

**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta stavební**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**Brno, 2020**

**Marek Janka**



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

## ÚSTAV STAVEBNÍHO ZKUŠEBNICTVÍ

INSTITUTE OF BUILDING TESTING

# ZJIŠŤOVÁNÍ ODBEDŇOVACÍCH PEVNOSTÍ BETONU POMOCÍ TVRDOMĚRU SILVER SCHMIDT

DETERMINATION OF THE FORMWORK STRENGTH OF CONCRETE USING A SILVER  
SCHMIDT HARDNESS TESTER

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Marek Janka

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. PETR CIKRLE, Ph.D.

BRNO 2020



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

<b>Studijní program</b>	B3607 Stavební inženýrství
<b>Typ studijního programu</b>	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
<b>Studijní obor</b>	3647R013 Konstrukce a dopravní stavby
<b>Pracoviště</b>	Ústav stavebního zkušebnictví

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

<b>Student</b>	Marek Janka
<b>Název</b>	Zjišťování odbedňovacích pevností betonu pomocí tvrdoměru Silver Schmidt
<b>Vedoucí práce</b>	doc. Ing. Petr Cikrle, Ph.D.
<b>Datum zadání</b>	30. 11. 2019
<b>Datum odevzdání</b>	22. 5. 2020

V Brně dne 30. 11. 2019

---

doc. Ing. Pavel Schmid, Ph.D.  
Vedoucí ústavu

---

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## **PODKLADY A LITERATURA**

Balayssac, Jean-Paul and Garnier, Vincent Non-destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures [ISBN: 9781785482298]

Cikrle, P. a kol. Diagnostické metody ve stavebnictví, modul M01. Studijní opora, VUT v Brně FAST, 2011.

Cikrle, P. a kol. NDT zkoušení ve stavebnictví. Příručka kurzu ČŽV. VUT v Brně, 2010.

ANTON, O., kolektiv autorů, Základy zkušebnictví, Brno, CERM, 2002.

Proceq, Manuál k přístroji Silver Schmidt PC-L s hříbovitým nástavcem

## **ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ**

Teoretická část:

Rešerše pramenů - princip použitých metod, druhy přístrojů.

Zásady tvorby regresních modelů pro dané vlastnosti betonu.

Praktická část:

Plánování experimentu pro stanovení počátečních vlastností dvou druhů betonu pevnostní třídy C 30/37.

Odběr vzorků čerstvého betonu, výroba zkušebních těles v počtu 21 ks krychlí a 18 ks hranolů z každého druhu betonu.

Provedení tvrdoměrných a ultrazukových měření na vzorcích různého stáří

Stanovení koeficientu vrácené energie Q tvrdoměrem Schmidt LM, rychlosti šíření ultrazukového vlnění a pevnosti v tlaku. Doplnkově stanovení statického modulu pružnosti.

Tabelární a grafické zpracování výsledků zkoušek. Vytvoření regresních modelů pro stanovení pevnosti v tlaku z ukazatelů NDT zkoušek. Porovnání se vztahem od výrobce, případně z norem.

Ověření vztahů na reálné konstrukci administrativní budovy.

## **STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část závěrečné práce zpracovaná podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (povinná součást závěrečné práce).

2. Přílohy textové části závěrečné práce zpracované podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání, a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (nepovinná součást závěrečné práce v případě, že přílohy nejsou součástí textové části závěrečné práce, ale textovou část doplňují).

---

doc. Ing. Petr Cikrle, Ph.D.

Vedoucí bakalářské práce

## **ABSTRAKT**

Práce se zabývá problematikou nedestruktivního zkoušení odbedňovací pevnosti betonu. Konkrétně pracuje s dvěma recepturami betonů a pro obě dvě stanovuje regresní vztahy mezi tvrdostí povrchu zjištěnou tvrdoměrem SilverSchmidt L s hříbovým nástavcem a pevností v tlaku. Ukazuje nevhodnost použití ultrazvukové impulzní metody pro určení odbedňovací pevnosti. Srovnává získané regresní vztahy se vztahy uváděnými v literatuře. Cílem je využít dané vztahy pro ověření minimální požadované odbedňovací pevnosti na stavbě.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Nedestruktivní zkušebnictví, tvrdoměr, SilverSchmidt, odbedňovací pevnost, převodní vztah, regrese, ultrazvuková impulzní metoda

## **ABSTRACT**

This bachelor thesis deal with the issues of nondestructive testing of the formwork removal strength of concrete. It works with two different compositions of concrete and for both of them, it determines the relation between compressive strength and surface hardness obtained by the SilverSchmidt hammer with mushroom plunger. It shows inappropriateness of ultrasonic impulse method to determine formwork removal strength. It compares obtained relations with each other and with the literature.

The goal of this thesis is to utilize determined relations for verification of minimal requested formwork removal strength during construction.

## **KEYWORDS**

Non-destructive testing, hardness tester, SilverSchmidt, formwork removal strength, conversion curve, regression, ultrasonic impulse method

JANKA, Marek. *Zjišťování odbedňovacích pevností betonu pomocí tvrdoměru Silver Schmidt*. Brno, 2020, 58 s. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce: doc. Ing. Petr Cikrle, Ph.D.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Zjišťování odbedňovacích pevností betonu pomocí tvrdoměru Silver Schmidt“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Brno .....

.....

podpis autora

## PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu práce panu Doc. Ing. Petru Cikrlovi, Ph.D. za přizvání k práci, odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy a také Ing. Petru Misákovi, Ph.D., za konzultace, zasvěcení do statistických metod a programovacího jazyka Python.

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>8</b>
<b>2 Teoretická část</b>	<b>10</b>
2.1 Nedestruktivní metody ve stavebním zkušebnictví . . . . .	10
2.1.1 Přehled tvrdoměrných metod . . . . .	10
2.1.2 Schmidovy tvrdoměry . . . . .	12
2.1.3 Ultrazvuková impulzní metoda . . . . .	15
2.2 Pevnost betonu . . . . .	18
2.3 Zásady tvorby regresních modelů . . . . .	20
2.3.1 Kalibrační vztahy . . . . .	20
2.3.2 Ověření normality dat . . . . .	21
2.3.3 Očištění dat . . . . .	21
2.3.4 Lineární regrese . . . . .	22
2.3.5 Regrese dat z měření doby průchodu ultrazvuku . . . . .	25
<b>3 Praktická část</b>	<b>27</b>
3.1 Získávání dat . . . . .	27
3.1.1 Odběr čerstvého betonu . . . . .	27
3.1.2 Výroba zkušebních těles . . . . .	27
3.1.3 Měření . . . . .	27
3.2 Tvrdoměr SilverSchmidt – beton I. . . . .	33
3.2.1 Zpracování dat . . . . .	33
3.2.2 Regresní křivka pro SilverSchmidt . . . . .	35
3.3 Tvrdoměr SilverSchmidt – beton II. . . . .	37
3.3.1 Zpracování dat . . . . .	37
3.3.2 Regresní křivka pro SilverSchmidt . . . . .	38
3.4 Ultrazvuková impulzní metoda . . . . .	41
3.4.1 Určení pevnosti . . . . .	41
3.4.2 Určení dynamického modulu pružnosti . . . . .	45
<b>4 Vyhodnocení a porovnání výsledků</b>	<b>46</b>
4.1 Vztahy pro tvrdoměr SilverSchmidt . . . . .	46
4.2 Vztahy pro ultrazvukovou impulzní metodu . . . . .	48
<b>5 Závěr</b>	<b>50</b>
<b>Literatura</b>	<b>54</b>
<b>Seznam symbolů, veličin a zkratk</b>	<b>55</b>
<b>Seznam obrázků</b>	<b>57</b>
<b>Seznam tabulek</b>	<b>58</b>



# 1 Úvod

Zvyšování kvality používaných stavebních materiálů vede také ke zvyšování nároků na jejich kontrolu během výroby a výstavby. Nezkouší se tak pouze stávající konstrukce v horším stavu (např. diagnostika mostů), ale i nově budované. Důvodem ke kontrole může být ve stavební praxi například snaha o urychlení procesu výstavby, kdy je potřeba ověřit, jestli vlastnost daného materiálu již dosáhla požadovaných hodnot. Nejčastěji se řeší pevnost v tlaku a modul pružnosti betonu, které narůstají v čase a jejichž nárůst v konkrétní konstrukci lze jen těžko odhadovat, respektive tento odhad nemusí být příliš přesný.

Nárůst těchto parametrů závisí na mnoha faktorech, zejména konkrétní použité receptuře betonu a na vnějších podmínkách, jako jsou okolní teplota a dostatečná vlhkost povrchu betonu. Pro běžně používané betony je možné odstranit nenosné bočnice bednění obvykle po třech dnech. Všechny nosné části bednění lze odstranit, až když beton dosáhne požadované kontrolní pevnosti [1]. Určovat pevnost zrajícího betonu v konstrukci lze různými způsoby, tato bakalářská práce se podrobně zabývá metodou odrazových tvrdoměrů SilverSchmidt s hříbovitým nástavcem a částečně ultrazvukovou impulzovou metodou.

Největší výhodou použití tvrdoměrů je jejich jednoduchost, dostupnost, relativní přesnost a snadná použitelnost v terénu. Běžný rozsah Schmidtových tvrdoměrů obvykle začíná od cca 15 MPa, hodí se tedy pro zatvrdlé betony. Pro zkoušení betonů s nižší pevností je velmi vhodná (poměrně nová) modifikace typu SilverSchmidt L s rozšířeným hříbovitým nástavcem.

V teoretické části se práce věnuje přehledu nedestruktivních zkušebních metod používaných ve stavebnictví (kapitola 2.1.1) a podrobněji pak historii, přehledu typů a popisu funkce Schmidtových tvrdoměrů (kapitola 2.1.2) a ultrazvukové impulzní metodě (kapitola 2.1.3). Následně je popsána pevnost betonu a její určování (kapitola 2.2). V kapitole 2.3.1 je uveden vztah mezi přímým a nepřímým (nedestruktivním) měřením veličiny z pohledu českých norem. Následuje popis postupu zpracování dat a potřebné vztahy pro tvorbu regresních modelů.

V praktické části je popsán celý průběh prací a zkoušek – odběr vzorků čerstvého betonu, výroba zkušebních těles, nedestruktivní měření, provedení standardních zkoušek a zpracování výsledků. Bakalářská práce vznikla ve spolupráci s firmou SKANSKA, pro kterou Ústav stavebního zkušebnictví FAST VUT korelační vztahy zpracovával. K podobným výsledkům by měla vést i tahle práce. Jejím výstupem jsou korelační vztahy mezi pevností betonu  $f_c$  a  $Q$ -hodnotou naměřenou tvrdomě-

rem SilverSchmidt PC–L s hříbovým nástavcem, použitelné pro měření pevnosti odbedňovaných monolitických částí stavby. Vztahy jsou zpracovány pro dva druhy betonů pevnostní třídy C 30/37 od dvou dodavatelů, které firma SKANSKA na stavbách realizovaných v Brně používá. Vzhledem k variabilitě betonů a jejich vlastností nelze vytvořit dostatečně přesný a výstižný univerzální vztah a je třeba vytvářet korelační vztahy pro konkrétní receptury.

Jako doplňková metoda je vybráno měření průchodu ultrazvukových impulzů betonem. V teoretické části jsou popsány potřebné vztahy a odkazy na normy, v praktické jsou vytvořeny regresní křivky mezi rychlostí průchodu UZ a pevností (kap. 3.4.1). Pro ukázkou je stanoven i modul pružnosti (kap. 3.4.2), kde ovšem chybí srovnání se skutečnou hodnotou a tedy ověření správnosti použitého normového vztahu. Měření modulů pružnosti probíhalo na hranolech a do této práce není začleněno.

Na závěr je provedeno srovnání získaných vztahů a křivek.

## 2 Teoretická část

### 2.1 Nedestruktivní metody ve stavebním zkušebnictví

Hlavní předností nedestruktivních metod je rychlost zkoušení a dále fakt, že můžeme zkoušky provádět přímo na budované konstrukci a není třeba odebírat a vyrábět zvláštní zkušební tělesa. Dnes jsou navíc moderní pohledové betony, na kterých nepřipadají destruktivní metody zkoušení v úvahu, případně by se musela pro zkoušení velmi pečlivě vybírat nepohledová místa. Obvykle pomocí nich ovšem nezískáme přímo hledané veličiny (ve stavebnictví nejčastěji pevnost v tlaku), ale veličiny jiné. Využíváme potom znalosti korelačních vztahů mezi zjištěnými a hledanými veličinami [2]. České normy nazývají tyto vztahy ne zcela přesně „kalibrační“ [3].

V normách jsou zpracované NDT metody založené na různých principech: Tvrdoměrné, ultrazvukové impulsové, rezonanční, radiometrické, radiografické, magnetické indikátory výztuže, zkoušky přídržnosti, stanovení síly na vytržení [3]. Pro stanovení pevnosti se hodí metody tvrdoměrné a ultrazvukové, které jsou dále rozebrány podrobněji.

Zajímavá je také nová metoda Concremote od firmy Doka, která se specializuje na bednicí systémy. Čidla sledují teplotu betonu v reálném čase a výsledky porovnávají s hodnotami získanými ze zkoušek pevnosti a vývoje tepla ve speciálním boxu [4]. Cílem je právě urychlení výstavby (možnost dřívějšího odbednění) nebo sledování, zda při nízkých venkovních teplotách dochází ke správnému zrání.

#### 2.1.1 Přehled tvrdoměrných metod

Tvrdoměrnými metodami zjišťujeme tvrdost povrchu materiálu, tj. odpor proti jeho pružné či plastické deformaci. Tvrdost lze zkoušet mnoha způsoby, které nám poskytují různé výsledky, nelze ji proto definovat jako fyzikální veličin. Podle principu měření se dále dělí na metody vrypové, vtiskové, vnikací, odrazné, smykové, vrtné a brusné [5]. Obecnou nevýhodou tvrdoměrných metod je fakt, že povrch může vykazovat jiné vlastnosti než vnitřní část vzorku či konstrukce – u starších konstrukcí je to zejména karbonatace betonu, u mladších betonů se může jednat o důsledek nedostatečného ošetřování a vysychání povrchu během zrání.

**Vrypové metody** Porovnává se vzájemná tvrdost dvou materiálů vrypem jednoho do druhého, příkladem použití je známá Mohsova stupnice tvrdosti (mastek, sůl kamenná, . . . , korund, diamant).

**Vtiskové metody** Měří se velikost vtisku tvrdého tělíska zatlačeného danou silou do zkoušeného materiálu, například tvrdost podle Brinnela (HB) nebo kladívko Poldi.

Zejména v Německu byly velmi rozšířené metody, které vznikly z metod zkoušení kovů: kladívko udeří do ocelové kuličky a ta vytvoří v betonu otisk. Na základě jeho průměru se určuje pevnost. Tvrdoměrů toho principu vzniklo více, do norem (i našich) byl zahrnut tvrdoměr označený jako HPS nebo Baumann-Steinrück-Franck s kuličkou průměru 10 mm a energií dopadu pružinou poháněného kladívka 5 J [6].

**Vnikací metody** Principem je dynamické vnikání tvrdého špičáku do zkoušeného materiálu. Měří se hloubka vniku po předepsaných úderech, nebo naopak počet úderů potřebných k zaražení špičáku do určité hloubky. Tyhle metody vyvinuli čeští výzkumníci Ing. Mašek (v Praze) a prof. Cigánek (v Brně) v polovině 20. století. Byly vhodné pro zkoušení betonů nižších pevností (do cca 12 MPa), leč z principu nebyly tyhle zkoušky opakovatelné a proto nedošlo k jejich normalizaci. Přesto i dnes bývá metoda „Maškova špičáku“ někdy využívána a dokonce vyžadována [6].

Tyhle metody by svým rozsahem odpovídaly odbedňovacím pevnostem, kterými se práce zabývá. Z důvodu jejich nenormovosti a také proto, že povrch betonových konstrukcí se dnes často provádí jako pohledový, nejsou tyto semidestruktivní metody vhodné.

Z dnešního pohledu je poměrně neobvyklá jedna z nejstarších metod. V Sovětském svazu od roku 1934 stříleli do zkoušeného betonu revolverem Nagant ze vzdálenosti 8 m. Pevnost se určovala z velikosti idealizovaného kuželovitého kráteru. Tahle metoda byla použitelná pro pevnosti do 10, max. 20 MPa, jak vyplývá z cejchovní křivky uveřejněné např. v [6].




**Odrazné metody** Měří se velikost odrazu tělíska vrženého proti zkoušenému povrchu, případně změna energie toho tělíska po odrazu. Patří sem tvrdoměry Shore pro měření kovů a Schmidtovy tvrdoměry pro měření betonu, malty a kusových staviv, které budou popsány podrobně dále. Právě odrazné metody jsou pro beton nejvíce rozšířené.

**Smykové metody** Zjišťuje se síla potřebná k usmýknutí či vytržení betonu.

**Vrtné a brusné metody** Fungují na podobném principu jako vnikací metody. Tentokrát je vniku do hloubky dosaženo broušením povrchu nebo zavrtáváním se do něj (např. Kučerova vrtačka, kterou se zjišťuje tvrdost malty ve spárách mezi cihlami).

## 2.1.2 Schmidty tvrdoměry

V roce 1954 začala nově založená švýcarská firma Proceq vyrábět přístroje nazvané podle svého vynálezce Ernsta O. Schmidta Schmidty tvrdoměry (anglicky Original Schmidt rebound hammer, dnes také Schmidt hammer nebo Swiss hammer). Po vypršení patentové ochrany začaly tyto tvrdoměry vyrábět i jiné firmy, přesto patří Proceq mezi nejuznávanější výrobce. Postupně vzniklo několik typů a modifikací, které se od sebe liší jednak velikostí a energií a taky konstrukcí (obr. 1). Obecně dnes patří Schmidty tvrdoměry mezi nejpoužívanější nástroje pro rychlé určení pevnosti betonu.

		Concrete Compressive Strength Range					
		1 - 5 MPa 145 - 725 psi	5 - 10 MPa 725 - 1,450 psi	10 - 30 MPa 1,450 - 4,351 psi	30 - 70 MPa 4,351 - 10,153 psi	70 - 100 MPa 10,153 - 14,504 psi	> 100 MPa > 14,504 psi
		Fresh Concrete Very Low Strength Concrete		Normal Concrete		High Strength Concrete	Ultra High Performance Concrete
<b>SilverSchmidt</b> 				SilverSchmidt ST/PC Type N			Only with user defined custom curves
				SilverSchmidt ST/PC Type L			
			SilverSchmidt PC Type L with Mushroom Plunger				
<b>Original Schmidt</b> 				Original Schmidt Type N/ND/NR			
				Original Schmidt Type L/LD/LR			
<b>Schmidt OS-120</b> 	Schmidt OS-120PT	Only with user defined custom curves					

<b>Type N</b>	Standard impact energy. Minimum thickness of test object: 100 mm (3.9") and should be firmly fixed in the structure.
<b>Type L</b>	Low impact energy. Suitable for brittle objects or structures less than 100 mm (3.9") thick.

