



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**DEFORMAČNĚ-NAPĚŤOVÁ ANALÝZA TEPNY S
ATEROMEM**

STRESS-STRAIN ANALYSIS OF ARTERY WITH ATHEROMA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Rostislav Janík

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.

BRNO 2022

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Rostislav Janík
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.
Akademický rok:	2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Deformačně–napěťová analýza tepny s atheromem

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Stěna tepny je tvořena složitým nehomogenním kompozitním materiálem, který při zatížení tlakem krve vykazuje velké deformace. Atherom, neboli sklerotický plát, představuje lokální ztlustění stěny omezující průtok krve postiženou tepnou. Situaci může zásadně zhoršit prasknutí fibrózního krytu atheromu, které vyvolá kontakt mezi krví a tukovou náplní atheromu. To vede k vzniku krevní sraženiny, která brání průtoku krve a je nejčastější příčinou ischemie (mrtvice) v příslušné oblasti krevního řečiště. Práce se zaměřuje na deformačně napěťovou analýzu tepny s atheromem a predikci ruptury jeho fibrózního krytu.

Cíle diplomové práce:

1. Provést literární rešerši výpočtových modelů aterosklerotických tepen a materiálových vlastností jejich komponent.
2. Vytvořit výpočtový model tepny s aterosklerotickým plátem a provést deformačně–napěťovou analýzu.
3. Pokusit se o vyjádření rizika ruptury fibrózního krytu aterosklerotického plátu a specifikovat nejistoty použitého modelu.

Seznam doporučené literatury:

KŘEN, J., ROSENBERG, J., JANÍČEK, P.: Biomechanika. Vydavatelství ZČU, 1997.

FUNG, Y. C.: Biomechanics. Mechanical properties of living tissues. Springer, 1993.

Mechanics of biological tissue, eds. HOLZAPFEL, G. A., OGDEN, R. W., Springer, 2006.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

V této diplomové práci je rozpracována deformačně napěťová analýza kyčelní tepny s atheromem. Model tepny je vytvořen jako 3D a symetrický v podélném řezu. První část práce se zabývá rešerší, která zahrnuje získání informací z oblasti medicíny potřebných k řešení dané problematiky. Další část se věnuje nelineární mechanice, konstitutivnímu modelování z hlediska biomechaniky a výpočtovému modelování tepen. V následující části je již provedena analýza pro zatížení tepny zvýšeným krevním tlakem. Nakonec byly specifikovány nejistoty použitého modelu a vyhodnoceno riziko ruptury aterosklerotického plátu.

Klíčová slova

aterom, ateroskleróza, kyčelní tepna, napětí, deformace, hyperelastická, biomechanika, MKP analýza

Abstrakt

This master thesis analyses stress and strain of iliac artery with atheroma. Model of artery is created as 3D and symmetric in the longitudinal cut. The first part of the thesis deals with a research, which includes obtaining information from medicine, which is necessary for the right solution of the task. Next part dedicates to nonlinear mechanics, constitutive modeling from the view of biomechanics and computational modeling of arteries. In the next part is made analysis for load on artery by increased blood pressure. In the end were specified uncertainties of the used model and evaluated chance of atherosclerotic plaque rupture.

Key words

atheroma, atherosclerosis, iliac artery, stress, strain, hyperelasticity, biomechanics, FEM analysis

Bibliografická citace:

JANÍK, Rostislav. *Deformačně-napěťová analýza tepny s ateromem* [online]. Brno, 2022 [cit. 2022-05-16]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/144015>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Jiří Burša.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci na téma *Deformačně-napěťová analýza tepny s atheromem* vypracoval samostatně s využitím odborné literatury, zdrojů uvedených v seznamu a s pomocí vedoucího práce.

V Brně dne:

.....
Rostislav Janík

Poděkování

Těmito slovy bych rád poděkoval vedoucímu práce prof. Ing. Jiřímu Buršovi, Ph.D. za jeho ochotu a cenné rady při řešení této diplomové práce. Chtěl bych také poděkovat rodině za podporu a trpělivost při mém studiu.

Obsah

1	Úvod	11
1.1	Problémová situace	11
1.2	Formulace problému	11
1.3	Cíle řešení	12
2	Problematika z lékařského pohledu	13
2.1	Oběhový systém	13
2.2	Tepenný systém.....	14
2.2.1	Stavba tepenných stěn	14
2.2.2	Zásadní složky tepenných stěn z hlediska mechaniky	15
2.3	Tlak krve	17
2.4	Ateroskleróza.....	18
2.4.1	Patogeneze	18
3	Výpočtové modelování – literární řešerše	20
3.1	Nelineární mechanika.....	20
3.1.1	Tenzory popisující deformaci v bodě tělesa	20
	Tenzor deformačního gradientu.....	20
	Cauchy-Greenův tenzor deformace	21
	Green-Lagrangeův tenzor	21
3.1.2	Tenzory popisující napjatost v bodě tělesa	21
3.1.3	Redukované napětí.....	22
3.2	Konstitutivní modely	22
3.2.1	Vybrané konstitutivní modely	23
3.3	Výpočtový model tepny.....	26
3.3.1	Výpočtový model tepny s aterosklerózou	26
4	Deformačně napěťová analýza.....	34
4.1	Geometrie.....	34
4.2	Materiálová data	38
4.3	Okrajové podmínky a zatížení	41
4.4	Síť.....	42
4.5	Nastavení analýzy.....	44
4.6	Výsledky analýzy.....	44
5	Diskuse k výsledkům a nejistotám použitého modelu	51
5.1	Diskuse.....	51

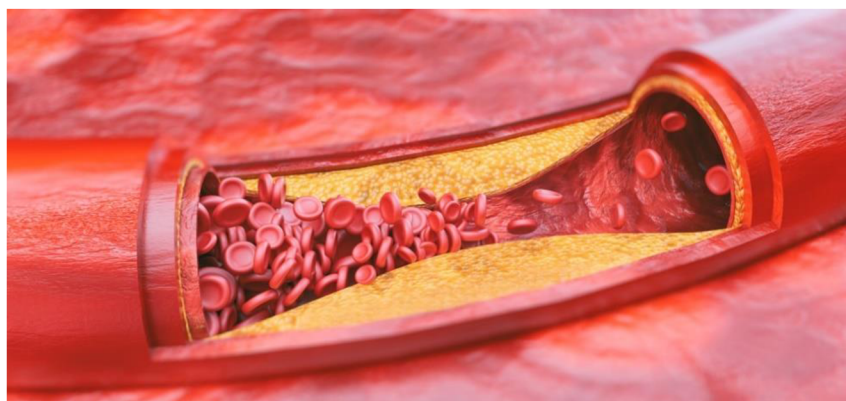
5.2	Nejistoty použitého modelu	51
5.2.1	Geometrie a zatížení.....	51
5.2.2	Materiálová data	51
6	Riziko ruptury ateromu	53
7	Závěr	56
	Seznam použitých zdrojů.....	58
	Seznam obrázků	62
	Seznam tabulek	64

1 Úvod

1.1 Problémová situace

Ateroskleróza patří mezi nejzásadnější problémy týkající se zdraví lidských cév. Onemocnění může vyvolat lokální ischemii, která se v nejhorších případech projevuje mozkovou či srdeční příhodou a ohrožuje tak člověka na životě. Jedná se vůbec o jednu z nejčastějších příčin úmrtí u lidí.

Téma diplomové práce je tedy velice aktuální, a to z důvodu uspěchané doby, tedy i velkého stresu, dále z nedostatku pohybu či nesprávné životosprávy. S těmito faktory z velké části souvisí ukládání tukových látek, zejména cholesterolu, a následný vznik aterosklerotických plátů neboli aterosklerotických plaků. Takovéto pláty zapříčiní růst tloušťky stěny cévy, s čímž souvisí její omezený průtok. Krev tedy nemůže cévou proudit dále a dochází tak k nedokrvení určitého orgánu nebo tkáně.



Obr. 1 Ateroskleróza. Převzato z [1]

1.2 Formulace problému

Hlavní problém spočívá v tom, že rostoucí aterom se v tepně projevuje horším prokrvením tkání, dokud nenastane ruptura a následné ucpání tepny. Úkolem diplomové práce je provedení deformačně napětové analýzy, ze které zjistíme, k jakým deformacím a napětím v postižené tepně dochází. Z analýzy se také určí, při jakých rozměrech jednotlivých částí aterosklerotického plátu dochází ke vzniku největších napětí. S takto získanými daty lze poté vyjádřit riziko ruptury, jež může u lidí způsobit smrt.

K řešení daného problému je potřeba seznámit se s tepenným systémem, materiálovou skladbou tepenných stěn a faktory, jež na tuto stěnu působí. Dále je třeba zjistit materiálové charakteristiky aterosklerotických plátů, které jsou k analýze potřeba.

Problém spadá pod obor biomechaniky, jelikož se zabývá lidskou tkání a zároveň pod obor nelineární mechaniky, poněvadž struktura takovýchto tkání je tvořena složitými nehomogenními kompozitními materiály, které při zatížení vykazují velké deformace.

1.3 Cíle řešení

Cíle diplomové práce byly vedoucím specifikovány takto:

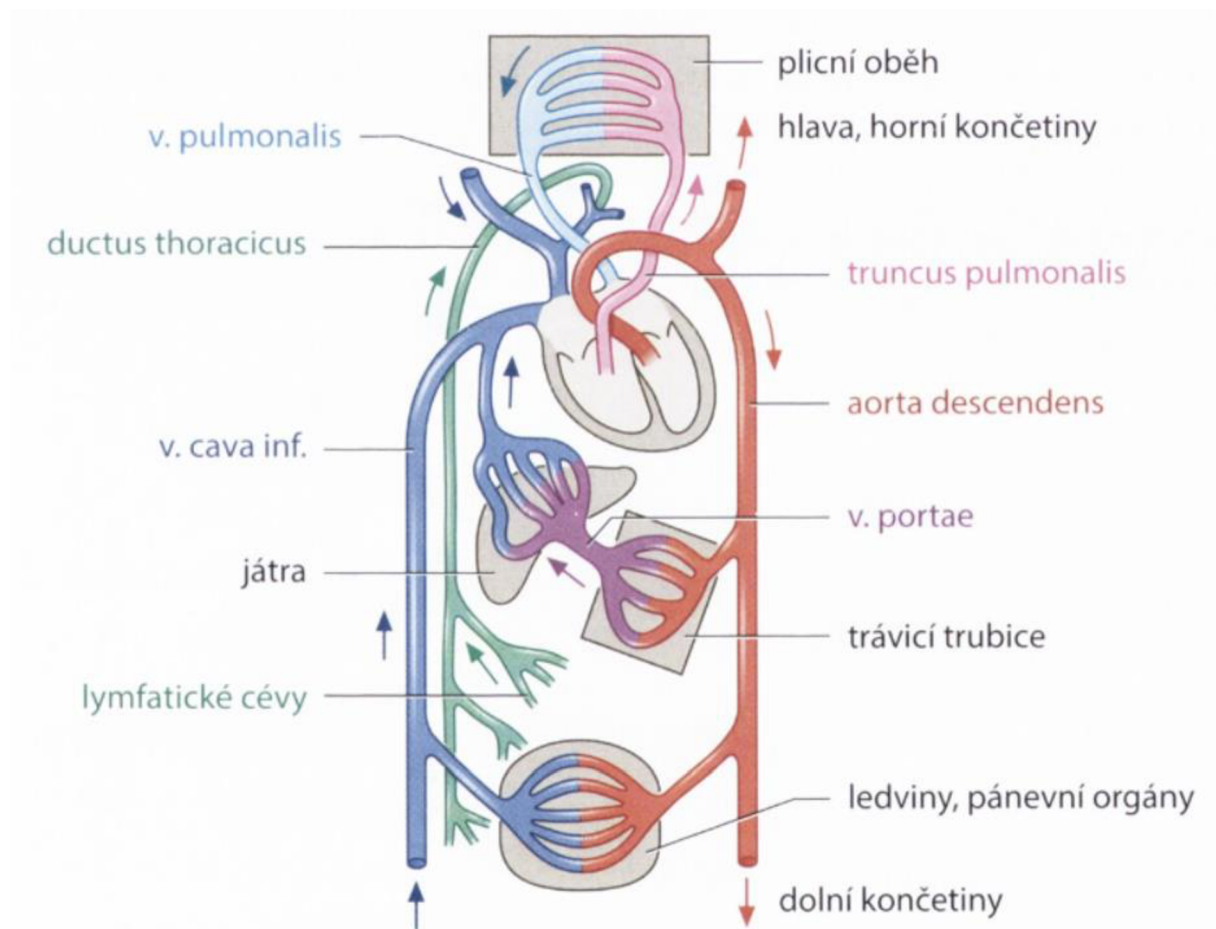
1. Provést literární rešerši výpočtových modelů aterosklerotických tepen a materiálových vlastností jejich komponent.
2. Vytvořit výpočtový model tepny s aterosklerotickým plátem a provést deformačně-napětovou analýzu.
3. Pokusit se o vyjádření rizika ruptury fibrózního krytu aterosklerotického plátu a specifikovat nejistoty použitého modelu.

2 Problematika z lékařského pohledu

Pro výpočtové modelování aterosklerotických tepen je potřeba vymezit některé základní pojmy z oblasti medicíny. Následující část textu čerpá z literárního pramene [2], není-li uvedeno jinak.

2.1 Oběhový systém

Pomocí oběhového systému je tělem rozváděna krev, jež je nejdůležitějším transportním prostředkem. Zásobuje jednotlivé orgány živinami a kyslíkem a také odvádí odpadní látky. Jedná se o systém cév, který vede krev od čerpadla – srdce ke tkáním celého těla a poté znovu zpět k čerpadlu.



Obr. 2 Krevní oběh (schéma). Převzato z [2]

Na obr.2 lze vidět cévy znázorněné různými barvami. Červená barva představuje tepny, modrá barva pak žíly. Tyto cévy mají za úkol tělní (velký) oběh, dodávají tedy živiny do celého těla. Cévy vykresleny růžovou, resp. světle modrou barvou představují tepny, resp. žíly z plicního (malého) oběhu, jež slouží k výměně oxidu uhličitého a kyslíku.

Pro účely této práce se bude pozornost věnovat zejména tělnímu oběhu, a to především tepennému systému.

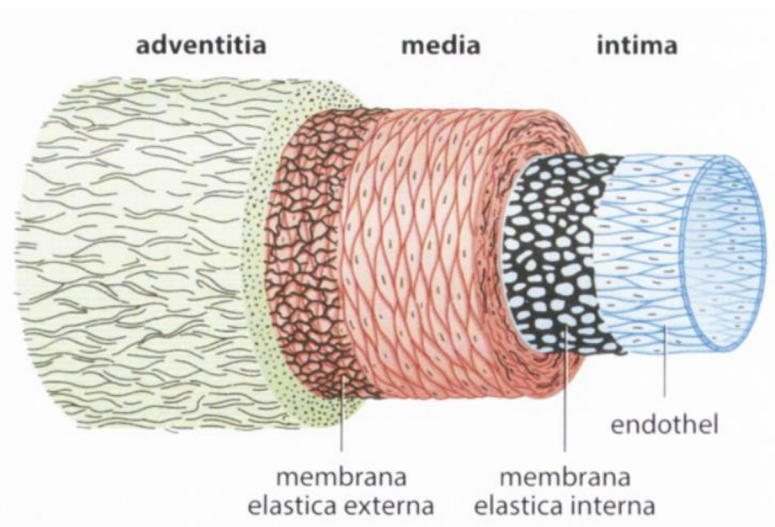
2.2 Tepenný systém

Krev vždy opouští komoru srdce jedinou tepnou – aortou. Tato hlavní tepna se v dalším průběhu postupně větví na menší cévy až do úrovně arteriol, na které pak navazují kapiláry, kde probíhá výměna látek a plynů mezi krví a orgány v největší míře.

2.2.1 Stavba tepenných stěn

Ve stěně tepen se rozlišují 3 základní vrstvy:

- 1) **tunica intima**: Jedná se o vnitřní vrstvu tepenné stěny. Je tvořena endotelem a tenkou vrstvou subendotelového vaziva, která se převážně skládá z kolagenních a elastických vláken a membrán. Na rozhraní mezi tunica intima a tunica media se nachází *membrana elastica interna*, která má tvar dvourozměrné sítě z elastických vláken a otvorů, skrze které dochází k difuzi látek.
- 2) **tunica media**: Střední a nejmohutnější vrstva, jež je tvořena hladkou svalovinou a mezibuněčnou hmotou, která se skládá z kolagenních a elastických vláken. Na rozhraní mezi tunica media a tunica adventitia se nachází *membrana elastica externa*.
- 3) **tunica adventitia** (externa): Vnější vrstva, jež ukotvuje cévy v okolí a je tvořena vazivem. Obsahuje především kolagenní vlákna, dále pak vlákna elastická, fibroblasty a proteoglykany. Skrze vrstvu prostupuje pleteň *vasa vasorum* (cévy cévní stěny), jež zásobují adventicii, ale především zevní vrstvu medie. Dále vrstvou prochází nervová vlákna, která inervují hladkou svalovinu medie.



Obr. 3 Vrstvy stěny tepny. Převzato z [2]

Dle typu stavebního materiálu, jenž v tunica media převažuje, tepny dělíme na elastické a svalové. Mezi elastické patří velké tepny v blízkosti srdce (aorta a její velké větve). Tunica media těchto tepen se skládá z elastických lamel, jež slouží k transformaci pulzujícího proudění krve na kontinuální. Mezi svalové patří většina tepen, které na velké elastické tepny navazují a zmenšuje se tak jejich velikost (stehenní, pažní). Tepny se dále větví na cévy s menším průměrem až do úrovně arteriol, na které navazují kapiláry, jež slouží k výměně látek a plynů a jsou tvořeny pouze endotelem a bazálními lamínami.

2.2.2 Zásadní složky tepenných stěn z hlediska mechaniky

V této části budou popsány zásadní materiály, ze kterých se skládají tepenné stěny. Budou uvedeny jejich materiálové charakteristiky, které je nutné znát k pochopení chování a vlastností tepen.

Skladba cévní stěny je složitá, avšak na schopnosti cév pasivně a aktivně měnit svůj objem mají vliv především tři nejdůležitější strukturální složky. Tyto složky určují pružnost a pevnost cév, jedná se o vlákna elastinu, vlákna kolagenu a buňky hladkého svalstva. V těle se vyskytují v různých poměrech, a to dle typu cév. Elastické (pružňkové) cévy, které se vyskytují blíže k srdci (aorta), obsahují vyšší podíl elastických vláken a umožňují tak velké deformace. Oproti tomu u cév svalového (muskulárního) typu, mezi které se řadí větší a střední tepny dále od srdce, převažují vlákna hladkého svalstva, jejíž hlavní funkcí je vytvářet aktivní napětí cévní stěny neboli tonus. Tepny svalového typu také umožňují velké deformace, avšak oproti tepnám elastického typu nejde o deformace elastické. [3]

Po doporučení vedoucího diplomové práce jsem si k analýze vybral tepnu kyčelní (ilickou), tedy tepnu, jež spadá pod cévy svalové, obsahuje tedy méně elastinu a nepodléhá tak velkým deformacím.

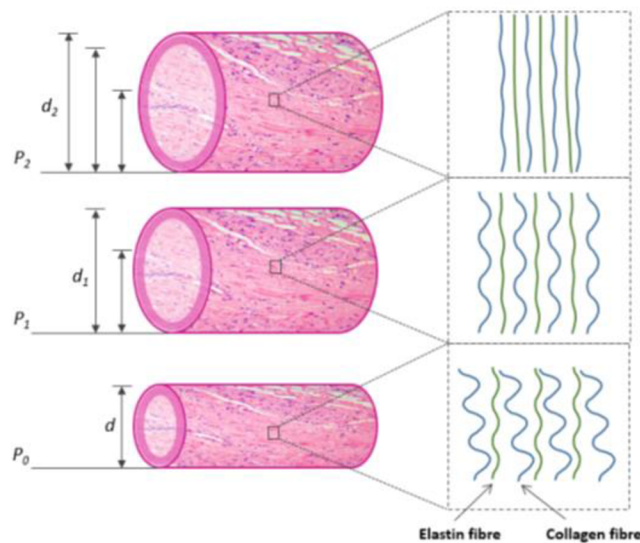
Elastin

Elastin je nejvýznamnější složkou aorty. Tento materiál umožňuje velkou deformaci cévních stěn, udává tedy jejich pružnost a poddajnost. Jeho modul pružnosti se pohybuje ve stovkách kPa, přibližně *200–400 kPa*. Dále se projevuje zanedbatelnou hysterezní smyčkou a také relaxací. Dosahuje velmi vysoké tažnosti, a to až 130%.

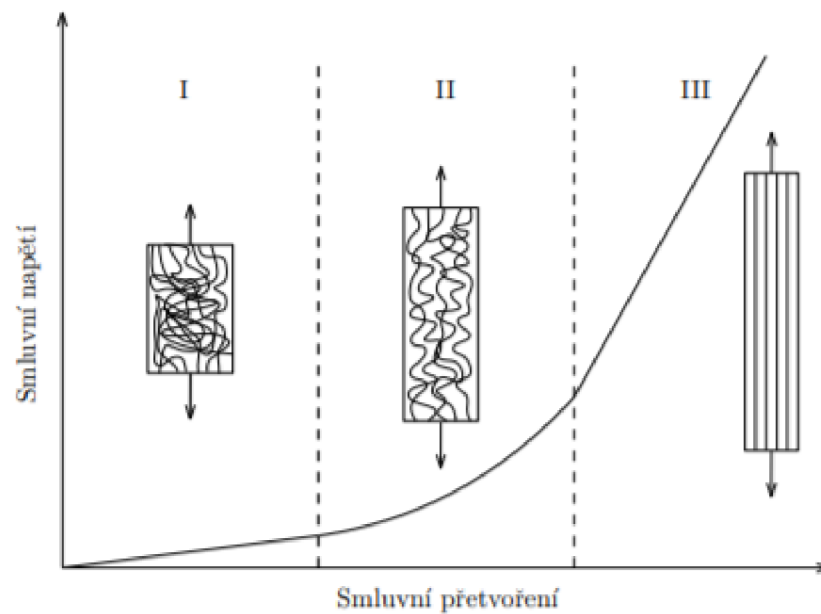
Kolagen

Existuje velké množství druhů kolagenu, ale v lidských cévách se vyskytuje zejména kolagen typu *I*, dále také kolagen typu *III* a další typy v zanedbatelném množství. Kolagenní vlákna jsou zvlněná, při deformaci se postupně napřimují a aktivují se až po určité deformaci cévy, do té doby jsou aktivní pouze vlákna elastinu (viz. obr.4). Po aktivaci se kolagen stává nosným prvkem, který určuje pevnost stěny cévy.

