Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství

Bakalářská práce

Aplikace logistických modelů do praxe

Jakub Bestahovský

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Jakub Bestahovský

Informatika

Název práce

Aplikace logistických modelů do praxe

Název anglicky

Application of logistic models into practice

Cíle práce

Cílem bakalářské práce je vytvořit optimalizovaný logistický model pro dopravní trasy zvolené pobočky České pošty. Navrhnout nejkratší trasu pro doručování dopisů a zásilek a provést analýzu nákladů.

Metodika

První část práce se zabývá teorii logistických modelů a popisu použitelných metod a principů pro optimalizaci. Ve druhé, praktické části bude vytvořen dopravní model zvolené pobočky České pošty a následně bude provedena optimalizace pomocí metod uvedených v teoretické části. Optimalizované řešení bude porovnáno s původním a rozhodne se o výhodnosti nového řešení.

Doporučený rozsah práce

30-40 s.

Klíčová slova

logistika, optimalizace, trasa, dopravní úloha

Doporučené zdroje informací

BROŽOVÁ, H. – HOUŠKA, M. – ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. PROVOZNĚ EKONOMICKÁ FAKULTA. *Základní metody operační analýzy.* Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta ve vydavatelství Credit, 2002. ISBN 80-213-0951-2.

COOK, W. *Po stopách obchodního cestujícího : matematika na hranicích možností.* Praha: Dokořán, 2012. ISBN 978-80-7363-412-4.

JABLONSKÝ, J. *Operační výzkum : kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování.* Praha: Professional Publishing, 2004. ISBN 80-86419-42-8.

PERNICA, P. *Logistika : aktivní prvky.* Praha: Vysoká škola ekonomická, Podnikohospodářská fakulta, 1998. ISBN 80-7079-808-4.

SIXTA, J. – MAČÁT, V. *Logistika : teorie a praxe.* Brno: CP Books, 2005. ISBN 80-251-0573-3.

SVOBODA, V. – LATÝN, P. – ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE. DOPRAVNÍ FAKULTA. *Logistika.* Praha: ČVUT, 2003. ISBN 80-01-02735-.

ŠTŮSEK, J. – ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE. KATEDRA ŘÍZENÍ. *Logistický management.* Praha: Česká zemědělská univerzita, Provozně ekonomická fakulta, 2005. ISBN 80-213-1259-9.

ŠUBRT, T. *Ekonomicko-matematické metody.* Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2011. ISBN 978-80-7380-345-2.

Předběžný termín obhajoby

2021/22 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Roman Kvasnička, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 24. 11. 2021

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 29. 11. 2021

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 15. 03. 2022

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Aplikace logistických modelů do praxe" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 15.3.2022 ____________________________

Poděkování

Rád(a) bych touto cestou poděkoval panu Ing. Romanu Kvasničkovi, Ph.D. za cenné konzultace, věcné rady a především čas, který mi věnoval. Dále děkuji také vedoucí pobočky České pošty, paní Sandře Grimmové, za poskytnutí veškerých potřebných informací týkajících se pobočky Depa Příbram 70.

Aplikace logistických modelů do praxe

Abstrakt

Tato práce se zabývá řešením okružního dopravního problému pomocí dvou aproximačních metod. Jejím cílem je nalezení co nejkratší možné trasy pro pravidelný rozvoz zásilek pobočky České pošty Depo Příbram 70 se sídlem v ulici Zdabořská 494, 261 01 Příbram V-Zdaboř. V teoretické části jsou vysvětleny pojmy doprava, logistika, operační výzkum a jsou v ní představeny různé metody řešení dopravních úloh. V praktické části je pomocí vybraných metod z teoretické části nalezeno nejlepší možné řešení konkrétního okružního dopravního problému.

Klíčová slova:

Logistika, optimalizace, okružní trasa, pošta, dopravní úloha, okružní dopravní problém, Vogelova aproximační metoda, Metoda nejbližšího souseda

Application of logistic models into practice

Abstract

This thesis focuses on travelling salesman problem using two different approximation methods. The main aim is to find the best possible route for regular delivery of consignments by branch office of Česká pošta, Depo Příbram 70 with residence in Zdabořská 494, 261 01 Příbram V-Zdaboř. In the first part of this thesis there are explanations of terms such as transportation, logistics, operations research and various methods of solving trasportation problems are introduced. In the second part the best possible solution for specific travelling salesman problem is found using two of the introduced methods.

Keywords:

Logistics, optimalization, circular route, post office, transportation problem, travelling salesman problem, Vogel's approximation method, Nearest neighbors method

Obsah

Seznam obrázků

Seznam tabulek

1 Úvod

Předmětem této práce je optimalizace jedné z dopravních tras pro vybranou pobočku České pošty, Depo Příbram 70 se sídlem v ulici Zdabořská 494, 261 01 Příbram V-Zdaboř, která pravidelně rozváží dopisy a zásilky po Příbrami a okolních městech a vesnicích. Česká pošta disponuje jednou z nejrozšířenějších sítí poboček a výdejních míst, je proto důležité, aby dopravní spojení mezi nimi bylo co nejlepší.

Výchozím bodem dopravního okruhu je Depo Příbram 70, které je zároveň i místem cílovým. Tato práce se zaměřuje pouze na optimalizaci jedné trasy, a to z pohledu ujetých kilometrů. Další omezení, například časové možnosti jednotlivých míst na trase, nebudou v této práci brány v úvahu. Pro řešení bude využit okružní dopravní model.

Cílem každé společnosti je dosažení co nejvyššího zisku. Zisk je rozdílem mezi výnosy a náklady. Jedním z možných způsobů dosažení co nejvyššího zisku je tedy minimalizovat náklady, a náklady na dopravu se často na celkových nákladech podílejí v nemalé míře.

Zkrácení přepravních tras bude pro Depo Příbram výhodné, neboť ušetří část financí investovaných do přepravy zásilek, a tyto finance může alokovat na jiné náklady, například rozšíření vozového parku nebo skladových prostor.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem této práce je vytvořit optimalizovaný logistický model pro dopravní trasu pobočky České pošty, Depa Příbram 70, za použití vhodných aproximačních metod. Jako výchozí bude sloužit vybraná trasa rozvozu Depa Příbram 70, která je momentálně užívána. Trasa bude optimalizována a následně bude provedena analýza nákladů.

2.2 Metodika

Práce bude rozdělena do dvou částí, teoretické a praktické, přičemž teoretická část se bude zabývat dopravou, teorií logistických modelů a popisu metod využitých v následné optimalizaci. Ve vlastní praktické části bude vytvořen dopravní model rozvozové trasy Depa Příbram 70 a bude provedena optimalizace pomocí vybraných metod popsaných v teoretické části. Optimalizované řešení bude porovnáno s původní trasou, a to jak z pohledu ujeté vzdálenosti, tak z pohledu nákladů.

3 Teoretická východiska

3.1 Doprava

Sixta a Mačát (2010) dopravu definují následovně: *„Doprava je záměrná pohybová činnost, která spočívá v přemístění věcí nebo osob prostřednictvím pohybu dopravních prostředků po dopravních cestách.“*

Funkčním posláním dopravy je přemístění lidí a hmotných statků k uspokojení potřeb zákazníků. (Svoboda, Latýn, 2003)

3.1.1 Logistická doprava

Doprava v logistice zastává funkci nositele hmotného materiálového toku. Jde specifickou lidskou činnost, jejímž údělem je ekonomicky zdůvodněné přemístění osob a hmotných statků za účelem uspokojit přemisťovací potřeby zákazníka. (Svoboda, 2004)

Doprava umožňuje propojení jednotlivých článku logistického řetězce. Dosahuje tím proto, že zajišťuje přemístění výrobků z míst, kde jsou vyráběny do míst, kde jsou spotřebovávány. Dále umožňují naplnění například manipulačních či skladovacích funkcí. Doprava zajišťuje, aby byly spotřebiteli dodány požadované výrobky včas, beze škod a v žádaném množství. (Štůsek, 2005)

Náklady na dopravu mívají často vysoký podíl na konečné ceně výrobku, a často jsou mezi nejvyššími náklady v logistickém řetězci. Včasným a kvalitním dodáním výrobku ke spotřebiteli totiž výrazně zvyšuje přidanou hodnotu výrobku i spotřebitelského servisu. (Sixta, Mačát, 2010)

Důsledkem kvalitnější přepravy je také možnost omezení nákladů na skladování, manipulaci s materiály, a hlavně vázanosti kapitálových prostředků v logistických zásobách, které ve vyspělých průmyslových státech zaujímají přes polovinu celkových výrobních nákladů. Díky optimalizaci dopravy lze tyto náklady značně minimalizovat. (Svoboda, 2004)

3.1.2 Silniční doprava

Silniční doprava zaujímá největší část dopravního trhu. Její významnost plyne z její operativnosti a rychlosti. Zároveň je nejvíce umožňuje shodu dodavatele s požadavkem zákazníků. (Štůsek, 2005)

Díky své flexibilnosti plynoucí z velké části z hustoty silniční sítě, je silniční doprava vhodná pro přímou přepravu i hodnotnějších druhů zboží, a to zejména na krátké a střední, avšak někdy i na dlouhé vzdálenosti. (Sixta, Mačát, 2010)

Negativní stránkou silniční dopravy je silné znečištění životního prostředí, společně s nárůstem silniční dopravy a následným přetížením dopravní infrastruktury. (Štůsek, 2005)

3.1.3 Doprava a Logistika

Svoboda (2004) říká, že: *„Dopravní logistika pojednává o postavení a funkci dopravy v logistických systémech, tedy o působení dopravy na logistické systémy.“*

Dopravní logistika se věnuje řízení dopravních a přepravních procesů. Jedná se hlavně o procesy pohybu zásilek, o prostorové rozmístění kapacit a všechny ostatní procesy, které souvisejí s pohybem prostředků, zařízení, zásilek, či třeba s přepravou osob. (Štůsek, 2005)

Cílem snažení dopravní logistiky je snižování dopravní a přepravní náročnosti co se pohybu dopravních prostředků a materiálů hmotného toku logistického řetězce týče. Odstraněním neproduktivních dopravních prostředků, přemisťování materiálu a osob dochází ke snižování spotřeby energie, kapitálových prostředků a celkových logistických nákladů. (Štůsek, 2005)

3.2 Logistika

Logistika je v různých podobách v kontaktu s každým jedincem lidské společnosti. Je to jeden z mnoha nástrojů vědeckého řízení. (Daněk, 2004, str. 6)

3.2.1 Definice logistiky

V literatuře můžeme najít různé definice logistiky. Podstatou všech těchto definic bývá optimalizace toků počínajících u zdroje surovin až po konečného spotřebitele tak, aby došlo k uspokojení trhu. (Daněk, 2004, str. 9)

Daněk (2004, s. 9) definuje logistiku takto: *„Logistika je organizování těchto toků tak, aby požadovaný materiál (zboží) v požadované kvalitě, v požadovaném množství byl dodán na dohodnuté místo v požadovaném čase s vynaložením vyhovujících (pokud možno optimálních) nákladů.“*

Kortschak (1994, str. 41) říká, že logistika je: *„Věda o koordinaci aktivních a pasivních prvků podniku směřujících k nejnižším nákladům v čase, ke zlepšení flexibility a přizpůsobivosti podniku na měnící se obecné hospodářské podmínky a trh.*“

Logistika zahrnuje procesy plánování, realizace i kontroly hmotného a informačního toku v logistickém řetězci od místa odbytu až k místu spotřeby, podle požadavků zákazníka. (Štůsek, 2005)

Jedná se o řízení toků materiálových a informačních toků s cílem uspokojit požadavky konečného spotřebitele, a to v rámci vývoje výrobku, řízení požadavku spotřebitele, přemístění výrobku ke spotřebiteli a zpracování odpadu s výrobkem souvisejícím. (Sixta, Mačát, 2010)

Logistika by měla brát v potaz dva hlavní cíle podniku, pokud se má s její pomocí dosáhnout zachování hospodárnosti podniku. Prvním z těchto cílů je dosažení trvalého finančního přebytku, druhým z těchto cílů je zajištění likvidity podniku. (Kortschak, 1994, str. 42)

Logistika a její pracovníci by se neměli zaměřovat pouze na optimalizaci dílčích částí logistického systému, měla by řešit i optimalizaci celého systému jako celku. (Sixta, Mačát, 2010)

3.2.2 Logistické řetězce

Logistické řetězce se skládají z kroků procesu vytváření hodnoty, které jsou spolu propojeny přepravními procesy. Na začátku řetězce se nachází surovina, na konci řetězce se nachází finální produkt, či převzetí produktu zákazníkem. Mezi začátkem a koncem řetězce jsou jednotlivé kroky, které postupně zhodnocují prvotní surovinu. Ty mohou být automatizovány, nebo vykonávány odborníky, díky kterým se zvýší kvalita poskytnuté služby, nebo umožní přeuspořádání celého procesu k dosažení minimálních nákladů. (Kortschak, 1994, str. 63)

Jedná se o dynamické propojení trhu spotřeby s trhem zdrojů, jak co se týče hmotných, tak i informačních toků, které má za úkol flexibilně a s minimálními náklady uspokojit konečný článek tohoto propojení. (Štůsek, 2005)

Logistický řetězec s průmyslovými výrobními postupy je často tvořen surovinami, pomocnými látkami, provozním materiálem a dodávkami z jiných podniků, které jsou zajištěny zásobovacím křídlem podniku. (Kortschak, 1994, str. 65)

Takže kromě kroků, tedy činností, sloužících k transformaci objednávky v dodání objednaného zboží, jsou součástí logistického řetězce také zařízení a pracovníci, tedy aktivní prvky řetězce, a samotné suroviny, materiály, rozpracované či hotové výrobky řetězcem prostupující, tedy pasivní prvky logistického řetězce. (Pernica, 1998)