Obr. 1: Srovnání aktuálních typů tvrdoměřů a jejich rozsahů [7].

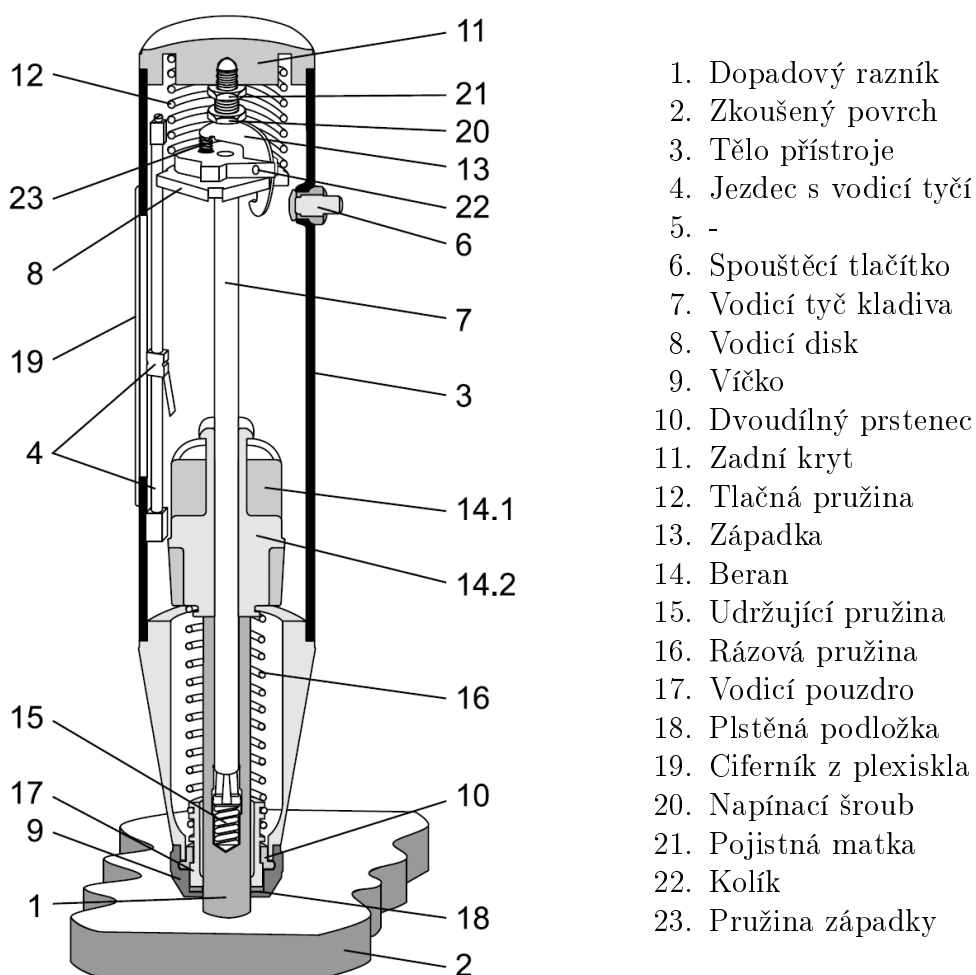
**Original Schmidt** Typy L, N a dříve vyráběný M mají lineární dráhu kladívka a jsou odstupňované podle velikosti a energie dopadu pro různě masivní konstrukce (tab. 1). Na obr. 3 je schematický řez a popis jednotlivých částí přístroje.



Obr. 2: Tvrdoměr Original Schmidt [7].

Tab. 1: Srovnání starších Schmidtových tvrdoměrů [5, 8].

Typ	Energie dopadu	Min. tloušťka betonu	Rozsah pevností
L	0,75 J	60 mm	10–70 MPa
N	2,25 J	100 mm	10–70 MPa
M	30,00 J	200 mm	25–60 MPa



Obr. 3: Schéma přístroje Original Schmidt [9].

Schmidty tvrdoměry prošly postupným vývojem, vznikly modely LR / NR, které rovnou zaznamenávaly naměřené hodnoty na vložený list papíru, a také model DIGI-SCHMIDT, který pohyb ukazatele snímal elektronicky a zobrazoval na připojeném zařízení (obr. 4) s dalšími funkcemi.



Obr. 4: Zobrazovací jednotka modelu Digi-Schmidt (zdroj: [10]).

**Schmidt P, Schmidt OS-120** U staršího, dnes již nevyroběného typu P i u jeho nástupce OS-120 se kladívko pohybuje po kruhové dráze a model je určen zejména pro lehké materiály, omítky, malty a méně pevné betony. Návod k typu P [11] uvádí dopadovou energii 0,90 J a rozsah použití pro pevnosti 5–25 MPa. Je proto zajímavé, že novější typ Schmidt OS-120 je určený pro pevnosti pouze do 5 MPa, resp. 10 MPa při zvlášť vytvořeném převodním vztahu.

Model OS-120 by šel pro potřeby určení nízkých, odbedňovacích pevností použít také. Oproti modelu SilverSchmidt je nevýhodou nutná vodorovná nebo svislá orientace a SilverSchmidt je mnohem univerzálnější nástroj co se rozsahu pevností týče.



Obr. 5: Tvrdoměr Schmidt OS-120 [12].

**SilverSchmidt** Poměrně novým typem je model SilverSchmidt (obr. 6), který vznikl v roce 2007. Existuje opět v různých verzích – N / L (rozlišení podle velikosti energie dopadu) a PC / ST (podle vnitřního softwaru). Typ ST umožňuje pouze uložení 20 posledních měření do paměti přístroje, typ PC umí přímo vyhodnocovat pevnost z uživatelem nahraných převodních křivek. SilverSchmidt má digitální displej a funguje na trochu odlišném principu než Original Schmidt. Namísto měření velikosti odrazu, označované  $R$ -hodnota, se optickými senzory měří rychlost bezprostředně před odrazem a po něm. Výsledkem je vypočítaný koeficient vrácené energie nazvaný  $Q$ -hodnota ( $Q$ -value). Odlišná konstrukce a princip umožňují širší rozmezí pevností, pro které lze SilverSchmidt použít [13, 14].



**Obr. 6:** Tvrdoměr SilverSchmidt [15].

$Q$ -hodnota je poměr energie beranu (kladívka) vrácené po odrazu a udělené před dopadem [16]. Na rozdíl od  $R$ -hodnoty není závislá na orientaci přístroje [7].

$$Q = \frac{E_{vrácená}}{E_{udělená}}. \quad (1)$$

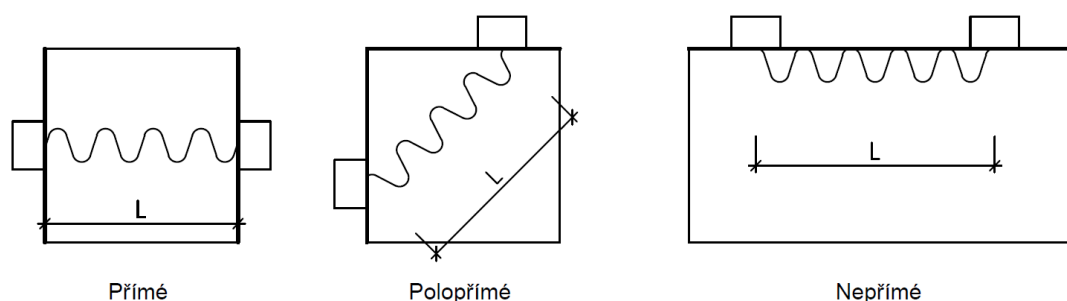
Se standardním nástavcem je rozmezí měřených pevností 10–100 MPa. Pro nízké pevnosti (od 5 do 30 MPa) lze využít typ PC–L s hřibovitým nástavcem (mushroom plunger, MP). To se výborně hodí pro stanovení odbedňovacích pevností, jak uvádí i výrobce ve svém prospektu [7]. Rozsah určení přístroje a porovnání s dalšími dnes vyráběnými typy pěkně shrnuje obr. 1 na str. 12. Pro betony standardních pevností lze použít výchozí převodní křivku mezi  $Q$  a  $f_c$ , přesto je doporučeno použít vlastní křivku vytvořenou na základě statistického porovnání naměřených  $Q$ -hodnot a pevností získaných podrcením zkušební krychle či jádrového vývrtu v lisu [14].

### 2.1.3 Ultrazvuková impulzní metoda

Druhou metodou, která je v práci použita, je impulzní ultrazvuková metoda. Její princip spočívá v měření doby průchodu ultrazvuku tělesem a následném určení rychlosti, jakou se v betonu šíří. Z té lze pak usuzovat vlastnosti betonu. Na rozdíl od tvrdoměrů, jejichž výsledky závisí na povrchu vzorku, ultrazvukem „prohlédneme“ těleso uvnitř.



Podrobně se touthle metodou zabývá norma ČSN 73 1371 [17] a novější ČSN EN 12504-4 [18], která ji měla nahradit, ale nakonec zůstaly platné obě současně. Přehledný princip fungování je popsán také například v [19]. Pro stavební zkušebnictví se používá ultrazvuk o frekvencích 20–150 kHz. Pro krátké měřicí základny se používají vyšší frekvence, pro dlouhé nižší [18]. Rozlišuje se průchodná metoda, kdy se prozvučuje vzorek mezi dvěma sondami na různých místech, a odrazná, kdy jsou obě sondy (budič i snímač) na stejném místě a snímá se vracející se signál odražený od dutiny nebo protějšího povrchu. Průchodnou metodu lze podle polohy sond dále rozdělit na přímou, polopřímou a nepřímou (obr. 7). Preferuje se přímé prozvučování, protože lze nejlépe určit měřicí základna (vzdálenost sond), k polopřímému a nepřímému se přistupuje pouze tehdy, nejsou-li dvě protější strany dostupné. Je tedy zřejmé, že zkušební tělesa v laboratoři se budou prozvučovat přímo.



**Obr. 7:** Metody prozvučování ultrazvukem rozlišené podle vzájemné polohy sond.



**Obr. 8:** Příklad přístroje Pundit PL-200 použitý pro ultrazvukovou impulzní metodu [20].

Odrazový ultrazvuk v poslední době nabývá na popularitě a je v něm velký potenciál – někdy nejsou přístupné protilehlé povrchy, případně není kudy vést kabely k jednotlivým sondám. I pokud jsou dostupné obě strany, je jednodušší a rychlejší, když stačí přistupovat pouze k jednomu povrchu.

Sonda se k povrchu přikládá přes akustický vazebný prostředek – tenkou vrstvou plastelíny, vazeliny, gelu nebo podobného materiálu, který zajistí správný přenos UZ signálu mezi sondou a tělesem. Na začátku měření je nutné stanovit mrtvý čas  $T_0$ , tedy dobu, kterou signál potřebuje k průchodu tělem sondy a vrstvou akustického vazebného prostředku [19]. K tomu se používá etalon, těleso s přesně známou časovou charakteristikou průchodu UZ. Mrtvý čas je potřeba poté odečíst od všech měřených průchodů – moderní přístroje jej odečítají automaticky.

Rychlost šíření ultrazvuku  $v_L$  při přímém prozvučování se stanoví ze vztahu

$$v_L = \frac{L}{T - T_0}. \quad (2)$$

kde:

$L$  je změřená tloušťka vzorku či konstrukce a  
 $T - T_0$  je doba průchodu UZ signálu vzorkem.

Norma ČSN 73 1371 [17] uvádí postup pro určení dynamického modulu pružnosti v tlaku a tahu  $E_{cu}$  v MPa z rychlosti průchodu UZ impulzu:

$$E_{cu} = \rho \cdot v_L^2 \cdot \frac{1}{k^2}, \quad (3)$$

kde:

$\rho$  je objemová hmotnost betonu v  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,

$v_L$  rychlost podélného UZ vlnění v  $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$  a

$k$  je součinitel rozměrnosti prostředí. Ten závisí na rozměrech tělesa vzhledem k vlnové délce UZ. Rozlišujeme jedno-, dvoj- a trojrozměrné prostředí.

Koeficient  $k_3$  pro trojrozměrné prostředí, což je náš případ, se spočítá ze vztahu

$$k_3 = \sqrt{\frac{1 - \nu_{cu}}{(1 + \nu_{cu}) \cdot (1 - c\nu_{cu})}}, \quad (4)$$

kde  $\nu_{cu}$  je Poissonův součinitel, pro beton se udává hodnota 0,2, ale může se lišit v závislosti na druhu i vyzálosti betonu. Pro hodnotu  $\nu_{cu} = 0,2$  vychází  $k_3 = 1,0541$ .

Dále umožňuje vytvořit „kalibrační“ vztah (viz kapitola 2.3.1) mezi rychlostí  $v_L$  a pevností v tlaku  $f_c$ . Norma ČSN EN 12504-4 se věnuje vztahu rychlosti šíření a pevnosti pouze v informativní příloze, kde označuje tyto vztahy za fyzikálně nepřímé a uvádí proto nutnost stanovit je vždy pro konkrétní složení betonu. V [19] se uvádí, že odhad pevnosti pouze pomocí UZ se nepoužívá, může však být kombinován s jinou NDT metodou.

Pro výpočet pevnosti betonu  $f_{be}$  v MPa lze dle [17] využít směrný vztah

$$f_{be} = 9,9 \cdot v_{L3}^2 - 56 \cdot v_{L3} + 87,8, \quad (5)$$

kde  $v_{L3}$  je rychlost šíření ultrazvuku v trojrozměrném prostředí v  $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Vztah je však již starší a pro dnešní betony příliš neplatí [19]. Dle normy ČSN 73 1371 [17] je třeba jej upřesnit součinitelem  $\alpha$ , získaným z porovnání vypočítané pevnosti  $f_{be}$  s pevností  $f_c$  stanovenou na zkušebním tělese podle ČSN EN 12390-3:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n f_c}{\sum_{i=1}^n f_{be}}, \quad (6)$$

kde  $n$  je počet zkušebních těles, na kterých se provádí srovnání.

Podle objemu betonu je potřeba daný minimální počet zkušebních těles, na kterých se součinitel  $\alpha$  určí:

- 3 vzorky do 10 m<sup>3</sup>,
- 6 vzorků do 50 m<sup>3</sup> a
- 9 vzorků nad 50 m<sup>3</sup>.

Ultrazvukem se dají hodnotit i další vlastnosti betonu, např. vnitřní porušení srovnáním doby průchodu s neporušeným vzorkem.

## 2.2 Pevnost betonu

Pro stavebnictví je nejzákladnějším parametrem betonu jeho pevnost v tlaku. Je definována např. v normě ČSN EN 12390-3 [21] jako

$$f_c = \frac{F}{A_c}, \quad (7)$$

kde:

$f_c$  je pevnost v tlaku v MPa ( $\text{N}/\text{mm}^2$ ),

$F$  je maximální dosažená síla před porušením v N a

$A_c$  je příčná plocha vzorku, na které síla působí, v  $\text{mm}^2$ .

Podle pevnosti dosažené po 28 dnech zrání se beton řadí do tříd podle normy ČSN EN 206+A1 [22]. Označuje se C  $f_{ck,cyl}/f_{ck,cube}$ , kde  $f_{ck,cyl}$  je minimální charakteristická pevnost válcová a  $f_{ck,cube}$  krychelná.

Zkušební tělesa pro stanovení pevnosti jsou definována v normě ČSN EN 12390-1

[23]. Zkouší se na krychlích se zvolenou délkou hran 100–300 mm (po 50 mm), případně na válcích o průměru opět 100–300 mm (po 50 mm), případně též o průměru 113 mm, čemuž odpovídá průřezová plocha  $A_c \approx 10000 \text{ mm}^2$ . Běžně se pro zkoušení betonu odebíraného v čerstvém stavu používají krychle  $150 \times 150 \times 150 \text{ mm}$  pro jejich snadnou výrobu a manipulovatelnost, válce se hodí spíše pro zkoušení vývrtů pro hodnocení existujících konstrukcí. Norma také definuje požadavky na vzájemnou kolmost stěn a rovinnost ploch, kterých je dosaženo používáním vhodných a kalibrovaných forem.

Zatěžování zkušebních těles stlačováním v lisu probíhá podle ČSN EN 12390-3 [21] rychlostí  $0,6 \pm 0,2 \text{ MPa/s}$  bez prudkých změn rychlosti tohoto přírůstku napětí. Zaznamená se nejvyšší dosažená síla, dosažené napětí se spočítá podle vztahu 7 pro přesně změřené rozměry průřezové plochy daného tělesa. Je potřeba věnovat pozornost tomu, zda došlo opravdu k porušení tělesa tlakem a ne smykem. To se provádí porovnáním vzhledu porušeného tělesa a směru trhlin s obrázkem v normě.

**Odbedňovací pevnost** Požadovaná pevnost pro odbednění na stavbě se liší podle typu odbedňovaného dílce a závisí na projektu. Orientační časy pro zahájení odbedňování používané v praxi uvádí např. [1] a zde jsou uvedeny v tab. 2. Jako minimální pevnost, aby nedošlo k poškození hran u nenosných prvků, uvádí 3 MPa. Pro nosné prvky by měla být minimální požadovaná pevnost při odbednění určena statikem. Firma SKANSKA pracuje s hodnotou minimální odbedňovací pevnosti 5 MPa pro svislé prvky a 15 MPa pro vodorovné.

**Tab. 2:** Orientační časy pro zahájení odbedňování při 5 °C [1].

Cement	Boční bednění, sloupy	Stropy o rozpětí:	
		do 4,5 m	nad 4,5 m
32,5 N	3 dny	8 dnů	21 dnů
32,5 N, 42,5 N	2 dny	4 dny	8 dnů
42,5 N, 52,5 N	1 den	3 dny	6 dnů

Zejména u vodorovných prvků je kromě pevnosti při odbednění velmi důležitý také aktuální modul pružnosti, aby nedocházelo k nadměrným průhybům. Proto se i po sundání bednění stropy podpírají stojkami. K zjištění jeho závislosti na měřených NDT ukazatelích byly vytvořeny kromě krychlí také trámce, které byly namáhány ohybem a tenzometry byl sledován jejich průhyb. Jejich vyhodnocení je ale mimo rozsah téhle bakalářské práce.