Oproti elastinu má kolagen modul pružnosti podstatně větší, pohybuje se v rozmezí *100-10 000 MPa*. Dále se projevuje úzkou, ale přece jen o něco výraznější hysterezí a také relaxací. Tažnost dosahuje maximálně pouhých 10%.



Obr. 4 Aktivace kolagenních vláken během deformace cévy. Převzato z [4]

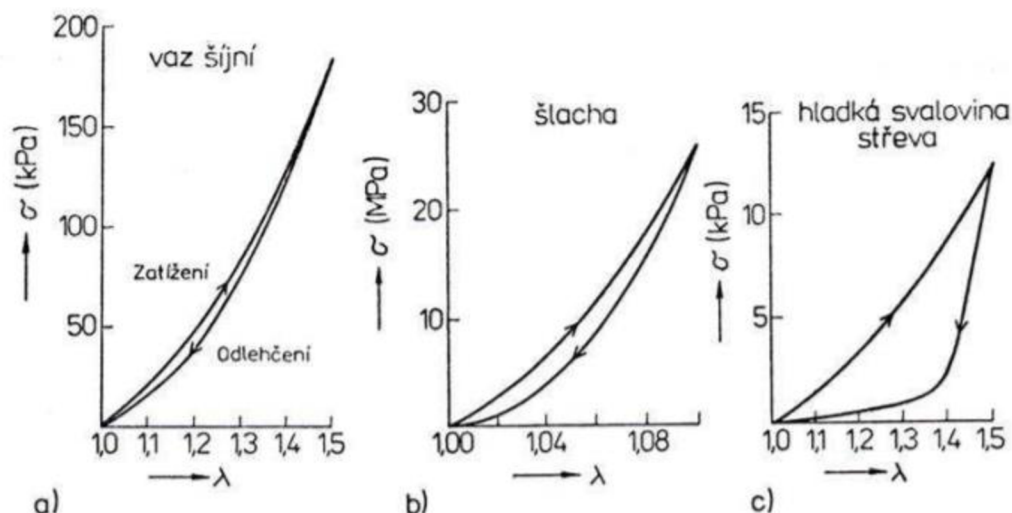


*Obr. 5 Aktivace kolagenních vláken v závislosti na velikosti smluvního napětí a přetvoření. Převzato z [5].
Upraveno.*

Hladká svalovina

Vlákna hladké svaloviny mají modul pružnosti v rozsahu $15\text{-}25\text{ kPa}$, to platí pro relaxovaný stav, avšak po jejich aktivaci modul pružnosti výrazně roste a je velice obtížné jej určit. Typickým je široká hysterezní smyčka a také výrazná relaxace.

Z hlediska mechanického chování tepny v relaxovaném stavu je hladká svalovina zanedbatelná. Je třeba počítat pouze s elastinem, který udává míru protažení cévy v obvodu a kolagenem, který se od určitého protažení stává nosným prvkem a zamezuje tak větší deformaci.



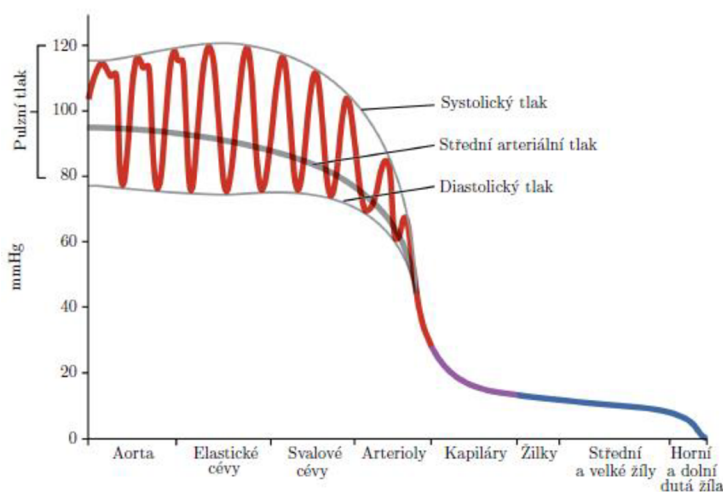
Obr. 6 Průběh napětí-deformace pro a) elastin, b) kolagen, c) hladkou svalovinu. Převzato z [4]

2.3 Tlak krve

Pojmem tlak krve (TK) se rozumí hydrostatický tlak, jež vyvolává krev proudící v cévách. Krev tak působí na stěny cév tlakovým zatížením, jedná se tedy o sílu, kterou objem krve tlačí kolmo na stěnu cévy. Rozlišují se dva typy TK, a to jeho maximální a minimální hodnota. Maximální hodnotu představuje tlak systolický (stahy srdce), a to 120 mmHg , jedná se o tlak tvořený srdeční systolou a elasticitou tepenných stěn. Diastolický tlak (uvolnění srdce) pak představuje minimální hodnotu TK, jeho hodnota činí 80 mmHg a je udržován periferním odporem. [6] Tyto hodnoty se pak značí $120/80 \text{ mmHg}$ a jedná se o ideální hodnotu TK u zdravého člověka.

Z hlediska cílů této diplomové práce bude k analýze deformace a napjatosti zásadní vyšší tlak, tedy systolický. Pro výpočet bude také vhodný převod jednotek tlaku, a to z milimetrů rtuťového sloupce na pascaly:

$$120 \text{ mmHg} \doteq 16 \text{ kPa}$$



Obr. 7 Tlak krve při průtoku cévní soustavou. Převzato z [4]

Tlak krve může však nabývat i jiných hodnot, mění se například při určité fyzické či psychické zátěži. Důležitým faktorem může také být onemocnění jež ovlivňuje TK. Hypotenze a hypertenze jsou nemoci, které se projevují sníženým, resp. zvýšeným krevním tlakem. Opět pro tuto práci je důležitější tlak vyšší, toho je dosaženo při hypertenzi. Lidé trpící touto nemocí mají TK vyšší a v některých případech dosahuje hodnot až $180/110 \text{ mmHg}$. [6] Takovýto tlak dosahuje již extrémních hodnot, v práci bude proto použit běžněji se vyskytující zvýšený krevní systolický tlak, a to 150 mmHg . Hodnotu je opět nutné převést na jednotky Pa , což vidíme níže:

$$150 \text{ mmHg} \doteq 20 \text{ kPa}$$

2.4 Ateroskleróza

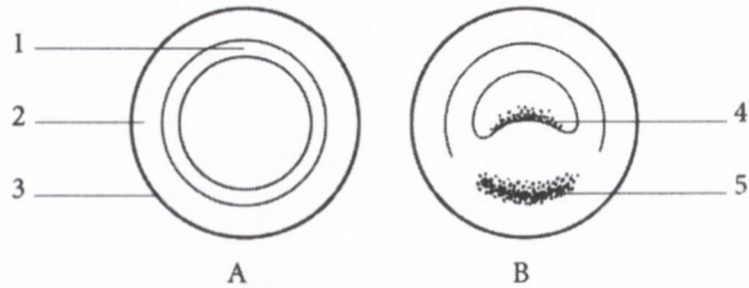
Pojmem ateroskleróza se označují patologické změny, které vedou k zúžení průsvitu cév. Toto onemocnění postihuje nejčastěji tepny elastické a velké či střední tepny svalové (aorta, krkavice, tepny koronární, ilické, dolních končetin). V intimě dochází ke vzniku ateromu neboli aterosklerotického plátu, který se postupně zejména pod vlivem lipidů zvětšuje. Z tohoto důvodu se dlouhodobě jedná o bezpříznakové onemocnění až do chvíle, kdy dochází ke snížení průtoku krve a kardiovaskulárním problémům.

Důsledkem aterosklerózy je zúžení průsvitu cév (stenóza) z čehož plyne také snížení prokrvení tkání (ischemie). Dojde-li také k vytvoření trombu nad plátem, céva se zcela uzavře a dochází k nekróze dané tkáně (infarkt, mrtvice).

2.4.1 Patogeneze

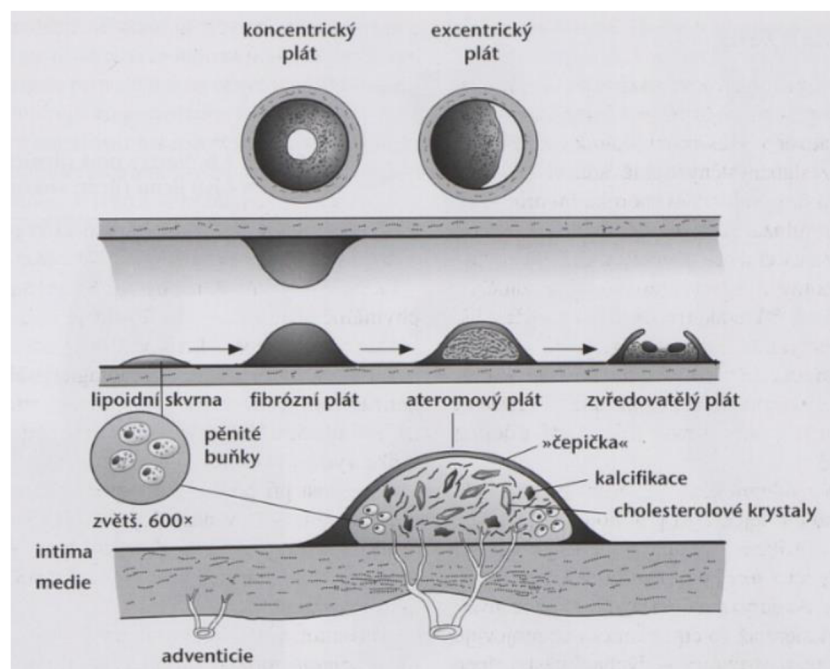
Na patogenезi aterosklerózy, jak se popisuje v [7], existují dva hlavní názory. První názor popisuje buněčnou proliferací (množení buněk) intimy, u druhého je hlavní myšlenkou opakovaný vznik trombů na intimě a jejich následná organizace. V současnosti se pracuje s myšlenkou, že se na onemocnění výrazně podílí také zánět. Teorie vzniku aterosklerózy je popsána v následujících krocích:

- chronické poškození endotelu, což vede ke změnám jeho permeability, přitahování granulocytů a vznik možnosti trombotizace
- pronikání lipidů, cholesterolu a jeho esterů do cévní stěny
- přilnutí monocytů a granulocytů k adhezivním molekulám a postupné pronikání do intimy
- shlukování krevních destiček v místě poškození endotelu
- vlivem destiček, makrofágů a buněk cévní stěny dochází k migraci buněk hladké svaloviny z medie do intimy, tloušťka stěny cévy roste
- postupně dochází k dystrofické kalcifikaci
- makrofágy fagocytují lipidy a vznikají pěníte buňky [8], když zaniknou tak se lipidy hromadí i mimo buňky



Obr. 8 Aterosklerotické poškození tepny: A - průřez zdravé tepny, B - průřez tepny s aterosklerózou (1 - intima, 2 - media, 3 - adventitia, 4 - nasadající trombóza, 5 - kalcifikace). Převzato z [7]

Takto tedy dochází ke vzniku nejčasnějších aterosklerotických lézí – lipidních skvrn. Během migrace buněk hladké svaloviny, jak je již popsáno výše, dochází také k jejich proliferaci. Tyto buňky fagocytují lipidy a dále vytváří kolagen a proteoglykany, jež slouží k tvorbě vlastního sklerotického plátu. Pokud takovýto plát obsahuje méně lipidů a tvoří ho zejména kolagenní vazivo, jedná se o *plát fibrózní*. Pokud však plát obsahuje více lipidů, má v centru ložisko kašovitých ateromových hmot (nekrotické jádro), jež jsou bohaté na cholesterol a jeho estery, jedná se o *ateromový plát*. Na povrchu takového plátu se vyskytuje poškozený endotel, kde se vytváří trombus. Malý trombus bývá zabudován do cévní stěny, avšak opakováním děje dochází k růstu plátu. [8]



Obr. 9 Ateroskleróza – vývoj sklerotického plátu. Převzato z [8]

Mezi hlavní rizikové faktory vzniku aterosklerózy patří zejména hyperlipidémie (vysoká hladina cholesterolu v krvi), dále také hypertenze (vysoký krevní tlak), kouření cigaret (poškození endotelu zplodinami kouře) či diabetes mellitus (cukrovka).

3 Výpočtové modelování – literární řešerše

Ze složité vnitřní stavby cév (tj. vrstevnatost a nehomogenita) vyplývají také jejich mechanické vlastnosti. Cévy vykazují anizotropní a viskoelastické vlastnosti a také objemovou nestlačitelnost. Avšak důležitým faktorem je, že cévy podstupují konečné (velké) deformace, tudíž jejich deformačně napět'ové křivky vykazují nelineární závislost. Z tohoto důvodu je k popisu jejich chování zapotřebí využít nelineární mechaniku kontinua. [9]

V následující kapitole budou tedy vysvětleny principy a modely, jež popisují chování materiálů z nelineární mechaniky, která se liší a je značně složitější oproti obecné lineární mechanice.

3.1 Nelineární mechanika

Následující kapitola čerpá z pramene [10], není-li uvedeno jinak.

Nelineární chování je v mechanice popisováno pomocí složitých konstitutivních modelů. Avšak předtím, než budou popsány konstitutivní modely, je třeba seznámit se s důležitými pojmy, se kterými tyto modely pracují.

3.1.1 Tenzory popisující deformaci v bodě tělesa

Tenzor deformačního gradientu

Důležitým tenzorem, s nímž konstitutivní modely pracují je tenzor deformačního gradientu \mathbf{F} . Jeho složkami jsou poměrná protažení λ , pro které v hlavním souřadnicovém systému a bez rotací platí obecný vztah:

$$\lambda_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$$

V obecném souřadnicovém systému pak úplný maticový zápis vypadá takto:

$$F = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{pmatrix}$$

Determinantem této matice se určí *třetí invariant tenzoru deformačního gradientu J*. Lze vypočítat z hlavních hodnot poměrných protažení a to následovně:

$$J = \det(F) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$$

Cauchy-Greenův tenzor deformace

Tenzor opět definujeme pomocí poměrných protažení λ , stejně jako u tenzoru deformačního gradientu. Cauchy-Greenův tenzor se dělí na dva typy, avšak důležitý je pro nás pouze níže zmíněný:

- Právý Cauchy-Greenův tenzor deformace

$$C = F^T \cdot F \leftrightarrow C_{ij} = F_{ki} \cdot F_{kj}$$

Kvadráty již zmíněných poměrných protažení v hlavních směrech jsou hlavními souřadnicemi Cauchy-Greenova tenzoru.

$$C = \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{pmatrix}$$

Z této matice lze poté jednoduše vyjádřit invarianty tenzoru v hlavním souřadnicovém systému:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2$$

$$I_3 = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = J^2$$

Symbol J zde značí třetí invariant tenzoru deformačního gradientu.

Green-Lagrangeův tenzor

Pro Green-Lagrangeův tenzor platí, že přetvoření je vztaženo k původním rozměrům, avšak počítá také s natáčením elementu. Deformovaná délka elementu se určuje pomocí Pythagorovy věty ve 3D prostoru. Pomocí tenzorového zápisu lze zobecnění na všechny složky tenzoru přetvoření zapsat následovně:

$$E_{ij}^L = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \right]$$

3.1.2 Tenzory popisující napjatost v bodě tělesa

První Piola-Kirchhoffův tenzor napětí

V praxi se tento tenzor označuje jako smluvní napětí. Je vyjádřen jako skutečná elementární síla, která je vztažena na původní nedeformovanou plochu elementu dle vztahu:

$$\tau_i = \frac{dF_i}{dX_j \cdot dX_k}$$

Cauchyho tenzor napětí

Cauchyho tenzor napětí, též označován jako Eulerův tenzor a v praxi jako skutečná napětí. Tenzor je vyjádřen pomocí skutečné elementární síly, která je vztažená na skutečnou deformovanou plochu elementu. Platí pro něj následující vztah:

$$\sigma_i = \frac{dF_i}{dX_j \cdot dX_k}$$

3.1.3 Redukované napětí

Redukované napětí σ_{red} je definováno jako hodnota napětí fiktivní tahové napjatosti, jež nám vzhledem k příslušnému meznímu stavu dává stejnou prostou bezpečnost jako vyšetřovaná prostorová napjatost.

Existuje více podmínek plasticity, pomocí kterých lze redukované napětí stanovit. V této diplomové práci bude použita pouze podmínka plasticity HMM, která se v biomechanice u problematiky tepen využívá jako podmínka pevnosti [11], [12], [13].

Podmínka plasticity

Název podmínky vychází ze jména jejich autorů, kterými byli Hencky, Mises, Huber. Případně je označována jako Misesova podmínka plasticity, a je definována následovně:

„Mezního stavu pružnosti je dosaženo, jestliže oktaedrické smykové napětí τ_o dosáhne mezní hodnoty τ_{ok} , která je materiálovou charakteristikou. Nezávisí tedy na stavu napjatosti a lze ji proto stanovit na základě tahové zkoušky.“

Pro redukované napětí vyjádřené pomocí této podmínky platí vztah:

$$\sigma_{red} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

kde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ jsou hlavní napětí. [14]

3.2 Konstitutivní modely

Následující kapitola čerpá z pramene [10], pokud není uvedeno jinak.

Konstitutivní vztahy slouží k modelování závislosti mezi deformací a napětím.

Hyperelastická – mezi hyperelastické materiály patří takové, jež vykazují velká (konečná) vratná přetvoření. Při zatížení se tedy tyto materiály deformují až o desítky či stovky procent. Takovýmto chováním se projevují měkké tkáně lidského těla, mezi které patří právě tepny.

Viskoelastická – mezi viskoelastické materiály patří takové, jež vykazují spojení vlastností tuhé látky a tekutiny. Jedná se tedy o spojení elasticity tuhých látek a o viskozitu tekutin. Chování takovýchto látek se projevuje například hysterezí, relaxací a také závislostí na čase a rychlosti zatěžování, tyto vlastnosti platí také pro tepny.

Pro deformačně napět'ovou analýzu lze viskoelastické vlastnosti jako hystereze a relaxace zanedbat. Výpočtový model bude pracovat pouze s hyperelasticitou, se kterou souvisí níže popsané konstitutivní modely.

3.2.1 Vybrané konstitutivní modely

V následující části budou představeny vybrané konstitutivní hyperelastické modely, a to izotropní a anizotropní nestlačitelné, které je možné použít k popisu chování tepen. Tepny vykazují pouze nepatrnou objemovou stlačitelnost, pokud nedochází k vytlačování tekutiny z tkáně. Budou zde uvedeny rovnice těchto modelů, jež objemovou stlačitelnost zanedbávají a také parametry, s kterými tyto modely pracují.

Základní izotropní modely jako Neo-Hook, Mooney-Rivlin či Arruda-Boyce jsou pro modelování chování měkkých tkání nevhodné. Proto zde budou představeny jiné pro biomechaniku důležitější izotropní modely, především model Yeoh, a dále také modely anizotropní.

a) Yeoh

Model Yeoh je jedním z nejpoužívanějších konstitutivních modelů v biomechanice v oblasti popisu chování měkkých tkání. Tento model vychází z Mooney-Rivlinovy formulace, avšak oproti němu pracuje pouze s prvním invariantem. Bylo totiž dokázáno, že celková energie napjatosti je více ovlivněna přírůstkem $\frac{\partial W}{\partial I_1}$ než $\frac{\partial W}{\partial I_2}$. Predikční schopnost modelu Yeoh je tudíž lepší a měrná energie napjatosti tohoto modelu je dána následujícím vztahem:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

Avšak může se vyskytovat i v podobě s vyšším počtem členů (např. 5), pak tedy platí obecný vztah:

$$W = \sum_{i=1}^N c_{i0} \cdot (I_1 - 3)^i$$

kde c_{i0} jsou materiálové parametry, I_1 je první invariant Cauchy-Greenova tenzoru deformace a N je počet členů.

