Univerzita Hradec Králové, Přírodovědecká fakulta, katedra matematiky

Posudek oponenta bakalářské práce

Jméno studenta	Damián Bušovský
Téma práce	Řešení nelineárních rovnic za použití matematických numerických metod a jejich aplikace ve fyzice
Cíl práce	Předmětem této práce je podrobné popsání řešení nelineárních rovnic za využití numerických matematických metod, konkrétně pak metody půlení intervalů, prosté iterace, Newtonovy metody, metody sečen a metody regula falsi, a jejich následná aplikace při řešení fyzikálních problémů. Teoretická část se zabývá důkazy platností výše uvedených metod a jejich podrobným popsáním. Praktická část následně obsahuje řešení konkrétních nelineárních rovnic za využití těchto metod a jejich praktické využití ve fyzikální problematice.
Vedoucí bakalářské práce	Mgr. Jitka Kühnová, Ph.D.

náročnost tématu na	úroveň		
	nadprůměrná	průměrná	podprůměrná
teoretické znalosti	x		
praktické zkušenosti	x		
podkladové materiály (vstupní data) a jejich zpracování		x	

kritéria hodnocení práce	úroveň			
	nadprůměrná	průměrná	podprůměrná	nelze hodnotit
stupeň splnění cíle práce	x			
samostatnost při zpracování tématu				x
logická stavba práce	x			
práce s českou literaturou včetně citací	x			
práce se zahraniční literaturou včetně citací			x	
adekvátnost použitých metod	x			
hloubka provedené analýzy	x			
stupeň realizovatelnosti řešení	x			
formální úprava práce (text, grafy, tabulky)	x			
stylistická úroveň	x			
nároky BP na podkladové materiály, konzultace, průzkumy ...	vysoké	průměrné	nižší	nejsou
		x		
použití analýz, matematických, statistických a jiných metod, komparací apod.	ve velké míře	přiměřené	částečné	absentuje
	x			
využitelnost námětů, návrhů a doporučení k řešení problému	ve větší míře	částečná	nižší	nevyužitelnost
	x			
obsah a relevantnost příloh v textu či přílohové části BP (tabulky, grafy, propočty apod.)	vysoce funkční	funkční	méně funkční	neuspokojivé
		x		

Hodnocení práce a připomínky

Práce se zabývá numerickým řešením rovnic, což je oblast matematiky, která nachází široké uplatnění jak v matematice samotné, tak i v dalších vědních oborech (fyzika, chemie, ekonomie, atd.) a má i mnoho praktických aplikací (jmenujme například výpočty v meteorologických modelech nebo řešení rovnic týkajících se aerodynamiky při konstrukci letadel). Z tohoto pohledu považuji zvolené téma práce za zajímavé a to i vzhledem k tomu, že práce již ve svém názvu slibuje fyzikální aplikaci.

Práce je rozdělena do tří kapitol. V první kapitole jsou vyloženy základní metody řešení nelineárních rovnic. Výklad je veden velmi důkladně formou vět a důkazů, přitom ale nechybí motivace nových pojmů a postupů. Velmi kladně hodnotím precizně zpracované obrázky, které názorně ilustrují principy jednotlivých prezentovaných metod.

V druhé kapitole autor demonstruje jednotlivé metody na mnoha příkladech. Troufám si tvrdit, že příklady byly zvoleny vhodně, neboť jsou na nich ukázána různá úskalí metod (zejména co se týče problematiky volby počátečních hodnot). Výsledky jsou prezentovány formou tabulek, které jsou zpracovány opět velmi pečlivě. Pro samotné výpočty byl využit volně dostupný software Octave. Možná je trochu škoda, že v příloze práce nejsou uvedeny zdrojové kódy použitých algoritmů v jazyce systému Octave, čtenář by si tak mohl sám jednotlivé výpočty snadno vyzkoušet.

Ve třetí kapitole je uvedena dle mého názoru zajímavá fyzikální aplikace. Přestože nejsem profesí fyzik, troufám si tvrdit, že zvolená aplikace je netriviální a dobře demonstruje užitečnost numerických metod v praxi.

Přestože je práce zpracována velmi pečlivě, několik drobných nedostatků jsem objevil a uvádím je v podobě připomínek:

- Str. 10: V prvním odstavci kapitoly 1.2 se píše, že metoda bisekce je vždy konvergentní. Bylo by dobré zde ale hned zmínit, že toto tvrzení platí, pokud je funkce f ze vztahu (1.1) spojitá na intervalu, ve kterém se hledá její kořen.
- Str. 10: V důkazu věty 1.3 se píše: „…položme $a_0 = a_1$, $s_0 = b_1$.“ To mi přijde trochu matoucí, když se zavádí nové označení, tak se běžně píše na levé straně rovnosti: „…položme $a_1 = a_0$, $b_1 = s_0$.“
- Str. 11: Ve třetím odstavci zdola se píše, že kořen ξ leží vždy uvnitř intervalu $[a_n, b_n]$. Slovo „uvnitř“ nebylo zvoleno šťastně, neboť za vnitřek intervalu se v matematické analýze (v topologickém smyslu) považuje otevřený interval, tedy v tomto případě interval (a_n, b_n).
- Str. 16: V předpisu funkce g je desetinné číslo 1,2 psáno s mezerou za desetinnou čárkou, což není z typografického hlediska ideální. TeX při sazbě matematiky automaticky vkládá mezeru za každou čárku, což je dáno tím, že byl původně navržen pro anglicky psané texty. Tuto mezeru je možné odstranit vložením sekvence \! hned za desetinnou čárku (jedná so o „zápornou“ mezeru). Zmíněný typografický nedostatek se vyskytuje v textu u všech desetinných čísel psaných v matematickém režimu TeXu.
- Str. 19: V prvním odstavci se píše: „Tato myšlenka je založena na tom, že funkce f je diferencovatelná na intervalu $[a, b]$, přičemž platí, že existují taková reálná čísla c, d, která vyhovují nerovnici $0 < c \leq f'(x) \leq d$ a to pro všechna x z intervalu $[a, b]$.“ Nikde dříve ale v práci nebylo řečeno, že funkce f musí být diferencovatelná na intervalu $[a, b]$ a už vůbec ne, že by její první derivace musela ležet mezi nějakými dvěma kladnými reálnými čísly pro všechna x z intervalu $[a, b]$. Text by mi dával smysl spíše takto: „Jestliže je funkce f diferencovatelná na intervalu $[a, b]$ a existují taková reálná čísla c, d, že pro všechna x z intervalu $[a, b]$ je $0 < c \leq f'(x) \leq d$, pak můžeme využít následující myšlenku...“
- Str. 20: Při odvozování vztahu (1.11) by měl být vysloven předpoklad, že $f'(x_0) \neq 0$, jinak není zaručeno, že bude první iterace existovat. Podobně pro existenci dalších iterací musí platit $f'(x_{k-1}) \neq 0$, kde $k = 1, 2, \ldots$
- Str. 21: V důkazu tvrzení, že Newtonova metoda tečen je skutečně řádu dva, není zcela zřejmé, jakým způsobem je odvozen vztah pro $g^{(2)}(\xi)$. Prosím, aby toto autor ozřejmil u obhajoby.
- Str. 26: V popisku obrázku 1.11 by místo „Konvergence ke kořenu…“ mělo být „Konvergence ke kořeni…“
- Str. 32: V řešení příkladu 2.2.1 je na konci uvedeno: „Funkční hodnota funkce f v bodě x_7 je v řádu 10^{-10}.“ Podobná tvrzení se objevují i v dalších příkladech. Co znamená pojem „je v řádu“? Tento pojem není v textu nikde definován, a pokud je mi známo, tak se nejedná o běžně užívaný pojem.
- Str. 36: Na konci řešení příkladu 2.3.2 se píše: „Přibližným řešením ξ zadané rovnice, které splňuje podmínku $|f(\xi)| < 10^{-5}$, je hodnota –2,120249.“ V předchozím textu ale symbol ξ označoval skutečný kořen, zatímco zde se jedná o sedmou iteraci, tedy namísto symbolu ξ by mělo být použito x_7.

Závěr

Předložená práce je dle mého názoru velmi kvalitně zpracována a to jak z hlediska správnosti matematických tvrzení a logické argumentace, tak i z hlediska didaktického. Troufám si tvrdit, že text práce by mohl dobře posloužit zájemcům o první seznámení s metodami numerické matematiky a to zejména díky velmi srozumitelnému způsobu výkladu doplněnému množstvím názorných obrázků. Autor nesporně prokázal pedagogický talent i při volbě příkladů ilustrujících jednotlivé metody. Dalším kladem práce je i precizně provedená sazba v systému TeX, oceňuji zejména vzorný zápis rovnic, volbu vhodných symbolů a dodržování standardů matematické sazby.

Práce dle mého názoru splňuje všechny požadavky kladené na bakalářské práce v oboru Matematika se zaměřením na vzdělávání, a proto ji doporučuji k obhajobě s hodnocením A.

Otázky k obhajobě

1. Prosím autora, aby předvedl podrobný důkaz tvrzení, že Newtonova metoda tečen je skutečně řádu dva. Zejména se mi jedná o odvození vztahu pro $g^{(2)}(\xi)$.
2. Prosím autora, aby vysvětlil, co přesně znamená pojem „je v řádu“, který použil při řešení příkladu 2.2.1 a který se objevuje i v řešeních dalších příkladů.

Oponent bakalářské práce:

Jméno, tituly: RNDr. Michal Čihák, Ph. D. Podpis:

V Hradci Králové dne 7. 6. 2017