## 2.3 Zásady tvorby regresních modelů

### 2.3.1 Kalibrační vztahy

Vyhodnocení pevnosti různých betonů pouze na základě měření tvrdostí je problematické. U starších betonů v konstrukcích má velký vliv zkarbonatovaná povrchová vrstva, která má jiné vlastnosti než zbytek masы betonu a vykazuje vyšší hodnoty odrazu tvrdoměru. Taký např. příliš oblé kamenivo, které má s cementovým tmelem horší soudržnost, se nepříznivě projeví na pevnosti a odolnosti, přestože tvrdost bude stejná. U mladších betonů, kde se používají plastifikátory, může naopak dojít k podhodnocení pevnosti betonu [24].

Norma ČSN 73 1370 [3] nazývá vztah mezi nedestruktivním měřením získanou vlastností a vlastností získanou destruktivně vztahem kalibračním. Podle potřeby může být vyjádřen ve formě číselného vztahu nebo křivky. Rozlišuje se:

- Obecný kalibrační vztah: Odvozený na různých betonech.
- Směrný kalibrační vztah: Odvozený na betonech obvyklých pro sledovanou vlastnost.
- Určující kalibrační vztah: Odvozený záměrně na vzorcích ze stejného betonu, pro jaký je vztah vypracováván.
  - Úzký určující kalibrační vztah: Stanovený pro jednu třídu betonu.
  - Široký určující kalibrační vztah: Stanovený pro více tříd betonu.

Při vyhodnocení tvrdosti podle obecného nebo směrného kalibračního vztahu dostaneme pevnost betonu s nezaručenou přesností. Pro získání upřesněné pevnosti betonu je potřeba postupovat podle určujícího kalibračního vztahu, nebo podle obecného s využitím upřesňujících součinitelů  $\alpha$ .

Obecně lze říci, že pokud bychom chtěli používat jeden univerzální obecný kalibrační vztah, museli bychom vycházet z více parametrů než je jen tvrdost. Jako vhodné by se jevily například typ použitého cementu, kameniva nebo vodní součinitel [25].

Úzký určující vztah, který bude dále vytvořen, se dle ČSN 73 1370 odvodí z vyhodnocení zkoušek provedených na tolika vzorcích, které umožní stanovení minimálně 3 nebo 4 sdružených bodů, případně jim odpovídajícího počtu měřených bodů rovnoměrně rozložených v rozsahu měřené vlastnosti. Měřenými body se rozumí získané dvojice  $[\beta_e, V_n]$  na každém zkušebním tělese. V případě vztahů pro Schmidtovy tvrdoměry bude ukazatel nedestruktivního měření  $\beta_e = Q$  ( $Q$ -hodnota odrazu) a ukazatel zjišťované vlastnosti  $V_n = f_c$  (pevnost betonu). Sdružené body

$[\beta_{em}, V_{nm}]$  potom již obsahují průměry příslušných měření na několika vzorcích. Pro každý sdružený bod jsou vyžadovány průměry nejméně z 6 vzorků, pokud norma pro příslušnou metodu nestanovuje jinak (v případě Schmidtových tvrdoměrů nestanovuje).

Při odvození charakteristické hodnoty ze zkoušek se má dle ČSN EN 1990 [26] uvážit rozptyl zkušebních dat, statistická nejistota z hlediska počtu zkoušek a apriorní statistická znalost.

### 2.3.2 Ověření normality dat

Většina náhodných spojitých veličin vyskytujících se v přírodě má normální (Gaussovo) rozdělení. Spousta statistických metod je potom vázaná na tenhle předpoklad normality. K jejímu ověření slouží různé testy, např. Shapiro-Wilkův, Anderson-Darlingův nebo Kolmogorov-Smirnovův.

V práci je ověřována normalita dat Shapiro-Wilkovým testem. Je vhodný zejména pro menší výběry (do 50 hodnot). Statistické softwary mají tento test implementovaný, pro praktické použití nás zajímá pouze jeho výsledná  $p$ -hodnota, kterou porovnáváme se zvolenou hladinou významnosti  $\alpha$ , obvykle  $\alpha = 0,05$ . Je-li  $p > \alpha$ , normalitu nezamítáme.

### 2.3.3 Očištění dat

První věcí, která se musí s naměřenými daty provést, je jejich očištění od extrémních hodnot. Extrémní hodnoty, které příliš vybočují od aritmetického průměru, mohou být způsobeny nechtěnou chybou při odečítání z přístroje či přepisování dat do tabulky. Také mohou vzniknout v důsledku místní odlišnosti a nepravidelnosti na vzorku. U tvrdoměrů se jedná zejména o důsledek odražení přímo od zrna kameniva (vyšší hodnota), případně naopak od místa, kde je ukrytá bublina (nižší hodnota). Zároveň ale není snadné rozhodnout, zda hodnota, která se zdá být odlehlá, do souboru opravdu nepatří. Jedním ze statistických testů, který se pro tenhle účel používá (a je použit i v této práci), je Grubbsův test odlehlých hodnot, jak je popsán například v [27].

Platí pouze pro normálně rozdělená data. Testovacím kritériem  $T$  je míra odlehlosti každé hodnoty, reprezentována velikostí rozdílu zkoumané hodnoty  $X_i$  a aritmetického průměru  $\bar{X}$  celého souboru o velikosti  $N$ , vztažené ke směrodatné

odchylce  $S$  souboru.

$$T = \frac{|X_i - \bar{X}|}{S} \quad (8)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \quad (9)$$

Kritická hodnota  $T_{N,\alpha}$  se odečte z tabulky, pro vybrané hodnoty  $N$  a  $\alpha$  jsou hodnoty uvedeny v tab. 3. Je-li  $T > T_{N,\alpha}$ , příslušné měření se ze souboru vyřadí. Po vyřazení se změní parametry (aritmetický průměr, počet hodnot, ...) a test by měl být proveden znovu, případně tento postup opakovat tolikrát, dokud není žádná z hodnot označena za odlehlou.

**Tab. 3:** Výběr několika kritických hodnot  $T_{N,\alpha}$  Grubbsova testu.

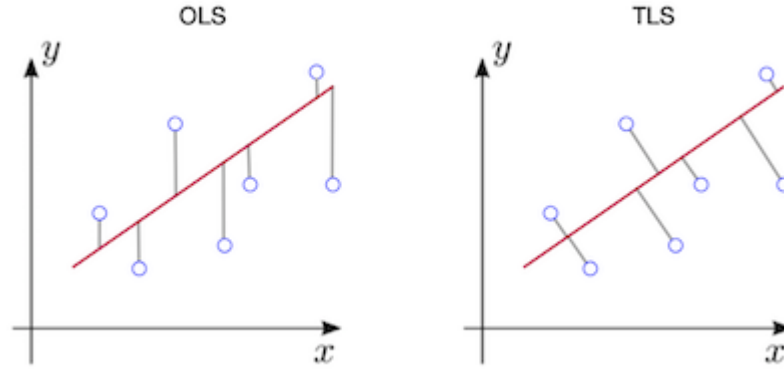
N	5	6	7	8	9	10	11	12
$\alpha = 0.05$	1,67	1,82	1,94	2,03	2,11	2,18	2,23	2,29
$\alpha = 0.01$	1,75	1,94	2,10	2,22	2,32	2,41	2,48	2,55

### 2.3.4 Lineární regrese

Podle definic v kapitole 2.3.1 bude tvořen určující kalibrační vztah, protože bude sloužit pro určování pevnosti na stejném betonu, na jakém je odvozován.

Dvojice dat  $[x_i, y_i] = [Q_i, f_{c,i}]$  lze vynést do grafu, ale pro získání funkčního vztahu je potřeba proložit je nějakou křivkou. Byla zvolena lineární regrese přímkou metodou nejmenších čtverců, přestože pro případ, kdy jsou zatíženy náhodnou chybou obě proměnné a ne jen  $y$ , by se spíše měla volit komplikovanější metoda úplných nejmenších čtverců [28], případně vážených nejmenších čtverců pro tzv. heteroskedastická data, ve kterých se rozptyl mění v závislosti na velikosti měřené veličiny. Předpokládá se totiž, že průměr z měřených  $Q$ -hodnot na tělese i díky jejich normálnímu rozdělení celkem přesně vyjadřuje skutečnou střední hodnotu  $Q$ . Rozdíl v principu metody nejmenších čtverců (Ordinary least squares, OLS) a úplných nejmenších čtverců (Total least squares, TLS) je dobře vidět na obr. 9.

Princip vyhodnocení dat, který je použitý v této práci, je popsán v [29]. Tam jsou také uvedeny důvody, proč jej použít – zejména potřeba získat jednostranný odhad s 95% spolehlivostí (charakteristickou křivku) běžný pro stavební praxi, což je pro křivky vyšších řádů komplikovanější. Dále popisuje experimentálně dokázanou



**Obr. 9:** Rozdíl mezi metodou nejmenších čtverců (OLS) a úplných nejmenších čtverců (TLS) [28].

vysokou shodu lineárního modelu s daty pro tvrdoměr SilverSchmidt L s hříbovitým nastavcem při nízkých pevnostech betonu a proto zde není potřeba křivky vyšších řádů použít.

S kubickou křivkou uvažuje například návod k přístroji SilverSchmidt, může být do přístroje nahrána pro přímé vyhodnocování pevnosti. Základní předchystaná křivka pro běžný rozsah je zde kvadratická [14].

Označme počet dvojic jako  $n$ , aritmetický průměr hodnot  $x$  jako  $\bar{x}$  a hodnot  $y$  jako  $\bar{y}$ . Funkční předpis přímky, jehož koeficienty  $b_i$  budeme hledat, je

$$y(x) = b_1 + b_2 \cdot x. \quad (10)$$

Pro další práci je potřebná matice  $\mathbf{H}$ , respektive její determinant  $\det \mathbf{H}$  a hodnoty  $h^{11}$  a  $h^{22}$ :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\det \mathbf{H} = n \cdot \sum x_i^2 - \left( \sum x_i \right)^2, \quad (12)$$

$$h^{11} = \frac{\sum x_i^2}{\det \mathbf{H}} \quad \text{a} \quad h^{22} = \frac{n}{\det \mathbf{H}}. \quad (13)$$

Bodové odhady středních hodnot regresních koeficientů  $b_1$  a  $b_2$  pro funkční předpis 10 se určí pomocí vztahů

$$b_2 = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\det \mathbf{H}}, \quad (14)$$



$$b_1 = \bar{y} - b_2 \cdot \bar{x}. \quad (15)$$

Reziduální součet čtverců  $S_{min}^*$  a celková variabilita (rozptyl)  $s^2$  dat vzhledem k regresní přímce  $y(x)$  jsou potom

$$S_{min}^* = \sum (y_i - y(x_i))^2 = \sum (y_i - b_1 - b_2 \cdot x_i)^2, \quad (16)$$

$$s^2 = \frac{S_{min}^*}{n - 2}. \quad (17)$$

Regresní koeficienty můžeme místo bodových odhadů jejich střední hodnoty  $b_i$  popsat i intervalovými odhady, do kterých zavádíme hladinu významnosti  $\alpha$  příslušným kvantilem Studentova t-rozdělení s  $n - 2$  stupni volnosti. Hodnota  $t_{(1-\alpha/2)}$  vyjadřuje pravděpodobnost, s jakou regresní koeficient do tohoto intervalu náleží. Interval pro  $b_i$  je vyjádřen jako

$$\left\langle b_i - t_{(1-\alpha)} \cdot s \cdot \sqrt{h^{ii}}; b_i + t_{(1-\alpha)} \cdot s \cdot \sqrt{h^{ii}} \right\rangle. \quad (18)$$

Dále lze určit regresní (konfidenční) pásy pro střední hodnotu (přímku  $y(x)$ ) i pro jednotlivé body  $x_i$  a pracovat s intervalovými odhady i zde. K tomu je potřeba v každém bodě  $x_i$  spočítat hodnotu  $h_{x_i}^*$ . Hladinu významnosti  $\alpha$  a pravděpodobnost  $t_{(1-\alpha/2)}$  že přímka  $y(x)$  v pásu leží zavádíme stejně jako ve vztahu 18.

$$h_{(x_i)}^* = \frac{1}{n} + \frac{n \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\det \mathbf{H}}. \quad (19)$$

Regresní pás pro střední hodnotu vyjadřuje oblast v grafu, ve které se bude nacházet regresní přímka s danou spolehlivostí. Jeho dolní a horní mez v bodě  $x_i$  určíme jako

$$\left\langle (b_1 + b_2 \cdot x) - t_{(1-\alpha/2)} \cdot s \cdot \sqrt{h_i^*}; (b_1 + b_2 \cdot x) + t_{(1-\alpha/2)} \cdot s \cdot \sqrt{h_i^*} \right\rangle. \quad (20)$$

Regresní pás pro individuální hodnoty je v bodě  $x_i$  určen intervalem

$$\left\langle (b_1 + b_2 \cdot x) - t_{(1-\alpha/2)} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*}; (b_1 + b_2 \cdot x) + t_{(1-\alpha/2)} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*} \right\rangle. \quad (21)$$

Jelikož stavebnictví nejčastěji pracuje s 95% kvantilem, je i zde pro nás nejdůležitější charakteristická regresní křivka – hranice jednostranného intervalového odhadu, do kterého padne 95 % naměřených hodnot. Vyjděme ze vztahu 21 a tento interval

lze určit jako

$$\left\langle (b_1 + b_2 \cdot x) - t_{(1-\alpha)} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*}; +\infty \right\rangle. \quad (22)$$

V bodech  $[x_i, y_i]$  se vezme za  $x$  aritmetický průměr z  $Q$ -hodnot pro danou krychli očištěných Grubbsovým testem od odlehlých hodnot a za  $y$  změřená pevnost v tlaku  $f_c$ . Celkem tak bude k dispozici jeden bod pro každou krychli. Podle definic v kapitole 2.3.1 je tak tvořen vztah z měřených bodů. Alternativní přístup by byl nejdříve získat jednu dvojici  $[x, y]$  pro 3 krychle měřené ve stejné sadě (bezprostředně po sobě) a teprve tyhle sdružené body prokládat přímkou.

### 2.3.5 Regrese dat z měření doby průchodu ultrazvuku

Pro tvorbu regresního vztahu mezi pevností betonu  $f_c$  a rychlostí průchodu ultrazvuku  $v_L$  platí dle ČSN EN 12504-4 [18] při měření na zkušebních tělesech z forem následující podmínky:

- U každého tělesa se musí provést nejméně 3 měření, rovnoměrně rozmístěná mezi horní a dolní plochou. Rozdíly těchto tří jednotlivých měření musí být v rozmezí  $\pm 1$  % od jejich střední hodnoty, jinak se těleso odmítá jako nevyhovující.
- Měří se na dvou protilehlých stranách, které byly ve formě (nikoliv horní povrch).
- Z každé sady 3 stejných těles měřených ve stejnou dobu se pak vezme střední hodnota pevnosti a rychlosti průchodu UZ. Tato dvojice  $[v_L, f_c]$  tvoří jeden bod a těmito body následně prokládáme regresní přímkou.
- Všechna tělesa pro jeden regresní model mají být ošetřována stejným způsobem (na vzduchu / ve vodě).

Pro vytvoření vlastního regresního vztahu bude třeba lehce upravit vztahy uvedené v předchozí kapitole o lineární regresi. Na data totiž lépe sedne polynom 2. stupně  $y = b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot x^2$ , který je ostatně použit i ve směrném vztahu (viz vztah 5) převzatém z normy ČSN 73 1371 [17].

Samotné regresní koeficienty  $b_i$  lze nalézt pomocí běžně dostupných programů. Pro výpočet konfidenčních pásů vyjdeme ze vztahů 20, 21 a 22. Kvantil studentova  $t$ -rozdělení  $t_{(1-\alpha/2)}$  a  $t_{(1-\alpha)}$  bude mít  $n - 3$  stupně volnosti. Hodnota  $h_{(x_i)}^*$  (viz vztah 19), která do vztahů vstupuje, zůstává nezměněna. Hodnota  $s$  závisí na  $S_{min}^*$ , které bude mít nově po rozepsání tvar

$$S_{min}^* = \sum (y_i - y(x_i))^2 = \sum (y_i - b_1 - b_2 \cdot x_i - b_3 \cdot x_i^2)^2. \quad (23)$$

Regresní pás pro střední hodnotu bude ve tvaru

$$\left\langle (b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot x^2) - t_{(1-\alpha/2)} \cdot s \cdot \sqrt{h_i^*}; \right. \\ \left. (b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot x^2) + t_{(1-\alpha/2)} \cdot s \cdot \sqrt{h_i^*} \right\rangle, \quad (24)$$

regresní pás pro individuální hodnoty

$$\left\langle (b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot x^2) - t_{(1-\alpha/2)} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*}; \right. \\ \left. (b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot x^2) + t_{(1-\alpha/2)} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*} \right\rangle \quad (25)$$

a charakteristická regresní křivka

$$\left\langle (b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot x^2) - t_{(1-\alpha)} \cdot s \cdot \sqrt{1 + h_i^*}; +\infty \right\rangle. \quad (26)$$

## 3 Praktická část

### 3.1 Získávání dat

#### 3.1.1 Odběr čerstvého betonu

Pracovalo se s betony dvou různých receptur, od dvou různých dodavatelů. Celé měření tedy probíhalo dvakrát téměř identicky a nezávisle na sobě. Na stavbě oba betony pravidelně střídají cca po 14 dnech. Čerstvý beton pro výrobu zkušebních těles byl odebrán na stavbě z domíchávače (obr. 10). Z praktických důvodů musel být odebrán (nasypan / nalit) hned za začátku a teprve po odběru mohla být zbývající část betonu pumpována do betonovaných pater. To se mohlo negativně projevit odlišnými vlastnostmi odebraného betonu a zbytku dávky.

#### 3.1.2 Výroba zkušebních těles

Po převezení do laboratoře byl čerstvý beton znovu rozmíchán v míchačce kvůli segregaci (obr. 11 a 12) a následně z něj byla vytvořena normová zkušební tělesa. Pro zkoušení pevnosti a samotnou podstatu práce, tedy zkoušky tvrdoměrem SilverSchmidt PC-L, se jednalo o krychle  $150 \times 150 \times 150$  mm. Formy byly plastové, nerozebíratelné, předem lubrikované a s víkem. Dále byly pro měření statického modulu pružnosti vyrobeny hranoly o rozměrech  $100 \times 100 \times 400$  mm v Hakoritových formách zakrytých tenkou fólií. Měření hranolů je ovšem mimo rozsah téhle práce.