Při použití pouze dvou členů (např. první a třetí), které bývá nejčastější, mají tyto členy jednoznačnou fyzikální interpretaci. První lineární člen slouží k určení počátečního sklonu deformačně napět'ové křivky, z čehož vyplývá počáteční tuhost. Druhý člen pak určuje míru progresivity této křivky neboli deformační zpevnění.

b) Demiray

Další izotropní model používaný pro homogenní nestlačitelné materiály, ovšem starší (1972) a méně používaný než model Yeoh (1993). Vztah pro měrnou energii napjatosti vychází čistě z matematické formulace, jež využívá exponenciální funkci:

$$W = \frac{\beta}{2\alpha} (e^{\alpha(I_1-3)} - 1)$$

kde β je napěťový parametr a α je kladné reálné číslo.

c) model Fungova typu

Tento model již není izotropní, avšak ortotropní a také využívá exponenciální funkci. Jeho nejjednodušší tvar lze zapsat rovnicí:

$$W = \frac{c}{2} [e^Q - 1]$$

pro Q platí (zanedbává se radiální přetvoření):

$$Q = c_1 \varepsilon_t^2 + c_2 \varepsilon_z^2 + 2c_3 \varepsilon_t \varepsilon_z$$

kde c, c_i jsou materiálové parametry a ε_i jsou složky Green-Lagrangeova tenzoru konečných přetvoření.

d) Takamizawa-Hayashi

Dalším ortotropní model, ale oproti předchozímu využívá funkci logaritmickou. Pro měrnou energii napjatosti platí vztah:

$$W = -c \cdot \ln(1 - Q)$$

pro Q platí:

$$Q = \frac{1}{2} c_1 \varepsilon_t^2 + \frac{1}{2} c_2 \varepsilon_z^2 + c_3 \varepsilon_t \varepsilon_z$$

kde c, c_i jsou materiálové parametry a ε_i jsou složky Green-Lagrangeova tenzoru konečných přetvoření. Opět jsou zde zanedbána radiální přetvoření.

e) Holzapfel

Jedná se o model anizotropní, který zohledňuje strukturu cévních stěn a opět využívá exponenciální funkci, ale jen pro vlákna. Model tedy pracuje s dvěma skupinami vláken. Energie napjatosti izotropní matrice je popsána modelem Neo-Hook. Anizotropní část měrné energie napjatosti se uplatňuje pouze v případě, že její vlákna jsou namáhána v tahu. Pro model platí následující vztah:

$$W_{(I_1, I_4, I_6, J)} = \frac{c}{2} (I_1 - 3) + W_{aniso(I_4, I_6)}$$

Pro anizotropní část existuje matematická formulace, jež vypadá následovně:

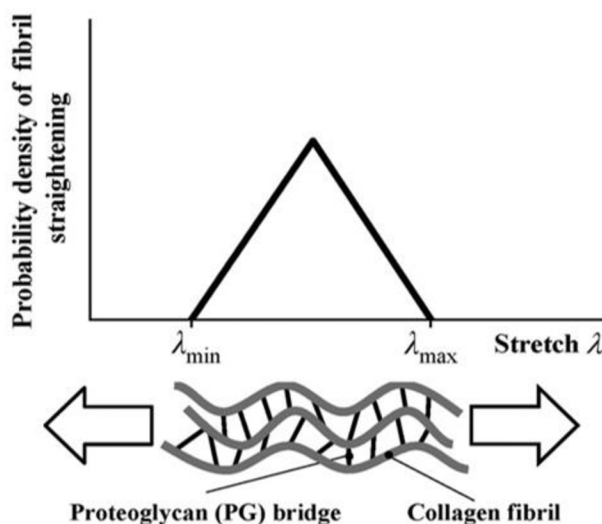
$$W_{aniso(I_4, I_6)} = \frac{k_1}{2k_2} \sum_{i=4,6} (e^{k_2(I_i-1)^2} - 1) \quad \text{pro } I_4 > 1, I_6 > 1$$

kde c, k_1, k_2 jsou materiálové parametry a I_1, I_4, I_6 jsou invarianty pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace (I_4, I_6 vyjadřují deformaci výtzužných látek).

Další anizotropní model vychází z Holzapfelova modelu, jedná se o jeho rozšíření a nazývá se **Gasserův**. Opět se jedná o exponenciální model, jež navíc uvažuje a zohledňuje rozptyl orientace vláken ve struktuře. Pro menší rozptyly dává model dobré výsledky, u větších rozptylů však chyba výrazně narůstá.

f) Martufi

Pro popis posledního modelu jsem si vybral Martufiho model, který oproti předchozím zohledňuje také zvlnění vláken. Pro cévní tkáň platí, že deformační zpevnění výrazně roste postupným zapojováním právě zvlněných vláken (u cév kolagenní vlákna) do přenosu zatížení. V grafu níže lze vidět, že model se snaží tento efekt popsat pomocí bilineární pravděpodobnostní funkce, jež popisuje distribuci limitních protažení jednotlivých vláken.



Obr. 10 Pravděpodobnost napřímění vláken v závislosti na poměrném protažení, Struktura kolagenních vláken. Převzato z [10]

Model zavádí tzv. Cumulative Density Function (*CDF*) se kterou pracuje a integruje ji. Z Martufiho modelu dostaneme vztah pro první Piola-Kirchhoffovo napětí T :

$$T(\lambda) = k \int_0^{\lambda} CDF(\bar{\lambda}) d\bar{\lambda}$$

Díky zavedené trojúhelníkové distribuční funkci je možné integraci provést po jednotlivých částech. Celkový příspěvek vláken získáme sférickou integrací, která pracuje také s distribucí směrů kolagenních vláken.

Konstanty, s nimiž model pracuje: Modul pružnosti ve smyku μ , parametr charakterizující tuhost vláken k , poměrné protažení, při kterém dochází k napřímění

nejméně (nejvíce) zvlněných vláken, čímž se zapojí do přenosu zatížení $\lambda_{min}(\lambda_{max})$, střední úhel osnovy vláken φ , parametr směrové koncentrace kolagenních vláken b .

3.3 Výpočtový model tepny

Dle [4] je jednou z možností pro výpočtové modelování tepen tvorba idealizovaných modelů, které lze použít pro tepny zdravé, patologické (ateroskleróza), pro spojení tepen s cévní náhradou a také pro simulaci lékařských zákroků.

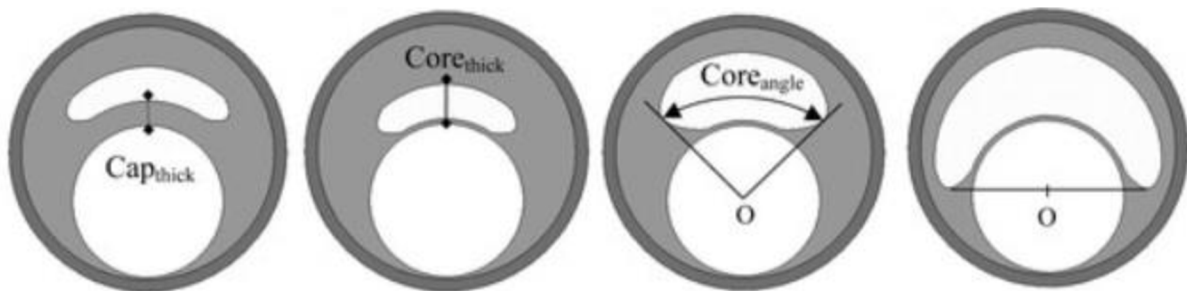
Podkapitola níže se tedy zabývá pouze tepnami postiženými aterosklerózou a představuje různé idealizované modely, jež lze použít pro modelaci aterosklerotické tepny a jež posloužily jako inspirace ke tvorbě modelu pro tuto práci.

3.3.1 Výpočtový model tepny s aterosklerózou

Pro tepny postižené aterosklerózou existuje více postupů, jak takovýto model vytvořit. Tato kapitola se zabývá různými výpočtovými modely, jež lze pro modelování aterosklerotických tepen použít. Jedná se buďto o jednodušší rovinné modely, anebo složitější prostorové modely.

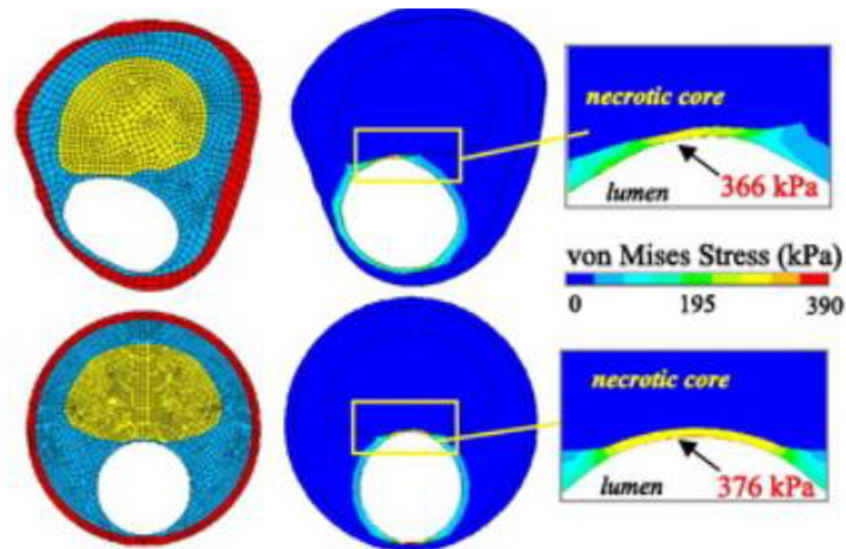
a) Rovinné modely

Na obr.11 můžeme dle článku [12] vidět idealizovaný příklad rovinného modelování, který je možné použít pro tepny postižené aterosklerózou. Lze vidět, že takovýto model předpokládá tři proměnné prvky, u kterých při progresu aterosklerózy dochází ke změně hodnot. Jedná se o tloušťku fibrózního krytu (*Cap thick*), tloušťku nekrotického jádra (*Core thick*) a úhel nekrotického jádra (*Core angle*).



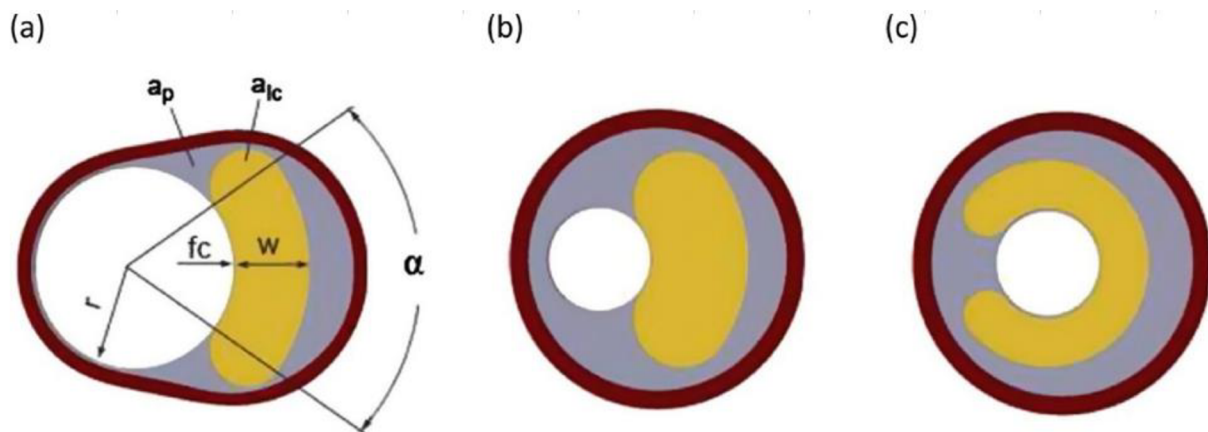
Obr. 11 Příklad výpočtového modelu aterosklerotické tepny. Převzato z [12]

Abychom se více přiblížili reálným podmínkám, můžeme tepny modelovat také dle reálné geometrie, kterou lze získat pomocí moderních přístrojů. Avšak při srovnání rovinného modelu s reálnou a idealizovanou geometrií tepny dle práce [12] sice napětí dosahují rozdílných výsledků, avšak v přijatelném měřítku, jak lze vidět na obr.12:



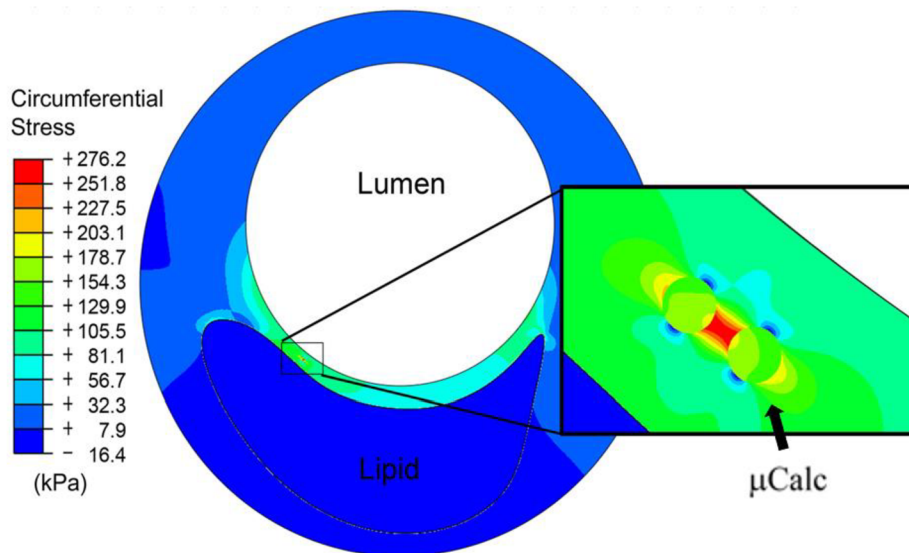
Obr. 12 Rozdíl mezi reálnou a idealizovanou geometrií 2D modelu příčného průřezu aterosklerotické tepny.
Převzato z [12]

Podobnou rovinnou geometrií uvažují také v [11], kde navíc poukazují na různé remodelace aterosklerotických tepen. Pokud se při růstu ateromu zachová průměr lumenu, kterým proudí krev, jedná se o pozitivní remodelaci, při níž se zvětší celý průřez tepny. Dojde-li ke zmenšení průměru lumenu při zachování celkové velikosti průřezu tepny, jedná se o negativní remodelaci, kterou lze ještě dělit na excentrickou a koncentrickou. Tyto druhy remodelací lze vidět na následujícím obr.13.



Obr. 13 Idealizovaný průřez aterosklerotické tepny – (a) pozitivní remodelace (b) negativní remodelace s koncentrickým jádrem (c) negativní remodelace s excentrickým jádrem. Převzato z [11]

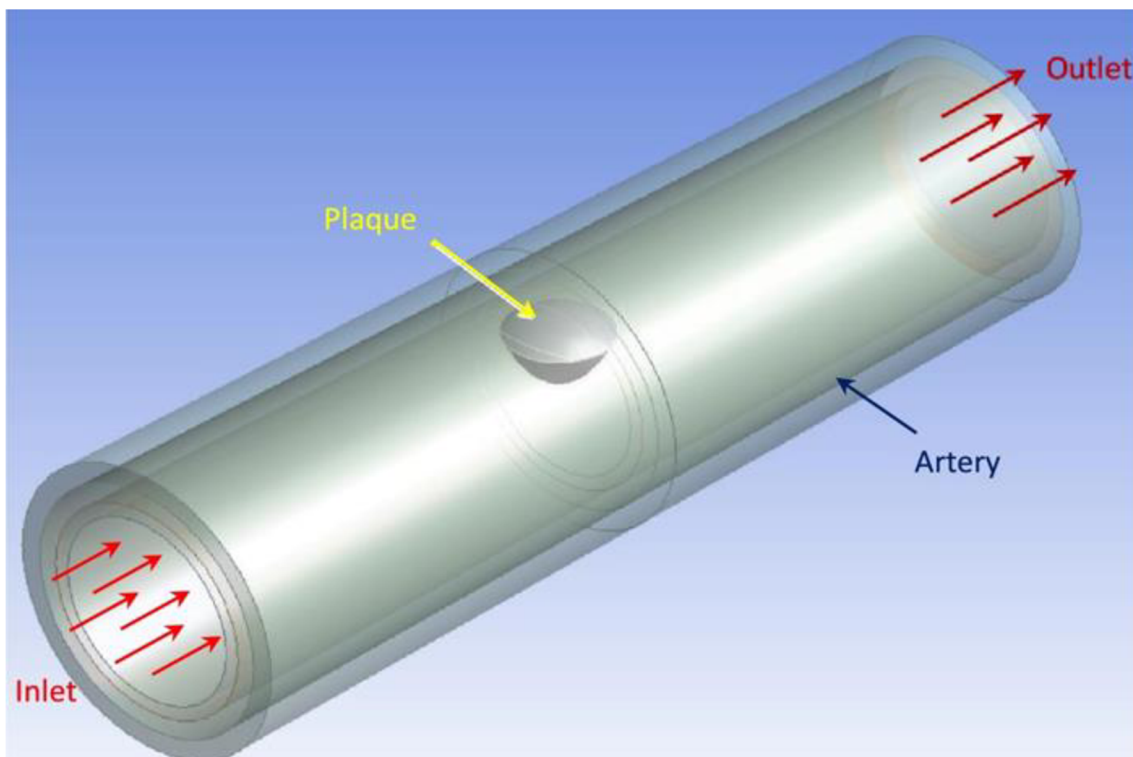
S poněkud složitější rovinnou geometrií pracují ve článku [15]. Celkový vzhled modelu se víceméně od dvou předchozích neliší, avšak na rozdíl od nich pracuje také s kalcifikací tepny. Přesněji zavádí drobné části – mikrokalcifikace, označené jako $\mu Calc$, jež jsou zapuštěné do fibrózního krytu a značně tak ovlivňují rozložení napětí výpočtového modelu ve srovnání s předchozími. Tento model lze vidět na obr.14.



Obr. 14 Detail výsledného napětí pomocí MKP analýzy mezi dvěma mikrokalciifikacemi μ Calc ve fibrózním krytu. Převzato z [15]

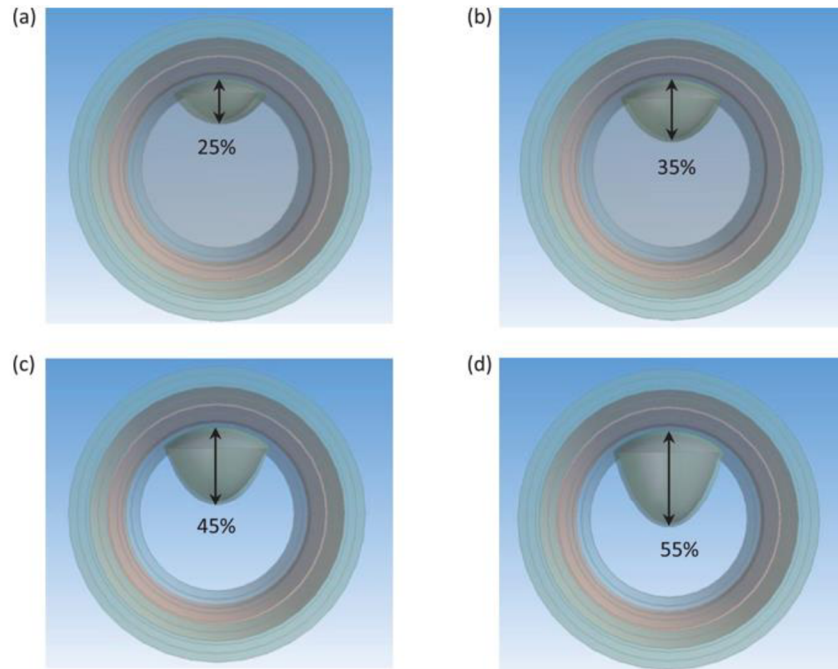
b) Prostorové modely

Dle [16] lze pro tepnu vytvořit idealizovaný prostorový model, jež lze vidět na obr.15. Stěna tepny se v tomto modelu skládá ze tří vrstev. Na obrázku jsou vyznačeny vstup (*inlet*), výstup (*outlet*) a uprostřed modelu také vzniklý aterom (*plaque*). Model je v podélném řezu symetrický a zároveň symetrický v příčném řezu uprostřed ateromu.



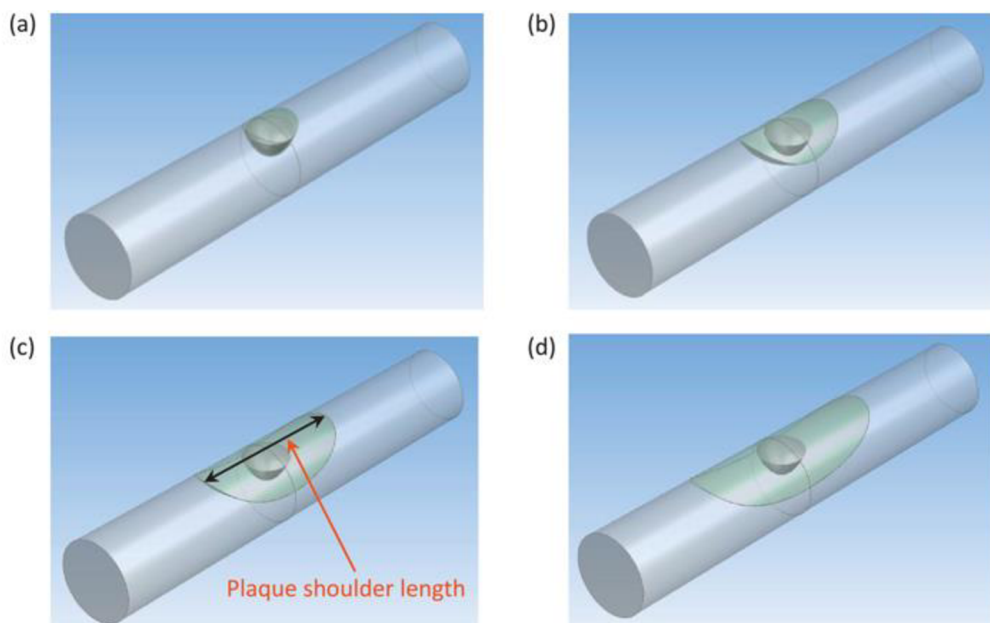
Obr. 15 Prostorový model tepny s ateromem (plaque). Převzato z [16]

Pro aterosklerotický ucpání tepny můžeme volit také proměnné rozměry. Může se měnit tloušťka aterosklerotického ucpání (úroveň stenózy), čímž dochází ke zúžení lumenu, kterým protéká krev okolo aterosklerotického ucpání. Různé fáze takovéto změny tloušťky můžeme vidět na následujícím obr.16.



