící útvar *k* je kulový plocha. Jestliže je řídící křivka *k* opět přímka, vzniklá plocha bude druhého stupně, tedy vznikne hyperbolicky paraboloid.

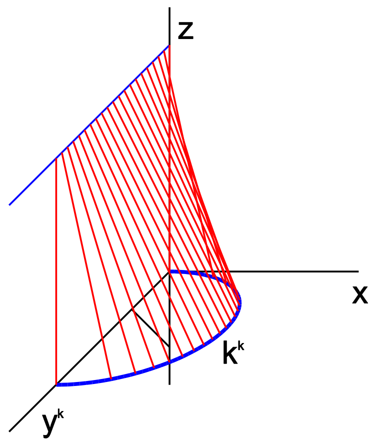
Konoidů existuje mnoho druhů, v mé práci se zaměříme pouze na ty, které lze využít k zastřešení.

[60] F. MACHALA: *Plochy technické praxe*, 1. Vyd. Olomouc: Rektorát Univerzity Palackého v Olomouci, 1986

[61] F. MACHALA: *Plochy technické praxe*, 1. Vyd. Olomouc: Rektorát Univerzity Palackého v Olomouci, 1986

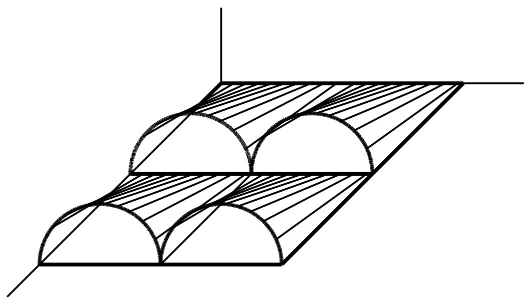
Přímý kruhový konoid

Kruhových konoidů se používá ve stavební praxi jako omezujících ploch pilířů, opěrných a vyrovnávacích zdí a zejména k zastřešení rozsáhlých prostorů skořepinovými klenbami.



Obrázek 61: Přímý kruhový konoid

Velice výhodné je použití kruhových konoidů při zastřešení rozsáhlejších budov tzv. pilovou střechou.

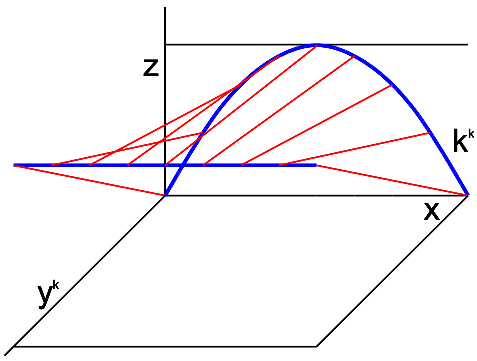


Obrázek 62: Využití kruhových konoidů na pilové střeše

Obrázek 63: Využití kruhových konoidů k zastřešení kulturního domu Akord, Ostrava-Zábřeh[62]

Přímý parabolický konoid

Přímý parabolický konoid $\Phi_{k,l,m}$ je plocha 4. stupně, jejichž řídící křivka *k* je parabola. Přímého konoidu se v praxi využívá převážně k zastřešení vchodu do budovy.

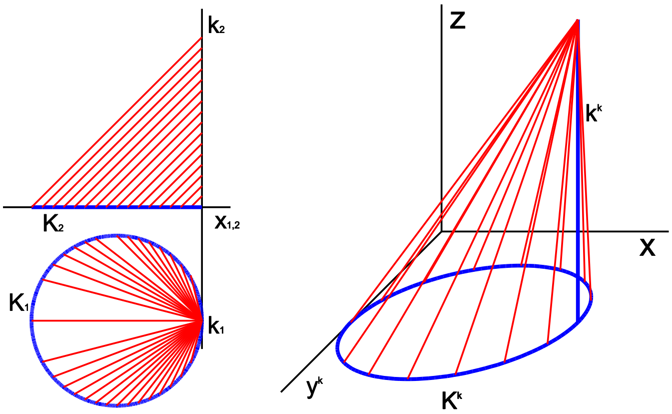


Obrázek 64P: Přímý parabolický konoid

[62] Zdroj: http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Realizace/Konoidy/MarkyzaAkord.jpg

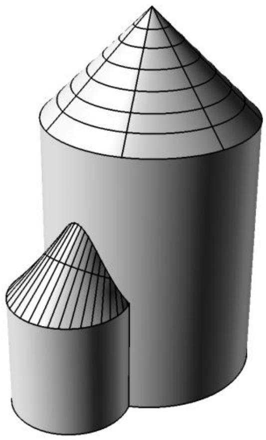
Küpperův konoid

Řídícími útvary Küpperova konoidu jsou: kružnice *k*, řídící přímka *l*, která je kolmá k rovině kružnice a protínající kružnici.