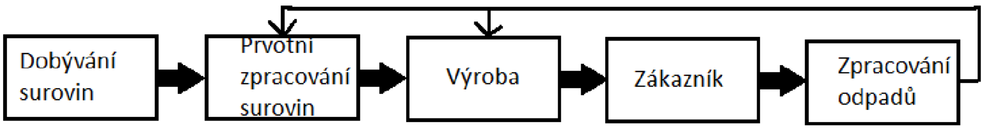
Aby byl logistický řetězec co nejvíce efektivní, musí logistika optimalizovat nejen jeho materiálové toky, ale i informační, finanční a obalové toky. Logistiku tedy můžeme rozdělit na tyto dílčí celky:

1. zásobovací logistika
2. výrobní logistika
3. distribuční logistika

Tyto celky jsou ovšem stále součástí jednoho logistického řetězce. Zásobovací logistika se soustředí na tu část logistického řetězce, která spojuje dodavatele s výrobcem či odběratelem. Ve výrobní logistice je větší důraz kladen na toky materiálu ve výrobě a montáži. Distribuční logistika se zase věnuje na alokaci skladů a toky hotových výrobků mezi výrobcem a spotřebitelem. (Daněk, 2004, str. 9)

Základem uspokojení potřeb zákazníků jsou materiálové toky. Materiálový tok můžeme chápat jako přesun materiálu od zdroje surovin přes všechna jejich zpracování, zhodnocení a přetvoření na hotové výrobky, včetně dodání výrobku ke konečnému uživateli a následného zpracování případného odpadu. (Daněk, 2004, str. 11)

Obrázek 1 - Materiálový tok



Zdroj: Logistika, Daněk, 2004, str. 11

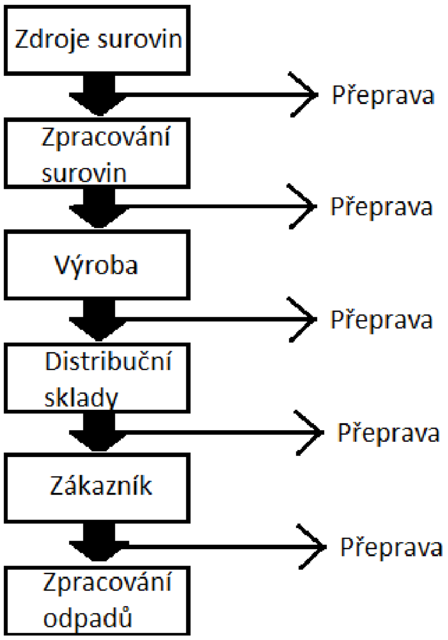
Pro realizaci materiálového toku jsou využívány aktivní i pasivní prvky logistického řetězce. Aktivní prvky jsou takové, které svým působením ovlivňují pasivní prvky. Jsou to například manipulační zařízení a dopravní prostředky. Pasivními prvky naopak rozumíme takové prvky logistického řetězce, které jsou ovlivňovány aktivními prvky. Zejména se jedná o manipulační a přepravní jednotky. (Daněk, 2004, str. 11)

Úkolem aktivních prvků v logistickém řetězci je realizovat logistické funkce, tedy umožňovat operace s prvky pasivními. Jedná se o operace, jako je například balení, nakládání, přeprava, uskladňování, kontrola a další. Lidská složka je nedílnou součástí aktivních prvků, neboť pracovníci obsluhují některá zařízení, nebo stojí za procesem rozhodování, který ovlivňuje fungování dalších aktivních složek v řetězci. (Pernica, 1998)

Pasivní prvky jsou věci a informace, které se v logistickém řetězci pohybují. Zejména se jedná o suroviny, pomocný materiál, díly a jiné. Jejich pohyb z místa jejich vzniku, skrze všechny aktivní prvky logistického řetězce až do místa spotřeby představuje významnou část hmotné i informační části logistických řetězců. (Štůsek, 2005)

Z širšího pohledu na materiálový tok spatříme přepravní řetězec, jehož organizací je realizován jak přesun materiálu ve všech jeho formách mezi jednotlivými místy pro zpracování materiálu, tak i dodání hotového výrobku ke konečnému uživateli a k následnému zpracování odpadů. (Daněk, 2004, str. 11)

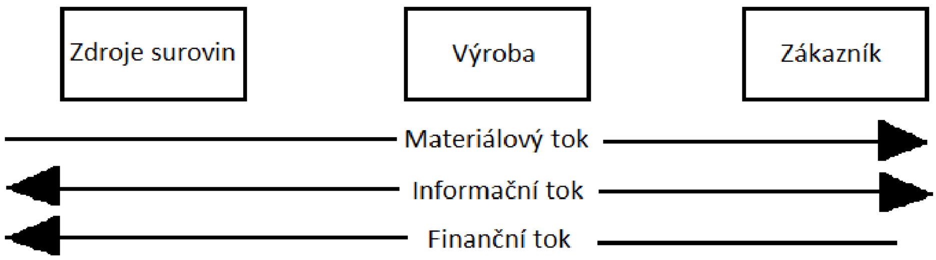
Obrázek 2 - Přepravní řetězec



Zdroj: Logistika, Daněk, 2004, str. 11

Z ještě širšího pohledu na materiálový tok již můžeme vidět celý logistický řetězec, který kromě pohybu materiálu zahrnuje i veškeré činnosti s tím související. Jsou to činnosti jako plánování, administrativní činnosti, pohyb informací, organizace materiálového toku apod. Součástí logistického řetězce jsou i materiálový tok a přepravní řetězec. (Daněk, 2004, str. 11)

Obrázek 3 - Logistický řetězec



Zdroj: Logistika, Daněk, 2004, str. 11

Jedná se o souhrn činností, mezi které se řadí všechny mezikroky od získání suroviny z primárních zdrojů až po dodání ke konečnému spotřebiteli. Počítají se mezi ně činnosti jako je doprava, manipulace, skladování a přidružené informační i řídící procesy. (Svoboda, Latýn, 2003)

3.2.3 Cíle Logistiky

Daněk (2004, str. 12) uvádí, že: *„Cílem logistiky je optimalizace logistických činností a nákladů.“*

Přičemž mezi logistické činnosti řadíme činnosti, které umožňují správné fungování logistického řetězce. Věnují se dodací lhůtě, dodací spolehlivosti, dodací pružnosti a dodací kvalitě. (Daněk, 2004, str. 12)

Tyto činnosti vychází z informace od spotřebitele, jenž je konečným a nejdůležitějším článkem logistického řetězce. Jejich realizací dochází k naplnění vnějších cílů logistiky podniku, tedy k uspokojení potřeb spotřebitele. (Sixta, Mačát, 2010)

Tyto činnosti dopomáhají ke splnění vnitřních cílů logistiky podniku, tedy ke snížení nákladů a dosažení celopodnikových cílů při dodržení vnějších cílů. (Sixta, Mačát, 2010)

Do logistických nákladů zase řadíme náklady na systém a řízení, zásoby, skladování, přemístění vně i mimo podnik, manipulaci, pojistné, úroky z úvěrů a ztráty. (Daněk, 2004, str. 14)

Cestu k cíli logistiky ovlivňuje řada faktorů. Najdeme mezi nimi požadavky trhu a tržní situaci, výrobní program, způsoby přepravy, výrobně-ekonomické rámcové podmínky, technologické určující podmínky a právní rámcové podmínky. (Daněk, 2004, str. 15)

Můžeme říct, že cílem logistiky je vyřadit z logistického řetězce takové aktivní i pasivní prvky, které nijak nepomáhají k dosažení cílené produkce a pouze zvyšují zbytné náklady. Dále pak jde samozřejmě o koordinaci zbylých aktivních prvků tak, aby byl tok pasivních prvků v řetězci nejoptimálnější. (Pernica, 1998)

3.2.4 Rozhodování

Rozhodování je proces, jehož výsledkem by měla být změna stavu systému. Daněk (2004) dělí rozhodování na tři typy, na základě údajů o objektu rozhodování.

1. Rozhodování za určitosti, kdy je pro každou variantu znám její přesný a jediný výsledek.
2. Rozhodování za rizika, kdy je každé variantě přiřazena pravděpodobnost úspěchu.
3. Rozhodování za neurčitosti, kdy není známa pravděpodobnost úspěchu jednotlivých variant.

3.2.4.1 Metody rozhodování

V případě, kdy jsou k dispozici číselné údaje, tedy kvantitativní data, je k řešení daného problému využito kvantitativních metod. Tyto metody pracují s číselnými daty a vazbami mezi nimi, a lze s nimi dosáhnout jiných požadovaných číselných údajů potřebných pro vlastní rozhodnutí. (Daněk, 2006, str. 153)

Základem je vytvoření číselného matematického modelu, který odpovídá určité reálné situaci, a s jeho pomocí poté nalézt co možná nejoptimálnější řešení dané reálné situace. Důležité při tom je, aby v modelu byla zachována funkčnost jak jednotlivých složek, tak celého reálného systému, pro který byl model vytvořen. (Daněk, 2006, str. 161)

3.3 Operační výzkum

3.3.1 Podstata operačního výzkumu

Pro lepší pochopení termínu „operační výzkum“ je možné převrátit jeho slovosled jako „výzkum operací“. Po takovéto úpravě lze z pojmu lépe poznat, že se jedná o vědní disciplínu, nebo přesněji jejich soubor, které jsou určené k analýze všech možných druhů rozhodovacích problémů. (Jablonský, 2002, str. 9)

Jablonský (2002, str. 9) říká, že: *„Operační výzkum nachází aplikace všude tam, kde se jedná o analýzu a koordinaci provádění operací v rámci nějakého systému.“*

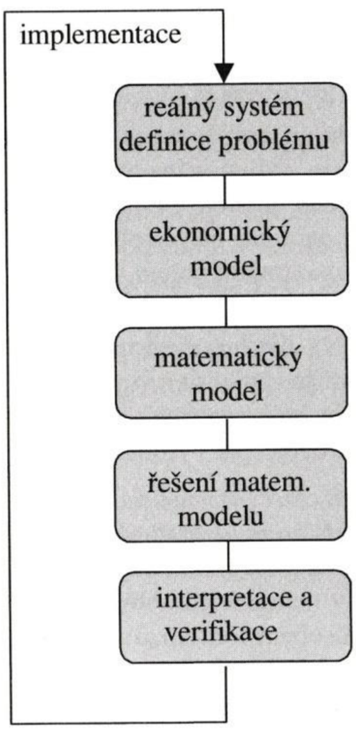
Systémem je popisován souhrn určitých reálných objektů a vztahů mezi nimi, který slouží k popisu předmětu nebo jevu, jenž je působením vnějších vlivů sestaven z několika částí v jeden celek. Je to množina prvků a jejich vazeb tvořících dohromady celek, u kterého je možné pozorovat určité vlastnosti a chování. (Brožová, Houška, 2008, str. 5)

Vznik operačního výzkumu se datuje zhruba do 30. a 40. let minulého století. Jeho rozvoj, vycházející z praktických potřeb, se naplno rozjel během 2. světové války, kde bylo potřeba analyzovat složité strategické a taktické vojenské operace, a také během 50. let, kdy docházelo k rychlému ekonomickému rozvoji. (Jablonský, 2002, str. 9)

Cílem operačního výzkumu je zajištění co nejlepšího možného fungování zkoumaného systému. Dosahuje toho pomocí analýzy procesu operací prováděných v rámci zkoumaného systému a jejich vzájemných vztahů. Musí přitom respektovat řadu omezujících faktorů, které mají na chod systému vliv. Patří mezi ně například vnější činitelé, jiné operace, čerpání omezených zdrojů a další. (Jablonský, 2002, str. 9)

Při analýze systému pomocí operačního výzkumu se jako základní nástroj používá matematické modelování, analyzuje se tedy model zkoumaného systému. Modelováním vznikne pouze zjednodušený obraz daného systému, jenž má však spoustu výhod, které umožňují studium modelovaného systému. Mezi tyto výhody patří umožnění strukturalizace systému a specifikace všech možných jeho stavů. Dále je pomocí modelu možné analyzovat chování, které v systému může trvat dny, měsíce, nebo roky, ve zkráceném čase. Také se u modelu snadno mění parametry, čímž s nimi lze snadno experimentovat, což vždy spotřebuje nižší náklady než experimentování s reálným systémem. (Jablonský, 2002, str. 10)

Obrázek 4 - Fáze při aplikaci operačního výzkumu



Zdroj: Operační výzkum, Jablonský, 2002, str. 11

Správně vytvořený matematický model by měl popsat všechny relevantní faktory pro daný systém a situaci, aby poskytl možnost výzkumu všech podstatných vztahů mezi prvky zkoumaného systému. V posledních krocích analýzy modelu se vychází z matematického schématu vzniklého postupným popisem systému. (Brožová, Houška, 2008, str. 11)

Aplikace operačního výzkumu na reálný rozhodovací problém se skládá z několika na sebe navazujících fází, jak je vidět na obrázku 4.