Tělesa byla zhutněna na vibračním stole, případný nadbytečný beton odebrán či chybějící doplněn a znovu zavibrován. Poté byly formy zakryty polystyrenovým víkem kvůli zamezení odpařování vody při zrání betonu a uloženy na rovnou podlahu (obr. 15). Část těles byla vložena do chladicího boxu, aby bylo zpomaleno jejich tuhnutí a během měření byl zachycen beton už při nízkých pevnostech.

#### 3.1.3 Měření

Vzhledem k odlišným podmínkám in situ a v laboratoři musel být čas, kdy bude vhodné začít tvrdosti a pevnosti měřit, do určité míry odhadnut. Na stavbě se beton ukládal většinou odpoledne a přes noc teploty klesaly výrazně pod stálou teplotu v laboratoři ( $20 - 25$  °C). Taky masa betonu se z hlediska vývoje vnitřního tepla chová odlišně, než malé betonové krychle. Jelikož předmětem práce není vývoj pevnosti betonu v čase s ohledem na vnější podmínky, nebylo tohle na závadu.



**Obr. 10:** Odběr betonu na stavbě.



**Obr. 11:** Segregovaný beton po převezení do laboratoře.

Po vyjmutí z forem se krychle osušily, změřily se jejich skutečné rozměry a zvážily se. Následně se změřily doba průchodu ultrazvukového impulsu (obr. 16) a podle vzorce 2 se vypočetla jeho rychlost. Z té byla usuzována přibližná pevnost betonu. Pokud byla takto odhadovaná pevnost stále příliš nízká (celkově, nebo vzhledem k předchozímu měření), povrch krychle byl dále vlhčen a počkalo se, až pevnost vzroste.

Dále bylo na řadě samotné zkoušení tvrdosti (obr. 17). Krychle se upnula do lisu stlačením na přibližně 10 % její aktuální předpokládané pevnosti. Z důvodu požadované rovnoběžnosti upnutých stěn se umístila naležato. Tvrdost se zkoušela na dvou protilehlých površích rovnoběžných se směrem hutnění betonu. Na každé z těchto dvou stěn se provedlo 5 úderů tvrdoměrem SilverSchmidt. Pro vzájemné porovnání a



**Obr. 12:** Rozmíchaný beton v míchačce v laboratoři.

pro případ, že by musel být tvrdoměr firmy SKANSKA předčasně vrácen, se zároveň provádělo i měření stejným přístrojem VUT.

Na závěr se krychle v lisu podrtily a zaznamenala se maximální dosažená síla  $F_c$  (obr. 18). Ze změřených rozměrů se vypočetla průřezová plocha a naměřená síla  $F_c$  se podle vztahu 7 přepočítala na napětí. Ze statistických důvodů samozřejmě nestačilo změřit jednu krychli, proto byly (až na výjimky) bezprostředně po sobě měřeny vždy 3 krychle v jedné sadě.



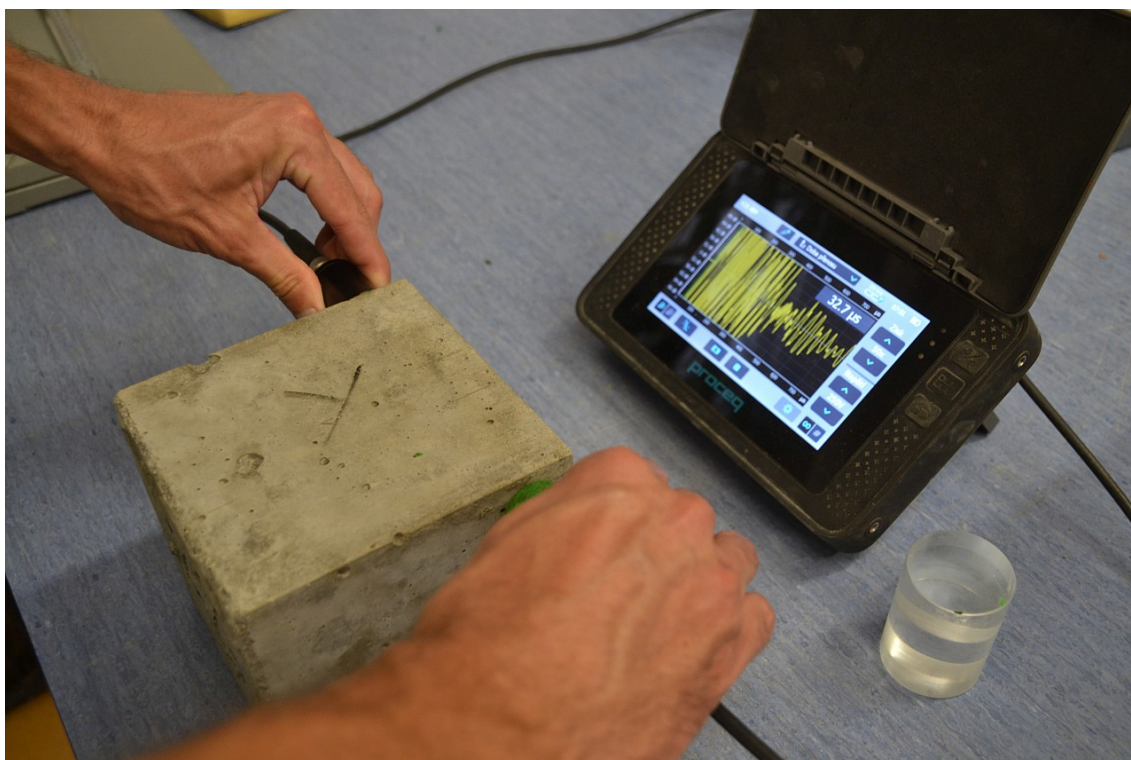
**Obr. 13:** Plnění betonu do forem (*archiv P. Cikrle*).



**Obr. 14:** Hutnění těles na vibračním stole (*archiv P. Cikrle*).



**Obr. 15:** Zrající zkušební tělesa.



**Obr. 16:** Měření doby průchodu ultrazvukového impulsu přístrojem Pundit PL-200 (archiv P. Cíkrle).



**Obr. 17:** Měření tvrdosti přístrojem SilverSchmidt PC-L s hříbovitým nástavcem (archiv P. Cíkrle).





Obr. 18: Měření pevnosti v tlaku v laboratoři.

## 3.2 Tvrdoměr SilverSchmidt – beton I.

### 3.2.1 Zpracování dat

Pro každou krychli bylo k dispozici 10 změřených  $Q$ -hodnot tvrdoměrem SilverSchmidt. Na těch se provedl Grubbsův test odlehlých hodnot a případně příliš odlehlé hodnoty se vyřadily. Za hladinu významnosti bylo zvoleno  $\alpha = 0,01$ . Normalita dat se ověřila pomocí Shapiro-Wilkova testu s hladinou významnosti 0,05.

Jelikož byly obvykle měřeny 3 krychle bezprostředně po sobě, data nesou ještě označení skupina – krychle měřené ve stejný čas byly zařazeny do jedné skupiny pro možnost vzájemného porovnání jejich výsledků.

Krychle č. 7, 8 a 9 (skupina C) nejsou v tabulce zahrnuty. Byla na nich měřena 28denní pevnost v tlaku a ta již byla mimo meze možného použití tvrdoměru SilverSchmidt L s hříbovitým nástavcem.

Takhle naměřené výsledky jsou uvedeny v tab. 4. V posledních sloupcích je uvedena  $p$ -hodnota Shapiro-Wilkova testu, průměrná hodnota nevyřazených  $Q$ -hodnot  $\bar{Q}$  a pevnost  $f_c$  každé krychle stanovená z jejich naměřených rozměrů a síly při porušení v lisu podle vztahu 7.

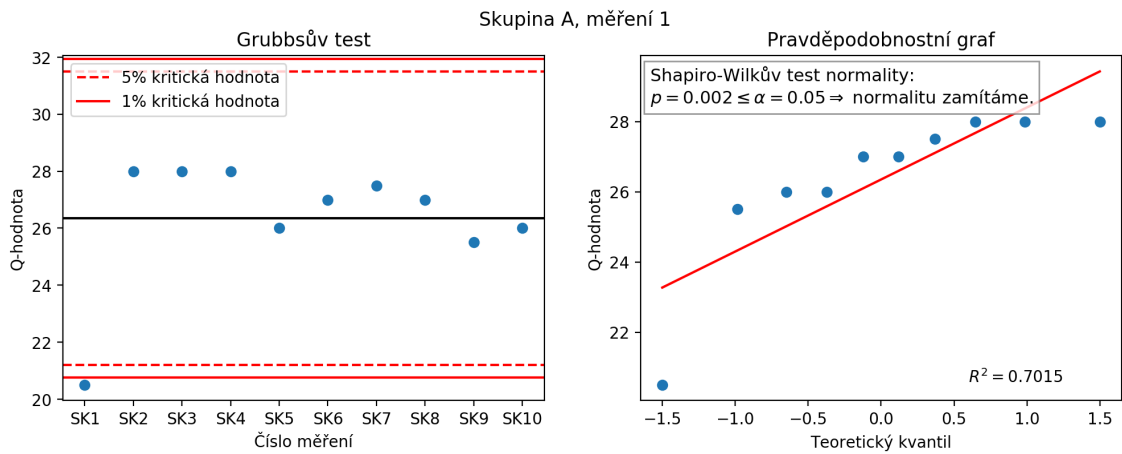
**Tab. 4:**  $Q$ -hodnoty tvrdoměru SilverSchmidt SKANSKA pro beton I.

kr.	sk.	SK1	SK2	SK3	SK4	SK5	SK6	SK7	SK8	SK9	SK10	$p$	$\bar{Q}$	$f_c$ [MPa]
1	A	<b>20.5</b>	28.0	28.0	28.0	26.0	27.0	27.5	27.0	25.5	26.0	0.145	27.0	11.0
2		24.0	28.0	23.0	28.0	25.0	26.0	27.5	29.5	25.0	26.0	0.879	26.2	10.3
3		27.5	28.5	29.0	26.0	24.5	28.5	29.0	30.5	27.5	24.5	0.345	27.55	10.9
4	B	24.0	27.5	26.0	23.5	32.0	31.5	31.5	31.5	29.0	26.5	0.148	28.3	11.8
5		27.0	26.5	30.0	26.5	24.5	22.5	27.0	29.0	25.5	27.5	0.875	26.6	11.7
6		28.5	26.5	25.5	29.5	25.0	27.5	26.5	25.0	23.0	26.5	0.92	26.35	11.8
10	D	30.5	31.0	25.5	30.5	26.0	28.5	29.0	28.5	31.0	30.0	0.084	29.05	12.5
11		29.0	26.0	29.0	30.0	34.5	29.0	34.0	27.5	34.0	28.0	0.105	30.1	14.4
12		27.5	33.5	29.5	28.5	26.5	33.0	26.5	29.0	31.5	29.0	0.305	29.45	13.2
13	E	29.0	37.0	30.5	32.5	27.0	29.5	25.5	26.5	30.0	31.5	0.609	29.9	15.3
14		28.0	26.5	30.0	30.0	34.0	27.5	29.5	34.0	36.5	28.5	0.232	30.45	14.8
15		33.5	28.5	30.0	29.0	29.0	33.5	28.0	28.0	28.0	28.5	<b>0.002</b>	29.6	15.1
16	F	31.5	31.0	30.5	36.0	34.0	25.5	33.5	31.5	36.0	32.0	0.278	32.15	17.1
17	G	38.0	33.0	40.5	34.5	33.0	36.0	36.0	38.5	34.5	36.0	0.519	36.0	20.0
18		37.0	36.5	43.5	34.0	32.0	35.5	34.5	35.0	41.5	31.0	0.371	36.05	19.8
19	H	45.5	41.0	48.0	43.0	39.5	43.5	42.5	44.0	44.0	43.0	0.801	43.4	23.3
20		39.0	38.5	41.0	37.0	41.5	40.0	35.5	41.5	40.0	42.0	0.361	39.6	23.6
21		40.0	41.0	44.5	40.0	36.5	38.0	42.5	31.5	42.5	38.5	0.543	39.5	23.3
22	I	37.0	39.5	40.5	41.5	39.0	43.0	45.5	45.5	32.0	48.5	0.951	41.2	27.3
23		47.0	52.0	49.5	53.0	54.0	48.5	45.5	47.0	51.0	48.0	0.719	49.55	26.6
24		44.5	44.5	48.0	43.5	48.0	46.5	45.5	46.0	44.0	42.0	0.791	45.25	26.2

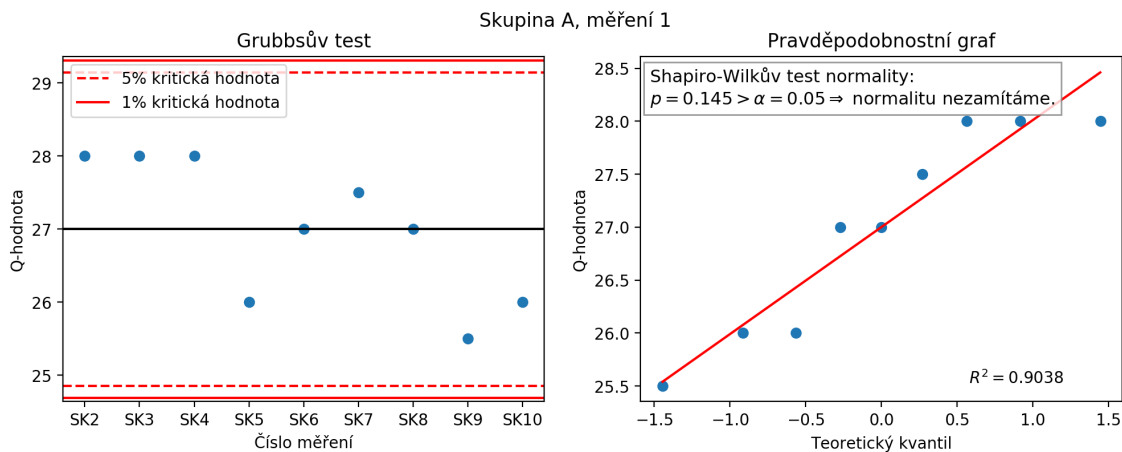
Vkládat zde všechny grafy výsledků není nutné, zaměříme se na ty, které se nějakým způsobem vymykají. Podle tab. 4 to jsou výsledky pro krychle č. 1 (obr. 19)

a č. 15 (obr. 21), které jsou i v tabulce vyznačeny červeně.

Jak je popsáno v kapitole 2.3.3, v případě vyřazení některé hodnoty se má Grubbsův test opakovat. Výsledek téhle analýzy pro krychle č. 1 je na obr. 20 a jako konečný výsledek je také zanesen do tab. 4.



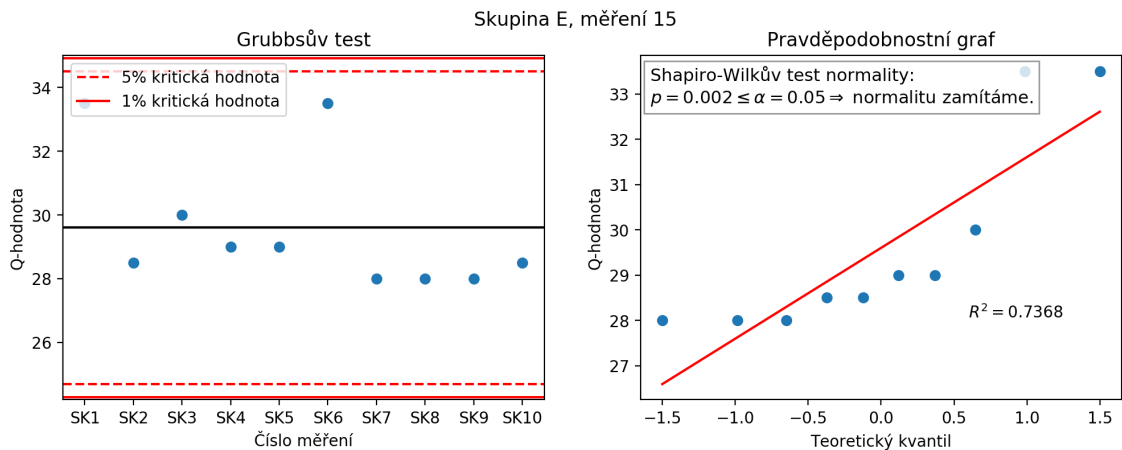
**Obr. 19:** Grubbsův test a test normality – krychle 1. Nejnižší hodnota bude vyřazena.



**Obr. 20:** Grubbsův test a test normality – krychle 1. Zbývajících 9 hodnot po vyřezání jedné příliš odlehlé.

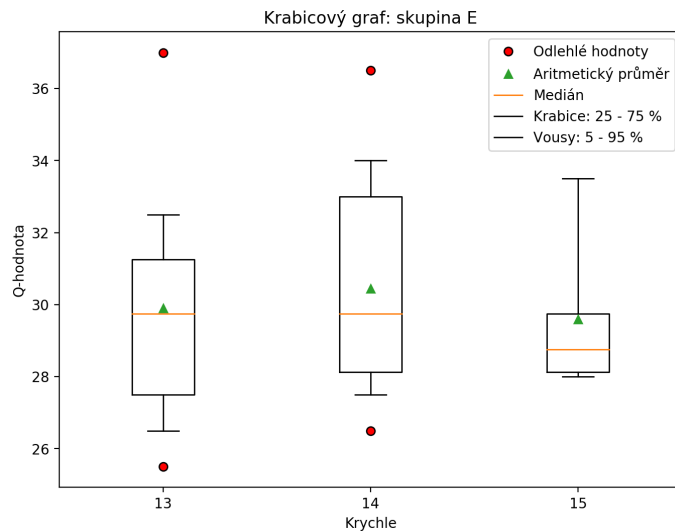
Pokud data nejsou normálně rozdělena (krychle 1 před vyřazením odlehlé hodnoty, obr. 19, a krychle 15, obr. 21), nemůže se na ně použít Grubbsův test. Pro tyto krychle vyšly  $p$ -hodnota Shapiro-Wilkova testu nižší než 0,05 a tedy normalitu zamítáme. Přesto lze Grubbsovu testu důvěřovat a normalitu na základě zbylých měření předpokládat i u těchto dat, kde nevyšla.