Obrázek 65: Küpperův konoid

Küpperova konoidu se například užívá k zastřešení tzv. apsid. (Pozn.: apsida je podkovitá část stavby, zaklenutá do její hlavní části. Vyskytuje se u rotund, křesťanských chrámů apod.)



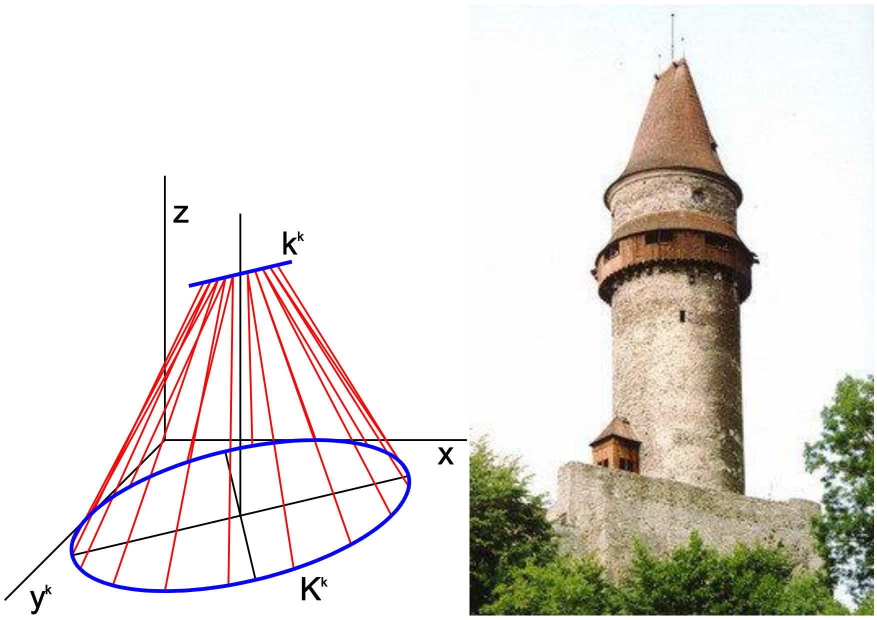
Obrázek 66: Zastřešení apsidy pomocí Küpperova konoidu[63]

[63]Zdroj: http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jole/deskriptiva/rhino/kupperuv-konoid-uziti.png

4.3.2 Plocha Štramberské trúby

Jedná se o zborcenou plochu $\Phi_{k,l,m}$, kde k je řídící kružnice, l je řídící přímka, která prochází řídící kružnicí a je kolmá na rovinu kružnice a m je přímka rovnoběžná s rovinou tvořící kružnice. Půdorysy tvořících přímek prochází v půdoryse středem tvořící kružnice (viz. Obrázek 67).

Tato plocha se v praxi vyskytuje na věžích středověkých hradů – tzv. helmice a na zvonicích. Vyskytuje se i na známé Štramberské trúbě, od které je název plochy odvozen.



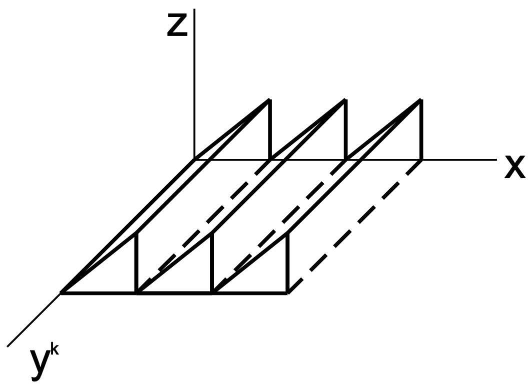
Obrázek 67: Plocha Štramberské trúby[64]

[64] Zdroj: http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jole/deskriptiva/fotky/Obr6.jpg

Dodatek

Střecha pilová

Střecha pilová je tvořena několika pultovými střechami[65] se stejnými sklony. Konstrukce pilové střechy umožňuje dobré osvětlení a odvětrávání vnitřních prostor budovy. I z tohoto důvodu je tento typ střech využíván k zastřešení průmyslových budov.