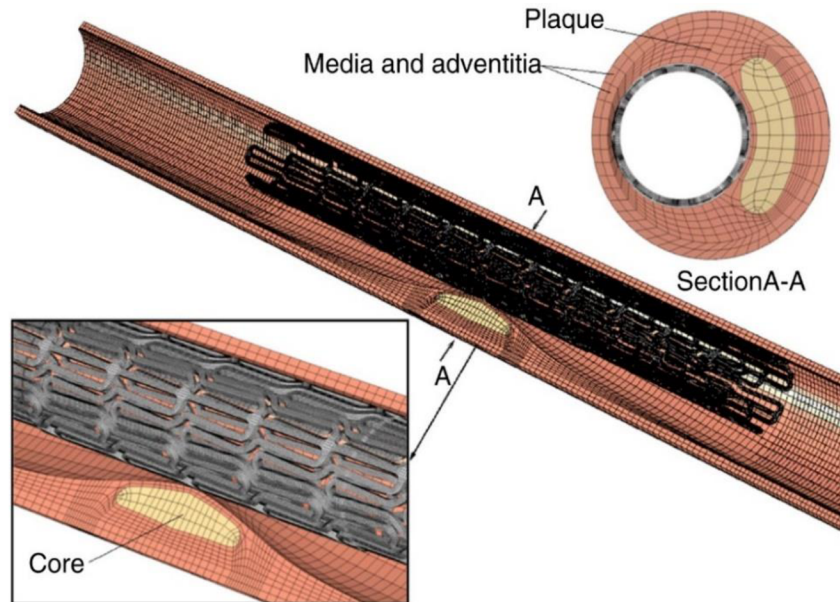
Obr. 16 Příčné průřezy aterosklerotické tepny s různou úrovní stenózy. Převzato z [16]

Další proměnnou hodnotou může být také délka ramena aterosklerotického ucpání (*plaque shoulder length*), jež se stejně jako změna úrovně stenózy projevuje změnou rozložení napětí v aterosklerotické tepně. Příklady různých délek aterosklerotického ucpání jsou opět zobrazeny na následujícím obr.17:



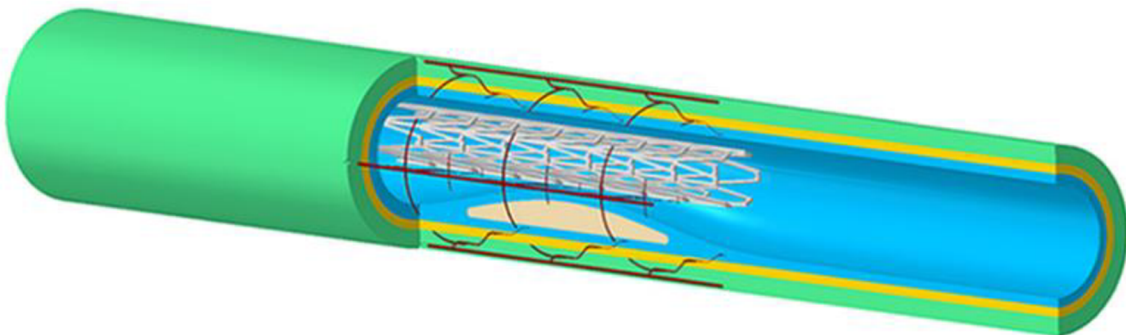
Obr. 17 Prostorový model aterosklerotické tepny – změna délky ramena aterosklerotického ucpání. Převzato z [16]

Ve článku [17] pracují s jiným prostorovým modelem, jež lze vidět na obr.18. V této práci ve výpočtovém modelu navíc uvažují stent, jež se samovolně roztahuje a vyvíjí na aterosklerotickou sílu tak, aby se opět rozšířil průměr lumenu. Můžeme vidět, že v příčném řezu se model podobá výše zmíněným rovinným modelům. Podélný řez nám opět odhaluje využití symetrie.



Obr. 18 Konečno prvkový model aterosklerotické tepny se stentem v podélném a příčném řezu. Převzato z [17]

Další model je zpracován v [18] a stejně jako předchozí pracuje s 3D geometrií aterosklerotické tepny, do níž je zaveden stent znázorněný šedou barvou v obr.19. Oproti předchozímu modelu zde můžeme navíc vidět *vasa vasorum* zvýrazněné červenou barvou. Jádro ateromu je zde modelováno koncentricky, viz obr.20.

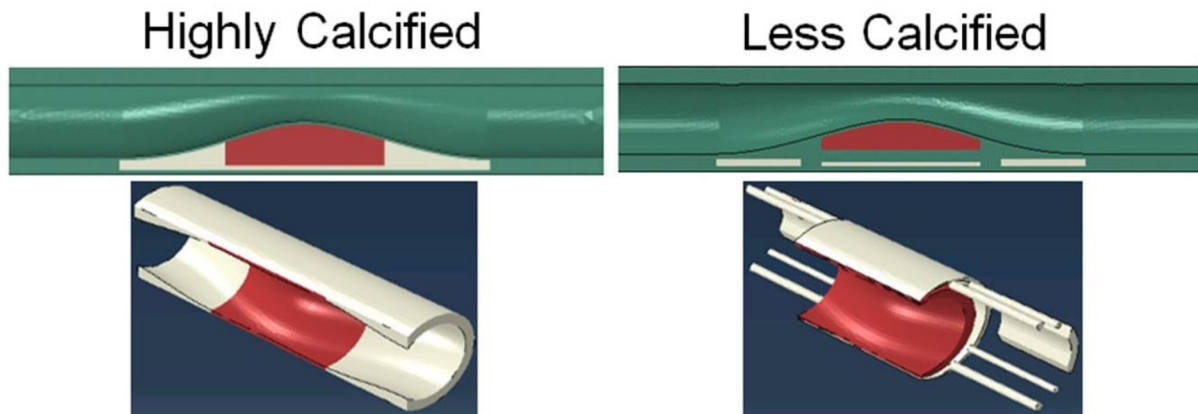


Obr. 19 Prostorový model aterosklerotické tepny se stentem [18]



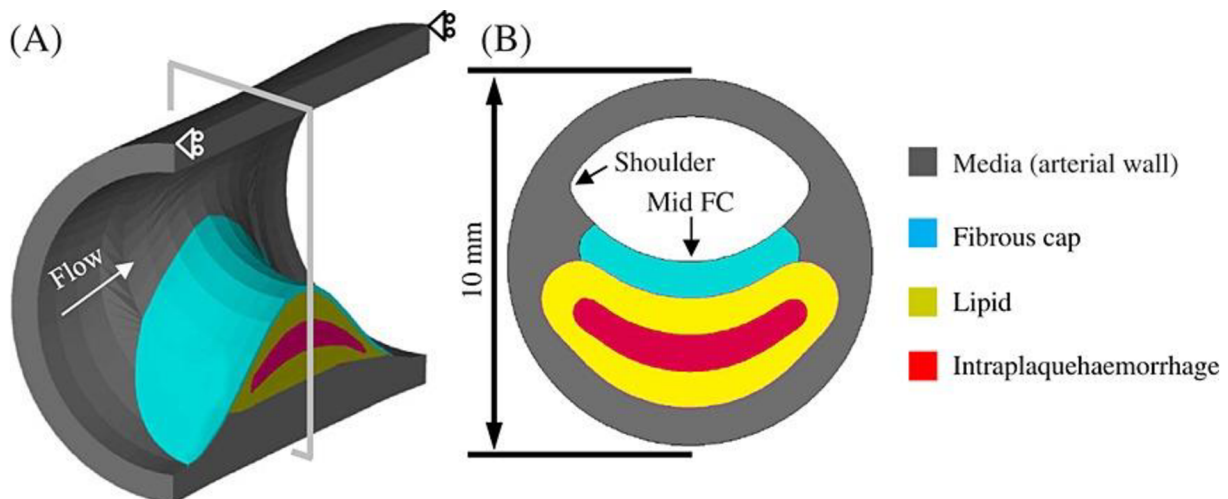
Obr. 20 Detailní příčný průřez – koncentrické nekrotické jádro (bíla barva), vasa vasorum (červená barva) .
Převzato z [18]

V modelu dále uvažují kalcifikaci okolo plátu, která je v různých stupních vývoje. Na následujícím obr.23 můžeme vlevo vidět plně zvápenatělý plak, zatímco napravo vidíme pouze částečně zvápenatělý plak s rozptýlenou distribucí. Stupeň kalcifikace se velmi výrazně podepisuje na velikosti vzniklého napětí.



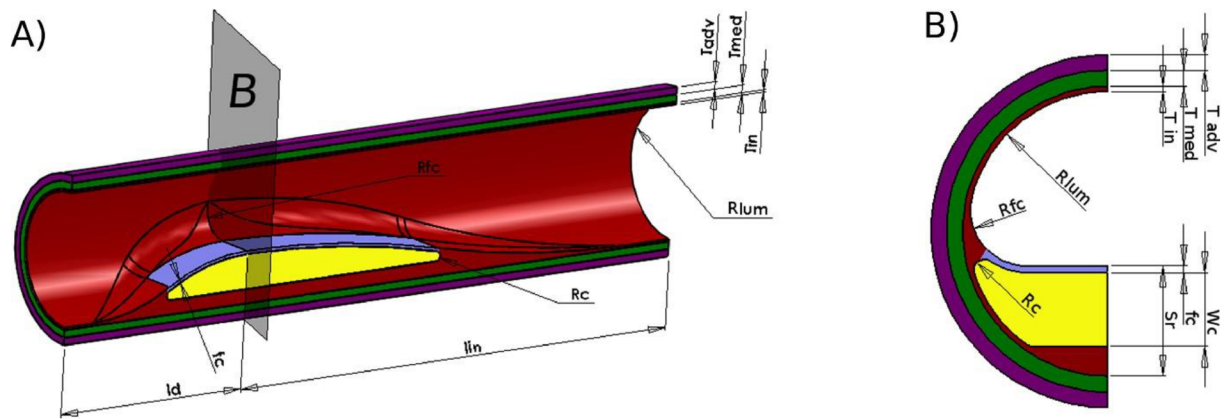
Obr. 23 Různá úroveň kalcifikace (bíla barva) u modelu aterosklerotické tepny. Zelenou barvou znázorněna tepna. 4eravenou barvou nekrotické jádro. Převzato z [13]

Stejně jako v předchozích případech se i ve článku [19] pracuje s prostorovým symetrickým modelem. Aterom se opět skládá z lipidového jádra, jež je kryté fibrózním krytem, ale navíc je zde modelováno také intraplakové krvácení, znázorněné červenou barvou. Stěna tepny je zde tvořena pouze vrstvou media. Model vidíme na obr.24.



Obr. 24 Idealizovaný prostorový model aterosklerotické tepny – media (šedá barva), fibrózní kryt (modrá), lipidy (žlutá), intraplakové krvácení (červená). Převzato z [19]

Poněkud složitější prostorovou geometrii modelují ve článku [20]. Můžeme zde opět vidět symetrii dle podélného řezu. Avšak geometrie ateromu po délce je zde nepravidelná oproti předchozím symetrickým modelům. Na následujícím obr.25 vlevo můžeme tedy vidět onen 3D model. Vpravo pak vidíme průřez tepny v místě největší tloušťky ateromu. Také v průřezu můžeme vidět jisté odlišnosti oproti předchozím modelům, nejedná se zde o excentrickou ani koncentrickou modelaci aterosklerotické tepny, avšak snaží se přesněji zachytit reálnou geometrii ateromu.



Obr. 25 Idealizovaný prostorový model aterosklerotické tepny – adventitia (fialová barva), media (zelená), intima (červená), fibrózní kryt (modrá), nekrotické jádro (žlutá). Převzato z [20]

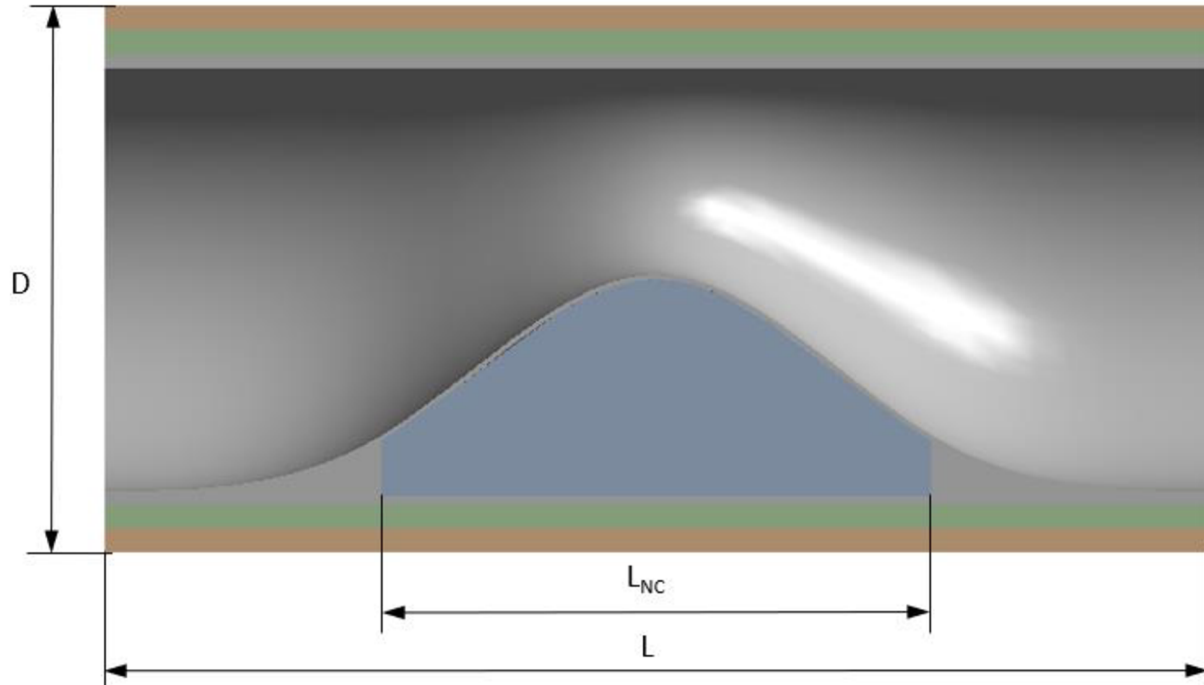
Geometrie využitá v této diplomové práci bude tedy vycházet z informací zjištěných v předchozích odstavcích, ve kterých je popsáno několik výpočtových modelů aterosklerotické tepny. Sestrojený idealizovaný model bude stejně jako modely z různých zdrojů symetrický v podélném řezu, dále se bude jednat o prostorovou geometrii s excentrickým nekrotickým (lipidovým) jádrem. Stěna tepny se bude skládat ze 3 vrstev – tunica intima, tunica media, tunica adventitia. Aterom bude od proudící krve oddělen tenkým fibrózním krytem. Pro tvorbu geometrie i provedení analýzy bude využito prostředí ANSYS Workbench (dále WB), jenž pracuje na bázi konečných prvků.

4 Deformačně napěťová analýza

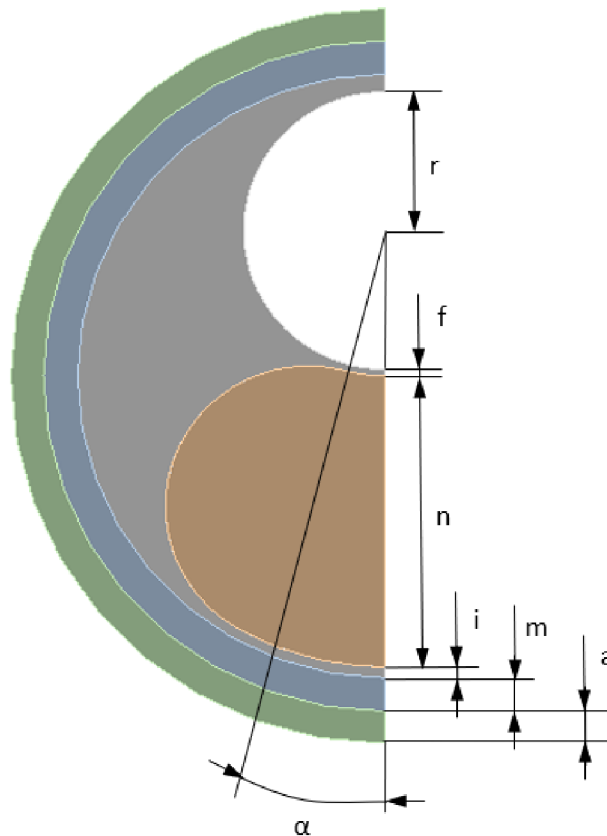
V této kapitole bude již popsána praktická část diplomové práce, a to deformačně napěťová analýza tepny s atheromem. Bude zde popsána geometrie modelu, materiálová data jednotlivých vrstev, okrajové podmínky a následný postup výpočtu včetně výsledků.

4.1 Geometrie

S využitím znalostí z kapitoly 3.3 byl sestaven zjednodušený idealizovaný model tepny, který pracuje s prostorovou geometrií symetrickou dle podélného průřezu. Model je zároveň symetrický dle příčného řezu, vedeného v místě největší tloušťky atheromu a jeho sestavenou geometrii lze vidět na obrázcích 26 a 27. Jelikož se jedná o tepnu postiženou aterosklerózou, v níž postupně dochází k růstu atheromu, budou pro výpočet uvažovány tři proměnné. Ke změně rozměrů bude při výpočtu docházet u tloušťky nekrotického jádra atheromu a také u tloušťky fibrózního krytu (na obr.27 označeny písmeny n a f). V závislosti na těchto dvou rozměrech bude docházet také ke změně poloměru lumenu tepny, jímž protéká krev a na obr.27 je označen jako písmeno r . Další rozměry tepny zůstávají při vstupu do analýzy konstantní. Bude také prověřen vliv délky atheromu na napětí, z tohoto důvodu bude sestavena jak tepna kratší, tak zároveň delší s delším atheromem.



Obr. 26 Idealizovaná geometrie s rozměry – podélný řez



Obr. 27 Idealizovaná geometrie s rozměry – příčný řez

Na obr.26 a 27 lze vidět geometrie aterosklerotické tepny a označení jejich rozměrů:

- D – vnější průměr tepny
- L – délka modelu tepny
- L_{NC} – délka (rameno) nekrotického jádra
- a – tloušťka vrstvy tunica adventitia
- m – tloušťka vrstvy tunica media
- i – tloušťka vrstvy tunica intima
- n – tloušťka nekrotického jádra
- f – tloušťka fibrózního krytu
- α – úhel nekrotického jádra
- r – poloměr lumenu

Rozměry jednotlivých vrstev jsou uvedeny v následující tabulce, její hodnoty vychází z práce [21], dle které je celková tloušťka stěny kyčelní tepny 1,05 mm. Z toho 14% připadá na intimu, 44% na medii a zbylých 42% na adventicii.

Pro rozměry a , m , i a α tedy platí, že během výpočtů se jejich hodnoty nemění. Rozměry n a f jsou proměnné, byly tedy parametrizovány a v závislosti na nich se mění také hodnoty poloměru lumenu. Součet všech vrstev tvoří vnější průměr kyčelní tepny zvolený pro tuto práci a to 10,1 mm.

Tab. 1 Konstantní rozměry geometrie

Označení	Rozměr	Hodnota	Jednotka
D	Vnější průměr tepny	10,1	[mm]
L	Délka tepny	20; 30	[mm]
L_{NC}	Délka ateromu	10; 15	[mm]
a	Tunica adventitia	0,44	[mm]
m	Tunica media	0,46	[mm]
i	Tunica intima	0,15	[mm]
α	Úhel nekrotického jádra	20	[°]

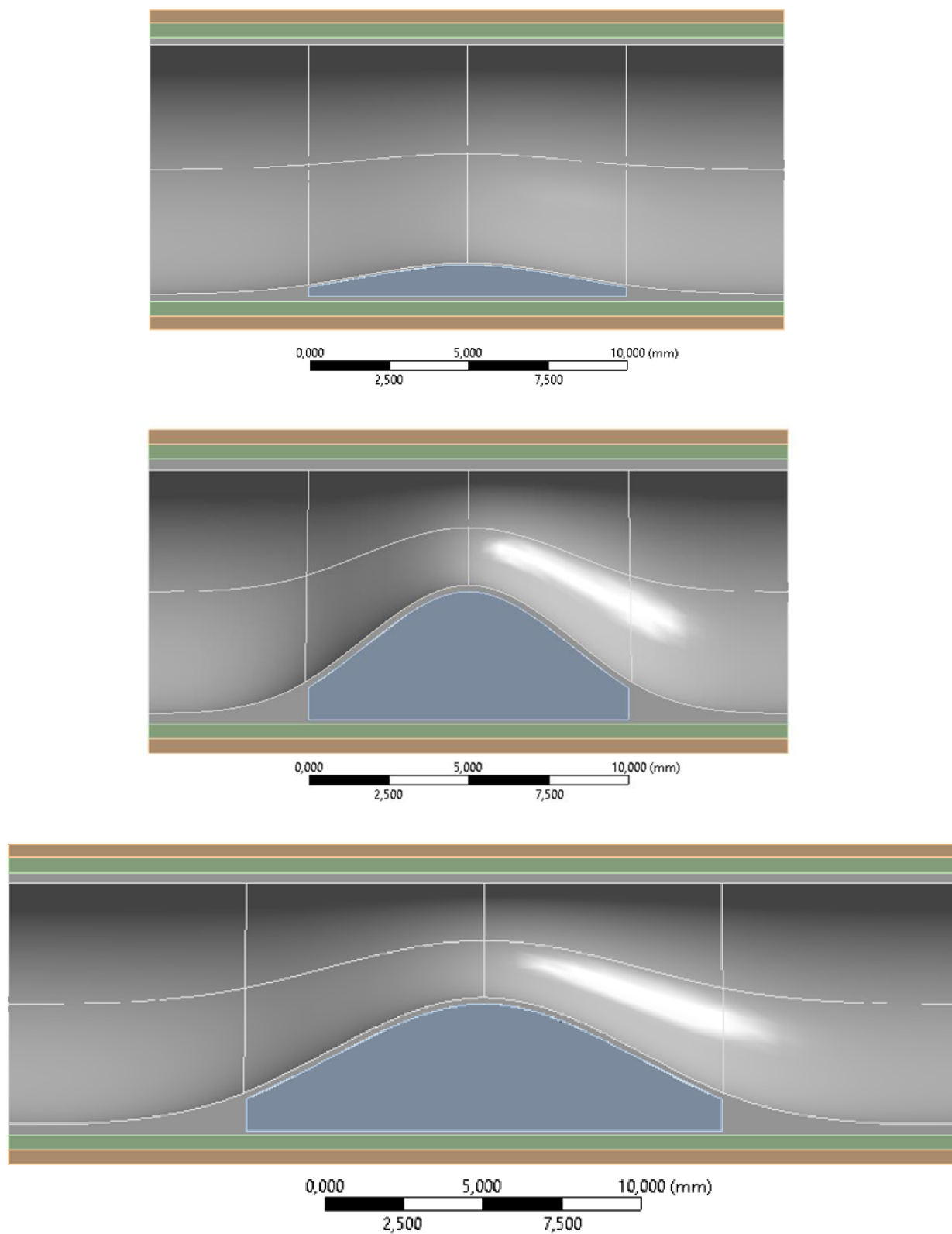
Tab. 2 Proměnné rozměry geometrie

Označení	Rozměr	Hodnota	Jednotka
n	Nekrotické jádro	1; 2; 3; 4; 5	[mm]
f	Fibrózní kryt	0,065; 0,10; 0,15; 0,20	[mm]
r	Poloměr lumenu	3,3 – 6,435	[mm]

Výpočty byly provedeny pro jednotlivé kombinace proměnných rozměrů, které můžeme vidět v tabulce výše. Pomocí parametrizace bylo takto sestaveno 20 trojic hodnot dle progresu vývoje aterosklerózy, a to jak pro tepnu krátkou, tak dlouhou.