1. První fází je *rozpoznání problému v rámci reálného systému a jeho definice*. V této fázi je potřeba rozpoznat problém a odhadnout potřebu modelového přístupu pro jeho analýzu.
2. *Formulace ekonomického modelu*. Přílišná složitost reálného systému si žádá zjednodušení, aby mohl být systém převeden na matematický model. Ekonomický model je tak předchůdce toho matematického. Jedná se o zjednodušený popis reálného systému, který obsahuje pro analyzovaný problém jen podstatné prvky a vazby mezi nimi.
3. *Formulace matematického modelu*. Pro řešení daného problému je nutná formalizace – převod ekonomického modelu na model matematický, který lze řešit standartními postupy.
4. *Řešení matematického modelu*. Jedná se o technickou záležitost, kde se dnes používají programové systémy, které jsou nezbytné pro zpracování reálných úloh.
5. *Interpretace a verifikace výsledků*. Pro správné zavedení získaného optimálního řešení je potřeba toto řešení správně interpretovat, a následně také verifikovat správnost sestavení matematického modelu, zda skutečně plně odpovídá reálnému systému.
6. *Implementace optimálního řešení v rámci reálného systému*. Pokud se verifikací zjistí, že optimální řešení lze aplikovat na systém, přechází se k implementaci optimálního řešení. Správně provedená implementace by měla způsobit zlepšení fungování daného systému v rámci sledovaného problému a s ohledem na cíl definovaný v modelu. (Jablonský, 2002, str. 10)

3.3.2 Disciplíny operačního výzkumu

Modely operačního výzkumu se zabývají různorodými oblastmi ekonomického života, a z toho důvodu vznikla řada samostatných disciplín pro řešení jednotlivých tříd problémů různých odvětví operačního výzkumu. (Jablonský, 2002, str. 13)

1. *Matematické programování* se zabývá řešením optimalizačních úloh, které spočívají v nalezení extrému daného kritéria s ohledem na omezující podmínky. (Jablonský, 2002, str. 13)
   V praxi to znamená, že cílem matematického programování je nalézt optimální řešení problému a na základě předem určených podmínek učinit optimální rozhodnutí. (Brožová, Houška, 2008, str. 52)
   Matematický zápis úlohy matematického programování lze zapsat jako:

   $$\begin{array}{ll} \text{maximalizace (minimalizace)} & z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \\ \text{za podmínek} & g_1 = (x_1, x_2, \ldots, x_n) >= 0, \\ & g_2 = (x_1, x_2, \ldots, x_n) >= 0, \\ & \vdots \\ & g_m = (x_1, x_2, \ldots, x_n) >= 0, \\ & x_j >= 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n, \end{array}$$

   kde *n* je počet proměnných modelu, *m* je počet jeho omezujících podmínek a $f(x)$, $g_i(x)$, $i = 1, 2, \ldots, m$ jsou obecné funkce *n* proměnných. Pokud je kriteriální funkce lineární, a zároveň jsou všechny rovnice i nerovnice použité v modelu také lineární, jedná se potom o úlohu *lineárního programování*. (Jablonský, 2002, str. 14)

2. *Vícekriteriální rozhodování* se zabývá analýzou rozhodovacích úloh, kde se pro rozhodnutí mezi dostupnými variantami řešení zvažuje více hodnotících kritérií zároveň. Hodnotící kritéria přitom nebývají ve vzájemném souladu, cílem vícekriteriálního rozhodování je tedy řešení konfliktu těchto kritérií. (Jablonský, 2002, str. 14)
   Řešení konfliktu kritérií nebude vždy předpokládat optimalizaci všech kritérií, neboť kritéria jsou subjektivně hodnocena. Nejedná se tedy o optimální řešení, nýbrž o kompromisní řešení. (Brožová, Houška, 2008, str. 110)

3. *Teorie grafů* využívá pro řešení optimalizačních úloh grafy skládající se z uzlů a hranami mezi nimi. (Jablonský, 2002, str. 14)
   Ve většině případů však neexistují konečné algoritmy, které by vedly k optimálnímu řešení. Pro získání řešení se tak používají přibližné algoritmy. (Brožová, Houška, 2008, str. 164)
4. *Teorie zásob* se zabývá strategií řízení zásobovacího procesu a jeho optimalizaci, s ohledem na minimalizaci nákladů. (Jablonský, 2002, str. 15)
5. *Teorie hromadné obsluhy* se věnuje systémům, ve kterých se vyskytují dva základní typy jednotek – požadavky a obslužné linky. Požadavky přicházejí z vnějšího okolí do systému a vyžadují obsluhu, obslužné linky tuto obsluhu vykonávají. Samotná analýza potom bývá řešením konfliktu využití obslužných linek a dobou čekání požadavků, než přijde čas na jejich obsluhu. (Jablonský, 2002, s. 15)
   Takové řešení představuje organizaci, při které obslužné linky dosahují co nejvyššího zisku, nedochází ke ztrátám z nevyužívaných obslužných linek a nedochází ke ztrátám dlouho čekajících požadavků, například v podobě netrpělivých zákazníků. (Brožová, Houška, 2008, str. 220)
6. *Modely obnovy* zkoumají systémy, ve kterých se vyskytují jednotky, které po náhodně dlouhé době provozu vyžadují opravu či náhradu za nové. (Jablonský, 2002, str. 16)
7. *Markovovy rozhodovací procesy* se využívají pro analýzu systémů, které mohou ve sledovaných časových úsecích nabýt jednoho z konečného počtu stavů na základě náhodného chování. (Jablonský, 2002, str. 16)
8. *Teorie her* se využívá v situacích, kde figuruje více než jeden účastník. V této situaci neboli hře, staví jednotliví hráči své strategie chování, na kterých závisí optimální řešení konfliktní situace. (Jablonský, 2002, str. 16)
   Při konfliktní situaci dochází ke střetu zájmů účastníků hry, přičemž dosažení optimálního výsledku jednoho účastníka hry je korigováno cíli a zájmy ostatních účastníků. (Šubrt et al, 2011, str. 145)
9. *Simulace* se používají pro sledování stavu zkoumaného systému při změnách parametrů systému, které ovlivňují jeho chování, a následné optimalizace takového systému. Výhodou simulace je, že operace, které v reálném čase mohou

trvat roky, je možné sledovat díky počítačové technice v jednotkách vteřin. (Jablonský, 2002, str. 16)

3.3.3 Lineární programování

Lineární programování definuje Jablonský (2002, str. 19) jako: *„disciplína operačního výzkumu, která se zabývá řešením rozhodovacích problémů, ve kterých jde o určení intenzit realizace procesů, které probíhají, nebo mohou probíhat v daném systému. Je při tom třeba respektovat všechny podmínky, které realizaci těchto procesů ovlivňují, a najít takové řešení, aby byl cíl rozhodování splněn co nejlépe.“*

Lineární programování je tedy nástrojem pro naplánování a následnou realizaci systémových procesů a činností, který zajišťuje dosažení optimálního výsledku vzhledem k předem danému cíli. (Jablonský, 2002, str. 19)

Model lineárního programování je výhodný v tom, že model je v celku snadno možné formulovat, především je však výhodný díky využití simplexového algoritmu, což je jednoznačný a obecný postup řešení. Simplexový algoritmus je založený na Jordanově eliminační metodě, která slouží k řešení soustavy lineárních rovnic s ohledem na optimalitu a přípustnost řešení. (Brožová, Houška, 2008, str. 85)

3.3.4 Distribuční úlohy lineárního programování

Distribuční neboli dopravní problém se zabývá rozvržením rozvozu určitého zboží nebo materiálu od dodavatele (*zdroje*) k odběrateli (*cílové místo*), a to tak, aby se co nejvíce *minimalizovaly celkové náklady* vynaložené na řečený rozvoz. Definuje se zde *m*-zdrojů s omezenými kapacitami a *n*-cílových míst se stanovenými požadavky. Pro každou dvojici *zdroj-cílové místo* je nějakým způsobem ohodnocen jejich vztah. Toto hodnocení může vyjadřovat například náklady na přepravu jedné jednotky zboží nebo kilometrová vzdálenost. Řešení dopravního problému si udává za cíl stanovit objem přepravy mezi zdroji a cílovými místy tak, aby *kapacity zdrojů* nebyly překročeny, a aby *požadavky cílových míst* byly uspokojeny. (Jablonský, 2002, str. 91)

3.3.4.1 Kontejnerový dopravní problém

Kontejnerový dopravní problém je případ dopravního problému, kdy přeprava mezi dodavateli a odběrateli probíhá pouze za využití kontejnerů s kapacitou *K* jednotek přepravovaného zboží. Náklady na přepravu se tedy nepočítají za jednu jednotku, počítají se za jeden kontejner. Neřeší se, zda-li je kontejner plný nebo prázdný, náklady na přepravu jednoho kontejneru jsou stále stejné. Optimálním řešením takové úlohy je co nejvyšší využití přepravovaných kontejnerů. (Jablonský, 2002, str. 103)

3.3.4.2 Obecný distribuční problém

Obecný distribuční problém řeší úlohy, ve kterých jsou kapacity zdrojů uvedeny v odlišných jednotkách než požadavky odběratelů. Aby bylo možné mezi sebou kapacity a požadavky porovnat, je nutné zavést do modelu určité převodní koeficienty. (Jablonský, 2002, str. 105)

3.3.4.3 Přiřazovací problém

Při řešení přiřazovacího problému je cílem nalézt takové vzájemně jednoznačně přiřazené dvojice jednotek ze dvou skupin, aby takto přiřazené jednotky byly co nejefektivnější. Každá dvojice jednotek má přitom ohodnocení daného přiřazení, které ukazuje efektivnost dané dvojice. Optimálním řešením takové úlohy je přiřazení každé jednotky z první skupiny k nějaké jednotce druhé skupiny tak, aby všechny jednotky z obou skupin byly ve dvojici a aby takové dvojice měly co největší ohodnocení. (Jablonský, 2002, str. 107)

3.3.5 Okružní dopravní problém

Okružní dopravní problém je speciálním případem distribuční úlohy a teorie grafů. Cílem v okružním dopravním problému, také známém jako problémem obchodního cestujícího, je vyjít z výchozího místa, navštívit daná místa v libovolném pořadí právě jednou a vrátit se zpět do výchozího místa tak, aby délka této cesty byla co nejkratší. V podstatě se jedná o nalezení nejkratšího okruhu, který začíná a končí ve stejném místě a zahrnuje všechna ostatní místa. (Jablonský, 2002, str. 111)

Využívá se v situacích, ve kterých je potřeba rozvést určitý materiál od jednoho, nebo malého počtu dodavatelů k většímu počtu spotřebitelů, nebo naopak. Zavedením okružního spojení se na rozdíl od realizování zvlášť každé trasy od dodavatele ke spotřebiteli ušetří náklady finanční, časové či jiné, neboť jediným výjezdem je pak možné uspokojit potřeby vícero spotřebitelů, a ušetřit tak za více výjezdů. (Šubrt et al, 2011, str. 102)

Své využití nalezne řešení okružního dopravního problému ale i u genetického výzkumu, kde je díky němu možné určit pozici genetických markerů, nebo u pozorování vesmírných objektů, kde algoritmus řešení okružního dopravního problému pomáhá s naplánováním pozorovacích pozic teleskopů, či například u průmyslových strojů, které stále dokola opakují stejné úkony, pohybující se po sejné „trase“. (Cook, 2012, str. 64 – 70)

V minulosti řešili okružní dopravní problém nejen obchodní cestující, ale také kazatelé, právníci či soudci, kteří se pohybovali po oblasti patřící do jejich jurisdikce mezi vícero vesnicemi a městy. (Cook, 2012, str. 33)

Mezi matematiky, kteří položili základy řešení okružního dopravního problému se řadí matematici Euler a Hamilton. Oba se věnovali řešení okružního dopravního problému, avšak každý jiným způsobem. Euler hledal takovou trasu v síti cest mezi jednotlivými body, která by procházela každou trasu jen jednou. Dal tak vzniknout pojmu Eulerův tah, což je uzavřená trasa, která prochází každou cestou mezi dvěma body právě jednou. (Cook, 2012, str. 41)

Hamilton zase hledal takovou trasu, ve které by každé místo navštívil pouze jednou. Využil k tomu graf, ve kterém vrcholy grafu znázorňovaly místa, která chtěl projít, a hrany znázorňovaly cesty mezi těmito místy. Vznikl tak pojem Hamiltonová kružnice, což je uzavřená trasa v grafu, která prochází každým jeho vrcholem právě jednou. (Cook, 2012, str. 45)

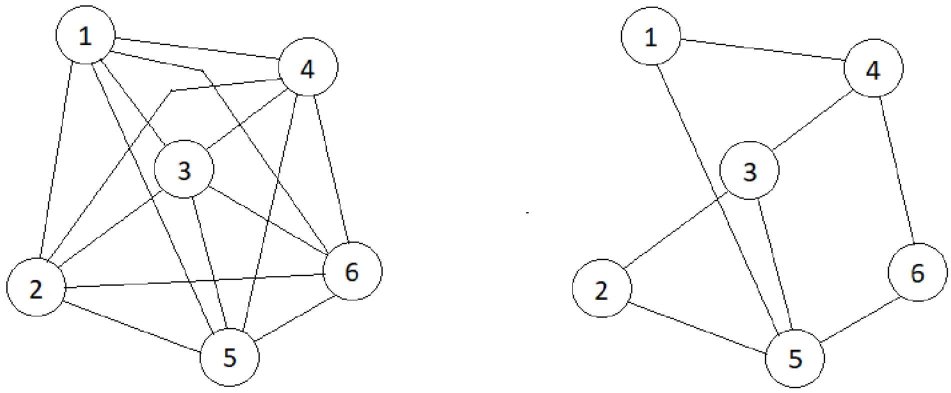
Obecnou formulací okružního dopravního problému podle Šubrta et al (2011, str. 103) je: *„Je dáno n míst (měst, uzlů) a sazba c_{ij} pro každou dvojici těchto měst (i, j) představující např. vzdálenost, spotřebu času nebo náklady přímé (či nejvýhodnější) spojení z místa i do místa j. Cílem úlohy je propojit všechna místa okružním spojením, tj. najít takovou posloupnost těchto míst, ve které se každé z nich vyskytuje právě jednou s výjimkou počátečního, které se objeví opět na jejím konci, aby součet sazeb pro jednotlivá spojení v této posloupnosti byl minimální.“*

Výhodným nástrojem pro řešení tohoto problému je grafy, kde jednotlivá místa jsou znázorněna jako vrcholy grafu a spojení mezi jednotlivými místy jsou znázorněna jako hrany grafu. Vzdálenost mezi místy vnímáme jako ohodnocení příslušných hran.