Obrázek 68: Střecha pilová[66]

Obrázek 69: Střecha pilová na polyfunkčním domě v Ostravě - Vítkovicích

[65] Střecha pultová – viz [65] MOTÚZOVÁ, Kateřina: *Střechy a jejich řešení*. Bakalářská práce
[66] Zdroj: http://www.atelier38.cz/realizace/polyfunkcni-dum-ostrava-vitkovice

Závěr

Diplomová práce má za cíl utvořit přehled možností zastřešení budov s využitím technických ploch. Je navazující prací na bakalářskou práci Střechy a jejich řešení, věnovanou zastřešení budov s využitím částí rovin komplexní přehled možností zastřešení. V kontextu tyto dvě práce obsahují dostatečně ucelený přehled o možnostech zastřešování, vhodný pro studenty deskriptivní geometrie.

Rozsáhlá kapitola je věnována střechám tvořenými rotačními plochami, které vznikají rotací přímky, kružnice, různými typy kuželoseček. Na tuto kapitolu navazuje kapitola o využití kvadrik ke konstrukcím střech a v poslední řadě se práce zabývá střechami vznikajícími zastřešením zborcenými plochami.

Všechna tato témata jsou zpracována uceleně a přehledně, proto doufám, že v budoucnu bude práce využita k rozšíření znalostí studentů deskriptivní geometrie o zastřešování, jakož i jako pracovní a metodická pomůcka pro jejich vyučující.

Seznam obrázků

Literatura

[1] URBAN, A.: *Deskriptivní geometrie I.*, Praha, SNTL/SVTL, 1965

[2] KADEŘÁVEK, F., KLÍMA, J., KOUNOVSKÝ, J.: *Deskriptivní geometrie I.*, Praha, Nakladatelství československé akademie věd, 1954

[3] MEDEK, V.: *Deskriptívna Geometria,* Brno, Slovenské nakladateľstvo technickej literatúry a Státní nakladatelství technické literatury, 1962

[4] JUKLOVÁ, Lenka. *Rotační plochy*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012, 109 s. ISBN 978-80-244-3236-6

[5] R. PISKA, V. MEDEK: *Deskriptivní geometrie 2.*, Praha, SNTL – Nakladatelství technické literatury Praha, 1966

[6] MACHALA, František. *Rotační plochy*. Vyd. 2. Olomouc: Rektorát Univerzity Palackého, 1992. ISBN 80-706-7169-6.

[7] F. MACHALA: *Plochy technické praxe*, 1. Vyd. Olomouc: Rektorát Univerzity Palackého v Olomouci, 1986

[8] K. DRÁBEK, F. HARANT, B. KEPR, M. MENŠÍK: *Deskriptivní geometrie 3.,* 1. Vyd. Státní nakladatelství technické literatury Praha, 1963

Internetové zdroje

[1] http://user.mendelu.cz/tihlarik/drevostavby/plochy_technicke_praxe_podklady.pdf

[2] http://is.muni.cz/th/64132/prif_m/diplomka.pdf

[3] http://mdg.vsb.cz/jdolezal/DgFAST/Realizace/RotacniPlochy/RotacniPlochy.html

[4] https://library.upol.cz/aRLreports/kp/00108430-145594195.pdf

[5] http://www.krytiny-strechy.cz/technicke_info-k-navrhovani-strech/navrhy-strech-zakladni-technicke-informace/?nid=6433-typy-strech-serial-moderni-strecha.html

[6] http://cs.wikipedia.org/wiki/St%C5%echa#Konstrukce_st.C5.99echy.5B2.5D

[7] http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/jan_koncel/plochy.php

[8] http://www.kag.upol.cz/data/upload/16/plochy2/zborc.pdf