U krychle 1 (obr. 19) je z výsledků Shapiro-Wilkova testu zřejmé, že právě vyřazená hodnota narušovala normalitu. U krychle 15 (obr. 21) není třeba žádnou



**Obr. 21:** Grubbsův test a test normality – krychle 15. Data nejsou dle Shapiro-Wilkova testu normálně rozdělena.

hodnotu vyřadit, ani když by se se Grubbsův test nepoužil – není zde 1 odlehlá hodnota, ale 2 a ty už v kontextu 10 hodnot tak odlehlé nejsou. Jsou rozprostřeny rovnoměrně mezi měřeními, jedná se o 1. a 6. měření hodnoty  $Q$ . Tento odhad lze podpořit i krabicovými grafy (obr. 22) celé sady E, do které krychle č. 15 patří. V porovnání se dvěma zbylými krychlemi souboru je vidět, že lze ponechat všech 10 hodnot  $Q$ .

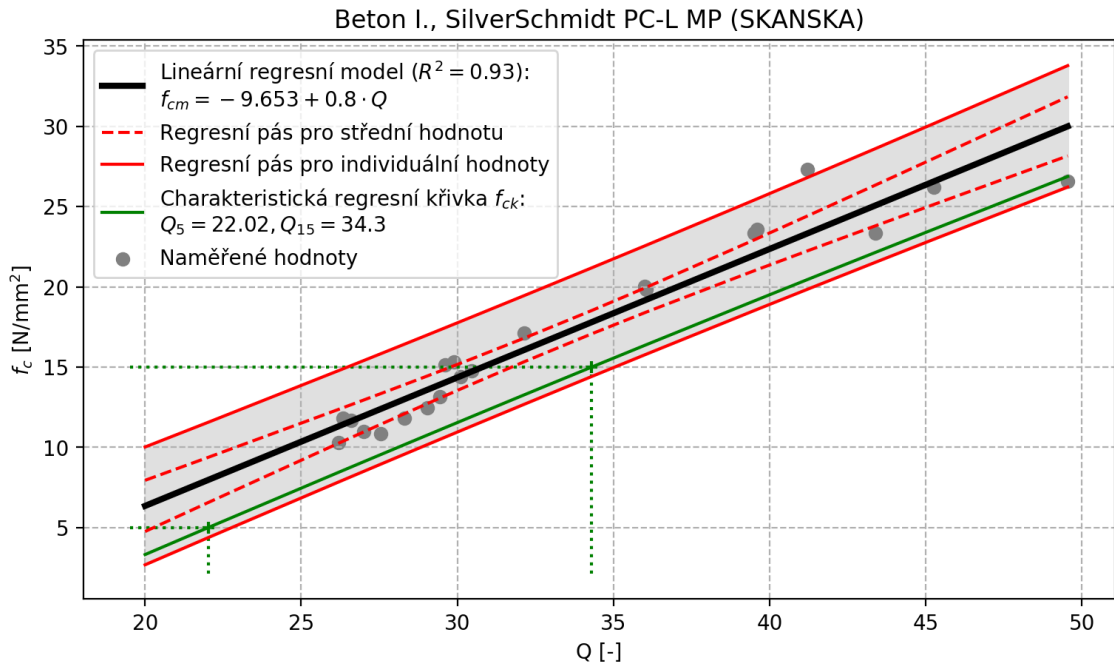


**Obr. 22:** Krabicové grafy krychlí ze sady E.

### 3.2.2 Regresní křivka pro SilverSchmidt

Získané dvojice hodnot  $[Q_i, f_{c,i}]$  byly vyneseny do grafu (obr. 23) a proloženy přímkou metodou nejmenších čtverců pomocí vztahů uvedených v kapitole 2.3.4.

Dále byl kolem této přímky vytvořen regresní pás, ve kterém se bude nacházet 95 % hodnot. Zelenou barvou je zakreslena charakteristická křivka s hodnotou spolehlivosti 95%: při určení  $f_c$  z  $Q$ -hodnot tvrdoměru SilverSchmidt PC-L (SKANSKA) tohoto betonu podle této křivky je pouze 5% pravděpodobnost, že skutečná pevnost bude nižší.



**Obr. 23:** Lineární regrese betonu I. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP.

Je obtížné vyjádřit ji matematicky, její tvar lze odvodit ze vztahů v kapitole 2.3.4. Zde by šla poměrně dobře aproximovat přímkou, např. v doporučeném rozsahu použití tvrdoměru s hříbovitým nástavcem, tedy 5–30 MPa. Nejlépe by v tomto rozsahu měla být (černá) 50% regresní přímka a odpovídající charakteristická (zelená) by v tomto případě byla v rozsahu cca 2–27 MPa. Vzhledem ke konkávnosti charakteristické křivky by aproximace přímkou mezi krajními body vedla na stranu bezpečnou. Obecně je pro rychlé vyhodnocení výhodnější odečíst charakteristickou hodnotu pevnosti z grafu. Vztah by měl význam při jeho nahrání do přístroje SilverSchmidt, ze kterého bychom poté mohli přímo odečítat odpovídající odhad pevnosti z displeje.

## 3.3 Tvrdoměr SilverSchmidt – beton II.

### 3.3.1 Zpracování dat

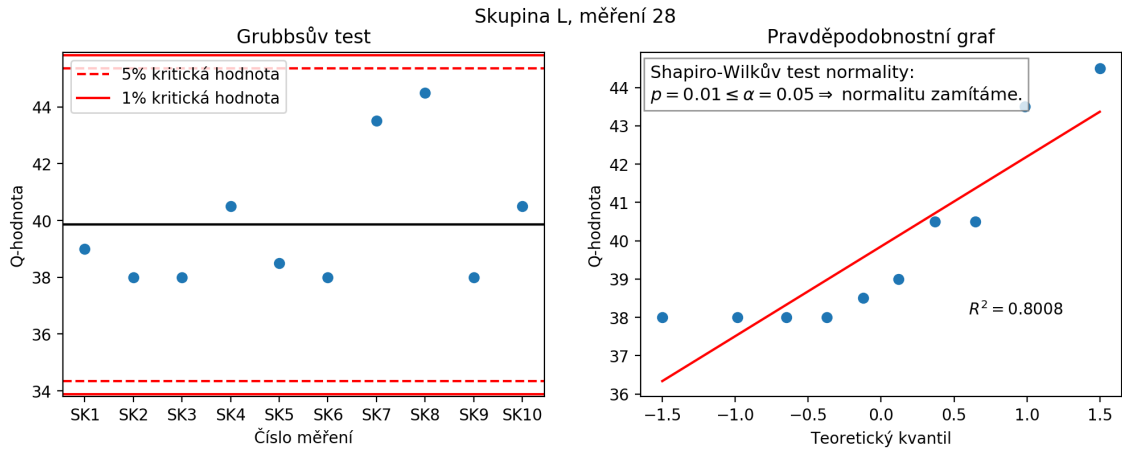
V tabulce 5 jsou zapsány naměřené hodnoty měření odrazu tvrdoměru pro beton II. Bylo změřeno 34 krychlí, z toho 2 uchovávané v chladicím boxu a tedy zpomalené. Jsou rozdělené do 15 skupin, 8 z nich je po třech krychlích a zbylé po dvou či dokonce po jedné krychli. Snahou totiž bylo pokrýt pokud možno celý interval až do 28denní pevnosti.

**Tab. 5:**  $Q$ -hodnoty tvrdoměru SilverSchmidt SKANSKA pro beton II.

kr.	sk.	SK1	SK2	SK3	SK4	SK5	SK6	SK7	SK8	SK9	SK10	$p$	$\bar{Q}$	$f_c$
M1	M	14.5	19.0	16.0	16.0	19.5	16.0	16.0	14.0	16.0	12.5	0.224	15.95	4.3
M2	N	16.5	18.0	17.5	17.5	18.0	13.0	15.5	18.5	18.5	21.0	0.434	17.4	4.2
1	A	21.0	18.5	19.5	21.0	23.0	22.5	22.0	22.0	21.5	19.0	0.418	21.0	5.3
2		15.5	16.0	17.0	23.5	20.0	16.5	18.5	18.5	22.5	17.5	0.234	18.55	5.2
3		17.5	17.0	16.5	16.0	18.5	22.0	16.0	17.5	15.5	19.0	0.117	17.55	5.3
4	B	22.5	20.5	22.0	19.0	17.5	17.5	16.0	20.0	24.0	18.0	0.825	19.7	6.1
5		17.0	18.5	17.0	22.5	18.5	17.5	18.5	21.0	17.5	16.5	0.044	18.45	6.4
6		20.5	20.5	24.5	25.5	22.5	17.5	17.0	19.5	20.5	19.0	0.535	20.7	6.2
7	C	21.5	20.5	21.5	21.5	24.5	20.5	18.5	22.0	20.5	20.0	0.32	21.1	7.4
8		18.0	18.0	24.5	25.0	24.5	26.0	25.0	19.5	21.0	23.0	0.088	22.45	6.8
9		23.5	28.0	21.0	21.5	24.5	21.5	16.5	17.5	20.5	20.5	0.699	21.5	7.0
10	D	26.5	22.0	23.0	24.0	23.5	25.0	21.0	20.0	23.5	22.5	0.995	23.1	8.1
11		23.0	23.0	26.5	23.5	20.0	22.5	22.5	18.0	19.5	20.0	0.588	21.85	8.6
12		24.0	25.5	25.0	26.0	24.5	21.5	23.0	19.5	21.5	23.0	0.703	23.35	9.0
13	E	23.0	21.0	19.0	21.0	18.5	23.5	22.5	20.5	23.0	23.0	0.154	21.5	10.6
14		22.0	23.5	23.0	24.0	20.0	24.5	19.0	19.5	24.0	18.5	0.115	21.8	9.5
15		23.0	20.5	20.0	24.0	22.5	22.5	25.0	24.5	22.5	23.0	0.449	22.75	9.6
16	F	22.5	25.0	24.5	28.0	27.0	25.0	23.0	27.0	25.5	24.0	0.803	25.15	11.1
17		26.5	25.5	28.5	22.5	29.5	25.5	29.0	28.0	26.5	27.5	0.511	26.9	10.7
18		27.0	29.5	26.0	25.5	26.0	25.0	23.5	26.5	26.0	28.0	0.796	26.3	11.7
19	G	25.5	35.0	31.0	28.5	31.5	31.5	24.0	23.5	32.5	32.0	0.211	29.5	13.3
20	H	28.0	25.5	26.5	29.0	30.5	35.0	34.5	28.0	28.0	30.0	0.197	29.5	14.4
21		28.5	30.5	30.5	26.5	34.0	30.0	28.5	29.5	28.0	29.0	0.366	29.5	16.0
22		29.0	32.5	28.5	27.0	30.5	26.0	27.0	30.5	26.5	27.0	0.236	28.45	14.7
23	I	36.0	33.0	38.0	37.0	32.5	35.0	31.0	32.5	34.5	30.5	0.776	34.0	17.9
24	J	36.0	34.5	27.5	32.5	34.0	36.0	31.0	29.5	35.5	33.0	0.36	32.95	17.8
25		32.0	39.0	35.0	37.5	33.5	33.5	41.5	34.5	37.5	31.0	0.777	35.5	18.4
26	K	35.0	34.5	42.0	38.5	37.0	37.5	34.0	33.5	39.5	36.5	0.686	36.8	20.2
27		36.0	38.5	39.0	33.0	36.0	41.0	36.5	39.0	39.5	36.0	0.541	37.45	20.2
28	L	39.0	38.0	38.0	40.5	38.5	38.0	43.5	44.5	38.0	40.5	<b>0.01</b>	39.85	27.2
29		38.5	43.5	42.0	40.5	42.5	38.0	39.0	39.5	45.5	39.5	0.422	40.85	26.7
30	O	42.0	48.0	49.0	51.5	48.0	44.0	49.0	42.0	42.0	46.0	0.186	46.15	42.2
31		43.0	47.0	45.5	45.5	48.0	40.5	46.0	47.0	52.0	49.5	0.94	46.4	42.5
32		40.0	46.5	51.5	44.0	47.0	51.5	51.0	45.5	44.0	43.0	0.383	46.4	40.4

Stejně jako u betonu I. (kapitola 3.2.1), podívejme se opět na hodnoty, které se nějakým způsobem vymykají, zde se jedná pouze o krychli 28.

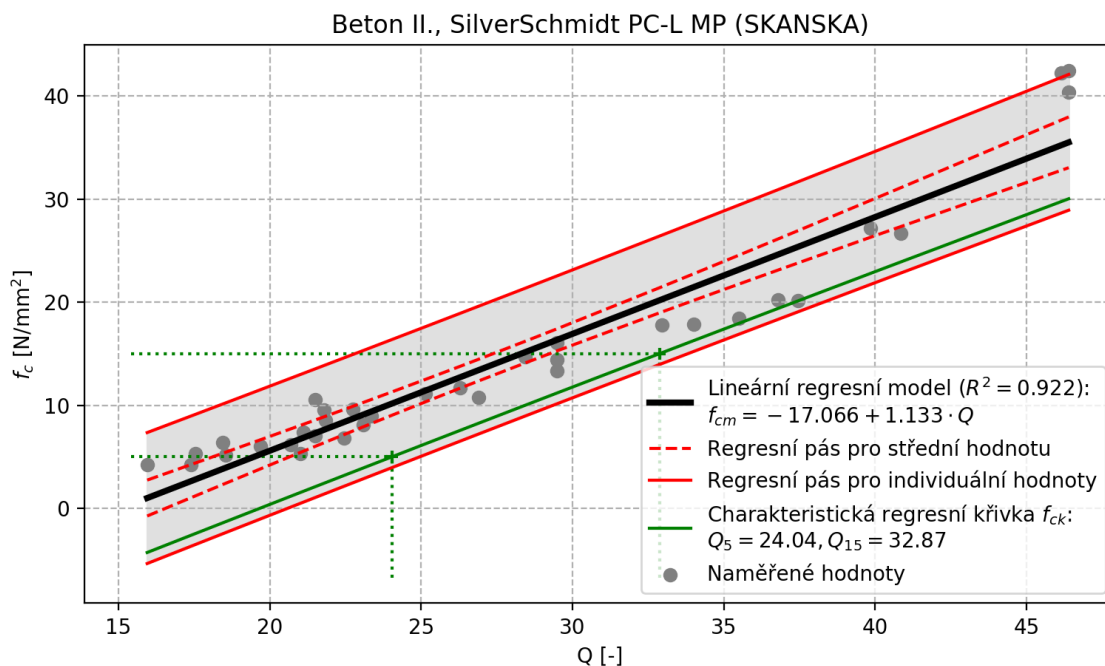
U krychle č. 28 té nevyšla normalita dle Shapiro-Wilkova testu. Všechny statistické metody pracují s určitou mírou spolehlivosti a pravděpodobnosti. Výsledky měření z této krychle byly podrobněji analyzovány a při pohledu na pravděpodobnostní graf (obr. 24 vpravo) je vidět, že není důvod jednotlivé měření ani krychli vyřazovat. Normalitu lze předpokládat a podle Grubbsova testu pak i zachovat všech 10 měření  $Q$ -hodnoty.



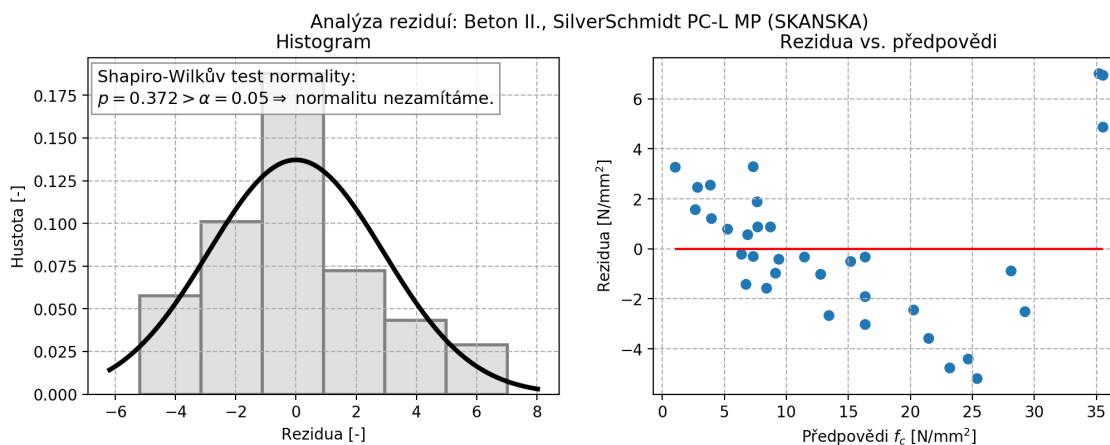
**Obr. 24:** Grubbsův test a test normality – krychle 28. Data nejsou dle Shapiro-Wilkova testu normálně rozdělena.

### 3.3.2 Regresní křivka pro SilverSchmidt

U tohoto betonu bylo provedeno měření tvrdosti i po 28 dnech (krychle 30, 31, 32, skupina O). Podle rozsahů uvedených v obr. 1 byla však již pevnost těchto krychlí ( $> 40$  MPa) mimo rozsah tvrdoměru SilverSchmidt PC-L MP. Velké zkreslení jde vidět i na grafech na obr. 25 a zejména obr. 26 vpravo. Je zřejmé, že pro takhle velký záběr dat již regrese přímkou není vhodná a bylo by vhodnější použít regresi křivkou vyššího stupně.



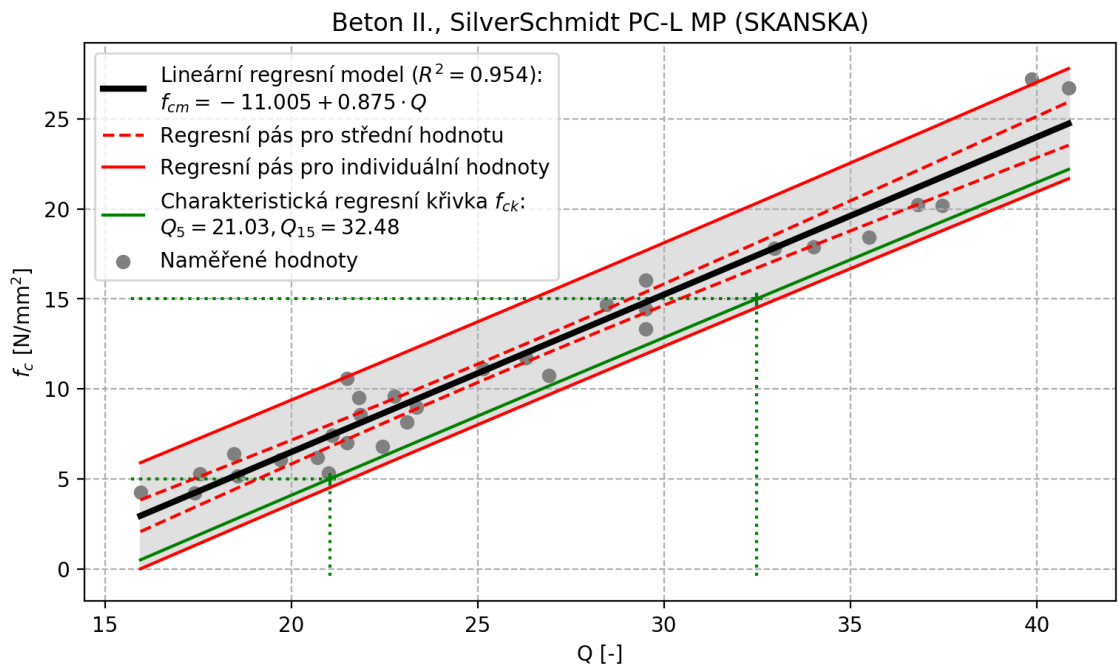
**Obr. 25:** Lineární regrese betonu II. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP.