Existují základní dva druhy okružního dopravního problému. (Brožová, Houška, 2008, str. 156)

1. *Problém s úplnou sítí cest* – Mezi libovolně zvolenými místy existuje přímá cesta
2. *Problém s neúplnou sítí cest* – Neexistuje přímé spojení každých dvou míst

Obrázek 5 - Okružní problém s úplnou a neúplnou cestní sítí



Zdroj: Základní metody operační analýzy, Brožová, Houška, 2008, str. 156

3.3.5.1 Metoda nejbližšího souseda

Jedná se o nejjednodušší možné řešení klasického okružního dopravního problému. Postupuje postupně po jednotlivých místech okruhu, a to nejprve volbou počátečního výchozího místa. Z výchozího místa pokračuje trasa do místa, do něhož je z výchozího místa nejvýhodnější spojení. Ze zvoleného místa se postup opakuje s tím, že jako další možná místa trasy se vybírají jen taková, která doposud vybrána nebyla. Když už žádná další místa nezbývají, zařadí se do trasy ještě spojení mezi posledním zvoleným místem do výchozího místa, zpět na začátek. Nevýhodou této metody je krátkozraká strategie, jelikož v pozdějších krocích mohou být k dispozici pouze nevýhodné trasy, které svou nevýhodností převáží výhodné volby prvních kroků. Tento celý postup se opakuje s tím rozdílem, že jako výchozí místo jsou zvolena postupně všechna místa okruhu. Pro všechny nalezené okruhy se pak vybere ten nejvýhodnější okruh s nejmenším součtem ohodnocení jednotlivých spojení. (Brožová, Houška, 2008, str. 157)

Přesto že takový algoritmus může vypadat jako rozumný či rozumný postup, málokdy lze s jeho pomocí naleznout nejlepší řešení. Jeho největší nevýhodou může být již řečená krátkozraká strategie, kdy uvažujeme vždy pouze jeden krok dopředu. Může se tak stát to, že dojde k vyčerpání všech krátkých cest, a jako jediné možné ještě nerealizované cesty zbydou právě ty, které mají velice nevýhodnou délku. (Cook, 2012, str.81)

Postup výpočtu metody nejbližšího souseda v matici sazeb

1. Vybereme výchozí místo a v jeho řádku zvolíme místo s minimálním ohodnocením (sazbou) a zvolené místo přidáme do výsledné trasy
2. Vyškrtneme sloupec právě zvoleného místa z matice
3. V řádku právě zvoleného místa vybereme opět místo s minimální sazbou, kromě výchozího.
4. Postup opakujeme, dokud nejsou do trasy zařazena všechna místa
5. V posledním řádku odpovídajícímu doposud koncovému místu zvolíme sazbu pro výchozí místo a přidáme ho do trasy.
6. Sečteme zvolené sazby vytvořené okružní trasy (Brožová, Houška, 2008, str. 158)

3.3.5.2 Vogelova aproximační metoda

Při použití Vogelovy aproximační metody se na začátku zapíšou sloupcové a řádkové diference, v průběhu algoritmu se pak zvýrazňují zvolené a do trasy zařazené sazby v matici sazeb. Když dojde k zařazení, tedy zvýraznění sazby, vyškrtne se nejen sloupec, který odpovídá zvolenému místu, ale i celý řádek. Zároveň se vyškrtne také sazba, která s již dříve zvýrazněnými sazbami předčasně uzavírá okruh. Po vyškrtání se zapisují sloupcové i řádkové diference. (Brožová, Houška, 2008, str. 158)

Postup výpočtu Vogelovou aproximační metodou v matici sazeb

1. Najdeme řádek s nejvyšší diferencí a z něho vybereme trasu s nejnižší sazbou, kterou si zvýrazníme
2. Vyškrtneme sloupec i řádek právě zvolené trasy, a zároveň vyškrtneme i trasu, která by předčasně uzavřela okruh, což je v prvním kroku jen opačná trasa k právě zvolené
3. Přepočteme diference a zapíšeme nové
4. Postup opakujeme, dokud nejsou zvolena místa pro každý řádek i sloupec matice (Brožová, Houška, 2008, str. 160)

3.3.5.3 Víceokruhový dopravní problém – Mayerova metoda

Víceokruhový dopravní problém je variantou okružního dopravního problému, kdy není možné vytvořit pouze jeden okruh pro navštívení všech míst. Důvodem bývají především kapacitní podmínky, kdy každé místo má požadavek na kapacitu okruhů, jejichž celková kapacita je také zadána. Pokud je požadavek na kapacitu vyšší než kapacita jednoho okruhu, je potřeba realizovat okruhů více. (Brožová, Houška, 2008, str. 161)

Cílem je tedy vytvořit několik okruhů, každý se svou maximální kapacitou, tak, aby každý začínal i končil v centrálním místě, přičemž součet kapacit požadavků v jednotlivých okruzích nesmí být větší než kapacita daného okruhu, a každé místo, kromě centrálního, je součástí právě jednoho okruhu. (Šubrt et al, 2011, str. 108)

Mayerova metoda vychází z předpokladu, že matice sazeb je symetrická a mezi místy trasy je zařazeno i centrální místo. Nejprve se při jejím použití vytvoří jednotlivé okruhy. Vychází se z centrálního místa a jako první se do trasy zařadí místo s nejvyšší sazbou. Následně se vybírají místa, která mají nejnižší sazbu trasy, k již zvoleným místům. V momentě, kdy se naplní kapacita trasy, začne se zakládat nová trasa, opět z centrálního místa a s využitím dosud nezvolených míst. Když jsou takto určeny všechny okruhy, proběhne řazení míst v jednotlivých okruzích, které je často vedené intuicí a znalostí rozhodujícího člověka. (Brožová, Houška, 2008, str. 161)

Postup výpočtu Mayerovou metodou v matici sazeb

1. Seřadíme místa v matici sazeb podle vzdálenosti k centrálnímu místu a přidáme sloupec s požadavky jednotlivých míst
2. Zařadíme do trasy místo s nevyšší sazbou od centrálního místa
3. Označíme sloupec se zařazeným místem a proškrtneme řádek právě zařazeného místa
4. Pro všechna zbývající místa přičteme jejich požadavek k součtu požadavku již zařazených míst do trasy místa, kde bude tento součet vyšší, než kapacita okruhu vyškrtneme sazby v příslušném řádku
5. Z nevyškrtnutých sazeb vybereme sazbu minimální, pokud jsou dvě stejné, volíme tu první a zařadíme ji do sestavovaného okruhu
6. Opakujeme postup od kroku 3

7. Po vybrání všech míst pro sestavovaný okruh vyškrtáme sloupce těchto míst a označíme je značením sestavovaného okruhu a začínáme krokem 2 hledat další okruhy
8. Místa v jednotlivých okruzích uspořádáme pomocí některé z metod pro jednookruhový dopravní problém
   (Brožová, Houška, 2008, str. 161)

4 Vlastní práce

Pro praktickou část bakalářské práce byl vybrán dopravní okruh České pošty, a to konkrétně pobočky Depo Příbram 70 se sídlem v ulici Zdabořská 494, 261 01 Příbram V-Zdaboř. Depo Příbram denně doručuje zásilky na několik míst podle naplánované trasy, a tyto trasy ochotně sdílelo pro účely této práce.

4.1 Definice problému

Jedním z cílů České pošty je minimalizace nákladů na pohonné hmoty, tedy co možná nejmenší ujetá vzdálenost. Tím v logistice docílíme optimalizací dopravní trasy a analýzou nákladů na pohonné hmoty.

Pro účely této nebudeme počítat s časem nakládky a vykládky, ani s jinými časovými omezeními. Cílem bude navrhnout trasu s co nejmenším možným počtem kilometrů a provést hrubou analýzu nákladů na pohonné hmoty. Budeme vycházet z dat získaných z webové aplikace Mapy.cz a z webu mBenzin.cz.

4.2 Ekonomický model

Vybraná rozvozová trasa Depa Příbram sestává z 19 míst, které musí pracovník navštívit a provést pracovní úkon, ať už je to vykládka, nebo nakládka. Tato místa jsou popsána v tabulce 1, kde mají také přiřazena písmena, jež budou pro účely této práce používána jako substitut za celý název místa. Pořadí doručovacích míst je shodné se současným pořadím, ve kterém je pracovník Depa navštěvuje, přičemž startovním místem je Depo Příbram, odkud pracovník vyjíždí, a zároveň je Depo Příbram také cílovým místem, kam se po navštívení posledního doručovacího místa pracovník vrací.

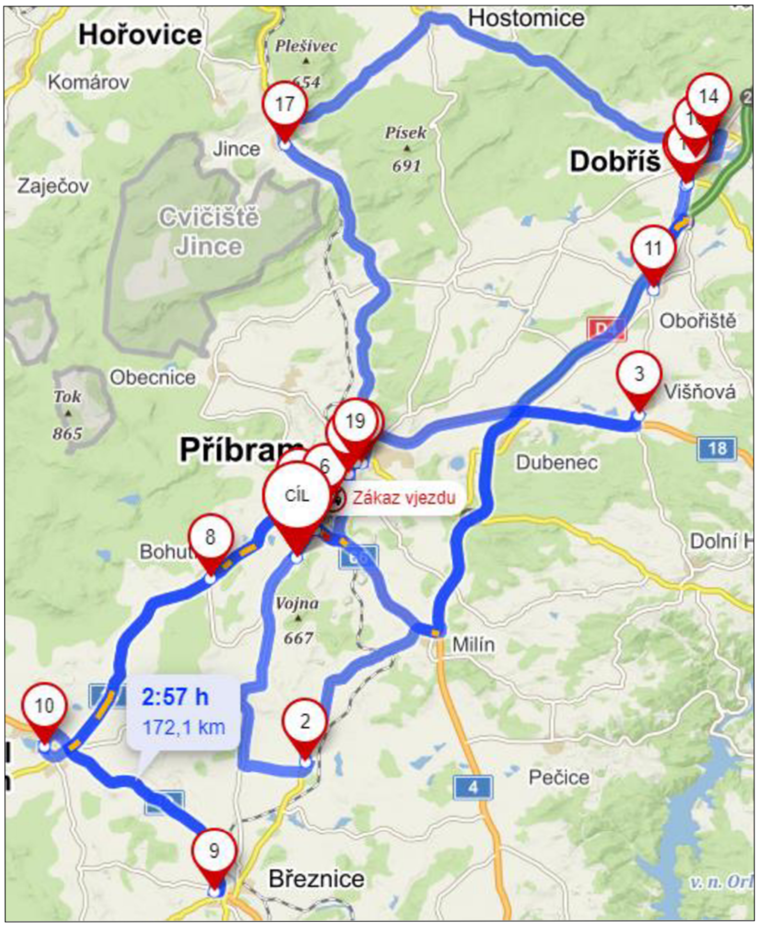
Tabulka 1 - Označení doručovacích míst

1	Depo Příbram	A
2	Pošta Tochovice	B
3	Pošta Višňová	C
4	Penny Brodská	D
5	Billa Jana Drdy	E
6	Penny Seifertova	F
7	Billa OC Skalka	G
8	Pošta Bohutín	H

9	Penny Březnice	I
10	Penny Rožmitál	J
11	Pošta Obořiště	K
12	Dobříš Benzina	L
13	Dobříš Penny náměstí	M
14	Dobříš Penny U Pivovaru	N
15	Dobříš Billa	O
16	Městský úřad Dobříš	P
17	Pošta Jince	Q
18	Modrá Pyramida	R
19	Pošta Příbram 1	S

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Obrázek 6 - Původní doručovací trasa



Zdroj: Mapy.cz, 2022

Aktuální trasa doručování je znázorněna na obrázku 6.

Můžeme z ní pozorovat, že některé části trasy jsou projížděny více než jednou, což může mimo jiné značit neoptimální rozvržení pořadí. Momentální trasa podle serveru Mapy.cz činí i s návratem z posledního doručovacího místa zpět do startovního místa, do Depa Příbram, přibližně 172,1 km.

4.3 Matematický model

Pro následné výpočty byla vytvořena čtvercová matice sazeb o velikosti 19x19 obsahující nejkratší vzájemné vzdálenosti mezi všemi jednotlivými místy. Pro vyhledání nejkratších vzdáleností mezi jednotlivými místy byla použita data z webové aplikace Mapy.cz. Zapsané vzdálenosti jsou uvedeny v kilometrech.

Tabulka 2 - Matice sazeb vzdáleností

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
A	0	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5	13,8	14,5	17,1	26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4
B	11	0	20,7	11,8	12,9	13,2	13,5	11,4	6,4	12,9	27,7	26,6	27,7	32,5	26,6	27,6	27,2	13,9	13,7
C	15,6	20,9	0	19,4	14,2	13,2	11,6	17,6	27,2	27,1	4,5	8,5	9,6	10,7	8,5	9,5	22,4	11,6	10,8
D	1,5	11,8	19,2	0	1,2	1,2	2,7	5,5	15,1	15,3	16,6	21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2
E	2,4	12,9	14,3	1,2	0	1,2	2,7	4,4	15,9	14,2	16,3	20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	0	1,7	5,5	16	15,3	15,2	19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	0	6,6	17,8	17,3	13,5	17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	0	13,6	9,6	19,9	24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5
I	13,8	6,4	27	14,8	15,7	15,7	17,5	14,2	0	9,8	29	32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	18,2	18
J	14,5	12,9	27	15	13,7	14,9	16,8	10	9,3	0	29	33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	16,8	16,6
K	17,1	27,7	4,5	16,8	16,1	15,1	13,5	19,5	30,7	29,3	0	4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23	32,3	32,7	3,9	0	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2	33,4	33,9	5,1	1,2	0	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26	35,4	38	6,3	2,3	1,2	0	2,4	1,3	18,7	19,3	19
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1	32,3	32,8	4	0,1	1,2	2,3	0	1,1	18,9	16,3	16,3
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3	33,3	33,8	5	1	0,2	1,3	1,1	0	18,3	17,3	17
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20	31,6	29,8	16,6	18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	0	14,4	13,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6	19,4	17,4	12,6	16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	0	0,4
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3	18,1	17,1	12,8	17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	0

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Z tabulky 2 je vidět, že vzdálenosti z místa x do místa y se v mnoha případech liší od vzdáleností z místa y do místa x. Například trasa z G (Billa OC Skalka) do D (Penny Brodská) činí 2,3 km, zatímco trasa z D (Penny Brodská) do G (Billa OC Skalka) činí 2,7 km. Tento jev je výsledkem vlivu aktuálních dopravních uzávěrek, jednosměrných ulic a jiných silničních omezení.