V práci [22] je pro fibrózní kryt stanovena klinicky kritická tloušťka, a to 0,065 mm, z tohoto důvodu bude v této práci volena jako nejnižší hodnota tloušťky této vrstvy.

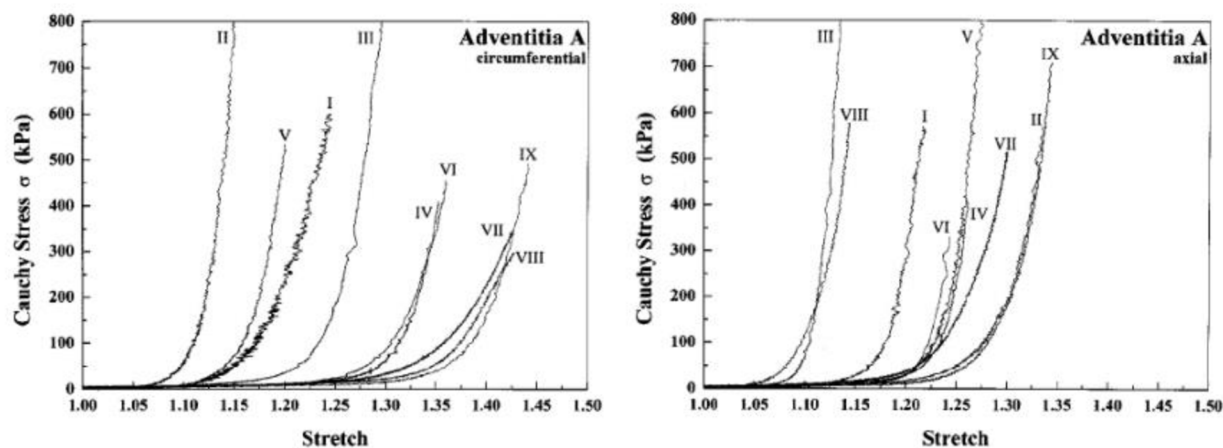
Na obrázku 28 lze vidět geometrie vytvořená v programu WB, která byla při analýze použita. Spodní okraj nekrotického jádra zůstává v nedeformovaném stavu stále ve stejné vzdálenosti 7,5 mm od horního bodu lumenu. Při růstu nekrotického jádra tedy dochází ke změně pouze u horního okraje, jehož růstem dochází k posunu fibrózního krytu, který také nezávisle mění svůj rozměr. V závislosti na změně těchto dvou rozměrech dochází také ke zmenšení poloměru lumenu nad ateromem. Součet těchto tří rozměrů zůstává po celou dobu pro všechny kombinace výpočtů stejný, a to již zmíněných 7,5 mm. Jak lze vidět na následujících obrázcích, fibrózní kryt a intima jsou modelovány jako jedna část, a to z důvodu materiálového chování, což bude podrobněji vysvětleno v další kapitole. První dva obrázky znázorňují tepnu kratší, třetí obrázek pak tepnu delší s delším ateromem.



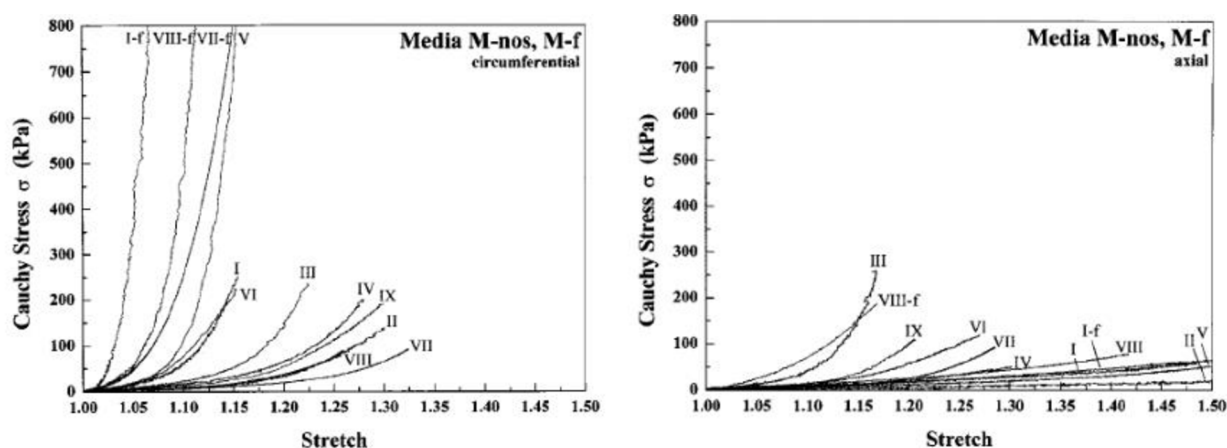
Obr. 28 Vytvořená geometrie modelu – porovnání fází aterosklerózy

4.2 Materiálová data

Pro popis chování jednotlivých vrstev materiálů je potřeba znát deformačně napěťové křivky. Takovéto křivky zpracoval Holzapfel v článku [23] a grafy, které zpracoval lze vidět na obrázcích níže. Přesně je zde vyobrazena závislost Cauchyho napětí na protažení, a to ve směru obvodovém (circumferential) a axiálním.



Obr. 29 Grafy závislosti Cauchyho napětí na protažení pro vrstvu adventitia v obvodovém (vlevo) a axiálním (vpravo) směru. Převzato z [23]



Obr. 30 Grafy závislosti Cauchyho napětí na protažení pro vrstvu media v obvodovém (vlevo) a axiálním (vpravo) směru. Převzato z [23]

Materiálová data z těchto grafů byly tedy použita pro popis chování vrstev adventitia a media. Přesněji byly použity hodnoty pro obvodový (*circumferential*) směr. V grafech však můžeme vidět velký rozptyl v chování vrstev u jednotlivých pacientů, což značí, že každá jedna tepna se bude projevovat jinými vlastnostmi a je těžké stanovit přesný popis jejího chování. Pro vrstvu adventitia si k popisu konstitutivního modelu dovoluji převzít výsledné konstanty (viz. Tab. 3 Hodnoty parametrů pro konstitutivní modely Tab. 3) z prací [20], [24], které se tímto problémem již zabývaly.

Pro vrstvu media byly konstanty získány extrakcí dat pomocí programu *Web Plot Designer* z Holzapfelova grafu týkajícího se této vrstvy na Obr. 30 vlevo a jejich následným zprůměrováním. Získaná data jednotlivých křivek byla nejprve převedena na hodnoty, se kterými pracuje program WB. Cauchyho (skutečné) napětí σ bylo tedy převedeno na první Piola-Kirchhoffovo (smluvní) napětí τ a protažení λ na smluvní přetvoření ε . K těmto přepočtům posloužily vztahy níže:

$$\tau = \frac{\sigma}{\lambda}$$

$$\varepsilon = \lambda - 1$$

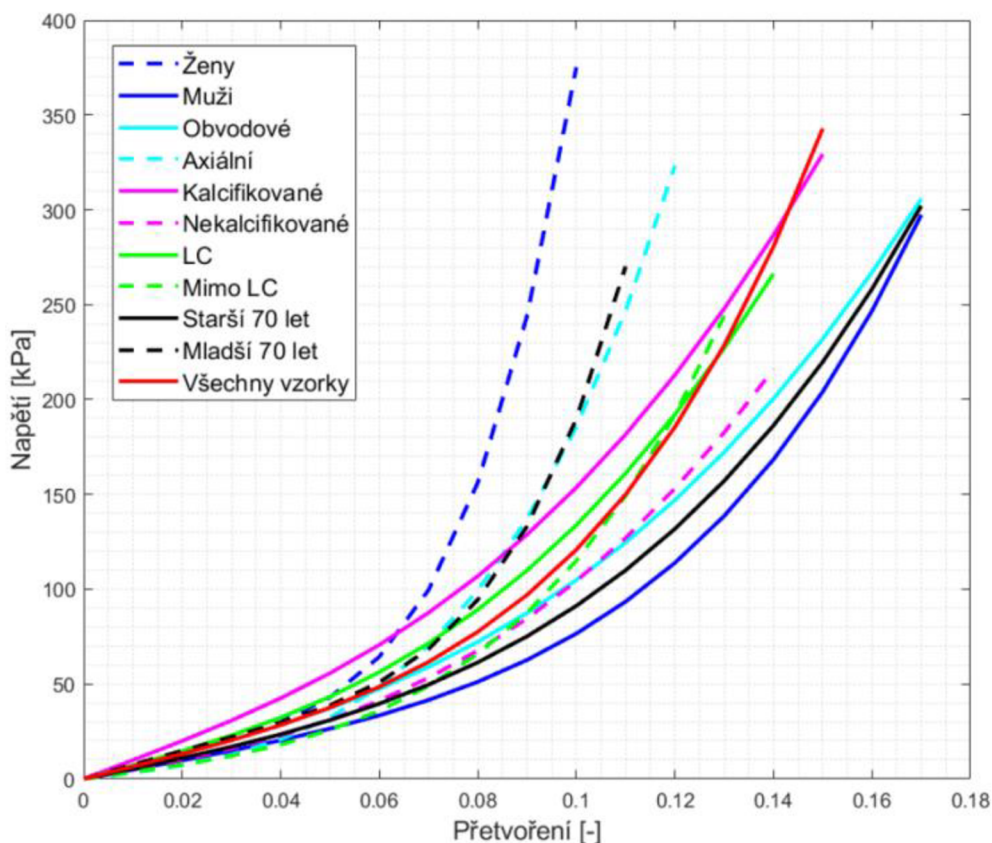
Pro takto již upravená data jednotlivých bylo možné stanovit průměrné hodnoty. Přesněji byla tedy pro danou hodnotu napětí přidělena odpovídající hodnota přetvoření každé z křivek a poté určen jejich průměr. Tyto data bylo již možné proložit křivkou neboli *fitovat* konstitutivním modelem ve WB a získat tak výsledné konstanty. Vrstva adventitia i media jsou popsány izotropním hyperelastickým modelem **Yeoh 3.řádu**, jež lze v systému WB jednoduše nastavit a jedná se z hlediska biomechaniky stěny tepny o nejpoužívanější model. V tabulce vidíme použité konstanty pro konstitutivní modely.

Tab. 3 Hodnoty parametrů pro konstitutivní modely

Vrstva	c_{10} [kPa]	c_{20} [kPa]	c_{30} [kPa]
Adventitia	10	0	10 422
Media	34,5	575	1 366

Pro popis chování vrstvy intima a fibrózního krytu se bude vycházet z práce [25], ve které byl hlavním cílem návrh konstitutivního modelu fibrózní tkáně, tj. intima společně s fibrózním krytem. Práce se zabývá tepnou krční, která se však skládá ze stejných vrstev a materiálů jako tepna kyčelní, proto je možné tyto data využít. Zkoumáno bylo několik vzorků rozdělených do různých skupin, jejichž odlišné vlastnosti byly opět vykresleny do grafu závislosti napětí na přetvoření (viz. Obr. 31).

V grafu lze vidět značný rozdíl u vlastností ženské a mužské fibrózní tkáně. Zatímco přerušovaná modrá křivka (ženy) je nejvíce vlevo, což značí vyšší tuhost, celistvá modrá křivka (muži) leží nejvíce vpravo, tudíž je výrazně poddajnější. Pro každou takto vykreslenou křivku byly stanoveny konstanty pro konstitutivní model fibrózní tkáně. Pro tuto diplomovou práci bude využita nejpoddajnější tkáň, jež připadá mužské skupině vzorků.



Obr. 31 Materiálové vlastnosti fibrózní tkáně popsané pomocí modelu Yeoh třetího řádu pro různé vzorky. Převzato z [25]

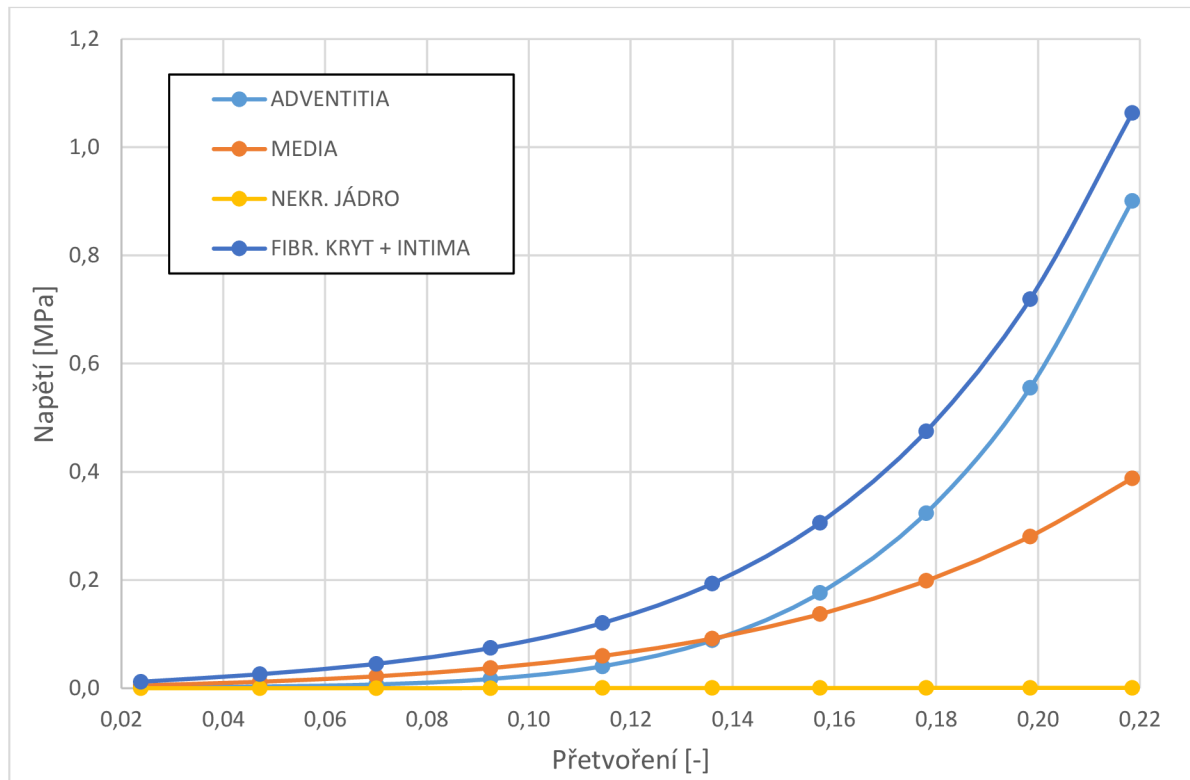
V práci [25] je dále vysvětleno, že z důvodu obtížné separace vzorků a následného testování se jako fibrózní tkáň uvažuje intima, fibrózní kryt, ale také media a je jí předepisováno stejné chování. V této diplomové práci budeme však jako jednu část se stejnými materiálovými vlastnostmi uvažovat pouze intimu společně s fibrózním krytem, což je zjednodušení, které využijeme s ohledem na nedostatek experimentálních dat pro obě vrstvy z důvodu obtížné separace vzorků. Pro popis chování této vrstvy bude opět využit model **Yeoh 3.řádu**.

Poslední vrstvou aterosklerotické tepny je nekrotické jádro, pro jehož chování využijeme materiálová data ze článku [26], kde jej popisují pomocí modelu **Neo-Hook**. V následující tabulce tedy vidíme konstanty konstitutivních modelů fibrózní tkáně a nekrotického jádra, které byly vrstvám výpočtového modelu ve WB přiřazeny.

Tab. 4 Hodnoty parametrů pro konstitutivní modely

Vrstva	c_{10} [kPa]	c_{20} [kPa]	c_{30} [kPa]
Fibrózní tkáň (fibrózní kryt + intima)	80,945	712,870	7 924,59
Nekrotické jádro	1	-	-

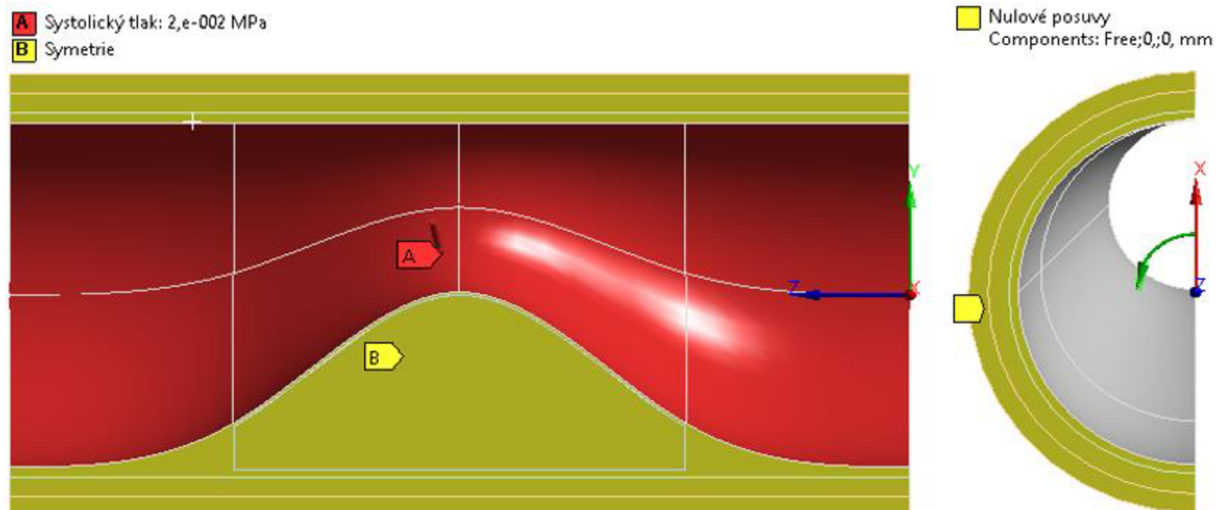
Následující obrázek nám ukazuje výsledné nastavení chování všech vrstev aterosklerotické tepny. Vykreslena je zde závislost napětí na přetvoření. Lze vidět, že nejtužší jsou fibrózní tkáň a vrstva adventitia, oproti tomu nekrotické jádro je velice poddajné a nevykazuje žádné známky zpevnění. Takto nastavené konstitutivní modely materiálů bylo již tedy možné využít pro samotnou deformačně napěťovou analýzu.



Obr. 32 Závislost napětí na přetvoření pro jednotlivé vrstvy tepny

4.3 Okrajové podmínky a zatížení

Na obr.33 lze vidět použité okrajové podmínky a také zatížení působící na vytvořenou geometrii, které znázorňuje tlak působící na stěnu lumenu. Co se týče okrajových podmínek, byla použita symetrie idealizovaného modelu, s jejím využitím došlo k úspoře výpočtového času a bylo pomocí ní možné tepnu jednoznačně ukotvit v prostoru. Žlutou barvou a štítkem B je na obrázku vlevo vyznačena právě tato okrajová podmínka, která zamezuje posuvům na plochách podélného řezu ve směru osy x . Červená barva a štítek A pak vyjadřují zatížení tepny zvýšeným systolickým tlakem 20 kPa na vnitřním povrchu tepny. Na obrázku vpravo je pomocí žluté barvy a štítku vyznačena druhá okrajová podmínka, jež na obou koncích tepny zamezuje posuvům ve směru axiálním a obvodovým. Volné zůstaly pouze posuvy radiální, aby byla umožněna deformace v tomto směru, jež odpovídá realitě. Pro obvodový a radiální směr musel být zaveden nový souřadný cylindrický systém, kterému byla tato okrajová podmínka přiřazena.