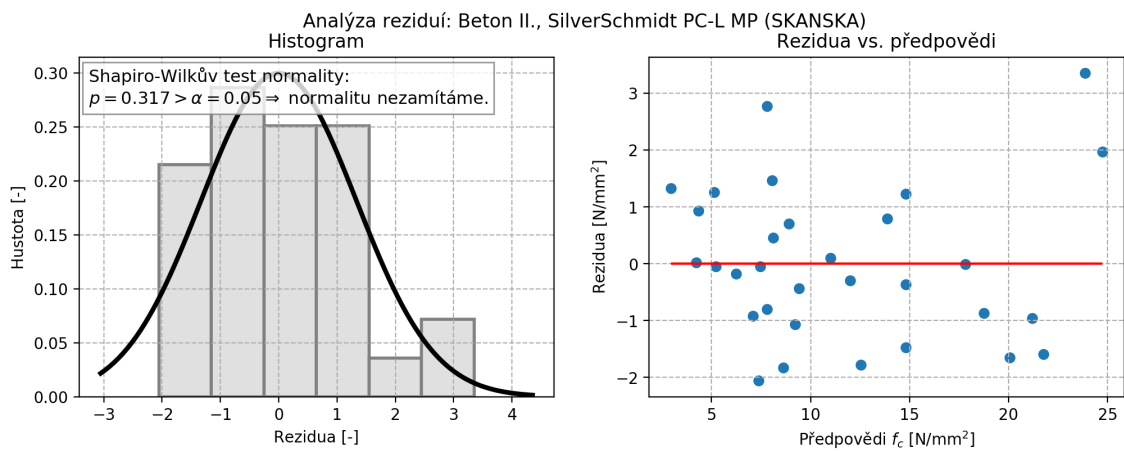
**Obr. 26:** Analýza reziduí lineární regrese betonu II. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP.

Pokud se body z měření 28denní pevnosti z grafu vynechají, regresní přímka se změní. Tento přístup povede k přesnější interpretaci výsledků, je totiž správnější z hlediska doporučeného rozsahu použití hříbovitého nástavce. Takto sestavená regresní přímka je na obr. 27. Hodnoty  $Q_{odb}$  získané z charakteristické regresní křivky jsou nižší, což je i z praktického hlediska použití těchto vztahů na stavbě příznivější.





**Obr. 27:** Lineární regrese betonu II. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP s vynecháním měřené 28denní pevnosti.



**Obr. 28:** Analýza reziduí lineární regrese betonu II. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP s vynecháním měřené 28denní pevnosti.

Opět by se dala charakteristická regresní křivka (zelená) dobře aproximovat přímkou a tento vztah pak nastavit přímo v přístroji SilverSchmidt.

## 3.4 Ultrazvuková impulzní metoda

### 3.4.1 Určení pevnosti

Jedním z výstupů měření doby průchodu UZ impulsu je opět vztah mezi touto NDT metodou a skutečnou změřenou pevností. Pro vyhodnocení bylo potřeba nejprve k naměřeným časům průchodu dopočítat jejich průměry  $\bar{t}$  a vyhodnotit, zda rozdíly jednotlivých časů od jejich průměru vyhovují požadavkům v normě ČSN 73 1371, tj. zda  $t_i \in \langle \bar{t} \pm 1 \% \rangle$ . Výsledky pro beton I. jsou zaneseny do tab. 6 a pro beton II. do tab. 7.

**Tab. 6:** Vyhodnocení měřené rychlosti průchodu ultrazvukového impulsu pro beton I.

kr.	sk.	$L$ [mm]	$t_1$ [ $\mu$ s]	$t_2$ [ $\mu$ s]	$t_3$ [ $\mu$ s]	$\bar{t}$ [ $\mu$ s]	$\bar{t} \pm 1 \%$ [ $\mu$ s]	$t_i \in$ $\langle \bar{t} \pm 1 \% \rangle$	$v_L$ [m/s]	$f_c$ [MPa]	$\bar{v}_L$ [m/s]	$\bar{f}_c$ [MPa]	$\bar{f}_{be}$ [MPa]
1	A	149.82	35.3	36.2	36.5	36.0	$\langle 35.64; 36.36 \rangle$	Ne	4162	11.0	4169	10.7	26.5
2		150.03	35.1	35.0	35.6	35.23	$\langle 34.88; 35.58 \rangle$	Ne	4258	10.3			
3		149.97	37.8	35.2	37.1	36.7	$\langle 36.33; 37.07 \rangle$	Ne	4086	10.9			
4	B	149.76	35.2	36.4	36.2	35.93	$\langle 35.57; 35.93 \rangle$	Ne	4168	11.8	4202	11.8	27.3
5		150.02	35.5	36.1	36.1	35.9	$\langle 35.5; 36.26 \rangle$	Ne	4179	11.7			
6		150.05	34.5	35.6	35.6	35.23	$\langle 34.88; 35.58 \rangle$	Ne	4259	11.8			
10	D	149.91	35.2	34.9	35.1	35.07	$\langle 34.72; 35.42 \rangle$	Ano	4275	12.5	4272	13.4	29.3
11		149.86	34.9	35.1	34.3	34.77	$\langle 34.42; 35.12 \rangle$	Ne	4311	14.4			
12		150.02	34.7	35.1	36.6	35.47	$\langle 35.12; 35.82 \rangle$	Ne	4230	13.2			
13	E	149.94	35.3	36.5	34.2	35.33	$\langle 34.98; 35.68 \rangle$	Ne	4244	15.3	4304	15.1	30.2
14		149.87	34.7	34.6	35.7	35.0	$\langle 34.65; 35.35 \rangle$	Ne	4282	14.8			
15		150.06	34.2	34.5	33.9	34.2	$\langle 33.86; 34.54 \rangle$	Ano	4388	15.2			
17	G	149.92	32.7	33.8	35.4	33.97	$\langle 33.63; 34.31 \rangle$	Ne	4414	20.0	4447	19.9	34.6
18		149.92	33.3	33.9	33.2	33.47	$\langle 33.14; 33.80 \rangle$	Ne	4480	19.8			
19	H	149.93	30.8	32.7	32.3	31.93	$\langle 31.61; 32.25 \rangle$	Ne	4695	23.3	4708	23.4	43.6
20		149.96	31.3	32.1	31.2	31.53	$\langle 31.21; 31.85 \rangle$	Ne	4756	23.6			
21		150.03	31.6	31.7	33.0	32.1	$\langle 31.78; 32.42 \rangle$	Ne	4674	23.3			
22	I	150.05	32.1	32.7	31.9	32.23	$\langle 31.91; 32.55 \rangle$	Ne	4655	27.3	4698	26.7	43.3
23		150	32.1	33.2	32.7	32.67	$\langle 32.34; 33.00 \rangle$	Ne	4592	26.6			
24		150.06	29.3	32.1	31.5	30.97	$\langle 30.66; 31.28 \rangle$	Ne	4846	26.2			
7	C	149.97	31.7	31.6	31.2	31.5	$\langle 31.19; 31.82 \rangle$	Ano	4761	39.5	4882	39.9	50.4
8		150.2	29.8	30.5	30.2	30.17	$\langle 29.87; 30.47 \rangle$	Ne	4979	40.1			
9		149.79	29.7	31.0	30.9	30.53	$\langle 30.22; 30.84 \rangle$	Ne	4906	40.1			

**Tab. 7:** Vyhodnocení měřené rychlosti průchodu ultrazvukového impulsu pro beton II.

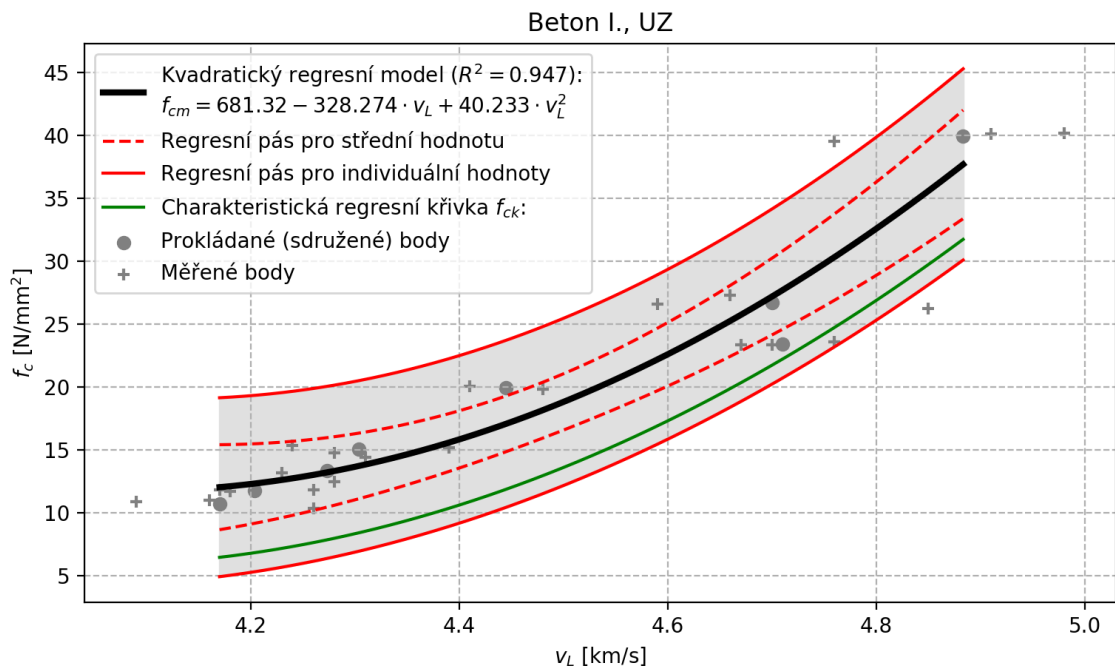
kr.	sk.	$L$ [mm]	$t_1$ [ $\mu$ s]	$t_2$ [ $\mu$ s]	$t_3$ [ $\mu$ s]	$\bar{t}$ [ $\mu$ s]	$\bar{t} \pm 1\%$ [ $\mu$ s]	$t \in$ $\langle \bar{t} \pm 1\% \rangle$	$v_L$ [m/s]	$f_c$ [MPa]	$\bar{v}_L$ [m/s]	$\bar{f}_c$ [MPa]	$\bar{f}_{be}$ [MPa]
M1	M	149.63	45.4	44.5	46.5	45.47	$\langle 45.01; 45.92 \rangle$	Ne	3290	4.3	3290	4.3	10.7
M2	N	149.77	41.1	39.5	39.7	40.1	$\langle 39.7; 40.5 \rangle$	Ne	3730	4.2	3730	4.2	16.8
1	A	149.84	41.3	40.1	40.4	40.6	$\langle 40.19; 41.01 \rangle$	Ne	3690	5.3	3620	5.3	14.9
2		149.86	45.3	42.3	41.0	42.87	$\langle 42.44; 43.3 \rangle$	Ne	3500	5.2			
3		150.0	41.1	41.1	40.2	40.8	$\langle 40.39; 41.21 \rangle$	Ne	3680	5.3			
4	B	150.38	40.9	40.2	38.7	39.93	$\langle 39.53; 40.33 \rangle$	Ne	3770	6.1	3830	6.2	18.4
5		149.98	39.4	39.8	36.8	38.67	$\langle 38.28; 39.05 \rangle$	Ne	3880	6.4			
6		149.95	40.0	38.9	38.7	39.2	$\langle 38.81; 39.59 \rangle$	Ne	3830	6.2			
7	C	149.86	39.5	38.0	37.4	38.3	$\langle 37.92; 38.68 \rangle$	Ne	3910	7.4	3930	7.1	20.8
8		149.94	38.0	39.3	38.2	38.5	$\langle 38.12; 38.88 \rangle$	Ne	3890	6.8			
9		149.97	38.8	37.6	36.0	37.47	$\langle 37.09; 37.84 \rangle$	Ne	4000	7.0			
10	D	149.99	37.2	37.2	36.5	36.97	$\langle 36.6; 37.34 \rangle$	Ne	4060	8.1	4010	8.6	22.5
11		149.84	37.6	37.2	37.1	37.3	$\langle 36.93; 37.67 \rangle$	Ano	4020	8.6			
12		149.89	38.9	37.4	37.2	37.83	$\langle 37.46; 38.21 \rangle$	Ne	3960	9.0			
13	E	149.92	39.1	37.5	36.8	37.8	$\langle 37.42; 38.18 \rangle$	Ne	3970	10.6	3940	9.9	20.8
14		149.96	39.7	38.0	37.3	38.33	$\langle 37.95; 38.72 \rangle$	Ne	3910	9.5			
15		150.24	38.0	37.1	39.3	38.13	$\langle 37.75; 38.51 \rangle$	Ne	3940	9.6			
16	F	149.98	38.8	37.2	36.7	37.57	$\langle 37.19; 37.94 \rangle$	Ne	3990	11.1	4010	11.2	22.3
17		150.05	38.6	37.5	36.0	37.37	$\langle 36.99; 37.74 \rangle$	Ne	4020	10.8			
18		149.95	39.6	37.4	35.3	37.43	$\langle 37.06; 37.81 \rangle$	Ne	4010	11.7			
19	G	150.32	36.1	36.2	33.9	35.4	$\langle 35.05; 35.75 \rangle$	Ne	4250	13.3	4250	13.3	28.5
20	H	150.05	37.1	36.2	34.2	35.83	$\langle 35.48; 36.19 \rangle$	Ne	4190	14.4	4210	15.1	27.5
21		150.0	35.8	36.2	35.0	35.67	$\langle 35.31; 36.02 \rangle$	Ne	4210	16.0			
22		149.67	35.9	35.1	35.1	35.37	$\langle 35.01; 35.72 \rangle$	Ne	4230	14.7			
23	I	150.38	34.7	34.6	32.6	33.97	$\langle 33.63; 34.31 \rangle$	Ne	4430	17.9	4.43	17.9	33.9
24	J	149.77	35.0	34.5	34.7	34.73	$\langle 34.39; 35.08 \rangle$	Ano	4310	17.8	4310	18.1	30.4
25		149.79	34.4	35.4	34.5	34.77	$\langle 34.42; 35.11 \rangle$	Ne	4310	18.4			
26	K	149.83	34.0	33.7	33.0	33.57	$\langle 33.23; 33.9 \rangle$	Ne	4460	20.2	4530	20.2	37.3
27		149.85	32.3	33.9	31.6	32.6	$\langle 32.27; 32.93 \rangle$	Ne	4600	20.2			
28	L	150.09	32.3	32.9	32.3	32.5	$\langle 32.17; 32.82 \rangle$	Ne	4620	27.2	4610	27.0	40.0
29		149.79	33.5	33.1	31.1	32.57	$\langle 32.24; 32.89 \rangle$	Ne	4600	26.7			
30	O	149.9	32.1	32.2	31.8	32.03	$\langle 31.71; 32.35 \rangle$	Ano	4680	42.3	4730	41.7	44.6
31		149.86	31.1	31.7	31.0	31.27	$\langle 30.95; 31.58 \rangle$	Ne	4790	42.5			
32		149.8	32.2	31.9	30.9	31.67	$\langle 31.35; 31.98 \rangle$	Ne	4730	40.4			

Nevyhovující měření by se měla vyřadit, zde ovšem požadavku na 1% odchylku doby průchodu UZ  $t$  od průměru  $\bar{t}$  nevyhověla téměř žádná krychle, proto nezbyvá než tenhle požadavek ignorovat. Ultrazvuk je zde použit jako doplňková metoda a výsledky tak lze považovat spíše za ilustrační. Následně byly spočítány rychlosti  $v_L$  z průměrných časů  $\bar{t}$  pro každou krychli a dále aritmetické průměry těchto rychlostí a pevností  $f_c$  pro každou skupinu, označené  $\bar{v}_L$  a  $\bar{f}_c$ . Výsledkem tak je pro beton I. 9 dvojic  $[\bar{v}_L, \bar{f}_c]$  sdružených bodů, respektive 24 dvojic  $[v_L, f_c]$  měřených bodů a pro beton II. 15 dvojic sdružených bodů a 34 dvojic měřených bodů.

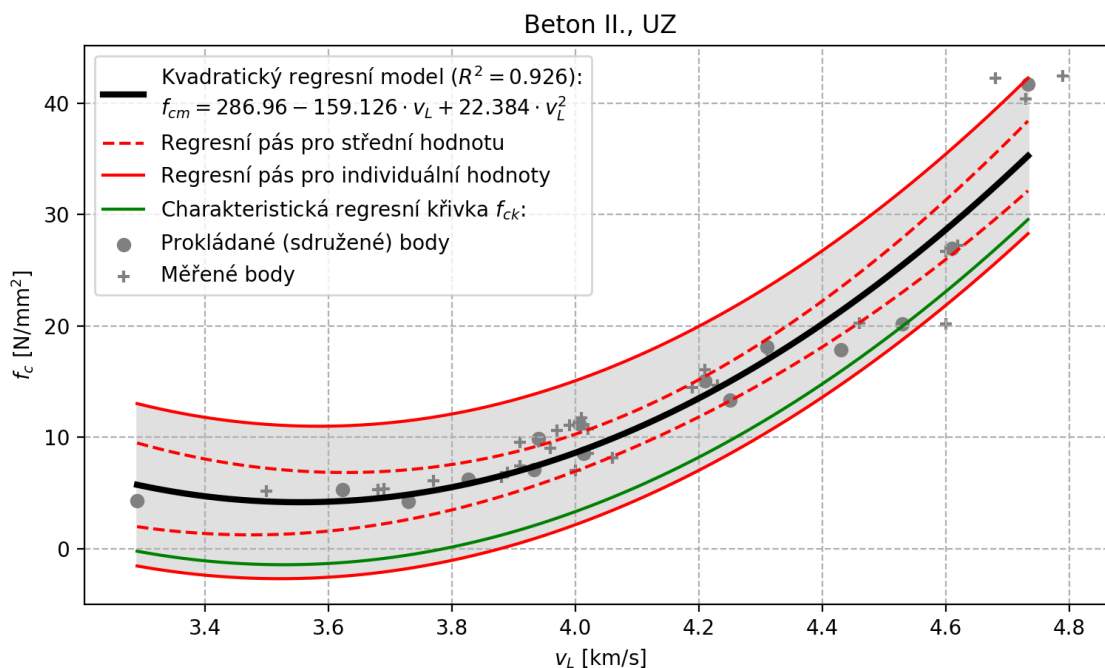
Pro doplnění jsou v posledních sloupcích uvedené orientační pevnosti betonů určené podle vztahu 5 na straně 18. Přestože podle [19] by měla vycházet menší než skutečná změřená pevnost, vychází o cca 10 až 15 MPa vyšší.