Dle dat poskytnutých od Depa Příbram v současností realizují svou trasu následovně: (A-Depo Příbram) – 11 km – (B-pošta Tochovice) – 20,7 km – (C-pošta Višňová) – 19,4 km – (D-Penny Brodská) – 1,2 km – (E-Billa Jana Drdy) – 1,2 km – (F-Penny Seifertova) – 1,7 km – (G-Billa OC Skalka) – 6,6 km – (H-pošta Bohutín) – 13,6 km – (I-Penny Březnice) – 9,8 km – (J-Penny Rožmitál) – 29 km – (K-pošta Obořiště) – 4 km – (L-Dobříš Benzina) – 1,3 km – (M-Dobříš Penny náměstí) – 1,2 km – (N-Dobříš Penny U Pivovaru) – 2,4 km – (O-Dobříš Billa) – 1,1 km – (P-MěÚ Dobříš) – 18,3 km – (Q-pošta Jince) – 14,4 – (R-Modrá Pyramida) – 0,4 km – (S-pošta Příbram 1) – 4,4 km – (A-Depo Příbram)

Součtem těchto tras získáme celkovou trasu o délce 161,7 km, což je v rozporu s délkou trasy, kterou jsme získali z webové aplikace Mapy.cz. Důvodem tohoto rozporu je, že na rozdíl od aplikace Mapy.cz, my jsme při určování jednotlivých vzdáleností mezi místy volili vždy tu nejkratší možnou trasu, bez ohledu na časovou výhodnost.

4.4 Řešení matematického modelu

4.4.1 Vogelova aproximační metoda

Při řešení podle Vogelovy aproximační metody budeme vycházet z kapitoly 3.3.5.2. K matici vzdáleností si nejprve vypočítáme řádkové a sloupcové diference. To provedeme tak, že vybereme druhou nejnižší hodnotu ve sloupci či řádku a odečteme od ní první nejnižší hodnotu v tomtéž sloupci či řádku. Toto provedeme pro všechny sloupce a řádky. Následně vybereme tu nejvyšší vypočtenou diferenci, a z k ní náležícímu sloupci či řádku vybereme nejnižší hodnotu. Takto vybraná hodnota označuje první vypočtený úsek trasy.

Tabulka 3 - Vogelova aproximační metoda – krok 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	1
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5	13,8	14,5	17,1	26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	26,3	4,4	0,9
B	11	---	20,7	11,8	12,9	13,2	13,5	11,4	6,4	12,9	27,7	26,6	27,7	32,5	26,6	27,6	27,2	27,8	13,7	4,6
C	15,6	20,9	---	19,4	14,2	13,2	11,6	17,6	27,2	27,1	4,5	8,5	9,6	10,7	8,5	9,5	22,4	9,7	10,8	4
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5	15,1	15,3	16,6	21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	21,5	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4	15,9	14,2	16,3	20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	21,4	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5	16	15,3	15,2	19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	20,5	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6	17,8	17,3	13,5	17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	17,6	0,8	0,2
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---	13,6	9,6	19,9	24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	25,3	7,5	1,3
I	13,8	6,4	27	14,8	15,7	15,7	17,5	14,2	---	9,8	29	32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	34,1	18	3,4
J	14,5	12,9	27	15	13,7	14,9	16,8	10	9,3	---	29	33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	34,4	16,6	0,7
K	17,1	27,7	4,5	16,8	16,1	15,1	13,5	19,5	30,7	29,3	---	4	5,1	6,2	4	5	16,6	5,2	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23	32,3	32,7	3,9	---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	1,3	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2	33,4	33,9	5,1	1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	0,1	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26	35,4	38	6,3	2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	1,1	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1	32,3	32,8	4	0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	1,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3	33,3	33,8	5	1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	0,2	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20	31,6	29,8	16,6	18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	18,1	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6	19,4	17,4	12,6	16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3	18,1	17,1	12,8	17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	18,5	---	0,5
1	0,9	4,6	4	0,1	0	0	0,3	1,1	2,9	0,2	0,1	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Z tabulky 3 je vidět, že nejvyšší diference sloupcová a řádková se shodují. V takovém případě si můžeme mezi nejvyššími diferencemi libovolně vybrat, avšak měli bychom propočítat varianty s oběma diferencemi, tedy variantu, kdy si vybereme jednu diferenci, a poté variantu, kdy si vybereme diferenci druhou. Vzhledem k časové náročnosti bude v této práci uvedena a propočítána pouze jedna varianta.

Z prvního kroku nám tedy vychází první úsek trasy, a to:

B – I

Před dalším krokem vyřadíme z matice hodnoty, které vyjadřují vzdálenost z B jinam než do I, a také ty hodnoty, které vyjadřují vzdálenosti do I odjinud než z B. Místo, kam půjdeme z B a místo odkud půjdeme do I máme totiž již určeno. Dále také vyřadíme hodnotu vzdálenosti, která by předčasně uzavírala okruh, tedy která by znamenala, že dojde k zacyklení ještě před projetím všech míst. V tomto kroku se jedná o opačnou hodnotu, než je ta, která vyjadřuje první úsek trasy, tedy o I – B.

Po vyřazení nežádoucích hodnot opět přepočítáme sloupcové a řádkové diference a vybereme další nejnižší hodnotu u nejvyšší diference.

Tabulka 4 - Vogelova aproximační metoda – krok 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	2
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5		14,5	17,1	26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	26,3	4,4	0,9
B									6,4											---
C	15,6	20,9	---	19,4	14,2	13,2	11,6	17,6		27,1	4,5	8,5	9,6	10,7	8,5	9,5	22,4	9,7	10,8	4
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5		15,3	16,6	21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	21,5	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4		14,2	16,3	20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	21,4	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5		15,3	15,2	19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	20,5	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6		17,3	13,5	17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	17,6	0,8	0,2
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---		9,6	19,9	24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	25,3	7,5	1,3
I	13,8		27	14,8	15,7	15,7	17,5	14,2		9,8	29	32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	34,1	18	4
J	14,5	12,9	27	15	13,7	14,9	16,8	10		---	29	33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	34,4	16,6	2,9
K	17,1	27,7	4,5	16,8	16,1	15,1	13,5	19,5		29,3	---	4	5,1	6,2	4	5	16,6	5,2	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23		32,7	3,9	---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	1,3	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2		33,9	5,1	1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	0,1	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26		38	6,3	2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	1,1	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1		32,8	4	0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	1,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3		33,8	5	1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	0,2	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20		29,8	16,6	18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	18,1	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6		17,4	12,6	16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3		17,1	12,8	17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	18,5	---	0,5
2	0,9	0,4	4	0,1	0	0	0,3	1,1	---	0,2	0,1	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Získáme tak další úsek trasy, který se zatím nijak nenapojuje na již nalezené úseky. Nalezené úseky tedy vypadají následovně:

B – I

C – K

Opět vyřadíme z matice vzdáleností nežádoucí hodnoty, přepočítáme diference a nalezneme další nejnižší hodnotu, další úsek trasy.

Tabulka 5 - Vogelova aproximační metoda – krok 3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	3
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5		14,5		26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	26,3	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5		15,3		21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	21,5	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4		14,2		20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	21,4	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5		15,3		19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	20,5	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6		17,3		17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	17,6	0,8	0,2
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---		9,6		24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	25,3	7,5	1,3
I	13,8		27	14,8	15,7	15,7	17,5	14,2		9,8		32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	34,1	18	4
J	14,5	12,9	27	15	13,7	14,9	16,8	10		---		33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	34,4	16,6	2,9
K	17,1	27,7		16,8	16,1	15,1	13,5	19,5		29,3		4	5,1	6,2	4	5	16,6	5,2	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23		32,7		---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	1,3	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2		33,9		1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	0,1	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26		38		2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	1,1	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1		32,8		0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	1,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3		33,8		1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	0,2	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20		29,8		18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	18,1	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6		17,4		16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3		17,1		17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	18,5	---	0,5
3	0,9	0,4	0	0,1	0	0	0,3	1,1	---	0,2	---	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Získáváme úsek trasy I – J, který můžeme spojit s již známými úseky. Nalezené úseky trasy nyní tedy vypadají následovně:

B – I – J

C – K

Při vyřazování v dalším kroku si stále dáváme pozor na vyřazení všech hodnot, které by předčasně uzavíraly okruh, v tomto případě je to také hodnota pro úsek J – B.

Dále opakujeme výše popsané kroky, a postupně doplňujeme nalezené úseky cesty, a pokud je to možné, tak úseky spojujeme.

Tabulka 6 - Vogelova aproximační metoda – krok 4

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	4
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5				26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	26,3	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5				21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	21,5	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4				20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	21,4	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5				19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	20,5	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6				17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	17,6	0,8	0,2
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---				24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	25,3	7,5	1,3
I										9,8										---
J	14,5		27	15	13,7	14,9	16,8	10				33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	34,4	16,6	3,7
K	17,1	27,7		16,8	16,1	15,1	13,5	19,5				4	5,1	6,2	4	5	16,6	5,2	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23				---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	1,3	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2				1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	0,1	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26				2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	1,1	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1				0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	1,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3				1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	0,2	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20				18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	18,1	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6				16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3				17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	18,5	---	0,5
4	0,9	0,4	0	0,1	0	0	0,3	1,1	---	---	---	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Nalezené úseky cesty: B – I – J – H; C – K

Tabulka 7 - Vogelova aproximační metoda – krok 5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	5
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6					26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7					21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7					20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7					19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---					17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,2
H	7,5		17,9	5,9	4,6	5,9	6,8					24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	1,3
I										9,8										---
J								10												---
K	17,1	27,7		16,8	16,1	15,1	13,5					4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8					---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5					1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5					2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8					0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3					1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8					18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1					16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8					17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,5

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Nalezené úseky cesty:

B – I – J – H – E

C – K

Tabulka 8 - Vogelova aproximační metoda – krok 6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	6
A	---	11	15,1	1,5		2,4	3,6					26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---		1,2	2,7					21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	0,3
E	2,4		14,3	1,2		1,2	2,7					20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3		---	1,7					19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	0,4
G	3,4	13,5	11,6	2,3		2,1	---					17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K	17,1	27,7		16,8		15,1	13,5					4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2		18,6	16,8					---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7		19,8	17,5					1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7		23,9	18,5					2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3		18,7	16,8					0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6		19,6	17,3					1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6		16	14,8					18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7		2,7	1,1					16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4		2,4	0,8					17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,5
6	0,9	0,8	0	0,1	---	0	0,3	---	---	---	---	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Nalezené úseky cesty:

B – I – J – H – E

C – K

M – P

Postup se opakuje, až dokud nebudou zbývat v matici poslední 2 hodnoty, které vybereme. Matice vybraných hodnot vzdáleností vypadá následovně:

Tabulka 9 - Vogelova aproximační metoda – výsledná matice

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	18
A				1,5																---
B									6,4											---
C											4,5									---
D						1,2														---
E	2,4																			---
F							1,7													---
G																			0,8	---
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K														6,2						---
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O																	18,9			---
P												1								---
Q		27,2																		---
R			10,4																	---
S																		0,3		---
18	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Výsledná trasa, kterou jsem pomocí Vogelovy aproximační metody při výběru označených hodnot vzdáleností získali je:

Q – B – I – J – H – E – A – D – F – G – S – R – C – K – N – M – P – L – O – Q

Tuto trasu seřadíme tak, aby počáteční a poslední místo bylo místo A:

A – D – F – G – S – R – C – K – N – M – P – L – O – Q – B – I – J – H – E – A
1,5–1,2–1,7–0,8–0,3–10,4–4,5–6,2–1,2–0,2–1–0,2–18,9–27,2–6,4–9,8–10–4,6–2,4

Tato trasa získaná pomocí Vogelovy aproximační metody je dlouhá celkem 108,5 km.

4.4.2 Metoda nejbližšího souseda

Při řešení pomocí metody nejbližšího souseda budeme vycházet z kapitoly 3.3.5.1. Budeme vycházet se stejné matice vzdáleností jako u řešení pomocí Vogelovy aproximační metody, v případě metody nejbližšího souseda však nebudeme vypočítávat diference. Na začátku si vybereme počáteční místo, kterým bude naše vypočítaná trasa začínat. Pro začátek to bude místo A. Následně v matici vzdáleností v řádku náležícímu k počátečnímu místu vyhledáme a označíme nejnižší hodnotu. Tato hodnota náleží k místu, v jehož sloupci se nachází. A právě toto místo je dalším místem, které z počátečního místa navštívíme, a v jehož řádku budeme hledat další nejnižší hodnotu. Ještě před tím ovšem vyškrtneme z matice sloupec náležící k nalezenému místu s výjimkou právě označené hodnoty.

Tabulka 10 - Metoda nejbližšího souseda – krok 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	MIN
A		11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5	13,8	14,5	17,1	26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	1,5
B		---	20,7		12,9	13,2	13,5	11,4	6,4	12,9	27,7	26,6	27,7	32,5	26,6	27,6	27,2	13,9	13,7	6,4
C		20,9	---		14,2	13,2	11,6	17,6	27,2	27,1	4,5	8,5	9,6	10,7	8,5	9,5	22,4	11,6	10,8	4,5
D		11,8	19,2		1,2	1,2	2,7	5,5	15,1	15,3	16,6	21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	1,2
E		12,9	14,3		---	1,2	2,7	4,4	15,9	14,2	16,3	20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	1,2
F		13,2	13,2		1,2	---	1,7	5,5	16	15,3	15,2	19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	1,2
G		13,5	11,6		3	2,1	---	6,6	17,8	17,3	13,5	17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,8
H		11,4	17,9		4,6	5,9	6,8	---	13,6	9,6	19,9	24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	4,6
I		6,4	27		15,7	15,7	17,5	14,2	---	9,8	29	32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	18,2	18	6,4
J		12,9	27		13,7	14,9	16,8	10	9,3	---	29	33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	16,8	16,6	9,3
K		27,7	4,5		16,1	15,1	13,5	19,5	30,7	29,3	---	4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	4
L		26,6	8,5		19,6	18,6	16,8	23	32,3	32,7	3,9	---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,2
M		27,7	9,6		20,7	19,8	17,5	24,2	33,4	33,9	5,1	1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	0,2
N		32,5	10,8		21,1	23,9	18,5	26	35,4	38	6,3	2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	1,2
O		26,6	8,5		19,7	18,7	16,8	23,1	32,3	32,8	4	0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	0,1
P		27,6	9,5		19,9	19,6	17,3	23,3	33,3	33,8	5	1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,2
Q		27,2	22,4		16,7	16	14,8	20	31,6	29,8	16,6	18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	13,7
R		13,9	10,4		3,7	2,7	1,1	7,6	19,4	17,4	12,6	16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,4
S		13,7	10,9		3,4	2,4	0,8	7,3	18,1	17,1	12,8	17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,3

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Pořadí nalezených částí trasy postupně zaznamenáme i s jednotlivými vzdálenostmi mezi místy.