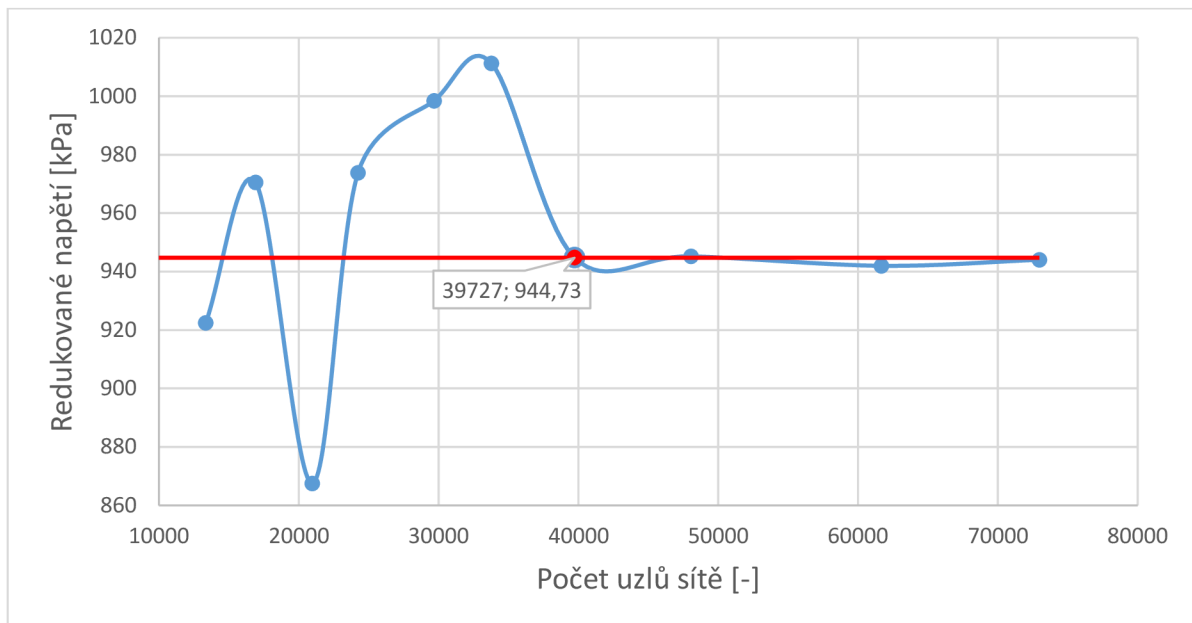
Obr. 33 Aplikované okrajové podmínky a zatížení

Okrajové podmínky zůstávají stejné pro všechny varianty měnící se geometrie, která vstupuje do analýzy.

Co se týče zatížení tepny, tak je pro výpočty použita pouze statická hodnota systolického tlaku. Na tepny také působí axiální předpětí, ale to s věkem rapidně klesá [27], z tohoto důvodu bude v analýze zanedbáno, jelikož nebezpečí související s výskytem aterosklerózy ohrožuje zejména lidi vyšší věkové kategorie, u kterých lze předpokládat velmi nízké předpětí.

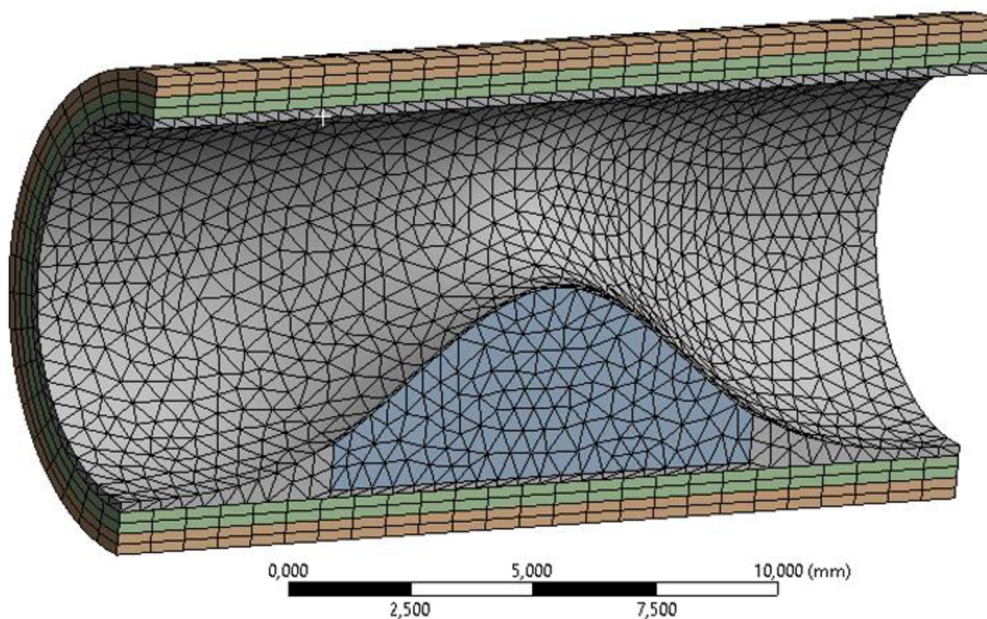
4.4 Síť

Konečno prvková síť se skládá ze dvou typů prvků. Pro vrstvy adventitia a media jsou použity kvadratické šestistěnné prvky SOLID 186 o velikosti 0,8 mm, kdy pomocí příkazu *Edge Sizing* a následně *Number of divisions* byly nastaveny 2 prvky po jejich tloušťce. Fibrózní kryt společně s intimou a nekrotickým jádrem je tvořen prvky čtyřstěnnými. Velikost těchto prvků byla určena na základě konvergence sítě, jež můžeme vidět vykreslenou v následujícím grafu na obr.34 znázorňujícím závislost redukovaného napětí na počtu uzlů sítě. Konvergence byla prováděna na modelu s geometrií, jež podléhá největším hodnotám napětí. Tedy na modelu s nejtenčím fibrózním krytem a dostatečně velkým nekrotickým jádrem. Z grafu je patrné, že zvolený počet uzlů konečno prvkové sítě se pohybuje okolo 40000. Nižší hodnota není volena z důvodu dostatečné přesnosti řešení. Zároveň není volena vyšší hodnota z důvodu vyšších výpočtových časů u jednotlivých analýz. Proto je tedy volen určitý kompromis v podobě střední hodnoty vzhledem k již zmíněným důvodům. Síť všech modelů u jednotlivých analýz byla tvořena ze stejně velkých prvků na základě vyhodnocené konvergence, avšak z důvodu odlišné geometrie není možné uvést přesný počet uzlů u každé z nich.



Obr. 34 Konvergence sítě

Dle takto vyhodnocené konvergence byla síť tvořená s velikostí prvku 0,5 mm. Model s takto nadefinovanou výslednou sítí, můžeme vidět na dalším obrázku. Pro vazby mezi jednotlivými vrstvami aterosklerotické tepny byl zvoleno nastavení pomocí jednoduchého kontaktu *bonded*.



Obr. 35 Vygenerovaná konečno prvková síť

Vrstva fibrózního krytu je přes tloušťku tvořena pouze jedním prvkem, což by mohlo značit určité nepřesnosti. Avšak v již zmíněném článku [20] je tento faktor prověřován nahrazením jednoho prvku přes tloušťku prvky dvěma. Takováto úprava měla vliv na výsledná napětí pouze 1,4%, což můžeme označit jako zanedbatelné, a tudíž můžeme ponechat prvek jeden.

4.5 Nastavení analýzy

Před samotným provedením výpočtů bylo nutné zohlednit nelineární chování materiálů projevující se velkými přetvořeními. Pro analýzu byly tedy povoleny velké deformace neboli *large deflection*, k zohlednění hyperelastického chování tepen. Dále byla analýza řízena pomocí počtu subkroků (*substeps*). Zvoleno bylo 40 počátečních subkroků, minimální a maximální počet byl omezen na 40, resp. 400 subkroků.

4.6 Výsledky analýzy

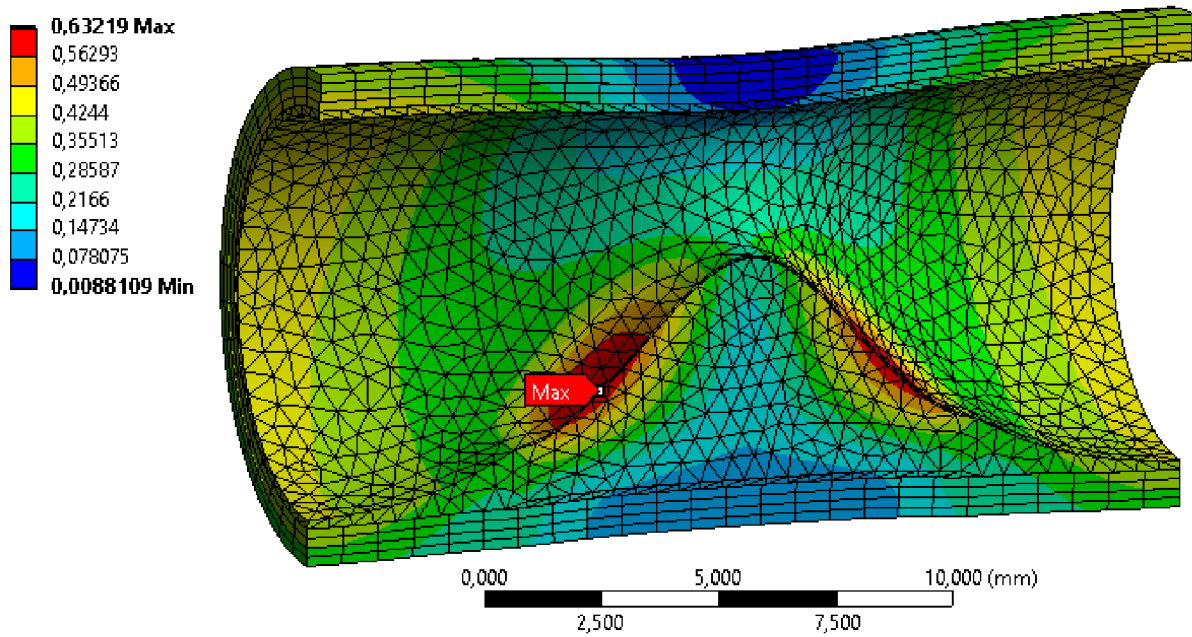
Výpočet byl rozdělen na dvě části – pro tepnu kratší (20 mm) a delší (30 mm), a to dle délky ramena aterosklerózy, která dosahuje poloviny délky tepny, tedy 10 mm, resp. 15 mm. Obě tyto části se skládaly z celkem 20 analýz dle kombinace měnících se parametrů. Celkově tedy proběhlo 40 analýz, kde pro každou jednu z nich byl výpočtový čas přibližně 15 minut. V součtu všechny analýzy probíhaly okolo 10 hodin.

Výstupem každé z analýz bylo jak napětí, tak deformace, která je však pro určení rizika ruptury nepodstatný faktor. Tato kapitola se tedy bude zabývat zejména rozložením redukovaného napětí HMH v tepně, jelikož hlavně na této hodnotě závisí nebezpečí prasknutí aterosklerózy.

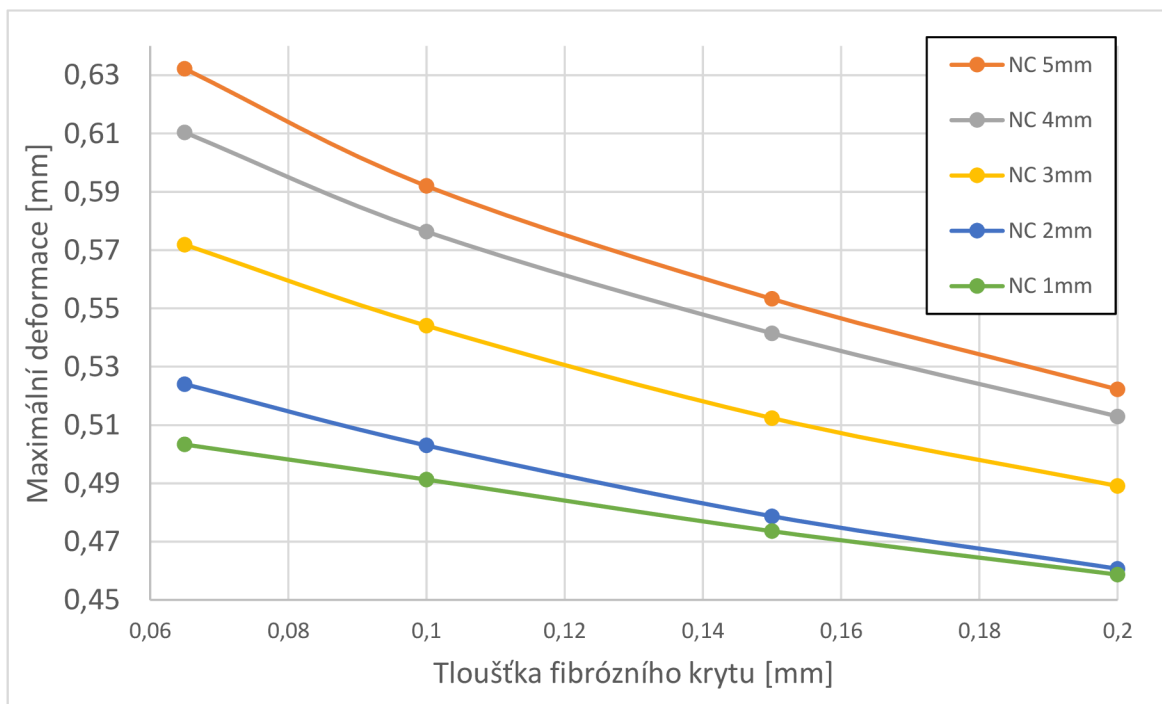
Deformace

Avšak pro představu roztažení tepny při působení systolickým tlakem je na dalším obrázku vyobrazen příklad takovéto deformace. Můžeme vidět, že k největším posuvům dochází v patách nekrotického jádra, zatímco k nejmenším dochází uprostřed tepny ve vrstvách adventitia a media.

Maximální deformace rostou s velikostí nekrotického jádra a se ztenčujícím se fibrózním krytem. Při takovéto kombinaci parametrů se tedy pohybují přibližně okolo hodnoty 0,63 mm. Tento fakt je dokázán na další stránce, kde je vykreslen graf znázorňující závislost maximální deformace na tloušťce fibrózního krytu.



Obr. 36 Příklad deformace aterosklerotické tepny



Obr. 37 Závislost deformace na tloušťce fibrózního krytu. (NC = Necrotic Core – nekrotické jádro)

Napětí

Jak již bylo zmíněno, z hlediska cílů této práce je hlavním výstupem analýzy redukované napětí HMM. Nejprve tedy bude vyšetřena tepna s kratším atheromem a proměnnými rozměry nekrotického jádra a fibrózního krytu. Další část pak bude srovnávat výsledky napětí atheromů různých délek neboli tepny s kratším a delším atheromem.

Maximální redukované napětí bylo u všech analýz koncentrováno ve fibrózním krytu, a to konkrétně poblíž nebo přesně na vrcholu atheromu. Z výsledných dat všech analýz byly posléze sestaveny grafy znázorňující závislost právě onoho napětí na měnících se parametrech. V dalších částech budou vyobrazeny tyto grafy a zároveň obrázky zachycující rozložení napětí v jednotlivých vrstvách tepny.

1) První část se zabývá tepnou o délce 20 mm s atheromem o délce ramena 10 mm – kratší rameno atheromu.

Obrázky z následujících stran nám vykreslují zákonitosti pro výsledné rozložení napětí v aterosklerotických tepnách. První dva obrázky vykreslují grafy závislosti redukovaného napětí, ty další pak rozložení napětí v jednotlivých vrstvách tepny s atheromem (viz. Obr. 40 a Obr. 41).

Z prvního grafu (Obr. 38) pro závislost redukovaného napětí na tloušťce fibrózního krytu je patrné, že napětí roste se snižující se tloušťkou.

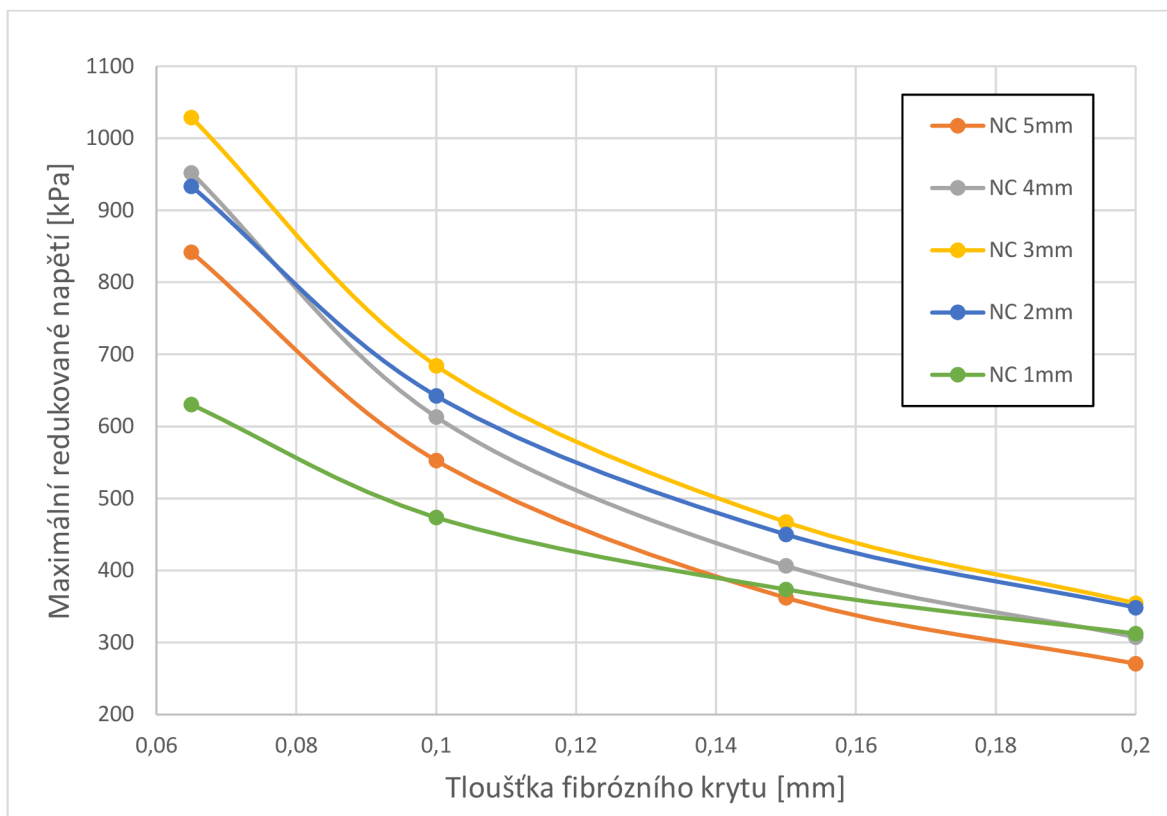
Na grafu druhém (Obr. 39) lze vidět závislost tentokrát na tloušťce nekrotického jádra. Z grafu nám vyplývá, že napětí roste pouze do určité hodnoty tloušťky nekrotického jádra – 3 mm, od této hodnoty začíná napětí opět klesat.

Pro parametry atheromu zvolené v této práci se napětí pohybují v rozmezí od 270 kPa do 1030 kPa.