Naproti tomu u betonu II. je již zřejmá nutnost použít právě polynom 2. stupně, pro který vychází  $R^2 = 0,926$ , zatímco pro přímku pouze 0,77. I přesto je vidět, že ani tento model není nejvhodnější, bylo by potřeba doplnit více hodnot zejména při nízkých pevnostech (5 MPa) a případně k jednotlivým sdruženým bodům přidat i jejich váhy, aby byla funkce v celém vyšetřovaném oboru monotónní.

Sdružené, případně i měřené body můžeme prokládat křivkou pro získání regresního vztahu. Některé ze sdružených nejsou skutečně sdružené (skupiny G, I, M a N pro beton II.), protože do skupiny spadá pouze jedna krychle, přesto byly použity.



**Obr. 29:** Kvadratická regrese závislosti pevnosti  $f_c$  na rychlosti průchodu ultrazvukového impulsu  $v_L$  pro beton I.



**Obr. 30:** Kvadratická regrese závislosti pevnosti  $f_c$  na rychlosti průchodu ultrazvukového impulsu  $v_L$  pro beton II.

Regrese polynomem 2. stupně byla provedena podle kapitoly 2.3.5. Výsledkem je, podobně jako u lineárních vztahů pro tvrdoměry SilverSchmidt, opět (černá) regresní křivka i (zelená) charakteristická regresní křivka s 95% spolehlivostí.

U betonu I. (obr. 29) byly nejnižší měřené pevnosti až kolem 10 MPa, proto mají body daleko více lineární trend než u betonu II. (obr. 30), kde začínají kolem 5 MPa. I shoda modelu s daty pro beton I. ( $R^2 = 0,947$ ) je jen o málo větší než pro lineární model, který má  $R^2 = 0,912$ .

Z měření 28denní pevnosti lze stanovit též upřesňující součinitel  $\alpha$  podle vztahu 6. Pro beton I. to jsou výsledky skupiny C, pro beton II. skupiny O. K dispozici byla vždy pouze 3 tělesa, ze kterých lze součinitel  $\alpha$  stanovit, opět bez přihlédnutí k požadavku na 1% odchylku doby průchodu. Počítat jej lze přímo z průměrů pro danou skupinu, pro jednotlivé betony vychází:

$$\alpha_I = \frac{39,9}{50,4} = 0,792, \quad (27)$$

$$\alpha_{II} = \frac{41,7}{44,6} = 0,935. \quad (28)$$

Porovnání získaných výsledků je provedeno v samostatné kapitole.

### 3.4.2 Určení dynamického modulu pružnosti

Dále lze z rychlosti průchodu UZ určit podle vztahu 3 na straně 17 dynamický modul pružnosti betonu  $E_{cu}$ . Modul pružnosti je důležitý zejména kvůli průhybům. Zde bohužel není srovnání s jeho skutečnými hodnotami, protože tohle měření probíhalo na hranolech a ne na krychlich. Výsledky jsou v tab. 8. Vykreslovat závislost  $f_c$  a  $E_{cu}$  nemá význam, výsledkem by byla přesně závislost uvedená ve vztahu 3. Výpočty byly provedeny pouze pro beton I. a tabulka má bez srovnání se skutečnými hodnotami spíše ilustrační charakter. Pro získání funkčního vztahu mezi rychlostí  $v_L$  a modulem pružnosti  $E_{cu}$  by také bylo potřeba mít měření rozvržená více rovnoměrně v celých 28 dnech – pro hranoly bylo rozvržení měření pro tyto účely (ve dnech) 1, 2, 3, 7, 14 a 28, zatímco krychle se měřily převážně 1. a 2. den a pak až jejich 28denní pevnost.

**Tab. 8:** Výpočet modulů pružnosti z rychlosti průchodu ultrazvuku pro beton I.

kr.	sk.	$a$	$b$	$c$	$V$	$m$	$\rho$	$v_L$	$E_{cu}$	$\overline{E_{cu}}$
			[mm]		[ $\cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ ]	[kg]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[m/s]	[GPa]	[GPa]
1	A	149.82	149.85	149.85	3.364	8.278	2461	4162	38.4	38.4
2		150.03	151.14	150.13	3.404	8.412	2471	4258	40.3	
3		149.97	151.32	150.05	3.405	8.296	2437	4086	36.6	
4	B	149.76	149.63	149.96	3.36	8.183	2435	4168	38.1	38.8
5		150.02	151.02	149.97	3.398	8.319	2448	4179	38.5	
6		150.05	149.9	149.96	3.373	8.23	2440	4259	39.8	
10	D	149.91	147.52	149.57	3.308	8.136	2460	4275	40.5	40.5
11		149.86	149.3	149.97	3.355	8.244	2457	4311	41.1	
12		150.02	149.28	149.96	3.358	8.359	2489	4230	40.1	
13	E	149.94	147.93	149.92	3.325	8.139	2448	4244	39.7	41.0
14		149.87	150.61	149.9	3.384	8.324	2460	4282	40.6	
15		150.06	148.6	149.4	3.331	8.209	2464	4388	42.7	
17	G	149.92	147.85	149.89	3.322	8.156	2455	4414	43.0	43.7
18		149.92	149.36	150.06	3.36	8.239	2452	4480	44.3	
19	H	149.93	148.02	149.95	3.328	8.209	2467	4695	48.9	49.1
20		149.96	148.2	150.0	3.334	8.187	2456	4756	50.0	
21		150.03	149.9	149.89	3.371	8.3	2462	4674	48.4	
22	I	150.05	149.17	149.93	3.356	8.213	2447	4655	47.7	48.8
23		150.0	149.82	149.97	3.37	8.3	2463	4592	46.7	
24		150.06	150.8	149.95	3.393	8.351	2461	4846	52.0	
7	C	149.97	151.8	149.98	3.414	8.364	2450	4761	50.0	53.0
8		150.2	149.4	150.2	3.37	8.356	2479	4979	55.3	
9		149.79	150.7	149.95	3.385	8.401	2482	4906	53.8	

## 4 Vyhodnocení a porovnání výsledků

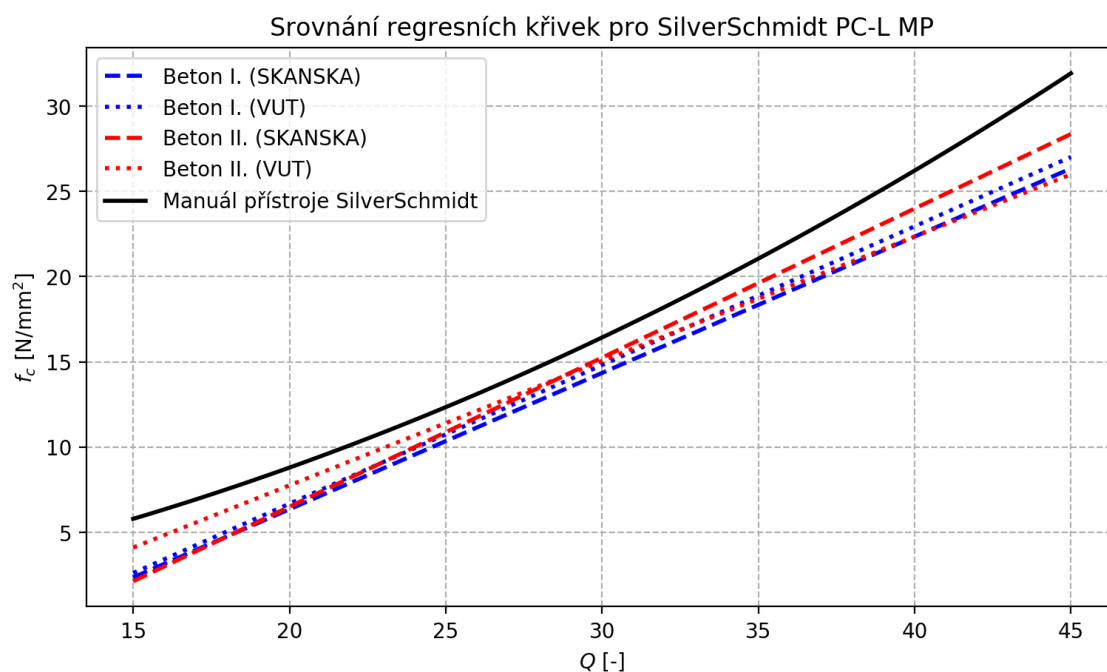
### 4.1 Vztahy pro tvrdoměr SilverSchmidt

Celkem byly vypracovány 4 regresní vztahy, pro 2 různé betony a 2 tvrdoměry. V práci je podrobně zdokumentována tvorba vztahů pro tvrdoměr firmy SKANSKA, výsledky tvrdoměru VUT byly zpracovány stejným způsobem a mohou sloužit pro kontrolu, případně vyloučení nějaké systematické vady přístroje – oba tvrdoměry SilverSchmidt PC-L MP by totiž měly být shodné.

V tab. 9 jsou uvedeny výsledné vztahy pro 50% regresní křivku a v grafu na obr. 31 jsou vykresleny. Černě je dokreslena křivka uvedená v návodu [14] jako vzorová pro případy, kdy není možné provést měření pro vytvoření křivky vlastní.

**Tab. 9:** Srovnání výsledných regresních vztahů pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP

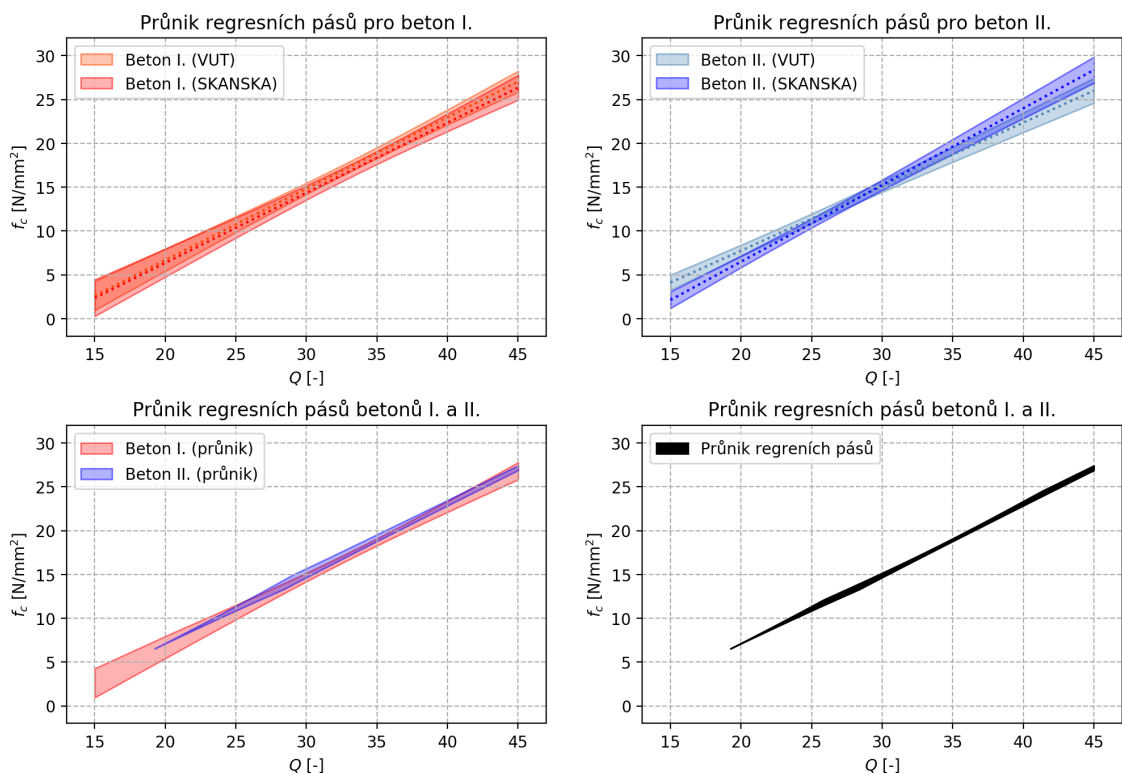
Vztah	$f_c$	$R^2$
Manuál k přístroji SilverSchmidt	$0 + 0.2236 \cdot Q + 0.0108 \cdot Q^2$	–
Beton I. (SKANSKA)	$-9.653 + 0.800 \cdot Q$	0.930
Beton I. (VUT)	$-9.607 + 0.814 \cdot Q$	0.953
Beton II. (SKANSKA)	$-11.005 + 0.875 \cdot Q$	0.954
Beton II. (VUT)	$-6.850 + 0.730 \cdot Q$	0.947



**Obr. 31:** Srovnání regresních křivek pro SilverSchmidt podle tab. 9.

Nějaký systematický rozdíl mezi jednotlivými tvrdoměry evidentně není, pro beton I. je strmější křivka tvrdoměru VUT, pro beton II. naopak SKANSKA. I z hlediska výsledků jsou oba betony velmi podobné (viz obr. 31), když bychom uvažili „průměrnou“ křivku pro daný beton z obou tvrdoměrů, byl by rozdíl pevností  $f_c$  odpovídající dané hodnotě  $Q$  mezi oběma betony jen okolo 1 MPa.

Grafickým srovnáním a nalezením průniků regresních pásů pro střední hodnotu lze ověřit, zda by šlo více regresních křivek, které se jeví blízké, nahradit jednou. Regresní pás střední hodnoty vyjadřuje množinu možných poloh příslušné křivky v závislosti na hladině významnosti  $\alpha$ . V práci byla zvolena hladina významnosti  $\alpha = 0,05$ .



**Obr. 32:** Grafické srovnání regresních pásů pro střední hodnotu korelačních vztahů tvrdoměru SilverSchmidt PC-L MP pro betony I. a II.

Z grafických srovnání na obr. 32 vyplývají následující závěry:

- Pro beton I. není významný rozdíl mezi oběma tvrdoměry, průnik regresních pásů je široký.
- U betonu II. není shodnost výsledků obou tvrdoměrů tak jasná, dokonce pro pevnosti pod 7 MPa již nemají 95% regresní pásy průnik, i když jen velmi těsně. Do měření mohla být vnesena nějaká systematická chyba – s každým



tvrdoměrem měřil jiný člověk, nebo nemusel být jeden přístroj správně zkalibrován na zkušební kovadlině.

- Společný průnik všech čtyř pásů existuje. Ne na celém intervalu, neboť na celém intervalu nemají dílčí průnik ani regresní pásy křivek betonu II. Pokud by existovala společná křivka pro oba tvrdoměry betonu II., bude dle grafického výsledku zřejmě existovat i společná křivka pro oba betony.

Celkově lze konstatovat, že získané vztahy mezi  $Q$  a  $f_c$  pro oba betony by šly nahradit jedním. Vše je otázkou požadovaných spolehlivostí a počtu změřených dat.

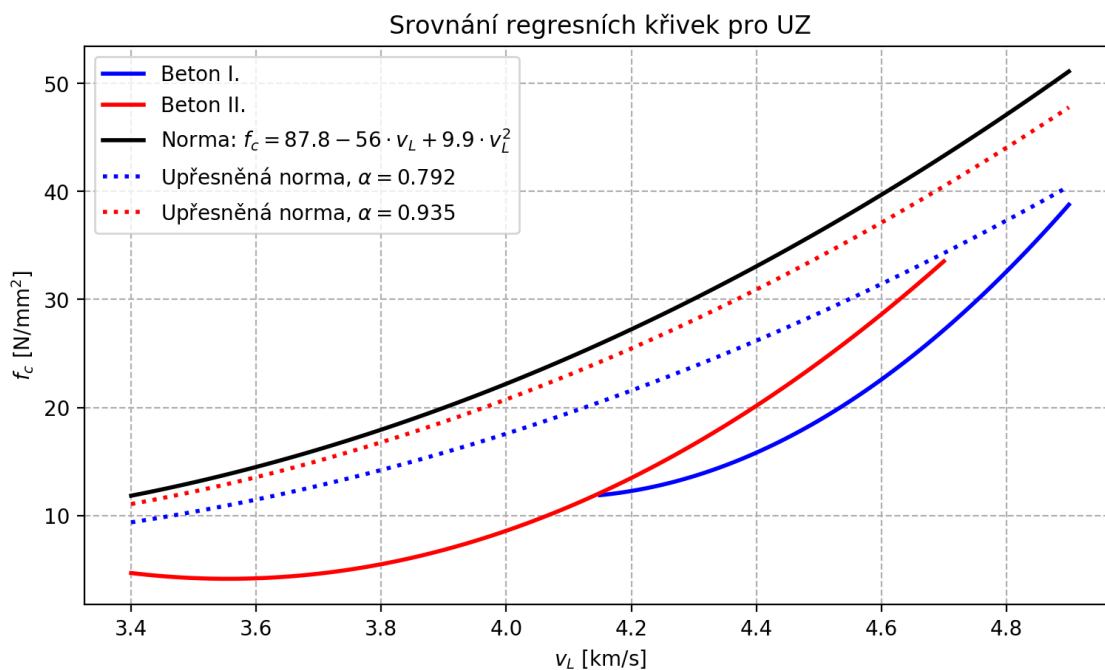
To, že lze sestavit poměrně spolehlivou a pravděpodobnou křivku společnou pro dva různé betony, je náhoda. Jak je popsáno v teoretické části, závisí vztah  $Q$  a  $f_c$  na různých parametrech a právě proto je potřeba tyto regresní křivky stanovovat pro konkrétní receptury betonů.

## 4.2 Vztahy pro ultrazvukovou impulzní metodu

U vztahů mezi rychlostí UZ a pevností jsou rozdíly mezi oběma betony výrazné, nejlépe jde tento rozdíl vidět v grafu na obr. 33. Velký je i rozdíl oproti vztahu uvedenému v ČSN 73 1371 [8]. Rozdíl  $f_c$  odpovídající dané rychlosti  $v_L$  činí mezi oběma betony až 10 MPa, mezi odvozenými vztahy a směrným vztahem v normě dokonce až 15 MPa. Ani křivky získané upřesněním směrného vztahu součinitelem  $\alpha$  nemají průběh blížící se odvozeným vztahům.