Tabulka 11 - Záznam postupu MNS – krok 1

Trasa1	A	D	A
		1,5	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Nyní budeme vycházet nového místa, a to nalezeného místa D. V jeho řádku nalezneme a označíme nejnižší hodnotu, vyškrtneme její sloupec s výjimkou samotné hodnoty a náležité místo i s označenou hodnotou zaznamenáme do hledané trasy.

Tabulka 12 - Metoda nejbližšího souseda – krok 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	MIN
A		11	15,1	1,5		2,4	3,6	7,5	13,8	14,5	17,1	26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	1,5
B		---	20,7			13,2	13,5	11,4	6,4	12,9	27,7	26,6	27,7	32,5	26,6	27,6	27,2	13,9	13,7	6,4
C		20,9	---			13,2	11,6	17,6	27,2	27,1	4,5	8,5	9,6	10,7	8,5	9,5	22,4	11,6	10,8	4,5
D		11,8	19,2		1,2	1,2	2,7	5,5	15,1	15,3	16,6	21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	1,2
E		12,9	14,3			1,2	2,7	4,4	15,9	14,2	16,3	20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	1,2
F		13,2	13,2			---	1,7	5,5	16	15,3	15,2	19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	1,7
G		13,5	11,6			2,1	---	6,6	17,8	17,3	13,5	17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,8
H		11,4	17,9			5,9	6,8	---	13,6	9,6	19,9	24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	5,9
I		6,4	27			15,7	17,5	14,2	---	9,8	29	32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	18,2	18	6,4
J		12,9	27			14,9	16,8	10	9,3	---	29	33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	16,8	16,6	9,3
K		27,7	4,5			15,1	13,5	19,5	30,7	29,3	---	4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	4
L		26,6	8,5			18,6	16,8	23	32,3	32,7	3,9	---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,2
M		27,7	9,6			19,8	17,5	24,2	33,4	33,9	5,1	1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	0,2
N		32,5	10,8			23,9	18,5	26	35,4	38	6,3	2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	1,2
O		26,6	8,5			18,7	16,8	23,1	32,3	32,8	4	0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	0,1
P		27,6	9,5			19,6	17,3	23,3	33,3	33,8	5	1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,2
Q		27,2	22,4			16	14,8	20	31,6	29,8	16,6	18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	13,7
R		13,9	10,4			2,7	1,1	7,6	19,4	17,4	12,6	16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,4
S		13,7	10,9			2,4	0,8	7,3	18,1	17,1	12,8	17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,3
Trasa1	A	D	E																	A
		1,5	1,2																	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Výše popsaný postup opakujeme, až dokud nebudou zbývat pouze hodnoty ve sloupečku, který náleží k na začátku vybranému počátečnímu místu. Z nich vybereme tu hodnotu, která náleží v pořadí poslednímu místu, které jsme doposud nalezli a přidáme počáteční místo na konec trasy s příslušnou hodnotou vzdálenosti. Získáme tak výslednou trasu 1:

Tabulka 13 - MNS – Trasa 1

Trasa1	A	D	E	F	G	S	R	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	A	Celkem
		1,5	1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	7,6	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	17,9	108

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Aby byla metoda nebližšího souseda úplná, je potřeba vypočítat takový počet tras, jako je počet míst, kdy pro každou trasu musí platit, že jako počáteční místo je zvoleno místo, které ještě nebylo zvoleno jako počáteční u předchozích tras. V našem případě to znamená výpočet 19 různých tras, každé s jiným počátečním místem od A po S. V níže uvedené tabulce 14 je uveden seznam tras vypočítaných pomocí metody nejbližšího souseda, každá s jiným počátečním místem. V pravé části tabulky jsou uvedeny výsledné celkové vzdálenosti jednotlivých tras pro snadné porovnání a určení nejkratší trasy z tras získaných metodou nejbližšího souseda.

Tabulka 14 - MNS – Seznam tras

Trasa1	A	D	E	F	G	S	R	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	A	Celkem
		1,5	1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	7,6	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	17,9	108
Trasa2	B	I	J	H	E	D	F	G	S	R	A	C	K	O	L	P	M	N	Q	B	Celkem
		6,4	9,8	10	4,6	1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	4,7	15,1	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	27,2	112,8
Trasa3	C	K	O	L	P	M	N	G	S	R	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	C	Celkem
		4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,5	0,8	0,3	2,7	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	22,4	119,7
Trasa4	D	E	F	G	S	R	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	D	Celkem
		1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	4,7	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	17,6	110,8
Trasa5	E	F	D	A	G	S	R	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	E	Celkem
		1,2	1,3	1,5	3,6	0,8	0,3	7,6	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	16,7	108,8
Trasa6	F	E	D	A	G	S	R	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	F	Celkem
		1,2	1,2	1,5	3,6	0,8	0,3	7,6	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	16	108
Trasa7	G	S	R	F	E	D	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	G	Celkem
		0,8	0,3	2,7	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	14,8	105,8
Trasa8	H	E	F	D	A	G	S	R	C	K	O	L	P	M	N	Q	B	I	J	H	Celkem
		4,6	1,2	1,3	1,5	3,6	0,8	0,3	10,4	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	27,2	6,4	9,8	10	106,9
Trasa9	I	B	A	D	E	F	G	S	R	H	J	C	K	O	L	P	M	N	Q	I	Celkem
		6,4	11	1,5	1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	7,6	9,6	27	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	31,6	129,7
Trasa10	J	I	B	A	D	F	E	G	S	R	H	C	K	O	L	P	M	N	Q	J	Celkem
		9,3	6,4	11	1,5	1,2	1,2	2,7	0,8	0,3	7,6	17,9	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	29,8	119,5
Trasa11	K	O	L	P	M	N	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	K	Celkem
		4	0,1	1,1	0,2	1,2	10,8	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	16,6	112,2
Trasa12	L	O	P	M	N	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	L	Celkem
		0,2	1,1	0,2	1,2	6,3	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,8	110,5
Trasa13	M	P	L	O	N	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	M	Celkem
		0,2	1	0,2	2,3	6,3	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,2	110,9
Trasa14	N	M	P	L	O	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	N	Celkem
		1,2	0,2	1	0,2	4	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,7	108
Trasa15	O	L	P	M	N	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	O	Celkem
		0,1	1,1	0,2	1,2	6,3	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,8	110,4
Trasa16	P	M	O	L	N	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	P	Celkem
		0,2	1,2	0,1	2,4	6,3	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,4	111,3
Trasa17	Q	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	Celkem
		13,7	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	104,4
Trasa18	R	S	G	F	E	D	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	R	Celkem
		0,4	0,8	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	14,4	104,9
Trasa19	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	S	Celkem
		0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	13,7	104,4

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Z uvedeného seznamu můžeme vidět, že nejkratší trasy vyšly trasy dvě, a to trasa 17 a trasa 19, obě s celkovou délkou 104,4 km. Upravíme jejich pořadí míst tak, aby prvním a posledním místem na trase bylo místo A:

Tabulka 15 - MNS – Nejkratší trasy

Trasa17	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	S	R	G	F	E	D	A	Celkem
		7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	13,7	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	104,4
Trasa19	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	S	R	G	F	E	D	A	Celkem
		7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	13,7	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	104,4

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

4.5 Interpretace a verifikace řešení

Pomocí Vogelovy aproximační metody jsme získali trasu dlouhou 108,5 km a pomocí metody nejbližšího souseda jsme získali dvě trasy dlouhé 104,4 km. Po seřazení míst tak, aby počátečním i cílovým místem bylo místo A je však očividné, že trasa 17 a trasa 19 jsou trasy totožné, proto budou v následujících tabulkách uváděny jako jedna trasa. Trasy nalezené pomocí obou metod splňují to, že jsou kratší než původní trasa dlouhá 161,7 km. Obě trasy jsou také reálné, a jejich pořadí míst dává smysl. Z toho můžeme usoudit, že jsme vycházeli ze správně sestaveného zadání.

Tabulka 16 - Výsledné trasy

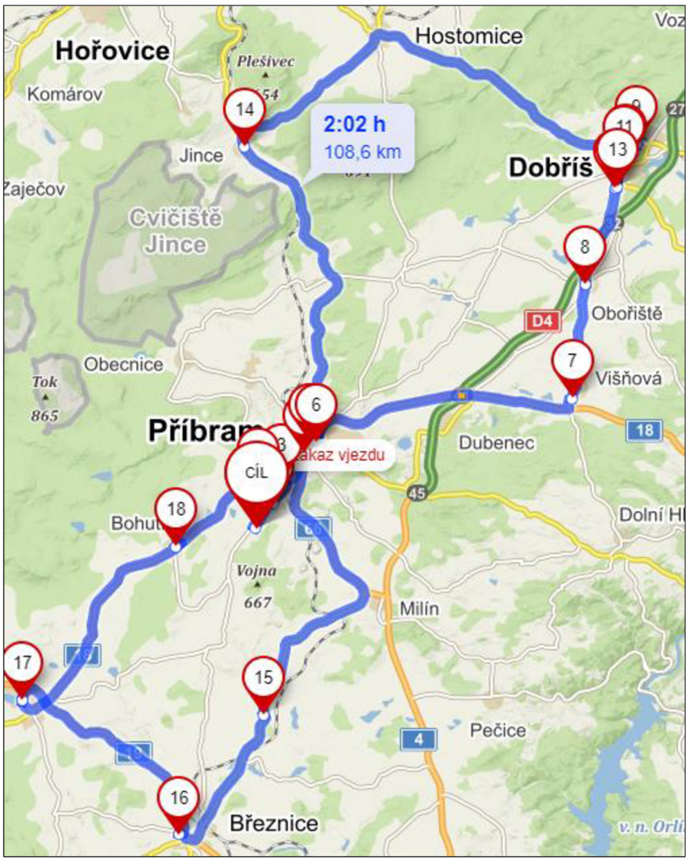
Vogelova aproximace	
Depo Příbram	A
Penny Brodská	D
Penny Seifertova	F
Billa OC Skalka	G
Pošta Příbram 1	S
Modrá Pyramida	R
Pošta Višňová	C
Pošta Obořiště	K
Dobříš Penny U Pivovaru	N
Dobříš Penny náměstí	M
Městský úřad Dobříš	P
Dobříš Benzina	L
Dobříš Billa	O
Pošta Jince	Q
Pošta Tochovice	B
Penny Březnice	I
Penny Rožmitál	J
Pošta Bohutín	H
Billa Jana Drdy	E

Nejbližší soused	
Depo Příbram	A
Pošta Bohutín	H
Penny Rožmitál	J
Penny Březnice	I
Pošta Tochovice	B
Pošta Višňová	C
Pošta Obořiště	K
Dobříš Billa	O
Dobříš Benzina	L
Městský úřad Dobříš	P
Dobříš Penny náměstí	M
Dobříš Penny U Pivovaru	N
Pošta Jince	Q
Pošta Příbram 1	S
Modrá Pyramida	R
Billa OC Skalka	G
Penny Seifertova	F
Billa Jana Drdy	E
Penny Brodská	D

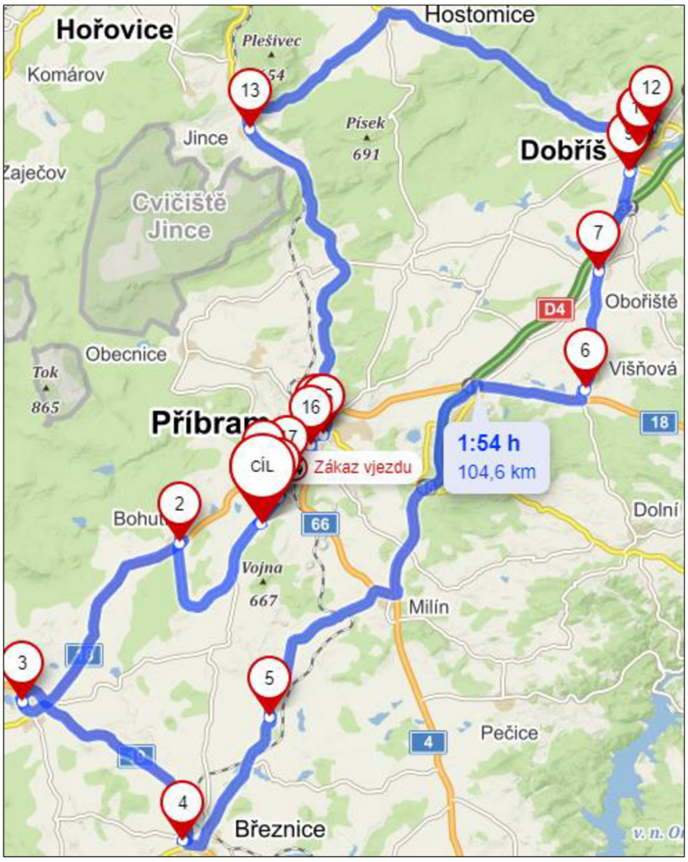
Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Po zadání nalezených tras do webové aplikace Mapy.cz zjistíme, že trasa získaná Vogelovou aproximační metodou má podle aplikace délku 108,6 km a trasa získaná Metodou nejbližšího souseda má délku 104,6 km. Tyto vzdálenosti jsou v rozporu se vzdálenostmi, které jsme získali výpočtem, ale jak už bylo řečeno v kapitole 4.3, aplikace Mapy.cz pro výpočty nevyužívá vždy nejkratší trasu, nýbrž započítává i časovou výhodnost. I tak jsou obě vypočtené trasy o poznání kratší, než původní trasa získaná z aplikace Mapy.cz, která byla dlouhá 172,1 km. Grafické znázornění tras můžeme vidět na obrázku 7 a na obrázku 8.