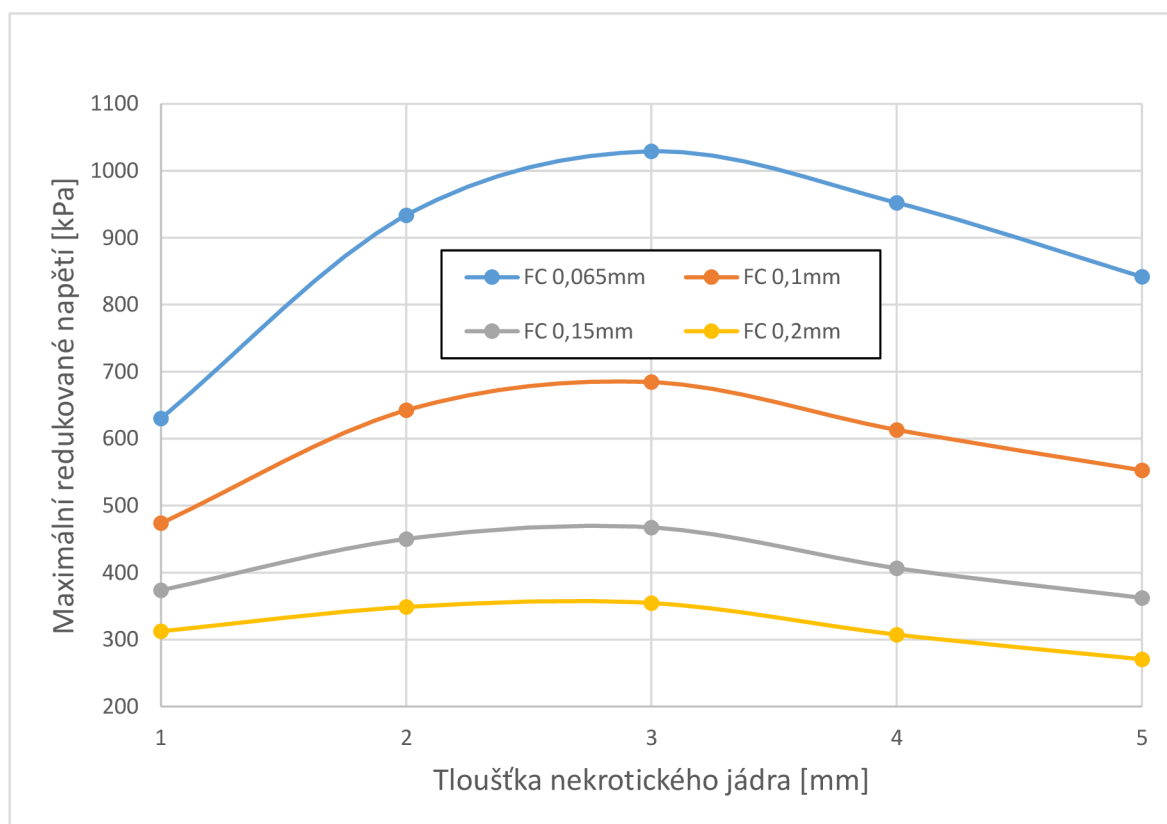
Extrémy:

- maximální redukované napětí HMM – **1 029 kPa**
 - tloušťka nekrotického jádra – 3 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,065 mm
- minimální redukované napětí HMM – **270 kPa**
 - tloušťka nekrotického jádra – 5 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,2 mm

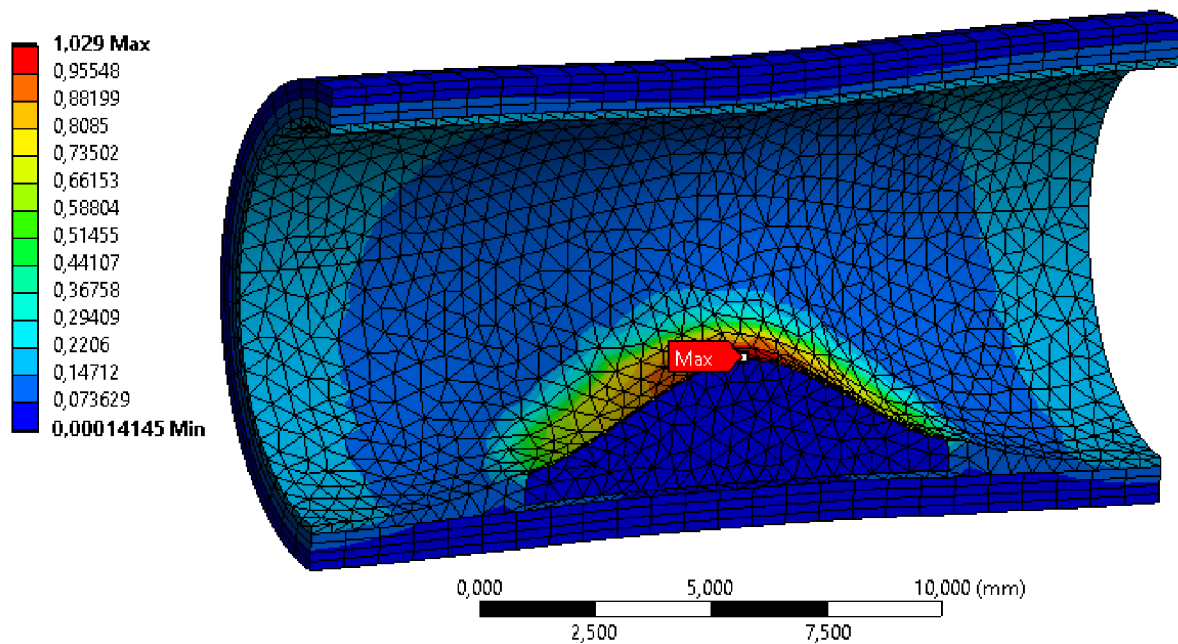
Zkratky používané v grafech – NC = necrotic core (nekrotické jádro), FC = fibrous cap (fibrózní kryt).



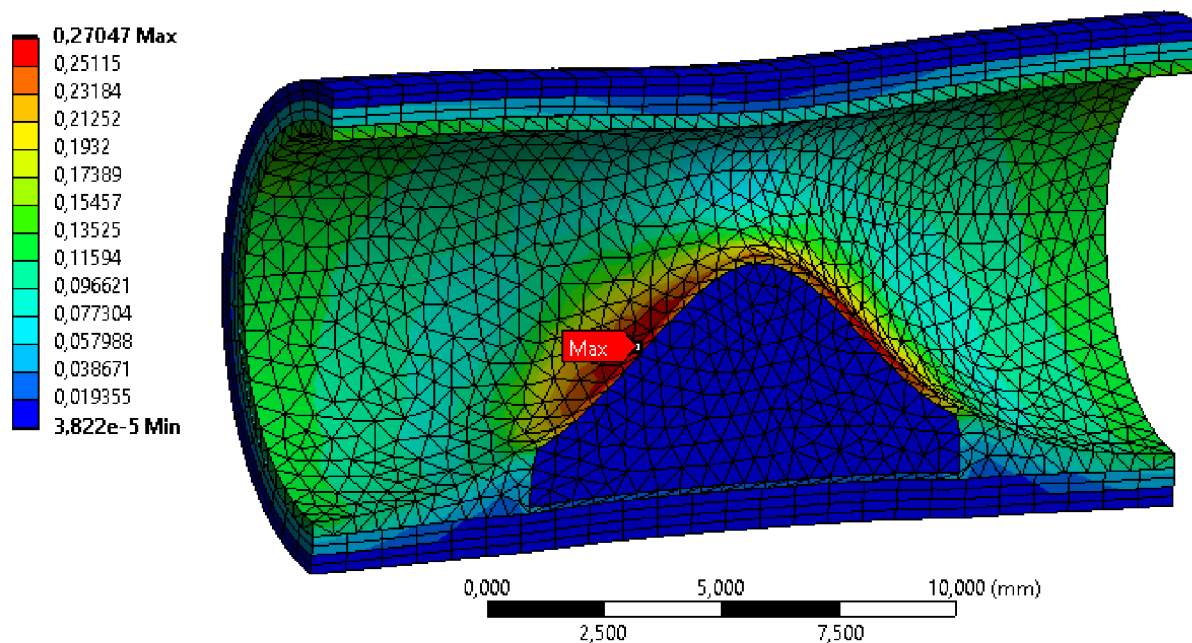
Obr. 38 Závislost maximálního napětí na tloušťce fibrózního krytu



Obr. 39 Závislost maximálního napětí na tloušťce nekrotického jádra



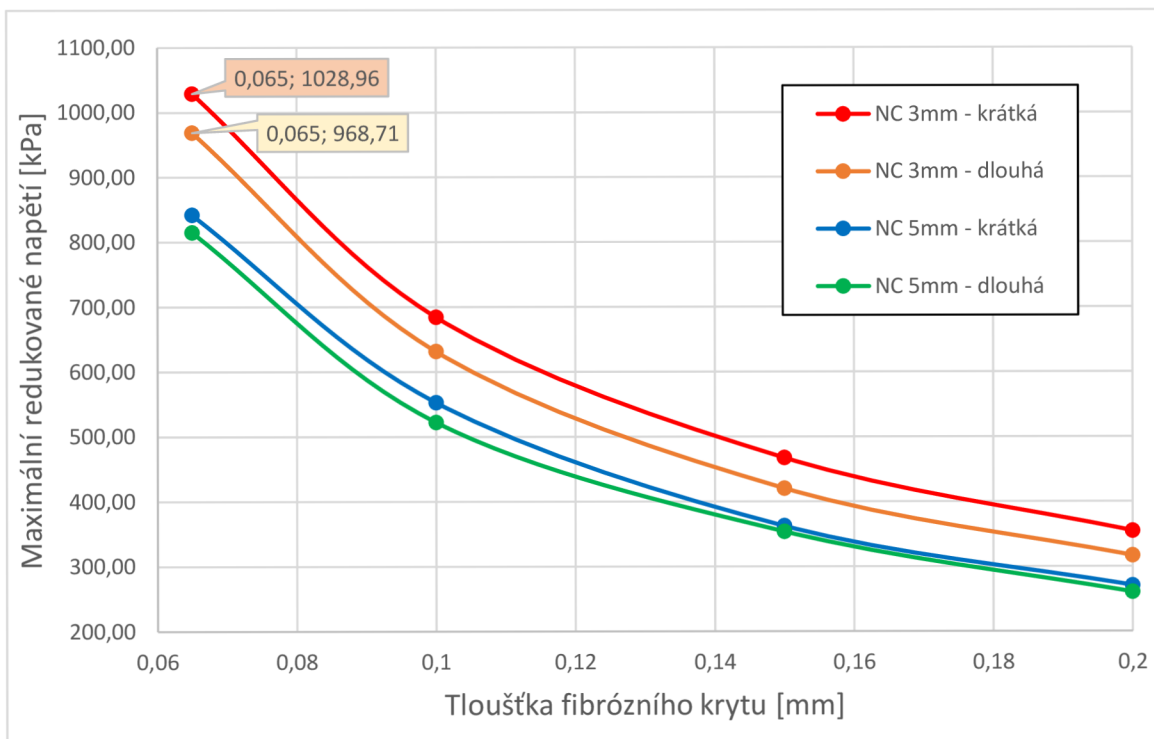
Obr. 40 Maximální redukované napětí - 1 029 kPa



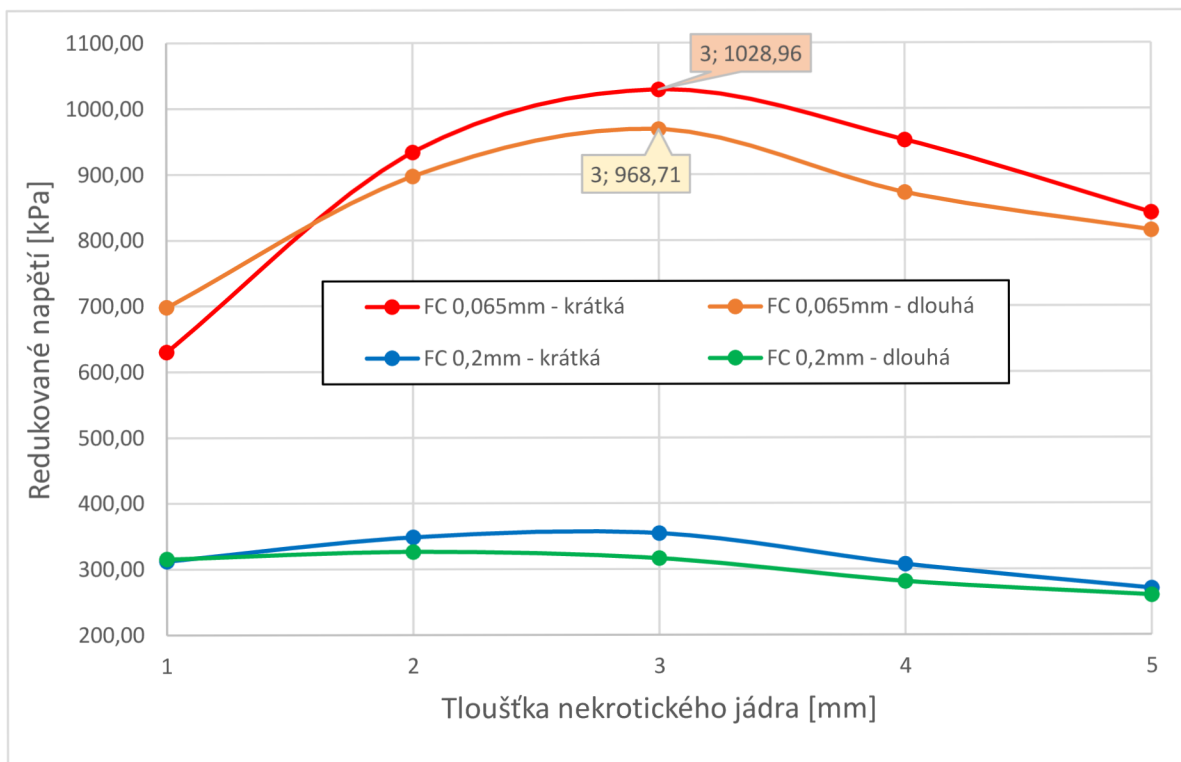
Obr. 41 Minimální redukované napětí - 270 kPa

- 2) Druhá část se zabývá srovnáním výsledků napětí mezi tepnou s kratším a tepnou s delším atheromem. Pracuje se zde tedy s tepnou o délce 30 mm s atheromem o délce ramena 15 mm – delší rameno atheromu.

Pro grafy vykreslující závislost napětí na měnících se parametrech platí stejné závěry jako u kratšího atheromu. Z tohoto důvodu zde budou vykresleny pouze grafy znázorňující rozdíl mezi hodnotami napětí pro atherom kratší a delší (Obr. 42 a Obr. 43).



Obr. 42 Závislost maximálního napětí na tloušťce fibrózního krytu – srovnání



Obr. 43 Závislost maximálního napětí na tloušťce nekrotického jádra – srovnání

Tab. 5 Výsledná redukovaná napětí – srovnání

Tloušťka fibrózního krytu [mm]	Tloušťka nekrotického jádra [mm]	Redukovaná napětí [kPa]		Rozdíl v %
		Kratší aterom	Delší aterom	
0,2	1	312	315	-1,0
	2	349	327	6,3
	3	355	316	10,7
	4	307	281	8,5
	5	270	260	3,8
0,15	1	374	380	-1,7
	2	450	423	6,1
	3	467	420	10,1
	4	4067	384	5,7
	5	362	354	2,4
0,1	1	474	505	-6,5
	2	642	608	5,4
	3	684	631	7,7
	4	613	574	6,4
	5	553	522	5,5
0,065	1	630	698	-10,7
	2	934	897	3,9
	3	1029	969	5,9
	4	952	873	8,4
	5	842	815	3,2

Z vykreslených grafů (obr.42 a 43) je zřejmé, že pro delší aterom platí pokles napětí oproti ateromu kratšímu, až na jednu výjimku, kdy je tloušťka nekrotického jádra 1 mm, což můžeme vidět v tab.3. Při prodloužení ateromu o 5 mm, tedy na 150% původní délky klesají napětí průměrně o 4%. Z tohoto tedy vyplývá, že čím je aterom kratší, tím může být pro člověka z hlediska napětí nebezpečnější, avšak vliv délky ateromu je oproti jiným faktorům (např. tloušťka fibrózního krytu) poměrně zanedbatelný.

V tabulce 5 výše můžeme vidět výsledná redukovaná napětí všech kombinací parametrů. Červenou barvou jsou zde zvýrazněná maximální napětí, zelenou pak minimální. V pravém sloupci je pak uveden procentuální rozdíl napětí při změně délky ateromu. Záporné procentuální hodnoty jsou již zmíněné výjimky, kdy při prodloužení ateromu napětí vzrostlo, v ostatních případech napětí výrazně pokleslo.

5 Diskuse k výsledkům a nejistotám použitého modelu

5.1 Diskuse

Hlavním výstupem analýzy je redukované napětí, pro které z výpočtů jasně vyplývá, že nejcitlivějším faktorem ovlivňujícím výsledné napětí je tloušťka fibrózního krytu. Dále by se se snižující tloušťkou této vrstvy napětí limitně blížilo nekonečnu. Z hlediska závislosti mezi napětím a tloušťkou nekrotického jádra můžeme říct, že se jedná o nepravidelnou křivku, jež znázorňuje růst napětí s růstem ateromu do určité tloušťky a následné snižování napětí. Změna napětí není tolik citlivá při změnách tloušťky nekrotického jádra oproti změnám tloušťky fibrózního krytu.

Třetím měnícím se parametrem byla délka ramena ateromu, jejíž vliv je ze všech tří faktorů nejmenší. Po srovnání analýz bylo patrné, že se snižující se délkou ateromu roste napětí na jeho vrcholu při zachování stejných zbylých podmínek. Při prodloužení ateromu o 50% dochází v tomto případě ke snížení napětí v průměru o 4%.

5.2 Nejistoty použitého modelu

Během tvorby výpočtového modelu byly využity jistá zjednodušení, které analýzu ulehčily, avšak ovlivnily její výsledky, které se pak mohou lišit od reálného chování tepen.

5.2.1 Geometrie a zatížení

První zjednodušení bylo využito při tvorbě geometrie, kdy byl vytvořen idealizovaný prostorový model, který je symetrický jak v podélném řezu, tak i v řezu příčném uprostřed ateromu. Avšak aterosklerotické tepny přitom vykazují jistou nepravidelnost a proměnlivost, jak lze vidět na obrázcích 12 a 25 v kapitole 3.3.1, a to pro každého jednotlivého pacienta. Dále bylo při 3D analýze uvažováno pouze statické zatížení stěny lumenu tepny. Bylo tedy zanedbáno dynamické zatížení proudící krví, jež může výsledky také ovlivnit. Během aterosklerózy dochází také ke vzniku tzv. kalcifikací (ukládání vápníku), které mohou ovlivňovat výslednou tuhost tepen a lze je vidět znázorněné na Obr. 8 v kapitole 2.4.1 a Obr. 14 v kapitole 3.3.1. K usnadnění tvorby modelu byl i tento jev zanedbán.

5.2.2 Materiálová data

Dalším faktorem ovlivňujícím spolehlivost analýzy je výběr materiálových dat pro jednotlivé vrstvy aterosklerotické tepny. Jak již bylo zmíněno v kapitole 4.2, tak v grafech závislosti Cauchyho napětí na protažení lze vidět variabilitu u jednotlivých pacientů. Toto u pacientů vypovídá o specifické struktuře a poměru strukturálních složek, ze kterých se vrstvy tepen skládají. Chování tepen u jednotlivých pacientů se tedy značně liší a je tedy nutno najít určitou „průměrnou“ odezvu pro každou vrstvu.

K tomuto byly využity data z určitých zdrojů, které se touto problematikou již také zabývaly a byly pro každou vrstvu stanoveny konstanty pro konstitutivní model. Dalším důležitým jevem vyskytujícím se ve stěnách tepny je anizotropie, která zohledňuje směrově závislé vlastnosti tepen. Ta je z důvodu velkého rozptylu mezi jednotlivými křivkami zanedbána a každá vrstva se tedy uvažuje jako izotropní.

Ke správnému určení specifických vlastností tepny daného pacienta by tak tedy byly zapotřebí náležitě křivky popisující její chování a také zahrnutí anizotropie.

Všechny tyto výše zmíněné faktory, tedy geometrie, zatížení a materiálová data by jistě ovlivnily výsledná napětí, která byla během analýzy získána. Avšak lze prohlásit, že vzhledem ke složitosti dané problematiky vytvořený idealizovaný model postačí aspoň k přibližné představě napjatosti aterosklerotických tepen a jejího ovlivnění zvolenými parametry.

6 Riziko ruptury ateromu

Následující část práce se zabývá pokusem o vyjádření rizika ruptury ateromu. Využit k tomu bude pohled na problematiku z hlediska inženýrského. Bude tedy posouzena bezpečnost fibrózního krytu pomocí součinitele bezpečnosti.

K posouzení rizika ruptury inženýrským přístupem se rozumí určení koeficientu bezpečnosti k_k , který se určuje jako poměr mezního napětí σ_{mez} ku napětí při maximálním zatížení, kterému v této práci z důvodu existence víceosé napjatosti odpovídá redukované napětí σ_{red} . Má-li bezpečnost hodnotu větší než 1, nedojde k ruptuře ateromu. Je-li však hodnota menší než 1, dojde k porušení a následným zdravotním komplikacím. Pro bezpečnost tedy platí vztah: [27]

$$k_k = \frac{\sigma_{mez}}{\sigma_{red}}$$

kde σ_{mez} je mezní hodnota napětí, tedy pevnost fibrózního krytu a σ_{red} jsou redukovaná napětí HMH, která byly zjištěna pomocí předchozí analýzy.

Pro klasifikaci ruptury bylo tedy zapotřebí pro fibrózní kryt zjistit hodnotu pevnosti. Ve většině článků [12], [15], [29], [30], [31] se pracuje s hodnotou pevnosti 300 kPa, avšak není to jediná používaná hodnota. Například ve článku [20] se používá hodnota 255 kPa, v práci [11] je stanoveno rozmezí 247–300 kPa, ve kterém se prahová hodnota pro rupturu fibrózního krytu pohybuje. V [32] je určen median pevnosti zvláště pro ženy a muže, jedná se o hodnoty 307, resp. 369 kPa. Jsou zde zobrazeny také mezikvartilní rozsahy (*interquartile range – IQR*) dat, u mužské skupiny se pohybuje v hodnotách od 200 do 600 kPa. Velké rozptyly dat zde mohou souviset s faktem, že se zde nezkouší pouze tkáň fibrózního krytu, ale vzorky větší s větší nehomogenitou. Přesněji se zde pracuje s fibrózní tkání intimy a ateromu, nikoliv jen s krytem, z tohoto důvodu tedy nebudou tyto data využita a bude zvolena deterministická hodnota pevnosti.

Správnou hodnotu zřejmě nelze přesně určit, jelikož se u každého pacienta může lišit. Pro mou práci si však dovoluji převzít nejčastěji využívanou hodnotu – tedy 300 kPa, kterou již můžeme dosadit a získáme pak vztah:

$$k_k = \frac{300}{\sigma_{red}}$$

kde nám nyní zbývá pouze dosadit hodnoty redukovaných napětí HMH, a to pro všechny kombinace měnicích se parametrů geometrie, získaných během analýzy. V následující tabulce jsou vypsány takto získané hodnoty bezpečnosti k_k .

Tab. 6 Koeficienty bezpečnosti

Tloušťka fibrózního krytu [mm]	Tloušťka nekrotického jádra [mm]	Kratší aterom		Delší aterom	
		Napětí [kPa]	Bezpečnost k_k	Napětí [kPa]	Bezpečnost k_k
0,2	1	312	0,96	315	0,95
	2	349	0,86	327	0,92
	3	355	0,85	316	0,95
	4	307	0,98	281	1,07
	5	270	1,11	260	1,15
0,15	1	374	0,80	380	0,79
	2	450	0,67	423	0,71
	3	467	0,64	420	0,71
	4	4067	0,74	384	0,78
	5	362	0,83	354	0,85
0,2	1	474	0,63	505	0,59
	2	642	0,47	608	0,49
	3	684	0,44	631	0,48
	4	613	0,49	574	0,52
	5	553	0,54	522	0,57
0,15	1	630	0,48	698	0,43
	2	934	0,32	897	0,33
	3	1029	0,29	969	0,31
	4	952	0,32	873	0,34
	5	842	0,36	815	0,37

V tabulce 6 lze vidět koeficienty bezpečnosti vyznačené zelenou a červenou barvou. Z tabulky vyplývá, že téměř u všech případů geometrie by došlo k ruptuře ateromu (červená barva), jelikož součinitel bezpečnosti je menší než 1. Toto je dáno volbou parametrů, kterými se v práci zabývám, jelikož byly vybrány velice tenké fibrózní kryty, jedná se o rizikovou skupinu. Pokud by zde byly zpracovány také případy s fibrózním krytem větším než 0,2 mm, bezpečnost by rapidně rostla a dosahovala hodnot větších než 1.