**Tab. 10:** Srovnání výsledných regresních vztahů pro ultrazvukovou impulzní metodu.

Vztah	$f_c$	$R^2$
Norma ČSN 73 1371	$87.8 - 56 \cdot v_L + 9.9 \cdot v_L^2$	–
Upřesněný vztah pro Beton I.	$0.792 \cdot (87.8 - 56 \cdot v_L + 9.9 \cdot v_L^2)$	–
Upřesněný vztah pro Beton II.	$0.935 \cdot (87.8 - 56 \cdot v_L + 9.9 \cdot v_L^2)$	–
Beton I.	$681.32 - 328.274 \cdot v_L + 40.233 \cdot v_L^2$	0.947
Beton II.	$286.96 - 159.126 \cdot v_L + 22.384 \cdot v_L^2$	0.926



**Obr. 33:** Srovnání regresních křivek pro ultrazvukovou impulzní metodu podle tab. 10.

Důvodem nesouladu křivek s normovým vztahem bude zřejmě fakt, že směrný vztah v normě byl údajně odvozen na plně vyzrálých betonech. Má tedy sice sloužit k určení pevnosti  $f_c$  z rychlosti šíření UZ impulzu  $v_L$ , ale na betonech starších 28 dnů, vyzrálých, nikoliv při nízkých pevnostech během zrání. Současná verze normy ČSN 73 1371 z roku 2011 pozadí vzniku tohoto vztahu nijak neobjasňuje.

Pro odbedňovací pevnost se získané vztahy nehodí. Může být užitečné zjištění, že každý z obou betonů má ve vytvrdlém stavu jinou rychlost průchodu UZ a oba betony mohou být v konstrukci takhle od sebe rozlišeny.

## 5 Závěr

Předmětem práce bylo stanovit regresní vztahy pro odhad odbedňovací pevnosti pomocí nedestruktivních metod, zejména pro účely dřívějšího a bezpečného odbedňování monolitických konstrukcí. Za hlavní metodu byly určeny Schmidtovy tvrdoměry SilverSchmidt, vzhledem k rozsahu měřených pevností typ L s hříbovitým nástavcem. Jako doplňková byla použita ultrazvuková impulzní metoda.

Byly zpracovány vzorky dvou betonů od dvou různých betonárek, v práci označené jako beton I. a beton II., jejichž přesné složení nebylo známo.

Pro oba dva byly odvozeny vztahy mezi tvrdostí povrchu určenou tvrdoměrem SilverSchmidt PC-L MP a pevností. S využitím vztahů statistické analýzy byla stanovena regresní přímka a následně doplněna charakteristická regresní křivka, která zaručuje 95% spolehlivost odhadu.

Statistické zpracování i grafické výstupy byly provedeny a vytvořeny ve skriptovacím jazyce Python.

Při závěrečném srovnání vyšly regresní vztahy pro oba betony velmi podobné, celkově však vykazovaly nižší odhad pevnosti, než vztah uvedený v manuálu k přístroji SilverSchmidt. To, že se od této křivky liší, není nijak překvapivé zjištění, je totiž uváděna pouze jako ukázková pro případy, kdy není možné provést upřesňující měření a stanovit křivku vlastní. Ukazuje to však, že (zejména při nízkých pevnostech do 15 MPa) může dojít při vyhodnocování podle téhle ukázkové křivky k nebezpečnému nadhodnocení odhadu pevnosti o 2 až 5 MPa. Při finálním porovnání také vyšlo najevo, že pro tyto dva konkrétní betony by šel použit jeden společný regresní vztah mezi hodnotou vrácené energie odrazu  $Q$  a pevností  $f_c$ . Celou dobu se k betonům přistupovalo jako k odlišným a předpokládalo se, že vztahy se budou výrazněji lišit.

Stanovení regresních vztahů pro tvrdoměry SilverSchmidt proběhlo dle očekávání a bez komplikací. Ne tak jasné výsledky však přinesla snaha vytvořit použitelné vztahy i pro ultrazvukovou impulzní metodu. Data jsou hodně rozptýlena a charakteristická křivka tak leží celkem nízko – zatímco u regresních vztahů pro SilverSchmidt je rozdíl mezi průměrnou a charakteristickou křivkou cca 2–3 MPa, pro ultrazvuk je to 5–6 MPa. Když bychom podle nich usuzovali pevnost, při zachování 95% spolehlivosti bychom ji většinou určili poměrně nízkou. Pro účely určování odbedňovacích pevností, které se pohybují v mezích cca 3–15 MPa, se takhle použitá ultrazvuková impulzní metoda nehodí. Mohlo by pomoci zúžit interval měřených

pevností a soustředit se například pouze na pevnosti do 15 MPa, kde by se provedlo více měření a získaný vztah by byl přesnější.

Závěrem lze shrnout potřebu tvořit regresní vztah pro SilverSchmidt vždy pro konkrétní recepturu, neboť ukázkový vztah odhad pevnosti nadhodnocuje. Pro konkrétní dvě zpracovávané receptury vyšly vztahy shodou okolností téměř totožné a daly by se pro jednoduchost nahradit jedním.

# Literatura

1. BARTÁK, Kamil. Bezpečné odbedňovací práce. *ASB Portal* [online]. 2018 [cit. 2020-02-05]. Dostupné z: <https://www.asb-portal.cz/stavebnictvi/stavebni-technika/bezpecne-odbednovaci-prace>.
2. KOPEC, Bernard. *Nedestruktivní zkoušení materiálů a konstrukcí*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008. ISBN 978-80-7204-591-4.
3. *ČSN 73 1370 Nedestruktivní zkoušení betonu – Společná ustanovení*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011.
4. Elektronické aplikace pomáhají usnadnit stavební proces. *ASB Portal* [online]. 2018 [cit. 2020-05-23]. Dostupné z: <https://www.asb-portal.cz/stavebnictvi/zaklady-a-hruba-stavba/cement-a-beton/elektronicke-aplikace-pomahaji-usnadnit-stavebni-proces>.
5. SCHMID, Pavel a kolektiv. *Základy zkušebnictví*. 2. opr. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2584-9.
6. CIKRLE, Petr; KOCÁB, Dalibor. Tvrdoměrné metody zkoušení betonu – část I. *Časopis BETON - technologie, konstrukce, sanace (BETON TKS)*. 2018, roč. 18, č. 6, s. 44–47.
7. *Schmidt family Sales Flyer* [online]. 2017 [cit. 2020-02-25]. Dostupné z: [https://www.proceq.com/uploads/tx\\_proceqproductcms/import\\_data/files/Schmidt%5C%20Family\\_Sales%5C%20Flyer\\_English\\_high.pdf](https://www.proceq.com/uploads/tx_proceqproductcms/import_data/files/Schmidt%5C%20Family_Sales%5C%20Flyer_English_high.pdf).
8. *ČSN 73 1373 Nedestruktivní zkoušení betonu – Tvrdoměrné metody zkoušení betonu*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011.
9. *Original Schmidt Operating Instructions* [online]. 2017 [cit. 2020-02-25]. Dostupné z: [https://www.proceq.com/uploads/tx\\_proceqproductcms/import\\_data/files/OrginalSchmidt\\_Operating%20Instructions\\_Multilingual\\_high.pdf](https://www.proceq.com/uploads/tx_proceqproductcms/import_data/files/OrginalSchmidt_Operating%20Instructions_Multilingual_high.pdf).
10. *Digi Schmidt Sales Flyer* [online]. 2017 [cit. 2020-05-29]. Dostupné z: [https://www.proceq.com/uploads/tx\\_proceqproductcms/import\\_data/files/DigiSchmidt\\_Sales%20Flyer\\_English\\_high.pdf](https://www.proceq.com/uploads/tx_proceqproductcms/import_data/files/DigiSchmidt_Sales%20Flyer_English_high.pdf).
11. *Manuál k přístroji Schmidt P*. Archiv P. Cikrle.
12. *Molotok Schmidta PROCEQ Schmidt OS-120* [online] [cit. 2020-05-23]. Dostupné z: <https://iks18.com/catalog/kontrol-stroitelnykh-materialov/molotok-shmidta-proceq-schmidt-os-120/>.
13. *Proceq History – 65-years of integrity, innovation and technology* [online] [cit. 2020-02-25]. Dostupné z: <https://www.proceq.com/company/history/?pqr=2>.

14. *Operating Instructions Silver Schmidt & Hammerlink* [online]. 2017 [cit. 2020-02-25]. Dostupné z: [https://www.proceq.com/uploads/tx\\_proceqproductcms/import\\_data/files/SilverSchmidt\\_Operating%20Instructions\\_English\\_high.pdf](https://www.proceq.com/uploads/tx_proceqproductcms/import_data/files/SilverSchmidt_Operating%20Instructions_English_high.pdf).
15. *Silver Schmidt hammer, Digital* [online] [cit. 2020-04-20]. Dostupné z: <https://www.matest.com/en/product/c383-10-silver-schmidt-hammer-digital>.
16. *Silver Schmidt Operating Instructions* [online]. 2007 [cit. 2020-02-25]. Dostupné z: [http://www.abmbv.nl/files/proceq\\_silverschmidt\\_user\\_manual\\_en.pdf](http://www.abmbv.nl/files/proceq_silverschmidt_user_manual_en.pdf).
17. *ČSN 73 1371 Nedestruktivní zkoušení betonu – Ultrazvuková impulzová metoda zkoušení betonu*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011.
18. *ČSN EN 12504-2 Zkoušení betonu v konstrukcích – Část 4: Stanovení rychlosti šíření ultrazvukového impulzu*. Praha: Český normalizační institut, 2005.
19. CIKRLE, Petr; ANTON, Ondřej; DANĚK, Petr; KUČHYRCZYKOVÁ, Barbara; MISÁK, Petr. *NDT zkoušení ve stavebnictví: Příručka kurzu CŽV*. Verze 2010. Brno: Ústav stavebního zkušebnictví, Fakulta stavební, VUT v Brně, 2010. ISBN 978-80-214-4198-9.
20. *Pundit PL-200* [online] [cit. 2020-05-29]. Dostupné z: <https://www.sigma-epd.com/products/view/pundit-pl200>.
21. *ČSN EN 12390-3 Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 3: Pevnost v tlaku zkušebních těles*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2019.
22. *ČSN EN 206+A1 Beton – Specifikace, vlastnosti, výroba a shoda*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2018.
23. *ČSN EN 12390-1 Zkoušení ztvrdlého betonu – Část 1: Tvar, rozměry a jiné požadavky na zkušební tělesa a formy*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2013.
24. CIKRLE, Petr; KOCÁB, Dalibor; ČERVENKA, Petr. Tvrdoměrné zkoušení betonu – část II. *Časopis BETON - technologie, konstrukce, sanace (BETON TKS)*. 2019, roč. 19, č. 2, s. 14–18.
25. CIKRLE, Petr; KOCÁB, Dalibor; MISÁK, Petr. Tvrdoměrné zkoušení betonu – část III. *Časopis BETON - technologie, konstrukce, sanace (BETON TKS)*. 2019, roč. 19, č. 5, s. 42–47.
26. *ČSN EN 1990 Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011.

27. *Grubbs Test* [online]. 2015 [cit. 2020-04-07]. Dostupné z: <https://www.itl.nist.gov/div898/software/dataplot/refman1/auxillar/grubtest.htm>.
28. BANNAI, Ryota. *Total Least Squares in comparison with OLS and ODR* [online]. 2018 [cit. 2020-04-15]. Dostupné z: <https://towardsdatascience.com/total-least-squares-in-comparison-with-ols-and-odr-f050ffc1a86a>.
29. KOCÁB, Dalibor; MISÁK, Petr; CIKRLE, Petr. Characteristic Curve and Its Use in Determining the Compressive Strength of Concrete by the Rebound Hammer Test. *Materials* [online]. 2019, vol. 12, no. 17 [cit. 2020-04-15]. ISSN 1996-1944. Dostupné z DOI: 10.3390/ma12172705.

# Seznam symbolů, veličin a zkratek

NDT	Non-destructive testing – nedestruktivní zkušebnictví
UZ	Ultrazvuk
MP	Mushroom plunger – hříbovitý nástavec
OLS	Ordinary least squares – metoda nejmenších čtverců
TLS	Total least squares – metoda úplných nejmenších čtverců
skup.	Skupina (krychlí měřených ve stejnou dobu)
kr.	Zkušební těleso – krychle
SK1–SK10	Jednotlivá měření tvrdoměrem SKANSKA
$\alpha$	Statistická hladina významnosti
$\alpha$	Upřesňující součinitel
$\rho$	Objemová hmotnost
$a, b, c$	Rozměry zkušebního tělesa - krychle
$A_c$	Průřezová plocha
$f_c$	Pevnost v tlaku
$f_{ck}$	Charakteristická pevnost v tlaku (5% kvantil)
$f_{cm}$	Střední pevnost v tlaku (50% kvantil)
$f_{ck,cyl}$	Charakteristická válcová pevnost v tlaku
$f_{ck,cube}$	Charakteristická krychelná pevnost v tlaku
$F$	Síla
$L$	Délka měřicí základny
$m$	Hmotnost
$Q$	Hodnota vrácené energie tvrdoměru SilverSchmidt
$Q_{odb}$	Hodnota vrácené energie odpovídající odbedňovací pevnosti
$Q_5$	Hodnota vrácené energie odpovídající pevnosti 5 MPa
$Q_{15}$	Hodnota vrácené energie odpovídající pevnosti 15 MPa
$V$	Objem
$R^2$	Koeficient determinace statistického modelu
$t, t_i$	Doba průchodu ultrazvukového signálu vzorkem
$\bar{t}$	Průměrná doba z více měření
$T$	Testovací kritérium Grubbsova testu
$T_{N,\alpha}$	Kritická hodnota Grubbsova testu
$T_0$	Mrtvý čas
$v_L$	Rychlost šíření ultrazvukového signálu



# Seznam obrázků

1	Srovnání aktuálních typů tvrdoměrů a jejich rozsahů [7]. . . . .	12
2	Tvrdoměr Original Schmidt [7]. . . . .	13
3	Schéma přístroje Original Schmidt [9]. . . . .	13
4	Zobrazovací jednotka modelu Digi-Schmidt (zdroj: [10]). . . . .	14
5	Tvrdoměr Schmidt OS-120 [12]. . . . .	14
6	Tvrdoměr SilverSchmidt [15]. . . . .	15
7	Metody prozvučování ultrazvukem rozlišené podle vzájemné polohy sond. . . . .	16
8	Přístroj Pundit PL-200 použitý pro ultrazvukovou impulzní metodu [20]. . . . .	16
9	Rozdíl mezi metodou nejmenších čtverců (OLS) a úplných nejmenších čtverců (TLS) [28]. . . . .	23
10	Odběr betonu na stavbě. . . . .	28
11	Segregovaný beton po převezení do laboratoře. . . . .	28
12	Rozmíchaný beton v míchačce v laboratoři. . . . .	29
13	Plnění betonu do forem ( <i>archiv P. Cíkrle</i> ). . . . .	30
14	Hutnění těles na vibračním stole ( <i>archiv P. Cíkrle</i> ). . . . .	30
15	Zrající zkušební tělesa. . . . .	30
16	Měření doby průchodu ultrazvukového impulsu přístrojem Pundit PL-200 ( <i>archiv P. Cíkrle</i> ). . . . .	31
17	Měření tvrdosti přístrojem SilverSchmidt PC-L s hříbovitým nástavcem ( <i>archiv P. Cíkrle</i> ). . . . .	31
18	Měření pevnosti v tlaku v laboratoři. . . . .	32
19	Grubbsův test a test normality – krychle 1. Nejnižší hodnota bude vyřazena. . . . .	34
20	Grubbsův test a test normality – krychle 1. Zbývajících 9 hodnot po vyřezání jedné příliš odlehlé. . . . .	34
21	Grubbsův test a test normality – krychle 15. Data nejsou dle Shapiro-Wilkova testu normálně rozdělena. . . . .	35
22	Krabicové grafy krychlí ze sady E. . . . .	35
23	Lineární regrese betonu I. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP. . . . .	36
24	Grubbsův test a test normality – krychle 28. Data nejsou dle Shapiro-Wilkova testu normálně rozdělena. . . . .	38
25	Lineární regrese betonu II. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP. . . . .	39
26	Analýza reziduí lineární regrese betonu II. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP. . . . .	39

27	Lineární regrese betonu II. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP s vynecháním měřené 28denní pevnosti. . . . .	40
28	Analýza reziduí lineární regrese betonu II. pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP s vynecháním měřené 28denní pevnosti. . . . .	40
29	Kvadratická regrese závislosti pevnosti $f_c$ na rychlosti průchodu ultrazvukového impulsu $v_L$ pro beton I. . . . .	43
30	Kvadratická regrese závislosti pevnosti $f_c$ na rychlosti průchodu ultrazvukového impulsu $v_L$ pro beton II. . . . .	44
31	Srovnání regresních křivek pro SilverSchmidt podle tab. 9. . . . .	46
32	Grafické srovnání regresních pásů pro střední hodnotu korelačních vztahů tvrdoměru SilverSchmidt PC-L MP pro betony I. a II. . . . .	47
33	Srovnání regresních křivek pro ultrazvukovou impulzní metodu podle tab. 10. . . . .	49

# Seznam tabulek

1	Srovnání starších Schmidtových tvrdoměrů [5, 8]. . . . .	13
2	Orientační časy pro zahájení odbedňování při 5 °C [1]. . . . .	19
3	Výběr několika kritických hodnot $T_{N,\alpha}$ Grubbsova testu. . . . .	22
4	$Q$ -hodnoty tvrdoměru SilverSchmidt SKANSKA pro beton I. . . . .	33
5	$Q$ -hodnoty tvrdoměru SilverSchmidt SKANSKA pro beton II. . . . .	37
6	Vyhodnocení měřené rychlosti průchodu ultrazvukového impulzu pro beton I. . . . .	41
7	Vyhodnocení měřené rychlosti průchodu ultrazvukového impulzu pro beton II. . . . .	42
8	Výpočet modulů pružnosti z rychlosti průchodu ultrazvuku pro beton I.	45
9	Srovnání výsledných regresních vztahů pro tvrdoměr SilverSchmidt PC-L MP . . . . .	46
10	Srovnání výsledných regresních vztahů pro ultrazvukovou impulzní metodu. . . . .	48