Obrázek 8 - Vogelova aproximace



Obrázek 7 - Nejbližší soused



Zdroj: Mapy.cz, 2022

Depo Příbram pro účely této práce poskytlo orientační průměrnou spotřebu jejich vozidel, a to 10,2 l/100 km. S takovou spotřebou vychází spotřebované litry paliva původní trasy na přibližně 16,5 litrů, s daty z Mapy.cz na přibližně 17,6 litrů.

Spotřebované litry pro trasu získanou Vogelovou aproximační metodou se potom rovnají přibližně 11,1 litrům, s daty z Mapy.cz přibližně stejně tak.

Spotřebované litry pro trasu získanou metodou nejbližšího souseda vycházejí přibližně na 10,6 litrů, s daty z Mapy.cz přibližně na 10,7 litrů.

Přehled spotřebovaných litrů můžeme vidět v tabulce 17:

Tabulka 17 - Porovnání spotřebovaných litrů

	Původní	Vogel	Soused
Nejkratší trasa	16,5l	11,1l	10,6l
Mapy.cz	17,6l	11,1l	10,7l

Zdroj: Vlastní zpracování, 2022

Podle webu mBenzin.cz ke dni 26.2.2022 je průměrná cena nafty v České republice 35,84 Kč/l. S tímto údajem nám vychází následující tabulka přibližných cen:

Tabulka 18 - Porovnání cen paliva

	Původní	Vogel	Soused
Nejkratší trasa	591,3 Kč	397,8	379,9 Kč
Mapy.cz	630,8 Kč	397,8	383,5 Kč

Zdroj: mBenzin.cz, 2022

5 Závěr

Tato bakalářská práce, jejímž cílem bylo vytvořit optimalizovaný logistický model, se věnovala optimalizaci vybraného okruhu pobočky České pošty Depo Příbram 70 a následnému porovnání nákladů na původní a na nově nalezený okruh.

V první teoretické části bakalářské práce byl kladen důraz na přiblížení logistiky a dopravy, spolu s uvedením metod pro řešení okružního dopravního problému, a to zejména Vogelovy aproximační metody a metody nejbližšího souseda. Tyto metody byly použity v následující praktické části.

Praktická část se věnovala optimalizaci okružní trasy s využitím metod popsaných v teoretické části. Nejprve byl představen problém, který byl následně převeden do ekonomického a matematického modelu. Matematický model sloužil jako základ pro řešení nejprve pomocí Vogelovy aproximační metody, poté i pro řešení pomocí metody nejbližšího souseda. Cílem řešení bylo nalezení trasy, která by byla kratší, a tedy i méně nákladná než aktuálně používaná trasa.

Pomocí Vogelovy aproximační metody byla nalezena trasa s celkovou délkou 108,5 km, čímž bylo dosaženo cíle této práce, neboť původní trasa je oproti trase nalezené Vogelovou aproximační metodou o 53,2 km kratší. Cíle bylo následně dosaženo i pomocí metody nejbližšího souseda, která ačkoliv byla kvůli svému principu zdlouhavější, poskytla mírně výhodnější řešení. Trasa nalezená metodou nejbližšího souseda měří 104,4 km, což je o 57,3 km méně, než kolik měří původní trasa, a o 4,1 km méně, než kolik měří trasa nalezená pomocí Vogelovy aproximační metody.

Nakonec byla v interpretaci výsledků provedena analýza cen pohonných hmot, ze které vyplývá, že zavedením nově nalezených tras by bylo možné ušetřit až 211,4 Kč na jeden průjezd optimalizovaným okruhem.

6 Seznam použitých zdrojů

BROŽOVÁ, Helena; HOUŠKA, Milan. *Základní metody operační analýzy.* 1. vyd. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2008. 250 s. ISBN 978-80-213-0951-7

COOK, William. *Po stopách obchodního cestujícího: Matematika na hranicích možností*. 1. vyd. v českém jazyce. Praha: Argo/Dokořán, 2012. 255 s. ISBN 978-80-7363-412-4 (Dokořán), ISBN 978-80-257-0706-7 (Argo)

DANĚK, Jan. *Logistika.* 1. vyd. Ostrava: VŠB – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2004. 187 s. ISBN 80-248-0705-X

DANĚK, Jan. *Logistické systémy.* 1. vyd. Ostrava: VŠB – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2006. 218 s. ISBN 80-248-1017-4

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum.* 1. vyd. Praha: Kamil Mařík – PROFESSIONAL PUBLISHING, 2002. 323 s. ISBN 80-86419-42-8

KORTSCHAK, Bernd. *Úvod do logistiky (Co je logistika?).* 2. vyd. v českém jazyce. Praha: Babtext s.r.o., 1994. 176 s. ISBN 80-85816-06-7

PERNICA, Petr. *Logistika – Aktivní prvky.* Druhý dotisk. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 1998. 345 s. ISBN 80-7079-808-4

SIXTA, Josef; MAČÁT, Václav. *Logistika – teorie a praxe.* 1. vyd. Brno: Computer Press a.s., 2010. 315 s. ISBN 80-251-0573-3

SVOBODA, Vladimír. *Dopravní logistika.* 1. vyd. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Vydavatelství ČVUT, 2004. 115 s. ISBN 80-01-02914-X

SVOBODA, Vladimír; LATÝN, Patrik. *Logistika.* 2. vyd. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Vydavatelství ČVUT, 2003. 160 s. ISBN 80-01-02735-X

ŠTŮSEK, Jaromír. *Logistický management.* 1. vyd. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2005. 248 s. ISBN 80-213-1259-9

ŠUBRT, Tomáš et al. *Ekonomicko-matematické metody*. Plzeň: Aleš Čeněk, 2011. 351 s. ISBN 978-80-7380-345-2

Mapy.cz [online]. [cit. 2022-01-22]. *Mapy*. Dostupné z: <https://mapy.cz/zakladni?planovani-trasy&x=13.9810527&y=49.6875233&z=11&dim=61daea6ebceeaeb3144f8e64>

mBenzin.cz [online]. [cit. 2022-02-26]. *Aktuální průměrné ceny pohonných hmot v ČR*. Dostupné z: <https://www.mbenzin.cz/Prumerne-ceny-benzinu>

7 Přílohy

Vogelova aproximační metoda – krok 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif1
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5	13,8	14,5	17,1	26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	0,9
B	11	---	20,7	11,8	12,9	13,2	13,5	11,4	6,4	12,9	27,7	26,6	27,7	32,5	26,6	27,6	27,2	13,9	13,7	4,6
C	15,6	20,9	---	19,4	14,2	13,2	11,6	17,6	27,2	27,1	4,5	8,5	9,6	10,7	8,5	9,5	22,4	11,6	10,8	4
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5	15,1	15,3	16,6	21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4	15,9	14,2	16,3	20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5	16	15,3	15,2	19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6	17,8	17,3	13,5	17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,2
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---	13,6	9,6	19,9	24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	1,3
I	13,8	6,4	27	14,8	15,7	15,7	17,5	14,2	---	9,8	29	32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	18,2	18	3,4
J	14,5	12,9	27	15	13,7	14,9	16,8	10	9,3	---	29	33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	16,8	16,6	0,7
K	17,1	27,7	4,5	16,8	16,1	15,1	13,5	19,5	30,7	29,3	---	4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23	32,3	32,7	3,9	---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2	33,4	33,9	5,1	1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26	35,4	38	6,3	2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1	32,3	32,8	4	0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3	33,3	33,8	5	1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20	31,6	29,8	16,6	18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6	19,4	17,4	12,6	16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3	18,1	17,1	12,8	17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,5
dif1	0,9	4,6	4	0,1	0	0	0,3	1,1	2,9	0,2	0,1	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif2
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5		14,5	17,1	26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C	15,6	20,9	---	19,4	14,2	13,2	11,6	17,6		27,1	4,5	8,5	9,6	10,7	8,5	9,5	22,4	11,6	10,8	4
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5		15,3	16,6	21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4		14,2	16,3	20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5		15,3	15,2	19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6		17,3	13,5	17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,2
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---		9,6	19,9	24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	1,3
I	13,8		27	14,8	15,7	15,7	17,5	14,2		9,8	29	32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	18,2	18	4
J	14,5	12,9	27	15	13,7	14,9	16,8	10		---	29	33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	16,8	16,6	2,9
K	17,1	27,7	4,5	16,8	16,1	15,1	13,5	19,5		29,3	---	4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23		32,7	3,9	---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2		33,9	5,1	1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26		38	6,3	2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1		32,8	4	0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3		33,8	5	1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20		29,8	16,6	18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6		17,4	12,6	16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3		17,1	12,8	17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,5
dif2	0,9	0,4	4	0,1	0	0	0,3	1,1	---	0,2	0,1	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif3
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5		14,5		26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5		15,3		21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4		14,2		20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5		15,3		19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6		17,3		17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,2
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---		9,6		24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	1,3
I	13,8		27	14,8	15,7	15,7	17,5	14,2		9,8		32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	18,2	18	4
J	14,5	12,9	27	15	13,7	14,9	16,8	10		---		33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	16,8	16,6	2,9
K	17,1	27,7		16,8	16,1	15,1	13,5	19,5		29,3		4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23		32,7		---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2		33,9		1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26		38		2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1		32,8		0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3		33,8		1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20		29,8		18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6		17,4		16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3		17,1		17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,5
dif3	0,9	0,4	0	0,1	0	0	0,3	1,1	---	0,2	---	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 4

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif4
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5				26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5				21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4				20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5				19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6				17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,2
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---				24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	1,3
I										9,8										---
J	14,5		27	15	13,7	14,9	16,8	10				33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	16,8	16,6	3,7
K	17,1	27,7		16,8	16,1	15,1	13,5	19,5				4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23				---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2				1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26				2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1				0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3				1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20				18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6				16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3				17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,5
dif4	0,9	0,4	0	0,1	0	0	0,3	1,1	---	---	---	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif5
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6					26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7					21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	0
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7					20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7					19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	0,1
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---					17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,2
H	7,5		17,9	5,9	4,6	5,9	6,8					24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	1,3
I										9,8										---
J								10												---
K	17,1	27,7		16,8	16,1	15,1	13,5					4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8					---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5					1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5					2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8					0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3					1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8					18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1					16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8					17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,5
dif5	0,9	0,8	0	0,1	0	0	0,3	---	---	---	---	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif6
A	---	11	15,1	1,5		2,4	3,6					26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---		1,2	2,7					21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	0,3
E	2,4		14,3	1,2		1,2	2,7					20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3		---	1,7					19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	0,4
G	3,4	13,5	11,6	2,3		2,1	---					17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K	17,1	27,7		16,8		15,1	13,5					4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2		18,6	16,8					---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,9
M	26,2	27,7	9,6	20,7		19,8	17,5					1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	1
N	31	32,5	10,8	21,7		23,9	18,5					2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	0,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3		18,7	16,8					0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	1
P	26,1	27,6	9,5	20,6		19,6	17,3					1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,8
Q	17,9	27,2	22,4	17,6		16	14,8					18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7		2,7	1,1					16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4		2,4	0,8					17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,5
dif6	0,9	0,8	0	0,1	---	0	0,3	---	---	---	---	0,9	1	0,1	0,9	0,9	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 7

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif7
A	---	11	15,1	1,5		2,4	3,6					26,4	26,2	31	26,4		17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---		1,2	2,7					21,1	21,5	21,7	21,1		18	3,4	3,2	0,3
E	2,4		14,3	1,2		1,2	2,7					20,6	21,3	21,1	20,6		16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3		---	1,7					19,5	19,1	20	19,5		16,3	2,6	2,4	0,4
G	3,4	13,5	11,6	2,3		2,1	---					17,6	17,5	18,4	17,6		14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K	17,1	27,7		16,8		15,1	13,5					4	5,1	6,2	4		16,6	13,5	12,8	0
L	26,4	26,6	8,5	20,2		18,6	16,8					---	1,3	2,4	0,2		19	17	16,2	1,1
M																0,2				---
N	31	32,5	10,8	21,7		23,9	18,5					2,3	1,2	---	2,4		18,7	19,3	19	1,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3		18,7	16,8					0,1	1,2	2,3	---		18,9	16,3	16,3	1,1
P	26,1	27,6	9,5	20,6		19,6	17,3					1		1,3	1,1		18,3	17,3	17	0,1
Q	17,9	27,2	22,4	17,6		16	14,8					18,8	18,2	18,7	18,8		---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7		2,7	1,1					16,6	17,8	17,5	16,7		13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4		2,4	0,8					17,1	18,6	19,7	17,4		13,7	0,3	---	0,5
dif7	0,9	0,8	0	0,1	---	0	0,3	---	---	---	---	0,9	0	1	0,9	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 8

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif8
A	---	11	15,1	1,5		2,4	3,6					26,4	26,2	31			17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---		1,2	2,7					21,1	21,5	21,7			18	3,4	3,2	0,3
E	2,4		14,3	1,2		1,2	2,7					20,6	21,3	21,1			16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3		---	1,7					19,5	19,1	20			16,3	2,6	2,4	0,4
G	3,4	13,5	11,6	2,3		2,1	---					17,6	17,5	18,4			14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K	17,1	27,7		16,8		15,1	13,5					4	5,1	6,2			16,6	13,5	12,8	1,1
L															0,2					---
M																0,2				---
N	31	32,5	10,8	21,7		23,9	18,5					2,3	1,2	---			18,7	19,3	19	1,1
O	26,4	26,6	8,5	20,3		18,7	16,8						1,2	2,3			18,9	16,3	16,3	1,1
P	26,1	27,6	9,5	20,6		19,6	17,3					1		1,3			18,3	17,3	17	0,3
Q	17,9	27,2	22,4	17,6		16	14,8					18,8	18,2	18,7			---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7		2,7	1,1					16,6	17,8	17,5			13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4		2,4	0,8					17,1	18,6	19,7			13,7	0,3	---	0,5
dif8	0,9	0,8	1	0,1	---	0	0,3	---	---	---	---	1,3	0	1	---	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 9