Takto zde máme pouze 3 bezpečné (zelená barva) aterosklerotické tepny, všechny u největší tloušťky fibrózního krytu 0,2 mm. Zajímavostí však je, že u ateromů s větší tloušťkou nekrotického jádra.

K posouzení rizika ruptury by bylo možné využít také tzv. risk factor, který je pouze převrácenou hodnotou součinitele bezpečnosti často využívaným v biomechanice. Nejlepším přístupem by však bylo vyhodnocení pomocí statistických metod, kterými by se určila pravděpodobnost ruptury – stochastický přístup. K takovému

vyhodnocení by však byly zapotřebí větší soubory dat, které zde nejsou k dispozici. Často se u nich navíc vyskytuje nesymetrické, např. log-normální rozdělení hodnot.

Z tohoto důvodu tak nelze výsledky získané pomocí součinitele bezpečnosti a deterministického přístupu považovat za zcela důvěryhodné. Pro získání přesnějších v praxi využitelnějších výsledků by jistě bylo lepší jít cestou již zmíněných metod, pracujících s větším množstvím statistických dat, včetně rozptylů či mezikvartilních rozsahů.

7 Závěr

Cílem této diplomové práce byla deformačně napěťová analýza tepny s atheromem.

V první části práce byla provedena rešerše týkající se problematiky z pohledu medicíny. Byla tedy zpracována teorie zabývající se tepenným systémem, zejména pak stavbou tepen. V poslední řadě zde byl představen pojem ateroskleróza, její patogeneze a příčiny vzniku.

Další část se také zabývala získáním informací, tentokrát ale z oblasti nelineární mechaniky a biomechaniky. Problematika řešená v této práci totiž spadá pod obě tyto odvětví mechaniky. Byly zde vysvětleny důležité pojmy týkající se nelineární mechaniky, a především konstitutivní modely, jež slouží k modelování závislosti mezi deformací a napětím. Představeny však byly pouze modely, které se využívají v oblasti biomechaniky. Nakonec v této části byla popsána tvorba různých idealizovaných výpočtových modelů tepny, a to rovinných i prostorových, které pak sloužily jako předloha ke tvorbě modelu použitého v této práci.

Následující část se již zabývá deformačně napěťovou analýzou. Před zahájením výpočtů bylo zapotřebí vytvořit geometrii, na niž bude analýza provedena a získat materiálová data pro jednotlivé vrstvy aterosklerotické tepny. Data, respektive konstanty konstitutivních modelů popisující chování materiálů byla převzata z důvěryhodných zdrojů. Pouze pro vrstvu media posloužil k proložení křivkou („fitování“) vyjadřující chování samotný program WB, do kterého byly vloženy souřadnice z přejatého grafu znázorňujícího chování této vrstvy. Pro všechny vrstvy aterosklerotické tepny byl použit model Yeoh 3.řádu. Další částí byla důležitá nastavení, jež zajistila správný chod analýzy. Poté již bylo možné provedení výpočtů, při kterých se vyhodnocovala deformace tepny a redukované napětí HMM. Z hlediska rizika ruptury atheromu je zásadní redukované napětí, které nabývalo největších hodnot na povrchu fibrózního krytu. Byly tedy sestaveny grafy závislosti onoho napětí na tloušťce fibrózního krytu a tloušťce nekrotického jádra. Kromě těchto parametrů došlo také ke změně délky ramena atheromu, byly tedy provedeny analýzy pro tepnu s kratším a také delším atheromem.

Z grafů pro maximální napětí vyplývá, že roste především s klesající tloušťkou fibrózního krytu. Na tloušťce a délce nekrotického jádra tolik nezáleží. Nejvyšší hodnoty napětí vykazoval fibrózní kryt o tloušťce 0,065 mm. Při zvoleném zvýšeném tlaku 20 kPa dosahovalo maximální napětí hodnot přesahujících 1000 kPa.

K vyhodnocení rizika ruptury bylo nutné určit pevnost fibrózního krytu, kterou jsme opět s přispěním vícero zdrojů stanovili na hodnotu 300 kPa. Riziko ruptury bylo následně vyjádřeno pomocí inženýrského přístupu, který se zde s ohledem na množství dat jevil jako nejvhodnější. Tento přístup tedy vyhodnocuje koeficient bezpečnosti, pracuje pouze s hodnotami napětí, tj. mezní napětí, v tomto případě ona určená hodnota pevnosti fibrózního krytu a pak napětí reálné, jež dané těleso právě namáhá, v této práci je to vypočítané redukované napětí. Jelikož se práce zabývala rizikovými parametry geometrie, riziko ruptury je ve všech případech velmi

vysoké, jelikož koeficient bezpečnosti nedosahuje v téměř žádném případě hraniční hodnoty 1. Jak již bylo zmíněno, pracuje se zde s nedostatkem dat, v praxi by bylo přesnějším a sofistikovanějším řešením využití statistických metod, dle kterých by byla určena pravděpodobnost ruptury atheromu.

Diplomová práce se zabývá velkými riziky, zvolené rozměry mají tedy extrémní hodnoty, při nichž je riziko ruptury vysoké. Z grafu pro závislost napětí na tloušťce fibrózního krytu na Obr. 42 lze vyčíst, že pokud by tloušťka dosahovala hodnoty větší než 0,2 mm, napětí by dále klesalo a bezpečnost tedy nadále rostla. Stejně tak platí, že riziko ruptury je při tloušťce krytu 0,065 mm dle výsledků velice pravděpodobné a závislost vykazuje exponenciální charakter. Avšak co se týče praxe, běžné zobrazovací metody ani u dnešních moderních přístrojů nemají tak vysoké rozlišení, které by umožňovalo naměřit takovéto hodnoty. Jedná se zde tedy pouze o teoretická data, pro něž klinická použitelnost není.

Použitý model zcela neodpovídá realitě, byly využity určitá zjednodušení, jež jsou vysvětlena v podkapitole 5.2 „Nejistoty použitého modelu“.

Seznam použitých zdrojů

- [1] In: *zdravi.euro.cz* [online] [cit. 2021-03-02] Dostupné z: <https://zdravi.euro.cz/leky/ateroskleroz-a-priznaky-lecba-prevence/>
- [2] LÜLLMANN-RAUCH, Renate. *Histologie*. Praha: Grada, 2012. s. 211. ISBN 978-80-247-3729-4. Dostupné také z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:6e0ef5d0-0397-11e9-9210-5ef3fc9bb22f>
- [3] KŘEN, Jiří, Josef ROSENBERG a Přemysl JANÍČEK. *Biomechanika*. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2001. ISBN 80-7082-792-0.
- [4] BURŠA, Jiří. Studijní opory – biomechanika [online]. 2021 [cit. 2021-03-09]. Dostupné z: <http://www.old.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>
- [5] LEMAITRE, J., *Handbook of Materials Behavior Models, Three-Volume Set: Nonlinear Models and Properties*. Elsevier, 2001. ISBN 9780080533636
- [6] WIDIMSKÝ, Jiří. *Hypertenze*. Praha: Triton, 2008. s. 19. ISBN 978-80-7387-077-5. Dostupné také z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:55e4ec86-1d02-4cc6-8c01-69851516e4a9>
- [7] MAČÁK, Jiří, Jana MAČÁKOVÁ a Jana DVOŘÁČKOVÁ. *Patologie*. Praha: Grada, 2012. s. 170. ISBN 978-80-247-3530-6. Dostupné také z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:95ade180-f403-11e8-8d10-5ef3fc9ae867>
- [8] POVÝŠIL, Ctibor, Ivo ŠTEINER a Univerzita Karlova. *Speciální patologie*. Praha: Galén, c2007. s. 2. ISBN 978-80-7262-494-2. Dostupné také z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:37797b10-d5c5-11e5-b8d0-001018b5eb5c>
- [9] ČAPEK, Lukáš, Petr HÁJEK a Petr HENYŠ. *Biomechanika člověka*. Praha: Grada Publishing, 2018. ISBN 978-80-271-0367-6.
- [10] BURŠA, Jiří. Studijní opory – Konstitutivní modely [online]. 2021 [cit. 2021-02-16]. Dostupné z: <http://www.old.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>
- [11] CARPENTER, J. Harry, A. GHOLIPOUR, M. H. GHAYESH, A. C. ZANDER, P. J. PSALTIS. *A review on the biomechanics of coronary arteries* [online]. International Journal of Engineering Science, Volume 147, 2020, [cit. 2022-04-24]. ISSN 0020-7225, Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2019.103201>
- [12] OHAYON, J., G. FINET, A. M. GHARIB. *Necrotic core thickness and positive arterial remodeling index: emergent biomechanical factors for evaluating the risk of plaque rupture*. AJP: Heart and Circulatory Physiology [online]. 2008 [cit. 2022-03-28]. DOI: 10.1152/ajpheart.00005.2008. ISSN 03636135. Dostupné z: <http://ajpheart.physiology.org/cgi/doi/10.1152/ajpheart.00005.2008>

- [13] SANYAL, A., H.C. HAN. *Artery buckling affects the mechanical stress in atherosclerotic plaques* [online]. *BioMed Eng OnLine* **14**, S4 (2015) [cit. 2022-04-24]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1186/1475-925X-14-S1-S4>
- [14] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. Brno: CERM, 2004, ISBN 80-214-2592-X
- [15] MALDONADO, Natalia, A. KELLY-ARNOLD, L. CARDOSO, S. WEINBAUM. *The explosive growth of small voids in vulnerable cap rupture; cavitation and interfacial debonding*. *Journal of Biomechanics*, Volume 46, 2013, 396-401 [cit. 2022-04-24]. ISSN 0021-9290, Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2012.10.040>
- [16] GHOLIPOUR, Alireza, M.H. GHAYESH, A. ZANDER, R. MAHAJAN. *Three-dimensional biomechanics of coronary arteries* [online]. *International Journal of Engineering Science*, Volume 130, 2018, 93-114 [cit. 2022-04-24]. ISSN 0020-7225, Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.03.002>
- [17] GARCÍA, A., E. PEÑA, M.A. MARTÍNEZ. *Influence of geometrical parameters on radial force during self-expanding stent deployment. Application for a variable radial stiffness stent* [online]. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Volume 10, 2012, 166-175 [cit. 2022-04-24]. ISSN 1751-6161, Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2012.02.006>
- [18] TARBELL, John, M. MAHMOUD, A. CORTI, L. CARDOSO, C. CARO. *The role of oxygen transport in atherosclerosis and vascular disease*. [online]. *J. R. Soc. Interface* **17**, 2020 [cit. 2022-04-24]. Dostupné z: <http://doi.org/10.1098/rsif.2019.0732>
- [19] YUAN, Jianmin, Zhongzhao TENG, Jiakuan FENG, Yongxue ZHANG, Adam J. BROWN, Jonathan H. GILLARD, Zaiping JING a Qingsheng LU. *Influence of material property variability on the mechanical behaviour of carotid atherosclerotic plaques: A 3D fluid-structure interaction analysis* [online]. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering* 2015, 31(8), e02722 [cit. 2022-04-24]. ISSN 20407939. Dostupné z: <https://doi.org/10.1002/cnm.2722>
- [20] POLZER, Stanislav, A. POLIŠENSKÁ, K. NOVÁK, J. BURŠA. *Moderate thickness of lipid core in shoulder region of atherosclerotic plaque determines vulnerable plaque – A parametric study* [online]. *Medical Engineering & Physics*, Volume 69, 2019, 140-146 [cit. 2022-04-24]. ISSN 1350-4533, Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2019.04.011>
- [21] SCHRIEFL, A. J., G. ZEINDLINGER, D. M. PIERCE, P. REGITNIG a G. A. HOLZAPFEL, 2012. *Determination of the layer-specific distributed collagen fibre orientations in human thoracic and abdominal aortas and common iliac arteries*. *Journal of The Royal Society Interface* [online]. 9(71), 1275-1286 [cit. 2021-04-24]. DOI: 10.1098/rsif.2011.0727. ISSN 17425689. Dostupné z: <http://rsif.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rsif.2011.0727>

- [22] BURKE, A. P. “*Coronary risk factors and plaque morphology in men with coronary disease who died suddenly.*” In: *New England Journal of Medicine*, 1997, 336.18, pp. 1276–1282
- [23] HOLZAPFEL, G. A., Gerhard SOMMER a Peter REGITNIG. *Anisotropic Mechanical Properties of Tissue Components in Human Atherosclerotic Plaques.* *Journal of Biomechanical Engineering* [online]. 2004. [cit. 2022-04-24]. DOI: 10.1115/1.1800557. ISSN 01480731. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/8082211> *Anisotropic Mechanical Properties of Tissue Components in Human Atherosclerotic Plaques*
- [24] POLIŠENSKÁ, A. *Analýza současného stavu modelování aterosklerózy – rešerše a výpočet.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 57 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Kamil Novák.
- [25] HRUBANOVÁ, A. *Vliv mechanických vlastností tkání na napětí v patologické krční tepně.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2021. 70 s. Vedoucí Ing. Burša, Ph.D.
- [26] GIJSEN, Frank J.H., Harm A. NIEUWSTADT, Jolanda J. WENTZEL, Hence J.M. VERHAGEN, Aad VAN DER LUGT a Antonius F.W. VAN DER STEEN. *Carotid Plaque Morphological Classification Compared With Biomechanical Cap Stress.* *Stroke* [online]. 2015, 46(8), 2124-2128. DOI: 10.1161/STROKEAHA.115.009707. ISSN 0039-2499.
- [27] HORNÝ, Lukáš, Marek NETUŠIL a Tereza VOŇAVKOVÁ. *Axial prestretch and circumferential distensibility in biomechanics of abdominal aorta.* *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology* [online]. Berlin/Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014, 13(4), 783-799 [cit. 2022-04-24]. ISSN 1617-7959. Dostupné z: doi:10.1007/s10237-013-0534-8
- [28] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I.* 3. přepracované vydání. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004.
- [29] LI, Zhi-Young, Simon P.S. Howarth, Tjun Tang, Jonathan H. Gillard. *How critical is fibrous cap thickness to carotid plaque stability? A flow-plaque interaction model.* *Stroke* [online], Vol.37, 2006, 1195-1199 [cit. 2022-04-24] Dostupné z: <https://doi.org/10.1161/01.STR.0000217331.61083.3b>
- [30] YULIYA VENGRENYUK, Stéphane Carlier, Savvas Xanthos, Luis Cardoso, Peter Ganatos, Renu Virmani, Shmuel Einav, Lane Gilchrist a Sheldon Weinbaum. *A hypothesis for vulnerable plaque rupture due to stress-induced debonding around cellular microcalcifications in thin fibrous caps.* *PNAS* [online], Vol.103 (40), 2006, 14678-14683 [cit. 2022-05-05] Dostupné z: <https://doi.org/10.1073/pnas.0606310103>

[31] CHENG, G. C., H. M. LOREE, R. D. KAMM, M. C. FISHBEIN a R. T. LEE, 1993. *Distribution of circumferential stress in ruptured and stable atherosclerotic lesions. A structural analysis with histopathological correlation.* Circulation [online]. 87(4), 1179-1187 [cit. 2022-05-10]. DOI: 10.1161/01.CIR.87.4.1179. ISSN 00097322. Dostupné z: <http://circ.ahajournals.org/cgi/doi/10.1161/01.CIR.87.4.1179>

[32] LISICKÝ, Ondřej, Anna HRUBANOVÁ, Robert STAFFA, Robert VLACHOVSKÝ, Jiří BURŠA. *Constitutive models and failure properties of fibrous tissues of carotid artery atheroma based on their uniaxial testing.* Journal of Biomechanics, Volume 129, 2021, [cit. 2022-05-10]. ISSN 0021-9290, Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2021.110861>

Seznam obrázků

Obr. 1 Ateroskleróza. Převzato z [1]	11
Obr. 2 Krevní oběh (schéma). Převzato z [2].....	13
Obr. 3 Vrstvy stěny tepny. Převzato z [2].....	14
Obr. 4 Aktivace kolagenních vláken během deformace cévy. Převzato z [4]	16
Obr. 5 Aktivace kolagenních vláken v závislosti na velikosti smluvního napětí a přetvoření. Převzato z [5]. Upraveno.....	16
Obr. 6 Průběh napětí-deformace pro a) elastin, b) kolagen, c) hladkou svalovinu. Převzato z [4]	17
Obr. 7 Tlak krve při průtoku cévní soustavou. Převzato z [4]	17
Obr. 8 Aterosklerotické poškození tepny: A - průřez zdravé tepny, B - průřez tepny s aterosklerózou (1 - intima, 2 - media, 3 - adventitia, 4 - nasedající trombóza, 5 - kalcifikace). Převzato z [7]	19
Obr. 9 Ateroskleróza – vývoj sklerotického plátu. Převzato z [8]	19
Obr. 10 Pravděpodobnost napřímení vláken v závislosti na poměrném protažení, Struktura kolagenních vláken. Převzato z [10]	25
Obr. 11 Příklad výpočtového modelu aterosklerotické tepny. Převzato z [12]	26
Obr. 12 Rozdíl mezi reálnou a idealizovanou geometrií 2D modelu příčného průřezu aterosklerotické tepny. Převzato z [12].....	27
Obr. 13 Idealizovaný průřez aterosklerotické tepny – (a) pozitivní remodelace (b) negativní remodelace s koncentrickým jádrem (c) negativní remodelace s excentrickým jádrem. Převzato z [11]	27
Obr. 14 Detail výsledného napětí pomocí MKP analýzy mezi dvěma mikrokalcifikacemi μCalc ve fibrózním krytu. Převzato z [15]	28
Obr. 15 Prostorový model tepny s atheromem (plaque). Převzato z [16]	28
Obr. 16 Příčné průřezy aterosklerotické tepny s různou úrovní stenózy. Převzato z [16].....	29
Obr. 17 Prostorový model aterosklerotické tepny – změna délky ramena atheromu. Převzato z [16] .	29
Obr. 18 Konečno prvkový model aterosklerotické tepny se stentem v podélném a příčném řezu. Převzato z [17].....	30
Obr. 19 Prostorový model aterosklerotické tepny se stentem [18]	30
Obr. 20 Detailní příčný průřez – koncentrické nekrotické jádro (bíla barva), vasa vasorum (červená barva) . Převzato z [18].....	30
Obr. 21 Symetrický a asymetrický prostorový model aterosklerotické tepny – tepna (zelená barva), nekrotické (lipidové) jádro (červená barva), kalcifikace (bíla barva). Rozměry v mm. Převzato z [13] 31	
Obr. 22 Rozložení napětí – zdravá tepna (nahore), symetrický atherom (uprostřed), asymetrický atherom (dole). Převzato z [13].....	31
Obr. 23 Různá úroveň kalcifikace (bíla barva) u modelu aterosklerotické tepny. Zelenou barvou znázorněna tepna. Červenou barvou nekrotické jádro. Převzato z [13].....	32
Obr. 24 Idealizovaný prostorový model aterosklerotické tepny – media (šedá barva), fibrózní kryt (modrá), lipidy (žlutá), intraplakové krvácení (červená). Převzato z [19]	32
Obr. 25 Idealizovaný prostorový model aterosklerotické tepny – adventitia (fialová barva), media (zelená), intima (červená), fibrózní kryt (modrá), nekrotické jádro (žlutá). Převzato z [20].....	33
Obr. 26 Idealizovaná geometrie s rozměry – podélný řez	34
Obr. 27 Idealizovaná geometrie s rozměry – příčný řez	35
Obr. 28 Vytvořená geometrie modelu – porovnání fází aterosklerózy.....	37
Obr. 29 Grafy závislosti Cauchyho napětí na protažení pro vrstvu adventitia v obvodovém (vlevo) a axiálním (vpravo) směru. Převzato z [23].....	38
Obr. 30 Grafy závislosti Cauchyho napětí na protažení pro vrstvu media v obvodovém (vlevo) a axiálním (vpravo) směru. Převzato z [23].....	38

Obr. 31 Materiálové vlastnosti fibrózní tkáně popsané pomocí modelu Yeoh třetího řádu pro různé vzorky. Převzato z [25]	40
Obr. 32 Závislost napětí na přetvoření pro jednotlivé vrstvy tepny	41
Obr. 33 Aplikované okrajové podmínky a zatížení.....	42
Obr. 34 Konvergence sítě	43
Obr. 35 Vygenerovaná konečno prvková síť	43
Obr. 36 Příklad deformace aterosklerotické tepny.....	45
Obr. 37 Závislost deformace na tloušťce fibrózního krytu. (NC = Necrotic Core – nekrotické jádro)...	45
Obr. 38 Závislost maximálního napětí na tloušťce fibrózního krytu	47
Obr. 39 Závislost maximálního napětí na tloušťce nekrotického jádra	47
Obr. 40 Maximální redukované napětí - 1 029 kPa.....	48
Obr. 41 Minimální redukované napětí - 270 kPa	48
Obr. 42 Závislost maximálního napětí na tloušťce fibrózního krytu – srovnání	49
Obr. 43 Závislost maximálního napětí na tloušťce nekrotického jádra – srovnání.....	49

Seznam tabulek

Tab. 1 Konstantní rozměry geometrie	36
Tab. 2 Proměnné rozměry geometrie	36
Tab. 3 Hodnoty parametrů pro konstitutivní modely	39
Tab. 4 Hodnoty parametrů pro konstitutivní modely	40
Tab. 5 Výsledná redukovaná napětí – srovnání	50
Tab. 6 Koeficienty bezpečnosti	54