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif9
A	---	11	15,1	1,5		2,4	3,6						26,2	31			17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---		1,2	2,7						21,5	21,7			18	3,4	3,2	0,3
E	2,4		14,3	1,2		1,2	2,7						21,3	21,1			16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3		---	1,7						19,1	20			16,3	2,6	2,4	0,4
G	3,4	13,5	11,6	2,3		2,1	---						17,5	18,4			14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K	17,1	27,7		16,8		15,1	13,5						5,1	6,2			16,6	13,5	12,8	1,1
L															0,2					---
M																0,2				---
N	31	32,5	10,8	21,7		23,9	18,5						1,2	---			18,7	19,3	19	9,6
O	26,4	26,6	8,5	20,3		18,7	16,8							2,3			18,9	16,3	16,3	6,2
P												1								---
Q	17,9	27,2	22,4	17,6		16	14,8						18,2	18,7			---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7		2,7	1,1						17,8	17,5			13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4		2,4	0,8						18,6	19,7			13,7	0,3	---	0,5
dif9	0,9	0,8	1,9	0,1	---	0	0,3	---	---	---	---	---	3,9	3,9	---	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 10

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif10
A	---	11	15,1	1,5		2,4	3,6							31			17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---		1,2	2,7							21,7			18	3,4	3,2	0,3
E	2,4		14,3	1,2		1,2	2,7							21,1			16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3		---	1,7							20			16,3	2,6	2,4	0,4
G	3,4	13,5	11,6	2,3		2,1	---							18,4			14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K	17,1	27,7		16,8		15,1	13,5							6,2			16,6	13,5	12,8	6,6
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O	26,4	26,6	8,5	20,3		18,7	16,8										18,9	16,3	16,3	7,8
P												1								---
Q	17,9	27,2	22,4	17,6		16	14,8							18,7			---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7		2,7	1,1							17,5			13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4		2,4	0,8							19,7			13,7	0,3	---	0,5
dif10	0,9	0,8	1,9	0,1	---	0	0,3	---	---	---	---	---	---	11,3	---	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 11

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif11
A	---	11	15,1	1,5		2,4	3,6										17,9	4,6	4,4	0,9
B									6,4											---
C											4,5									---
D	1,5	11,8	19,2	---		1,2	2,7										18	3,4	3,2	0,3
E	2,4		14,3	1,2		1,2	2,7										16,8	3,6	3,4	0
F	2,4	13,2	13,2	1,3		---	1,7										16,3	2,6	2,4	0,4
G	3,4	13,5	11,6	2,3		2,1	---										14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K														6,2						---
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O	26,4	26,6		20,3		18,7	16,8										18,9	16,3	16,3	0
P												1								---
Q	17,9	27,2	22,4	17,6		16	14,8										---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7		2,7	1,1										13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9	3,4		2,4	0,8										13,7	0,3	---	0,5
dif11	0,9	0,8	0,5	0,1	---	0	0,3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 12

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif12
A				1,5																---
B									6,4											---
C											4,5									---
D		11,8	19,2			1,2	2,7										18	3,4	3,2	1,5
E	2,4		14,3			1,2	2,7										16,8	3,6	3,4	1,2
F	2,4	13,2	13,2			---	1,7										16,3	2,6	2,4	0,7
G	3,4	13,5	11,6			2,1	---										14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K														6,2						---
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O	26,4	26,6				18,7	16,8										18,9	16,3	16,3	0
P												1								---
Q	17,9	27,2	22,4			16	14,8										---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4			2,7	1,1										13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9			2,4	0,8										13,7	0,3	---	0,5
dif12	0	1,4	0,5	---	---	0	0,3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 13

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif13
A				1,5																---
B									6,4											---
C											4,5									---
D						1,2														---
E	2,4		14,3				2,7										16,8	3,6	3,4	0,3
F		13,2	13,2				1,7										16,3	2,6	2,4	0,7
G	3,4	13,5	11,6				---										14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K														6,2						---
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O	26,4	26,6					16,8										18,9	16,3	16,3	0
P												1								---
Q	17,9	27,2	22,4				14,8										---	14,4	13,7	0,7
R	4,7	13,9	10,4				1,1										13,4	---	0,4	0,7
S	4,4	13,7	10,9				0,8										13,7	0,3	---	0,5
dif13	1	0,3	0,5	---	---	---	0,3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 14

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif14
A				1,5																---
B									6,4											---
C											4,5									---
D						1,2														---
E	2,4																			---
F		13,2	13,2				1,7										16,3	2,6	2,4	0,7
G		13,5	11,6				---										14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K														6,2						---
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O		26,6					16,8										18,9	16,3	16,3	0
P												1								---
Q		27,2	22,4				14,8										---	14,4	13,7	0,7
R		13,9	10,4				1,1										13,4	---	0,4	0,7
S		13,7	10,9				0,8										13,7	0,3	---	0,5
dif14	---	0,3	0,5	---	---	---	0,3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 15

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif15
A				1,5																---
B									6,4											---
C											4,5									---
D						1,2														---
E	2,4																			---
F							1,7													---
G		13,5	11,6														14,7	1	0,8	0,2
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K														6,2						---
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O		26,6															18,9	16,3	16,3	0
P												1								---
Q		27,2	22,4														---	14,4	13,7	0,7
R		13,9	10,4														13,4	---	0,4	10
S		13,7	10,9														13,7	0,3	---	10,6
dif15	---	0,2	0,5	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0,3	0,7	0,4	

Vogelova aproximační metoda – krok 16

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
A				1,5															
B									6,4										
C											4,5								
D						1,2													
E	2,4																		
F							1,7												
G		13,5	11,6														14,7		0,8
H					4,6														
I										9,8									
J								10											
K														6,2					
L															0,2				
M																0,2			
N													1,2						
O		26,6															18,9		16,3
P												1							
Q		27,2	22,4														---		13,7
R		13,9	10,4														13,4		
S																		0,3	
dif16	---	0,4	1,2	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1,3	---	12,9

Vogelova aproximační metoda – krok 17

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif17
A				1,5																---
B									6,4											---
C											4,5									---
D						1,2														---
E	2,4																			---
F							1,7													---
G																			0,8	---
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K														6,2						---
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O		26,6															18,9			7,7
P												1								---
Q		27,2	22,4														---			4,8
R			10,4														13,4			3
S																		0,3		---
dif17	---	0,6	12	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	5,5	---	---	

Vogelova aproximační metoda – krok 18

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	dif18
A				1,5																---
B									6,4											---
C											4,5									---
D						1,2														---
E	2,4																			---
F							1,7													---
G																			0,8	---
H					4,6															---
I										9,8										---
J								10												---
K														6,2						---
L															0,2					---
M																0,2				---
N													1,2							---
O																	18,9			---
P												1								---
Q		27,2																		---
R			10,4																	---
S																		0,3		---
dif18	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	

Metoda nejbližšího souseda – výchozí matice

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	MIN
A	---	11	15,1	1,5	2,4	2,4	3,6	7,5	13,8	14,5	17,1	26,4	26,2	31	26,4	26,1	17,9	4,6	4,4	1,5
B	11	---	20,7	11,8	12,9	13,2	13,5	11,4	6,4	12,9	27,7	26,6	27,7	32,5	26,6	27,6	27,2	13,9	13,7	6,4
C	15,6	20,9	---	19,4	14,2	13,2	11,6	17,6	27,2	27,1	4,5	8,5	9,6	10,7	8,5	9,5	22,4	11,6	10,8	4,5
D	1,5	11,8	19,2	---	1,2	1,2	2,7	5,5	15,1	15,3	16,6	21,1	21,5	21,7	21,1	22,1	18	3,4	3,2	1,2
E	2,4	12,9	14,3	1,2	---	1,2	2,7	4,4	15,9	14,2	16,3	20,6	21,3	21,1	20,6	21,2	16,8	3,6	3,4	1,2
F	2,4	13,2	13,2	1,3	1,2	---	1,7	5,5	16	15,3	15,2	19,5	19,1	20	19,5	20,4	16,3	2,6	2,4	1,2
G	3,4	13,5	11,6	2,3	3	2,1	---	6,6	17,8	17,3	13,5	17,6	17,5	18,4	17,6	17,3	14,7	1	0,8	0,8
H	7,5	11,4	17,9	5,9	4,6	5,9	6,8	---	13,6	9,6	19,9	24,2	25,3	30,1	24,2	25,1	20,3	7,7	7,5	4,6
I	13,8	6,4	27	14,8	15,7	15,7	17,5	14,2	---	9,8	29	32,9	34,1	38,9	33	33,9	31,9	18,2	18	6,4
J	14,5	12,9	27	15	13,7	14,9	16,8	10	9,3	---	29	33,3	34,4	39,2	33,3	34,2	29,4	16,8	16,6	9,3
K	17,1	27,7	4,5	16,8	16,1	15,1	13,5	19,5	30,7	29,3	---	4	5,1	6,2	4	5	16,6	13,5	12,8	4
L	26,4	26,6	8,5	20,2	19,6	18,6	16,8	23	32,3	32,7	3,9	---	1,3	2,4	0,2	1,1	19	17	16,2	0,2
M	26,2	27,7	9,6	20,7	20,7	19,8	17,5	24,2	33,4	33,9	5,1	1,2	---	1,2	1,2	0,2	18,2	17,5	17,4	0,2
N	31	32,5	10,8	21,7	21,1	23,9	18,5	26	35,4	38	6,3	2,3	1,2	---	2,4	1,3	18,7	19,3	19	1,2
O	26,4	26,6	8,5	20,3	19,7	18,7	16,8	23,1	32,3	32,8	4	0,1	1,2	2,3	---	1,1	18,9	16,3	16,3	0,1
P	26,1	27,6	9,5	20,6	19,9	19,6	17,3	23,3	33,3	33,8	5	1	0,2	1,3	1,1	---	18,3	17,3	17	0,2
Q	17,9	27,2	22,4	17,6	16,7	16	14,8	20	31,6	29,8	16,6	18,8	18,2	18,7	18,8	18,4	---	14,4	13,7	13,7
R	4,7	13,9	10,4	3,7	3,7	2,7	1,1	7,6	19,4	17,4	12,6	16,6	17,8	17,5	16,7	16,4	13,4	---	0,4	0,4
S	4,4	13,7	10,9	3,4	3,4	2,4	0,8	7,3	18,1	17,1	12,8	17,1	18,6	19,7	17,4	18,3	13,7	0,3	---	0,3

Metoda nebližšího souseda – nalezené trasy

Trasa1	A	D	E	F	G	S	R	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	A	Celkem
		1,5	1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	7,6	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	17,9	108
Trasa2	B	I	J	H	E	D	F	G	S	R	A	C	K	O	L	P	M	N	Q	B	Celkem
		6,4	9,8	10	4,6	1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	4,7	15,1	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	27,2	112,8
Trasa3	C	K	O	L	P	M	N	G	S	R	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	C	Celkem
		4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,5	0,8	0,3	2,7	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	22,4	119,7
Trasa4	D	E	F	G	S	R	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	D	Celkem
		1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	4,7	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	17,6	110,8
Trasa5	E	F	D	A	G	S	R	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	E	Celkem
		1,2	1,3	1,5	3,6	0,8	0,3	7,6	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	16,7	108,8
Trasa6	F	E	D	A	G	S	R	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	F	Celkem
		1,2	1,2	1,5	3,6	0,8	0,3	7,6	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	16	108
Trasa7	G	S	R	F	E	D	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	G	Celkem
		0,8	0,3	2,7	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	14,8	105,8
Trasa8	H	E	F	D	A	G	S	R	C	K	O	L	P	M	N	Q	B	I	J	H	Celkem
		4,6	1,2	1,3	1,5	3,6	0,8	0,3	10,4	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	27,2	6,4	9,8	10	106,9
Trasa9	I	B	A	D	E	F	G	S	R	H	J	C	K	O	L	P	M	N	Q	I	Celkem

		6,4	11	1,5	1,2	1,2	1,7	0,8	0,3	7,6	9,6	27	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	31,6	129,7
Trasa10	J	I	B	A	D	F	E	G	S	R	H	C	K	O	L	P	M	N	Q	J	Celkem
		9,3	6,4	11	1,5	1,2	1,2	2,7	0,8	0,3	7,6	17,9	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	29,8	119,5
Trasa11	K	O	L	P	M	N	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	K	Celkem
		4	0,1	1,1	0,2	1,2	10,8	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	16,6	112,2
Trasa12	L	O	P	M	N	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	L	Celkem
		0,2	1,1	0,2	1,2	6,3	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,8	110,5
Trasa13	M	P	L	O	N	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	M	Celkem
		0,2	1	0,2	2,3	6,3	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,2	110,9
Trasa14	N	M	P	L	O	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	N	Celkem
		1,2	0,2	1	0,2	4	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,7	108
Trasa15	O	L	P	M	N	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	O	Celkem
		0,1	1,1	0,2	1,2	6,3	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,8	110,4
Trasa16	P	M	O	L	N	K	C	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	Q	P	Celkem
		0,2	1,2	0,1	2,4	6,3	4,5	10,8	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	27,2	18,4	111,3
Trasa17	Q	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	Celkem
		13,7	0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	104,4
Trasa18	R	S	G	F	E	D	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	R	Celkem
		0,4	0,8	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	14,4	104,9
Trasa19	S	R	G	F	E	D	A	H	J	I	B	C	K	O	L	P	M	N	Q	S	Celkem
		0,3	1,1	2,1	1,2	1,2	1,5	7,5	9,6	9,3	6,4	20,7	4,5	4	0,1	1,1	0,2	1,2	18,7	13,7	104,4